ASSOCIATION
FRANÇAISE
POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES

FUSIONNÉE AVEC

L'ASSOCIATION SCIENTIFIQUE DE FRANCE

(Fondée par Le Verrier en 1864)

Reconnues d'utilité publique

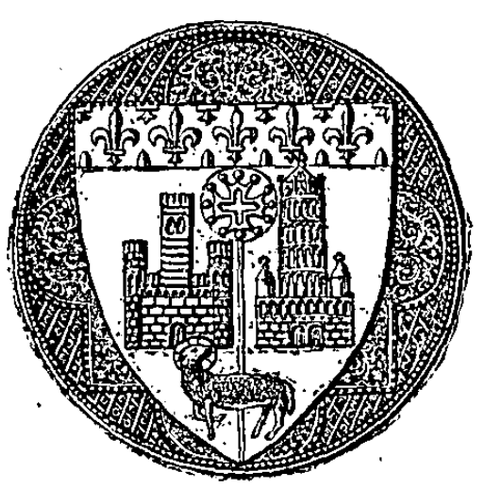
COMPTE RENDU DE LA 16ME SESSION

TOULOUSE

— 1887 —

SECONDE PARTIE

NOTES ET MÉMOIRES



PARIS

AU SECRÉTARIAT DE L'ASSOCIATION

A l'Hôtel des Sociétés savantes, rue Serpente, 28

ET CHEZ M. G. MASSON, LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, boulevard Saint-Germain.

—

1888

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

ASSOCIATION

FRANÇAISE

POUR

L'AVANCEMENT DES SCIENCES

Une table des matières est jointe à chacun des volumes du Compte Rendu des travaux de l'Association française en 1887; une table analytique *générale* par ordre alphabétique termine le 2me volume.

Dans cette table, les nombres qui sont placés après l'astérisque se rapportent aux pages du 2me volume.

TOULOUSE. — IMPRIMERIE DOULADOURE-PRIVAT, RUE SAINT-ROME, 39. — 4278

ASSOCIATION FRANÇAISE

POUR

L'AVANCEMENT DES SCIENCES

NOTES ET MÉMOIRES

M. A. ASTOR,

Professeur à la Faculté des sciences de Grenoble.

LIGNES GÉODÉSIQUES DES SURFACES RÉGLÉES DONT LES GÉNÉRATRICES COUPENT LA LIGNE DE STRICTION SOUS UN ANGLE CONSTANT, ET DONT LE PARAMÈTRE DE DISTRIBUTION EST CONSTANT.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Notre calcul est basé sur la remarque suivante :

Supposons prises sur une surface des coordonnées curvilignes quelconques u et v, et le carré de l'élément linéaire de la surface exprimé par la formule :

$$dS^2 = A du^2 + 2B du\,dv + C dv^2 ;$$

si l'une des variables, u, par exemple, n'entre pas explicitement dans le second membre, on pourra ramener à des quadratures la recherche des lignes géodésiques de la surface.

Nous nous servirons de cette propriété que les lignes géodésiques

sont les trajectoires d'un point matériel mobile sans frottement sur la surface et qui n'est soumis à l'action d'aucune force extérieure.

Les équations de Lagrange fournissent immédiatement la solution du problème. L'équation des forces vives donne une première intégrale, savoir :

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{A}\frac{du^2}{dt^2} + 2\mathrm{B}\frac{du}{dt}\frac{dv}{dt} + \mathrm{C}\frac{dv^2}{dt^2} = h^2 ,$$

h étant une constante.

L'équation de Lagrange relative à la variable u nous donne d'autre part :

$$\text{(2)} \qquad \mathrm{A}\frac{du}{dt} + \mathrm{B}\frac{dv}{dt} = l ,$$

l étant une nouvelle constante.

Si entre les équations (1) et (2) on élimine dt, on aura une équation du second degré pour déterminer le rapport $\frac{du}{dv}$, et on sera ramené à des quadratures. Les deux constantes qui doivent entrer dans l'équation d'une ligne géodésique seront, d'une part, le rapport $\frac{h}{l}$; et, d'autre part, la constante qu'introduira la quadrature à effectuer.

On peut faire le calcul de la façon suivante :

(1) peut s'écrire :

$$\left(\mathrm{A}\frac{du}{dt} + \mathrm{B}\frac{dv}{dt}\right)^2 + (\mathrm{AC} - \mathrm{B}^2)\frac{dv^2}{dt^2} = \mathrm{A}h^2 ,$$

ou :

$$\text{(3)} \qquad \frac{dv}{dt} = \pm\frac{\sqrt{\mathrm{A}h^2 - l^2}}{\sqrt{\mathrm{AC} - \mathrm{B}^2}} ;$$

par suite, divisant (2) par (3) :

$$\text{(4)} \qquad \mathrm{A}\frac{du}{dv} + \mathrm{B} = \pm\frac{l\sqrt{\mathrm{AC} - \mathrm{B}^2}}{\sqrt{\mathrm{A}h^2 - l^2}} ,$$

et l'on aura u en fonction de v par une quadrature.

La forme de l'élément linéaire qui nous a servi de point de départ se présente pour les hélicoïdes généraux dont on peut, par suite, obtenir les lignes géodésiques.

Considérons maintenant une surface réglée. Soient x, y, z les coordonnées d'un point de la ligne de striction exprimées en fonction d'un paramètre u, et $\varphi(u)$, $\psi(u)$, $\theta(u)$ les cosinus directeurs de la

génératrice du point x, y, z. Pour simplifier l'écriture, nous désignerons ces cosinus par φ, ψ, θ, et nous appellerons $u', y', z', \varphi', \psi', 0'$ les dérivées par rapport à u des fonctions correspondantes.

Cherchons d'abord la condition pour que x, y, z soient, en effet, les coordonnées d'un point de la ligne de striction. Écrivons pour cela les coordonnées d'un point de la surface sous la forme :

$$(5)\qquad \begin{cases} X = x + v\varphi, \\ Y = y + v\psi, \\ Z = z + v\theta; \end{cases}$$

nous en déduirons :

$$(6)\qquad \begin{cases} dX = (x' + v\varphi')du + \varphi dv, \\ dY = (y' + v\psi')du + \psi dv, \\ dZ = (z' + v\theta')du + \theta dv; \end{cases}$$

L'équation du plant tangent au point XYZ sera donc, si l'on remarque qu'il passe au point xyz :

$$\begin{vmatrix} \xi - x & x' + v\varphi' & \varphi \\ \eta - y & y' + v\psi' & \psi \\ \zeta - z & z' + v\theta' & \theta \end{vmatrix} = 0.$$

Les plans tangents au point xyz, et à l'infini sur la génératrice, ont donc pour équations :

$$\begin{vmatrix} \xi - x & x' & \varphi \\ \eta - y & y' & \psi \\ \zeta - z & z' & \theta \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} \xi - x & \varphi' & \varphi \\ \eta - y & \psi' & \psi \\ \zeta - z & \theta' & \theta \end{vmatrix} = 0.$$

Pour que xyz soient les coordonnées du point central, il faut et il suffit que ces deux plans soient rectangulaires, c'est-à-dire que :

$$(\theta\psi' - \psi\theta')(\theta y' - \psi z') + (\varphi\theta' - \theta\varphi')(\varphi z' - \theta x') + (\psi\varphi' - \varphi\psi')(\psi x' - \varphi y') = 0.$$

Une réduction simple, basée sur la remarque que :

$$\varphi^2 + \psi^2 + \theta^2 = 1,$$

donne immédiatement la condition cherchée :

$$(7)\qquad \varphi' x' + \psi' y' + \theta' z' = 0.$$

Ceci posé, l'expression de dS^2 sera :

$$(8)\qquad \begin{cases} dS^2 = [x'^2 + y'^2 + z'^2 + v^2(\varphi'^2 + \psi'^2 + \theta'^2)]du^2 \\ \qquad + 2(\varphi x' + \psi y' + \theta z')dudv + dv^2. \end{cases}$$

Soit α l'angle formé par la génératrice avec la ligne de striction. Nous aurons :

$$(9)\qquad \cos\alpha = \frac{\varphi x' + \psi y' + \theta z'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}};$$

$$(10)\qquad \sin^2\alpha = \frac{(\psi z' - 0y')^2 + (0x' - \varphi z')^2 + (\varphi y' - \psi x')^2}{x'^2 + y'^2 + z'^2}\,.$$

Ceci posé, des deux équations :

$$\varphi\varphi' + \psi\psi' + 00' = 0\,,$$
$$x'\varphi' + y'\psi' + z'0' = 0\,,$$

on déduit :

$$\frac{\varphi'}{\psi z' - 0y'} = \frac{\psi'}{0x' - \varphi z'} = \frac{0'}{\varphi y' - \psi x'} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + 0'^2}}{\sin\alpha\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}\,;$$

donc $$\varphi'^2 + \psi'^2 + 0'^2 = \frac{\sin^2\alpha(x'^2 + y'^2 + z'^2)}{\lambda^2}\,,$$

et l'expression de dS^2 devient :

$$(11)\qquad \begin{cases} dS^2 = \left(1 + \dfrac{v^2\sin^2\alpha}{\lambda^2}\right)(x'^2 + y'^2 + z'^2)du^2 \\ \qquad\qquad + 2\cos\alpha\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}\;dudv + dv^2\,. \end{cases}$$

Si nous prenons pour variable u l'arc s de la ligne de striction, $x'^2 + y'^2 + z'^2$ sera égal à 1, et il vient :

$$(12)\qquad dS^2 = \left(1 + \frac{v^2\sin^2\alpha}{\lambda^2}\right)ds^2 + 2\cos\alpha ds dv + dv^2\,.$$

s n'entrera pas explicitement au second membre si α et λ sont constants. Il est facile de voir que λ est le paramètre de distribution relatif à la génératrice du point xyz.

On a, en effet, en appelant p la perpendiculaire commune à cette génératrice et à la génératrice infiniment voisine :

$$p = \frac{\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ \varphi & \psi & 0 \\ \varphi' & \psi' & 0' \end{vmatrix} du}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + 0'^2}} = \lambda\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + 0'^2}\,du\,;$$

d'autre part, si ε est l'angle des deux génératrices :

$$\varepsilon = \sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + 0'^2}\,du\,;$$

donc

$$\frac{p}{\varepsilon} = \lambda\,,$$

ce qui démontre la proposition.

On peut donc ramener à des quadratures la recherche des lignes géodésiques des surfaces réglées dont les génératrices coupent sous

un même angle la ligne de striction et dont le paramètre de distribution est constant.

Parmi ces surfaces, il en est deux bien simples, la surface de la vis à filet triangulaire et la surface réglée de révolution. Pour la première, on pourra écrire :

$$x = 0\,, \quad y = 0\,, \quad z = s\,,$$

$$\varphi = \sin\alpha\cos\frac{s}{m}\,, \quad \psi = \sin\alpha\sin\frac{s}{m}\,, \quad 0 = \cos\alpha\,;$$

par suite :

$$X = \sin\alpha\cos\frac{s}{m}v\,,$$

$$Y = \sin\alpha\sin\frac{s}{m}v\,,$$

$$Z = s + \cos\alpha\,.\,v\,;$$

différentiant, et formant $dS^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2$, on obtient :

$$dS^2 = \left(1 + \frac{\sin^2\alpha v^2}{m^2}\right)ds^2 + 2\cos\alpha ds dv + dv^2\,,$$

où on pourrait mettre z à la place de s.

Pour l'hyperboloïde de révolution, on aura :

$$x = a\cos\frac{s}{a}, \quad y = a\sin\frac{s}{a}, \quad r = 0\,,$$

$$\varphi = -\cos\alpha\sin\frac{s}{a}, \quad \psi = \cos\alpha\cos\frac{s}{a}, \quad \theta = \sin\alpha\,,$$

$$X = a\cos\frac{s}{a} - \cos\alpha\sin\frac{s}{a}v\,,$$

$$Y = a\sin\frac{s}{a} + \cos\alpha\cos\frac{s}{a}v\,,$$

$$Z = \sin\alpha\,.\,v\,.$$

Formant comme précédemment dS^2, on trouve :

$$dS^2 = \left(1 + \frac{v^2\cos^2\alpha}{ar}\right)ds^2 + 2\cos\alpha\, ds\, dv + dv^2\,.$$

Ici le paramètre de distribution est donné par l'équation :

$$\frac{\cos^2\alpha}{ar} = \frac{\sin^2\alpha}{\lambda^2}\,, \quad \text{d'où} \quad \lambda = a\,\mathrm{tg}\,\alpha\,.$$

Nous pouvons remarquer que toutes les surfaces considérées, pour lesquelles α et λ sont les mêmes, sont applicables les unes sur les autres. Cela résulte immédiatement des valeurs calculées pour les

éléments linéaires de toutes ces surfaces, quand on fait correspondre les points au moyen de valeurs égales de s et v. Par exemple, l'hyperboloïde est applicable sur la surface de vis à filet triangulaire correspondant à la même valeur de α et pour laquelle on a :

$$m = a \operatorname{tg} \alpha ,$$

ce qui le détermine complètement.

Avant de passer à l'étude particulière de quelques-unes des surfaces dont nous nous occupons, nous ferons la remarque suivante :

Le carré de l'élément linéaire peut s'écrire :

$$d^2S = \frac{\sin^2\alpha(\lambda^2+v^2)}{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}dv^2 + \frac{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}{\lambda^2}\left(ds + \frac{\cos\alpha\lambda^2}{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}dv\right)^2 ;$$

déterminons v et s en fonction de deux nouvelles variables p et q par les formules :

$$\frac{\sin\alpha\sqrt{\lambda^2+v^2}}{\sqrt{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}}dv = dp ,$$

$$ds + \frac{\cos\alpha\lambda^2}{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}dv = dq$$

qui permettent de les obtenir par des quadratures, v ne dépendant que de la variable p; alors P étant une fonction déterminée de p, nous aurons :

$$dS^2 = dp^2 + Pdq^2$$

forme qui convient à une surface de révolution sur laquelle toutes les surfaces que nous considérons seront applicables. On peut aller plus loin et trouver une infinité de surfaces de révolution répondant à des valeurs diverses d'une constante arbitraire. Identifions, en effet, les deux expressions ci-dessus de dS^2, nous aurons les équations :

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{\sin\alpha\sqrt{\lambda^2+v^2}}{\sqrt{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}}dv = dp \\ ds + \dfrac{\cos\alpha\lambda^2}{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}dv = \dfrac{\pm\sqrt{P}\,\lambda}{\sqrt{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha}}dq ; \end{cases}$$

posons

$$\frac{P\lambda^2}{\lambda^2+v^2\sin^2\alpha} = m^2 ,$$

m étant une constante, il est facile de voir que P est déterminé par la quadrature elliptique

$$(14)\quad \frac{2m\sin\alpha}{\lambda}dp = \sqrt{\frac{P-m^2\cos^2\alpha}{P(P-m^2)}}dP .$$

P étant ainsi déterminé, nous aurons v et s par les équations :

$$(15)\qquad \begin{cases} v = \dfrac{\lambda\sqrt{\mathrm{P}-m^2}}{m\sin\alpha}, \\ s = mq - \lambda\cot\alpha\operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{\mathrm{P}}{m^2}-1} \end{cases}$$

α et λ demeurant constants, si nous faisons varier m, nous obtenons une série de surfaces de révolution sur lesquelles les surfaces considérées sont applicables.

Supposons, en particulier, $\alpha = \frac{\pi}{2}$, alors l'équation qui donne P devient :

$$\frac{d\mathrm{P}}{2\sqrt{\mathrm{P}-m^2}} = \frac{m}{\lambda}\,dp$$

nous pouvons prendre

$$\mathrm{P} = m^2 + \frac{m^2}{\lambda^2}\,p^2$$

et si nous faisons $m = \lambda$, nous obtenons l'alysséïde, sur laquelle toutes les surfaces répondant à ce cas particulier sont applicables. La propriété est bien connue pour l'héliçoïde à plan directeur.

Nous pouvons encore remarquer que les lignes p et q forment sur la surface un réseau orthogonal; les premières, qui sont celles pour lesquelles v est constant, s'obtiennent en portant sur chaque génératrice une même longueur à partir du point central et d'un même côté de la ligne de striction. Il est aisé de voir qu'elles coupent les génératrices sous un angle constant, variable avec la longueur v; on obtient les trajectoires orthogonales de ces lignes par une simple quadrature, et on a, pour leur équation :

$$s + \lambda\cot\alpha\operatorname{arctg}\frac{v\sin\alpha}{\lambda} = \text{const.}$$

Si l'on considère une des surfaces pour lesquelles α et λ ont des valeurs données, le six fonctions de s,

$$x,\ y,\ z,\ \varphi,\ \psi,\ \theta$$

qui la déterminent doivent satisfaire aux cinq équations :

$$(16)\qquad \begin{cases} x'^2 + y'^2 + z'^2 = 1, \\ \varphi' x' + \psi' y' + \theta' z' = 0, \\ \varphi x' + \psi y' + \theta z' = \cos\alpha, \\ \varphi^2 + \psi^2 + \theta^2 = 1, \\ \varphi'^2 + \psi'^2 + \theta'^2 = \dfrac{\sin^2\alpha}{\lambda^2}. \end{cases}$$

On pourra donc se donner arbitrairement une relation entre ces six fonctions, c'est-à-dire parmi toutes ces surfaces, en chercher une qui possède une propriété exprimée par une seule équation. Bien que, d'une façon générale, on ne puisse point, par conséquent, se donner le lieu (xyz), on peut prendre, ainsi que nous l'avons vu, pour ligne de striction de la surface, une droite ou un cercle. Il est facile de voir que la ligne de striction est en même temps une ligne géodésique de la surface. On doit, en effet, avoir les deux groupes d'équations homogènes :

$$\begin{cases} x'\varphi' + y'\psi' + z'\theta' = 0 \\ \varphi\varphi' + \psi\psi' + \theta\theta' = 0 , \end{cases} \qquad \begin{cases} x'x'' + y'y'' + z'z'' = 0 \\ \varphi x'' + \psi y'' + \theta z'' = 0 , \end{cases}$$

dont la comparaison montre que

$$\frac{\varphi'}{x''} = \frac{\psi'}{y''} = \frac{\theta'}{z''} ;$$

or φ', ψ', θ' sont proportionnels aux cosinus directeurs de la normale à la surface au point xyz, car on a, d'une part :

$$\frac{\varphi'}{\psi z' - \theta y'} = \frac{\psi'}{\theta x' - \varphi z'} = \frac{\theta'}{\varphi y' - \psi x'} ,$$

et, d'autre part, l'équation du plan tangent au point xyz, est :

$$\begin{vmatrix} \xi - x & x' & \varphi \\ \eta - y & y' & \psi \\ \zeta - z & z' & \theta \end{vmatrix} = 0 ,$$

ce qui démontre la proposition. La surface jouit donc de cette propriété que la normale, en chacun des points de la ligne de striction, est contenue dans le plan osculateur de cette courbe qui est, par suite, une ligne géodésique.

Si on connaissait les trois fonctions φ, ψ, θ, c'est-à-dire le cône directeur de la surface, les trois premières équations (16) donneraient x, y, z pour des quadratures.

Si nous posons :

$$\begin{aligned} \varphi &= \sin u \cos \omega , \\ \psi &= \sin u \sin \omega , \\ \theta &= \cos u , \end{aligned}$$

u et ω devront satisfaire à l'équation :

$$u'^2 + \sin^2 u \omega'^2 = \frac{\sin^2 \alpha}{\lambda^2} .$$

Si on se donne arbitrairement u, on aura ω par une quadrature.

Nous chercherons, pour terminer, parmi les surfaces correspondant

à un système de valeur de α et λ, celle dont la ligne de striction est plane, et celles dont le cône directeur est de révolution. La surface de la vis à filet triangulaire et l'hyperboloïde de révolution sont évidemment des solutions particulières dans les deux cas.

1° La ligne de striction est plane.

Supposons son plan pris pour plan des xy, alors $z=0$, $z'=0$, et les équations (16) se réduisent à :

$$(17)\qquad \begin{cases} x'^2+y'^2=1\,, \\ \varphi' x'+\psi' y'=0\,, \\ \varphi x'+\psi y'=\cos\alpha\,, \\ \varphi^2+\psi^2+\theta^2=1\,, \\ \varphi'^2+\psi'^2+\theta'^2=\dfrac{\sin^2\alpha}{\lambda^2}\,. \end{cases}$$

La seconde et la troisième donnent :

$$x'=\frac{\cos\alpha\psi'}{\varphi\psi'-\psi\varphi'}\,,\quad y'=-\frac{\cos\alpha\varphi'}{\varphi\psi'-\psi\varphi'}\,;$$

portant ces valeurs dans la première :

$$\cos^2\alpha(\varphi'^2+\psi'^2)=(\varphi\psi'-\psi\varphi')^2=(\varphi^2+\psi^2)(\varphi'^2+\psi'^2)-(\varphi\varphi'+\psi\psi')^2\,;$$

ou encore :

$$\cos^2\alpha\left(\frac{\sin^2\alpha}{\lambda^2}-\theta'^2\right)=(1-\theta^2)\left(\frac{\sin^2\alpha}{\lambda^2}-\theta'^2\right)-\theta^2\theta'^2\,,$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{d\theta}{\sqrt{\sin^2\alpha-\theta^2}}=\frac{ds}{\lambda}\,.$$

Supprimant la solution $\theta=\sin\alpha$ qui donnerait l'hyperboloïde, on peut écrire, en choisissant convenablement l'origine des arcs s :

$$\theta=\sin\alpha\sin\frac{s}{\lambda}\,;$$

$$\theta'=\frac{\sin\alpha}{\lambda}\cos\frac{s}{\lambda}\,,$$

d'où

$$\varphi'^2+\psi'^2=\frac{\sin^2\alpha}{\lambda^2}\sin^2\frac{s}{\lambda}\,;$$

d'autre part, nous avons vu que

$$(\psi\varphi'-\varphi\psi')^2=\cos^2\alpha(\varphi'^2+\psi'^2)=\frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\lambda^2}\sin^2\frac{s}{\lambda}\,;$$

donc :

$$\frac{\psi\varphi'-\varphi\psi'}{\varphi^2+\psi^2}=\frac{-\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\lambda}\sin\dfrac{s}{\lambda}}{1-\sin^2\alpha\sin^2\dfrac{s}{\lambda}}\,,$$

en prenant le signe — pour la racine carrée, ce qu'on peut toujours faire à cause de la symétrie des équations en φ et ψ.

Posant $\cos\frac{s}{\lambda} = u$, et intégrant, on obtient, en désignant par a une constante :

$$\operatorname{arctg}\frac{\varphi}{\psi} = \operatorname{arctg}\frac{u\sin\alpha}{\cos\alpha} + \operatorname{arctg} a ,$$

d'où

$$\frac{\varphi}{\psi} = \frac{\sin\alpha\cos\frac{s}{\lambda} + a\cos\alpha}{\cos\alpha - a\sin\alpha\cos\frac{s}{\lambda}} .$$

φ et ψ étant obtenus, on aura x, y et z par les quadratures suivantes :

$$x' = \frac{\lambda\psi'}{\sin\alpha\sin\frac{s}{\lambda}} ,$$

$$y' = -\frac{\lambda\varphi'}{\sin\alpha\sin\frac{s}{\lambda}} ,$$

$$z' = \sqrt{1 - x'^2 - y'^2} .$$

2° Le cône directeur est de révolution :

On pourra, dès lors, prendre $0 = \cos\beta$, β étant un angle constant. Nous aurons alors, pour déterminer φ et ψ :

$$\varphi^2 + \psi^2 = \sin^2\beta ,$$

$$\varphi'^2 + \psi'^2 = \frac{\sin^2\alpha}{\lambda^2} ,$$

avec

$$\varphi\varphi' + \psi\psi' = 0 .$$

On en déduit :

$$(\psi\varphi' - \varphi\psi')^2 = \frac{\sin^2\alpha\sin^2\beta}{\lambda^2} ,$$

et, par suite :

$$\frac{\psi\varphi' - \varphi\psi'}{\varphi^2 + \psi^2} = \frac{\sin\alpha}{\lambda\sin\beta} ,$$

d'où

$$\operatorname{arctg}\frac{\varphi}{\psi} = \frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta} ,$$

en supposant la constante d'intégration nulle, ce que l'on peut faire.

Dès lors :

$$\psi = \sin\beta \cos\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},$$

$$\varphi = \sin\beta \sin\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta}.$$

Calculons maintenant $x'\ y'\ z'$. On a :

$$x' = \frac{\lambda\psi'(\cos\alpha - z'\cos\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}, \quad y' = \frac{-\lambda\varphi'(\cos\alpha - z'\cos\beta)}{\sin\alpha\sin\beta},$$

et, par suite :

$$\frac{(\varphi'^2+\psi'^2)\lambda^2}{\sin^2\alpha\sin^2\beta}(\cos\alpha - z'\cos\beta)^2 + z'^2 = 1.$$

Cette équation du second degré en z' développée devient :

$$z'^2 - 2\cos\alpha\cos\beta z' + \cos^2\alpha - \sin^2\beta = 0.$$

On en déduit pour z' deux valeurs :

$$z'_1 = \cos(\alpha+\beta), \quad z'_2 = \cos(\alpha-\beta).$$

En disposant convenablement de l'origne dans le plan xy et plaçant ce dernier plan lui-même convenablement, on aura donc les deux surfaces données par les deux systèmes de valeurs :

$$\left\{\begin{aligned} x &= \frac{\lambda\sin\beta}{\sin\alpha}\sin(\alpha+\beta)\sin\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},\\ y &= -\frac{\lambda\sin\beta}{\sin\alpha}\sin(\alpha+\beta)\cos\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},\\ z &= s\cos(\alpha+\beta). \end{aligned}\right.$$

$$\varphi = \sin\beta\cos\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},$$

$$\psi = \sin\beta\sin\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},$$

$$0 = \cos\beta.$$

$$\left\{\begin{aligned} x &= \frac{\lambda\sin\beta}{\sin\alpha}\sin(\beta-\alpha)\sin\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},\\ y &= -\frac{\lambda\sin\beta}{\sin\alpha}\sin(\beta-\alpha)\cos\frac{s\sin\alpha}{\lambda\sin\beta},\\ z &= s\cos(\alpha-\beta). \end{aligned}\right.$$

Ce sont deux surfaces hélicoïdes engendrées par deux droites placées dans deux positions différentes par rapport à l'axe des z considéré comme axe du mouvement, les pas des hélices étant différents aussi dans les deux mouvements.

On voit que, si on prend deux droites parallèles, dont les plus

courtes distances à une troisième coïncident, et si, en appelant y_1 et y_2 ces deux distances, on a :

$$y_1 = -\frac{\lambda \sin \beta}{\sin \alpha} \sin(\beta + \alpha),$$

$$y_2 = -\frac{\lambda \sin \beta}{\sin \alpha} \sin(\beta - \alpha),$$

les deux surfaces hélicoïdales, engendrées par ces droites, que l'on obtient par les formules ci-dessus, seront applicables l'une sur l'autre.

On peut se donner arbitrairement β, y_1 et y_2, alors les formules permettent de calculer α et λ; α étant donné par sa tangente serait toujours acceptable.

Il y a deux cas particuliers remarquables, $\beta = \alpha$, et $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$.

1° $\beta = \alpha$. La deuxième solution donne une surface de vis à filet triangulaire. Les éléments sont :

$$z = s, \qquad x = 0, \qquad y = 0$$

$$\varphi = \sin \alpha \cos \frac{s}{\lambda}, \qquad \psi = \sin \alpha \sin \frac{s}{\lambda}, \qquad \theta = \cos \beta.$$

Les éléments de la première sont :

$$z = s \cos 2\alpha, \qquad x = \lambda \sin 2\alpha \sin \frac{s}{\lambda}, \qquad y = -\lambda \sin 2\alpha \cos \frac{s}{\lambda},$$

avec les mêmes valeurs pour φ, ψ, θ.

2° $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$.

La première solution donne un hyperboloïde de révolution, savoir :

$$z = 0, \qquad x = \frac{\lambda}{\operatorname{tg} \alpha} \sin \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{\lambda}, \qquad y = -\frac{\lambda}{\operatorname{tg} \alpha} \cos \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{\lambda},$$

$$\theta = \cos \beta, \quad \varphi = \cos \alpha \cos \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{\lambda}, \quad \psi = \cos \alpha \sin \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{\lambda},$$

quant à la deuxième, elle donne une surface hélicoïde applicable sur cet hyperboloïde. Les valeurs correspondantes de φ, ψ, θ sont les mêmes, et les équations de l'hélice ligne de striction sont :

$$z = s \sin 2\alpha, \quad x = \frac{\lambda}{\operatorname{tg} \alpha} \cos 2\alpha \sin \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{\lambda}, \quad y = -\frac{\lambda}{\operatorname{tg} \alpha} \cos 2\alpha \cos \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{\lambda}.$$

M. Émile LEMOINE,

Ancien élève de l'École polytechnique, à Paris.

QUESTIONS DIVERSES SUR LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Dans ce qui suit, nous allons continuer l'étude des lignes et des points remarquables liés à un triangle ABC. Nous nous servirons des coordonnées normales homogènes. ABC étant le triangle de référence, α, β, γ seront les coordonnées d'un point M.

Les points que nous rencontrerons seront, *le plus souvent*, tels que si $\varphi(abc)$ est une certaine fonction des côtés a, b, c du triangle ABC. On aura

$$\frac{\alpha}{\varphi(a, b, c)} = \frac{\beta}{\varphi(b, c, a)} = \frac{\gamma}{\varphi(c, a, b)}.$$

Pour abréger le langage et l'écriture, nous dirons, dans ce cas, simplement le point : $\varphi(a, b, c)$, au lieu de dire le point dont les coordonnées normales α, β, γ sont respectivement proportionnelles à : $\varphi(a, b, c)$; $\varphi(b, c, a)$, $\varphi(c, a, b)$.

N. A. signifie : Nouvelles Annales de mathématiques.
A. F. — Association française pour l'avancement des sciences.
J. E. — Journal de Mathématiques élémentaires, publié chez Delagrave.
J. S. — Journal de Mathématiques spéciales, publié chez Delagrave.
S. M. — Bulletin de la Société mathématique de France.

Si α, β, γ sont les coordonnées d'un point, le point inverse a pour coordonnées $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ et le point réciproque $\frac{1}{a^2\alpha}, \frac{1}{b^2\beta}, \frac{1}{c^2\gamma}$.

O, O_a, O_b, O_c désigneront les centres des cercles inscrits et ex-inscrits à ABC ; r, r_a, r_b, r_c les rayons de ces cercles ; R le rayon du cercle circonscrit ; S la surface du triangle ABC.

Rappelons que : si α, β, γ sont les coordonnées d'un point X, les points X_a, X_b, X_c dits associés de X en A, en B, en C auront respectivement pour coordonnées $-\alpha, \beta, \gamma$; $\alpha, -\beta, \gamma$; $\alpha, \beta, -\gamma$.

Que : si $\varphi(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ est l'équation d'une courbe, l'équation $\varphi(-\alpha, \beta, \gamma) = 0$ représentera une courbe qui sera dite l'associée en A de la courbe représentée par $\varphi(\alpha, \beta, \gamma) = 0$.

(Voir A. F., Congrès de Blois, 1884, p. 49.)

Le point direct de Brocard a pour coordonnées $\frac{b}{c}$, $\frac{c}{a}$, $\frac{a}{b}$; le point rétrograde $\frac{c}{b}$, $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{a}$; si ω est le premier, on a $\widetilde{\omega AC} = \widetilde{\omega BA} = \widetilde{\omega CB}$, et si ω' est le second, on a $\widetilde{\omega' AB} = \widetilde{\omega' BC} = \widetilde{\omega' CA}$.

§ 1.

1. *Soit un triangle* ABC. *Trouver le point* M *tel que si l'on décrit des circonférences sur* MA, *sur* MB *et sur* MC *comme diamètres, la somme des puissances d'un sommet par rapport aux deux circonférences qui ne passent pas par ce sommet soit la même pour les trois sommets.*.

Nous allons étudier quelques propriétés de ce point dont nous nous sommes déjà occupé. (J. E., 1885, p. 219.)

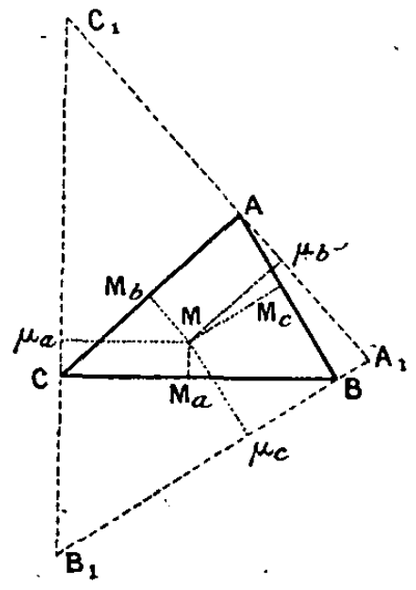


Fig. 1.

Soient M_a, M_b, M_c les pieds des perpendiculaires abaissées de M respectivement sur BC, AC, AB.

Désignons CM_a, AM_b, BM_c respectivement par ξ, η, ζ.

En C, en A, en B (*fig.* 1), menons des perpendiculaires respectivement sur BC, sur CA et sur AB, les deux premières se coupant en C_1, les deux dernières en A_1, la première et la dernière en B_1, le triangle $A_1B_1C_1$ est circonscrit et semblable à ABC; le centre de similitude de ces deux triangles est à l'intersection des cercles AA_1B, BB_1C, CC_1A, qui se coupent au point direct de *Brocard* ω.

On sait que le rapport de similitude de ces deux triangles $\frac{BC}{B_1C_1}$ est est tang ω, ω désignant l'angle de Brocard du triangle ABC.

Les quantités ξ, η, ζ sont évidemment les coordonnées normales du point M par rapport au triangle de référence $A_1B_1C_1$; si m est un point du triangle ABC qui, par rapport à ce triangle, ait des coordonnées normales α, β, γ telles que $\frac{\alpha}{\xi} = \frac{\beta}{\eta} = \frac{\gamma}{\zeta}$ les deux points m et M seront des points homologues des triangles ABC, $A_1B_1C_1$; le triangle $m\omega M$ est toujours semblable à lui-même; il est rectangle en ω, et l'angle en M est l'angle de Brocard.

Nous avons vu (J. E., 1885, p. 219) que la somme des puissances dont parle l'énoncé est, pour le point cherché :

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3},$$

et nous avons trouvé (*loco citato*) :

$$\xi = \frac{3a^2 + c^2 - b^2}{6a}; \quad \eta = \frac{3b^2 + a^2 - c^2}{6b}; \quad \zeta = \frac{3c^2 + b^2 - a^2}{6c};$$

il est facile de voir que l'on peut aussi écrire :

$$\xi = \frac{a + c\cos B}{3}; \quad \eta = \frac{b + a\cos C}{3}; \quad \zeta = \frac{c + b\cos A}{3},$$

ce qui donne une construction fort simple du point M, puisque $c\cos B$, par exemple, est le segment de BC compris entre le point B et la hauteur partant de A.

Le point M a pour coordonnées normales absolues

$$\frac{2R}{3}(2\cos A - \cos B\cos C), \text{ etc.},$$

ce qui montre que : M *est sur la ligne qui joint le centre* O *du cercle circonscrit à l'orthocentre* H, *et que l'on a :*

$$\frac{MO}{MH} = \frac{1}{4},$$

c'est-à-dire que M *est le symétrique du centre de gravité* G *par rapport au centre* O *du cercle circonscrit.*

Le point M *est sur la droite qui joint le point* R *de Steiner au réciproque* H′ *de l'orthocentre* :

$$\frac{\cos A}{a^2}, \quad \frac{\cos B}{b^2}, \quad \frac{\cos C}{c^2}.$$

Nous avons déjà plusieurs fois rencontré le point H′ et son inverse. (Voir, par exemple, 1886, S. M., Théorème V, page 129, *errata* après la table.)

La droite RH′ a pour équation

$$\Sigma \alpha a^3 \sin(B - C)[\cos A - 2\cos B\cos C] = 0,$$

et la droite

$$\Sigma \alpha a^3 \sin(B - C)[2\cos A - \cos B\cos C]$$

est parallèle à OH.

Appelons respectivement $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$, $\overline{X_3}$ les puissances d'un point X par rapport aux cercles décrits sur MA, MB, MC comme diamètre (M étant un point quelconque du plan); de sorte, par exemple, que $\overline{A_2}$, $\overline{A_3}$ représenteront respectivement les puissances de A par rapport aux cercles décrits sur MB et sur MC comme diamètres.

Proposons-nous de déterminer M de façon que

$$\overline{A_3} = \overline{B_1} = \overline{C_2}$$

ou que

$$\overline{A_2} = \overline{B_3} = \overline{C_1}$$

on trouve que la valeur commune de ces puissances est

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{6}.$$

Dans le premier cas, on a pour le point M

$$a\xi = b\eta_1 = c\zeta = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{6}.$$

Les coordonnées normales absolues de M sont alors :

$$\frac{1}{3}\frac{a + c\cos B}{\operatorname{tg} A} + \frac{1}{6S}a(b^2 - c^2), \text{ etc.},$$

c'est le centre de gravité de $A_1B_1C_1$.

Dans le second cas, on a pour le point M

$$a(a - \xi) = b(b - \eta_1) = c(c - \zeta) = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{6}$$

et les coordonnées normales absolues de M sont :

$$\frac{1}{3}\frac{a + b\cos c}{\operatorname{tg} A} + \frac{1}{6S}a(c^2 - b^2), \text{ etc.},$$

c'est le centre de gravité du second triangle orthogonalement circonscrit à ABC dont les côtés sont perpendiculaires à BC, AC, AB en B, C, A.

La droite qui joint ces deux points a évidemment son milieu au centre du cercle circonscrit.

On trouve encore facilement d'autres points remarquables en cherchant par exemple le point M pour lequel on a $\xi = \eta_1 = \zeta$. C'est le centre I_1 du cercle inscrit à $A_1B_1C_1$, et l'on a, d'après ce qui précède, I étant le centre du cercle inscrit à ABC, $I\omega I_1 = 90^\circ$, $\omega I_1 I =$ l'angle de *Brocard;* le centre du cercle ex-inscrit à $A_1B_1C_1$ touchant A_1B_1 serait le point de ABC pour lequel $\xi = \eta_1 = -\zeta$, etc.; en cher-

chant les points pour lesquels les sommes $\overline{A_2} + \overline{A_3}$, $\overline{B_1} + \overline{B_3}$, $\overline{C_2} + \overline{C_1}$ sont proportionnelles, ou inversement proportionnelles à a, b, c à a^2, b^2, c^2 à $b^2 \pm c^2$, $c^2 \pm a^2$, $a^2 \pm b^2$, etc.; ou le point pour lequel les quadrilatères MM_aCM_b, MM_bAM_c, MM_cBM_a ont le même périmètre, ou bien pour lequel la somme des carrés des neuf longueurs différentes qui forment les côtés de ces quadrilatères soit *minima*, etc., etc.

Nous avons vu (J. E., 1885; *loco citato*) que l'on a la relation

$$a\xi + b\eta + c\zeta = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2);$$

mais en projetant le périmètre de MM_aCM_b sur CA ou sur CB, etc., il est facile d'arriver aux relations linéaires qui expriment α, β, γ en fonction de ξ, η, ζ. Ce sont :

$$\xi = \frac{\alpha \cos C + \beta}{\sin C} \qquad \alpha = \frac{\xi \cos A \cos B \sin C - \eta \sin A \cos B + \zeta \sin B}{1 + \cos A \cos B \cos C};$$

$$\eta = \frac{\beta \cos A + \gamma}{\sin A} \qquad \beta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\zeta = \frac{\gamma \sin B + \alpha}{\sin B} \qquad \gamma = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

2. Nous avons montré (Voir A. F., Congrès de Lyon, 1873, p. 95, n° XVI) que si sur la hauteur partant de A on prend à partir de A et dans le même sens que MM_a une longueur égale à $2MM_a$ et que par l'extrémité de la longueur ainsi obtenue on mène une parallèle à BC, on obtient en opérant ainsi pour les deux autres sommets (c'est-à-dire en prenant sur la hauteur partant de B, et à partir de B dans le même sens que MM_b, une longueur égale à $2MM_c$, et par l'extrémité de la longueur ainsi obtenue en menant une parallèle à AC, etc.), trois droites concourant en un même point M'.

L'équation de la parallèle à BC est :

$$-2a^2\alpha\xi + b\eta(b\beta + c\gamma - a\alpha) + c\zeta(c\gamma + b\beta - a\alpha) = 0.$$

Les coordonnées de M' (α, β, γ étant celles de M) sont :

$$\frac{c\gamma + b\beta - a\alpha}{a}, \text{ etc.}$$

si, au contraire, α, β, γ représentent celles de M', celles de M seront :

$$\frac{b\beta + c\gamma}{a}, \text{ etc.}$$

La ligne MM′ passe toujours par le centre de gravité G de ABC, et l'on a : $GM' = 2MG$.

Remarques : 1° Si le point M est le point de *Lemoine*, M′ est le point $\frac{\cos A}{a^2}$ (Voir plus haut), symétrique de G par rapport au point de *Lemoine* ;

2° Si M est l'orthocentre, M′ est le point $\cos A - \cos B \cos C$,

3° Le point $\frac{a^4 + b^2c^2}{a}$, appartient à la droite OH et à la droite qui joint le point $\frac{1}{a^3}$ à son inverse ; le point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc., appartient aussi à cette dernière droite.

Le point $\frac{a^4 + b^2c^2}{a}$ a été rencontré par M. *Brocard*. (*Mémoires de l'Académie de Montpellier*, 1886.)

Le point $\frac{a^4 + b^2c^2}{a}$, et le point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, sont conjugués harmoniques par rapport au point $\frac{1}{a^3}$, et au point a^3.

Ces propositions se généralisent également par les voies projectives.

§ 2. — DIVERSES PROPRIÉTÉS DES POINTS DE BROCARD.

1. *Par un point* O *(fig. 2) du plan, on mène :*

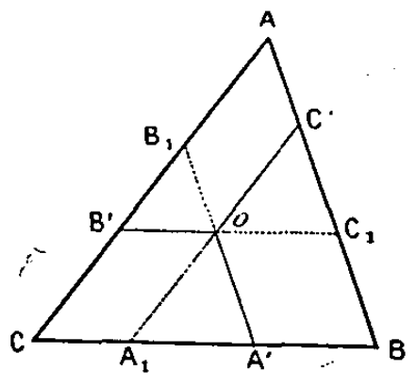


Fig. 2.

$OA_1 = \xi_1$ *parallèle à* CA, A_1 *étant sur* BC
$OB_1 = \eta_1$ . . . . . AB, B_1 . . . . . CA
$OC_1 = \zeta_1$ . . . . . BC, C_1 . . . . . AB
$OA' = \xi'$ . . . . . AB, A′ . . . . . BC
$OB' = \eta'$ . . . . . BC, B′ . . . . . CA
$OC' = \zeta'$ . . . . . CA, C′ . . . . . AB

Si O *est le point direct de* Brocard $\left(\frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{a}{b}\right)$,

La somme $\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2$ *est un minimum.*

Le lieu des points pour lesquels cette somme est constante est une ellipse qui a pour centre le point direct de Brocard.

Si O *est le point rétrograde de* Brocard, $\left(\frac{c}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}\right)$,

La somme $\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2$ *est un minimum.*

Le lieu des points pour lesquels cette somme est constante est une ellipse qui a pour centre le point rétrograde de Brocard.

La valeur commune du minimum des deux sommes est :

$$\frac{a^2b^2c^2}{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}.$$

Remarque. — J'ai déjà donné cette propriété (J. E., 1884, problème XIX, p. 30, n° IV), sans dire que les points en question étaient les points de *Brocard;* cela tient à la très ancienne *rédaction* de ces exercices, alors que l'attention n'avait pas encore été attirée par M. *Brocard* sur ces points remarquables. Lorsque j'ai donné les feuilles à l'impression, la coïncidence m'a échappé.

Si l'on cherche le lieu des points pour lesquels on a

$$\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 = \xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2$$

on trouve l'hyperbole équilatère

$$a^2\alpha^2(b^2 - c^2) + b^2\beta^2(c^2 - a^2) + c^2\gamma^2(a^2 - b^2) = 0.$$

qui passe par le centre du cercle inscrit et par les centres des cercles ex-inscrits, par le centre de gravité et par le symétrique de chaque sommet par rapport au milieu du côté opposé; son centre est le point R de *Steiner*.

Cette conique est à elle-même triplement soit associée (Voir A. F., Congrès de Blois 1884, page 49 et suiv.), nous l'avons déjà rencontrée (Voir A. F., Congrès de Grenoble. § 2, 5, page 28.).

La tangente à cette courbe au centre o du cercle inscrit est la droite qui a pour équation :

$$a^2(b^2 - c^2)\alpha + b^2(c^2 - a^2)\beta + c^2(a^2 - b^2)\gamma = 0$$

elle passe par le point $\frac{1}{a^2}$, etc., réciproque du centre du cercle inscrit, et les tangentes aux centres des cercles ex-inscrits o_a, o_b, o_c, sont évidemment les associées en A, en B, en C, de cette tangente.

Le triangle ABC et le triangle formé par les trois tangentes en o_a, o_b, o_c, à la conique considérée ont le point : $\frac{1}{a^2(b^2 - c^2)}$ etc., pour centre d'homologie et la tangente en o pour axe d'homologie; cela résulte des propriétés générales des figures associées (Voir A. F., Congrès de Blois, *loco citato*.).

La tangente au centre de gravité a pour équation :

$$\Sigma\, a\alpha(b^2 - c^2) = 0$$

et passe par le point de *Lemoine*,

Les tangentes aux points symétriques des sommets par rapport aux milieux des côtés opposés sont, de même, les associées de la tangente au centre de gravité; ces trois associées forment un triangle qui est homologique avec ABC, leur centre d'homologie est le point R de *Steiner*, les tangentes à l'hyperbole au centre du cercle inscrit et au centre de gravité se coupent au point : $\frac{1}{a(b+c)}$, etc.

2. *Soit* $A_1B_1C_1$ (*fig.* 3) *le triangle obtenu en menant par les sommets de* ABC *des parallèles aux côtés opposés.*

Soit A'B'C' *le triangle formé en menant des tangentes au cercle circonscrit aux sommets* A, B, C.

Les côtés des deux triangles $A_1B_1C_1$, A'B'C' *se coupent en neuf points, savoir :* A, B, C, puis en

A_2 *intersection de* C_1A_1 *et de* A'B'
B_2 . . . . . A_1B_1 . . . B'C'
C_2 . . . . . B_1C_1 . . . C'A'
A_3 . . . . . B_1A_1 . . . A'C'
B_3 . . . . . C_1B_1 . . . B'A'
C_3 . . . . . A_1C_1 . . . C'B'

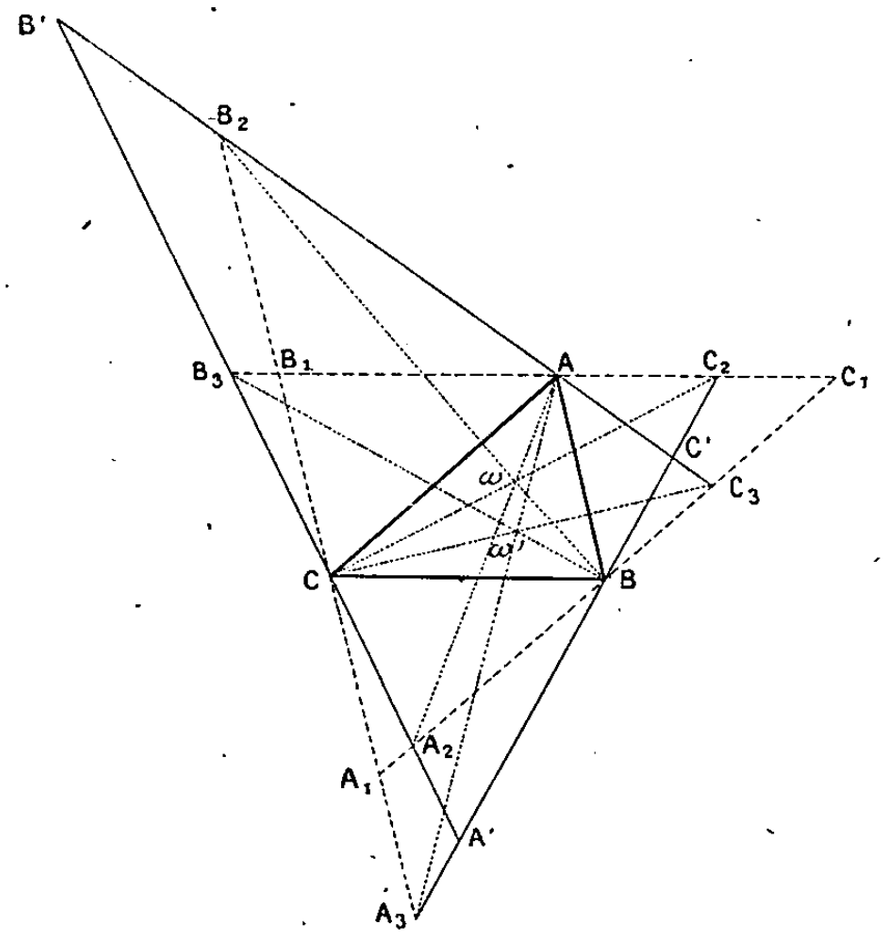


Fig. 3.

Cela posé : 1° *Les trois droites* AA_2, BB_2, CC_2, *passent par le point direct de* Brocard ω :

$$\left(\frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{a}{b}\right),$$

et les trois droites AA_3, BB_3 CC_3 *passent par le point rétrograde de* Brocard ω' :

$$\left(\frac{c}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}\right);$$

2° *Les trois droites* A_2A_3, B_2B_3, C_2C_3 *sont parallèles à la droite de* Brocard ω ω', *c'est-à-dire qu'elles concourent au point inverse du point de* Steiner.

M. *Neuberg* a déjà montré (A. F., Congrès de Grenoble, 1885, p. 89) que le triangle formé par les trois droites A_1A', B_1B', C_1C' est

inscrit à ABC, homologique avec lui, et que leur centre d'homologie est le point R de *Steiner*.

3. Étant donné un triangle ABC (*fig.* 4),

Menons $C_a B_a$ *parallèle à* BC C_a *sur* AC B_a *sur* AB
. . . . . $A_b C_b$ . . . . . CA A_b *sur* AB C_b *sur* BC
. . . . . $B_c A_c$ . . . . . AB A_c *sur* AC B_c *sur* BC .

Étudions l'hexagone $C_a B_a A_b C_b B_c A_b$ déterminé par la condition qu'il soit circonscriptible à une conique, c'est-à-dire que $B_a B_c$, $C_a C_b$, $A_c A_c$ se coupent en un même point O.

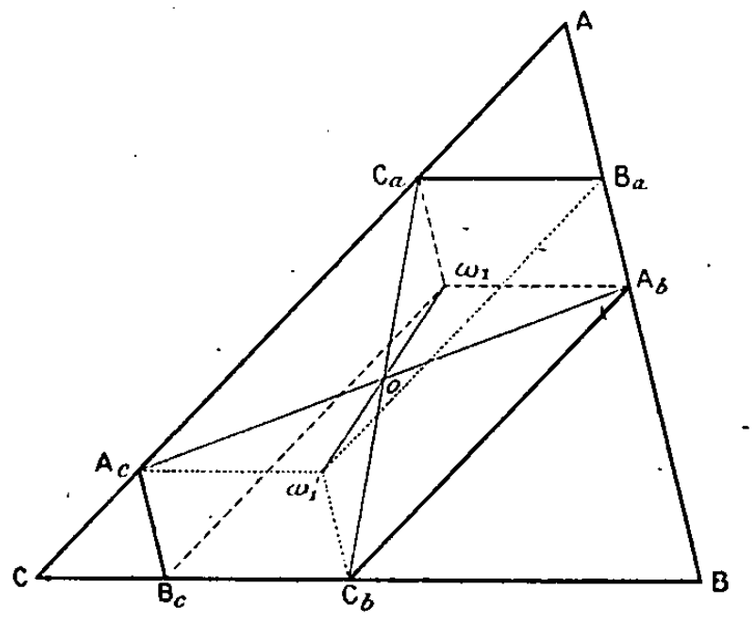


Fig. 4.

Nous nous sommes, sous une autre forme, déjà occupé de la question. (A. F., Congrès de Nancy, IV, 1886, p. 95.)

Il est facile de démontrer :

1° Que le point O est le milieu de chacune de ces diagonales ;

2° Que les côtés parallèles sont égaux, c'est-à-dire que l'on a : $C_a B_a = B_c C_b$; $C_b A_b = C_a A_c$; $B_a A_b = B_c A_c$;

3° Que O est le centre de la conique *inscrite* à l'hexagone, et aussi celui de la conique *circonscrite* au même hexagone.

4° Que : à chaque point O du plan correspond un et un seul hexagone $C_a B_a A_b C_b B_c A_c$.

5° Que l'on a :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \qquad (1)$$

en désignant pour abréger l'écriture $B_a C_a$, $C_b A_b$, $A_c B_c$ respectivement par x, y, z.

Nous savons que si par un point O′ on mène des parallèles aux trois côtés et que l'on appelle x', y', z' les parties de ces parallèles comprises entre les côtés, on a :

$$\frac{x'}{a} + \frac{y'}{b} + \frac{z'}{c} = 2 .$$

On en tire :

$$\frac{\left(\frac{x'}{2}\right)}{a} + \frac{\left(\frac{y'}{2}\right)}{b} + \frac{\left(\frac{z'}{2}\right)}{c} = 1 . \qquad (2)$$

La comparaison de (1) et de (2) montre que : à chaque point O′ du plan déterminé par les longueurs x', y', z' correspondra un hexagone $C_a\,B_a\;A_b\,C_b\;B_c\,A_c$ et un seul, tel que

$$C_a\,B_a = \frac{x'}{2} \qquad A_b\,C_b = \frac{y'}{2} \qquad B_c\,A_c = \frac{z'}{2},$$

et, par suite, un point O.

Cet hexagone s'obtient évidemment en joignant O′A, O′B, O′C et en menant par les milieux de O′A, de O′B, de O′C des parallèles à BC, CA, AB; ces parallèles et les côtés du triangle formant l'hexagone.

Nous nous sommes souvent occupé de questions se rapportant aux trois droites x', y', z'. Ce qui précède montre que chaque question résolue pour ces droites donne une question résolue pour l'hexagone et réciproquement.

Ainsi : 1° Le point O′ pour lequel on a $x' = y' = z'$ (Voir Mathésis, 1881, p. 149, et J. E., 1884, p. 102, 6°.) donne l'hexagone équilatéral, les coordonnées de O sont alors : $b + c$, $c + a$, $a + b$ point déjà souvent rencontré, c'est le point supplémentaire du point de *Lemoine*.

2° Le point $O'\left(\frac{p-a}{a}, \frac{p-b}{b}, \frac{p-c}{c}\right)$ ou point de *Nagel* pour lequel on a : $\frac{x'}{a^2} = \frac{y'}{b^2} = \frac{z'}{c^2}$ (Voir A. F., Congrès de la Rochelle, 1882, t. IX, pp. 118 et suiv., c'est le point ω_1.) donne l'hexagone pour lequel on a : $\frac{x}{a^2} = \frac{y}{b^2} = \frac{z}{c^2}$.

Soit λ le centre du cercle inscrit à ABC, G *est situé entre* O′ *et* λ, on a alors : $2\lambda G = GO'$, et O est le point : $\frac{2p-a}{a}$, c'est le point θ. (Voir A. F., Congrès de La Rochelle, page 110.) qui est aussi sur la ligne λG (O est entre O′ et G); on a :

$$\frac{\lambda O}{\lambda G} = \frac{3}{2}, \quad \frac{GO}{GO'} = \frac{1}{4}.$$

3° Si O′ est le point : $\frac{3a^2 - b^2 - c^2}{a}$, O est le point de *Lemoine*, en général si α, β, γ sont les coordonnées normales de O′ celles de O seront :

$$\frac{2a\alpha + b\beta + c\gamma}{a}, \quad \frac{a\alpha + 2b\beta + c\gamma}{b}, \quad \frac{a\alpha + b\beta + 2c\gamma}{c};$$

de même si $\xi, \eta, \zeta,$ sont les coordonnées normales de O ; celles de O′ sont :

$$\frac{3a\xi - b\eta - c\zeta}{a}, \quad \frac{-a\xi + 3b\eta - c\zeta}{b}, \quad \frac{-a\xi - b\eta + 3c\zeta}{c},$$

et la droite OO′ a pour équation :

$$\Sigma\, a\alpha(b\eta - c\zeta) = 0$$

α, β, γ étant les coordonnées courantes et ξ, η, ζ celles du point O.

Cette droite passe toujours par le centre de gravité G.

Soient maintenant α, β, γ les coordonnées de O′.

Si par C_a et B_a on mène des parallèles respectivement à AB et à AC

. . . . A_b et C_b . . . . . BC et à BA

. . . . B_c et A_c . . . . . CA et à CB

Ces six droites se couperont en deux points, savoir :

Celles partant de B_a, C_b, A_c en un point

$$\frac{a\alpha + b\beta}{a}, \quad \frac{b\beta + c\gamma}{b}, \quad \frac{c\gamma + a\alpha}{c}.$$

que nous appellerons ω_1.

Celles partant de C_a, A_b, B_c en un point

$$\frac{a\alpha + c\gamma}{a}, \quad \frac{b\beta + a\alpha}{b}, \quad \frac{c\gamma + b\beta}{c}.$$

que nous appellerons ω_1'.

4° Si O′ est le point pour lequel $x'^2 + y'^2 + z'^2$ est minimum (J. E., 1883, VII, p. 242) point qui a pour coordonnées

$$\frac{a^2b^2 + a^2c^2 - b^2c^2}{a}, \text{ etc.;}$$

appelons aussi Φ ce point, ainsi que nous l'avons déjà nommé à propos d'autre chose (A. F., Congrès de Grenoble, 1885, § 2, 5, p. 28.) la somme des carrés des côtés de l'hexagone sera minimum.

O sera le point $a(b^2 + c^2)$, etc., milieu de la ligne qui joint les points de Brocard.

ω_1 sera le point rétrograde de Brocard $\left(\frac{c}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}\right)$

ω_1' . . . . . direct . . . . . $\left(\frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{a}{b}\right)$

Φ est à l'intersection des trois droites qui joignent le pied d'une symédiane sur un côté au symétrique du sommet opposé par rapport au milieu de ce côté.

Φ qui est l'anticomplémentaire du réciproque du point de *Lemoine* est donc sur la droite qui joint le milieu de la distance des points de *Brocard* au point D : $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{b^3}$, $\frac{1}{c^3}$ réciproque du point de *Lemoine* aussi l'un des centres d'homologie de ABC et du premier triangle de *Brocard*.

Cette droite a pour équation

$$\Sigma\, a^3 (b^2 - c^2)\, \alpha = 0$$

elle contient le centre de gravité.

Φ est encore sur la droite qui joint le point $a \cos A$, etc., (inverse du réciproque du point cotg A, etc.) au point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc.

(Voir N. A., 1885, § 1, nº 4, p. 204, et plus haut à la fin du § 1.)

Si par le point où ΦA coupe BC on mène des parallèles aux côtés AB, AC elles coupent ces deux côtés en deux points; opérant d'une façon analogue pour les points où BΦ, CΦ coupent AC et AB on sait (N. A., *loco citato*) que les six points obtenus sont concycliques; le segment intercepté sur BC est :

$$\frac{b^2 (c^4 - a^2b^2) + c^2 (b^4 - a^2c^2)}{2ab^2c^2},$$

et les puissances de A, B, C par rapport à ce cercle sont inversement proportionnelles aux distances de Φ aux trois côtés.

5º Si l'on cherche le lieu des points O pour lesquels la somme $\overline{B_a C_a}^2 + \overline{C_b A_b}^2 + \overline{A_c B_c}^2$ est constante on trouve des ellipses homothétiques qui ont pour centre le point $a(b^2 + c^2)$, etc.

Si l'on cherche le lieu des points O pour lesquels la somme $B_a C_a + C_b A_b + A_c B_c$ est constante, on trouve des droites parallèles à la la droite $a^2\alpha + b^2\beta + c^2\gamma = 0$ qui est la réciproque de la droite qui joint les pieds des bissectrices extérieures, etc., etc.

6º Si les coordonnées de O′ sont

$$b + c - \frac{bc}{a}, \quad a + c - \frac{ac}{b}, \quad a + b - \frac{ab}{c},$$

c'est-à-dire si O′ est le point pour lequel on a $x' = y' = z'$ (J. E., 1884, XXXIII, p. 101.) ω_1 et ω_1' sont les points de M. Jérabek b, c, a; a, c, b.

Si O′ a pour coordonnées

$$\frac{a^2b^2 + b^2c^2 - a^2c^2}{a}, \quad \frac{b^2c^2 + a^2c^2 - a^2b^2}{b}, \quad \frac{a^2c^2 + a^2b^2 - b^2c^2}{c},$$

ω_1' est le point direct de Brocard $\frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{a}{b}$,

ω' est le point $\frac{1}{a^3} : \frac{1}{b^3} : \frac{1}{b^3}$, centre d'homologie de ABC et du premier triangle de Brocard.

Si O′ a pour coordonnées

$$\frac{a^2c^2 + b^2c^2 - a^2b^2}{a}, \quad \frac{a^2b^2 + a^2c^2 - b^2c^2}{b}, \quad \frac{c^2b^2 + a^2b^2 - a^2c^2}{c}.$$

ω_1' est le point $\frac{1}{a^3} : \frac{1}{b^3} : \frac{1}{c^3}$.

ω_1 est le point rétrograde de Brocard.

7° Soient h_a, h_b, h_c les trois hauteurs de ABC.

Si O′ est le point $4r - h_a$, $4r - h_b$, $4r - h_c$. (Voir J. S., 1886, p. 9, et 1883, pp. 5, 27, etc., et A. F., Congrès de Lyon, 1873, p. 94, et Congrès de La Rochelle, p. 110.)

O est le centre du cercle inscrit.

ω_1' a pour coordonnées $\frac{p-b}{a}, \frac{p-c}{b}, \frac{p-a}{c}$,

ω_1 . . . . . $\frac{p-c}{a}, \frac{p-a}{b}, \frac{p-b}{c}$,

et l'hexagone $B_c\ C_b\ A_b\ B_a\ C_a\ A_c$ est circonscrit au cercle inscrit.

Si O′ est le point $-4r_a - h_a$, $4r_a - h_b$, $4r_a - h_c$,

O est le centre du cercle ex-inscrit O_a,

ω_1' a pour cordonnées $\frac{p-c}{a}, \frac{p-b}{b}, -\frac{p}{c}$,

ω_1 . . . . . $\frac{p-b}{a}, -\frac{p}{b}, \frac{p-c}{c}$.

§ 3. — SUR LE POINT : $p - a$, $p - b$, $p - c$ ET SUR DIVERS POINTS ANALOGUES.

Une droite $x_a\ y_a$ *(fig. 5) coupe* AC *en* x_a, AB *en* y_a

. . . . . $x_b\ y_b$ . . . . BA . . x_b, BC . . y_b

. . . . . $x_c\ y_c$ . . . . CB . . x_c, CA . . y_c

Appelons aussi *(il ne peut en résulter de confusion) :*

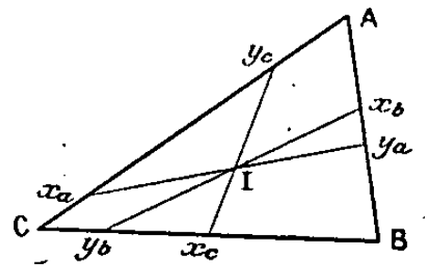


Fig. 5.

+ x_a	*la longueur*	Ax_a	*comptée dans le sens*	AC
+ y_a	. . . . .	Ay_a	. . . . .	AB
+ x_b	. . . . .	Bx_b	. . . . .	BA
+ y_b	. . . . .	By_b	. . . . .	BC
+ x_c	. . . . .	Cx_c	. . . . .	CB
+ y_c	. . . . .	Cy_c	. . . . .	CA

Proposons-nous de trouver :

1° La relation entre x_a , y_a , x_b , y_b , x_c , y_c *pour que les trois droites* $x_a y_a$, $x_b y_b$, $x_c y_c$ *se coupent en un même point.*

2° De trouver le point I *du plan pour lequel on a :*

$$x_a = y_a = x_b = y_b = x_c = y_c .$$

En prenant pour axe des x : CB et pour axe des y : CA, la droite $x_c\ y_c$ a pour équation :

$$\frac{x}{x_c} + \frac{y}{y_c} = 1 . \tag{1}$$

En prenant pour axe des x : AC et pour axe des y : AB, la droite $x_a\ y_a$ a pour équation :

$$\frac{x}{x_a} + \frac{y}{y_a} = 1 ,$$

qui, ramenée aux axes CB et CA, devient :

$$\frac{ab - ay - bx}{ax_a} + \frac{cx}{ay_a} = 1 . \tag{2}$$

En prenant pour axe des x : BA et pour axe des y : BC, la droite $x_b\ y_b$ a pour équation :

$$\frac{x}{x_b} + \frac{x}{y_b} = 1 ,$$

qui, ramenée aux axes CB et CA, devient :

$$\frac{cy}{bx_b} + \frac{ac - ay - bx}{by_b} = 1 . \tag{3}$$

Si nous exprimons que (1), (2), (3) représentent des droites concourantes, il viendra, toutes réductions faites :

$$\begin{cases} abc\,(x_a x_b x_c + y_a y_b y_c) + a^2 x_a x_b y_a y_c + b^2 x_b x_c y_b y_a \\ \qquad + c^2 x_c x_a y_c y_b - bc\,x_c y_b\,(x_a x_b + y_a y_c) \\ - ca\,x_a y_c (x_b x_c + y_b y_a) - ab\,x_b y_a (x_c x_a + y_c y_b) = 0 . \end{cases} \tag{4}$$

C'est la relation cherchée; elle donne la solution de la première question. La deuxième question se déduit de la relation (4) en y posant :

$$\xi = x_a = x_b = x_c = y_a = y_b = y_c ;$$

on trouve :

$$\xi = \frac{2abc}{-\Sigma a^2 + 2\Sigma bc} = \frac{2RS}{r(4R + r)} .$$

Les droites $x_a y_a$, $x_b y_b$, $x_c y_c$ se coupent alors au point I : $p - a$, $p - b$, $p - c$.

C'est le point que nous avons déjà rencontré plusieurs fois. (Voir A. F., Congrès de Rouen, 1883; pp. 123 et suiv., nous l'y nommions ω_1), etc. C'est le point de *Lemoine* du triangle $o_a o_b o_c$; ce point I est le centre d'homothétie de $o_a o_b o_c$ et d'un triangle formé par les trois droites $x_a y_a$, $x_b y_b$, $x_c y_c$ lorsque $x_a = y_a = x_b = y_b = x_c = y_c$.

La formule (4) se prête à une fort intéressante discussion ; en supposant les quantités x_a , x_b , x_c , y_a , y_b , y_c toujours égales entre elles, en valeur absolue, mais en faisant varier leurs signes, on trouvera qu'il y a en tout seize combinaisons possibles telles que les droites $x_a y_a$, $x_b y_b$, $x_c y_c$ se coupent en un même point, et l'on trouverait facilement aussi les propriétés caractéristiques de ces seize points, propriétés que nous allons mettre tout à l'heure en lumière en traitant géométriquement la question.

Si les trois droites $x_a y_a$, $x_b y_b$, $x_c y_c$ *passent par le point de* Gergonne *du cercle inscrit* (Voir A. F., Congrès de Nancy, p. 84), $\frac{1}{a(p-a)}$, $\frac{1}{b(p-b)}$, $\frac{1}{c(p-c)}$, *et que l'on ait* $x_a = y_a$, $x_b = y_b$, $x_c = y_c$, *l'hexagone* $y_b x_a y_c x_b y_a x_c$ *sera inscriptible à une circonférence dont le centre est le centre du cercle inscrit et qui intercepte sur chaque côté de* ABC *une corde égale à* $\frac{2S}{4R + r}$.

Il y a des théorèmes analogues pour les points de *Gergonne* des cercles ex-inscrits.

Si les trois droites $x_a y_a$, $x_b y_b$, $x_c y_c$ *passent par l'un des points* o , o_a , o_b , o_c , *centres d'un des cercles tangents aux trois côtés du triangle, et que l'on ait aussi* $x_a = y_a$, $x_b = y_b$, $x_c = y_c$, *les valeurs absolues de* x_a , x_b , x_c *sont inversement proportionnelles à* a , b, c .

Si par le point I : $p - a$, $p - b$, $p - c$, *on mène des parallèles aux trois côtés, deux côtés et les deux parallèles à ces côtés menées par* I *forment un parallélogramme ; le périmètre de ce parallélogramme est le même, quels que soient les deux côtés considérés ; la valeur de ce périmètre est* $\frac{4RS}{r(4R + r)}$.

Il y a une propriété analogue pour les trois points :

$$\begin{aligned} I^a &: p , \ p - c , \ p - b . \\ I^b &: p - c , \ p . \ p - a . \\ I^c &: p - b . \ p - a , \ p . \end{aligned}$$

Ces points sont les points ω_a , ω_b , ω_c du Congrès de Rouen. (A. F., 1883, p. 124.)

Nous avons dit que le point I et son inverse ont été rencontrés très souvent, par exemple, encore au Congrès de Nancy. (A. F., 1886, p. 94.)

ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DE LA MÊME QUESTION.

De chaque sommet de ABC comme centre décrivons un cercle de rayon quelconque ς. (*fig.* 6.)

Le cercle décrit de C comme centre coupera :

CB en x_c entre C et B, puis en x'_c
CA . . y_c . . . C . . A, ... y'_c

Le cercle décrit de B comme centre coupera :

BA en x_b entre B et A, puis en x'_b
BC . . y_b . . . B . . C, ... y'_b

Le cercle décrit de A comme centre coupera :

AC en x_a entre A et C, puis en x'_a
AB . . y_a . . . A . . B, ... y'_a

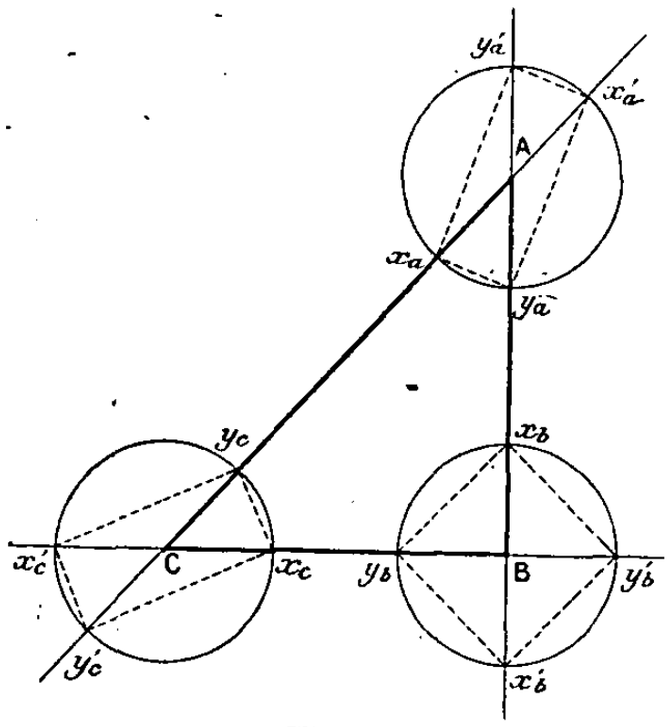


Fig. 6.

Considérons les trois rectangles $x_a\, y_a\, x'_a\, y'_a$, $x_b\, y_b\, x'_b\, y'_b$, $x_c\, y_c\, x'_c\, y'_c$.

Si l'on fait varier ς, l'intersection de $x_a\, y_a$ et de $x_b\, y_b$ décrira une droite, ainsi que l'intersection de $x_b\, y_b$ avec $x_c\, y_c$ et celle de $x_c\, y_c$ avec $x_a\, y_a$: ces trois droites se couperont au point I : $p - a$, $p - b$, $p - c$.

Cela posé, les quatre côtés du rectangle :

$x_a\, y_a\, x'_a\, y'_a$ coupent ceux du rectangle $x_b\, y_b\, x'_b\, y'_b$ en 16 points.
$x_b\, y_b\, x'_b\, y'_b$ . . . . . $x_c\, y_c\, x'_c\, y'_c$ . . . . . .
$x_c\, y_c\, x'_c\, y'_c$ . . . . . $x_a\, y_a\, x'_a\, y'_a$ . . . . . .

en tout, quarante-huit points.

Si ς varie, ces quarante-huit points décrivent *vingt-quatre* droites seulement, ainsi qu'il est facile de le reconnaître; si l'une de ces droites, *représentant le lieu d'intersection d'un des côtés du rectangle* $x_a\, y_a\, x'_a\, y'_a$ *avec un des côtés du rectangle* $x_b\, y_b\, x'_b\, y'_b$,

coupe une autre de ces droites, *représentant le lieu d'intersection d'un autre des côtés de* $x\ y_b\ x'_b\ y'_b$ *avec un côté de* $x_c\ y_c\ x'_c\ y'_c$ au même point qu'une troisième droite, *lieu d'intersection d'un autre côté de* $x_c\ y_c\ x'_c\ y'_c$ *avec un des trois côtés restants de* $x_a\ y_a\ x'_a\ y'_a$ il est évident que ce point sera tel que, au signe près, on aura $x_a = y_a = x_b = y_b = x_c = y_c$ et donnera un point analogue au point I.

Le problème sera donc complètement résolu et discuté, si nous étudions le réseau formé par les vingt-quatre droites, lieu des quarante-huit points ci-dessus désignés.

Soient A′, B′, C′ les milieux de BC, CA, AB.

Convenons de représenter par M(XY) la droite passant par M et parallèle à la droite XY.

Voici le tableau qui détermine ces vingt-quatre droites :

Le lieu d'intersection de

$x_a\ y_a$	avec	$x_b\ y_b$	et de	$x'_a\ y'_a$	avec	$x'_b\ y'_b$	est la droite o_c C′
$x_b\ y_b$	. . .	$x_c\ y_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . . . . o_a A′
$x_c\ y_c$	. . .	$x_a\ y_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . . . . o_b B′
$x_a\ y_a$	. . .	$x_b\ y'_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x'_b\ y_b$	. . . . . o_b C′
$x_b\ y_b$	. . .	$x_c\ y'_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x'_c\ y_c$	. . . . . o_c A′
$x_c\ y_c$	. . .	$x_a\ y'_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x'_a\ y_a$	. . . . . o_a B′
$x_a\ y_a$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x_a\ y_a$	. . . . . o_c (AB)
$x_b\ y_b$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x_b\ y_b$	. . . . . o_a (BC)
$x_c\ y_c$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x_c\ y_c$	. . . . . o_b (CA)
$x_a\ y_a$	. . .	$x'_b\ y_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x_b\ y'_b$	. . . . . o_b (AB)
$x_b\ y_b$	. . .	$x'_c\ y_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x_c\ y'_c$	. . . . . o_c (BC)
$x_c\ y_c$	. . .	$x'_a\ y_a$	. . .	$x'_c\ y_c$	. . .	$x_a\ y'_a$	. . . . . o_a (CA)
$x_a\ y'_a$	. . .	$x_b\ y_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x_b\ y_b$	. . . . . o_a C′
$x_b\ y'_b$	. . .	$x_c\ y_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x_c\ y_c$	. . . . . o_b A′
$x_c\ y'_c$	. . .	$x_a\ y_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x_a\ y_a$	. . . . . o_c B′
$x_a\ y'_a$	. . .	$x_b\ y'_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x_b\ y'_b$	. . . . . o C′
$x_b\ y'_b$	. . .	$x_c\ y'_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x_c\ y'_c$	. . . . . o A′
$x_c\ y'_c$	. . .	$x_a\ y'_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x_a\ y'_a$	. . . . . o B′
$x_a\ y'_a$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . . . . o_a (AB)
$x_b\ y'_b$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . . . . o_b (BC)
$x_c\ y'_c$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . . . . o_a (CA)
$x_a\ y'_a$	. . .	$x'_b\ y_b$	. . .	$x'_a\ y'_a$	. . .	$x'_b\ y_b$	. . . . . o (AB)
$x_b\ y'_b$	. . .	$x'_c\ y_c$	. . .	$x'_b\ y'_b$	. . .	$x'_c\ y_c$	. . . . . o (BC)
$x_c\ y'_c$	. . .	$x'_a\ y_a$	. . .	$x'_c\ y'_c$	. . .	$x'_a\ y_a$	. . . . . o (CA)

L'équation de :

o_a(AB) est $a\alpha + b\beta + (a - b)\gamma = 0$;
oC', o_cC', o_b(AB) sont ses associées en A, B, C.

o_c(AB) . . $a\alpha + b\beta + (a + b)\gamma = 0$;
o_cC', o_aC', o(AB) sont ses associées en A, B, C.

o_c(AC) . . $a\alpha + (c - a)\beta + c\gamma = 0$;
o_bB', o_a(AC), oB' sont ses associées en A, B, C.

o_b(AC) . . $a\alpha + (c - a)\beta + c\gamma = 0$;
o_cB', o(AC), o_aB' sont ses associées en A, B, C.

o_b(BC) . . $(b - c)\alpha + b\beta + c\gamma = 0$;
o_c(BC), oA', o_aA' sont ses associées en A, B, C.

o_a(BC) . . $(b + c)\alpha + b\beta + c\gamma = 0$;
o(BC), o_cA', o_bA' sont ses associées en A, B, C.

D'après ce qui précède, on construit douze de ces vingt-quatre droites en joignant chacun des points o, o_a, o_b, o_c aux trois points A', B', C' et les douze autres en menant par chacun des points o, o_a, o_b, o_c des parallèles à BC, à CA et à AB.

Les trois droites de chacun des quatre groupes o_aA', o_bB', o_cC'; oA', o_b(AB), o_c(AC); oB', o_c(BC), o_a(BA); oC', o_a(CA), o_b(CB) se coupent respectivement aux points I, I_a, I_b, I_c.

I, a pour coordonnées $p - a$, $p - b$, $p - c$ et I_a, I_b, I_c sont ses associés en A, en B et en C.

Pour le point I, on a :

$$x_a = y_a = x_b = y_b = x_c = y_c = \frac{2RS}{r(4R + r)} = \frac{2abc}{-\Sigma a^2 + 2\Sigma bc}.$$

Pour le point I_a, on a :

$$x_a = y_a = -x_b = y_b = x_c = -y_c = \frac{2Rr_br_c}{S} = \frac{abc}{2(p - c)(p - c)}.$$

Pour le point I_b, on a :

$$x_a = -y_a = x_b = y_b = -x_c = y_c = \frac{2Rr_ar_c}{S}.$$

Pour le point I_c, on a :

$$-x_a = y_a = x_b = -y_b = x_c = y_c = \frac{2Rr_ar_b}{S}.$$

Les trois droites de chacun des quatre groupes oA', o_cB', o_bC'; o_aA', o_b(AC), o_c(AB); o(AB), o_aB', o_b(BC); o(AC), o_aC', o_c(CB se coupent respectivement aux points I^a, I^a_a, I^a_b, I^a_c.

I^a a pour coordonnées p, $p - c$, $p - b$, et I^a_a, I^a_b, I^a_c sont ses associés en A, en B et en C.

Pour I^a on a $\left\{\begin{array}{c} x_a = y_a = x_b = -y_b = -x_c = y_c = \dfrac{2RS}{r_a(4R - r_a)} \\ = \dfrac{2abc}{\Sigma a^2 - 2bc + 2ac + 2ab} ; \end{array}\right.$

. . . I^a_a . . . $-x_a = -y_a = x_b = y_b = x_c = y_c = \dfrac{2Rr_cr_b}{S}$;

. . . I^a_b . . . $\left\{\begin{array}{c} x_a = -y_a = x_b = -y_b = x_c = y_c = \dfrac{2Rrr_b}{S} \\ = \dfrac{abc}{2(p-a)(p-c)} ; \end{array}\right.$

. . . I^a_c . . . $-x_a = y_a = x_b = y_b = -x_c = y_c = \dfrac{2Rrr_c}{S}$.

Les trois droites de chacun des quatre groupes oB', o_aC', o_cA' ; $o(AB)$, o_bA', $o_a(AC)$; o_bB', $o_c(AB)$, $o_a(BC)$; $o(BC)$, o_bC', $o_c(AC)$ se coupent respectivement aux points I^b, I^b_a, I^b_b, I^b_c .

I^b a pour coordonnées $p - c$, p, $p - a$, et I^b_a, I^b_b, I^b_c sont ses associés en A, en B et en C .

Pour I^b on a $-x_a = y_a = x_b = y_b = x_c = -y_c = \dfrac{2RS}{r_b(4R - r_b)}$;

. . . I^b_a . . . $-x_a = y_a = -x_b = y_b = x_c = y_c = \dfrac{2Rrr_a}{S}$;

. . . I^b_b . . . $x_a = y_a = -x_b = -y_b = x_c = y_c = \dfrac{2Rr_ar_c}{S}$;

. . . I^b_c . . . $x_a = y_a = x_b = -y_b = x_c = -y_c = \dfrac{2Rrr_c}{S}$.

Les trois droites de chacun des quatre groupes oC', o_aB', o_cA' ; $o(AC)$, $o_a(AB)$, o_cA' ; $o(BC)$, $o_b(AB)$, o_cB' ; o_cC', $o_a(BC)$, $o_b(AC)$ se coupent respectivement aux points I^c, I^c_a, I^c_b, I^c_c :

I^c a pour coordonnées $p - b$, $p - a$, p, et I^c_a, I^c_b, I^c_c sont des associés en A, en B et en C .

Pour I^c on a $x_a = -y_a = -x_b = y_b = x_c = y_c = \dfrac{2RS}{r_c(4R - r_c)}$;

. . . I^c_a . . . $x_a = -y_a = x_b = y_b = x_c = -y_c = \dfrac{2Rrr_a}{S}$;

. . . I^c_b . . . $x_a = y_a = -x_b = y_b = -x_c = y_c = \dfrac{2Rrr_b}{S}$;

. . . I^c_c . . . $x_a = y_a = x_b = y_b = -x_c = -y_c = \dfrac{2Rr_ar_b}{S}$.

Les points I, I^a, I^b, I^c, ont déjà été rencontrés par nous à propos d'une autre question. (Voir A. F., Congrès de Rouen, 1883, p. 123 et suiv.; ce sont les points ω_1, ω_a, ω_b, ω_c .)

Ces seize points et ces vingt-quatre droites que nous venons de considérer jouissent de nombreuses propriétés; nous signalerons seulement encore les suivantes :

$I^b_a\ I^c_a$; $I^c_b\ I^a_b$; $I^a_c\ I^b_c$ *sont respectivement perpendiculaires à* $I_a\ I^a_a$; $I_b\ I^b_b$; $I_c\ I^c_c$;

I^b_a *et* I^c_a *sont à égale distance de* A *ainsi que* I_a *et* I^a_a : $I^b_a\ I^c_a$ *est perpendiculaire à* oA ;

I^c_b *et* I^a_b *sont à égale distance de* B *ainsi que* I_b *et* I^b_b ; $I^c_b\ I^a_b$ *est perpendiculaire à* oB ;

I^a_c *et* I^b_c *sont à égale distance de* C *ainsi que* I_c *et* I^c_c ; $I^a_c\ I^b_c$ *est perpendiculaire à* oC .

Une quelconque des quatre parallèles à BC *coupe les deux côtés* AB, AC *en deux points* M *et* N, A'M *et* A'N *sont aussi deux des vingt-quatre droites, et* A'MN *et* ABC *sont homologiques.*

Une quelconque des quatre droites passant par A' *coupe les deux côtés en* AB, AC *en deux points qui appartiennent chacun à l'une des quatre parallèles à* BC .

M. *Neuberg* m'a fait observer qu'en retournant la proposition relative au point I on pouvait énoncer le joli théorème :

Tout triangle homothétique à ABC *par rapport au point de* Lemoine K *de* ABC *intercepte sur les côtés correspondants du triangle orthique de* ABC *six segments égaux* (comptés à partir des sommets du triangle orthique).

L'épure qui contiendrait les vingt-quatre droites que nous venons d'étudier est très claire avec les dimensions

$$a = 60 \text{ mill.} \quad b = 50 \text{ mill.} \quad c = 40 \text{ mill.}$$

Autres propriétés du point $p-a$, $p-b$, $p-c$.

Par un point, je mène une parallèle à :

BC *qui coupe* AC *en* A_c,	AB *en* A_b
CA	BC . . B_c,	BA . . B_a
AB	CA . . C_a,	CB . . C_b

Déterminer un point I *par les conditions :*

$CA_a + A_cA_b + A_bB = AB_a + B_aB_c + B_cC = BC_b + C_bC_a + C_aA$.

on trouve que le point I a pour coordonnées $p-a$, $p-b$, $p-c$; la valeur de ces sommes est : $\dfrac{4RS}{r(4R+r)}$.

Pour le point I^a dont les coordonnées sont p, $p-c$, $p-b$, on trouve :

$$CA_a - A_cA_b + A_bB = AC_a + C_aC_b - C_bB = AB_a + B_aB_c - B_cC = \frac{4RS}{r_a(4R - r_a)}.$$

REMARQUES. — *Le point* I *est sur la droite qui joint le centre du cercle inscrit au point de* Lemoine. (*La droite qui joint le point* I *à son inverse contient le barycentre.*)

Le point I^a, p, $p-c$, $p-b$ *est sur la droite qui joint le centre* O_a *du cercle ex-inscrit qui touche* BC *entre* B *et* C, *au point de* Lemoine.

Le point $\frac{1}{p-a}, \frac{1}{p-b}, \frac{1}{p-c}$ inverse du point I est le point J étudié par M. *de Longchamps*. (A. F., Congrès de Nancy, 1886, p. 77.)

Le point $\frac{r_b + r_c - r_a}{a}, \frac{r_c + r_a - r_b}{b}, \frac{r_a + r_b - r_c}{c}$, *qui est situé sur la ligne qui joint le point de* Lemoine *au point* I; $p-a$, $p-b$, $p-c$ *est tel que le périmètre de chacun des quadrilatères* CA_cA_bB, AB_aB_cC, BC_bC_aA *est égal à* $2p \cdot \frac{4R - r}{4R + r}$.

Donnons encore ce théorème qui contient une propriété du point de *Lemoine*.

Si A_cA_b *passe par le point de* Lemoine, *la somme* $\overline{CA_c}^2 + \overline{A_cA_b}^2 + \overline{A_bB}^2$ *aura pour valeur* $\frac{a^2(b^2 + c^2)}{a^2 + b^2 + c^2}$ *et est minima.*

Remarquons encore que :

1° *Si* O *est un point quelconque sur l'ellipse qui passe par le centre de gravité et qui est tangente à* CB *en* B *et à* CA *en* A *les deux triangles* OA_cB_c, OB_aA_b *sont équivalents.*

2° *Si* OA, OB, OC *coupent respectivement* BC, AC, AB *en* A', B', C', *le lieu des points* O *pour lesquels les triangles* AB'O, BC'O *sont équivalents est une conique.*

Son équation est : $a^2\alpha^2 - c^2\gamma^2 + cb\gamma\beta - ca\gamma\alpha = 0$; c'est une hyperbole; elle passe par le centre de gravité G de ABC et par le symétrique de C par rapport au milieu de AB; son centre est au milieu de BG; elle est tangente à AB en B, elle passe par le milieu de CB. Enfin elle coupe CA en deux points B_1' et B_1'' qui divisent CA en moyenne et extrême raison, c'est-à-dire que l'on a $CB'^2 = CA \cdot AB_1'$ et $CB_1''^2 = CA \cdot AB_1''$; B_1' étant situé entre A et C et B_1'' à l'extérieur.

L'hyperbole est équilatère si $2a^2 = b^2 + c^2$.

§ 4. — SUR CERTAINS TRIANGLES TRIPLEMENT HOMOLOGIQUES.

Deux triangles ABC, A′B′C′ (Fig. 7) *sont triplement homologiques**, *c'est-à-dire que les droites* AA′, BB′, CC′ *se coupent en* O, *les droites* AB′, BC′, CA′ *se coupent en* O′ *et les droites* AC′, BA′, CB′ *en* O_1. *Le triangle* ABC, *les points* O *et* C′ *sont fixes; cela posé démontrer :*

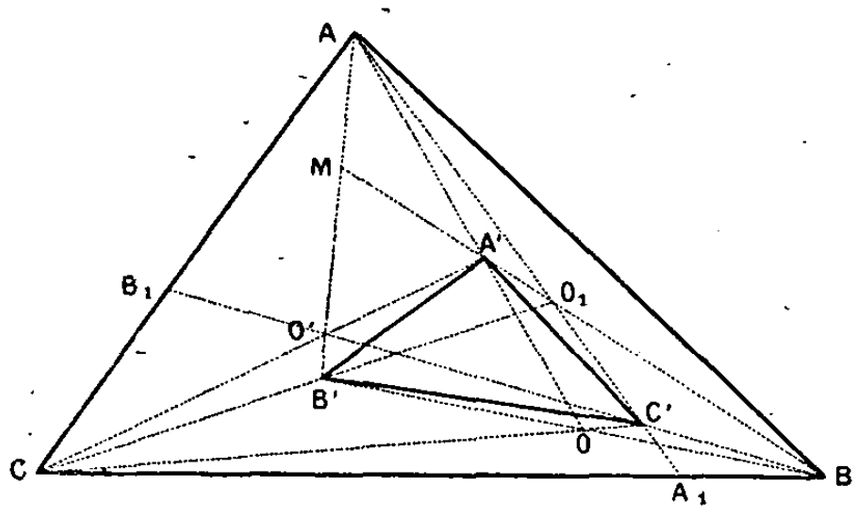


Fig. 7.

1° Que le lieu du point M *d'intersection des droites* AB′ *et* BA′ *est une conique tangente à* CA *et à* CB *en* A *et en* B.

2° Que l'enveloppe de la droite B′A′ *est une conique inscrite dans le quadrilatère formé par les quatre droites* CB, CA, AO, BO.

1° Si α, β, γ sont les coordonnées du point fixe O, on pourra exprimer les coordonnées :

de A′ par l, β, γ
de B′ par α, m, γ
de C′ par α, β, n

les équations de AB′, BC′, CA′ sont respectivement :

$$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{m}{\gamma}; \quad \frac{\zeta}{\xi} = \frac{n}{\alpha}; \quad \frac{\xi}{\eta} = \frac{l}{\beta}.$$

Comme ces trois droites sont concourantes, on a :

$$l \cdot m \cdot n = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma .$$

Avec cette relation et les équations de AB′ et de BA′ on voit, en éliminant l et m, que le lieu du point d'intersection de ces deux droites est représenté par

$$\eta\xi = \frac{\alpha\beta}{n \cdot \gamma}\zeta^2 . \qquad \text{(1)}$$

C. Q. F. D.

Remarques. — Si l'on a $c^2 = \frac{4ab\alpha\beta}{n\gamma}$, la conique représentée par l'équation (1) est la parabole représentée par l'équation $4ab\,\eta\xi = c^2\zeta^2$

* On sait que si deux triangles ABC, A′B′C′ sont doublement homologiques ils le sont triplement (J. E., 1884, p. 270), c'est-à-dire que les droites AC′, BA′, CB′ se coupent aussi en un point O_1, si AA′, BB′, CC′ se coupent en O′ et AB′, BC′, CA′ en O′.

c'est une parabole de Artzt, tangente à CA en A et à CB en B; C′ a alors pour coordonnées

$$\alpha,\ \beta,\ \frac{4ab\beta\alpha}{c^2\gamma}\ .$$

Si O décrit la droite $A\xi + B\eta + C\zeta = 0$ le lieu de C′ pour lequel la conique (1) est une parabole, est la conique

$$c^2A\,\xi\zeta + c^2B\,\eta\zeta + 4abC\,\xi\eta = 0\ ,$$

circonscrite au triangle ABC.

2° On calcule sans difficultés que l'enveloppe de B′A′ est la conique :

$$\left[n\left(\frac{\xi}{\alpha} + \frac{\eta}{\beta} - \frac{\zeta}{\gamma}\right) + \zeta\right]^2 - \ 4\xi\eta\,\frac{n\gamma}{\alpha\beta} = 0\ , \tag{2}$$

qui est tangente à CB, CA, AO, BO.

Soient A_1 et B_1 les points ou AC′ et BC′ coupent respectivement BC et AC il est facile de voir que la droite A_1B_1 coupe AO et BO respectivement à leur point de contact avec la conique (2).

Remarques. — La théorie des polaires montre que, quel que soit C′, A_1B_1 passe par le conjugué harmonique par rapport à A et à B du point où CO coupe AC.

On rencontre souvent dans la géométrie du triangle, des triangles triplement homologiques, par exemple : le premier triangle de *Brocard* et le triangle de référence.

§ 5. — DIVERSES QUESTIONS DE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE ET FORMULES USUELLES.

1. *Trouver le lieu des points* O *du plan d'un triangle* ABC (Fig. 8) *tels que* AO *et* BO *coupant* BC *et* AC *en* A′ *et en* B′ *on ait :*

$$BC \times AA' = AC \times BB'\ .$$

Nous avons été amené à cette question en remarquant que si O est l'orthocentre et A′,B′,C′, les pieds des hauteurs on avait évidemment

$$BC \times AA' = AC \times BB'$$
$$= AB \times CC' = 2S$$

et nous nous sommes demandé s'il y avait d'autres points jouissant de la même propriété.

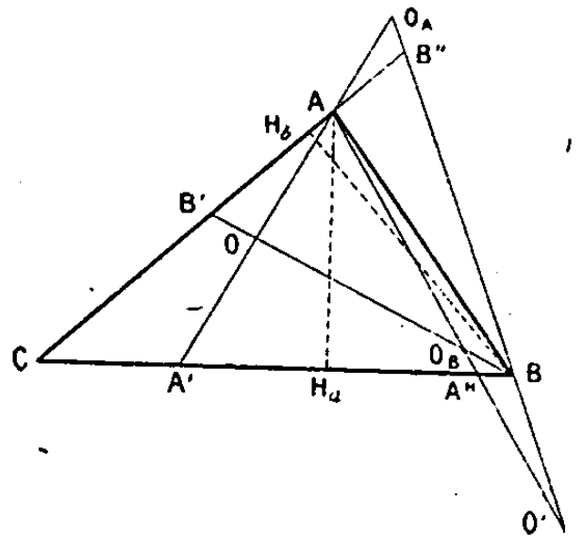


Fig. 8.

Soient α, β, γ les coordonnées normales de O, l'énoncé donne :

$$b^2(a^2 + \mathrm{CB}'^2 - 2a\mathrm{CB}'\cos\mathrm{C}) = a^2(b^2 + \mathrm{CA}'^2 - 2b\mathrm{CA}'\cos\mathrm{C})$$

d'où

$$(a\,.\,\mathrm{CA}' - b\,.\,\mathrm{CB}')(a\,.\,\mathrm{CA}' + b\,.\,\mathrm{CB}' - a^2 - b^2 + c^2) = 0$$

le premier facteur (égalé à zéro) donne, en remplaçant CA′ et CB′ respectivement par $\frac{ab\beta}{c\gamma + b\beta}$ et $\frac{ab\alpha}{c\gamma + a\alpha}$:

$$ac\beta\gamma - bc\alpha\gamma + (a^2 - b^2)\,\alpha\beta = 0;$$

c'est l'hyperbole équilatère Γ_c déjà rencontrée plusieurs fois. (Mathésis, 1886, page 58; 1887, p. 218, ligne 5 en remontant; A. F., Congrès de Nancy, p. 100, etc.)

On voit facilement par l'équation $a\mathrm{CA}' - b\mathrm{CB}' = 0$, qu'elle représente le lieu des intersections des diagonales du quadrilatère formé par AB et par les antiparallèles de AB; on sait aussi qu'elle est le lieu des points O tels que angle OAC = angle OBC. Le second facteur égalé à zéro donne :

$$\frac{a\beta}{c\gamma + b\beta} + \frac{b\alpha}{c\gamma + a\alpha} = 2\cos\mathrm{C},$$

ou

$$c(a^2 + b^2 - c^2)\,\gamma^2 + b(b^2 - c^2)\,\beta\gamma + a(a^2 - c^2)\,\alpha\gamma - abc\,\alpha\beta = 0$$

c'est la circonférence qui passe par A par B et par l'orthocentre de ABC.

Cherchons maintenant le lieu des points O tels que $\mathrm{BC}\,.\,\mathrm{AA}' = \mathrm{AB}\,.\,\mathrm{CC}'$, évidemment on trouve un cercle et une hyperbole; on reconnaît ainsi que le lieu des points tels que $\mathrm{BC} \times \mathrm{AA}' = \mathrm{AC} \times \mathrm{BB}'$ et le lieu du point tel que $\mathrm{BC} \times \mathrm{AA}' \equiv \mathrm{AB} \times \mathrm{CC}'$ n'ont d'autres points communs que A, B, C et l'orthocentre, donc cet orthocentre est le seul point du plan qui jouisse de la propriété sus énoncée.

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE.

Soit O un point du lieu, H_a et H_b les pieds des hauteurs sur BC et sur AC soit B″ le symétrique de B′ par rapport à H_b ; A″ le symétrique de A′ par rapport à H_a ; les deux droites AA′, AA″ sont de part et d'autre de AH_a; BB′, BB″ de part et d'autre de BH_b et elles forment un quadrilatère complet dont les quatre sommets autres que A et B sont évidemment des points du lieu cherché.

Il est clair que pour la démonstration, on peut toujours supposer A″ dans la direction BC et entre H_a et le point à l'infini sur BC et B′ dans la direction AC et entre H_b, et le point à l'infini sur AC soit O′ l'intersection de AA″ et de BB″, O_B celle de AA″ et de BB′, O_A celle de AA′ et de BB″.

Il est facile de voir que l'angle $AO_B B = 180 - C$ et que l'angle $AO_A B = C$; donc O_B et O_A appartiennent au cercle qui passe par A, H, B, le point H étant l'orthocentre; que l'angle OAC = l'angle OBC et que l'angle O′AC et l'angle O′BC sont supplémentaires; donc O et O′ appartiennent à l'hyperbole équilatère circonscrite que nous venons de citer.

Elle touche en B le cercle CHB et en A le cercle CHA, c'est-à-dire que les tangentes en A et en B à cette hyperbole sont parallèles à l'antiparallèle de AB.

Soit I le milieu de AB et centre de cette hyperbole. Sur la tangente en B je prends, de part et d'autre de B : $BJ = BJ' = \frac{AB}{2}$ les asymptotes sont IJ, IJ′ parallèles aux bissectrices de l'angle ACB.

Le carré du demi axe transverse est $\frac{c^2}{4}\sin(A-B) = \frac{c(a^2-b^2)}{8R}$ il est facile de voir que les droites A′B′, A″B″ sont toujours des antiparallèles de AB, que l'enveloppe de A′B″ et de B′A″ est une parabole tangente à CA et à CB.

On pourrait prendre la question autrement et dire : Les triangles $AH_a A'$, $BH_b B'$ sont semblables; donc AA′, BB′ tournent avec la même vitesse autour de A et de B soit dans le même sens et le lieu de leur intersection et alors le cercle ABH, soit en sens contraire et le lieu de l'intersection est alors l'hyperbole Γ_c, etc., etc.

2. *On donne un triangle* ABC *soit* O *un point de son plan.*

On suppose que OA, OB, OC *sont trois rayons lumineux; soit* A′, B′, C′ *les points où ces rayons coupent respectivement* BC, CA, AB.

AA′ *se réfléchit sur* CB *en* A′ *suivant une droite* $A'A_1$
BB′ . . . . . AC *en* B′ . . . . . $B'B_1$
CC′ . . . . . BA *en* C′ . . . . . $C'C_1$

On demande :

1° De trouver le lieu de O *tel que* $A'A_1$, $B'B_1$, $C'C_1$ *se coupent en un point* O′.

2° Trouver le lieu de O′.

3° Trouver le lieu de O *lorsque* $A'A_1$ *et* $B'B_1$ *sont parallèles.*

1° Si ABC est le triangle de référence en coordonnées normales on trouve facilement que (l, m, n, étant les coordonnées d'un point O et α, β, γ les coordonnées courantes), la droite $A'A_1$ a pour équation

$$2\alpha(n\cos C - m\cos B) + \beta n - \gamma m = 0$$

on aurait de même les équations de $B'B_1$ et de $C'C_1$.

On déduit de là l'équation qui représente le lieu de O, c'est :

$$l^2(1-4\cos^2 A)(n\cos C - m\cos B) + m^2(1-4\cos^2 B)(l\cos A - n\cos C) + n^2(1-4\cos^2 C)(m\cos B - l\cos A) = 0$$

l, m, n étant les coordonnées d'un point du lieu.

2° On trouverait aussi facilement le lieu de O′ qui est :

$$(l+2n\cos B)(m+2l\cos C)(n+2m\cos A) = (l+2m\cos C)(m+2n\cos A)(n+2l\cos B).$$

3° Si $A'A_1$ et $B'B_1$ sont parallèles il est facile de voir que le lieu de O est la circonférence, segment capable de $\pm(180-2C)$ décrit sur AB, suivant que $C<90°$ ou $C>90°$.

Si ABC *est un triangle,* O *un point du plan,*

λ *le plus court chemin entre* O *et* A *après avoir touché* BC
μ . . . . . O *et* B . . . . . CA
ν . . . . . O *et* C . . . . . AB

On demande le lieu des points pour lesquels on a

$$\lambda^2+\mu^2+\nu^2 = \textit{constante}.$$

C'est une circonférence dont le centre Ω a pour coordonnées normales

$$a(m'-b'-c'),\quad b(m'-c'-a'),\quad c(m'-a'-b')$$

m' désignant la quantité $b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2$

Ω est évidemment le point pour lequel cette somme est minima ; il est sur la ligne qui joint le point de *Lemoine* au point a^3, b^3, c^3 et qui contient le point $\frac{a^3}{b^2+c^2}$, etc. et le point $a(c^4+b^4)$, etc.

Si A′, B′, C′ sont respectivement les symétriques de A, B, C, par rapport à BC, AC, AB on voit que Ω est le centre de gravité de A′B′C′.

Remarque. — On a $\lambda=\mu=\nu$ si O est le centre du cercle circonscrit du triangle A′B′C′.

3. La conique circonscrite au triangle ABC et qui passe par les points inverses

$$\left\{\begin{array}{lll} \text{tg A}, & \text{tg B}, & \text{tg C} \\ \text{cotg A}, & \text{cotg B}, & \text{cotg C}, \end{array}\right.$$

nous avons déjà rencontré ces points (Voir S. M., 1884, p. 76.) :

1° Est toujours une hyperbole ;

2° Elle passe aussi par le point a^2, b^2, c^2, c'est l'inverse du réciproque du centre du cercle inscrit; (Voir S. M., 1884, p. 77, lig. 8), et par les points :

$$a\cos\text{A}, \quad b\cos\text{B}, \quad c\cos\text{C};$$

$$\frac{a\cos\text{A}}{b^2+c^2}; \quad \frac{b\cos\text{B}}{c^2+a^2}; \quad \frac{c\cos\text{C}}{a^2+b^2};$$

$$(b+c)\cos\text{A}, \quad (c+a)\cos\text{B}, \quad (a+b)\cos\text{C};$$

$$a(b+c)\cos\text{A}, \quad b(c+a)\cos\text{B}, \quad c(a+b)\cos\text{C};$$

$$\frac{1}{a^2(b^2+c^2)\,\text{tg A}}; \quad \frac{1}{b^2(a^2+c^2)\,\text{tg B}}; \quad \frac{1}{c^2(a^2+b^2)\,\text{tg C}};$$

elle a pour équation : $\Sigma\dfrac{a\cos\text{A}(b^2-c^2)}{\alpha}=0$.

4. Voici, pour terminer, un certain nombre d'identités et d'expression de lignes dont la vérification n'offre *aucune difficulté;* mais qui, parmi celles dont nous nous servons le plus souvent, sont celles qui nous semblent avoir été peu remarquées; quelques-unes peuvent être nouvelles.

1. $$\Sigma(p-b)(p-c)=\frac{2\Sigma bc-\Sigma a^2}{4}=ab-(p-c)^2$$
$$=\frac{abc+(p-a)(p-b)(p-c)}{p}=r(4\text{R}+r)$$

$$p(p-b)+p(p-c)-(p-b)(p-c)=\frac{2ab+2ac-2bc+\Sigma a^2}{4}$$

$$=p^2-bc=\frac{abc-p(p-b)(p-c)}{p-a}=r_a(4\text{R}-r_a)$$

$$bc+ac+ab=r^2+4\text{R}r+p^2=r(r_a+r_b+r_c)+p^2$$
$$-bc+ac+ab=-r^2{}_a+4\text{R}r_a-(p-a)^2$$
$$=r_a(r_b+r_c-r)-(p-a)^2.$$

2. $$\frac{1}{r^3} - \Sigma \frac{1}{r^3_a} = \frac{12R}{S^2} ; \quad \frac{1}{r^2} + \Sigma \frac{1}{r^2_a} = \frac{\Sigma a^2}{S^2} ;$$

$$ar_a + br_b + cr_c = 2p(2R - r) ;$$

$$(2R - r_a)^2 - (p - a)^2 = (2R + r)^2 - p^2 ; \quad \Sigma a(r_b + r_c) = 4p(R + r) ;$$

$$bc = r_b r_c + r r_a ; \quad 4Rp^2 = (r_b + r_c)(r_c + r_a)(r_a + r_b) ;$$

$$S^2\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2_c}\right) = p^2 + (p - c)^2 = \frac{1}{2}\left((a + b)^2 + c^2\right) ;$$

$$bc \cos A = r_b r_c - r r_a ; \quad p^2 = \Sigma r_b r_c ;$$
$$(p - a)^2 = r_b r_c - r(r_b + r_c) ;$$

$$S^2\left(\frac{1}{r^2_a} + \frac{1}{r^2_b}\right) = (p - a)^2 + (p - b)^2 = \frac{1}{2}\left((a - b)^2 + c^2\right) ;$$

$$S = \frac{r_b r_c (r_a - r)}{a} ; \quad p(p - c) = r_a r_b ; \quad (p - a)(p - b) = r r_c ;$$

$$S^2\left(\frac{1}{r^2_b} - \frac{1}{r^2_a}\right) = (p - b)^2 - (p - a)^2 = c(b - a) ;$$

$$\cos A = \frac{r_b r_c - r r_a}{r_b r_c + r r_a} ;$$

$$\cos A \cos B \cos C = \frac{p^2 - (2R + r)^2}{4R^2} = \frac{(p - a)^2 - (2R - r_a)^2}{4R^2} ;$$

$$S^2\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2_c}\right) = p^2 - (p - c)^2 = c(a + b) ; \quad \sin^2 \frac{A}{2} = \frac{r_a - r}{4R} ;$$

$$p^2 - (p - c)^2 = (r + r_c)(4R + r - r_c) ;$$

$$p^2 - r^2 - 4Rr = (p - a)^2 - r^2_a + 4Rr_a = 4R^2(1 + \cos A \cos B \cos C)$$
$$= 2R^2 \Sigma \sin^2 A ;$$

3. $$\Sigma \sin^2 \frac{A}{2} = 1 - \frac{r}{2R} ; \quad \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} - \sin^2 \frac{A}{2} = 1 - \frac{r_a}{2R} ;$$

$$\Sigma \cos B \cos C = \frac{r^2 + p^2}{4R^2} - 1 ;$$

$$\Sigma \cos A = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} + 1 = \frac{r}{R} + 1 ;$$

$$\Sigma bc \cos A = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} = 2S \Sigma \operatorname{cotg} A ;$$

$$\cos B + \cos C - \cos A = 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - 1 = \frac{r_a}{R} - 1 ;$$

$$bc \cos A + ac \cos B - ab \cos C = \frac{3c^2 - b^2 - a^2}{2} = 2S(\operatorname{cotg} A + \operatorname{cotg} B - \operatorname{cotg} C) ;$$

$$\Sigma a \cos A = \frac{2S}{R}\,; \quad \Sigma a \cos B \cos C = \frac{S}{R}\,; \quad \Sigma a \operatorname{cotg} A = 2(r + R)\,;$$

$$\Sigma a \cos(B - C) = \frac{4S}{R}\,; \quad a \cos A + b \cos B - c \cos C = 2c \cos A \cos B\,;$$

$$a \operatorname{cotg} A + b \operatorname{cotg} B - c \operatorname{cotg} C = 2(r_a - R)\,;$$

$$\frac{a^2}{\operatorname{tg} A} + \frac{b^2}{\operatorname{tg} B} + \frac{c^2}{\operatorname{tg} C} = 4S\,;$$

$$\frac{a^2}{\operatorname{tg} B} + \frac{b^2}{\operatorname{tg} C} + \frac{c^2}{\operatorname{tg} A} = \frac{a^2}{\operatorname{tg} C} + \frac{b^2}{\operatorname{tg} A} + \frac{c^2}{\operatorname{tg} B} = \frac{a' + b' + c'}{4S}\,;$$

$$S = r^2 \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \operatorname{cotg} \frac{B}{2} \operatorname{cotg} \frac{C}{2} = r'^2_a \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2}\,;$$

4. Si α est l'angle compris entre la médiane du côté BC et la bissectrice l'angle A on a :

$$tg\,\alpha = \frac{c - b}{c + b}\, tg\, \frac{A}{2}\,.$$

Si D_a désigne l'angle de la médiane avec le côté BC, on a :

$$\operatorname{cotg} D_a = \frac{\operatorname{cotg} B - \operatorname{cotg} C}{2}\,,$$

d'où

$$\operatorname{cotg} D_a + \operatorname{cotg} D_b + \operatorname{cotg} D_c = 0\,.$$

(Archives de Grunert, tome LVI, p. 109, 1874.)

Si λ désigne l'angle qui fait la médiane m_a avec le rayon OA du cercle circonscrit, on a :

$$\cos \lambda = \frac{b^2 + c^2}{4Rm_a}\,.$$

La partie de la médiane m_a comprise entre les deux bissectrices de B et de C est :

$$\frac{2am_a}{(2c + a)(2b + a)}(b - c)\,.$$

La partie de la médiane partant de A comprise entre les deux hauteurs partant de B et de C est :

$$\frac{4m_a(b^2 + c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{(3b^2 + c^2 - a^2)(3c^2 + b^2 - a^2)} = \frac{2m_a(b^2 - c^2)\cos A}{(b + c\cos A)(c + b\cos A)}\,.$$

La partie de la hauteur h_a partant de A, comprise entre les deux bissectrices de B et de C est :

$$\frac{pr(c - b)}{r_a^2} = \frac{(c - b)(p - a)}{r_a}\,.$$

La partie de la hauteur partant de A comprise entre les deux médianes partant de B et de C est :

$$\frac{(b^2 - c^2)\, h_a}{(a + c\cos \mathrm{B})(a + b\cos c)} = \frac{8aS\,(b^2 - c^2)}{(3a^2 + c^2 - b^2)(3a^2 + b^2 - c^2)}.$$

La partie de la bissectrice de A comprise entre les deux hauteurs partant de B et de C est :

$$\frac{\cos \mathrm{A}}{\cos \dfrac{\mathrm{A}}{2}}\,(b - c).$$

La distance du centre du cercle circonscrit au côté BC est :

$$\frac{r + r_b + r_c - r_a}{4}.$$

Je remercie M. Neuberg qui a bien voulu relire ce petit travail et me donner d'utiles conseils dont j'ai largement profité; c'est lui qui, par exemple, m'a indiqué l'ingénieuse interprétation des quantités ξ, η, ζ comme coordonnées normales de M dans le triangle A, B, C, voir § 1, n° 1.

M. Éd. COLLIGNON,

Ingénieur en chef, Inspecteur de l'École des ponts et chaussées, à Paris.

PROBLÈME DE MÉCANIQUE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Nous avons traité au Congrès de Grenoble, le 13 août 1885, le problème qui consiste à *diriger un bâtiment, animé d'une vitesse uniforme, et en prise à un vent d'une vitesse constante en direction comme en grandeur, de telle sorte que son pavillon passe constamment par un point fixe.* Nous avons reconnu que la trajectoire du bâtiment peut présenter trois formes distinctes, suivant que la vitesse du vent est inférieure, égale ou supérieure à celle du bâtiment.

Nous vous proposerons d'étudier aujourd'hui une question analogue. Imaginons qu'un bâtiment à vapeur reçoive de sa machine une vitesse constante, u, par rapport à l'eau sur laquelle il flotte; imaginons de plus que cette eau soit animée d'une vitesse w, constante en grandeur et en direction, et commune à tous ses points, de telle sorte que les évolutions du bâtiment s'accomplissent dans un courant de direction constante et de vitesse uniforme. Cela posé, on donne au timonier l'ordre de maintenir le grand axe du bâtiment constamment perpendiculaire à la droite qui joint le bâtiment à un point fixe F, un phare, par exemple, comme s'il voulait tourner uniformément autour de ce point. On demande le mouvement absolu que prendra le bâtiment, c'est-à-dire le mouvement résultant de son mouvement relatif par rapport à l'eau et de sa *dérive*, ou du mouvement d'entraînement que lui communique le courant liquide. Ce problème peut se résoudre géométriquement.

Soit M (*fig.* 1) la position du bâtiment à un instant quelconque. Il est, par hypothèse, animé à cet instant de deux vitesses constantes, l'une, u, perpendiculaire au rayon FM ; l'autre, w, parallèle à une direction fixe FX, que nous prendrons pour axe des abscisses. Le point F sera l'origine des coordonnées, et la droite FY, perpendiculaire à FX, sera le second axe. Si l'on compose les vitesses u et w, on aura pour résultante la vitesse totale v du mobile, dont la direction Mx est tangente à la trajectoire du point M.

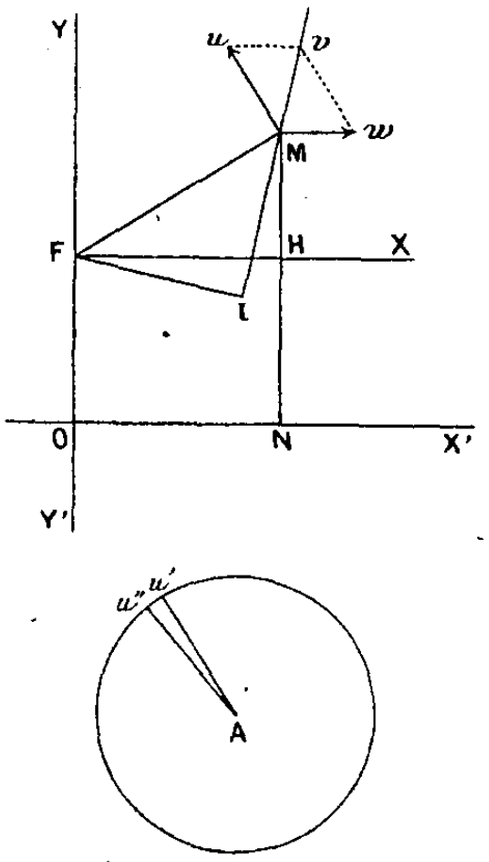


Fig. 1.

Cherchons l'accélération totale du point mobile. Il suffit pour cela de mener par un point quelconque A des parallèles égales aux vitesses composantes u, en faisant abstraction de l'autre composante w, qui, définissant un mouvement d'entraînement rectiligne et uniforme, n'influe pas sur les accélérations. Si donc nous menons par le point A des droites Au', Au'', égales et parallèles aux vitesses Mu successives, nous obtiendrons pour indicatrice des accélérations totales une circonférence dont le point A sera le centre. La vitesse acquise élémentaire, jdt, est représentée par l'arc infiniment petit $u'u''$; elle est donc perpendiculaire à la vitesse Mu, c'est-à-dire dirigée suivant le rayon vecteur MF. Il en résulte que *le mouvement absolu cherché obéit à la loi des aires égales en temps égaux autour*

du point F. S'il en est ainsi, appelons r le rayon vecteur FM, et θ l'angle polaire MFY′ : on aura l'équation des aires

$$\frac{1}{2} r^2 d\theta = A dt ,$$

où la constante A représente l'aire décrite par le rayon vecteur dans l'unité du temps. Cette équation va nous servir à trouver l'accélération j. On a, en effet, dans le cercle des accélérations totales,

$$\text{arc } u'u'' = jdt = ud\theta ,$$

puisque le rayon Au' est égal à la vitesse u, et que l'angle u''Au' des deux vitesses u successives, est égal à l'angle $d\theta$ des deux rayons vecteurs correspondants. Donc enfin

$$j = u \frac{d\theta}{dt} = \frac{2Au}{r^2} ,$$

et l'accélération totale est proportionnelle à l'inverse du carré de la distance du point mobile au point fixe F. Le mouvement absolu cherché est par conséquent identique au mouvement d'une planète qui subirait l'attraction du centre fixe F conformément à la loi newtonienne, et la trajectoire est une courbe du second ordre dont le point F est l'un des foyers.

Rien de plus simple que d'arriver, presque sans calcul, à cette conclusion, dès qu'on a reconnu la constance de la vitesse aréolaire.

Le moment de la vitesse totale v par rapport au point F est constant; or ce moment est la somme algébrique des moments des composantes u et w par rapport au même point, et l'on a, par conséquent, en appelant y l'ordonnée MH du point mobile,

$$ur - wy = \text{constante.}$$

Nous pouvons exprimer la constante du second membre par le produit wh, où h représente une longueur convenablement choisie. Il vient alors

$$ur = w(y + h).$$

Prenons sur l'axe des y prolongé une longueur FO $= h$, et menons la parallèle OX′ à l'axe FX. L'équation précédente exprime qu'il existe un rapport constant, $\frac{w}{u}$, entre les distances, MF et MN, du point M au point fixe F et à la droite fixe OX′. La trajectoire est donc une courbe du second ordre, qui a le point F pour foyer et la

droite OX′ pour directrice. Le rapport $\frac{w}{u}$ définit l'excentricité de la courbe. Suivant qu'on a

$$w < u, \qquad w = u, \qquad w > u,$$

la courbe est

une ellipse, une parabole, une hyperbole.

L'équation des forces vives, appliquée au mouvement du point M, donne immédiatement l'équation de la trajectoire. Observons, en effet, que l'angle uMw des vitesses composantes u et w est égal à l'angle $0 = MFY'$; on a donc

$$v^2 = u^2 + w^2 + 2uw\cos 0 .$$

En un autre point de la trajectoire on aura de même

$$v_0^2 = u^2 + w^2 + 2uw\cos 0_0 ,$$

et le demi accroissement de la force vive en passant du second point au premier sera égal à

$$muw\ (\cos 0 - \cos 0_0) ,$$

en appelant m la masse du point. Il faut égaler cette différence au travail total de la force mj pendant le transport du point d'une position à l'autre; or $j = \frac{2Au}{r^2}$, et le travail de mj est égal $-\frac{2mAu}{r^2}dr$; le travail est donc égal à $\frac{2mAu}{r} - \frac{2mAu}{r_0}$.

L'équation des forces vives donne en définitive

$$muw(\cos 0 - \cos 0_0) = 2mAu\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right),$$

relation entre r et 0, qui est l'équation de la trajectoire. On retrouve l'équation polaire des courbes du second ordre,

$$\frac{1}{r} = \frac{uw}{2Au}\cos 0 + C = \frac{w}{2A}\cos 0 + C ,$$

ou bien

$$r = \frac{1}{C + \frac{w}{2A}\cos 0} .$$

On démontrerait avec la même facilité la proposition réciproque : *Lorsqu'un point mobile* M *parcourt une courbe du second ordre en faisant en temps égaux des aires égales autour d'un des foyers,*

la vitesse de ce point est à chaque instant décomposable en deux composantes u et w, toutes deux constantes en grandeur; la première u est normale au rayon vecteur qui joint le point mobile au foyer; la seconde w est parallèle à la directrice.

En rapprochant ce problème de celui que nous avons traité à Grenoble, on reconnaît que, pour les deux questions, l'indicatrice des accélérations est une circonférence. Dans le problème de Grenoble la vitesse constante u était la vitesse absolue du navire; la vitesse constante w était une vitesse normale et contraire à celle du vent. L'accélération totale est normale à la trajectoire; la résultante de u et de w donne la direction prise par le pavillon.

GÉNÉRALISATION DU PROBLÈME PROPOSÉ.

Au lieu de supposer droit l'angle formé par la vitesse u avec le rayon vecteur, supposons-le égal à un angle quelconque α. La solution se transforme alors comme il suit.

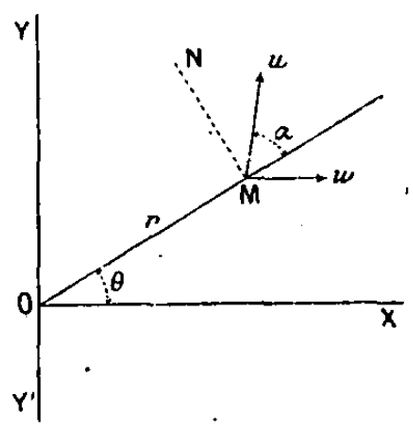


Fig. 2

Faisons OM $= r$, angle MOX $= \theta$ (*fig.* 2). La direction de la vitesse constante w sera parallèle à l'axe polaire OX. Décomposons la vitesse totale du point M suivant le rayon vecteur OM et la perpendiculaire MN au rayon vecteur. On obtient alors la vitesse de glissement $\frac{dr}{dt}$ suivant la direction OM, et la vitesse de circulation $\frac{r\,d\theta}{dt}$ suivant la direction normale. Si l'on projette de même les vitesses u et w, il viendra

$$\frac{dr}{dt} = w\cos\theta + u\cos\alpha\,,$$

$$\frac{r\,d\theta}{dt} = u\sin\alpha - w\sin\theta\,.$$

On élimine le temps en divisant la première équation par la seconde; il vient

$$\frac{dr}{r} = \frac{(w\cos\theta + u\cos\alpha)\,d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta}$$

$$= \frac{w\cos\theta\,d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta} + u\cos\alpha\,\frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta}\,.$$

L'intégration donne

$$l(r) = -\,l(w\sin\theta - u\sin\alpha) + u\cos\alpha\int\frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta} + C\,,$$

et, en passant des logarithmes aux nombres eux-mêmes,

$$r(w \sin\theta - u \sin\alpha) = Ae^{u\cos\alpha \int \frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta}}$$

équation où A désigne une nouvelle constante arbitraire.

Lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\cos\alpha$ est nul, et le second membre se réduit à une constante A. La courbe est alors une ligne du second ordre.

Si $\cos\alpha$ n'est pas nul, il faut achever l'intégration. Posons pour cela

$$\operatorname{tang}\frac{\theta}{2} = z.$$

On en déduit

$$d\theta = \frac{2dz}{1+z^2}.$$

et

$$\sin\theta = \frac{2z}{1+z^2}.$$

L'intégrale indiquée devient

$$\int \frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta} = \int \frac{2dz}{u\sin\alpha(1+z^2) - 2wz} = \frac{2}{u\sin\alpha}\int \frac{dz}{z^2 - \frac{2w}{u\sin\alpha}z + 1}.$$

Trois cas sont ici à distinguer, suivant qu'on a

$$w < u\sin\alpha, \qquad w = u\sin\alpha, \qquad w > u\sin\alpha.$$

1° Soit d'abord $w < u\sin\alpha$. On pourra poser

$$z^2 - \frac{2w}{u\sin\alpha}z + 1 = \left(z - \frac{w}{u\sin\alpha}\right)^2 + \left(1 - \frac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}\right),$$

et l'intégrale prendra la forme

$$\int \frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta} = \frac{2}{u\sin\alpha\sqrt{1 - \frac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}}} \operatorname{arctang} \frac{z - \frac{w}{u\sin\alpha}}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}}}.$$

La fonction $\operatorname{arctang}\frac{b}{a}$ peut s'exprimer par le logarithme d'une quantité imaginaire. On a, en effet, identiquement

$$l(a + b\sqrt{-1}) = \frac{1}{2}l(a^2+b^2) + \sqrt{-1}\operatorname{arctang}\frac{b}{a}.$$

$$l(a-b\sqrt{-1}) = \frac{1}{2}\,l(a^2+b^2) - \sqrt{-1}\,\operatorname{arctang}\frac{b}{a},$$

équation d'où l'on tire, en retranchant,

$$\operatorname{arctang}\frac{b}{a} = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\,l\left(\frac{a+b\sqrt{-1}}{a-b\sqrt{-1}}\right).$$

On aura donc, en faisant $b = z - \dfrac{w}{u\sin\alpha}$ et $a = \sqrt{1-\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}}$,

$$\int\frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta}$$

$$= \frac{1}{u\sin\alpha\sqrt{1-\dfrac{w^2}{\sin^2\alpha}}\sqrt{-1}}\,l\left(\frac{\sqrt{1-\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}}+\left(z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}\right)\sqrt{-1}}{\sqrt{1-\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}}-\left(z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}\right)\sqrt{-1}}\right).$$

2° Soit en second lieu $w = u\sin\alpha$. Le dénominateur de la fraction à intégrer est un carré, et l'intégrale devient

$$\int\frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta} = -\frac{2}{u\sin\alpha}\,\frac{1}{z-1}.$$

3° Si enfin on a $w > u\sin\alpha$, le trinome en dénominateur se décompose en deux facteurs réels, et la fraction à intégrer en deux fractions simples; il vient

$$\int\frac{d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta}$$

$$= \frac{2}{u\sin\alpha\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}\,l\left(\frac{\left(z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}\right)-\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}{\left(z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}\right)+\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}\right).$$

Les constantes qu'on ajouterait à ces diverses intégrales peuvent être omises, puisqu'elles se fondent avec la constante A.

Dans le premier et le troisième cas, l'intégration amène un logarithme népérien en exposant du nombre e, et la trajectoire devient *algébrique dans le sens large du mot*. On a, en effet, en observant que les deux cas 1° et 3° conduisent à la même expression analytique,

$$r(w\sin\theta - u\sin\alpha)$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}\,l\,\frac{z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}-\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}{z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}+\sqrt{\dfrac{u^2\sin^2\alpha}{w^2}-1}}$$

$$= Ac$$

$$= A\left(\frac{z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}-\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}{z-\dfrac{w}{u\sin\alpha}+\sqrt{\dfrac{w^2}{u^2\sin^2\alpha}-1}}\right)^{\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha\sqrt{\dfrac{u^2}{w^2\sin^2\alpha}-1}}}$$

$$= A\left(\frac{uz\sin\alpha - w - \sqrt{w^2-u^2\sin^2\alpha}}{uz\sin\alpha - w + \sqrt{w^2-u^2\sin^2\alpha}}\right)^{\dfrac{u\cos\alpha}{\sqrt{w^2-u^2\sin^2\alpha}}}.$$

Les variables r, θ et $z = \operatorname{tang}\frac{\theta}{2}$ peuvent s'exprimer en fonction des coordonnées rectangles x et y, par les relations

$$r = \sqrt{x^2+y^2}, \quad r\sin\theta = y, \quad z = \operatorname{tang}\frac{\theta}{2} = \frac{-x\pm\sqrt{x^2+y^2}}{y}.$$

Lorsque l'on a $u = w$, l'exposant qui figure au second membre se réduit à l'unité, et la fraction qui en est affectée se réduit en même temps à $\dfrac{z-\cot\frac{\alpha}{2}}{z-\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}$, ou à $\dfrac{1}{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\cos\frac{\alpha+\theta}{2}}{\sin\frac{\alpha-\theta}{2}}$. Le facteur u du premier membre peut être fondu, puisqu'il est constant, avec la constante A du second membre.

Examinons à part le cas où α est nul ou égal à π, c'est-à-dire le cas où la vitesse u est dirigée suivant le rayon vecteur, dans un sens ou dans l'autre. On pourrait déduire les équations relatives à cette hypothèse des équations générales, en y faisant $\sin\alpha = 0$, $\cos\alpha = \pm 1$. Mais il est plus simple de reprendre les équations différentielles, qui deviennent dans ce cas particulier

$$\frac{dr}{dt} = w\cos\theta \pm u,$$

$$\frac{rd\theta}{dt} = -w\sin\theta.$$

On en déduit, en faisant la division

$$\frac{dr}{r} = \frac{w\cos\theta \pm u}{-w\sin\theta}\,d\theta = -\frac{\cos\theta d\theta}{\sin\theta} \mp \frac{u}{w}\frac{d\theta}{\sin\theta};$$

et en intégrant

$$r\sin\theta = \mathrm{C}\left(\operatorname{tang}\frac{\theta}{2}\right)^{\mp\frac{u}{w}},$$

C désignant la constante arbitraire. Si l'on passe aux coordonnées rectangles, on obtient l'équation

$$y = \mathrm{C}\left(\frac{-x \pm \sqrt{x^2+y^2}}{y}\right)^{\mp\frac{u}{w}}.$$

équation d'une courbe algébrique, dans le sens restreint du mot, pourvu que le rapport $\frac{u}{w}$ soit commensurable. Le signe supérieur de l'exposant correspond à la direction centrifuge de la vitesse w, le signe inférieur à la direction centripète.

Lorsque les vitesses u et w sont égales, l'équation précédente devient, en supprimant les facteurs y ou y^2 communs aux deux membres.

$$y^2 = \mathrm{C}^2 \mp 2\mathrm{C}x,$$

équation qui représente une parabole ayant le point O pour foyer. On vérifie aisément, en effet, qu'un point animé de deux vitesses égales, l'une dirigée suivant le rayon vecteur mené à un point fixe, l'autre parallèle à une direction donnée, décrit une parabole dont le foyer est au point fixe, et dont l'axe est parallèle à cette même direction.

Si l'on veut avoir la loi du mouvement dans le cas général, on aura recours à l'équation

$$r\frac{d\theta}{dt} = u\sin\alpha - w\sin\theta,$$

dans laquelle on remplacera r par sa valeur en fonction de θ, et d'où l'on tirera

$$dt = \frac{r\,d\theta}{u\sin\alpha - w\sin\theta}.$$

L'accélération totale du point mobile est normale à la vitesse v; elle est donnée par la relation

$$j\,dt = u\,d\theta,$$

c'est-à-dire par l'équation

$$j = \frac{u}{r}(u \sin \alpha - w \sin \theta).$$

Comme elle fait un angle droit avec la vitesse u, qui fait un angle α avec le rayon vecteur, elle fait avec le rayon vecteur un angle $\frac{\pi}{2} - \alpha$, complémentaire du premier. Elle ne passe donc pas par le point fixe O. On peut affirmer qu'elle ne passe pas non plus par un autre point fixe. Admettons qu'il existe un point fixe A (*fig.* 3) par lequel passe l'accélération j. Si elle faisait un angle constant, $\frac{\pi}{2} - \alpha$, avec le rayon vecteur OM, le lieu du point M serait une circonférence passant par les deux points O et A. La vitesse v du point mobile serait tangente en M à cette circonférence, et son moment par rapport au point A serait constant. Or, à mesure que le point M s'approche du point A, le bras du levier AP de la vitesse v diminue indéfiniment, la vitesse v doit croître au-delà de toute limite, pour que le produit $v \times$ AP reste constant : résultat impossible, car la vitesse v est au plus égale à la somme $u + w$ des deux composantes qui servent à la former. Il serait très facile d'ailleurs de reconnaître que l'équation polaire

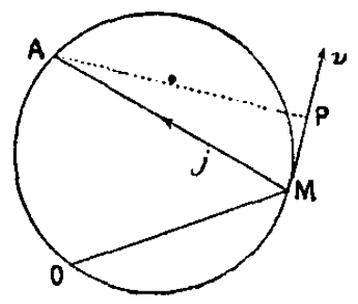


Fig. 3.

$$r \cos(\theta + \mu) = \text{constante}$$

d'une circonférence passant par le pôle O, ne satisfait pas à l'équation différentielle du lieu.

Lorsque l'angle α est nul ou égal à π, et que de plus les composantes u et w sont égales, la trajectoire est une parabole dont le point O est le foyer. L'accélération est alors normale au rayon vecteur, et égale en valeur absolue à $\frac{u^2}{r} \sin \theta$. Notre problème conduit donc à un nouvel exemple de mouvement parabolique, dans lequel l'accélération n'est ni parallèle à l'axe de la trajectoire, comme dans le mouvement des corps pesants, ni dirigée vers le foyer, comme dans le mouvement des comètes; elle est constamment normale au rayon vecteur, et inversement proportionnelle à $\frac{r}{\sin \theta}$. Au sommet de la courbe, l'accélération j est nulle; la vitesse v est nulle aussi; car elle est la différence des deux composantes u et w qui sont supposées égales. On reconnaît aisément que le point mobile, quand

son mouvement s'opère vers le sommet de la courbe, a des vitesses de plus en plus petites à mesure qu'il approche de ce point, et qu'il met un temps infini à l'atteindre. Le sommet est, en d'autres termes, un point-limite pour le mobile, qui ne peut passer d'une branche à l'autre de la courbe.

En général, la vitesse totale v ne peut s'annuler que si l'on a $u = w$. Égalons à zéro la somme des carrés de ses composantes : il vient

$$(w\cos\theta + u\cos\alpha)^2 + (u\sin\alpha - w\sin\theta)^2 = u^2 + w^2 + 2uw\cos(\theta+\alpha),$$

fonction qui ne peut se réduire à zéro que si l'on a

$$u = w \quad \text{et} \quad \theta + \alpha = \pi ;$$

elle représente le carré du troisième côté d'un triangle qui aurait l'angle $\pi - (\theta + \alpha)$ compris entre les côtés u et w.

L'accélération totale est nulle lorsqu'on a

$$u\sin\alpha = w\sin\theta ,$$

ce qui donne

$$\sin\theta = \frac{u\sin\alpha}{w} .$$

Cette équation ne donne aucune valeur réelle pour θ dans le premier des cas que nous avons examinés plus haut, celui où w est plus petit que $u\sin\alpha$. Mais elle fournit des valeurs réelles pour θ dans le troisième cas, lorsque w est plus grand que $u\sin\alpha$, et elle donne $\theta = \frac{\pi}{2}$ lorsque $u\sin\alpha = w$, c'est-à-dire dans le second. L'accélération et la vitesse sont nulles ensemble si l'on a en même temps

$$u = w , \qquad \theta + \alpha = \pi , \qquad \sin\theta = \sin\alpha ,$$

conditions qui sont compatibles, Pour que la vitesse v et l'accélération j s'annulent à la fois, il faut donc, et il suffit, que les composantes u et w soient égales; l'angle θ qui définit la position où j et v sont nulles ensemble est le supplément de l'angle donné α.

APPLICATION AU MOUVEMENT ELLIPTIQUE DES PLANÈTES.

Le mouvement elliptique des planètes se présente à nous, d'après l'analyse exposée plus haut, comme le résultat de la coexistence pour chaque planète de deux vitesses constantes, u et w, l'une perpendiculaire au rayon vecteur, l'autre parallèle à la directrice, ou per-

pendiculaire au grand axe. Proposons-nous de déterminer ces vitesses en fonction des constantes du mouvement elliptique.

Soient a et b les demi-axes de l'orbite,

T la durée de la révolution,

ε l'excentricité relative $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$.

La constante des aires A est égale à $\frac{\pi ab}{T}$, et comme b est égal à $a\sqrt{1-\varepsilon^2}$, on a aussi

$$A = \frac{\pi a^2\sqrt{1-\varepsilon^2}}{T},$$

ou encore

$$A = \frac{1}{2}na^2\sqrt{1-\varepsilon^2},$$

en appelant n le moyen mouvement $\frac{2\pi}{T}$.

Pour trouver les vitesses u et w, considérons successivement la planète au périhélie et à l'aphélie. Les distances du mobile au foyer en ces deux points sont respectivement $a(1-\varepsilon)$ et $a(1+\varepsilon)$; les deux composantes u et w s'ajoutent au périhélie, et se retranchent à l'aphélie pour donner les vitesses totales, et l'on a

$$(u+w)\,a(1-\varepsilon) = (u-w)\,a(1+\varepsilon) = 2A = na^2\sqrt{1-\varepsilon^2}.$$

Donc

$$u+w = na\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}},$$

$$u-w = na\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}},$$

ce qui donne à la fois

$$u = \frac{na}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \quad \text{et} \quad w = \frac{na\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}.$$

Si l'on fait $\varepsilon = \sin\varphi$, en observant que l'excentricité des planètes connues est toujours moindre que l'unité, on aura

$$u = \frac{na}{\cos\varphi}, \quad w = na\,\operatorname{tang}\varphi.$$

Entre les deux équations qui donnent u et w on peut éliminer ε; il vient

$$na = \sqrt{u^2-w^2}.$$

Élevant au carré et multipliant par a, on en déduit

$$a(u^2 - w^2) = n^2a^3 = G ,$$

G désignant la constante de la troisième loi Képler. *Le produit du grand axe par la différence des carrés des composantes u et w est donc constant pour toutes les planètes.* On peut aussi écrire cette équation sous la forme

$$au^2(1 - \varepsilon^2) = u^2 \frac{b^2}{a} = G ,$$

et l'on aura ce théorème : *le produit du carré de la composante u par le rayon de courbure de l'orbite au sommet du grand axe est constant pour toutes les planètes.*

La vitesse totale v de la planète varie aux divers points de la trajectoire. Elle est égale à

$u + w$ au périhélie,

$\sqrt{u^2 + w^2}$ au passage de la planète à l'extrémité de l'ordonnée au foyer F ;

$\sqrt{u^2 - w^2}$ au sommet du petit axe ;

$u - w$ à l'aphélie.

L'équation $u = \frac{na}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$ peut s'écrire

$$u = \frac{na^2}{b} .$$

La vitesse u est donc celle d'un point qui décrirait dans le temps T la circonférence du cercle osculateur à l'ellipse au sommet du petit axe.

L'excentricité de l'orbite terrestre est 0,01679. On en déduit

$$u = na \times 1,00014 ,$$
$$w = na \times 0,0168 .$$

La planète Junon est celle pour laquelle l'excentricité atteint la plus grande valeur, 0,25608. On aura pour cette planète

$$u = na \times 1,03449 ,$$
$$w = na \times 0,2649 .$$

Si par le foyer F on fait passer une droite qui coupe la trajectoire en deux points M et M', les directions des vitesses de la planète en

ces deux points concourront sur la directrice, polaire du foyer; et si l'on appelle v et v' ces deux vitesses, on aura

$$v^2 + v'^2 = 2(u^2 + w^2)$$
$$v^2 - v'^2 = 4uw\cos\theta,$$

θ étant l'angle que fait la droite MM′ avec le grand axe. Si l'on appelle ψ l'angle des deux vitesses v et v', on aura de plus

$$vv'\cos\psi = w^2 - u^2 = -\frac{G}{a}.$$

On a donc ces théorèmes :

La somme des carrés des vitesses de la planète aux deux extrémités d'une droite passant par le foyer F *est constante;*

La différence des carrés des mêmes vitesses varie proportionnellement au cosinus de l'angle θ *que fait cette droite avec le grand axe de l'orbite;*

Le produit des deux vitesses, multiplié par le cosinus de l'angle qu'elles font entre elles, est constant.

CONSTRUCTION DE LA TRAJECTOIRE D'APRÈS LES DONNÉES INITIALES.

Soit F (*fig.* 4) un centre d'attraction fixe, et M la position initiale d'un point mobile, de masse égale à l'unité, lancé avec une vitesse $v = MN$, et subissant de la part du point r une attraction égale à $\frac{G}{r^2}$, r étant la distance MF, et G une constante proportionnelle à la masse du corps attirant. Le mouvement du point M s'accomplira dans une section conique dont le point F sera le foyer. Le plan de la courbe est le plan mené par le point F et la direction de la droite MN. Si dans ce plan on élève une perpendiculaire FC sur le rayon FM, le point C où elle rencontre la droite MN prolongée, appartient à la directrice conjuguée au foyer F. Soit

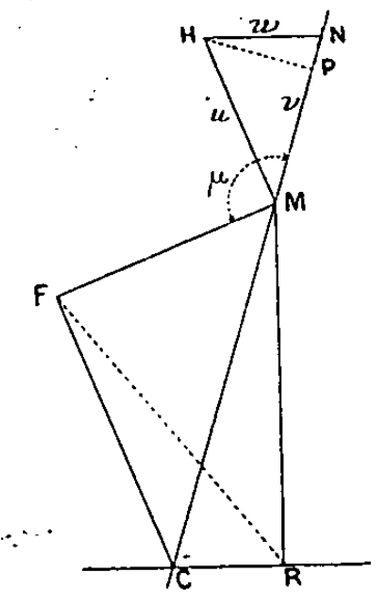


Fig. 4.

j l'accélération du mobile à son passage en M. On aura

$$j = \frac{G}{r^2} = \frac{2Au}{r^2};$$

en appelant A la constante des aires, laquelle est donnée par le moment de la vitesse initiale v par rapport au point F. On aura

$$2A = vr\sin\mu,$$

μ étant l'angle de la vitesse v avec le rayon MF. Donc

$$G = 2Au = vur \sin \mu ,$$

et enfin

$$u \sin \mu = \frac{G}{vr} ,$$

quantité connue. Si donc on prend sur une perpendiculaire MH au rayon vecteur, menée dans le sens de la vitesse v, une longueur $MH = u$, et qu'on projette le point H en P sur la direction de v, on aura

$$MP = u \sin \mu = \frac{G}{vr} ,$$

et le point P sera connu de position sur MN. Élevant en P une perpendiculaire à MN, on obtiendra le point H, à la rencontre des deux droites PH et MH et la composante u sera déterminée. Il suffira de joindre HN pour avoir la direction et la grandeur de la composante w; menant ensuite CR parallèle à HN par le point C, on aura la directrice, ce qui achève de déterminer la courbe; car on en connaît le foyer F, la directrice CR, et un point M, qui donne le rapport $\frac{MR}{MF} = \frac{u}{w}$ des distances de chaque point du lieu à la droite CR et au point F.

Si l'on joint FR, le triangle FRM sera semblable au triangle NMH, à cause de l'égalité des angles $FRM = FCM = HMN$, et $MFR = MCR = HNM$. Il en résulte que les trois côtés

$$FM, \quad MR, \quad FR ,$$

sont proportionnels aux côtés

$$HN, \quad MH, \quad MN ,$$

c'est-à-dire aux vitesses

$$w, \quad u, \quad v ,$$

Le demi grand axe a de l'orbite se déduira de la relation

$$a(u^2 - w^2) = G .$$

Or, dans le triangle HMN, on a

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2uv \sin \varphi .$$

Donc

$$u^2 - w^2 = 2uv \sin \mu - v^2 = \frac{2G}{r} - v^2 ,$$

et par suite

$$a = \frac{G}{u^2 - v^2} = \frac{G}{\frac{2G}{r} - v^2},$$

quantité indépendante l'angle μ, et qui dépend uniquement de la distance initiale r et de la grandeur de la vitesse initiale v, et non de sa direction. On retrouve très simplement, comme on le voit, cette propriété du mouvement elliptique.

PARTAGE APPROXIMATIF D'UNE ELLIPSE EN SECTEURS ÉGAUX.

Soit donnée une ellipse, dont $AA' = 2a$ est le grand axe, et les points F et F′ les foyers (*fig.* 5). A partir d'un point M de la courbe, menons un élément $dh = MP$, infiniment petit, perpendiculairement au grand axe; puis par l'extrémité P de cet élément, menons un autre élément $dl = PM'$, perpendiculaire au rayon MF, jusqu'à la rencontre de la courbe en M′. On forme ainsi un triangle infinitésimal MPM′, dans lequel on a

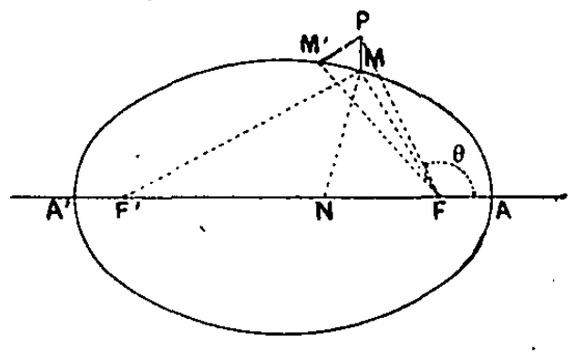


Fig. 5.

$$MP = dh, \quad PM' = dl, \quad MM' = ds.$$

Cela posé, je dis : 1° que, si dh est constant, dl est aussi constant; 2° que le secteur infiniment petit FMM′ est aussi constant en surface.

Ces deux propositions résultent immédiatement des théorèmes établis plus haut; on peut aussi les démontrer directement.

1° Menons la normale MN, bissectrice de l'angle F′MF. Les triangles MPM′, NFM auront leurs côtés respectivement perpendiculaires, et l'on a la proportion

$$\frac{MP}{NF} = \frac{PM'}{FM}.$$

Mais la bissectrice MN partage la base FF′ du triangle FMF′ en deux segments proportionnels aux côtés, ce qui donne

$$\frac{NF}{MF} = \frac{NF'}{F'M} = \frac{NF + NF'}{FM + F'M} = \frac{FF'}{AA'} = \varepsilon,$$

en désignant par ε l'excentricité relative de l'ellipse.

Donc

$$PM' = MP \times \frac{FM}{NF} .$$

c'est-à-dire

$$dl = \frac{dh}{\varepsilon} .$$

Si dh est constant, dl l'est donc aussi.

2° Le triangle FMM′ est, au triangle infiniment petit du second ordre MPM′ près, la différence entre les triangles M′PF et MPF. Soit 0 l'angle MFA qui définit la position du rayon vecteur FM; et soit r ce rayon vecteur. On aura, aux infiniment petits d'ordre supérieur près,

$$\text{Surf M'PF} = \frac{1}{2} r dl ,$$

$$\text{Surf MPF} = -\frac{1}{2} dh \times r \cos 0 ,$$

et par suite,

$$\begin{aligned} \text{Surf FMM'} &= \frac{1}{2} r dl + \frac{1}{2} dh \times r \cos 0 \\ &= \frac{1}{2} r (dl + dh \cos 0) \\ &= \frac{r}{2\varepsilon} (1 + \varepsilon \cos 0) dh . \end{aligned}$$

L'équation polaire de l'ellipse est

$$r = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos 0} .$$

Donc le produit $r(1 + \varepsilon \cos 0)$ est constant pour tous les points de la courbe, et égal à $a(1 - \varepsilon^2)$. On en déduit

$$\text{Surf FMM'} = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{2\varepsilon} dh .$$

de sorte que l'aire du secteur FMM′ est constante si l'élément dh est constant.

De là résulte un procédé pratique pour partager approximativement l'ellipse en un grand nombre de secteurs équivalents par des rayons émanant du foyer. Soit m le nombre de secteurs que l'on veut obtenir. On aura pour l'un d'eux

$$\text{Surf FMM'} = \frac{\pi ab}{m} .$$

Donc

$$dh = \frac{2\varepsilon\pi b}{m(1-\varepsilon^2)},$$

quantité qui sera d'autant plus petite que le nombre m sera plus grand. On en déduit

$$dl = \frac{2\pi b}{m(1-\varepsilon^2)},$$

et le partage demandé s'obtiendra approximativement, à l'aide d'un tracé en dents de scie, dont les côtés dh et dl seront, le premier perpendiculaire au grand axe, le second perpendiculaire au rayon vecteur; celui-ci peut être remplacé par un petit arc de cercle de même longueur décrit du point F comme centre avec FP pour rayon. Ces opérations n'exigent pas le tracé préalable de l'ellipse; elles peuvent servir par conséquent à la tracer, et à obtenir les points successifs M, M', ... Le résultat sera d'autant plus voisin de l'exactitude, que les éléments dh et dl seront plus petits, c'est-à-dire que le nombre m des secteurs sera plus grand.

INDICATION D'UN DISPOSITIF QUI RÉALISERAIT LE MOUVEMENT ELLIPTIQUE DES PLANÈTES.

Il suffit pour réaliser le mouvement elliptique de faire coexister pour un point mobile une vitesse constante de circulation w, perpendiculaire au rayon vecteur, et une vitesse constante de translation, w, parallèle à une direction fixe. Imaginons qu'une roue R (*fig.* 6), perpendiculaire au plan du papier, soit mise en mouvement par un mécanisme d'horlogerie, et qu'elle roule uniformément sur cette surface plane supposée fixe, de manière que son centre ait la vitesse constante w. Le plan de la roue R doit être monté en M à angle droit sur le rayon FM, lequel peut à la fois tourner autour du point F, et s'allonger ou se raccourcir sans effort appréciable, de manière à faire varier la distance MF. On formera pour cela le rayon FM de deux règles glissant à frottement doux l'une sur l'autre.

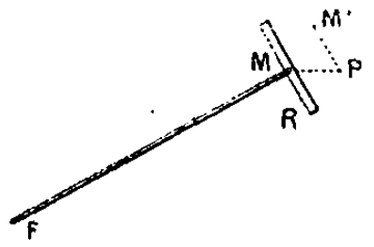


Fig. 6.

Imaginons en outre qu'on communique à la surface plane sur laquelle porte la roue, et qui est formée d'une feuille de papier sans fin tendue sur deux rouleaux parallèles, une translation uniforme égale à la vitesse w. Il est nécessaire que l'adhérence de la roue R sur le papier soit assez énergique, pour que le déplacement du papier

entraîne la roue sans la faire tourner : il en résulte seulement un allongement ou un raccourcissement du rayon FM, qui devient FP. Dans ce déplacement le centre de la roue décrit l'élément $MP = udt$, en même temps que le mouvement d'horlogerie de la roue lui communique par rapport au papier un déplacement $PM' = udt$ perpendiculaire à FM. La coexistence des deux déplacements sera le mouvement demandé. Il faut pour cela que le déplacement MP ne fasse pas tourner la roue, ce qui suppose, d'une part, que la pression de la roue sur le papier soit suffisamment grande, et d'autre part, que le rayon FM oppose la plus faible résistance possible aux variations de longueur qu'il doit subir. Le mouvement de rotation de la roue autour de son axe est commandé uniquement par le mécanisme d'horlogerie, et la roue ne subit, du fait du transport MP, qu'un pivotement infiniment petit autour de la verticale de son centre.

REMARQUES DIVERSES.

La méthode que nous avons suivie pour l'étude du mouvement elliptique est susceptible de plusieurs applications, que nous allons indiquer d'une manière sommaire :

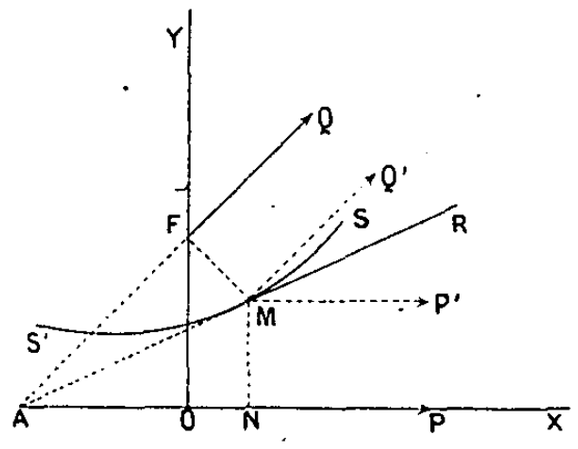


Fig. 7.

1° Deux forces, P et Q, sont données de grandeur, et sont appliquées dans un même plan à des points fixes, O et F (*fig* 7). La première P a une direction constante OX. La seconde Q est supposée mobile autour de son point d'application F. Dans chaque position assignée à la force Q, les deux forces P et Q ont une résultante R, dont on demande l'enveloppe.

L'enveloppe cherchée est une courbe du second ordre SS', lieu des points M qui sont tels, que le rapport $\frac{MF}{MN}$ des distances de ces points au point F et à la droite OX soit constant et égal au rapport $\frac{Q}{P}$. Le point M est situé sur la droite FM, perpendiculaire au point F à la force FQ.

Ce problème ne diffère pas de celui que nous avons traité tout à l'heure. Les forces P et Q se transportent au point A, où on les compose; la résultante R, transportée au point de contact M avec son enveloppe, s'y redécompose dans les forces P' et Q'. La force Q' remplace la composante u, normale à FM; la force P' la compo-

sante w. La résultante R est variable, mais son moment par rapport au point F est constant, comme l'était le moment de la vitesse totale v.

Il est facile d'imaginer un dispositif qui permette de tracer une courbe du second ordre par l'enveloppe de ses tangentes. On suppose donnés le foyer F, la directrice XX′, et le rapport $\frac{MF}{MN} = m$ des distances d'un point M de la courbe au foyer et à la directrice (*fig.* 8). Construisons un parallélogramme articulé ABCD, dont les côtés AB, AD satisferont à la condition

$$\frac{AB}{AD} = m .$$

Nous prolongerons les côtés AB, AD, et nous installerons suivant la diagonale AC une règle, pincée dans l'articulation A, et libre de glisser sans frottement dans une fente réservée dans le pivot de l'articulation C. Cette disposition permet les variations de longueur de la diagonale AC lorsque le parallélogramme se déforme. Faisons glisser le côté AB le long de la directrice XX′, en ayant soin de faire constamment passer le côté AD par le foyer F. La règle AC donnera autant qu'on le voudra de tangentes à la courbe par ses positions successives. Une équerre placée en F, le long de la droite AD prolongée, fera connaître sur chaque tangente la position du point de contact M.

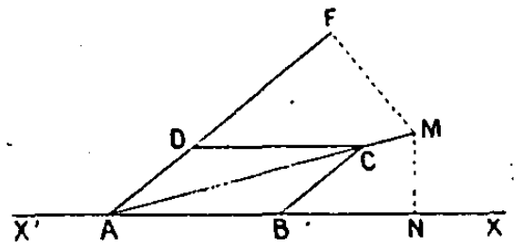


Fig. 8.

2° Quel que soit le mouvement élémentaire d'un point M, on peut toujours le regarder comme décomposé en deux mouvements, dont les vitesses aient des grandeurs constantes, les directions de ces vitesses pouvant être seules variables. Cela revient à décomposer l'arc élémentaire ds de la trajectoire en deux éléments dh et dl, qui seront constants en grandeur, mais dont l'angle φ variera d'un élément à l'autre. Ces éléments dh et dl sont pour ainsi dire les branches d'un compas, qui servirait à porter sur la trajectoire les arcs successifs ds parcourus dans un même temps dt. L'angle φ, ouverture de ce compas, est le supplément de l'angle des vitesses composantes u et w, dont la résultante v est la vitesse totale du mobile. On aura

$$ds^2 = dh^2 + dl^2 - 2dh\,dl\cos\varphi .$$

et, en divisant par dt^2,

$$v^2 = u^2 + w^2 - 2uw\cos\varphi .$$

Les vitesses u et w doivent être choisies de telle sorte, que la vitesse totale v soit toujours comprise entre $u - w$ et $u + w$. Si elle peut devenir nulle, il faudra par conséquent faire $u = w$.

La demi-différence des forces vives qui entre dans l'équation du travail prend alors la forme

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = muw (\cos \theta_0 - \cos \theta) .$$

La même conclusion s'applique à tous les points matériels d'un système en mouvement, et si l'on appelle V, par exemple, une vitesse constante, suffisamment grande pour que la vitesse d'aucun point du système ne soit supérieure à 2V, on pourra écrire l'équation des forces vives sous la forme

$$V^2 (\Sigma m \cos \theta_0 - \Sigma m \cos \theta) = T ,$$

T désignant le travail total des forces, intérieures et extérieures, dans le passage du système de sa première à sa seconde position.

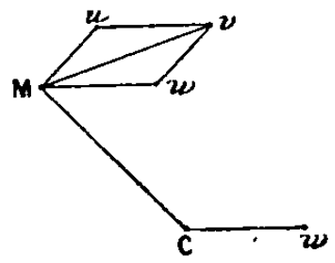


Fig. 9.

Nous avons observé plus haut que l'emploi du théorème des forces vives conduit immédiatement à l'équation de la trajectoire dans le cas du mouvement elliptique des planètes.

3° Si l'on considère le mouvement cycloïdal d'un point M (*fig.* 9), on reconnaît qu'il résulte de la coexistence d'une vitesse de translation uniforme w, et d'une vitesse de circulation constante, u, normale au rayon CM qui joint le point M au centre C, animé lui-même de la translation

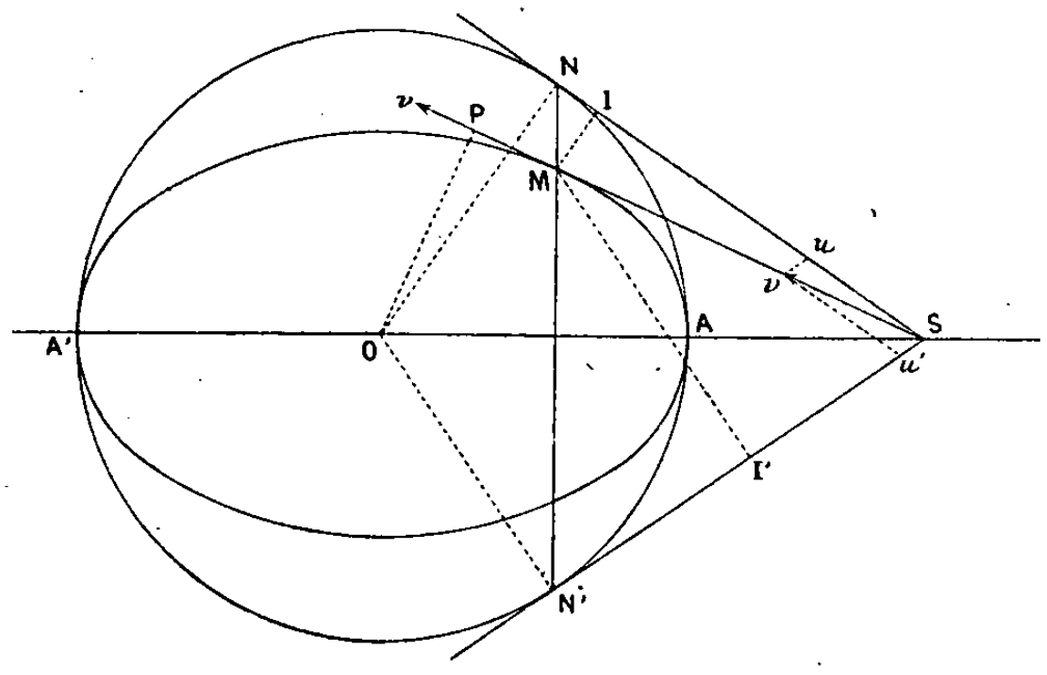


Fig. 10.

w. Le mouvement cycloïdal diffère donc du mouvement elliptique, en ce que le point C subit la dérive w dans le premier mouvement, tandis qu'il doit rester fixe dans le second,

4° Considérons encore un mouvement elliptique, celui dans lequel des aires égales sont décrites en temps égaux autour du centre O, et qui est la projection sur un plan oblique d'un mouvement circulaire uniforme. Soit M (*fig.* 10) une position du mobile, N et N′ les points qui ont même abscisse sur le cercle décrit pour AA′ comme diamètre. Les tangentes au cercle et à l'ellipse aux points M, N, N′, concourent en un même point S de l'axe AA′. Transportons en ce point la vitesse v, et décomposons-la suivant SN et SN′. Les composantes u et u', que nous obtiendrons ainsi, seront constantes. On reconnaît, en effet, en prenant les moments des trois vitesses u, u', v par rapport au point O, que la différence $u - u'$ est constante; et en prenant les moments par rapport au point M, que le rapport $\frac{u}{u'}$ est égal au rapport $\frac{MI'}{MI}$ des distances du point M à ces deux vitesses, c'est-à-dire au rapport $\frac{MN'}{MN'}$, lequel est constant et égal à $\frac{a-b}{a+b}$, a et b étant les demi-axes de la courbe.

On trouve, en définitive, en appelant T la durée de la révolution,

$$u = \frac{\pi(a+b)}{T},$$

$$u' = \frac{\pi(a-b)}{T}.$$

La vitesse v est égale à la somme $u + u'$ aux sommets du petit axe, et à la différence $u - u'$ aux sommets du grand.

M. ESCARY

Professeur au Prytanée militaire de La Flèche.

SUR LA REPRÉSENTATION D'UNE FONCTION ARBITRAIRE AU MOYEN D'UNE SÉRIE CONVERGENTE ORDONNÉE SUIVANT DES POLYNOMES DÉPENDANTS DES COORDONNÉES ELLIPTIQUES DANS LE PLAN.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

Le système de coordonnées, que l'on obtient par l'emploi d'ellipses et d'hyperboles homofocales, ou de cylindres elliptiques et hyperboliques homofocaux, et qui est connu sous le nom de système de coor-

données elliptiques, a d'abord été introduit dans l'analyse par Euler, à l'occasion d'un problème de mécanique. Il a ensuite fait l'objet des études de Legendre, Liouville, Lamé, M. Émile Mathieu et plusieurs autres. Nous nous proposons de montrer ici comment on peut représenter une fonction arbitraire de ces coordonnées, au moyen d'une série convergente ordonnée suivant des polynômes dépendants à la fois de fonctions circulaires et de fonctions hyperboliques isothermes. Pour obtenir la forme sous laquelle il convient d'introduire ces polynômes, nous allons, par analogie avec la série de Laplace, ordonnée suivant les fonctions Y_n, les faire naître du développement de l'inverse d'un radical analogue à celui qui donne naissance à ces fonctions célèbres. Ce résultat nous apprendra en même temps que la représentation que nous avons en vue est possible. Ces polynômes ne paraissent pas d'ailleurs avoir été encore considérées par les géomètres dans les recherches où ils se sont trouvés amenés à appliquer les coordonnées elliptiques.

§ 1. — Génération des fonctions cylindriques isothermes.

On parvient aux polynômes dont nous venons de parler en partant de l'identité

$$\frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{A + iB\cos\theta}, \tag{1}$$

dans laquelle il suffit de faire les substitutions suivantes :

$$A = \cos\beta - ti \sin h\gamma,$$
$$B = \sin\beta - t\cos h\gamma.$$

On obtient ainsi le développement

$$[1 - 2t(i \sin h\gamma \cos\beta + \sin\beta \cos h\gamma) + t^2]^{-\frac{1}{2}} \tag{2}$$
$$= \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{i^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\sin h\gamma + \cos h\gamma \cos\theta]^n \, d\theta}{[\cos\beta + i \sin\beta \cos\theta]^{n+1}} t^n.$$

On peut établir très simplement l'exactitude de l'égalité précédente (2). A cet effet, D étant supposé une imaginaire de la forme $a + ia'$, et dont le module est inférieur à l'unité, de l'identité

$$\frac{1}{1 - D\cos\theta} = \frac{1}{m - im'} \left(\frac{1}{1 - Ce^{i\theta}} + \frac{1}{1 - Ce^{-i\theta}} - 1 \right).$$

facile à vérifier, et dans laquelle on a posé

$$\sqrt{1-D^2} = n - in', \quad C = \frac{D}{1+\sqrt{1-D^2}},$$

on déduit

$$C^2 = \frac{1-n+in'}{2+n-in'}.$$

Maintenant le module de C^2, savoir :

$$\sqrt{\frac{(1-n)^2+n'^2}{(2+n)^2+n'^2}},$$

étant inférieur à l'unité, celui de C l'est pareillement, et l'on a

$$\frac{1}{1-D\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{1-D^2}}\left[1 + C(e^{i\theta}+e^{-i\theta}) + C^2(e^{2i\theta}+e^{-2i\theta}) + \dots\right].$$

Donc on a

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{1-D\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{1-D^2}}.$$

Actuellement, on peut écrire

$$\frac{1}{\cos\beta - it\sin h\gamma + i\sin\beta\cos\theta - it\cos h\gamma\cos\theta}$$
$$= \frac{1}{\cos\beta - it\sin h\gamma}\cdot\frac{1}{1-\dfrac{\sin\beta - t\cos h\gamma}{t\sin h\gamma + i\cos\beta}\cos\theta},$$

donc on aura

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{\cos\beta - it\sin h\gamma + i\sin\beta\cos\theta - it\cos h\gamma\cos\theta}$$
$$= \frac{1}{\cos\beta - it\sin h\gamma}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\sin\beta - t\cos h\gamma}{t\sin h\gamma + i\cos\beta}\right)^2}},$$

sous la condition que le module de $\dfrac{\sin\beta - t\cos h\gamma}{t\sin h\gamma + i\cos\beta}$ soit inférieur à l'unité. Or, on peut toujours disposer du paramètre t de manière à avoir

$$\sqrt{\frac{(\sin\beta - t\cos h\gamma)^2}{t^2\sin h^2\gamma + \cos^2\beta}} < 1.$$

car il suffit, pour que cette inégalité ait lieu, que t soit compris entre les deux racines toujours réelles de l'équation

$$t^2 - 2t \sin\beta \cos \mathrm{h}\gamma - \cos 2\beta = 0 ,$$

supposition évidemment permise, puisque t est absolument arbitraire. Nous pouvons donc supposer à t une valeur telle que l'égalité (2) ait lieu.

§ 2. — Premier type des fonctions cylindriques isothermes.

Nous désignerons par V_n le coefficient de t^n dans le développement (2), abstraction faite de l'imaginaire i^n, et nous écrirons :

$$V_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\sin \mathrm{h}\gamma + \cos \mathrm{h}\gamma \cos\theta]^n}{[\cos\beta + i \sin\beta \cos\theta]^{n+1}} \, d\theta .$$

Maintenant, en posant

$$(3) \quad \begin{cases} [\sin \mathrm{h}\gamma + \cos \mathrm{h}\gamma \cos\theta]^n = R_n + 2R'_n \cos\theta + 2R''_n \cos 2\theta + \dots , \\ [\cos\beta + i \sin\beta \cos\theta]^{-n-1} = M_n + 2iM'_n \cos\theta - 2M_n'' \cos 2\theta \quad \dots , \end{cases}$$

l'expression de V_n devient :

$$V_n = i^n \left[M_n R_n + 2 \sum_{l=1}^{l=n} i^l M_n^{(l)} R_n^{(l)} \right] .$$

En posant encore :

$$(4) \quad \begin{cases} \sin \mathrm{h}\gamma = \zeta , & \cos \mathrm{h}\gamma e^{i\theta} = z , \\ \cos\beta = \eta , & i \sin\beta e^{i\theta} = z , \end{cases}$$

Une analyse en tout point semblable à celle dont Jacobi a fait usage dans son Mémoire sur les fonctions Y_n (*Journal de Liouville*, 1re série, t. X, p. 229), conduit aux identités suivantes :

$$(5) \quad \begin{cases} [(\zeta + z)^2 + 1]^n = 2^n z^n [\sin \mathrm{h}\gamma + \cos \mathrm{h}\gamma \cos\theta]^n , \\ [(\eta + z)^2 - 1]^{-n-1} = (2z)^{-n-1} [\cos\beta + i \sin\beta \cos\theta]^{-n-1} . \end{cases}$$

desquelles on déduit sur-le-champ les valeurs de $M_n^{(l)}$ et de $R_n^{(l)}$. Le calcul est identiquement le même que pour les fonctions Y_n et les polynômes concernant les ellipsoïdes de révolution. (*Congrès de Nancy.*)

Il suffit, en effet, de développer les premiers membres des égalités (5) au moyen de la série de Taylor, et de se servir, pour les

seconds, des relations (3) où l'on remplace les cosinus par des exponentielles qu'on élimine ensuite à l'aide des relations (4). On obtient ainsi en égalant les coefficients de z^{n+l}

$$\mathrm{R}_n^{(l)} = \frac{1}{2^n \Gamma(n+l+1)} \cdot (1+\zeta^2)^{\frac{l}{2}} \frac{d^{n+l}(\zeta^2+1)^n}{d\zeta^{n+l}},$$

$$\mathrm{M}_n^{(l)} = (-1)^l \frac{\Gamma(n-l+1)}{2^n \Gamma(n+1)^2} \cdot (1-\eta^2)^{\frac{l}{2}} \frac{d^{n+l}(\eta^2-1)^n}{d\eta^{n+l}}.$$

En portant ces valeurs dans l'expression de V_n, et en observant que, pour $l=0$, on a

$$\mathrm{R}_n^{(o)} = \frac{1}{2^n \Gamma(n+1)} \cdot \frac{d^n(\zeta^2+1)^n}{d\zeta n} = \mathrm{R}^{(n)}_{-\frac{1}{2}},$$

$$\mathrm{M}_n^{(o)} = \frac{1}{2^n \Gamma(n+1)} \cdot \frac{d^n(\eta^2-1)^n}{d\eta^n} = \mathrm{M}^{(n)}_{-\frac{1}{2}},$$

on trouve, en adoptant encore les notations dont nous nous sommes servi dans une autre occasion *, et en effectuant des réductions faciles

$$\dot{\mathrm{V}}_n = i^n \left[\mathrm{M}^{(n)}_{-\frac{1}{2}} \mathrm{R}^{(n)}_{-\frac{1}{2}} + 2 \sum_{e=1}^{l=n} \frac{(1.3.5.7.\ldots.2l-1)^2}{n+l.n+l-1.\ldots.n-l+1} \times (\eta^2-1)^{\frac{l}{2}} (1+\zeta^2)^{\frac{l}{2}} \mathrm{M}^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}} \mathrm{R}^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}} \right].$$

Dans le second membre de cette égalité, $\mathrm{M}^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}$ est toujours le coefficient de t^{n-l} dans le développement de $(1-2\eta t+t^2)^{-\frac{2l+1}{2}}$ ordonné suivant les puissances ascendantes de t, et $\mathrm{R}^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}$ est, à une puissance près de l'imaginaire i, le coefficient correspondant dans le développement de $(1-2i\zeta t+t^2)^{-\frac{2l+1}{2}}$, ordonné de la même manière.

Maintenant nous savons (*Congrès de Nancy*) que le facteur $(1-\eta^2)^{\frac{l}{2}} \mathrm{M}^{(n-l}_{-\frac{2l+1}{2}}$, que nous désignons par $\mathrm{P}_l^{(n)}$, satisfait à l'équation différentielle linéaire et du second ordre

* *Journal de mathématiques de Liouville*, 3e série, t. V, p. 47.

$$(6)\qquad (\eta^2-1)^2 y'' + 2\eta(\eta^2-1)y' - [n(n+1)(\eta^2-1) + l^2]y = 0\ ,$$

dont l'intégrale générale est :

$$(7)\qquad y = \mathrm{AP}_l^{(n)} + \mathrm{BP}_l^{(n)} \int \frac{d\eta}{(\mathrm{P}_l^{(n)})^2 (1-\eta^2)}\ .$$

A et B étant des constantes arbitraires, et que y est une fonction uniforme dans l'intérieur d'un cercle de rayon égal à l'unité.

De même, le facteur $(1+\zeta^2)^{\frac{l}{2}} \mathrm{R}^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}}$, que nous désignerons par $\mathrm{R}_l^{(n)}$, satisfait à l'équation différentielle

$$(\zeta^2+1)^2 y'' + 2\zeta(\zeta^2+1)y' - [n(n+1)(\zeta^2+1) - l^2]y = 0\ ,$$

dont l'intégrale générale est

$$(9)\qquad y = \mathrm{AR}_e^{(n)} + \mathrm{BR}_e^{(n)} \int \frac{d\zeta}{(\mathrm{R}_e^{(n)})^2 (1+\zeta^2)}\ ,$$

A et B désignant toujours deux constantes arbitraires.

Les polynômes $\mathrm{P}_l^{(n)}$ et $\mathrm{R}_l^{(n)}$ dont nous venons de donner la génération, constituent ce que nous appellerons le premier type des fonctions cylindriques isothermes.

Tous les résultats contenus dans ce paragraphe sont, comme on voit, absolument semblables à ceux qui concernent les ellipsoïdes de révolution (*Congrès de Nancy*), et n'en diffèrent que par la nature des fonctions qui y figurent. La même chose va se présenter dans les résultats du paragraphe suivant.

§ 3. — Second type des fonctions cylindriques isothermes.

Si, en ayant égard aux identités, savoir

$$(10)\qquad \begin{cases} \sin^2\omega + \cos^2\omega = 1\ , \\ \cos \mathrm{h}^2\omega - \sin \mathrm{h}^2\omega = 1\ , \end{cases}$$

x désigne dans l'équation (6) l'une quelconque des fonctions $\sin\beta$ $\cos\beta$ et qu'on appelle x_1 celle qui lui est associée au moyen de la première des équations, cette même équation (6) se transforme, en prenant x_1 pour variable indépendante, en l'équation

$$(11)\qquad x_1^2(1-x_1^2)y'' - x_1(1-2x_1^2)y' + [n(n+1)x_1^2 - l^2]y = 0\ .$$

De même, si x désigne la fonction $\cos \mathrm{h}\gamma$. et que x_1 réprésente

sin hγ, qui lui est associée au moyen de la seconde équation (10), la même équation (6) devient, en prenant x_1 pour variable indépendante

$$(12) \qquad x_1^2(n_1^2+1)y'' + x_1(1+2x_1^2)y' - [n(n+1)n_1^2 + l^2]y = 0.$$

Enfin, si dans le polynôme $P_l^{(n)}$, on remplace, après avoir effectué les dérivations indiquées, x par $\sqrt{1-x_1^2}$, ce polynôme s'écrit :

$$P_l^{(n)} = \frac{\Gamma(l+6)}{2^{n-l}\Gamma(2l+1)\Gamma(n+1)} x_1^l \sum_{\mu=0}^{\mu=h} \left[(-1)^\mu \frac{n.n-1.n-2\ldots n-\mu+1}{1.2.3.4\ldots\mu} \right.$$
$$\left. \times \frac{d^{n+l} z^{2n-2\mu}}{dz^{n+l}} (1-x_1^2)^{h-\mu} \right]_{z=1},$$

en posant $n-l=2h$, n et l étant de même parité. Si n et l étaient de parités différentes, on aurait, en outre, comme facteur accompagnant x_1^l, le radical $\sqrt{1-x_1^2}$, et h serait égal à $\frac{n-l-1}{2}$.

Alors l'intégrale générale de l'équation (11), se déduit de celle (7) de l'équation (6), par le changement de variable que nous venons d'indiquer, et l'on a pour cette intégrale

$$y = AP_l^{(n)} + BP_l^{(n)} \int \frac{dx}{(P_l^{(n)})^2 x_1^2}.$$

Comme on a $x^2 + x_1^2 = 1$, il en résulte

$$dx = \frac{-x_1 dx_1}{\sqrt{1-x_1^2}};$$

et l'intégrale précédente s'écrit finalement :

$$(13) \qquad y = AP_l^{(n)} + BP_l^{(n)} \int \frac{dx_1}{(P_l^{(n)})^2 x_1 \sqrt{1-x_1^2}}.$$

L'intégrale générale de l'équation (12) se déduit de cette dernière en y changeant x_1 en ix_1.

Tel est le second type des fonctions cylindriques isothermes dont nous voulions donner la génération et la forme. On voit que ces résultats sont tout à fait semblables à ceux que nous avons obtenus à l'occasion des ellipsoïdes de révolution.

§ 4. — Représentation d'une fonction arbitraire au moyen des polynômes $P_l^{(n)}$.

Les propriétés analytiques des polynômes $P_l^{(n)}$, lesquelles sont bien connues, montrent que ces polynômes sont propres à représenter une fonction arbitraire de la variable dont ils dépendent, tant que cette variable reste comprise entre certaines limites. En effet, $F(\eta_1)$ étant une fonction arbitraire assujettie seulement à rester finie entre les limites -1 et $+1$ de la variable η_1, on peut poser :

$$F(\eta_1) = \sum_{n=o} \sum_{l=o} G_l^{(n)} P_l^{(n)},$$

$G_l^{(n)}$ étant une constante arbitraire que nous allons déterminer. A cet effet, changeant η_1 en η_1', dans l'égalité précédente, puis, multipliant les deux membres par $P_l^{(n)}(\eta_1')\,d\eta_1'$, et intégrant entre les limites -1 et $+1$, on a, en faisant abstraction du double signe sommatoire,

$$\int_{-1}^{+1} F(\eta_1')\, P_l^{(n)}(\eta_1')\, d\eta_1' = G_l^{(n)} \int_{-1}^{+1} \left(P_l^{(n)}(\eta_1')\right)^2 d\eta' = G_l^{(n)}\, P_l^{(n)}.$$

D'où :

$$G_l^{(n)} = \frac{1}{p_l^{(n)}} \int_{-1}^{+1} F(\eta_1')\, P_l^{(n)}(\eta_1')\, d\eta_1' :$$

et par suite.

$$F(\eta_1) = \sum_{n=o} \sum_{l=o} \frac{1}{p_l^{(n)}} \int_{-1}^{+1} P_l^{(n)}(\eta_1)\, P_l^{(n)}(\eta_1')\, F(\eta_1')\, d\eta_1',$$

série analogue à celles qui concernent la sphère et les ellipsoïdes de révolution (*Congrès de Nancy*), et qui ne diffère de ces dernières que par l'absence du facteur relatif à la longitude, ou par le cosinus d'un multiple de la différence des longitudes des points correspondants à η_1 et à η_1'.

En faisant attention que l'on a

$$p_l^{(n)} = \frac{2}{2n+1} \cdot \frac{n+l.n+l-1....2l+1.2.4.6.8....2l}{1.2.3.4....n-l.1.3.5....2l-1},$$

* Voir mon Mémoire sur ces fonctions, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 3e série, t. V, p. 60.

la double sommation appliquée au produit

$$\frac{1}{p_l^{(n)}} \mathrm{P}_l^{(n)}(\eta)\,\mathrm{P}_l^{(n)}(\eta'),$$

donne la série

$$\frac{1}{2}\sum_{n=o}^{n=\infty}(2n+1)\left[\mathrm{M}_{-\frac{1}{2}}^{(n)}(\eta)\mathrm{M}_{-\frac{1}{2}}^{(n)}(\eta')+2\sum_{l=o}^{l=n}(1-\eta^2)^{\frac{l}{2}}(1-\eta'^2)^{\frac{l}{2}}\mathrm{M}_{-\frac{2l+1}{2}}^{(n-l)}(\eta)\mathrm{M}_{-\frac{2l+1}{2}}^{(n-l)}(\eta')\right],$$

ce qui n'est autre chose que la fonction V_n, obtenue en faisant dans les deux membres de l'identité (1),

$$\mathrm{A} = \cos\beta - l\cos\beta',$$
$$\mathrm{B} = \sin\beta - l\sin\beta';$$

car on trouve ainsi

$$(14)\qquad \left(1-2l\cos(\beta'-\beta)+l^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=o}^{n=\infty}\frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi}\frac{[\cos\beta'+i\sin\beta'\cos\theta]^n d\theta}{[\cos\beta+i\sin\beta\cos\theta]^{n+1}}l^n;$$

pourvu que l'on dispose de l, qui est arbitraire, de façon à avoir (§ 1) :

$$\frac{\sin\beta - l\sin\beta'}{l\cos\beta'-\cos\beta}<1, \quad \text{ou} \quad l>\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\beta'\right)},$$

ce qui est permis, quels que soient β et β'. On a donc, pour la représentation de la fonction $\mathrm{F}(\eta)$.

$$(15)\qquad \mathrm{F}(\eta)=\frac{1}{2}\sum^{n=\infty}(2n+1)\int_{-1}^{+1}\mathrm{V}_n\,\mathrm{F}(\eta')d\eta'.$$

Nous allons démontrer la convergence de la série qui figure au second membre de cette égalité.

§ 5. — Démonstration de la convergence de la série précédente.

En observant que la fonction V_n n'est autre chose que la fonction Y_n dans laquelle on supprime le facteur $\cos l(\varphi-\varphi')$, la démonstration donnée par Dirichlet de la convergence de la série de Laplace (*Journal de Crelle*, t. XVII), ou celle donnée par M. Ossian Bonnet (*Journal de Liouville*, 1re série, t. XVII), est applicable au cas qui

nous occupe. En effet, si l'on se place d'abord, comme le fait Dirichlet, dans la supposition de $\beta = 0$, on a $\eta = 1$, $F(\eta) = F(1)$, et le polynôme V_n devient la fonction X_n de Legendre. On tombe ainsi sur la série même dont l'illustre géomètre allemand a démontré la convergence. Son analyse s'applique mot pour mot à notre cas, et l'on trouve pour la somme de la série qui figure au second membre de l'égalité (5), le premier membre $F(1)$, et cela que $F(1)$ soit continue ou discontinue entre les limites -1 et $+1$, la restriction que la fonction $F(\eta')$ reste finie entre les limites de l'intégration, qui est supposée avoir lieu dans la formation de cette série (15), étant seule nécessaire.

Un changement d'origine permet ensuite, en suivant toujours la méthode de Dirichlet*, de passer du cas particulier que nous venons de considérer au cas général de β quelconque. La série dont il s'agit est donc convergente.

§ 6. — Convergence de la même série dans laquelle il entre, en outre, sous le signe sommatoire le facteur $R_e^{(n)}$ dépendant du rayon vecteur.

Considérons en second lieu la série

$$(16)\qquad V = \frac{1}{2}\sum_{n=o}^{n=\infty}(2n+1)\int_{-1}^{+1}\left[M^{(n)}_{-\frac{1}{2}}(\eta)\,M^{(n)}_{-\frac{1}{2}}(\eta')\,\frac{R'^{(n)}_{-\frac{1}{2}}(\zeta)}{R^{(n)}_{-\frac{1}{2}}(\zeta_1)}\right.$$

$$\left.+2\sum_{l=1}^{l=n}\frac{(1.3.5\ldots 2l-1)^2}{n+l.n+l-1..n-l+1}(1-\eta^2)^{\frac{l}{2}}(1-\eta'^2)^{\frac{l}{2}}M^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}}(\eta)M^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}}(\eta')\frac{R^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}}(\zeta)}{R^{(n-l)}_{-\frac{2l+1}{2}}(\zeta_1)}\right]$$

$$\times F(\eta')d\eta'$$

où l'on a

$$\zeta = \sin h\gamma\,;\quad \text{avec}\quad \gamma = \int_e^{\rho}\frac{d\rho}{\sqrt{\rho^2-c^2}},\quad \text{et}\quad \sqrt{\rho^2-c^2} = c\sin h\gamma,$$

et où l'on suppose en outre que ζ se rapporte aux points intérieurs à l'ellipse

$$\frac{x^2}{\cos l.^2\zeta_1} + \frac{y^2}{\sin h^2\zeta_1} = c^2,$$

et ζ_1, aux points situés sur cette ellipse**.

* Voir le § 4 du Mémoire de Dirichlet, cité plus haut.

** Lamé, *Leçons sur les fonctions inverses, etc.*, p. 12.

Cette série (16) est formée, comme on voit, par les produits terme à terme de deux séries absolument convergentes. Car la série obtenue en prenant à part le facteur

$$\frac{R_i^{(n)}(\zeta)}{R_i^{(n)}(\zeta_1)},$$

et en effectuant l'opération indiquée par le signe sommatoire $\sum_{i=0}^{i=n}$, savoir :

$$\frac{d^n(\zeta^2+1)^n}{d\zeta^n} : \frac{d^n(\zeta_1{}^2+1)^n}{d\zeta_1{}^n} ; \frac{(1+\zeta^2)^{\frac{1}{2}}}{(1+\zeta_1{}^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{d^{n+1}(\zeta^2+1)^n}{d\zeta^{n+1}} : \frac{d^{n+1}(\zeta_1{}^2+1)^n}{d\zeta_1{}^{n+1}}$$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{1+\zeta^2}{1+\zeta_1{}^2}\right)^{\frac{n}{2}},$$

dans laquelle n prend toutes les valeurs depuis zéro jusqu'à l'infini, a ses termes respectivement moindres que ceux de la progression géométrique décroissante :

$$1 , \left(\frac{1+\zeta^2}{1+\zeta_1{}^2}\right)^{\frac{1}{2}} , \left(\frac{1+\zeta^2}{1+\zeta_1{}^2}\right)^{\frac{2}{2}} , \left(\frac{1+\zeta^2}{1+\zeta_1{}^2}\right)^{\frac{3}{2}} \dots\dots \left(\frac{1+\zeta^2}{1+\zeta_1{}^2}\right)^{\frac{n}{2}}$$

puisque, ayant $\zeta < \zeta_1$, on a généralement :

$$\frac{d^{n+v}(\zeta^2+1)^n}{d\zeta^{n+v}} : \frac{d^{n+v}(\zeta_1{}^2+1)^n}{d\zeta_1{}^{n+v}} < 1 .$$

La série (16) au moyen de laquelle nous représentions la fonction V est donc convergente. C'est le résultat auquel nous voulions parvenir.

§ 7. — Valeur limite de la fonction V_n pour des valeurs indéfiniment croissantes de n.

Enfin, en appliquant l'analyse dont nous avons fait usage à l'égard de la fonction Y_n (*Congrès de Montpellier, 1879*), on trouve immédiatement pour la valeur limite de la fonction V_n, dans la supposition de n indéfiniment croissant,

$$V_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{e^{i[n(\beta'-\beta)-\beta]}}{\sqrt{n \sin\beta' e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\beta'\right)} + (n+1)\sin\beta e^{-i\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}}} + \frac{e^{-i[n(\beta'-\beta)-\beta]}}{\sqrt{n \sin\beta' e^{-i\left(\frac{\pi}{2}-\beta'\right)} + (n+1)\sin\beta e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}}} \right].$$

Pour obtenir cette dernière valeur approchée de V_n, on s'est servi de son expression en intégrale définie donnée par le coefficient de t^n dans le second membre de l'égalité (14), et y supposant les arguments β' et β ramenés au premier quadrant, et β' supérieur à β, ce qui est toujours permis.

D'un autre côté, le développement du premier membre de l'identité (14), en y faisant $\beta' - \beta = \alpha$, d'où $\beta' = \beta + \alpha$, donne naissance à la fonction X_n ; on a donc :

$$X_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\cos(\beta + \alpha) + i \sin(\beta + \alpha) \cos 0]^n \, d0}{[\cos\beta + i \sin\beta \cos 0]^{n+1}}.$$

Or, Laplace a trouvé, pour des valeurs indéfiniment croissantes de n, la valeur approchée suivante de la fonction X_n.

$$X_n = \frac{\cos\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\alpha + \frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\frac{n\pi}{2} \sin\alpha}}.$$

Par conséquent, la valeur de V_n, donnée par l'équation (14), doit différer très peu de celle de X_n que nous venons de rappeler. C'est, effectivement, ce qui a lieu. Pour s'en convaincre, il suffit de faire observer que dans chacun des radicaux qui figurent aux dénominateurs de la valeur approchée précédente de V_n, tous les facteurs différents de n, sont très petits par rapport à ce dernier. A cause de cela, ces deux radicaux diffèrent très peu de

$$\sqrt{n \sin(\beta' - \beta)\, e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \beta' + \beta\right)}}.$$

On a donc bien, comme nouvelle valeur approchée de V_n,

$$V_n = \frac{\cos\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)(\beta' - \beta) - \frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\frac{n\pi}{2} \sin(\beta - \beta)}}.$$

On trouve de la même manière, pour la fonction Y_n, une nouvelle valeur approchée toute semblable à la précédente.

M. G. OLTRAMARE,

Professeur à l'Université de Genève.

DE L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS LINÉAIRES A COEFFICIENTS CONSTANTS.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

Nous avons indiqué (Voir dans les Mémoires publiés par l'Institut national genevois, t. XVI) de quelle manière le calcul de généralisation se prêtait à l'intégration des équations aux différentielles partielles à coefficients constants : dans ces premières recherches, nous nous sommes tout particulièrement attaché à déterminer leurs intégrales, lorsque leur second membre était nul ; nous allons maintenant faire connaître que notre méthode s'applique, avec la plus grande facilité, au cas où le second membre est une fonction des variables indépendantes; nous reconnaîtrons même qu'il est toujours possible de déterminer une intégrale particulière de ces dernières équations à l'aide d'une intégrale définie.

§ 1. — Les questions que nous nous proposons d'examiner dans ce Mémoire reposent sur le principe suivant, qui peut être utilisé pour la solution de plusieurs problèmes qui ne paraissent pas susceptibles d'être traités avec simplicité par les procédés ordinaires.

PRINCIPE GÉNÉRAL. — *Si l'on considère deux ou plusieurs fonctions d'un nombre quelconque de variables x, y, t, ... définies par les équations caractéristiques.*

$$(1) \qquad \mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots} = \varphi(x, y, t, \ldots)$$
$$(2) \qquad \mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+\cdots} = \varphi_1(x, y, t, \ldots)$$
$$(3) \qquad \mathrm{G}e^{xu''+yv''+tw''+\cdots} = \varphi_2(x, y, t, \ldots)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Les signes de généralisation G *se rapportant aux lettres* u, v, w, ... *pour la première, aux lettres* u', v', w', ... *pour la seconde et ainsi de suite.*

Nous pourrons, étant donnée l'égalité symbolique

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{r} \mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots}\mathrm{F}(u, v, w, \ldots) + \mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+\cdots}\mathrm{F}_1(u', v', w', \ldots) \\ + \mathrm{G}e^{xu''+yv''+tw''+\cdots}\mathrm{F}_2(u'', v'', w'', \ldots) + \ldots = 0 \end{array} \right.$$

en multiplier ou diviser chaque terme par une fonction quelconque $\Psi(u, v, w, ..)$ *pourvu que les variables* $u, v, w, ..$ *soient changées en* $u', v', w', ..$ *pour le second terme, en* $u'', v'', w'', ..$ *pour le troisième et ainsi de suite; et écrire par conséquent la nouvelle relation :*

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{c} \mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots}\mathrm{F}(u, v, w, \ldots)\Psi(u, v, w, \ldots) \\ +\mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+\cdots}\mathrm{F}_1(u', v', w', \ldots)\Psi(u', v', w', \ldots) \\ +\mathrm{G}e^{xu''+yv''+tw''+\cdots}\mathrm{F}_2(u'', v'', w'', \ldots)\Psi(u'', v'', w'' \ldots) = 0. \end{array}\right.$$

En se rendant compte de l'opération que l'on effectue par la généralisation on passe facilement de l'identité (4) à cette dernière; mais, pour ne rien laisser d'obscur dans notre calcul, nous allons donner de cet important principe une démonstration rigoureuse. Remarquons que l'identité (4) devant avoir lieu, quelles que soient les valeurs des variables $x, y, t, ..$ nous pourrons, sans troubler l'identité, substituer à ces variables $x+p, y+q, t+r, ..$ et par conséquent l'écrire sous la forme.

$$\left\{\begin{array}{c} \mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots}\mathrm{F}(u, v, w, \ldots)e^{pu+qv+rw+\cdots} \\ +\mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+\cdots}\mathrm{F}_1(u', v', w', \ldots)e^{pu'+qv'+rw'+\cdots}+\ldots = 0. \end{array}\right.$$

Cela posé, généralisons les deux membres de cette égalité par rapport aux lettres $p, q, r, \ldots$ en prenant comme équation caractéristique.

$$\mathrm{G}e^{up+vq+wr+\cdots} = \Psi(u, v, w \ldots).$$

nous obtiendrons la relation (5).

Il résulte, comme conséquence immédiate de ce principe, que si l'on voulait déterminer la valeur de $\mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots}$ qui satisfait à l'équation symbolique

$$\mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots}\mathrm{F}(u, v, w, \ldots) = \mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+\cdots}\mathrm{F}_1(u', v', w', \ldots)$$

il suffirait de diviser les deux membres de cette identité par $\mathrm{F}(u,v,w,..)$ et d'écrire conformément à notre principe

$$\mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots} = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu'+yv'+tw'+\cdots}\mathrm{F}_1(u', v', w', \ldots)}{\mathrm{F}(u', v', w', \ldots)}.$$

DU CHANGEMENT DE L'ÉQUATION CARACTÉRISTIQUE DANS LE CALCUL DE GÉNÉRALISATION.

§ 2. — Admettons que, pour calculer la valeur de

$$\mathrm{G}e^{xu+yv+tw+\cdots}\Psi(u, v, w, \ldots),$$

on ait pris

$$Ge^{xu+yv+tw+\cdots} = \varphi(x, y, t, \ldots)$$

comme équation caractéristique, et, proposons-nous maintenant de calculer cette même expression en prenant la relation

$$Ge^{xu+yv+tw+\cdots}\chi(u, v, w, \ldots) = 0(x, y, t, \ldots)$$

comme nouvelle équation caractéristique.

Si nous posons

$$Ge^{xu'+yv'+tw'+\cdots} = 0(x, y, t, \ldots)$$

nous pourrons écrire l'identité précédente sous la forme

$$Ge^{xu+yv+tw+\cdots}\chi(u, v, w, \ldots) = Ge^{xu'+yv'+tw'+\cdots}$$

et, en multipliant cette identité par la fraction $\frac{\Psi(u, v, w, \ldots)}{\chi(u, v, w, \ldots)}$, nous aurons, ainsi qu'on l'a reconnu plus haut,

$$Ge^{xu+yv+tw+\cdots}\Psi(u, v, w, \ldots) = Ge^{xu'+yv'+tw'+\cdots}\frac{\Psi(u', v', w', \ldots}{\chi(u', v', w')},$$

c'est la formule qui servira à changer l'équation caractéristique.

DÉTERMINATION D'UNE INTÉGRALE PARTICULIÈRE D'UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE OU AUX DIFFÉRENCES ET DIFFÉRENTIELLES PARTIELLES A COEFFICIENTS CONSTANTS.

§ 3. — Si nous désignons par z la variable principale, et par $x, y, t, \ldots$ les variables indépendantes, une pareille équation pourra, dans tous les cas, être exprimée par :

$$(1) \qquad \sum A\Delta_x^m \Delta_y^n \ldots \frac{d^p z}{dx^r dy^s \ldots} = \varphi(x, y, \ldots)$$

dont nous allons chercher à déterminer une intégrale particulière, en admettant toutefois que le second membre n'est pas nul.

Comme la variable principale z est une fonction des variables $x, y, \ldots$ nous pourrons poser l'équation symbolique

$$z = F(x, y, \ldots) = Ge^{xu+yv+\cdots}$$

et par suite, en désignant par $a, b, \ldots$ les accroissements finis que reçoivent les variables $x, y, \ldots$ dans le calcul des différences Δ_x,

Δ_y , ... nous pourrons écrire le premier membre de l'équation proposée (1) sous la forme

$$G \Sigma A e^{xu+yv+\cdots} (e^{au}-1)^m (e^{bv}-1)^n \ldots u^r v^s \ldots$$

Si, de plus, nous posons

$$\varphi(x, y, \ldots) = G e^{xu'+yv'+\cdots} \tag{2}$$

l'équation proposée nous donnera la relation

$$G \Sigma A e^{xu+yv+\cdots} (e^{au}-1)^m (e^{bv}-1)^n \ldots u^r v^s \ldots = G e^{xu'+yv'+\cdots}$$

dont nous pourrons déduire, à l'aide de notre principe général la valeur de z.

$$z = G e^{xu+yv+\cdots} = G \frac{e^{xu'+yv'+\cdots}}{\Sigma A (e^{au'}-1)^m (e^{bv'}-1)^n \ldots u'^n v'^s \ldots} \tag{3}$$

Cette équation représente l'intégrale particulière de l'équation proposée en regardant l'équation (2) comme équation caractéristique.

La question est ainsi ramenée à un simple calcul de généralisation, ce qui ne saurait présenter d'autre difficulté que celle de la longueur de l'opération : afin de montrer l'importance de cette solution nous allons examiner quelques cas particuliers.

§ 4. — Appliquons, en premier lieu, notre procédé à l'équation très simple

$$\Delta_x z = \varphi(x)$$

qui a pour intégrale : $z = \Sigma_a \varphi(x)$

Posons, comme équation caractéristique, $G e^{xu'} = \varphi(x)$ et, admettons que l'intégrale est donnée par l'expression symbolique $z = G e^{xu}$; nous pourrons écrire l'équation proposée sous la forme

$$G e^{xu} (e^{au}-1) = G e^{xu'}$$

dont on déduit à l'aide du principe général :

$$G e^{xu} = G \frac{e^{xu'}}{e^{au'}-1}$$

En effectuant la généralisation du second membre, nous aurons :

$$z = \Sigma_a \varphi(x) = C - \frac{1}{2} \varphi(x) + \frac{1}{\sqrt{-1}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2\pi\omega}+1}{e^{2\pi\omega}-1} \varphi(x + a\omega\sqrt{-1})\, d\omega$$

formule que nous avons déjà fait connaître.

Soit, en second lieu, l'équation :

$$\Delta_y \Delta_x z = \varphi(x, y)$$

dont l'intégrale est $z = \Sigma_b \Sigma_a \varphi(x, y)$.

Nous en déduirons de même, en prenant $\mathrm{G}e^{xu'+yv'} = \varphi(x, y)$ comme équation caractéristique et $z = \mathrm{G}e^{xu+yv}$ pour intégrale

$$\mathrm{G}e^{xu+yv}(e^{au} - 1)(e^{bv} - 1) = \mathrm{G}e^{xu'+yv'},$$

on déduit de cette relation :

$$\mathrm{G}e^{xu+yv} = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu'+yv'}}{(e^{au'} - 1)(e^{bv'} - 1)}.$$

On peut effectuer la généralisation du second membre par facteurs en remarquant que :

$$\mathrm{G}\,\frac{e^{xu'}}{1 - e^{au'}} = \frac{1}{2}\lambda(x, y) - \frac{1}{2\sqrt{-1}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{2\pi\omega}+1}{e^{2\pi\omega}-1}\lambda(x + a\omega\sqrt{-1}, y)\,d\omega$$

$$\lambda(x, y) = \mathrm{G}\,\frac{e^{yv'}}{1 - e^{bv'}}$$

$$= \frac{1}{2}\varphi(x, y) - \frac{1}{2\sqrt{-1}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{2\pi\omega'}+1}{e^{2\pi\omega'}-1}\varphi(x, y + b\omega'\sqrt{-1})\,d\omega'$$

Nous obtiendrons ainsi la formule

$$z = \Sigma_b \Sigma_a \varphi(x, y)$$

$$= \begin{cases} \Psi(x, \mathrm{C}) + \Psi_1(\mathrm{C}', y) - \dfrac{1}{4\sqrt{-1}}\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{e^{2\pi\omega}+1}{e^{2\pi\omega}-1}\varphi(x + a\omega\sqrt{-1}, y)\,d\omega \\ \qquad - \dfrac{1}{4\sqrt{-1}}\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{e^{2\pi\omega'}+1}{e^{2\pi\omega'}-1}\varphi(x, y + b\omega'\sqrt{-1})\,d\omega' \\ -\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{2\pi\omega}+1}{e^{2\pi\omega}-1}\cdot\frac{e^{2\pi\omega'}+1}{e^{2\pi\omega'}-1}\varphi(x + a\omega\sqrt{-1}, y + b\omega'\sqrt{-1})\,d\omega\,d\omega' \end{cases}$$

Ψ et Ψ_1 étant deux fonctions arbitraires, C une fonction périodique de y et C′ une fonction périodique de x.

En suivant la même marche nous trouverons que :

$$\Sigma_h \ldots \Sigma_b \Sigma_a \varphi(x, y, \ldots s) = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu' + yv' + \ldots + sw'}}{(1 - e^{au'})(1 - e^{bv'})\ldots(1 - e^{hw'})},$$

généralisation qu'il est facile d'effectuer par facteurs en prenant comme équation caractéristique $Ge^{xu'+yv'+\ldots+sw'} = \varphi(x, y, \ldots s)$

§ 5. — Si la variable principale n'est fonction que d'une seule variable indépendante, l'équation proposée est simplement une équation différentielle à coefficients constants de la forme.

$$Z = \frac{d^n z}{dx^n} + p\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \ldots + k\frac{dz}{dx} + hz = \varphi(x)$$

Nous aurons une intégrale particulière de cette équation si, prenant $Ge^{xu'} = \varphi(x)$ comme équation caractéristique, nous posons $z = Ge^{xu}$, nous aurons ainsi

$$Ge^{xu}(u^n + pu^{n-1} + \ldots + ku + h) = Ge^{xu'}$$

égalité qui donne

$$z = Ge^{xu} = G\frac{e^{xu'}}{u'^n + pu'^{n-1} + ku' + h} = G\frac{e^{xu'}}{F(u')}.$$

Plusieurs procédés se présentent pour opérer la généralisation du second membre. Si l'on désigne par V l'intégrale de l'équation proposée privée de son second membre, nous aurons à l'aide de la formule de Fourier.

$$z = V + \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x+y\sqrt{-1})}{F(x)}e^{-y\cdot\sqrt{-1}}\,dx\,dy$$

En second lieu, si nous désignons par $m_1, m_2, \ldots m_n$, les n racines de l'équation

$$F(u') = u'^n + pu'^{n-1} + \ldots + ku' + h = 0,$$

nous pourrons poser

$$\frac{1}{F(u')} = \frac{1}{(u'-m_1)(u'-m_2)\ldots(u'-m_n)};$$

et, la généralisation par facteurs nous donnera pour la valeur de z

$$z = V + \frac{1}{h}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\ldots\int_0^{\infty} e^{-v-w-\ldots-s}\varphi\left(x+\frac{v}{m_1}+\frac{w}{m_2}+\ldots+\frac{s}{m_n}\right)dx\,dw\ldots ds$$

dans le cas où les racines $m_1, m_2, m_3, \ldots m_n$, sont réelles et inégales, nous pourrons donner à la valeur de z la forme

$$z = \mathrm{V} - \int_o^\infty \left[\frac{e^{m_1 v}}{\mathrm{F}'(m_1)} + \frac{e^{m_2 v}}{\mathrm{F}'(m_2)} + \ldots + \frac{e^{m_n v}}{\mathrm{F}'(m_n)}\right] \varphi(x+v)\,dv \ .$$

il est facile de comprendre de quelle manière il faudra modifier cette formule dans le cas où les racines sont égales ou imaginaires.

§ 6. — Soit proposé d'intégrer l'équation

$$\frac{d^n z}{dt^n} + a\frac{d^n z}{dt^{n-1}ds} + b\frac{d^n z}{dt^{n-2}ds^2} + \ldots + k\frac{d^n z}{ds^n} = \varphi(s, t) \ .$$

En supposant le second membre nul, nous poserons comme intégrale

$$z = \mathrm{G}e^{su+mtu}$$

nous aurons ainsi

$$\mathrm{G}e^{su+mtu}(m^n + am^{n-1} + bm^{n-2} + \ldots + k)u^m = 0 \ ,$$

équation à laquelle on satisfait en posant :

$$m^n + am^{n-1} + bm^{n-2} + \ldots + k = 0 \ .$$

Si nous désignons par $m_1, m_2, m_3, \ldots m_n$, les n racines de cette équation que nous supposerons inégales, nous aurons :

$$z = \Psi_1(s + m_1 t) + \Psi_2(s + m_2 t) + \ldots + \Psi_n(s + m_n t)$$

$\Psi_1, \Psi_2, \ldots \Psi_n$ désignant n fonctions arbitraires différentes.

Pour obtenir l'intégrale avec un second membre, il suffit d'ajouter à cette valeur de z l'intégrale particulière

$$\mathrm{G}\frac{e^{su+tv}}{(v - m_1 u)(v - m_2 u)\ldots(v - m_n u)}$$

Nous aurons ainsi comme intégrale de l'équation proposée :

$$z = \Psi_1(s + m_1 t) + \Psi_2(s + m_2 t) + \ldots + \Psi_n(s + m_n t)$$
$$+ \int_o^\infty \int_o^\infty \ldots \int_o^\infty \varphi(s + m_1\omega + m_2\omega' + \ldots, t - \omega - \omega' - \ldots)\,d\omega\,d\omega' \ldots$$

§ 7. — Proposons-nous de déterminer l'intégrale de l'équation

$$(1) \quad \frac{d^n z}{dy^n} + \mathrm{A}\frac{d^{n-1}\Delta_x z}{dy^{n-1}} + \mathrm{B}\frac{d^{n-2}\Delta^2_x z}{dy^{n-2}} + \ldots + \mathrm{N}\Delta^n_x z = \varphi(x, y)$$

déjà traitée par Laplace lorsque le second membre est nul. (*Théorie analy. des prob.*) En supposant d'abord que le second membre est réduit à zéro, posons comme intégrale

$$z = Ge^{xv + m(e^{au} - 1)y} ,$$

nous aurons en substituant cette valeur

$$Ge^{xu + m(e^{au} - 1)y} (e^{au} - 1)^n (m^n + Am^{n-1} + Bm^{n-2} + \ldots + N) = 0$$

équation à laquelle on satisfait en posant

$$m^n + Am^{n-1} + Bm^{n-2} + \ldots + N = 0 .$$

Si nous désignons par $m_1, m_2, \ldots m_p, \ldots m_n$ les n racines de cette équation nous aurons pour z n expressions de la forme.

$$z = Ge^{xu + m_p(e^{au} - 1)y} .$$

En effectuant la généralisation, nous obtiendrons n intégrales avec n fonctions arbitraires dont la somme satisfera à l'équation proposée.

Pour obtenir une intégrale particulière de l'équation (1), nous écrirons

$$z = Ge^{xu + yv}$$
$$\varphi(x, y) = Ge^{xu' + yv'} \qquad (2)$$

ce qui permettra de mettre l'équation proposée sous la forme

$$Ge^{xu+yv}\{v^n + A(e^{au} - 1)v^{n-1} + B(e^{au} - 1)^2 v^{n-2} + \ldots + N(e^{au} - 1)^n = Ge^{xu' + yv'},$$

formule qui donne, en vertu du principe général

$$Ge^{xu+yv} = G\frac{e^{xu' + yv'}}{v'^n + A(e^{au'} - 1)v'^{n-1} + \ldots + N(e^{au'} - 1)^n} .$$

Il résulte de là que l'intégrale complète de l'équation (1) sera exprimée par

$$z = \Sigma Ge^{xu + m_p(e^{au} - 1)y} + G\frac{e^{xu' + yv'}}{v'^n + A(e^{au'} - 1)v'^{n-1} + \ldots + N(e^{au'} - 1)^n}$$

en prenant l'égalité (2) comme équation caractéristique dans la dernière de ces généralisations.

§ 8. — Le même procédé peut s'appliquer à déterminer l'intégrale des équations dont l'ordre de différentiation est infini.

Soit, par exemple, proposé d'intégrer l'équation

$$z - \frac{1}{1\,.\,2}\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{1}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}\frac{d^4z}{dx^4} - \ldots = \varphi(x)\,.$$

En posant

$$z = Ge^{xu} \quad \text{et} \quad \varphi(x) = Ge^{xu'}$$

nous en déduirons :

$$Ge^{xu}\left(1 - \frac{u^2}{1\,.\,2} + \frac{u^4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} - \ldots\right) = Ge^{xu}\cos u = Ge^{xu'}$$

nous aurons ainsi, pour intégrale particulière

$$Ge^{xu} = G\frac{e^{xu'}}{\cos u'} = \int_0^\infty \frac{\varphi(x-l) + \varphi(x+l)}{e^{\frac{\pi l}{2}} + e^{-\frac{\pi l}{2}}}\,dl.$$

et, par suite, pour intégrale générale :

$$z = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{\frac{2n+1}{2}\pi} + \int_0^\infty \frac{\varphi(x-l) + \varphi(x+l)}{e^{\frac{\pi l}{2}} + e^{-\frac{\pi l}{2}}}\,dl\,.$$

§ 9. — Soit encore proposé d'intégrer l'équation symbolique

$$\frac{d^{\frac{1}{2}}z}{dx^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{a}\,\frac{d^{\frac{1}{2}}z}{dy^{\frac{1}{2}}} = \varphi(x, y)$$

nous supposerons d'abord le second membre nul et nous intégrerons l'équation

$$\frac{d^{\frac{1}{2}}z}{dx^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{a}\,\frac{d^{\frac{1}{2}}z}{dy^{\frac{1}{2}}} = 0$$

en posant

$$z = Ge^{(y+ax)u} = \Psi(y + ax)$$

Ψ désignant une fonction arbitraire.

Cela posé, pour obtenir l'intégrale de l'équation avec un second membre nous écrirons

$$z = Ge^{xu+yv}$$
$$\varphi(x, y) = Ge^{xu'+yv'}$$

ces valeurs, mises dans l'équation proposée, nous donnent

$$Ge^{xu+yv}\left(\sqrt{v} - \sqrt{a}\,\sqrt{r}\right) = Ge^{xu'+yv'}$$

équation de laquelle on déduit :

$$z = \mathrm{G}e^{xu+yv} = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu'+yv'}}{\sqrt{u'}-\sqrt{a}\,\sqrt{v'}}$$

effectuant la généralisation, on a l'intégrale :

$$z = \Psi(y+ax)+\frac{4}{\pi}\int_o^\infty\int_o^\infty\int_o^\infty e^{-\omega^2-\omega'^2}\,\varphi\left(x-\frac{t^2}{4\omega^2}\,;\ y-\frac{at^2}{4\omega'^2}\right)d\omega\,d\omega'\,dt$$

§ 10. — Ce même principe reconnu dans le § 1, peut être utilisé dans le calcul inverse des intégrales définies; proposons-nous la question suivante :

Soit $\varphi(x, y, t, ..)$ *une fonction de plusieurs variables et cherchons à déterminer la fonction* $\mathrm{F}(x, y, t, ...)$ *de sorte que :*

$$\int_\alpha^\beta \mathrm{F}(x-z, y-z, t-z, ..)\,Z\,dz = \varphi(x, y, t, ..)$$

Z étant une fonction donnée de z.

Posons à cet effet

$$\mathrm{F}(x, y, t, ..) = \mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+..}$$
$$(a) \qquad \varphi(x, y, t, ...) = \mathrm{G}e^{xu+yv+tw+...}$$

nous pourrons écrire l'équation proposée sous la forme symbolique

$$\mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+..}\int_\alpha^\beta e^{-(u'+v'+w'+..)z}\,Z\,dz = \mathrm{G}e^{xu+yv+tw+..}$$

nous en pourrons déduire

$$\mathrm{F}(x, y, t, ...) = \mathrm{G}e^{xu'+yv'+tw'+..} = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu+yv+tw+..}}{\int_\alpha^\beta e^{-(u+v+w+..)z}\,Z\,dz},$$

dans le calcul de la généralisation, par rapport à $u, v, w, \ldots$ l'équation caractéristique est l'égalité (a).

Donnons quelques exemples de ce procédé

Soit proposé de déterminer la fonction $\mathrm{F}(x)$ *qui satisfait à l'intégrale.*

$$\int_o^\infty \mathrm{F}(x-z)\sin qz\,.\,z\,dz = \varphi(x)$$

$\varphi(x)$ *étant une fonction quelconque.*

En posant $F(x) = Ge^{xu'}$ et $\varphi(x) = Ge^{xu}$ nous aurons comme équation symbolique

$$Ge^{xu'} \int_0^\infty e^{-u'z} \sin qz \cdot z dz = Ge^{xu}$$

mais comme

$$\int_0^\infty e^{-u'z} \sin qz \cdot z dz = \frac{2qu'}{(q^2+u'^2)^2},$$

nous aurons :

$$Ge^{xu'} \frac{u'}{(q^2+u'^2)^2} = \frac{1}{2q} Ge^{xu}$$

dont on peut déduire

$$Ge^{xu'} = \frac{1}{2q} Ge^{xu} \left(u^3 + 2q^2 u + \frac{q^4}{u} \right),$$

effectuant la généralisation

$$F(x) = \frac{1}{2q} \left\{ \varphi'''(x) + 2q^2 \varphi'(x) + q^4 \int \varphi(x)\, dx \right\}$$

En second lieu, *soit proposé de déterminer la fonction* $F(x)$ *qui satisfait à l'intégrale*

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x-z) e^{-pz^2+qz} dz = \varphi(x).$$

En posant

$$F(x) = Ge^{xu'} \quad \varphi(x) = Ge^{xu}$$

nous pouvons écrire l'intégrale proposée sous la forme symbolique

$$Ge^{xu'} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(q-u')z - pz^2} dz = Ge^{xu}.$$

Mais comme

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{(q-u')z - pz^2} dz = \sqrt{\frac{\pi}{p}}\, e^{\frac{(q-u')^2}{4p}},$$

il en résultera :

$$Ge^{xu' + \frac{(q-u')^2}{4p}} = \sqrt{\frac{p}{\pi}}\, Ge^{xu}$$

et par conséquent

$$\mathrm{G}e^{xu'} = \sqrt{\frac{p}{\pi}}\,\mathrm{G}e^{xu - \frac{(q-u)^2}{4p}}.$$

effectuant la généralisation

$$\mathrm{F}(x) = \sqrt{\frac{p}{\pi}}\,e^{-\frac{q^2}{4p}}\int_{\infty}^{\infty} e^{-t^2}\,\varphi\left(x + \frac{y}{2p} + \frac{t}{\sqrt{p}}\sqrt{-1}\right)dt\ ;$$

Proposons-nous encore de *déterminer la fonction de deux variables* $\mathrm{F}(x, y)$ *qui satisfait à l'intégrale*

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{F}(x-z, y-z)\,e^{-p^2z - qz}\,dz = \varphi(x, y)$$

question qu'il serait difficile de résoudre par les procédés ordinaires.

Posons :

$$\mathrm{F}(x, y) = \mathrm{G}e^{xu' + yv'} \qquad \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu + yv}$$

nous pourrons écrire l'intégrale proposée sous la forme

$$\mathrm{G}e^{xu' + yv'}\int_{-\infty}^{\infty} e^{(q-u'-v')z - pz^2}\,dz = \mathrm{G}e^{xu + yv}$$

nous aurons ainsi

$$\mathrm{G}e^{xu' + yv'} = \sqrt{\frac{p}{\pi}}\,e^{-\frac{y^2}{4p}}\,\mathrm{G}e^{\left(x + \frac{q}{2p}\right)u + \left(y + \frac{q}{2p}\right)v - \frac{u^2}{4p} - \frac{v^2}{4p} + \frac{u'v'}{2p}}$$

En généralisant par facteurs, on a :

$$\mathrm{G}e^{\left(x + \frac{q}{2p}\right)u - \frac{u^2}{4p}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\,\lambda\left(x + \frac{q}{2p} + \frac{t}{\sqrt{p}}\sqrt{-1},\ y\right)dt$$

$$\lambda(x, y) = \mathrm{G}e^{\left(y + \frac{q}{2p}\right)v - \frac{v^2}{4p}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-w^2}\,\mu\left(x, y + \frac{q}{2p} + \frac{w}{\sqrt{p}}\sqrt{-1}\right)dw$$

$$\mu(x, y) = \mathrm{G}e^{\frac{uv}{2p}} = \frac{1}{\pi\sqrt{\pi}}\int\int\int e^{-k^2 - k'^2 - k''^2}\,\varphi\left(x + \frac{k''}{\sqrt{p}} + \frac{k}{\sqrt{p}}\sqrt{-1},\right.$$
$$\left. y + \frac{k''}{\sqrt{p}} + \frac{k'}{\sqrt{p}}\sqrt{-1}\right)dk\,dk'\,dk''$$

il en résulte que la valeur de $Ge^{xu'+yv'} = F(x, y)$ sera donnée par

$$F(x, y) = \frac{\sqrt{p}}{\pi^5} e^{-\frac{q^2}{4p}} \int\int\int\int\int e^{-l^2-k^2-k'^2-k''^2-k'''^2} \varphi\left(x + \frac{q}{2p} + \frac{k''}{\sqrt{p}} + \frac{l+k}{\sqrt{p}}\sqrt{-1},\right.$$
$$\left. y + \frac{q}{2p} + \frac{k''}{\sqrt{p}} + \frac{l-k}{\sqrt{p}}\sqrt{-1}\right) dl\, dk\, dk'\, dk''\, dk'''$$

les limites des intégrales étant $+\infty$ et $-\infty$.

M. Émile VIGARIÉ,

à Paris.

PREMIER INVENTAIRE DE LA GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

INTRODUCTION.

L'*Association française pour l'avancement des sciences* a déjà publié un grand nombre de communications relatives aux propriétés de points et de courbes remarquables dans le plan du triangle. Le bon accueil fait à ces recherches m'ont engagé à résumer tous ces travaux, et c'est le sujet du *Premier inventaire de la géométrie du triangle* que j'ai l'honneur de présenter au Congrès de Toulouse.

On sait combien sont nombreux les travaux qui ont été publiés depuis quelques années sur la géométrie du triangle. MM. J.-A. Mathieu, G. de Longchamps, E. Lemoine, H. Brocard, M. d'Ocagne, G. Tarry..., en France; E. Catalan, J. Neuberg, J. Casey, R. Tucker, H.-M. Taylor, M'Cay, T.-C. Simmons, P.-H. Schoute, Nagel, E. Hain, A. Artzt, Stoll, Fuhrmann, Kiehl..., à l'étranger ont, par leurs nombreuses et intéressantes recherches, créé, on peut le dire sans exagération, dans la géométrie élémentaire une science toute nouvelle. Comme beaucoup d'autres découvertes, après être née en France, elle s'est rapidement propagée à l'étranger; mais il n'est que juste de rappeler, à propos de cet inventaire, que la géométrie du triangle est d'origine française. Elle a, en effet, pris naissance dans notre Association en 1873 et 1874, aux Congrès de Lyon et de Lille. Deux notes *Sur un nouveau point remarquable du plan du triangle,* présentées par M. E. Lemoine, géomètre, que, dans son « *A Sequel to Euclid,* » M. le Dr John Casey appelle « le fondateur de la géométrie moderne du triangle », ont été le point de départ des recherches des savants dont j'ai tout à l'heure rappelé les noms.

Il m'a paru qu'il serait utile, pour les travaux ultérieurs, de résumer ceux qui ont été faits jusqu'à ce jour et de dresser, pour ainsi dire, un inventaire des résultats connus. De cette façon, non seulement les nouvelles recherches risqueront moins de s'égarer sur des propriétés déjà trouvées, mais encore les géomètres auront sous la main les éléments nécessaires pour continuer leurs travaux.

Le présent travail contient, outre des idées générales sur les méthodes de transformation particulièrement utiles dans la géométrie du triangle, les termes employés, les coordonnées des points signalés par les divers géomètres, et les équations des cercles et des courbes remarquables étudiées jusqu'ici.

Enfin, une planche sur laquelle sont représentés les éléments remarquables du triangle, donne au lecteur toutes les facilités pour vérifier l'exactitude des propriétés signalées. (Pl. I.)

J'ajouterai que cette nouvelle géométrie ne s'est pas bornée à l'étude du triangle, elle a été généralisée dans certains quadrilatères et polygones; elle s'est même étendue à l'espace. Dans un second inventaire que j'espère présenter à un prochain Congrès, je me propose de faire connaître ce qui a été fait dans cette voie.

NOTATIONS ET ABRÉVIATIONS.

Pour éviter toute confusion, nous emploierons les lettres α, β, γ, quand il s'agira de coordonnées barycentriques; les lettres x, y, z, seront réservées aux coordonnées normales. On passe d'ailleurs d'un système de coordonnées à l'autre par les formules de transformation :

$$\frac{ax}{\alpha} = \frac{by}{\beta} = \frac{cz}{\gamma}.$$

Pour abréger, nous désignerons par ABC le triangle de référence, par a, b, c les longueurs de ses côtés, par $2p$ son périmètre et par S sa surface.

Enfin, nous nous servirons des abréviations suivantes :

$$a^2 + b^2 + c^2 = m^2 \qquad ab + bc + ca = l^2$$
$$a^4 + b^4 + c^4 = q^4 \qquad a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = n^4.$$

relations qui donnent :

$$q^4 + 2n^4 = m^4.$$

Nota. — Dans ce travail, nous n'avons indiqué aucune source bibliographique; nous nous contenterons de renvoyer le lecteur à la note que nous publions dans le *Journal de Mathématiques spéciales* (1887 et 1888) et qui a pour titre : *Géométrie du triangle. — Étude bibliographique et terminologique.*

GÉNÉRALITÉS SUR LES POINTS.

1. *Points isotomiques* (M', M'$_0$). — Ce sont deux points situés sur un même côté du triangle de référence et symétriques par rapport au milieu de ce côté.

2. *Points réciproques d'ordre p.* (M, M_p). — Deux points $M(\alpha, \beta, \gamma)$ et $M_p(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ sont réciproques d'ordre p, lorsque leurs coordonnées barycentriques sont liées par les relations :

$$\frac{\alpha\alpha_p}{a^p} = \frac{\beta\beta_p}{b^p} = \frac{\gamma\gamma_p}{c^p}.$$

Les plus importants sont les points réciproques d'ordre zéro et ceux d'ordre deux.

3. *Points réciproques* (M, M_0). — On appelle simplement *points réciproques* en sous-entendant l'ordre de réciprocité, les points réciproques d'ordre zéro; ce sont les points réciproques proprement dits. Les droites qui les joignent aux sommets du triangle, rencontrent les côtés opposés en des *points isotomiques*.

4. *Points inverses* (M, M_2). — Les points réciproques du second ordre sont particulièrement appelés *points inverses,* à cause de leur importance et pour conserver une désignation généralement usitée. Les coordonnées normales (x, y, z) de l'un des points sont égales aux inverses des coordonnées (x_2, y_2, z_2) de l'autre. On a donc les relations :

$$xx_2 = yy_2 = zz_2.$$

Les droites qui le joignent aux sommets du triangle sont symétriques par rapport aux bissectrices correspondantes.

5. *Points potentiels d'ordre p, associés à un point donné.* (M, M^p). — Un point $M^p(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ est le potentiel d'ordre p associé à un point donné $M(\alpha, \beta, \gamma)$ quand les égalités :

$$\frac{\alpha_p}{\alpha^p} = \frac{\beta_p}{\beta^p} = \frac{\gamma_p}{\gamma^p}$$

sont vérifiées.

6. *Points potentiels proprement dits.* — Ces points sont les potentiels associés au centre du cercle inscrit (a, b, c): ils sont définis par les égalités :

$$\frac{\alpha_p}{a^p} = \frac{\beta_p}{b^p} = \frac{\gamma_p}{c^p}.$$

7. *Points complémentaires* (M, M_c) *et anticomplémentaires* (M, M_{-c}) *dans un système quelconque de coordonnées.* — Dans un système quelconque de coordonnées, a un point $M(\xi, \eta, \zeta)$ on peut faire correspondre un second point $M_c(\eta + \zeta, \zeta + \xi, \xi + \eta)$. Ce

dernier est le *point complémentaire* de M dans le système considéré: inversement M est le *point anticomplémentaire* de M_c. Le point M_{-c} anticomplémentaire de M a donc pour coordonnées :

$$-\xi+\eta+\zeta,\quad \xi-\eta+\zeta,\quad \xi+\eta-\zeta.$$

Le point L :

$$\xi=\eta=\zeta$$

coïncide avec son complémentaire et son anticomplémentaire; tout point de la droite λ :

$$\xi+\eta+\zeta=0$$

jouit de la même propriété.

8. *Points complémentaires* (M, M_γ) *et anticomplémentaires* $(M, M_{-\gamma})$. — On désigne particulièrement ainsi les points complémentaires et anticomplémentaires *barycentriques*. Le centre de gravité G est son propre complémentaire et la droite λ est rejetée à l'infini. On a, en outre, les relations :

$$MG=2GM_\gamma \quad 2MG=GM_{-\gamma}.$$

9. *Points supplémentaires* (M, M_σ) *et antisupplémentaires* $(M, M_{-\sigma})$. — Ce sont les points complémentaires et anticomplémentaires L *coordonnées normales*. Le point en devient le centre du cercle inscrit et la droite λ passe par les pieds des bissectrices extérieures.

10. *Points algébriquement associés*. (M, M_a, M_b, M_c). — Au point $M(\alpha, \beta, \gamma)$ dont les coordonnées vérifient les égalités :

$$\frac{\alpha}{\overline{A}}=\frac{\beta}{\overline{B}}=\frac{\gamma}{\overline{C}},$$

on peut faire correspondre les points :

$$M_a \ldots \frac{\alpha}{-A}=\frac{\beta}{B}=\frac{\gamma}{C},$$

$$M_b \ldots \frac{\alpha}{A}=\frac{\beta}{-B}=\frac{\gamma}{C},$$

$$M_c \ldots \frac{\alpha}{A}=\frac{\beta}{B}=\frac{\gamma}{-C}.$$

Ces trois points qui jouissent de propriétés analogues à celles du point M sont les *points algébriquement associés* au point M.

11. *Points brocardiens.* (M, M_δ, M_φ). — Au point $M(\alpha, \beta, \gamma)$ tel que :

$$\frac{\alpha}{A} = \frac{\beta}{B} = \frac{\gamma}{C}.$$

faisons correspondre les points $M_\varphi\ (\alpha', \beta', \gamma')$, $M_\delta\ (\alpha'', \beta'', \gamma'')$ tels que l'on ait :

$$M_\varphi \ \ldots\ B\alpha' = C\beta' = A\gamma'.$$
$$M_\delta \ \ldots\ C\alpha'' = A\beta'' = B\gamma''.$$

On dit que les points M_δ, M_φ sont les *points brocardiens* correspondant à M ; plus particulièrement

M_δ est le *brocardien direct de* M ;

M_φ est le *brocardien rétrograde* de M.

12. *Points isobariques* $(M, M'_i\ M''_i)$ *et points semi-réciproques* (M, M'_j, M''_j, M'''_j) considérons les deux groupes de points :

$$(1)\ \begin{cases} M'_i \ \ldots\ \beta, \gamma, \alpha \\ M''_i \ \ldots\ \gamma, \alpha, \beta \end{cases} \qquad (2)\ \begin{cases} M'_j \ \ldots\ \alpha, \gamma, \beta \\ M''_j \ \ldots\ \gamma, \beta, \alpha \\ M'''_j \ \ldots\ \beta, \alpha, \gamma \end{cases}$$

Les points du premier groupe sont les *points isobariques* du point $M(\alpha, \beta, \gamma)$, ceux du second groupe sont les points *semi-réciproques* associés à M.

13. *Point associé à l'infini.* (M, M_∞). — Le point M_∞ associé à l'infini d'un point donné $M(\alpha, \beta, \gamma)$ est celui dont les coordonnées sont :

$$\beta - \gamma, \quad \gamma - \alpha, \quad \alpha - \beta.$$

14. *Points équicoordonnés.* — Nous appelons ainsi deux points tels que les coordonnées normales de l'un sont proportionnelles aux coordonnées barycentriques de l'autre.

15. *Points tripolairement associés.* — Les coordonnées tripolaires (λ, μ, ν) d'un point M sont $\overline{MA}^2 = \lambda$. $\overline{MB}^2 = \mu$; $\overline{MC}^2 = \nu$: ABC étant le triangle de référence. Il existe toujours deux points M, M' dont les coordonnées tripolaires sont proportionnelles à trois quantités données. Ces points sont en ligne droite avec le centre O du cercle circonscrit et sont conjugués harmoniques par rapport à ce cercle.

NOMENCLATURE DES POINTS REMARQUABLES.

16. *Centre de gravité* (G) *de l'aire du triangle*. — Les distances aux côtés sont inversement proportionnelles aux côtés :

$$\delta_a = \frac{2S}{3a} \qquad \delta_b = \frac{2S}{3b} \qquad \delta_c = \frac{2S}{3c}.$$

17. *Point* (K) *de Lemoine*. — *C'est l'inverse du centre de gravité* G. — Ses distances aux côtés sont proportionnelles aux côtés :

$$x : y : z = a : b : c \qquad \delta_a = \frac{2S}{m^2}\,a,\ \ \delta_b = \frac{2S}{m^2}\,b,\ \ \delta_c = \frac{2S}{m^2}\,c.$$
$$\alpha : \beta : \gamma = a^2 : b^2 : c^2$$

18. *Orthocentre* (H) *ou point de concours des hauteurs*. — Les distances sont inversement proportionnelles aux cosinus des angles opposés :

$$x : y : z = \frac{1}{\cos A} : \frac{1}{\cos B} : \frac{1}{\cos C}$$

$$\alpha : \beta : \gamma = \operatorname{tg} A : \operatorname{tg} B : \operatorname{tg} C.$$

$$\delta_a = \frac{(m^2-2b^2)(m^2-2c^2)}{8S}, \qquad \delta_b = \frac{(m^2-2a^2)(m^2-2c^2)}{8S},$$

$$\delta_c = \frac{(m^2-2a^2)(m^2-2b^2)}{8S}.$$

19. *Centre* (O) *du cercle circonscrit*. — *C'est le point inverse et le point complémentaire de l'orthocentre* H. — Les distances aux côtés sont proportionnelles aux cosinus des angles opposés.

$$x = 2R\cos A, \qquad y = 2R\cos B, \qquad z = 2R\cos C$$

$$\alpha : \beta : \gamma = \sin 2A : \sin 2B : \sin 2C.$$

$$\delta_a = \frac{a(m^2-2a_2)}{8S}, \qquad \delta_b = \frac{b(m^2-2b^2)}{8S}, \qquad \delta_c = \frac{c(m^2-2c^2)}{8S}.$$

20. *Point réciproque de l'orthocentre* (H_o). — *C'est aussi le point anticomplémentaire du point* K *de Lemoine*.

$$\alpha : \beta : \gamma = \operatorname{cotg} A : \operatorname{cotg} B : \operatorname{cotg} C$$

$$\delta_b = \frac{2S}{m^2}\left(\frac{m^2-2a^2}{a}\right), \quad \delta_b = \frac{2S}{m^2}\left(\frac{m^2-2b^2}{b}\right), \quad \delta_c = \frac{2S}{m^2}\left(\frac{m^2-2c^2}{c}\right).$$

21. *Points de Brocard* (Ω_1, Ω_2). — *Ce sont deux points inverses*

qui sont les points brocardiens du point de Lemoine. Leurs distances aux côtés sont proportionnelles aux rapports de deux côtés.

$$\Omega_1 \text{ point direct} \qquad x : y : z = \frac{b}{c} : \frac{c}{a} : \frac{a}{b} = ab^2 : bc^2 : ca^2 .$$

$$\Omega_2 \text{ point rétrograde} \quad x : y : z = \frac{c}{b} : \frac{a}{c} : \frac{b}{a} = c^2a : a^2b : b^2c .$$

$$\Omega_1 \ldots\ldots \delta_a = \frac{2S\,abc}{n^4}\cdot\frac{b}{c}, \quad \delta_b = \frac{2S\,abc}{n^4}\cdot\frac{c}{a}, \quad \delta_c = \frac{2S\,abc}{n^4}\cdot\frac{a}{b},$$

$$\Omega_2 \ldots\ldots \delta_a = \frac{2S\,abc}{n^4}\cdot\frac{c}{b}, \quad \delta_b = \frac{2S\,abc}{n^4}\cdot\frac{a}{c}, \quad \delta_c = \frac{2S\,abc}{n^4}\cdot\frac{b}{a} .$$

22. *Angle de Brocard* (ω). — Les points de Brocard sont tels que l'on a entre les angles les égalités suivantes :

$$\Omega_1 AB = \Omega_1 BC = \Omega_1 CA = \Omega_2 AC = \Omega_2 CB = \Omega_2 BA = \omega .$$

Cet angle qui joue un très grand rôle dans la géométrie du triangle est appelé *Angle de Brocard* ; il est donné par l'une des relations :

$$\operatorname{cotg}\omega = \operatorname{cotg} A + \operatorname{cotg} B + \operatorname{cotg} C$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S} = \frac{a \sin A + b \sin B + c \sin C}{a \cos A + b \cos B + c \cos C},$$

$$\cos ec^2\,\omega = \cos ec^2 A + \cos ec^2 B + \cos ec^2 C$$

$$\sin^3\omega = \sin(A - \omega)\sin(B - \omega)\sin(C - \omega) .$$

23. *Centre* (I) *du cercle inscrit.* — Ses distances aux côtés sont égales :

$$\delta_a = \delta_b = \delta_c = r = \frac{2S}{a + b + c} = \frac{S}{p} .$$

24. *Centres* (I_a, I_b, I_c) *des cercles ex-inscrits.* — *Ce sont les points algébriquement associés au centre du cercle inscrit* I. On a :

$$I_a \ldots\ldots - \delta_a = \delta_b = \delta_c = r_a = \frac{S}{p - a}$$

$$I_b \ldots\ldots \delta_a = - \delta_b = \delta_c = r_b = \frac{S}{p - b}$$

$$I_c \ldots\ldots \delta_a = \delta_b = - \delta_c = r_c = \frac{S}{p - c} .$$

25. *Centre* (O_9) *du cercle des neuf points.* — Ce point est au milieu de OH.

$$x = \frac{1}{2} R \cos(B - C) \qquad y = \frac{1}{2} R \cos(C - A) \qquad z = \frac{1}{2} R \cos(A - B).$$

26. *Centre de gravité* (I_c) *du périmètre du triangle. — C'est le point complémentaire du centre du cercle inscrit* I.

$$\delta_a = \frac{S(2p - a)}{2ap}; \qquad \delta_b = \frac{S(2p - b)}{2bp}; \qquad \delta_c = \frac{S(2p - c)}{2cp}.$$

27. *Point de Nagel* (ν). — *C'est le point anticomplémentaire du centre du cercle inscrit, il se trouve à l'intersection des droites joignant les sommets du triangle aux points de contact des côtés opposés avec les cercles ex-inscrits correspondants.*

$$\alpha : \beta : \gamma = (p - a) : (p - b) : (p - c) = \operatorname{cotg} \frac{1}{2} A : \operatorname{cotg} \frac{1}{2} B : \operatorname{cotg} \frac{1}{2} C.$$

$$\delta_a = \frac{2S(p - a)}{ap}. \qquad \delta_b = \frac{2S(p - b)}{bp}. \qquad \delta_c = \frac{2S(p - c)}{cp}.$$

28. *Point de Gergonne* (Γ). — *C'est le réciproque du point de Nagel;* il est à l'intersection des droites joignant les sommets du triangle aux points des côtés opposés avec le cercle inscrit.

$$\alpha : \beta : \gamma = \frac{1}{p - a} : \frac{1}{p - b} : \frac{1}{p - c} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} A : \operatorname{tg} \frac{1}{2} B : \operatorname{tg} \frac{1}{2} C.$$

$$\delta_a = \frac{2S^3}{p(l^2 - p^2)} \times \frac{1}{a(p - a)} \qquad \delta_b = \frac{2S^3}{p(l^2 - p^2)} \times \frac{1}{b(p - b)}$$

$$\delta_c = \frac{2S^3}{p(l^2 - p^2)} \times \frac{1}{c(p - c)}.$$

29. *Groupe de Nagel* (γ, γ_a', γ_b', γ_c'). — *Il est formé par le point de Nagel et ses points algébriquement associés par rapport au triangle anticomplémentaire de* ABC. Les points du groupe de Nagel ont leurs coordonnées barycentriques proportionnelles à :

γ ... $p - a$, $p - b$, $p - c$, ou à $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} A$, $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} B$, $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} C$,

γ_a' ... $-p$, $p - c$, $p - b$, ou à $-\operatorname{cotg} \frac{1}{2} A$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2} B$, $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} C$,

γ_b' ... $p - c$, $-p$, $p - a$, ou à $\operatorname{tg} \frac{1}{2} A$, $-\operatorname{cotg} \frac{1}{2} B$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2} C$,

γ_c' ... $p - b$, $p - a$, $-p$, ou à $\operatorname{tg} \frac{1}{2} A$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2} B$, $-\operatorname{cotg} \frac{1}{2} C$,

30. *Groupe de Gergonne* $(\Gamma, \Gamma_a', \Gamma_b', \Gamma_c')$. — *Il est formé par le point de Gergonne et ses points algébriquement associés par rapport au triangle anticomplémentaire à* ABC. *Les points du groupe de Gergonne sont les réciproques des points du groupe de Nagel ;* leurs coordonnées barycentriques sont proportionnelles à :

Γ $\quad \frac{1}{p-a} : \frac{1}{p-b} : \frac{1}{p-c}$. ou à $\quad \operatorname{tg}\frac{1}{2}A . \quad \operatorname{tg}\frac{1}{2}B . \quad \operatorname{tg}\frac{1}{2}C .$

Γ_a' $\quad \frac{1}{p} : \frac{1}{c-p} : \frac{1}{b-p}$. ou à $-\operatorname{tg}\frac{1}{2}A , \ \operatorname{cotg}\frac{1}{2}B . \ \operatorname{cotg}\frac{1}{2}C .$

Γ_b' $\quad \frac{1}{c-p} : \frac{1}{p} : \frac{1}{a-p}$. ou à $\operatorname{cotg}\frac{1}{2}A , -\operatorname{tg}\frac{1}{2}B , \ \operatorname{cotg}\frac{1}{2}C .$

Γ_c' $\quad \frac{1}{b-p} : \frac{1}{a-p} : \frac{1}{p}$. ou à $\operatorname{cotg}\frac{1}{2}A , \ \operatorname{cotg}\frac{1}{2}B , -\operatorname{tg}\frac{1}{2}C .$

31. *Point réciproque* (I_o) *du centre du cercle inscrit*. — Les distances de ce point aux côtés sont inversement proportionnelles aux carrés des côtés opposés :

$$x : y : z = \frac{1}{a^2} : \frac{1}{b^2} : \frac{1}{c^2}$$

$$\delta_a = \frac{2Sabc}{l^2} : \frac{1}{a^2} \qquad \delta_b = \frac{2Sabc}{l^2} \cdot \frac{1}{b^2} \qquad \delta_c = \frac{2Sabc}{l^2} \cdot \frac{1}{c^2} .$$

32. *Centre des parallèles égales. — C'est le point anticomplémentaire du réciproque du centre du cercle inscrit*. — Les parallèles aux côtés et limitées à ces côtés, menées par ce point sont égales.

$$\delta_a = \frac{2S(l^2 - 2bc)}{al^2} \qquad \delta_b = \frac{2S(l^2 - 2ac)}{bl^2} \qquad \delta_c = \frac{2S(l^2 - 2ab)}{cl^2} .$$

33. *Points de Jérabek* (J_δ , J_φ). *Ce sont les points brocardiens du centre du cercle inscrit*

J_δ (point direct) $\qquad x : y : z = b : c : a$

J_φ (point rétrograde) $\qquad x : y : z = c : a : b$

$J_\delta \ \ldots \quad \delta_a = \frac{2Sb}{l^2} , \qquad \delta_b = \frac{2Sc}{l^2} , \qquad \delta_c = \frac{2Sa}{l^2} .$

$J_\varphi \ \ldots \quad \delta_a = \frac{2Sc}{l^2} , \qquad \delta_b = \frac{2Sa}{l^2} , \qquad \delta_c = \frac{2Sb}{l^2} .$

34. *Point de Tarry* (N). — *Il est situé sur le cercle circonscrit, au point de concours des perpendiculaires abaissées des sommets*

du triangle sur les côtés correspondants du premier triangle de Brocard. (Voir § 44.)

$$x : y : z = \frac{1}{\cos(A + \omega)} : \frac{1}{\cos(B + \omega)} : \frac{1}{\cos(C + \omega)}.$$

$$\delta_a = \frac{2S(q^4n^4 - q^4a^4 - 2b^2c^2n^4)}{a(q^4 - n^4)(2n^4 - q^4)}. \quad \text{De même pour } \delta_b \text{ et } \delta_c.$$

35. *Point de Steiner* (R). — *C'est sur le cercle circonscrit, le point diamétralement opposé au point de Tarry.*

$$\alpha : \beta : \gamma = \frac{1}{b^2 - c^2} : \frac{1}{c^2 - a^2} : \frac{1}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{1}{\sin A \sin(B - C)} : \frac{1}{\sin B \sin(C - A)} : \frac{1}{\sin C \sin(A - B)}.$$

$$\delta_a = \frac{2S(a^4 - n^4 + 2b^2c^2)}{a(q^4 - n^4)}. \quad \text{Formules analogues pour } \delta_b, \delta_c.$$

36. *Points isobariques du point de Steiner.* (ρ, ρ'). — Ils sont situés à l'intersection des segments capables des angles $(\pi - A)$, $(\pi - B)$, $(\pi - C)$ décrits sur BC, CA, AB, extérieurement au triangle.

$$\rho \quad \ldots\ldots \quad \alpha : \beta : \gamma = \frac{1}{a^2 - b^2} : \frac{1}{b^2 - c^2} : \frac{1}{c^2 - a^2};$$

$$\rho' \quad \ldots\ldots \quad \alpha : \beta : \gamma = \frac{1}{c^2 - a^2} : \frac{1}{a^2 - b^2} : \frac{1}{b^2 - c^2}.$$

37. *Premier et second centre isodynamique.* (V, W). — *Ce sont les points communs aux cercles d'Apollonius.* (Voir § 87).

Le premier centre isodynamique V est à l'intérieur du cercle circonscrit.

Le second centre isodynamique W est à l'extérieur du cercle ABC.

$$V \ldots \alpha : \beta : \gamma = \sin A \sin(B + 60) : \sin B \sin(B + 60) : \sin C \sin(C + 60).$$
$$W \ldots \alpha : \beta : \gamma = \sin A \sin(A - 60) : \sin B \sin(B - 60) : \sin C \sin(C - 60).$$

Les premier et second centres isodynamiques sont deux points tripolairement associés.

38. *Premier et second centres isogones.* (V_2, W_2). — *Ce sont les points inverses du premier et du second centres isodynamiques.* Ils se trouvent à l'intersection des trois droites joignant A, B, C aux sommets des triangles équilatéraux construits sur les cotés de ABC.

Le premier centre isogone V_2 est à l'intérieur du cercle circonscrit.

Le second centre isogone W_2 est à l'extérieur du cercle circonscrit.

$$V^2 \ldots\ldots \alpha : \beta : \gamma = \frac{\sin A}{\sin(A+60)} : \frac{\sin A}{\sin(A+60)} : \frac{\sin C}{\sin(C+60)},$$

$$W^2 \ldots\ldots \alpha : \beta : \gamma = \frac{\sin A}{\sin(A-60)} : \frac{\sin B}{\sin(B-60)} : \frac{\sin C}{\sin(C-60)}.$$

39. *Point* P. *C'est le milieu de* $\Omega_1\Omega_2$.

$$\delta_a = \frac{S}{n'} a(b^2+c^2), \quad \delta_b = \frac{S}{n'} b(c^2+a^2), \quad \delta_c = \frac{S}{n'} c(a^2+b^2).$$

40. *Point* P_2. *C'est l'inverse de* P.

$$\delta_a = \frac{2S}{q'+3n'} \cdot \frac{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}{a}$$

formules analogues pour δ_b et δ_c.

41. *Point* D. — *Centre d'homologie du triangle de référence* ABC *avec le premier triangle de Brocard* $A_1B_1C_1$.

$$x : y : z = \frac{1}{a^3} : \frac{1}{b^3} : \frac{1}{c^3}$$

$$\delta_a = \frac{2Sa^2b^2c^2}{n'} \cdot \frac{1}{a^3} \quad \delta_b = \frac{2Sa^2b^2c^2}{n'} \cdot \frac{1}{b^3} \quad \delta_c = \frac{2Sa^2b^2c^2}{n'} \cdot \frac{1}{c^3}.$$

42. *Point* D_2. *C'est le point inverse de* D *et le pôle de la corde* $\Omega_1\Omega_2$.

$$x : y : z = a^3 : b^3 : c^3$$

$$\delta_a = \frac{2S}{q'} \cdot a^3 \qquad \delta_b = \frac{2S}{q'} \cdot b^3 \qquad \delta_c = \frac{2S}{q'} \cdot c^3.$$

43. *Point* Z. *Milieu de* OK *et centre du cercle de Brocard.*

$$\delta_a = \frac{2Sa(2n'-a^2m^2)}{m^2(2n'-q')}, \quad \delta_b = \frac{2Sb(2n'-b^2m^2)}{m^2(2n'-q')}, \quad \delta_c = \frac{2Sc(2n'-b^2m^2)}{m^2(2n'-q')}.$$

44. *Premier triangle de Brocard* $A_1B_1C_1$. — *Les sommets sont les projections du point de Lemoine sur les médiatrices correspondantes, ce sont les points semi-réciproques du point de Lemoine* K; leurs coordonnées barycentriques sont :

$$A_1 \ldots\ldots \alpha : \beta : \gamma = a^2 : c^2 : b^2$$
$$B_1 \ldots\ldots \alpha : \beta : \gamma = c^2 : b^2 : a^2$$
$$C_1 \ldots\ldots \alpha : \beta : \gamma = b^2 : a^2 : c^2$$

45. *Second triangle de Brocard* A_2, B_2, C_2. — *Il a pour sommets, les projections du centre du cercle circonscrit* O *sur les symédianes* (voir § 64), *c'est-à-dire sur les droites* AK, BK, CK. Les coordonnées barycentriques des sommets, sont :

$$A_2 \ldots\ \alpha : \beta : \gamma = (b^2 + c^2 - a^2) : b^2 : c^2$$
$$B_2 \ldots\ \alpha : \beta : \gamma = a^2 : (a^2 + c^2 - b^2) : c^2$$
$$C_2 \ldots\ \alpha : \beta : \gamma = a^2 : b^2 : (a^2 + b^2 - c^2)$$

46. *Troisième triangle de Brocard* $A_3\ B_3\ C_3$. — *Les sommets sont les points anticomplémentaires des sommets du second triangle de Brocard* ; leurs coordonnées barycentriques sont :

$$A_3 \ldots\ \alpha : \beta : \gamma = a^2 : (2c^2 - a^2) : (2b^2 - a^2)$$
$$B_3 \ldots\ \alpha : \beta : \gamma = (2c^2 - b^2) : b^2 : (2a^2 - b^2)$$
$$C_3 \ldots\ \alpha : \beta : \gamma = (2b^2 - c^2) : (2a^2 - c^2) : c^2$$

CORRESPONDANCE D'UN POINT ET D'UNE DROITE.

47. *Droite* μ *harmoniquement associée à un point donné* M. — Si l'on prend les points μ', μ'', μ''' conjugués harmoniques par rapport aux extrémités des côtés des points M', M'', M''' ou les droites AM, BM, CM, rencontrent les côtés opposés du triangle, les points μ', μ'', μ''' sont sur une même droite μ qui est la droite harmoniquement associée au point M.

Au point M (α, β, γ) tel que

$$\frac{\alpha}{A} = \frac{\beta}{B} = \frac{\gamma}{C}$$

correspond la droite μ :

$$\frac{\alpha}{A} + \frac{\beta}{B} + \frac{\gamma}{C} = 0 .$$

48. *Pédales d'un point donné* M. *Les droites* M''M''', M'''M', M'M'', *sont les pédales du point* M ; elles ont pour équations :

$$M''M''' \ldots\ -\frac{\alpha}{A} + \frac{\beta}{B} + \frac{\gamma}{C} = 0$$
$$M'''M' \ldots\ \frac{\alpha}{A} - \frac{\beta}{B} + \frac{\gamma}{C} = 0$$
$$M'M'' \ldots\ \frac{\alpha}{A} + \frac{\beta}{B} - \frac{\gamma}{C} = 0 .$$

Ce sont les droites harmoniquement associées aux points M_a, M_b, M_c, *algébriquement associés au point* M.

CORRESPONDANCE DE DEUX DROITES.

49. *Droites isotomiques*. — Ce sont deux droites issues d'un même sommet du triangle et coupant le coté opposé en deux *points isotomiques*.

50. *Droites isogonales*. — Ce sont deux droites issues d'un même sommet du triangle et symétriques par rapport à la bissectrice correspondante.

51. *Correspondance générale de deux droites*. — Imaginons que nous sachions faire correspondre : 1° Un point M′ à un point M ; 2° une droite μ à un point M et réciproquement. Dans ces conditions, nous pouvons faire correspondre à une droite donnée μ un point M; à celui-ci un point M′ et à ce dernier une droite μ. Nous pouvons donc faire correspondre une droite μ à une droite μ' et chercher le principe de transformation et la loi de correspondance qui unit directement les droites μ et μ'.

52. *Transversales réciproques*. (μ, μ_0). — Ce sont les droites harmoniquement associées à deux points réciproques : elles coupent chaque côté du triangle en des points isotomiques.

L'équation de μ étant :

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = 0$$

celle de μ_0 sera :

$$\frac{\alpha}{B} + \frac{\beta}{B} + \frac{\gamma}{C} = 0 .$$

53. *Transversales inverses* (μ, μ_2). — *Ce sont les droites harmoniquement associées à deux points inverses :* elles coupent chaque coté du triangle aux pieds de droites isogonales. Si l'équation de μ est :

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = 0$$

celle de la droite μ_2 sera :

$$\frac{\alpha}{Aa^2} + \frac{\beta}{Bb^2} + \frac{\gamma}{Cc^2} = 0 .$$

54. *Droites algébriquement associées* (μ, μ_a, μ_b, μ_c). — Ce sont les droites qui correspondent aux équations :

$$\pm\frac{\alpha}{A} \pm \frac{\beta}{B} \pm \frac{\gamma}{C} = 0$$

elles sont harmoniquement associées aux points :

$$\pm A,\ \pm B;\ \pm C.$$

L'analogie que l'on voit entre les points et les droites peut se continuer en faisant intervenir chaque fois les droites harmoniquement associées aux points.

55. *Droites brocardiennes* (μ, μ_δ, μ_ρ). — A la droite :

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = 0$$

correspondent deux droites, l'une brocardienne directe (μ_δ), l'autre brocardienne rétrograde (μ_ρ), elles ont pour équation :

$$\mu_\rho \ \ldots\ \frac{\alpha}{B} + \frac{\beta}{C} + \frac{\gamma}{A} = 0$$

$$\mu_\delta \ \ldots\ \frac{\alpha}{C} + \frac{\beta}{A} + \frac{\gamma}{B} = 0\,.$$

56. *Droites isobariques et droites semi-réciproques.* — Si nous considérons la droite

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = 0$$

nous pouvons lui faire correspondre les deux droites isobariques :

$$B\alpha + C\beta + A\gamma = 0$$
$$C\alpha + A\beta + B\gamma = 0$$

et les trois droites semi-réciproques :

$$A\alpha + C\beta + B\gamma = 0$$
$$C\alpha + B\beta + A\gamma = 0$$
$$B\alpha + A\beta + C\gamma = 0.$$

57. *Newtonienne d'une droite.* — Une transversale μ, menée dans le plan d'un triangle, détermine un quadrilatère complet, et les milieux de ses diagonales sont sur une transversale μ'. La droite μ' *est la newtonienne associée à* μ. L'équation de μ étant

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = 0$$

celle de μ' sera :

$$\frac{\beta + \gamma - \alpha}{A} + \frac{\alpha + \gamma - \beta}{B} + \frac{\alpha + \beta - \gamma}{C} = 0\,.$$

Les droites μ, μ' sont harmoniquement associées à deux points M, M′ tels que la réciproque de M′ est le point anticomplémentaire de M.

NOMENCLATURE DES DROITES REMARQUABLES.

58. *Intermédianes*. — Ce sont les droites qui joignent les milieux des côtés* :

$$-x\sin A + y\sin B + z\sin C = 0$$

ou :
$$-\alpha + \beta + \gamma = 0.$$

59. *Interhauteurs*. — Ce sont les droites joignant deux à deux les pieds des hauteurs :

$$-x\cos A + y\cos B + z\cos C = 0$$

ou :
$$-\alpha\operatorname{cotg} A + \beta\operatorname{cotg} B + \gamma\operatorname{cotg} C = 0.$$

60. *Interbissectrices*. — Ce sont les droites joignant les pieds des bissectrices intérieures :

$$-x + y + z = 0$$

ou :
$$-\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} + \frac{\gamma}{c} = 0.$$

61. *Médiatrices*. — Ce sont les droites perpendiculaires aux milieux des côtés du triangle :

$$x\sin(B-C) + y\sin B - z\sin C = 0$$

ou :
$$\alpha\sin(B-C) + \sin A(\beta-\gamma) = 0.$$

62. *Axe orthique*. — C'est la droite harmoniquement associée à l'orthocentre ou l'axe d'homologie du triangle de référence avec le triangle orthique (il a pour sommets les pieds des hauteurs) :

$$x\cos A + y\cos B + z\cos C = 0,$$

ou :
$$\alpha\operatorname{cotg} A + \beta\operatorname{cotg} B + \gamma\operatorname{cotg} C = 0.$$

63. *Axe antiorthique*. — C'est la droite qui joint les pieds des bissectrices extérieures; elle est harmoniquement associée au centre du cercle inscrit :

$$x + y + z = 0,$$

ou :
$$\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} + \frac{\gamma}{c} = 0.$$

* Quand à chaque sommet du triangle correspond une droite, nous n'avons donné (§§ 58-61) que l'équation de la droite correspondant au sommet A.

64. *Symédianes*. — Ce sont les droites isogonales des médianes :

$$\frac{x}{\sin A} = \frac{y}{\sin B} = \frac{z}{\sin C}.$$

65. *Droite de Lemoine* (∂_0). — C'est la polaire du point de Lemoine par rapport au cercle circonscrit :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{\alpha}{a^2} + \frac{\beta}{b^2} + \frac{\gamma}{c^2} = 0.$$

66. *Droite de Longchamps* (∂). — C'est la transversale réciproque de la droite de Lemoine et l'anticomplémentaire de l'axe orthique :

$$a^2\alpha + b^2\beta + c^2\gamma = 0, \quad \text{ou} \quad a^3x + b^3y + c^3z = 0.$$

67. *Diamètre de Brocard*. — C'est la droite qui joint le point de Lemoine K au centre du cercle circonscrit O.

$$x \sin(B - C) + y \sin(C - A) + z \sin(A - B) = 0,$$

ou :

$$bc(b^2 - c^2)x + ca(c^2 - a^2)y + ab(a^2 - b^2)z = 0.$$

68. *Droite de Brocard* ($\Omega_1\,\Omega_2$) — C'est la droite qui joint les points de Brocard.

$$(a^4 - b^2c^2)\frac{x}{a} + (b^4 - c^2a^2)\frac{y}{b} + (c^4 - a^2b^2)\frac{z}{c} = 0$$

ou :

$$\left(\frac{a^2}{bc} - \frac{bc}{a^2}\right)x + \left(\frac{b^2}{ca} - \frac{ca}{b^2}\right)y + \left(\frac{c^2}{ba} - \frac{ba}{c^2}\right)z = 0.$$

69. *Droite d'Euler* (OGH). — Elle passe par le centre de gravité G, le centre du cercle circonscrit O et l'orthocentre H.

$$x(b^2 - c^2)\cos A + y(c^2 - a^2)\cos B + 2(a^2 - b^2)\cos C = 0,$$

ou

$$x \sin 2A \sin(B - C) + y \sin 2B \sin(C - A) + z \sin 2C \sin(A - B) = 0$$

ou

$$\alpha \cos A \sin(B - C) + \beta \cos B \sin(C - A) + \gamma \cos C \sin(A - B) = 0.$$

70. *Axes d'homologie de* ABC *avec le premier triangle de Brocard.*

ABC avec $A_1B_1C_1$ (Ξ_1) .... $\dfrac{\alpha}{a^4 - b^2c^2} + \dfrac{\beta}{b^4 - c^2a^2} + \dfrac{\gamma}{c^4 - b^2a^2} = 0$

ABC avec $C_1A_1B_1$ (Ξ'_1) .... $\dfrac{\alpha}{b^4 - c^2a^2} + \dfrac{\beta}{c^4 - a^2b^2} + \dfrac{\gamma}{a^4 - b^2c^2} = 0$

ABC avec $B_1A_1C_1$ (Ξ''_1).... $\dfrac{\alpha}{c^4-a^2b^2}+\dfrac{\beta}{a^4-b^2c^2}+\dfrac{\gamma}{b^4-c^2a^2}=0$

On peut aussi remarquer que Ξ_1' et Ξ_1''. sont les droites isobariques de Ξ_1.

71. *Axe d'homologie de* ABC *avec le second triangle de Brocard* $A_2B_2C_2$. — Cette droite est harmoniquement associée au point situé à l'infini sur GK; elle a pour équation :

$$(\Xi_2)\ \ldots\ \frac{\alpha}{2a^2-b^2-c^2}+\frac{\beta}{2b^2-c^2-a^2}+\frac{\gamma}{2c^2-b^2-a^2}=0$$

72. *Autres droites remarquables :*

IO	$x(\cos B-\cos C)+y(\cos C-\cos A)+z(\cos A-\cos B)=0$.
KH_o	$ax(b^2-c^2)+by(c^2-a^2)+cz(a^2-b^2)=0$.
HH_o	$a^2x(b^2-c^2)\cos A+b^2y(c^2-a^2)\cos B+c^2z(a^2-b^2)\cos C=0$.

NOMENCLATURE DES CERCLES REMARQUABLES.

73. *Équation générale des cercles en coordonnées barycentriques.* — Tout cercle pris dans un plan a pour équation :

$$(\alpha+\beta+\gamma)(u\alpha+v\beta+w\gamma)-a^2\beta\gamma-b^2\alpha\gamma-c^2\alpha\beta=0$$

les paramètres u, v, w qui entrent dans cette équation sont les puissances des sommets du triangle par rapport au cercle considéré.

74. *Cercle circonscrit de centre* O *et de rayon* R. — On a :

$$u=v=w=0.$$

L'équation du cercle est :

$$a^2\beta\gamma+b^2\alpha\gamma+c^2\alpha\beta=0,$$

ou

$$yz\sin A+zx\sin B+xy\sin C=0.$$

75. *Cercle inscrit de centre* I *et de rayon* r. — On a :

$$u=(p-a)^2,\qquad v=(p-b)^2,\qquad w=(p-c)^2.$$

L'équation du cercle est :

$$\sqrt{(p-a)\alpha}+\sqrt{(p-b)\beta}+\sqrt{(p-c)\gamma}=0$$

ou

$$\Sigma(p-a)^2\alpha^2-2\Sigma(p-a)(p-b)\alpha\beta=0.$$

76. *Cercles ex-inscrits des centres* I_a, I_b, I_c *et de rayons* r_a, r_b, r_c. Pour le cercle I_a on a :

$$u = p^2 \qquad v = (p-c)^2 \qquad w = (p-b)^2 .$$

L'équation du cercle I_a est donc :

$$\sqrt{p\alpha} + \sqrt{(p-c)\,\beta} + \sqrt{(p-b)\,\gamma} = 0 .$$

On a des formules analogues pour les cercles I_b, I_c.

77. *Cercle des neuf points de centre* O_9 *et de rayon* R_9. Il a pour équation :

$$\Sigma\alpha \,.\, \Sigma bc \cos A \,.\, \alpha - 2\Sigma a^2\beta\gamma = 0 ,$$

ou

$$\Sigma bc \cos A \,.\, \alpha^2 - \Sigma c^2\alpha\beta = 0$$

et on a :

$$R_9 = \frac{1}{2} R .$$

78. *Cercle polaire conjugué.* — Il a pour centre l'orthocentre de ABC et passe par les points d'intersection du cercle des neuf points et du cercle circonscrit.

On a :

$$u = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2} \qquad v = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2} \qquad w = \frac{a + b^2 - c^2}{2} .$$

Il a pour équation :

$$\Sigma(-a^2 + b^2 + c^2)\,\alpha^2 = 0 , \quad \text{ou} \quad \Sigma\alpha^2 \operatorname{cotg} A = 0 ,$$

ou

$$\Sigma x^2 \sin 2A = 0 .$$

Le rayon : $\qquad R^2 = -4R^2 \cos A \cos B \cos C .$

Ce cercle n'est réel que si le triangle ABC est obtusangle.

79. *Cercle anticomplémentaire du cercle conjugué.* — Il a pour centre l'orthocentre du triangle anticomplémentaire à ABC, on a :

$$u = a^2 \qquad v = b^2 \qquad w = c^2 .$$

Le cercle a pour équation :

$$(\alpha + \beta + \gamma)\,(a^2\alpha + b^2\beta + c^2\gamma) - a^2\beta\gamma - b^2\alpha\gamma - c^2\alpha\beta = 0 ,$$

son rayon

$$\rho^2 = -16R^2 \cos A \cos B \cos C = 16R^2 - 2m^2 .$$

Comme le cercle polaire conjugué il n'est réel que si le triangle est obtusangle.

80. *Cercle de Brocard.* — Il passe par les points K, Ω_1, Ω_2, O, A_1, B_1, C_1 et il a pour centre le point milieu de KO. Il a pour équation :

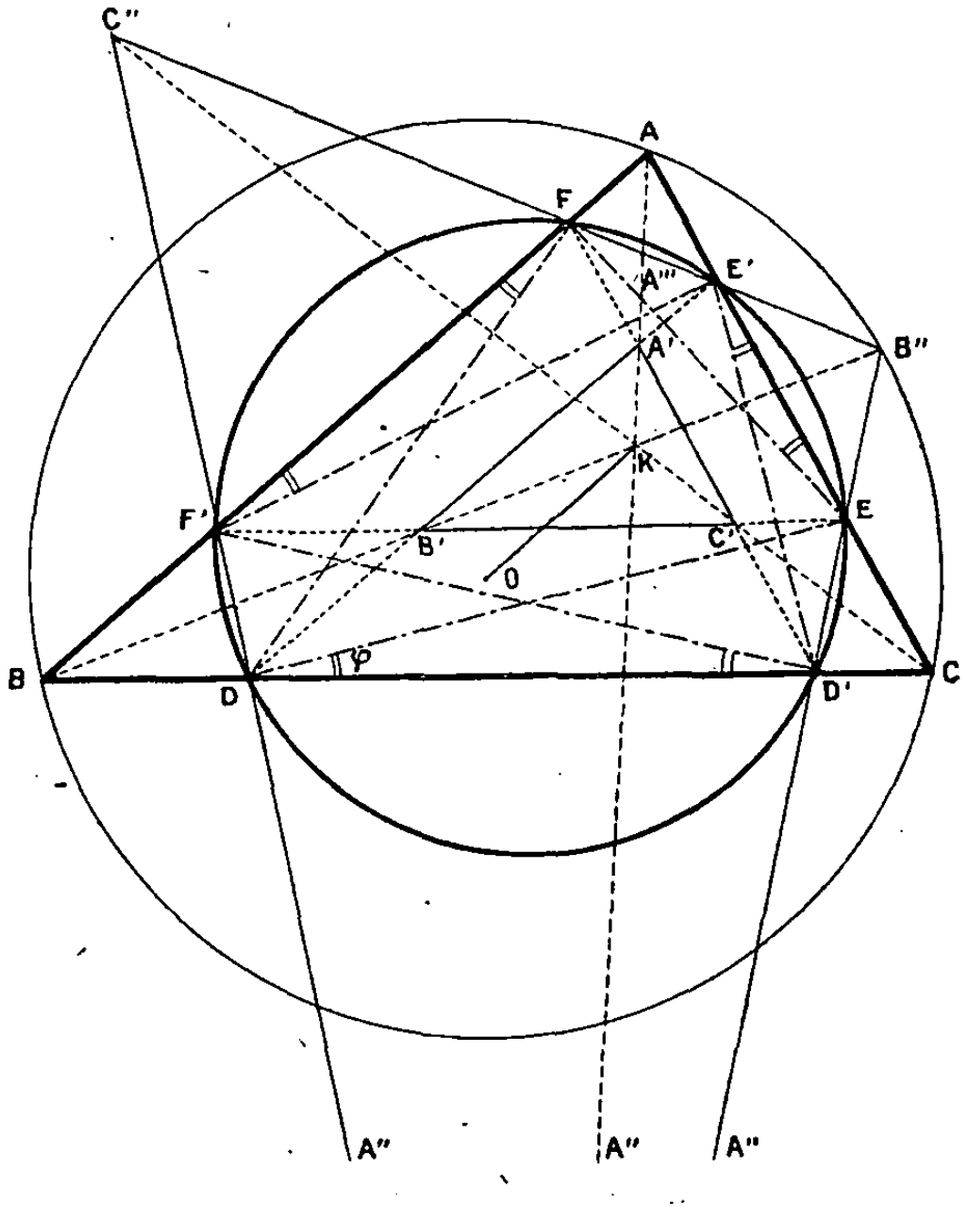
$$a^3yz + b^3xz + c^3xy = abc(x^2 + y^2 + z^2)$$

ou

$$(x^2+y^2+z^2)\sin\omega - [xy\sin(C-\omega) + yz\sin(A-\omega) + zx\sin(B-\omega)] = 0$$

81. *Cercles de Tucker.* (T). — Ces cercles sont susceptibles de plusieurs définitions :

1° Si un triangle A′B′C′ est homothétique avec ABC par rapport



au point K de Lemoine, les côtés des deux triangles se coupent en six points D, D′, E, E′, F, F′ situés sur une même circonférence appelé *cercle de Tucker;*

2° Ces mêmes points résultent de l'intersection, des côtés de ABC avec les côtés d'un triangle A″B″C″ dont les sommets sont sur les *symédianes* et dont les côtés sont parallèles aux côtés du *triangle orthique;*

3° Ce sont aussi les sommets de deux triangles DEF, D′E′F′ sem-

blables à ABC et dont les côtés font un même angle φ avec ceux de ABC :

$$\widetilde{FEA} = \widetilde{DFB} = \widetilde{EDC} = \widetilde{E'F'A} = \widetilde{BF'D'} = \widetilde{CD'E'} = \varphi$$

L'équation générale des cercles de Tucker est :

$$\Sigma \frac{yz}{b^2c^2} - \lambda \Sigma x \Sigma \left(\frac{1}{a^2} - \lambda\right) x = 0.$$

La valeur de λ qui correspond aux trois modes de génération que nous venons d'indiquer est :

1° $$\lambda = \frac{AA'}{(a^2+b^2+c^2).\,AK};$$

2° $$\lambda = \frac{2AA'''}{(a^2+b^2+c^2)\,AK.};$$

3° $$\lambda = \frac{1}{2S(\cotg\varphi + \cotg\omega)};$$

82. *Premier cercle de Lemoine.* (K_1). — Les parallèles aux côtés de ABC menées par le point K de Lemoine, rencontrent ces côtés en six points situés sur un cercle appelé *premier cercle de Lemoine.* C'est un cas particulier des cercles de Tucker, il correspond au cas où :

$$\lambda = \frac{1}{a^2+b^2+c^2} = \frac{1}{m^2}.$$

Il a donc pour équation :

$$\Sigma \frac{y}{b^2c^2} - \frac{x+y+z}{m^2} \Sigma \frac{b^2+c^2}{a^2} x = 0.$$

83. *Deuxième cercle de Lemoine.* (K_2). — Les antiparallèles aux côtés de ABC menées par le point de Lemoine, rencontrent les côtés en six points du deuxième cercle de Lemoine. Son centre est le point K. C'est un cas particulier des cercles de Tucker il correspond au cas où :

$$\lambda = \frac{2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{2}{m^2}.$$

il a donc pour équation :

$$\Sigma \frac{y^2}{b^2c^2} - 2\frac{x+y+z}{m^2} \Sigma \frac{b^2+c^2-a^2}{a^2} x = 0.$$

84. *Cercle de Taylor.* — C'est encore un cas particulier des centres de Tucker, il correspond au cas où :

$$\lambda = \frac{1}{4R^2} \qquad \operatorname{tg}\varphi = -\operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C$$

L'angle φ est appelé *angle de Taylor*.

Le cercle de Taylor est concentrique au cercle inscrit du triangle complémentaire du triangle orthique de ABC; les coordonnées normales de son centre sont proportionnelles à :

$$\cos(A - \varphi), \quad \cos(B - \varphi), \quad \cos(C - \varphi).$$

il a pour équation :

$$\Sigma \frac{yz}{b^2c^2} - \frac{1}{16R^4} \Sigma x \Sigma x \operatorname{cotg}^2 A = 0.$$

85. *Cercles de Neuberg.* (N_a, N_b, N_c). — Si sur chacun des trois côtés du triangle de référence on construit des triangles ayant même angle de Brocard que ABC, le sommet libre décrit une circonférence. Les trois circonférences ainsi obtenues sont les *cercles de Neuberg*. Soient x_1, y_1 les *coordonnées cartésiennes* d'un point par rapport à un côté et à la médiatrice correspondante.

Le cercle N_a a pour équation :

$$x_1^2 + y_1^2 - a y_1 \operatorname{cotg}\omega + \frac{3a^2}{4} = 0$$

ou en coordonnées barycentriques :

$$a^2\beta\gamma + b^2\alpha\gamma + c^2\alpha\beta - a^2(\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\gamma) = 0,$$

ou en coordonnées normales :

$$\begin{aligned} &xy \sin C + yz \sin A + 2x \sin B \\ &= \sin A (y \operatorname{cosec} C + 2 \operatorname{cosec} B)(x \sin A + y \sin B + z \sin C). \end{aligned}$$

Le rayon du cercle N_a est :

$$\rho_a = \frac{a}{2}\sqrt{\operatorname{cotg}^2\omega - 3}.$$

Pour les cercles N_b, N_c on obtient des formules analogues.

86. *Cercles de M'Cay.* (M_a, M_b, M_c). — Si l'on construit sur les côtés de BC, CA, AB d'un triangle ABC, comme segments homologues des figures semblables F_a, F_b, F_c il existe une infinité de systèmes de trois points en ligne droite; ces points décrivent trois cercles appelés *cercles de M'Cay*.

Le cercle M_α a pour équation en coordonnées normales ;

$$3(xy \sin C + yz \sin A + zx \sin B = \sin A\,(y \operatorname{cosec} C + 2 \operatorname{cosec} B + x \operatorname{cotg} A)(x \sin A + y \sin B + z \sin C)$$

En coordonnées barycentriques :

$$\Sigma a^2 \beta\gamma - \frac{1}{3}\Sigma\alpha(2bc \cos A \,.\, \alpha + a^2\beta + a^2\gamma) = 0$$

En coordonnées cartésiennes en prenant pour axes BC et la perpendiculaire élevée en son milieu :

$$x^2 + y^2 - \frac{ay \operatorname{cotg} \omega}{3} + \frac{a^2}{12} = 0$$

87. *Cercles d'Appolonius.* — Ces cercles ont pour diamètres les segments déterminés sur un côté par les deux bissectrices de l'angle opposé. Ils se coupent aux deux centres isodynamiques. Les cordes communes avec le cercle circonscrit sont les symédianes.

Le cercle dont le diamètre est sur BC a pour équation :

$$\frac{a^2b^2c^2}{b^2 - c^2}\left(-\frac{\beta}{b^2} + \frac{\gamma}{c^2}\right) - \Sigma a^2\beta\gamma = 0$$

Formules analogues pour les deux autres cercles.

88. *Cercles de Schoute.* — Le lieu d'un point M tel que le triangle podaire (ayant pour sommets les projections orthogonales de M sur les côtés de ABC) ait un angle de Brocard ω_1 est un cercle appelé *cercle de Schoute;* il est représenté par l'équation :

$$\Sigma yz \sin A(\operatorname{cotg} \omega_1 + \operatorname{cotg} \omega)\,\Sigma a x \Sigma \frac{x}{a}$$

Ces cercles ont même axe radical : la droite de Lemoine.

La droite de Lemoine, le cercle circonscrit, et le cercle de Brocard sont des cas particuliers des *cercles de Schoute.*

NOMENCLATURE DES COURBES REMARQUABLES.

89. *Ellipse de Brocard.* — Elle admet pour foyers les deux points de Brocard; elle est inscrite au triangle et touche les côtés aux pieds des symédianes. Cette conique a pour équation :

$$\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} + \sqrt{\frac{z}{c}} = 0.$$

90. *Ellipse de Lemoine.* — Cette conique admet pour foyers le centre de gravité et le point de Lemoine; elle est inscrite au triangle et touche les côtés aux pieds des symédianes des triangles BGC, CGA, AGB. Elle a pour équation :

$$\sqrt{\frac{x}{m_a^2}} + \sqrt{\frac{y}{m_b^2}} + \sqrt{\frac{z}{m_c^2}} = 0$$

m_a, m_b, m_c désignant le trois médianes du triangle.

91. *Ellipse K.* — Cette conique a pour centre le point de Lemoine : elle est inscrite au triangle et touche les côtés aux pieds des hauteurs. Elle a pour équation :

$$\sqrt{x \cos A} + \sqrt{y \cos B} + \sqrt{z \cos C} = 0.$$

92. *Ellipse de Simmons.* — Cette conique admet pour foyers le premier centre isogone et le premier centre isodynamique; elle est inscrite au triangle et touche les côtés aux pieds des droites qui joignent A, B, C au premier centre isogone. Elle est représentée par l'équation :

$$\sqrt{x \sin(A + 60)} + \sqrt{y \sin(B + 60)} + \sqrt{z \sin(C + 60)} = 0.$$

93. *Ellipse de Steiner.* — Cette conique circonscrite au triangle passe par A, B, C, R. Elle a pour centre le point G et a pour équation :

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 0$$

94. *Hyperbole de Kiepert.* — Si α, β, γ sont les sommets de trois triangles isocèles semblables $BC\alpha$, $CA\beta$, $AB\gamma$ dont l'angle à la base est θ, l'hyperbole de Kiepert est le lieu des points d'intersection des droites $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$. Les coordonnées normales d'un tel point sont :

$$\frac{1}{\sin(A - \theta)} ; \quad \frac{1}{\sin(B - \theta)} ; \quad \frac{1}{\sin(C - \theta)} .$$

Le triangle $\alpha\beta\gamma$ est appelé *triangle de Kiepert*, l'angle θ est l'*angle de Kiepert*.

L'hyperbole de Kiepert est la transformée par les points inverses de la droite OK; elle est équilatère, circonscrite au triangle et passe par le centre de gravité G, l'orthocentre H, le point de Tarry, et plusieurs autres points remarquables. Elle a pour équation :

$$(b^2 - c^2)\, bcxy + (c^2 - a^2)\, caxz + (a^2 + b^2)\, abxy = 0.$$

ou :

$$\frac{\sin(B-C)}{x}+\frac{\sin(C-A)}{y}+\frac{\sin(A-B)}{z}=0.$$

95. *Premier groupe de paraboles de Artzt.* — Soient α, β, γ qui partagent les côtés de ABC dans le même rapport de sorte que

$$\frac{B\alpha}{BC}=\frac{C\beta}{CA}=\frac{A\gamma}{AB}=\lambda.$$

Tout triangle $\alpha\beta\gamma$ a même angle de Brocard que ABC et est perspectif avec le premier triangle de Brocard ; le centre de perspective appartient au cercle de Brocard. Les enveloppes des côtés des triangles $\alpha\beta\gamma$ sont trois coniques qui forment le *premier groupe des paraboles de Artzt*. Ces paraboles sont tangentes à deux côtés du triangle aux extrémités du troisième, et elles ont pour foyers les sommets du second triangle de Brocard. Ces coniques ont pour équation :

$$\begin{aligned}a^2x^2-4bcyz&=0\\b^2y^2-4acxz&=0\\c^2z^2-4cxy&=0\end{aligned}$$

96. *Deuxième groupe de paraboles de Artzt.* — Ce sont les enveloppes des côtés des triangles de Kiepert. Ces paraboles ont, comme les précédentes, pour foyers les sommets du second triangle de Brocard ; elles ont pour directrices les médianes de ABC et sont inscrites chacune dans un quadrilatère formé par les deux bissectrices issues d'un sommet du triangle et les médiatrices des côtés aboutissant au sommet considéré. Elles ont pour équations :

$$[(cy-bz)\cos A-ax]^2=b^2-c^2)(y^2-z^2)\sin^2 A.$$

Formules analogues pour les deux autres.

97. *Paraboles de Brocard.* — Il y a deux groupes de trois paraboles : ce sont les anticomplémentaires des paraboles de Artzt.

98. *Parabole de Kiepert.* — C'est l'enveloppe des axes d'homologie du triangle ABC avec les triangles de Kiepert. Elle a pour équation :

$$\sqrt{(b^2-c^2)\alpha}+\sqrt{(c^2-a^2)\beta}+\sqrt{(a^2-b^2)\gamma}=0.$$

Le foyer de cette parabole est un point remarquable F de la circonférence ABC ; ses coordonnées normales sont proportionnelles à :

$$\frac{1}{\sin(B-C)}\ ;\qquad\frac{1}{\sin(C-A)}\ ;\qquad\frac{1}{\sin(A-B)}.$$

99. *Hyperbole de Jérabek* (Γ′). — C'est la transformée par points inverses de la droite d'Euler. Elle a pour équation :

$$\sum \frac{(b^2 - c^2)\cos A}{x} = 0 \qquad \text{ou} \quad \sum \frac{(b^2 - c^2)\sin 2A}{\alpha} = 0 .$$

Cette hyperbole est le lieu des centres de perspective de ABC et d'un triangle dont les sommets sont sur les symédianes de ABC et dont les côtés sont parallèles aux interhauteurs.

L'enveloppe des axes de perspective est la parabole de Kiepert.

99. *Coniques* (M) *centralement associées à un point donné* M. — Étant donné un point M, les droites AM, BM, CM rencontrent les côtés du triangle aux points M′, M″, M‴, et il existe une conique ayant M pour centre et passant par M′, M″, M‴. *La conique* (M) *est centralement associée au point* M.

La conique (μ) correspondant au point $M(\alpha_0 \beta_0 \gamma_0)$ est représentée par :

$$\sum \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2}(\beta_0 + \gamma_0 - \alpha_0) - 2\sum \gamma_0 \frac{\beta\alpha}{\beta_0 \alpha_0} = 0 .$$

Elle est doublement tangente à la conique (μ) :

$$\Sigma \alpha^2(\beta_0 - \gamma_0 - \alpha_0) - 2\Sigma \alpha\beta(\beta_0 + \gamma_0 - \alpha_0)(\alpha_0 + \gamma_0 - \beta_0) = 0 .$$

100. *Conique* (I). — C'est la conique centralement associée au centre I du cercle inscrit; c'est aussi la transformée par points supplémentaires du cercle circonscrit à ABC. Elle a pour équation :

$$\Sigma a(z + x - y)(x + y - z) = 0 .$$

101. *Coniques de Simson*. — M étant un point du triangle ABC, tel que les perpendiculaires abaissées de A sur BM, de B sur CM, de C sur AM concourent en un même point M′; les points M, M′ sont situés sur deux coniques déterminées ayant pour équations :

$$yz \cos B \sin C + zx \cos C \sin A + xy \cos A \sin B = 0 .$$
$$yz \sin B \cos C + zx \sin C \cos A + xy \sin A \cos B = 0 .$$

Ces coniques sont aussi les lieux des points tels que les projections de M sur b, c, a faites au moyen de perpendiculaires à a, b, c sont en ligne droite, et les projections de M′ sur c, a, b faites au moyen de perpendiculaires à a, b, c sont en ligne droite.

Ces courbes passent par le point de Tarry.

102. *Potentielle triangulaire*. — C'est la courbe lieu des points

du triangle, tels que les droites qui joignent les sommets à ces points divisent les côtés opposés en segments proportionnels aux p^ièmes puissances des côtés adjacents. Son équation cartésienne, en prenant pour axes deux côtés du triangle, est :

$$\frac{(ay)^{\log \frac{b}{c}}}{(bx)^{\log \frac{a}{c}}} = (ab - ay - bx)^{\log \frac{b}{a}}$$

ou en coordonnées normales :

$$(ax)^{\log \frac{b}{c}} \cdot (by)^{\log \frac{c}{a}} \cdot (cz)^{\log \frac{a}{b}} = 1$$

ou enfin en coordonnées barycentriques :

$$\gamma^K = \alpha^{K-1}\beta .$$

Formule où K désigne une constante pouvant être calculée par la formule $C^K = a^{K-1}b$.

103. *Cubique des dix-sept points*. — Cette cubique passe par les dix-sept points remarquables suivants :

Les sommets du triangle ABC, les milieux des côtés, les milieux des hauteurs, le centre du cercle circonscrit O, le centre de gravité G, l'orthocentre H, le point de Lemoine K, les centres des quatre cercles tangents aux côtés du triangle.

Son équation en coordonnées trilinéaires est :

$$bcx(y^2 - z^2) + cay(z^2 + x^2) + abz(x^2 + y^2) = 0 .$$

104. *Cubique des vingt et un points*. — M étant un point de la cubique, cette courbe a pour équation :

$$\Sigma a^2 \cdot (MA)^2 (\overline{MB}^2 - \overline{MC}^2 + b^2 - c^2) = 0 .$$

Elle passe par les sommets A, B, C du triangle.

NOTA. — La figure jointe à cette note étant de petite dimension, nous n'avons pas pu y mettre tous les points et toutes les courbes signalées ; nous compléterons notre travail en donnant plusieurs planches au Congrès d'Oran.

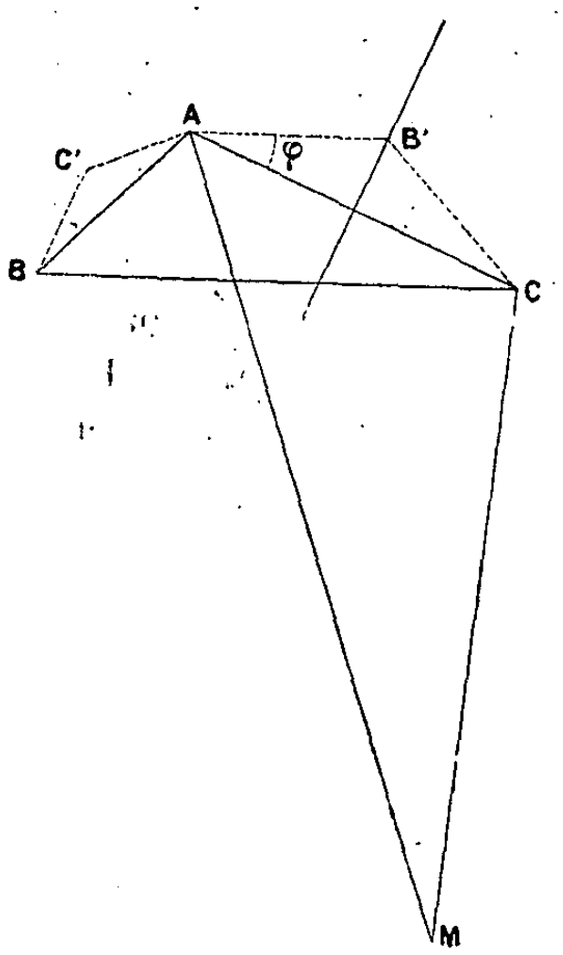
M. C.-A. LAISANT,

Docteur ès sciences, député de la Seine, à Paris.

SUR LES ASYMPTOTES DE L'HYPERBOLE DE KIEPERT.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Si l'on construit, sur les côtés d'un triangle ABC, trois triangles isoscèles semblables CA'B, BC'A, AB'C, on sait que les trois droites AA', BB', CC', se coupent en un même point, et que le lieu de ce point est une hyperbole, qu'on appelle *hyperbole de Kiepert*, du nom de l'inventeur de cette propriété.



Les directions asymptotiques de cette hyperbole peuvent s'obtenir au moyen d'une construction très simple que la présente note a pour objet d'indiquer.

Soit φ l'angle B'AC = C'BA, et $x = \operatorname{tg}\varphi$. Pour qu'on ait une direction asymptotique, il faut qu'un point du lieu aille à l'infini, et, par conséquent, que les deux droites BB', CC' soient parallèles. La condition du problème est donc exprimée par la relation de parallélisme :

$$\frac{AC}{2}(1 + xi) - AB \parallel \frac{AB}{2}(1 - xi)\,AC$$

$$\parallel \frac{AB}{2}(xi - 1) + AC,$$

ou, en ajoutant au second membre AB — AB,

$$\frac{AC}{2}(1 + xi) - AB \parallel \frac{AB}{2}(1 + xi) + BC,$$

$$\parallel \frac{AB}{AC}\left[\frac{AC}{2}(1 + xi) + \frac{AC \cdot BC}{AB}\right],$$

et la valeur de x donnera la direction cherchée.

Construisons le triangle ACM directement semblable à BAC. Alors $\frac{AM}{AC} = \frac{BC}{BA}$, $AM = -\frac{AC \cdot BC}{AB}$; et notre relation de parallélisme devient

$$AB' - AB \parallel \frac{AB}{AC}(AB' - AM),$$

ou

$$\frac{BB'}{MB'} \parallel \frac{AB}{AC}.$$

L'angle MB'B est donc égal à CAB. Il suffit donc de construire sur MB un segment capable de l'angle A, et de prendre l'intersection de la circonférence ainsi obtenue avec la perpendiculaire élevée sur le milieu de AC. Cela donnera évidemment pour le point B' deux solutions B'_1, B'_2 et les droites BB'_1, BB'_2 seront parallèles aux asymptotes de l'hyperbole.

Il est à remarquer, d'après la construction même, que ces points B' ne correspondent jamais à des triangles isoscèles construits extérieurement au triangle ABC, mais bien à des triangles construits du côté de l'intérieur: autrement dit, la valeur de x est toujours négative.

M. Ch. TELLIER,

à Paris.

NOUVEAU MOTEUR THERMO-DYNAMIQUE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Les machines thermo-dynamiques, dont j'ai l'honneur d'entretenir la section de mécanique, sont des appareils producteurs de force motrice ne nécessitant qu'une faible dépense de combustible.

Ces appareils tirent leur rendement :

1° De l'emploi de l'air comme agent producteur de la force;

2° D'un dispositif pour comprimer les gaz sans élévation de température, et, par suite, sans dépense de force sensible. Ce résultat est obtenu au moyen de chaînettes dont sont armés les pistons des pompes de compression. Ces chaînettes, refroidies à chaque coup dé

piston dans un courant d'eau froide, convenablement aménagé en dessus et en dessous du piston, forment, dans le gaz soumis à la compression, une sorte d'éponge métallique qui absorbe la chaleur de compression au fur et à mesure qu'elle se produit: elles permettent ainsi au gaz de se maintenir à basse température pendant toute la durée de la compression, quel que soit le nombre d'atmosphères auquel on le comprime. Leur efficacité à cet égard est telle, que les gaz qui arrivent chauds aux pompes de compression en sortent froids, après avoir subi l'action de la compression ;

3° Utilisation complète du charbon intervenant, non plus comme combustible, ainsi que cela a lieu dans l'emploi de la vapeur, mais comme agent chimique, produisant les gaz utilisés concurremment avec l'air dans le travail de la machine. A cet effet, le combustible est amené dans un appareil que je nomme « Digesteur » dans lequel sa combustion produit de l'oxyde de carbone ainsi que les divers hydrogènes carbonés provenant de la décomposition des goudrons. Ces derniers gaz viennent se comburer avec l'oxyde de carbone dans le cylindre moteur et les résidus dans le digesteur s'éliminent d'eux-mêmes dans un état complet de séparation de la matière combustible. L'appareil n'est jamais ouvert et c'est de lui-même qu'il excrète ses résidus, lesquels sont retirés à volonté une ou deux fois par jour, sans le concours d'aucune grille, porte, etc., etc.

4° D'une récupération aussi complète que possible de tous les éléments calorifiques autres que la chaleur de compression, laquelle est au contraire, ainsi qu'il a déjà été dit, éliminée. Ces éléments calorifiques sont constamment cédés par les gaz qui s'échappent après avoir travaillé, à ceux qui se rendent à l'introduction grâce à des appareils dénommés échangeurs; de la sorte, ils sont récupérés de manière à obtenir le maximum de puissance par l'utilisation très complète de la chaleur dans la machine.

Les machines utilisant les données qui précèdent, peuvent s'appliquer aux tramways et aux locomotives, aussi bien qu'aux exploitations industrielles ou maritimes. Elles se composent essentiellement, d'une part, d'un cylindre moteur semblable à ceux des machines à vapeur; d'autre part, de pompes de compression distinctes pour l'air et pour l'oxyde de carbone.

A ces pièces s'ajoute naturellement un appareil générateur de ce dernier gaz, que la machine produit elle-même dans la proportion nécessitée par le travail. C'est cet appareil, désigné déjà plus haut sous le nom de digesteur, qui tient lieu, dans ces machines thermodynamiques, des chaudières de machines à vapeur, lesquelles se trouvent, par suite supprimées et avec elles leurs inconvénients si nom-

breux, surtout leurs dangers, toute explosion étant impossible dans les nouvelles machines.

En résumé, les appareils thermo-dynamiques de ce système et dont un type de cent chevaux est établi dans mon usine d'Auteuil, 20, rue Félicien-David, ont pour résultat de procurer :

1° Une économie considérable de combustible par rapport à la vapeur ;

2° Une économie de poids et de place d'environ 50 % ;

3° La suppression des températures élevées qui rendaient les chambres des chaudières inhabitables et le recrutement du personnel des chauffeurs presque impossible dans les mers chaudes ;

4° Une réduction considérable dans le personnel des chauffeurs, soutiers, etc. ;

5° La suppression de tout danger d'explosion. Il est bon d'ajouter, à titre de renseignement, que ces machines thermo-dynamiques se composent d'organes ne comportant aucune particularité ni difficulté pour les constructeurs ; que, par suite, leur prix de revient sera, dans tous les cas, inférieur à celui des machines à vapeur de même force, d'autant plus que dans ces nouveaux moteurs on évitera l'établissement de différentes parties très dispendieuses, telles que chaudières, cheminées, etc.

M. A. PELLET,

Professeur à la Faculté des sciences de Clermont-Ferrand.

SUR LES SPHÈRES TANGENTES A DEUX SURFACES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Soient deux surfaces S et S′ et une sphère tangente à ces deux surfaces aux points M et M′ ; les normales en ces points aux surfaces se rencontrent en un point C centre de la sphère et on a $CM = CM'$. Prenons le milieu de la droite MM′ pour origine O, OM pour axe des z, la parallèle à l'intersection des plans tangents en M et M′ pour axe des y et pour axe des x la perpendiculaire aux deux autres. Les équations des deux surfaces peuvent s'écrire :

$$z = c + Kx + z_2 + z_3 + \ldots + z_i + \ldots,$$
$$Z = -c - Kx + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_i + \ldots,$$

z_i, Z_i désignant des polynômes homogènes de degré i en x et y, pour des valeurs assez petites de ces variables; et la sphère tangente aux points M et M′ a pour équation :

$$(x - Kc)^2 + y^2 + z^2 - c^2(1 + K^2) = 0.$$

Soient δ le rayon, ξ, η, ζ les coordonnées du centre de la sphère tangente aux deux surfaces aux points M_1 M_1', infiniment voisins de M et M′, ayant respectivement pour coordonnées x, y, z, et u, v, Z. On a les équations :

$$\frac{\xi - x}{K + z'_{2x} + \ldots} = \frac{\eta - y}{z'_{2y} + \ldots} = \frac{\zeta - z}{-1} = \frac{\delta}{\sqrt{1 + K^2 + 2Kz'_{2x} + \ldots}};$$

$$\frac{\xi - u}{-K + Z'_{2u} + \ldots} = \frac{y - v}{Z'_{2v} + \ldots} = \frac{\zeta - z}{-1} = \frac{-\delta}{\sqrt{1 + K^2 - 2Kz'_{2u} + \ldots}};$$

Posons : $\delta = c\sqrt{1 + K^2} + \delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_i + \ldots$. δ_i étant un polynôme homogène en x et y de degré i; il vient :

$$\xi = cK + x + \frac{K\delta_1}{\sqrt{1+K^2}} + \frac{cz'_{2x}}{1+K^2} + \ldots = cK + u + \frac{K\delta_1}{\sqrt{1+K^2}} - \frac{cZ'_{2u}}{1+K^2} + \ldots$$

$$\eta = y + cz'_{2y} + \ldots = v - cZ'_{2v} + \ldots$$

$$\zeta = Kx - \frac{\delta_1}{\sqrt{1+K^2}} + \frac{Kcz'_{2x}}{1+K^2} + \ldots = -Ku + \frac{\delta_1}{\sqrt{1+K^2}} + \frac{KcZ'_{2u}}{1+K^2} + \ldots$$

et on en déduit, en se bornant aux infiniment petits du premier ordre :

$$x + \frac{cz'_{2x}}{1+K^2} = u - \frac{cZ'_{2u}}{1+K^2}; \qquad y + cz'_{2y} = v - cZ'_{2v};$$

$$\delta_1 = K\sqrt{1+K^2}\left(x + \frac{cz'_{2x}}{1+K^2}\right), \quad \xi_1 = \frac{\sqrt{1+K^2}}{K}\delta_1, \quad \zeta_1 = 0.$$

ξ_1 et ζ_1 désignant l'ensemble des termes du premier degré dans les développements de ξ et de ζ. L'équation $\zeta_1 = 0$ montre que le plan des $x\,y$ est tangent à la surface lieu des centres des sphères.

La direction de la tangente à la courbe lieu des points M′ étant donnée celle de la tangente à la courbe lieu des points M est déterminée par l'équation :

$$\left(x + \frac{cz'_{2x}}{1+K^2}\right)(v - cZ'_{2v}) - (y + cz'_{2y})\left(u - \frac{cZ'_{2u}}{1+K^2}\right) = 0.$$

Appelons points correspondants les points M et M′, et courbes correspondantes deux courbes dont tous les points sont correspon-

dants. On voit que, par un point M, il passe seulement deux courbes telles que les tangentes à ces courbes rencontrent les tangentes au point M′ des courbes correspondantes; les tangentes à ces deux courbes sont données par l'équation obtenue en remplaçant dans la précédente $\frac{v}{u}$ par $\frac{y}{x}$.

$$(1)\quad \left(x+\frac{cz'_{2x}}{1+K^2}\right)(y-cZ'_{2y})-(y+cz'_{2y})\left(x-\frac{cZ'_{2x}}{1+K^2}\right)=0.$$

Si cette équation est une identité les tangentes de toutes les courbes qui se correspondent, se rencontrent; c'est ce qui a lieu en particulier lorsque les deux surfaces sont transformées l'une de l'autre par rayons vecteurs réciproques. Les équations donnant les directions des tangentes aux lignes de courbure des surfaces S et S′ aux points M et M′, sont :

$$(2)\quad xz'_{2y}-yz'_{2y}+K^2xz'_{2y}=0,\qquad uZ'_{2v}(1+K^2)-cZ'_{2u}=0,$$

l'inconnue étant $\frac{y}{x}$ pour la première, $\frac{v}{u}$ pour la seconde. Si les équations (2) ont une racine commune, elles ont leurs deux racines communes et ces deux racines satisfont à l'équation (1). Réciproquement, si l'équation (1) a une racine commune avec l'une des équations (2), les deux équations (2) ont leurs deux racines communes. Ainsi, si à une famille de lignes de courbure de la surface S correspond sur la surface S′ une famille de lignes de courbure, à l'autre famille de lignes de courbure de S correspond sur S′ l'autre famille de lignes de courbure de cette surface. En particulier, si la surface S′ est une sphère, aux lignes de courbure de la surface S correspondent sur cette sphère deux familles de lignes orthogonales, proposition énoncée par M. Darboux. (C. R., 23 janvier 1882.)

M. H. LE PONT,

à Rennes.

NOTE DE GÉOMÉTRIE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Considérons neuf plans: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Prenons pour tétraèdre de référence le tétraèdre formé par les plans 1, 4, 7 et un dixième plan absolument quelconque; les équations de nos plans sont :

$$
\begin{aligned}
&(1) && x = 0\\
&(4) && y = 0\\
&(7) && z = 0\\
&(2) && ax + by + cz + l = 0\\
&(5) && a'x + b'y + c'z + l = 0\\
&(8) && a''x + b''y + c''z + l = 0\\
&(3) && \alpha x + \beta y + \gamma z + l = 0\\
&(6) && \alpha' x + \beta' y + \gamma' z + l = 0\\
&(9) && \alpha'' x + \beta'' y + \gamma'' z + l = 0
\end{aligned}
$$

les a, b, c, α, β, γ désignant des constantes.

Exprimant que les points O, P, Q d'intersection des plans (1, 4, 7) (2, 5, 8) (3, 6, 9) sont en ligne droite, nous avons les deux conditions :

$$
(A)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{b'c'' - b''c' + b''c - bc'' + bc' - b'c}{\beta'\gamma'' - \beta''\gamma' + \beta''\gamma - \beta\gamma'' + \beta\gamma' - \beta'\gamma} =\\
&\frac{c'a'' - c''a' + c''a - ca'' + ca' - c'a}{\gamma'\alpha'' - \gamma''\alpha' + \gamma''\alpha - \gamma\alpha'' + \gamma\alpha' - \gamma'\alpha} =\\
&\frac{a'b'' - a''b' + a''b - ab'' + ab' - a'b}{\alpha'\beta'' - \alpha''\beta' + \alpha''\beta - \alpha\beta'' + \alpha\beta' - \alpha'\beta}
\end{aligned}
\right.
$$

D'autre part, les conditions nécessaires et suffisantes pour que nos neuf plans soient associés suivant le module 2, c'est-à-dire pour que les distances d_k d'un point quelconque de l'espace à ces neuf plans satisfassent à l'identité caractéristique de M. P. Serret :

$$\sum_1^9 \theta_k\, d_k^2 = 0\ ,$$

les coefficients θ_k ayant leur signification connue (P. Serret, *Géomé-*

trie de direction) font que tous les déterminants du neuvième ordre contenus dans le tableau :

$$(\mathrm{I})\quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a^2 & a'^2 & a''^2 & \alpha^2 & \alpha'^2 & \alpha''^2 \\ 0 & 1 & 0 & b^2 & b'^2 & b''^2 & \beta^2 & \beta'^2 & \beta''^2 \\ 0 & 0 & 1 & c^2 & c'^2 & c''^2 & \gamma^2 & \gamma'^2 & \gamma''^2 \\ 0 & 0 & 0 & bc & b'c' & b''c'' & \beta\gamma & \beta'\gamma' & \beta''\gamma'' \\ 0 & 0 & 0 & ca & c'a' & c''a'' & \gamma\alpha & \gamma'\alpha' & \gamma''\alpha'' \\ 0 & 0 & 0 & ab & a'b' & a''b'' & \alpha\beta & \alpha'\beta' & \alpha''\beta'' \\ 0 & 0 & 0 & a & a' & a'' & \alpha & \alpha' & \alpha'' \\ 0 & 0 & 0 & b & b' & b'' & \beta & \beta' & \beta'' \\ 0 & 0 & 0 & c & c' & c'' & \gamma & \gamma' & \gamma'' \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

s'évanouissent.

Tous ces déterminants ou sont évidemment nuls ou se réduisent à l'un des déterminants du sixième ordre renfermés dans le tableau :

$$(\mathrm{II})\quad \begin{vmatrix} bc & b'c' & b''c'' & \beta\gamma & \beta'\gamma' & \beta''\gamma'' \\ ca & c'a' & c''a'' & \gamma\alpha & \gamma'\alpha' & \gamma''\alpha'' \\ ab & a'b' & a''b'' & \alpha\beta & \alpha'\beta' & \alpha''\beta'' \\ a & a' & a'' & \alpha & \alpha' & \alpha'' \\ b & b' & b'' & \beta & \beta' & \beta'' \\ c & c' & c'' & \gamma & \gamma' & \gamma'' \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Tous ces déterminants sont nuls, excepté le déterminant K :

$$\mathrm{K} = \begin{vmatrix} bc & b'c' & b''c'' & \beta\gamma & \beta'\gamma' & \beta''\gamma'' \\ ca & c'a' & c''a'' & \gamma\alpha & \gamma'\alpha' & \gamma''\alpha'' \\ ab & a'b' & a''b'' & \alpha\beta & \alpha'\beta' & \alpha''\beta'' \\ a & a' & a'' & \alpha & \alpha' & \alpha'' \\ b & b' & b'' & \beta & \beta' & \beta'' \\ c & c' & c'' & \gamma & \gamma' & \gamma'' \end{vmatrix},$$

car pour des transformations identiques à celles que nous faisons subir à ce dernier, nous les ramenons à des déterminants ayant une ligne de zéros.

L'équation :

$$(1)\qquad \mathrm{K} = 0$$

doit donc nous donner les deux conditions nécessaires et suffisantes pour que nos neuf plans soient associés.

Remplaçons le déterminant K par un autre h, formé de la manière suivante. La première colonne est :

$$\begin{array}{c} bc(a'-a'')+b'c'(a''-a)+b''c''(a-a') \\ ca(a'-a'')+c'a'(a''-a)+c''a''(a-a') \\ ab(a'-a'')+a'b'(a''-a)+a''b''(a-a') \\ 0 \\ -(a'b''-a''b'+a''b-ab''+ab'-a'b) \\ c'a''-c''a'+c''a-ca''+ca'-c'a \end{array}$$

obtenue en retranchant du produit de la première colonne par a' celui de la seconde par a; du produit de la seconde par a'' celui de la troisième par a'; du produit de la troisième par a, celui de la première par a'', et en faisant la somme de ces différences.

Des calculs analogues nous donnent la seconde colonne :

$$\begin{array}{c} bc(b'-b'')+b'c'(b''-b)+b''c''(b-b') \\ ca(b'-b'')+c'a'(b''-b)+c''a''(b-b') \\ ab(b'-b'')+a'b'(b''-b)+a''b''(b-b') \\ a'b''-a''b'+a''b-ab'+ab'-a'b \\ 0 \\ -(b'c''-b''c'+b''c-bc''+bc'-b'c) \end{array}$$

et la troisième :

$$\begin{array}{c} bc(c'-c'')+b'c'(c''-c)+b''c''(c-c') \\ ca(c'-c'')+c'a'(c''-c)+c''a''(c-c') \\ ab(c'-c'')+a'b'(c''-c)+a''b''(c-c') \\ -(c'a''-c''a'+c''a-ca''+ca'-c'a) \\ b'c''-b''c'+b''c-bc''+bc'-b'c \\ 0 \end{array}$$

Les trois dernières colonnes se déduisent des trois premières en changeant les a en α, les b en β, les c en γ.

L'équation :

$$h=0$$

est équivalente à l'équation (1), et nous pouvons lui substituer celle-ci :

(2) $$H=0$$

où :

$$H=\begin{vmatrix} L_1 & L_2 & l_1 & l_2 & \lambda_1 & \lambda_2 \\ M_1 & M_2 & m_1 & m_2 & \mu_1 & \mu_2 \\ N_1 & N_2 & n_1 & n_2 & \nu_1 & \nu_2 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & \alpha_2 \\ 0 & \beta_2 & 0 & 0 & \beta_1 & 0 \\ \gamma_1 & 0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

et :

$$u_1=\frac{c'a''-c''a'+c''a-ca''+ca'-c'a}{a'b''-a''b'+a''b-ab''+ab'-a'b}=\frac{\gamma'\alpha''-\gamma''\alpha'+\gamma''\alpha-\gamma\alpha''-\gamma\alpha'-\gamma'\alpha'}{\alpha'\beta''-\alpha''\beta'+\alpha''\beta-\alpha\beta'+\alpha\beta'-\alpha'\beta}$$

$$u_2=\frac{a'b''-a''b'+a''b-ab''+ab'-a'b}{c'a''-c''a'+c''a-ca''+ca'-c'a}=\frac{\alpha'\beta''-\alpha''\beta'+\alpha''\beta-\alpha\beta''+\alpha\beta'-\alpha'\beta}{\gamma'\alpha''-\gamma''\alpha'+\gamma''\alpha-\gamma\alpha''+\gamma\alpha'-\gamma'\alpha}$$

$$v_1=\frac{a'b''-a''b'+a''b-ab''+ab'-a'b}{b'c''-b''c'+b''c-bc''+bc'-b'c}=\frac{\alpha'\beta''-\alpha''\beta'+\alpha''\beta-\alpha\beta''-\alpha\beta'-\alpha'\beta}{\beta'\gamma''-\beta''\gamma'+\beta''\gamma-\beta\gamma''+\beta\gamma'-\beta'\gamma}$$

$$v_2=\frac{b'c''-b''c'+b''c-bc''+bc'-b'c}{a'b''-a''b'+a''b-ab''+ab'-a'b}=\frac{\beta'\gamma''-\beta''\gamma'+\beta''\gamma-\beta\gamma''+\beta\gamma'-\beta'\gamma}{\alpha'\beta''-\alpha''\beta'+\alpha''\beta-\alpha\beta''+\alpha\beta'-\alpha'\beta}$$

$$w_1=\frac{b'c''-b''c'+b''c-bc''+bc'-b'c}{c'a''-c''a'+c''a-ca''+ca'-c'a}=\frac{\beta'\gamma''-\beta''\gamma'+\beta''\gamma-\beta\gamma''+\beta\gamma'-\beta'\gamma}{\gamma'\alpha''-\gamma''\alpha'+\gamma''\alpha-\gamma\alpha''+\gamma\alpha'-\gamma'\alpha}$$

$$w_2=\frac{c'a''-c''a'+c''a-ca''+ca'-c'a}{b'c''-b''c'+b''c-bc''+bc'-b'c}=\frac{\gamma'\alpha''-\gamma''\alpha'+\gamma''\alpha-\gamma\alpha''+\gamma\alpha'-\gamma'\alpha}{\beta'\gamma''-\beta''\gamma'+\beta''\gamma-\beta\gamma''+\beta\gamma'-\beta'\gamma}$$

La fonction H ne s'annule donc que si l'on a l'une des trois conditions (B) ou si les indices i et j sont égaux à 1 ou à 2 :

$$(B)\quad\begin{cases} v_i=w_j=0\\ w_i=u_j=0\\ u_i=v_j=0\end{cases}$$

qui se réduisent toutes aux conditions (A). Par conséquent :

THÉORÈME. — Lorsque trois groupes de trois plans sont associés suivant le module 2, les trois sommets des trièdres formés par chaque groupe sont en ligne droite; réciproquement, lorsque les sommets de trois trièdres sont en ligne droite, leurs faces sont associées suivant le module 2.

Corrélativement :

THÉORÈME. — Lorsque trois groupes de trois points sont associés suivant le module 2, les trois plans déterminés par chaque groupe passent par une même droite; réciproquement, lorsque trois plans déterminés chacun par trois points se coupent suivant une même droite, ces neuf points sont associés suivant le module 2.

M. P. BARBARIN,

Professeur au Lycée de Toulon

RETROUVER LES ÉLÉMENTS D'UNE SURFACE DE RÉVOLUTION DONT ON NE POSSÈDE QU'UN FRAGMENT.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Ce problème intéresse au plus haut point l'architecture et la restauration des monuments. Nous nous proposons d'en faire connaître une solution simple, basée sur les propriétés des *cercles géodésiques*.

Si autour d'un point *o* (*fig.* 1) d'une surface quelconque S, on trace une infinité de lignes géodésiques partant de ce point, et que l'on prenne sur chacune d'elles un arc *o*M de longueur invariable R, le lieu du point M est une courbe fermée, un *cercle géodésique de rayon* R, qui jouit, sur la surface, de propriétés analogues à celles de la circonférence sur le plan.

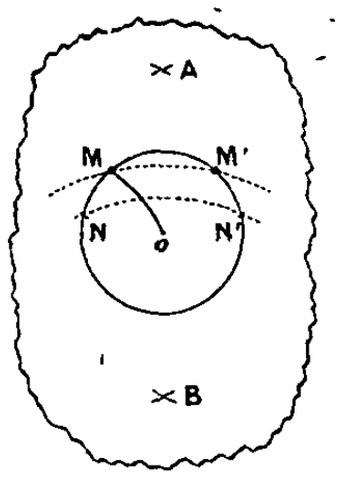


Fig. 1.

Si donc une extrémité d'un fil de longueur R est fixée en *o*, un crayon, tendant le fil à son autre extrémité M, tracera sur la surface le cercle qui vient d'être défini. Pour faciliter l'opération, on peut fixer les deux extrémités du fil R aux pointes d'un *compas lâche*, dont l'une est appliquée en *o*: l'ouverture du compas varie suivant la courbure de la surface, mais la distance géodésique des deux pointes reste invariablement égale à la longueur R du fil; dans ces conditions, l'autre pointe décrit le cercle. Ceci posé, il est aisé de faire les remarques suivantes :

Si *o* est sur un plan de symétrie de la surface, le cercle géodésique qui a *o* pour centre est partagé par ce plan en deux parties symétriques. Si la surface S est de révolution, le plan méridien de *o* est un plan de symétrie, et la remarque précédente s'applique.

I. — Vérifier le plan de symétrie d'un tronçon de surface.

Pour vérifier si le point *o* est sur un plan de symétrie du tronçon de surface S, je trace avec le *compas lâche* autour de *o* un cercle

géodésique, puis du même point comme pôle, avec un *compas ordinaire ou ferme,* je trace une courbe sphérique qui coupe le cercle aux points MM′, ensuite, des points MM′ comme pôles, avec le même instrument, je trace de nouvelles courbes sphériques qui, se coupant, déterminent sur la surface deux points AB équidistants de M et M′; cela fait, du point *o*, comme pôle, je trace une nouvelle courbe sphérique coupant le cercle en N et N′; si le plan A*o*B est bien un plan de symétrie, les points AB doivent être équidistants de N et N′, et la corde NN′, perpendiculaire à ce plan, y a son milieu. La vérification doit réussir pour tous les groupes de points NN′ qu'on emploie, et en faisant varier le rayon du cercle géodésique.

II. — Vérifier si un tronçon de surface est de révolution.

On vérifiera, par la méthode précédente, qu'en chaque point *o* de la surface, il passe un plan de symétrie. Ce plan déterminé par les points A*o*B sera le plan méridien.

III. — Éléments d'un cylindre ou cône de révolution.

Soit S un fragment de cylindre ou de cône, reconnu de révolution. Construisons, par la méthode ci-indiquée, le plan méridien A*o*B du point *o* (*fig.* 2). La génératrice est la droite A*o*B, et le plan est déterminé

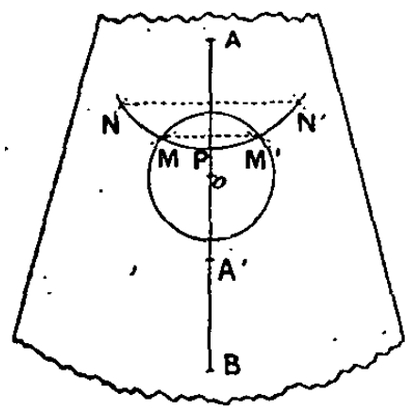


Fig. 2.

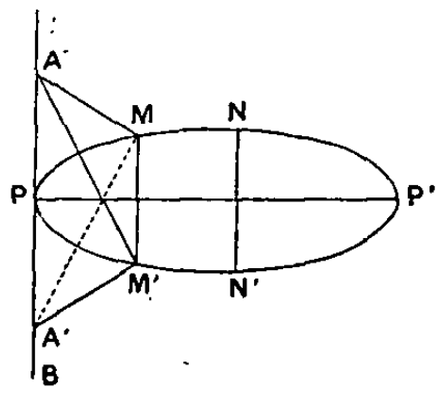


Fig. 3.

puisqu'il est perpendiculaire au milieu de la corde MM′. Mesurons au compas ferme les distances rectilignes des points MM′AB (l'un des deux derniers peut être remplacé par *o*), et construisons sur une épure un tétraèdre égal à celui de ces points. Le plan perpendiculaire à AB mené par MM′ coupe AB au point P.

Prenons sur AB (*fig.* 3) la longueur PA′ = PA, les points P et A′ peuvent être aisément reportés sur la surface ; si alors des points AA′ comme pôles, avec le compas ferme, nous traçons des courbes sphéri-

ques, elles se coupent mutuellement aux points NN′. Les cinq points PMM′NN′ sont dans le plan perpendiculaire au milieu de AA′. La section de la surface par ce plan est la conique qui passe par ces cinq points. Cette conique a pour sommet P et son axe est perpendiculaire à MM′.

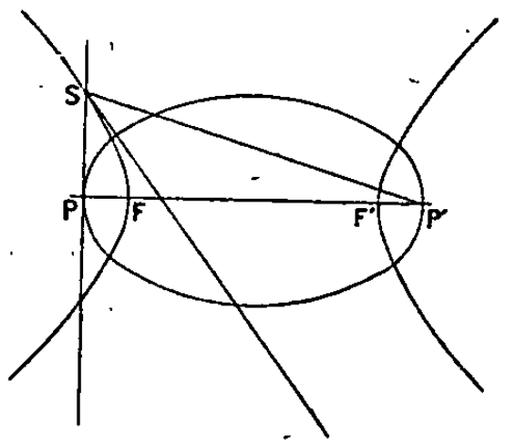


Fig. 4.

1° *La conique est un cercle.*

La surface est un cylindre ayant pour rayon celui de ce cercle.

2° *La conique est une ellipse.*

Nous savons construire sur l'épure une ellipse égale, et déterminer ses éléments principaux, savoir ses foyers FF′ et PP′ (*fig. 4*) son grand axe, il faut en conclure les éléments du cône. Pour cela, élevons par PP′ un plan perpendiculaire à celui de l'ellipse; construisons dans ce plan une hyperbole ayant pour sommets PP′ et FF′ pour sommets, menons en P la perpendiculaire au plan de l'ellipse, son intersection S avec l'hyperbole est le sommet du cône; l'angle de celui-ci est donc PSP′, son axe est la tangente à l'hyperbole en S.

PS est égale à la distance du point P de la surface au sommet disparu.

3° *La conique est une hyperbole ou une parabole.*

Constructions analogues à pratiquer.

IV. — Éléments d'une surface de révolution quelconque.

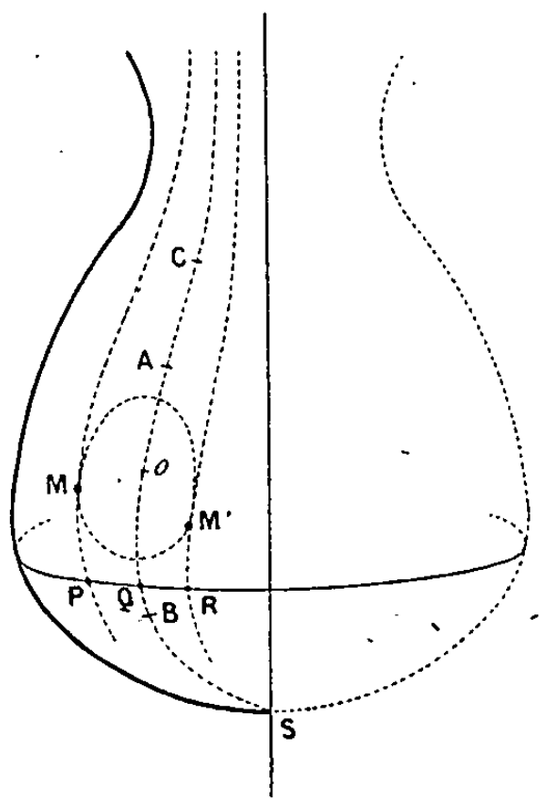


Fig. 5.

Soit *o* (*fig.* 5) un point de la surface, je trace un cercle géodésique de ce point comme pôle, et j'y prends, comme au début, les deux points MM′ équidistants de *o*. Je saurai construire autant de points que je voudrai ABC, etc., de la méridienne principale du point *o*. En appliquant la même construction à un autre point, soit à M, j'aurai une nouvelle méridienne. Les plans de ces courbes se coupent suivant l'axe de la surface, que je sais construire sur une épure, et je pourrai ainsi *représenter sur le dessin une surface identique à celle d'où provient le fragment étudié*. La méridienne coupe l'axe au point S qui est un sommet, et qui peut être placé effectivement

sur la surface. Ce point placé, si on le prend pour pôle, on pourra, au compas ferme, tracer tous les parallèles qu'on voudra.

Si la surface est brisée au point qu'on ne puisse pas y placer S, il faudra construire les trois méridiennes des points MoM′ par exemple; on déterminera sur l'épure leurs intersections avec un plan de parallèle quelconque, et on reportera ces trois points PQR sur la surface même. Le parallèle employé étant construit sur l'épure, on pourra reporter sur la surface un quelconque de ses points, on aura donc sur la surface autant de points qu'on voudra du parallèle, et on les joindra, si on veut, par un trait continu.

M. BARBARIN,

Professeur à Toulon.

SUR LES RACINES DE L'ÉQUATION DU TROISIÈME ORDRE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Soient $x_1\ x_2\ x_3$ les racines, réelles ou non, de l'équation

$$x^3 + px + q = 0. \tag{1}$$

Les coefficients

$$\begin{cases} b = \dfrac{4p^3 + 27q^2}{9p^2} \\ a = -\dfrac{3q}{2p} \pm \dfrac{1}{6p}\sqrt{-(4p^3 + 27q^2)} \\ c = \dfrac{3q}{2p} \pm \dfrac{1}{6p}\sqrt{-(4p^3 + 27q^2)} \end{cases} \tag{2}$$

obtenus par identification, et où le radical a mêmes signes, satisfont à la permutation circulaire

$$x_2 = a + \frac{b}{c + x_1} \qquad x_3 = a + \frac{b}{c + x_2} \qquad x_1 = a + \frac{b}{c + x_3}. \tag{3}$$

Comme il y a deux systèmes de solutions, $a'\,b\,c'$ et $a''\,b\,c''$, il y a aussi deux permutations; elles sont équivalentes puisque $a''c'' = -c'$ et $c'' = -a'$, mais dans la première chaque racine est fonction de

la précédente; dans la seconde, chaque racine est fonction de la suivante.

Discussion. — I. $4p^3 + 27q^2 < 0$ abc sont réels; donc x_1 étant réel, x_2, x_3 le sont aussi; les formules de Cardan donnent au contraire, comme on le sait, une forme illusoire irréductible. Les trois racines réelles sont aussi distinctes, car si on avait $x_2 = x_1$. il en résulterait :

$$x_1^2 - (a - c)\, x_1 - (b + ac) = 0$$

mais les racines de cette équation ne sont pas réelles.

II. $4p^3 + 27q^2 = 0$ $\quad b = 0 \quad a = -c = -\dfrac{3q}{2p}$. il y a alors deux racines égales :

soit $$x_1 \gtrless -c \quad \text{et} \quad x_2 = x_3 = a = -c$$

soit $$x_1 = x_2 = a = -c \quad \text{et} \quad x_3 \gtrless -c$$

III. $4p^3 + 27q^2 > 0$ b demeure réel; a, c sont imaginaires; dont x_1 étant réel, x_2 et x_3 sont imaginaires. Là il y a accord avec les formules de Cardan.

RÉDUCTION DE L'ÉQUATION DU TROISIÈME DEGRÉ A UN TYPE REMARQUABLE

x désignant une racine quelconque de l'équation (1), si on pose

$$(a + c)\, y = x + c$$

l'élimination de x, en tenant compte des valeurs de a, b, c donne l'équation transformée

$$y^3 - 3Ay^2 - 3By + 1 = 0 \tag{4}$$

où les coefficients AB sont liés par la relation

$$A + B = 1 \tag{5}$$

Les racines $y_1\ y_2\ y_3$ sont soumises à la permutation

$$y_2 = 1 - \frac{1}{y_1} \qquad y_3 = 1 - \frac{1}{y_2} \qquad y_1 = 1 - \frac{1}{y_3}$$

et sont toujours réelles.

M. le Dr HARO,

à Montpellier.

NOTE SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE NOTATION GRAPHIQUE DES LOGARITHMES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

J'ai essayé de représenter graphiquement les logarithmes en me basant sur l'observation tout empirique suivante : la première décimale des logarithmes varie de 0 à 9 pour les nombres compris entre 1 et 10, 10 et 100, 100 et 1,000, 1,000 et 10,000, etc.; les trois décimales suivantes ne peuvent nécessairement varier qu'entre 0 et 1,000 dans chacune de ces séries dont la première décimale est successivement 0, 1, 2, 3, ... 9.

Cette réflexion m'a fait entrevoir la possibilité d'inscrire les logarithmes avec quatre décimales sur un disque dont le limbe serait divisé en mille parties égales et sur lequel seraient tracés dix cercles concentriques; la première décimale de chaque logarithme serait fournie par le numéro d'ordre de chacun de ces cercles à partir du centre et les décimales suivantes se liraient sur le limbe. Il est clair qu'en décuplant le nombre des cercles, on pourrait obtenir de la même façon la cinquième et même la sixième décimale si le limbe était suffisamment grand pour qu'on pût apprécier les dix-millièmes de la circonférence.

Voici comment j'ai tenté de réaliser cette méthode de notation graphique, en l'appliquant non seulement aux logarithmes des nombres, mais encore aux log-sinus et log-tangentes.

CONSTRUCTION DU CERCLE LOGARITHMIQUE.

Après avoir divisé en cent parties égales une circonférence de 0^m15 de diamètre et désigné ces divisions de cinq en cinq par les nombres 50, 100, 150, ... 1,000, j'ai tracé dix cercles concentriques portant les chiffres 0, 1, 2, 3, ... 9 en partant du centre, puis, au moyen d'une alidade en carton fixée par une épingle en guise de pivot au centre du disque et dont l'un des bords se trouvait exactement dans la direction du rayon, j'ai inscrit les logarithmes des nombres sur les dix cercles en me servant du vernier dont mon alidade était munie pour lire

les dixièmes de mes divisions du limbe ce que j'ai exécuté de la manière suivante : le log de 1 étant 0,0000, je place mon alidade sur le 0 des divisions du limbe et je trace un trait sur le cercle ayant pour indice 0, j'écris en regard de ce trait le chiffre 1 en gros caractère; le log de 2 étant 0,3010, je place l'alidade sur 10 des divisions du limbe et je trace un trait sur le cercle dont l'indice est 3; j'écris en regard de ce trait le chiffre 2 en gros caractère; le log de 3 étant 0,4771, je place l'alidade sur le nombre 771 des divisions du limbe; je trace un trait sur le cercle dont l'indice est 4 et j'écris en regard de ce trait le chiffre 3 en gros caractère; et ainsi de suite jusqu'à 9.

Comme la partie décimale des nombres décuples est la même. les log des 9 unités que je viens d'inscrire sont également les log des dixaines jusqu'à 100, des centaines jusqu'à 1,000, des mille jusqu'à 10,000, etc.; pour avoir les log des nombres intermédiaires, il m'a donc suffi de les intercaller de la même façon que ci-dessus entre les neuf traits précédemment tracés. J'obtiens ainsi un disque qui permet de trouver les log de tous les nombres jusqu'à 1,000 et de cinq en cinq unités jusqu'à 10,000; en effet, il suffit de placer l'alidade sur la division du cercle correspondant au nombre donné; la première décimale du log est le numéro d'ordre du cercle et les trois décimales suivantes se lisent au point où l'alidade croise le limbe.

Pour donner de la solidité à mon tracé, je l'ai collé sur une plaque de fer blanc muni d'un rebord saillant servant à protéger les divisions du limbe contre les causes de détérioration; puis j'ai remplacé l'alidade en carton par une alidade en corne portant un vernier et un index tracé exactement dans la direction du rayon; cette alidade transparente facilite singulièrement la lecture et porte les numéros d'ordre des cercles concentriques; elle est fixée au centre du disque au moyen d'un axe en acier muni d'un bouton et à l'aide duquel on peut aisément la tourner dans un sens ou dans l'autre suivant le besoin.

J'ai essayé de tracer de la même façon sur le revers de mon disque les log sinus et les log tangentes.

Les logarithmes tangentes présentent des différences bien plus accentuées que les logarithmes sinus, surtout au voisinage de 90°; c'est pour cette raison que j'ai cru devoir placer ces derniers vers la circonférence afin de pouvoir leur donner le plus grand développement possible, tandis que j'ai inscrit dans la partie centrale du disque les logarithmes tangentes de 5 à 85°, car, dans la pratique journalière, on ne rencontre que très rarement des angles inférieurs à 5° ou supérieurs à 85°.

Ayant divisé comme précédemment le limbe en 100 parties égales,

j'ai tracé 22 cercles occupant un peu plus des deux tiers de l'aire totale du disque et je les ai désignés par les deux premiers chiffres des logarithmes-tangentes de Callet, soient 8,9 — 9.0 — 9,1 — 9,2 — 9,3 — 9,4 — 9,5 — 9,6 — 9,7 — 9,8 — 9.9 — 0,0 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,4 — 0,5 — 0,6 — 0,7 — 0,8 — 0,9 — 1,0 puis au moyen d'une alidade en carton fixée au centre du disque par une épingle et munie d'un vernier, j'ai inscrit les log-tangentes de la manière suivante :

Le log tang de 5° étant avec 4 décimales 8,9419, je place mon alidade sur 419 des divisions du limbe et je trace un trait sur le cercle ayant pour indice 8, 9; j'écris 5 à la gauche de ce trait et à sa droite 85, car le log tang. de 5° est le même que le log cotang 85°, et ainsi de suite de degré en degré jusqu'à 85; j'ai inscrit de la même façon les logarithmes intermédiaires de 10 en 10 minutes et de 5 en 5 minutes.

Pour les log sinus, j'ai tracé entre les cercles précédents et le limbe onze cercles concentriques dont le premier est ponctué afin de bien le différencier de ceux des log tang et je les ai désignés par les deux premiers chiffres des log de Callet, soient 0,9 — 0,0 — 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,4 — 0,5 — 0,6 — 0,7 — 0,8 — 0,9 en allant vers la circonférence; puis j'ai procédé de la même façon que pour les log tang en inscrivant d'abord les log sinus de 5 à 90°, puis; de 10 en 10 minutes et de 5 en 5 minutes en poussant les divisions aussi loin qu'il m'a été possible, car au voisinage de 90° les différences logarithmiques vont rapidement en décroissant.

Enfin, j'ai placé comme pour les logarithmes des nombres, une alidade en corne munie d'un vernier ainsi que d'un index tracé exactement dans la direction du rayon et sur lequel j'ai écrit les deux premiers chiffres des log-sinus et des log-tang.

EMPLOI DU CERCLE LOGARITHMIQUE.

Ce cercle doit être un instrument de précision, mais étant construit très grossièrement par moi, il est évidemment très imparfait; néanmoins, j'espère qu'il sera suffisant pour faire voir de quelle utilité il pourrait être s'il était convenablement gravé.

Pour en faire usage, on doit le tenir de la main gauche par le bouton opposé à la face sur laquelle on se propose de chercher un logarithme d'un nombre ou d'une ligne trigonométrique; l'alidade doit toujours être dirigée vers le haut; de la main droite on fait tourner le disque dans un sens ou dans l'autre suivant le besoin et l'on écrit

immédiatement sur le papier les chiffres obtenus à la lecture et dont l'ensemble constitue le logarithme cherché.

Trouver le logarithme d'un nombre donné.

1° Ce nombre n'a qu'un chiffre, soit 7. Je tiens le cercle comme il vient d'être dit ayant sous les yeux le tracé des logarithmes des nombres sur dix cercles. Je cherche 7 parmi les chiffres en gros caractère, je place l'index de l'alidade sur le grand trait qui suit ce chiffre; je lis sur l'échelle de l'alidade 8, c'est la première décimale du logarithme et sur le limbe 450, le logarithme cherché est donc 0,8450.

2° Le nombre donné a deux chiffres, soit 73, je cherche 7 comme ci-dessus et 3 parmi les petits chiffres suivants : je lis sur l'échelle 8 et sur le limbe 633, le logarithme cherché est donc 1,8633 en mettant la caractéristique convenable;

3° Le nombre donné a trois chiffres, soit 739, je cherche les deux premiers chiffres vers la gauche comme ci-dessus et je place l'index sur la neuvième subdivision qui se trouve entre 3 et 4 (petits chiffres); je trouve successivement sur l'alidade et sur le limbe 8 et 686; le logarithme cherché est donc 2,8686 en ajoutant la caractéristique convenable;

4° Le nombre donné à quatre chiffres, soit 7,395, je procède comme ci-dessus et je place l'index sur le point qui se trouve entre 390 et 400; je trouve 8 et 689; le logarithme est donc 3,8689.

Remarque : la lecture de la première décimale d'un logarithme peut offrir quelque embarras lorsque le nombre donné se trouve au voisinage du ressaut que présentent les cercles concentriques; si le nombre est lu à la gauche d'une ligne ponctuée tracée dans la direction du rayon, la première décimale est le numéro d'ordre du cercle inférieur; s'il est lu à la droite de cette ligne, la première décimale est le numéro d'ordre du cercle supérieur.

Trouver le nombre correspondant à un logarithme donné.

Il faut nécessairement suivre une marche inverse. Exemple : soit le logarithme 3,7303; je place l'index sur 303 lu sur le limbe, et je vois que le chiffre 7 tracé sur l'alidade correspond à 5375 qui est le nombre cherché.

Trouver le log sinus, cosinus, tang et cotang d'un angle donné.

Je retourne le disque et je le tiens comme précédemment, de la main gauche.

1° Exemple : Trouver le logarithme sinus et cosinus d'un angle de 22°. Je cherche 22 parmi les chiffres écrits à la gauche des divisions que présentent les cercles des sinus; je place l'index sur le trait qui suit ce nombre, je lis sur l'alidade 9,5 et sur le limbe 735; le logarithme sinus de 22° est donc 9,5735.

Je cherche 22 parmi les chiffres écrits à la droite des divisions, je place l'index sur le trait qui précède ce chiffre et je lis successivement 9,9 et 671, le log-cosinus de 22° est donc 9,9671.

2° Exemple : Trouver le log-sinus et cosinus d'un angle de 80° 20′. Je cherche 80 parmi les chiffres écrits à la gauche des traits, et je place l'index sur le deuxième petit trait suivant, en allant de gauche à droite; je trouve successivement 9, 9 et 937. Ce logarithme est donc 9.9937.

Je cherche 80 parmi les chiffres écrits à droite des traits et je place l'index sur le deuxième petit trait suivant en allant de droite à gauche et je trouve successivement 9, 2 et 250; le log cosinus de 80° 20′ est donc 9, 2250.

On procède exactement de la même façon pour trouver les log tang et cotang d'un angle donné, et enfin pour trouver l'arc correspondant à un logarithme d'une ligne trigonométrique quelconque; il suffit de suivre une marche inverse.

En résumé, je crois que cette méthode de notation graphique des logarithmes permettrait de construire un cercle qui, sous des dimensions relativement restreintes, donnerait avec précision, par une lecture à vue et sans rien laisser à l'appréciation personnelle, les logarithmes des nombres et des lignes trigonométriques qu'on emploie le plus ordinairement.

Enfin, mon cercle logarithmique que j'ai construit un peu à la hâte peut être notablement perfectionné. Si le limbe était divisé à la machine en mille parties égales, on pourrait supprimer les verniers; en augmentant le nombre des cercles concentriques et en les portant à dix-neuf au lieu de dix pour les nombres entiers, on obtiendrait la cinquième décimale des logarithmes des nombres à partir de 5,000; en ce qui concerne les lignes trigonométriques, si on se contentait des logarithmes sinus et cosinus, avec dix-neuf cercles concentriques, on pourrait lire la cinquième décimale des logarithmes de ces lignes de 5 à 90°; en donnant à ce disque les dimensions d'un almanach de bureau, on aurait avec exactitude la cinquième décimale des logarithmes de tous les nombres jusqu'à 10,000 et de toutes les lignes trigonométriques de 0° à 90° de minute en minute.

M. J.-C. KLUYVER,

Professeur à Bréda.

SUR UN SYSTÈME D'INVARIANTS COMMUNS A DEUX CONIQUES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Un polygone étant inscrit à une conique K_0 et simultanément circonscrit à une autre K_1, ces deux coniques sont liées par une relation qui subsiste après une transformation homographique quelconque. C'est ce qui s'énonce plus clairement de la manière suivante :

« Pour qu'il soit possible de construire des polygones de n côtés inscrits à une conique K_o et circonscrits à une autre K_1, il faut et il suffit qu'un certain invariant φ_n commun aux deux coniques s'annule. »

On se propose dans cette notice de démontrer ce théorème et d'exprimer pour toute valeur donnée de n, l'invariant φ_n en fonction des invariants fondamentaux : Δ_o, Δ_1, θ_o et θ_1.

Le théorème est généralement connu dans le cas spécial où l'on a $n = 3$, aussi le calcul de φ_3 ne présente-t-il aucune difficulté. On trouve $\varphi_3 = \theta_1^2 - 4\Delta_o\Delta_1$*. Avant d'aborder la démonstration du théorème général, quelques considérations préliminaires seront indispensables.

1. En premier lieu, il faut établir la forme des équations de certaines coniques K_n qu'on obtient par la construction suivante. D'un point P_o pris arbitrairement sur K_o, on mène les tangentes à K_1 qui rencontrent K_o en les deux points P_{-1} et P_{+1}. De P_{-1} et de P_{+1} de nouvelles tangentes sont menées, coupant K_o en P_{-2} et P_{+2}. En continuant ce procédé, on détermine sur K_o une série illimitée de points de division : P_{-n}, $P_{-(n-1)}$, $P_{-(n-2)}$ ..... P_{-2}, P_{-1}, P_o, P_{+1}, P_{+2} ..... $P_{(n-1)}$, P_n. Toutes les droites $P_r P_{r\pm w}$ (soit dit par abréviation : « des cordes d'ordre n) enveloppent une conique K_n, puisqu'on peut mener *deux* de ces cordes par tout point de K_o.

2. Toute conique K_n, ainsi construite, sera comprise dans le faisceau ponctuel déterminé par K_o et K_1. Car le point P_o approchant indéfiniment un point d'intersection A de K_o et K_n, les points P_{-1} et P_{+1} tendent à se confondre, ainsi que les points P_{-2} et P_{+2} .... P_{-n} et P_{+n}. En même temps, les deux cordes d'ordre n, $P_o P_{+n}$ et $P_o P_{-n}$ deviennent des tangentes consécutives de la conique K_n, et puisque leur point d'intersection tend vers A, il faut conclure que ce dernier point se trouve sur la conique K_n, qui appartient ainsi au faisceau défini plus haut. Si l'on désigne les premiers membres des équations ponctuelles de K_o, K_1, K_n par K_o, K_1 et K_n, on peut écrire : $K_n \equiv \alpha_n K_o + \beta_n K_1$. On peut ajouter que les coefficients α_n et β_n sont des invariants communs à K_o et K_1 ; c'est ce qui ressort de ce que le mode de génération de la conique K_n est indépendant du choix des axes de coordonnées.

* Salmon, *Conic sections*, art. 376. M. Cayley a calculé les invariants φ_n en faisant usage de la théorie des fonctions elliptiques. (*Philosophical Magazine*, vol. VI, p. 99.)

3. Il importe à connaître le degré de l'équation $K_n = 0$ par rapport aux coefficients de $K_1 = 0$. A cet effet, on pose :

$$K_o \equiv 2xy - 2k^2z^2,$$
$$C_1 \equiv A_1u^2 + B_1v^2 + C_1w^2 + 2F_1vw + 2G_1uw + 2H_1uv,$$

où C_1 représente le premier membre de l'équation tangentielle de la conique K_1. Les coordonnées des points K_o de sont alors exprimables en fonction d'un paramètre p de façon que : $\frac{x}{k} = \frac{y}{kp^2} = \frac{z}{p}$. La droite joignant deux de ces points P et Q avec les paramètres p et q aura les coordonnées $\frac{u}{pq} = \frac{v}{1} = \frac{w}{-k(p+q)}$. Lorsque PQ est une corde de premier ordre, c'est-à-dire lorsque PQ est tangente à K_1 on est conduit à la relation :

$$f(1) \equiv A_1p^2q^2 + B_1 + C_1k^2(p+q)^2 - 2F_1k(p+q) - 2G_1kpq(p+q) + 2H_1pq = 0.$$

Une relation analogue lie les paramètres q et r, r étant le paramètre du point de division R, à côté du point Q. De ces deux équations on peut éliminer q. La résultante sera divisible par $(p-r)^2$, de sorte qu'il existe entre les paramètres p et r des extrémités d'une corde d'ordre 2 une relation : $f(2) = 0$, qui est du degré 2 par rapport à p et à r et du degré $2 \times 1 + 2 \times 1 = 2^2$ par rapport aux coefficients de $C_1 = 0$. En général on démontrera sans difficulté, en passant du cas des cordes d'ordre n au cas des cordes d'ordre $n+1$, que les paramètres p_o et p_n des extrémités P_o et P_n d'une corde d'ordre n sont liés par une équation :

$$f(n) \equiv A_np_o^2p_n^2 + B_n + C_nk^2(p_o+p_n)^2 - 2F_nk(p_o+p_n) - 2G_nk(p_o+p_n)p_op_n + 2H_np_op_n = 0,$$

où les coefficients A_n, B_n, etc., sont du degré n^2 par rapport aux coefficients de $G_1 = 0$. Cela revient à dire que la conique

$$C_n \equiv A_nu^2 + B_nv^2 + C_nw^2 + 2F_nvw + 2G_nuw + 2H_nuv = 0$$

aura des coefficients tangentiels du degré n^2 par rapport aux coefficients de $G_1 = 0$. Or, ces coefficients tangentiels se calculent au moyen de l'équation $C_n \equiv \alpha_n^2C_o + \alpha_n\beta_nC_{o1} + \beta_n^2C_1$, tirée de $K_n \equiv \alpha_nK_o + \beta_nK_1$; il en résulte que l'invariant α_n ainsi que l'équation $K_n = 0$ seront du degré n^2 par rapport aux coefficients de $K_1 = 0$.

4. Ce qui précède permet de démontrer le théorème principal.

Supposé que l'on ait : $K_\mu \equiv K_\nu (\mu > \nu)$ et par suite : $\begin{vmatrix} \alpha_\mu \beta_\mu \\ \alpha_\nu \beta_\nu \end{vmatrix} = 0$, tandis que les discriminants Δ_0 et Δ_1 ne soient pas nuls. Toute corde d'ordre μ sera aussi d'ordre ν, ce qui exige qu'on puisse construire un polygone de n côtés inscrit à K_0 circonscrit à K_1, où le nombre n, s'il n'est pas égal à $(\mu + \nu)$ ou à $(\mu - \nu)$, divise soit $(\mu + \nu)$ soit $(\mu - \nu)$. Réciproquement, le polygone de n côtés existant, l'identité des cordes d'ordre μ et celles d'ordre ν est évidente, ce qui entraîne : $K_\mu \equiv K_\nu$, $\begin{vmatrix} \alpha_\mu \beta_\mu \\ \alpha_\nu \beta_\nu \end{vmatrix} = 0$. Conséquemment, si l'on désigne par p, q, r, etc., tous les diviseurs de $(\mu + \nu)$ et de $(\mu - \nu)$ qui surpassent le nombre 2, il faut conclure que l'expression $\begin{vmatrix} \alpha_\mu \beta_\mu \\ \beta_\nu \alpha_\nu \end{vmatrix}$ est décomposable en divers facteurs invariants : $\varphi_p . \varphi_q . \varphi_r$, etc.. de façon que l'évanouissement d'un de ces facteurs, φ_p par exemple, est nécessaire et suffisant pour qu'on puisse construire un polygone de p côtés qui répond à la question.

Il faut observer toutefois que l'expression $\begin{vmatrix} \alpha_\mu \beta_\mu \\ \alpha_\nu \beta_\nu \end{vmatrix}$ aura, en outre, dans certains cas, les facteurs Δ_0 et Δ_1, mais cela ne préjudicie en rien au raisonnement, puisqu'on a supposé que Δ_0 et Δ_1 soient différents de zéro.

5. Il convient de désigner dans la suite par Π_μ le produit : $\varphi_\mu \times \varphi_p \times \varphi_q \times$, etc., où p, q, r sont tous les diviseurs de μ plus grands que le nombre 2. La discussion du n° 4, appliquée au cas $\nu = 1$ fait ressortir que l'invariant α_μ est divisible par le produit $\Pi_{\mu-1} \times \Pi_{\mu+1}$. Quant à la fonction β_μ, l'application au cas $\nu = 0$ fait voir qu'elle renferme Π_μ comme facteur.

6. Il reste à examiner ce qui arrive lorsque Δ_0 et Δ_1 s'annulent. Lorsque μ est impair, l'évanouissement de Δ_1 entraîne la coïncidence des points P_0, P_2, P_4, P_6, etc., et des points P_1, P_3, P_5, etc., considérés au n° 1, de sorte que toute corde d'ordre impair passe par le point d'intersection des deux droites auxquelles se réduit alors la conique K_1 d'où il suit : $K_\mu \equiv K_1$, $\alpha_\mu = 0$, et par cela on reconnaît que Δ_1 divise α_μ. Dans le cas où μ est pair, on a : $K_\mu \equiv K_0$, car P_0 et P_μ se confondent et toute corde d'ordre μ est tangente à K_0 ; c'est maintenant β_μ qui renferme le facteur Δ_1. En même temps, comme on vérifie d'une manière analogue, le discriminant Δ_0 entre comme facteur dans β_μ.

7. On ne saurait encore conclure que ce soient toujours les premières puissances de ces divers facteurs qui entrent dans α_μ et β_μ. Il

est nécessaire d'évaluer les exposants inconnus. On se demande, par exemple, le nombre de facteurs $\varphi_{\mu-1}$ renfermés dans α_μ. Pour cela, on imagine que tous les coefficients de $K_1 = 0$ sont fonctions d'une variable t dont on dispose de manière à avoir :

$$\varphi_{\mu-1} = 0, \quad \frac{d\varphi_{\mu-1}}{dt} \quad 0 \text{ pour } t = t_o .$$

Le paramètre p_μ du point P_μ est lié à p_o (n° 3) par l'équation : $f(\mu) = 0$ dont les coefficients A_μ, B_μ, etc, sont encore des fonctions de t. La valeur de $\frac{dp_\mu}{dt}$ qui résulte de cette équation étant en général pour $t = t_o$ différente de zéro, on aura pour $t = t_o + \Delta t$: $\varphi_{\mu-1} = \Delta\varphi_{\mu-1}$, $p_\mu = p_1 + \delta_\mu$ où Δt, $\Delta\varphi_{\mu-1}$ et δ_μ sont des accroissements qui s'évanouissent simultanément. Les coordonnées de la droite $P_o P_\mu$ seront :

$$\frac{u_1}{p_o(p_1+\delta_\mu)} = \frac{v_1}{1} = \frac{w_1}{-k(p_o+p_1+\delta_\mu)} ;$$

celles de la droite $P_o P_1$:

$$\frac{u}{p_o p_1} = \frac{v}{1} = \frac{w}{-k(p_o+p_1)} ;$$

d'où l'on tire :

$$\frac{u}{u_1 - v_1 p_o \delta_\mu} = \frac{v}{v_1} = \frac{w}{w_1 + v_1 k\delta_\mu} .$$

Si l'on substitue ces valeurs de u, v, w, dans l'équation $C_1 = 0$, on obtient : $0 = (A_1 u_1^2 + B v_1^2 + C_1 w_1^2 + 2F_1 v_1 w_1 + 2G_1 u_1 w_1 + 2H_1 u_1 v_1)$ $+ 2k\delta_\mu (C_1 v_1 w_1 + F_1 v_1^2 - G_1 u_1 v_1) - 2p_o \delta_\mu (A_1 u_1 v_1 + G_1 v_1 w_1$ $+ H_1 v_1^2)$. Cette équation doit être identique avec $C_\mu = 0$, si l'on pose $p_o \delta_\mu = \delta'_\mu$ et si l'on néglige les variations de δ_μ et de δ'_μ. Or, l'équation en coordonnées ponctuelles tirée de : $C_\mu = C_1 + 2k\delta_\mu$ $(C_1 u_1 w_1 + F_1 v_1^2 - G_1 u_1 v_1) - 2\delta'_\mu (A_1 u_1 v_1 + G_1 v_1 w_1 + H_1 v_1^2)$, renfermera encore les premières puissances de δ_μ et de δ'_μ. Elle se réduit pour $\Delta t = 0$, $\delta_\mu = 0$, $\delta'_\mu = 0$ à $K_1 = 0$, ce qui prouve que dans α_μ l'exposant de $\varphi_{\mu-1}$ (ou de tout autre facteur de $\Pi_{\mu-1} \times \Pi_{\mu+1}$) est égal à l'unité. En ce qui concerne les facteurs de Π_μ dans β_μ, on observe que, lorsqu'on a $\varphi_\mu = 0$ pour $t = t_o$, la supposition : $t = t_o + \Delta t$ donne : $\varphi_\mu = \Delta\varphi_\mu$, $p_\mu = p_o + \delta_\mu$, de sorte que la droite $P_o P_\mu$ sera représentée par : $p_o (p_o + \delta_\mu) x + y - k (2p_o + \delta_\mu) z = 0$. L'enveloppe de cette droite est la conique : $K_\mu \equiv -\delta_\mu^2 x^2 + 4(xy - k^2 z^2)$ dont l'équation ne diffère de l'équation $K_o \equiv 4 (xy - k^2 z^2)$ que

par un terme $\delta_\mu{}^2 x^2$, quantité infiniment petite du second ordre par rapport aux quantités Δt, $\Delta\varphi_\mu$, δ_μ, et par conséquent c'est la deuxième puissance de l'invariant φ_μ, ainsi que de tout autre facteur de Π_μ, qui figure dans β_μ.

8. Pour ce qui est des facteurs Δ_0 et Δ_1, les considérations du n° 6 suffisent pour reconnaître que leurs exposants sont indépendants du nombre μ. En admettant, comme il sera démontré plus loin (n° 10), qu'ils sont tous égaux à l'unité dans les cas : $\mu = 2$, $\mu = 3$, on peut mettre l'équation : $K_\mu = \alpha_\mu K_0 + \beta_\mu K_1$ sous la forme :

$$K_\mu \equiv U_\mu \cdot \Pi_{\mu-1} \cdot \Pi_{\mu+1} \cdot K_0 + V_\mu \cdot \Pi_\mu^2 \cdot \Delta_0 \cdot \Delta_1 \cdot K_1, \quad \mu \text{ étant } \textit{pair}.$$
$$K_\mu \equiv U_\mu \cdot \Pi_{\mu-1} \cdot \Pi_{\mu+1} \cdot \Delta_1 \cdot K_0 + V_\mu \cdot \Pi_\mu^2 \cdot K_1, \quad \mu \text{ étant } \textit{impair}.$$

où les symboles U_μ et V_μ sont des coefficients numériques.

Il est bon de noter que l'équation $K_\mu = 0$ étant du degré μ^2 par rapport aux coefficients de $K_1 = 0$ (n° 3), on obtient pour le degré de Π_μ :

$$\frac{1}{2}(\mu^2 - 4) \quad \ldots\ldots \quad \mu \text{ étant } \textit{pair},$$

$$\frac{1}{2}(\mu^2 - 1) \quad \ldots\ldots \quad \mu \text{ étant } \textit{impair}.$$

9. Ce qui a été établi aux numéros précédents permet d'exprimer le discriminant Δ_μ en fonction des invariants φ. En vertu de l'équation du n° 8, le discriminant Δ_μ s'écrit :

μ étant *pair* :

$$\Delta_\mu = \Delta_0[U_\mu^3 \cdot \Pi_{\mu-1}^3 \cdot \Pi_{\mu+1}^3 + U_\mu^2 \cdot V_\mu \cdot \Pi_{\mu-1}^2 \cdot \Pi_{\mu+1}^2 \cdot \Pi_\mu^2 \cdot \Delta_1 \cdot 0_0 + U_\mu \cdot V_\mu^2 \cdot \Pi_{\mu-1} \cdot \Pi_{\mu+1} \cdot \Pi_\mu^4 \cdot \Delta_0 \cdot \Delta_1^2 \cdot \theta_1 + V_\mu^3 \cdot \Pi_\mu^6 \cdot \Delta_0^2 \cdot \Delta_1^4 \cdot]$$

μ étant *impair* :

$$\Delta_\mu = \Delta_1[U_\mu^3 \cdot \Pi_{\mu-1}^3 \cdot \Pi_{\mu+1}^3 \cdot \Delta_1^2 \cdot \Delta_0 \cdot + U_\mu^2 \cdot V_\mu \cdot \Pi_{\mu-1}^2 \cdot \Pi_{\mu+1}^2 \cdot \Pi_\mu^2 \Delta_1 0_0 \cdot + U_\mu \cdot V_\mu^2 \cdot \Pi_{\mu-1} \cdot \Pi_{\mu+1} \cdot \Pi_\mu^4 0_1 + V_\mu^3 \cdot \Pi_\mu^6].$$

Lorsque $\Delta_\mu = 0$, $\Delta_0 \gtrless 0$, $\Delta_1 \gtrless 0$, toute corde d'ordre μ passe par le point double de K_μ et par conséquent les points P_0 et $P_{2\mu}$ coïncident. Or, il suit de là qu'il existe un polygone inscrit à K_0, circonscrit à K_1 dont le nombre de côtés n, si ce n'est le nombre 2μ lui-même, divise 2μ sans être toutefois diviseur de μ. Pour cela, il est nécessaire que le quotient $\frac{\Pi_{2\mu}}{\Pi_\mu}$ soit facteur de Δ_μ, de sorte qu'on peut poser :

$$\mu \text{ étant } \textit{pair}, \qquad \Delta_\mu = \Delta_0 \left(\frac{\Pi_{2\mu}}{\Pi_\mu}\right)^x.$$

$$\mu \text{ étant } \textit{impair}, \quad \Delta_\mu = \Delta_1 \left(\frac{\Pi_{2\mu}}{\Pi_\mu}\right)^y.$$

où il s'agit d'évaluer les inconnues x et y. Cela se fait par le calcul suivant :

μ étant *pair* :

(N° 8)	$\Pi_{2\mu}$ du degré	$\frac{4(\mu^2-1)}{2}$;
	Π_μ	$\frac{\mu^2-4}{2}$;
	$\frac{\Pi_{2\mu}}{\Pi_\mu}$	$\frac{3\mu^2}{2}$;
(N° 3)	Δ_μ	$3\mu^2$;

} par rapport aux coeff. de $K_1 = 0$.

donc $x = 2$.

μ étant *impair* :

(N° 8)	$\Pi_{2\mu}$ du degré	$\frac{4(\mu^2-1)}{2}$;
	Π_μ	$\frac{\mu^2-1}{2}$;
	$\frac{\Pi_{2\mu}}{\Pi_\mu}$	$\frac{3\mu^2-3}{2}$;
	$\frac{\Delta_\mu}{\Delta_1}$	$3\mu^2-3$;

} par rapport aux coeff. de $K_1 = 0$.

donc $y = 2$.

10. L'étude des équations $K_2 = 0$, $K_3 = 0$ s'achève maintenant sans difficulté. Dans le cas $\mu = 2$, l'équation du n° 8 devient : $K_2 \equiv U_2 \varphi_3 K_0 + V_2 \Delta_0 \Delta_1 K_1$. Or, les expressions $\varphi_3 \equiv \theta_1^2 - 4\theta_0 \Delta_1$ et $\Delta_1 K_1$ sont du degré 2^2 par rapport aux coefficients de $K_1 = 0$, tandis que $\varphi_3 K_0$ et Δ_0 sont tous les deux du degré 3 par rapport aux coefficients de $K_0 = 0$, donc si l'on observe que l'équation $K_2 = 0$ doit être du degré 2^2 par rapport aux coefficients de $K_1 = 0$, il est prouvé, ce qu'on a admis plus haut (n° 8), que les exposants de Δ_0 et Δ_1 dans β_2 sont égaux à l'unité. Les coefficients U_2 et V_2 se calculent en observant que la supposition : $K_0 \equiv x^2 + y^2 - 1$, $K_1 \equiv x^2 + y^2 - \frac{3}{4}$, entraîne : $K^2 \equiv x^2 + y^2 - \frac{1}{4}$. On trouve ainsi $U_2 = 1$, $V_2 = 4$. La formule du n° 9 donne : $\Delta_2 \equiv \Delta_0 \varphi_4^2 = \Delta_0 \times [\theta_1^3 - 4\theta_0 \theta_1 \Delta_1 + 8\Delta_0 \Delta_1^2]^2$,

d'où il suit : $\varphi_4 = \theta_1^3 - 40_o\,\theta_1\Delta_1 + 8\Delta_o\Delta_1^2$. Lorsqu'on a $\mu = 3$, l'équation $K_3 \equiv 0$ s'écrit : $K_3 = U_3\varphi_4\Delta_1 K_1 + V_3\varphi_3^2 K_o$. L'expression $\Delta_1\varphi_4$ étant du degré 3^2 par rapport aux coefficients de $K_1 = 0$ les coefficients U_3 et V_3 ne renferment plus de facteurs invariants; donc l'admission faite au n° 8, relativement au nombre des facteurs Δ_1 dans α_3 se trouve justifiée. La considération du cas spécial :

$$K_o \equiv x^2 + y^2 - 1, \quad K_1 \equiv x^2 + y^2 - \frac{3}{4}, \quad K_3 \equiv x^2 + y^2,$$

donne pour U_3 et V_3 les valeurs 8 et 1. Conformément aux propriétés mentionnées dans les n°s 5 et 9 les équations :

$$\begin{vmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 \end{vmatrix} \equiv \varphi_5 \quad \text{et} \quad \Delta_3 = \Delta_1 . \varphi_6^2$$

sont identiques, ce qui fournit :

$$\varphi_5 = \varphi_3^3 - 32\varphi_4\Delta_o\Delta_1^2 \quad \text{et} \quad \varphi_6 = \varphi_5 - 4\varphi_4^2 .$$

11. Les cas suivants : $\mu = 4, 5, 6 \ldots$ etc., sont traités sans qu'on ait besoin de recourir à des exemples spéciaux. De l'équation :

$$K_4 \equiv U_4\varphi_5\varphi_5 K_o + V_4\varphi_4^2\Delta_o\Delta_1 K_1 ,$$

combinée avec $K_2 = \varphi_3 K_o + 4\Delta_o\Delta_1 K_1$, il résulte :

$$\begin{vmatrix} \alpha_4 & \beta_4 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} \equiv 4\varphi_3\Delta_o\Delta_1 \left[U_4\varphi_5 - \frac{1}{4} V_4\varphi_4^2 \right] .$$

Or, d'après le n° 5, l'invariant $\varphi_6 \equiv \varphi_5 - 4\varphi_4^2$ divise cette expression, donc : $U_4 = 1$, $V_4 = 16$, $K_4 \equiv \varphi_3\varphi_5 K_o + 16\varphi_5\Delta_o\Delta_1 K_1$. Encore on déduit de l'identité $\begin{vmatrix} \alpha_4 & \beta_4 \\ \alpha_3 & \beta_3 \end{vmatrix} \equiv \varphi_7$, $\varphi_7 = \varphi_3^2\varphi_5 - 112\varphi_4^3\Delta_o\Delta_1^2$. Les inconnues U_5 et V_5, dans l'équation $K_5 \equiv U_5\varphi_3\varphi_6\varphi_4 K_o + V_5\varphi_5^2 K_1$ se déterminent en observant qu'on a :

$$\begin{vmatrix} \alpha_5 & \beta_5 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} \equiv -\varphi_3 \left[V_5\varphi_5\varphi_3^2 + 16U_5\varphi_4^3\Delta_o\Delta_1^2 - 4\varphi_4\varphi_5\Delta_o\Delta_1^2[8V_5 + U_5] \right] \equiv \varphi_3 . \varphi_7 ,$$

ce qui exige : $V_5 = 1$, $U_5 = -8$.

Il serait inutile de continuer ces calculs, qui montrent suffisamment comment on arrive à évaluer les coefficients U_μ et V_μ et à exprimer l'invariant φ_μ en fonction de Δ_o Δ_1 0_o et θ_1 pour toute valeur donnée de μ. De cette façon, on ne réussit pas à établir une forme générale φ_μ, de laquelle on déduit tous les invariants φ_3, φ_4, etc., au moyen de substitutions spéciales. La raison en est qu'il ne fallait

jamais perdre de vue les propriétés du nombre μ par rapport à la divisibilité.

12. Dans la liste suivante quelques résultats sont réunis :

$$K_2 \equiv \varphi_3 K_o + 4\Delta_o \Delta_1 K_1,$$
$$K_3 \equiv 8\varphi_4 K_o + \varphi_3^2 K_1,$$
$$K_4 \equiv \varphi_3\varphi_5 K_o + 16\varphi_4^2 \Delta_o \Delta_1 K_1,$$
$$K_5 \equiv -8\Delta_1\varphi_3\varphi_4\varphi_6 K_o + \varphi_5^2 K_1,$$
$$\varphi_3 = \theta_1^2 - 4\theta_o \Lambda_1,$$
$$\varphi_4 = \theta_1^3 - 4\theta_o\theta_1\Delta_1 + 8\Delta_o\Delta_1^2,$$
$$\varphi_5 = \varphi_3^3 - 32\varphi_4\Delta_o\Delta_1^2,$$
$$\varphi_6 = \varphi_5 - 4\varphi_4^2,$$
$$\varphi_7 = \varphi_3^3\varphi_5 - 112\varphi_4^3\Delta_o\Delta_1^2,$$
$$\varphi_8 = \varphi_5^2 + \varphi_3^3\varphi_6,$$

$$K_6 \equiv \varphi_5\varphi_7 K_o + 4\varphi_3^2\varphi_6^2\Delta_o\Delta_1 K_1,$$
$$K_7 \equiv 8\Delta_1\varphi_3\varphi_4\varphi_6\varphi_8 K_o + \varphi_7^2 K_1,$$
$$K_8 \equiv \varphi_7\varphi_3\varphi_9 K_o + 16\varphi_4^2\varphi_8^2\Delta_o\Delta_1 K_1,$$
etc.
$$\varphi_9 = \varphi_5^3 + 112\varphi_4^3\varphi_6\Delta_o\Delta_1^2,$$
$$\varphi_{10} = \varphi_3^3\varphi_6^2 - 4\varphi_7\varphi_4^2,$$
$$\varphi_{11} = \varphi_5^3\varphi_7 + 32\varphi_3^3\varphi_6^2\varphi_4\Delta_o\Delta_1^2,$$
$$\varphi_{12} = \varphi_7^2 + \varphi_8\varphi_5^2,$$
$$\varphi_{15} = \varphi_5\varphi_7^3 - 32\varphi_3^3\varphi_4\varphi_6^3\varphi_8\Delta_o\Delta_1^2,$$
$$\varphi_{14} = \varphi_3^3\varphi_6^2\varphi_9 - 4\varphi_4^2\varphi_8^2\varphi_5,$$

$$\varphi_{15} = \varphi_7^3\varphi_5^2 - 112\varphi_4^3\varphi_6^2\Delta_o\Lambda_1^2(\varphi_7^2 - \varphi_7\varphi_8 + \varphi_8^2), \text{ etc.}$$

13. Quelquefois, dans la recherche des invariants φ, on peut avantageusement utiliser le théorème suivant, qui est évident sur simple énoncé : « Lorsqu'il existe des polygones de $p \times q$ côtés, inscrits à K_o, circonscrits à K_1, on peut construire des polygones de q côtés inscrits à K_o et circonscrits à K_p. » Réciproquement, l'existence de ces derniers polygones entraîne celle des polygones de x côtés inscrits à K_o circonscrits à K_1, tellement que $p \times q$ est le plus petit multiple commun de p et de x.

Autrement énoncé, le théorème exprime que l'invariant J, dont l'évanouissement montre l'existence de ces polygones de q côtés, renferme toujours φ_{pq} comme facteur. De l'équation :

$$K_p \equiv \alpha_p K_o + \beta_p K_1,$$

on tire :

$$\Delta_p = \alpha^3_p \Delta_o + \alpha^2_p \beta_p \theta_{001} + \alpha_p \beta^2_p \theta_{110} + \beta^3_p \Delta_1,$$
$$\theta_{00p} = 3\alpha_p \Delta_o + \beta_p \theta_{110}, \quad \theta_{ppo} = 3\alpha^2_p \Delta_o + 2\alpha_p\beta_p \theta_{001} + \beta^2_p \theta_{110}.$$

Évidemment on obtient l'invariant J. en substituant dans φ_q. pour Δ_1, θ_{001} et θ_{110} respectivement les valeurs de Δ_p, θ_{oop}, θ_{ppo}, et on n'a qu'à séparer le facteur φ_{qq} du résultat de cette substitution. Ainsi, la recherche du facteur φ_{pq} sera moins pénible que le calcul qu'exigerait la méthode du n° 11.

14. L'inspection de la liste du n° 12 fait voir que les coefficients de $K_1 = 0$ sont toujours renfermés dans les expressions, θ_1, $\theta_o\Delta_1$ et $\Delta_o\Delta_1^2$. Il est facile de s'assurer que cela arrive non seulement dans

les invariants $\varphi_3, \varphi_4 \ldots \varphi_{15}$ mais généralement dans tout invariant φ_μ à indice quelconque. On en tire la conclusion, qu'il est toujours possible d'éliminer les coefficients de $K_1 = 0$, en introduisant ceux de $C_1 = 0$. Cette élimination, une fois faite, l'invariant φ_μ sera du même degré par rapport aux coefficients des deux équations : $K_0 = 0$, $C_1 = 0$, de sorte que l'invariant Π_μ sera du degré (n° 8) :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{4}(\mu^2-4) \ldots \mu \text{ étant } \textit{pair} \\ \frac{1}{4}(\mu^2-1) \ldots \mu \text{ étant } \textit{impair} \end{array}\right\} \text{par rapport aux coeff. de } K_0 = 0, \text{ ainsi que par rapport aux coeff. de } C_1 = 0.$$

Le degré de φ_μ s'obtient maintenant, dès qu'on se donne la valeur spéciale de μ. Si l'on pose par exemple $\mu = 60$ on aura :

$$\varphi_{60} = \frac{\Pi_4 \cdot \Pi_{10} \cdot \Pi_6 \cdot \Pi_{60}}{\Pi_{12} \cdot \Pi_{20} \cdot \Pi_{30}} ; \quad \text{donc } \varphi_{60} \text{ sera du degré :}$$

$$3 + 8 + 24 + 899 - 35 - 99 - 224 = 576.$$

M. Éd. COLLIGNON,

Ingénieur en chef, Inspecteur de l'École des ponts et chaussées, à Paris.

SUR UNE MÉTHODE APPROXIMATIVE POUR LA TRISECTION DE L'ANGLE, IMAGINÉE PAR M. E. FORTIN.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Le problème de la *trisection de l'angle* est de ceux que l'on ne peut résoudre, en général, avec la règle et le compas. Pour tourner la difficulté les géomètres ont recours, soit au tracé de courbes auxiliaires, soit à l'emploi d'instruments spéciaux, soit encore au calcul aidé des tables trigonométrique. La méthode que nous allons exposer, purement géométrique, conduit très simplement à une solution approximative du problème proposé : elle est due à M. E. Fortin, ingénieur à Port-d'Espagne (île de la Trinidad, Antilles Anglaises), qui a bien voulu nous la communiquer.

Il l'a découverte par intuition, pour ainsi dire, en s'aidant de l'expérience. Soit AA′ l'arc de cercle à diviser en trois parties égales, aux

points C et D (*fig.* 1). Joignons ces points au centre O. Les rayons OC, OD, partageront la corde AA′ en trois segments AC′, C′D′, D′A′ dont les deux extrêmes seront égaux entre eux, tandis que le segment central C′D′ sera plus petit que les deux autres.

Si donc on divise la corde aux points c et d en trois parties égales, ces points se trouveront en dehors de l'angle COD. Élevons aux points c et d des perpendiculaires cf, dh sur la corde AA′; elles rencontreront les rayons OC, OD en des points c' et d' qui seront compris entre l'arc et la corde. M. Fortin a répété cette construction pour un grand nombre d'angles différents; il a mesuré pour chacun les longueurs égales cc', dd', et les a comparées à la flèche IB de l'arc donné. Il a trouvé que le rapport $\frac{cc'}{IB}$ était sensiblement constant, quel que soit l'angle AOA′. et qu'il avait pour valeur approximative la fraction $\frac{7}{12}$. Adoptons provisoirement cette valeur comme exacte : on pourra dire que le rayon OC, qui détermine le tiers AOC de l'angle donné AOA′, s'obtiendra en prenant le tiers de la corde au point c, et en élevant en ce point sur la corde une perpendiculaire cc', qu'on prendra égale aux $\frac{7}{12}$ de la flèche IB. L'angle AOC, obtenu en joignant le point c' au centre O, sera sensiblement égal au tiers de l'angle donné.

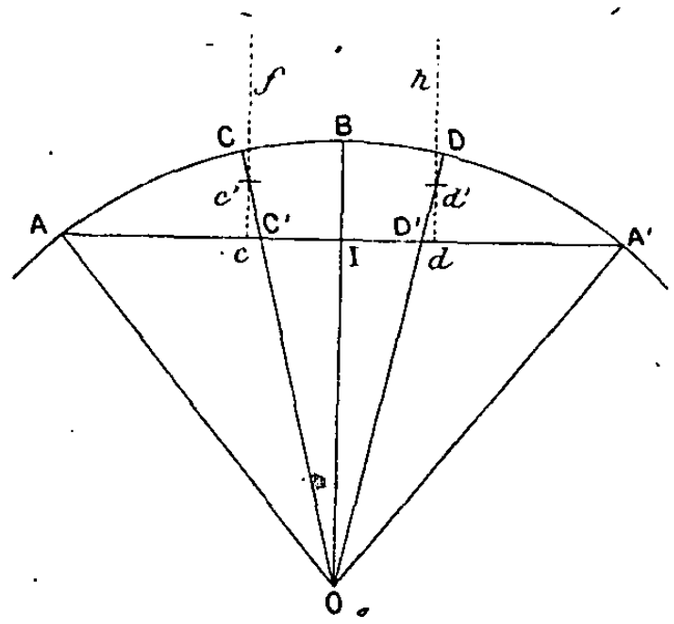


Fig. 1.

Cette méthode n'est assurément pas rigoureuse; mais l'approximation qu'elle donne suffira dans la plupart des cas. Il est facile, d'ailleurs, d'opérer les corrections des résultats qu'elle fournit, lorsqu'on les juge nécessaires. En l'absence d'une méthode géométrique rigoureuse, on ne peut qu'applaudir à une règle approximative, surtout lorsqu'elle a l'avantage d'une grande simplicité.

Nous nous proposons dans cette note de discuter la règle de M. Fortin, et de la généraliser en l'étendant, si c'est possible, au partage d'un angle en n parties égales. Nous admettrons que l'arc AA′ qu'il s'agit de diviser, est moindre qu'une demi-circonférence, et nous nous occuperons spécialement du partage de sa moitié, AB, qui sera moindre qu'un quadrant.

§ 1.

Soit $BOA = n\alpha$ le demi-angle donné, moindre qu'un quadrant, et $FOA = \alpha$ l'angle qui en est la $n^{ième}$ partie (*fig.* 2). Décrivons du point O comme centre, avec l'unité de longueur OA pour rayon, un arc de cercle AB, abaissons BC perpendiculaire sur OA, et partageons la droite BC en n parties égales. Soit D le point de division le plus voisin du rayon OA. Nous rapporterons les divers points de la figure à deux axes rectangulaires, OX et OY, dont le premier coïncide avec le rayon OA. Nous aurons

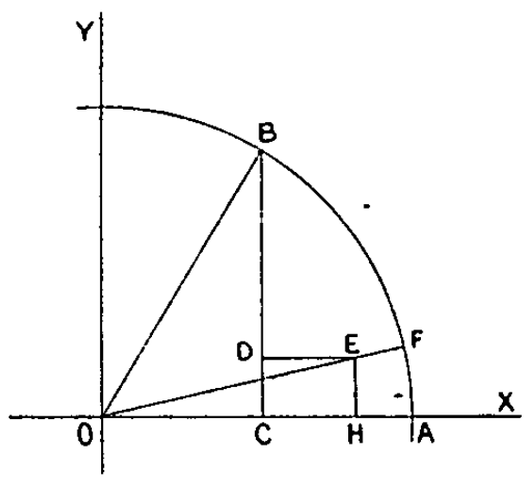


Fig. 2.

$$BC = \sin n\alpha ,$$
$$OC = \cos n\alpha ,$$
$$CD = \frac{\sin n\alpha}{n} .$$

La droite OF aura pour équation

$$y = x \operatorname{tang} \alpha ,$$

et la droite DE, menée par le point D parallèlement à OA, ou perpendiculairement à CB, sera représentée par l'équation

$$y = \frac{\sin n\alpha}{n} .$$

L'abscisse $x = OH$ du point de rencontre E de ces deux droites, sera égale à

$$x = \frac{\sin n\alpha}{n \operatorname{tang} \alpha} ;$$

Si l'on en retranche le segment $OC = \cos n\alpha$, il restera pour le segment $CH = DE$ la différence

$$DE = \frac{\sin n\alpha}{n \operatorname{tang} \alpha} - \cos n\alpha .$$

Le rapport K de cette différence à la flèche CA du double de l'arc AB, flèche égale à $1 - \cos n\alpha$, est par conséquent

$$K = \frac{\dfrac{\sin n\alpha}{n \operatorname{tang} \alpha} - \cos n\alpha}{1 - \cos n\alpha} . \qquad (1)$$

C'est ce rapport K dont nous allons discuter la valeur. La fonction qui le représente peut être transformée de diverses manières. On peut, par exemple, rendre K calculable par logarithmes, en supposant l'angle α connu. On pourra faire pour cela, soit

$$\frac{n \operatorname{tang} \alpha}{\operatorname{tang} n\alpha} = \cos^2 \varphi ,$$

soit

$$\frac{n \operatorname{tang} \alpha}{\operatorname{tang} n\alpha} = \cos \psi ,$$

équations qui fourniront toujours des arcs φ et ψ réels, positifs et compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, puisque $n \operatorname{tang} \alpha$ est toujours moindre que $\operatorname{tang} n\alpha$, et que $n\alpha$ est supposé plus petit que $\frac{\pi}{2}$. Il vient alors

$$K = \frac{\sin^2 \varphi}{n \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \frac{n\alpha}{2}} ;$$

ou bien

$$K = \frac{2 \sin^2 \frac{\psi}{2}}{n \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \frac{n\alpha}{2}} .$$

On reconnaît immédiatement que K est donné sous la forme indéterminée $\frac{0}{0}$ lorsque α est nul; qu'il a toujours une valeur positive tant que $n\alpha$ n'excède pas la limite fixée; et qu'il est moindre que l'unité; car dans l'équation (1), le terme positif $\frac{\sin n\alpha}{n \operatorname{tang} \alpha}$ est moindre que l'unité qui figure au dénominateur, de sorte que le numérateur est numériquement moindre que le dénominateur. Quand au sens dans lequel varie K lorsque α augmente, il n'est pas apparent *à priori;* à mesure que α augmente, $\cos^2 \varphi$ diminue, φ augmente, et $\sin^2 \varphi$ augmente en même temps que le produit $\operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \frac{n\alpha}{2}$: on ne peut pas en conclure sans un examen plus complet le sens de la variation du rapport K.

Cherchons d'abord la vraie valeur de ce rapport lorsque l'arc donné, $n\alpha$, est égal à zéro. Remplaçons pour cela

$$\sin n\alpha \quad \text{par} \quad n\alpha - \frac{n^3\alpha^3}{6} ;$$

$$\cos n\alpha \quad \text{par} \quad 1 - \frac{n^2\alpha^2}{2} ;$$

$$\text{tang}\,\alpha \quad \text{par} \quad \alpha + \frac{\alpha^3}{3};$$

en négligeant les termes en α^4, α^5, ...; il viendra

$$K = \frac{\frac{n^2\alpha^2}{3} - \frac{\alpha^3}{3} + \frac{n^2\alpha^4}{6}}{\frac{n^2\alpha^2}{2}\left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right)} = \frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2} + \frac{\alpha^2}{3\left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right)},$$

et, faisant $\alpha = 0$, on aura la limite de K,

$$K_0 = \frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2}. \tag{2}$$

Il reste à étudier les variations de la fonction K lorsque l'arc $n\alpha$ varie de o à $\frac{\pi}{2}$. Cette fonction peut être transformée comme il suit :

$$K = \frac{\frac{\sin n\alpha}{n\,\text{tang}\,\alpha} - \cos n\alpha}{1 - \cos n\alpha} = \frac{\frac{\sin n\alpha\cos\alpha}{n\sin\alpha} - \cos n\alpha}{1 - \cos n\alpha} = \frac{P}{Q},$$

en appelant, pour abréger, P le numérateur et Q le dénominateur de la fraction contenue dans le second membre. Le nombre n étant entier et positif, $\cos n\alpha$ peut s'exprimer par un polynome entier du degré n en $\cos n\alpha$:

$$\cos n\alpha = \cos^n\alpha - n\frac{n-1}{2}\cos\alpha^{n-2}\sin^2\alpha + \ldots\ldots,$$

polynôme où $\sin^2\alpha$ sera remplacé par $1 - \cos^2\alpha$, et qui ne contiendra plus, toutes réductions faites, que $\cos\alpha$ et ses puissances jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ inclusivement.

Au numérateur, $\sin n\alpha$ s'exprime par le polynôme

$$\sin n\alpha = n\cos^{n-1}\alpha\sin\alpha - \frac{n(n-1)(n-2)}{1\times 2\times 3}\cos^{n-3}\alpha\sin^3\alpha + \ldots\ldots,$$

qu'il faut multiplier par $\cos\alpha$ et diviser par $n\sin\alpha$. Il vient en définitive,

$$\frac{\sin n\alpha}{n\,\text{tang}\,\alpha} = \cos^n\alpha - \frac{(n-1)(n-2)}{2\times 3}\cos^{n-2}\alpha\sin^2\alpha + \ldots\ldots,$$

c'est-à-dire un polynôme qui renferme les mêmes termes, aux coefficients près, que le développement de $\cos n\alpha$, et qui est réductible aussi à un polynome entier en $\cos\alpha$, du degré n.

P et Q sont, en résumé, des polynômes entiers et du degré n de

$\cos\alpha$, et on simplifiera l'écriture en posant $\cos\alpha = x$. Nous avons intérêt à étudier comment varie le rapport K en fonction de la variable x; il sera aisé d'en déduire la loi des variations de K en fonction de l'arc α.

Nous avons à discuter une équation de la forme

$$K = \frac{P}{Q} = \frac{Ax^n + Bx^{n-2} + Cx^{n-2} + \dots}{A'x^n + B'x^{n-2} + C'x^{n-4} + \dots};$$

il convient de déterminer pour cela les racines des deux polynomes P et Q, égalés à zéro. Ces racines sont toutes réelles.

Le dénominateur Q s'annule lorsqu'on a $\cos n\alpha = 1$, équation satisfaite pour les n valeurs de l'angle α, comprises entre o et 2π, que l'on obtient en partageant la circonférence en n parties égales, savoir :

$$\alpha = 0, \quad \alpha = \frac{2\pi}{n}, \quad \alpha = \frac{4\pi}{n}, \quad \dots\dots \quad \alpha = \frac{2(n-1)\pi}{n},$$

auxquelles correspondent n valeurs de x,

$$x = 1. \quad x = \cos\frac{2\pi}{n}, \quad x = \cos\frac{4\pi}{n}. \quad \dots\dots \quad x = \cos\frac{2(n-1)\pi}{n}.$$

Le polynôme Q est donc, à un facteur constant près, le produit des n facteurs binômes,

$$(x-1)\left(x - \cos\frac{2\pi}{n}\right)\left(x - \cos\frac{4\pi}{n}\right)\dots\dots\left(x - \cos\frac{2(n-1)\pi}{n}\right).$$

Lorsque n est pair, le binôme $x+1$ est compris dans les n facteurs indiqués, et correspond à l'arc $\alpha = \pi$. Si l'on met à part les facteurs $x-1$ et $x+1$, les autres sont égaux deux à deux, car on a

$$\cos\frac{2\pi}{n} = \cos\frac{2(n-1)\pi}{n}, \quad \cos\frac{4\pi}{n} = \cos\frac{2(n-2)\pi}{n}, \quad \dots\dots$$

de sorte que le polynôme Q, à un facteur constant près, est exprimable par le produit

$$Q = (x-1)\left(x - \cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\left(x - \cos\frac{4\pi}{n}\right)^2\dots\left(x - \cos\frac{n-1}{n}\pi\right)^2,$$

si n est impair, et par le produit

$$Q = (x-1)\left(x - \cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\left(x - \cos\frac{4\pi}{n}\right)^2\dots\left(x - \cos\frac{n-2}{n}\pi\right)^2(x+1),$$

si n est pair. Dans ce dernier cas, le polynôme Q admet le facteur x^2, si n est divisible par 4: il correspond à l'arc $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Le polynôme P s'annule lorsque l'on a

$$\frac{\sin n\alpha}{n \operatorname{tang} \alpha} - \cos n\alpha = 0,$$

ou bien

$$\operatorname{tang} n\alpha = n \operatorname{tang} \alpha.$$

Cette équation est satisfaite par les valeurs de l'arc $\alpha = 0$, et $\alpha = \pi$, quel que soit n; d'où résultent pour P les racines $x = +1$ et $x = -1$. Plus généralement, si l'équation est satisfaite par un arc α particulier, elle l'est également par l'arc supplémentaire $\pi - \alpha$. Il suffit donc, pour trouver les racines de l'équation proposée, de faire varier α de 0 à $\frac{\pi}{2}$: si l'on trouve dans cet intervalle μ arcs distincts qui vérifient l'équation, les racines de ces arcs donneront μ racines de l'équation $P = 0$. On en trouvera μ autres, en prenant les racines des arcs supplémentaires, c'est-à-dire en changeant le signe des μ racines déjà trouvées. Il y faut ajouter les deux racines $+1$ et -1, ce qui fait en tout $2\mu + 2$ racines. Ce nombre est égal à n lorsque n est pair ; lorsque n est impair, il est inférieur d'une unité. Mais alors $x = 0$ est racine du polynôme, et correspond à $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Cette valeur de α rend infinies les deux tangentes quel que soit n. Mais les deux tangentes, $\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{2} \pm \varepsilon\right)$ et $\operatorname{tang} n\left(\frac{\pi}{2} \pm \varepsilon\right)$, ε désignant un arc positif aussi petit qu'on voudra, sont de signes contraires lorsque n est pair, et sont de même signe lorsque n est impair. C'est donc seulement lorsque n est impair que le rapport des deux tangentes infinies, $\frac{\operatorname{tang} n\alpha}{\operatorname{tang} \alpha}$, peut être égal au nombre positif n. En résumé, nous avons trouvé $2\mu + 2$ racines si n est pair, et $2\mu + 3$ si n est impair. Il reste à faire voir que ces deux nombres sont dans tous les cas égaux à n, et qu'on a par conséquent toutes les racines de l'équation $P = 0$.

Partageons le quadrant en n parties égales, ce qui revient à subdiviser en quatre parties égales les arcs égaux à $\frac{2\pi}{n}$, déjà obtenus tout à l'heure en divisant le cerche en n parties égales pour la décomposition du polynôme Q en facteurs. Nous obtiendrons les arcs équidifférents

$$0, \quad \frac{\pi}{2n}, \quad \frac{\pi}{n}, \quad \frac{3\pi}{2n}, \quad \frac{2\pi}{n}, \quad \ldots \quad \frac{\pi}{2}.$$

L'équation P a une racine $x = 1$ pour $\alpha = 0$. Elle n'a pas d'autre racine dans l'intervalle $\alpha = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$: car tang $n\alpha$ croît indéfini-

ment à partir de zéro, tandis que $n \operatorname{tang} \alpha$ croît plus lentement et reste finie.

Il n'y a pas non plus de racine entre $\alpha = \frac{\pi}{2n}$ et $\alpha = \frac{\pi}{n}$; car dans cet intervalle $\operatorname{tang} n\alpha$ est négatif, et $n \operatorname{tang} \alpha$ reste positif.

Mais il y a une racine entre $\alpha = \frac{\pi}{n}$ et $\alpha = \frac{3\pi}{2n}$; car dans cet intervalle $\operatorname{tang} n\alpha$ croît de 0 à l'infini, et rencontre nécessairement la valeur de $n \operatorname{tang} \alpha$, qui croît en restant finie et positive dans ce même intervalle. On y trouve donc un angle φ qui satisfait à l'équation proposée, et par suite une racine réelle, $x = \cos \varphi$, qui appartient au polynôme P.

On reconnaîtra de même qu'il y a une racine entre $\frac{2\pi}{n}$ et $\frac{5\pi}{2n}$, une autre entre $\frac{3\pi}{n}$ et $\frac{7\pi}{2n}$; ... et ainsi de suite, en prenant les intervalles de deux en deux. Lorsque n est impair, la dernière racine s'obtient en faisant $\alpha = \frac{\pi}{2}$, ce qui donne $x = 0$; elle est située, non dans le dernier intervalle, de $\frac{(2n-1)\pi}{2n}$ à $\frac{\pi}{2}$, mais à la limite extrême de ce dernier intervalle et du quadrant. Si on laisse de côté les deux racines $x = 0$ et $x = 1$, on aura pour n impair

$$\mu = \frac{n-3}{2}$$

et

$$2\mu + 3 = n.$$

Si n est pair, il y aura $\frac{n-2}{2}$ intervalles dans chacun desquels on trouvera une racine, ce qui donne

$$\mu = \frac{n-2}{2},$$

et

$$2\mu + 2 = n.$$

Appelons $\varphi, \varphi', \varphi'', \ldots$ les μ arcs compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ qui définissent les racines. Le polynôme P sera exprimable, à un facteur constant près, par le produit

$$(x-1)(x-\cos\varphi)(x-\cos\varphi')(x-\cos\varphi'')\ldots x \ldots (x+\cos\varphi'')(x+\cos\varphi')(x+\cos\varphi)(x+1),$$

ou bien par le produit

$$P = (x^2-1)(x^2-\cos^2\varphi)(x^2-\cos^2\varphi')(x^2-\cos^2\varphi'')\ldots x$$

si n est impair, et par le produit

$$P = (x^2 - 1)\ (x^2 - \cos^2\varphi)\ (x^2 - \cos^2\varphi')\ (x^2 - \cos^2\varphi'')\ \ldots\ldots$$

si n est pair.

Le rapport K peut, en définitive se mettre sous la forme

$$K = \frac{P}{Q} = A\,\frac{(x^2 - 1)\,(x^2 - \cos^2\varphi)\,(x^2 - \cos^2\varphi')\,(x^2 - \cos^2\varphi'')\ldots}{(x - 1)\left(x - \cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\left(x - \cos\frac{4\pi}{n}\right)^2\ldots\ldots}.$$

en appelant A un facteur constant.

Le facteur $x - 1$ peut être supprimé aux deux termes de la fraction; il en est de même du facteur $x + 1$ lorsque n est pair, car alors il figure au dénominateur. Il ne peut y avoir d'autres facteurs communs à supprimer, car les arcs $\varphi, \varphi', \varphi'', \ldots$ sont distincts des arcs $\frac{2\pi}{n}, \frac{4\pi}{n}, \ldots$ et n'ont pas les mêmes cosinus. Toutes suppressions faites, on aura

$$K = A\,\frac{(x^2 - \cos^2\varphi)\,(x^2 - \cos^2\varphi')\ldots}{\left(x - \cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\left(x - \cos\frac{4\pi}{n}\right)^2\ldots}$$

avec $\frac{n-2}{2}$ facteurs du second degré aux deux termes, si n est pair, et

$$K = A\,\frac{(x + 1)\,x\,(x^2 - \cos^2\varphi)\,(x^2 - \cos^2\varphi')\ldots.}{\left(x - \cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\left(x - \cos\frac{4\pi}{n}\right)^2\ldots.}$$

avec $n - 1$ facteurs du premier degré à chaque terme, si n est impair.

On peut construire la courbe des valeurs de K en fonction de x; elle sera algébrique, du degré $n - 1$ si n est pair, et du degré n si n est impair. Cette courbe coupe l'axe des x aux points $x = \pm\cos\varphi$, $x = \pm\cos\varphi', \ldots$; et elle a pour asymptotes verticales les droites

$$x = \cos\frac{2\pi}{n}, \qquad x = \cos\frac{4\pi}{n}, \qquad x = \cos\frac{6\pi}{n}\ldots\ldots$$

L'ordonnée K conserve son signe de part et d'autre de chaque asymptote verticale; elle change au contraire de signe chaque fois que l'abscisse traverse une des valeurs qui annulent K. En d'autres termes, K change de signe en passant par zéro et conserve son signe en passant par l'infini.

L'inspection de la courbe montre immédiatement que l'ordonné K croît avec x à partir de la plus grande racine $x = \cos\varphi$ du numérateur : elle tend vers une limite finie, égale au coefficient A, qui fixe la position d'une asymptote horizontale.

Nous avons vu plus haut que K est positif et égal à $\frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2}$ lorsque $\alpha = 0$, ou lorsque $x = 1$. La fonction K s'annule d'ailleurs pour $x = \cos\varphi$, l'arc φ étant compris entre $\frac{\pi}{n}$ et $\frac{3\pi}{2n}$. Sa dérivée $\frac{dK}{dx}$ est donc positive à partir de cette racine, lorsque x croît indéfiniment, et par conséquent, *elle est positive lorsque x varie de* $x = \cos\frac{\pi}{2n}$ *à* $x = 1$, valeurs qui correspondent aux limites usuelles $\alpha = \frac{\pi}{2n}$ et $\alpha = 0$, entre lesquelles on doit faire varier α pour que l'angle $n\alpha$ varie entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

Il en résulte immédiatement que, pour $n\alpha$ compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, $\frac{dK}{d\alpha}$ est négatif, c'est-à-dire que K diminue lorsque α augmente. On a, en effet,

$$\frac{dK}{d\alpha} = \frac{dK}{dx} \times \frac{dx}{d\alpha} = -\frac{dK}{dx}\sin\alpha,$$

puisque $x = \cos\alpha$; et par conséquent $\frac{dK}{d\alpha}$ est de signe contraire à $\frac{dK}{dx}$ pour toute valeur de α comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2n}$. On voit de plus que $\frac{dK}{d\alpha}$ est nulle pour $\alpha = 0$.

En définitive, la fonction K, exprimée en α, est une fonction décroissante pour les valeurs positives de l'arc α, jusqu'à $\alpha = \frac{\pi}{2n}$.

Des exemples éclairciront cette analyse. Nous ferons d'abord $n = 3$.

Il viendra

$$\cos 3\alpha = \cos^3\alpha - 3\cos\alpha\sin^2\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha = 4x^3 - 3x,$$

$$\frac{\sin 3\alpha \times \cos\alpha}{3\sin\alpha} = \frac{4}{3}x^3 - \frac{x}{3};$$

$$K = \frac{\frac{4}{3}x^3 - \frac{x}{3} - 4x^3 + 3x}{1 - 4x^2 - 3x} = \frac{\frac{8}{3}(x - x^3)}{4(1-x)\left(x+\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{8}{3}x(1+x)}{4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{2}{3}\,\frac{x(1+x)}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}.$$

Si l'on fait $x = 1$, on trouve $K_0 = \frac{16}{27}$, ce que nous donne aussi pour $n = 3$ l'équation générale $K_0 = \frac{2}{3}\,\frac{n^2-1}{n^2}$.

Pour $x = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, on obtient

$$K = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3\,\mathrm{tang}\,\frac{\pi}{6}}.$$

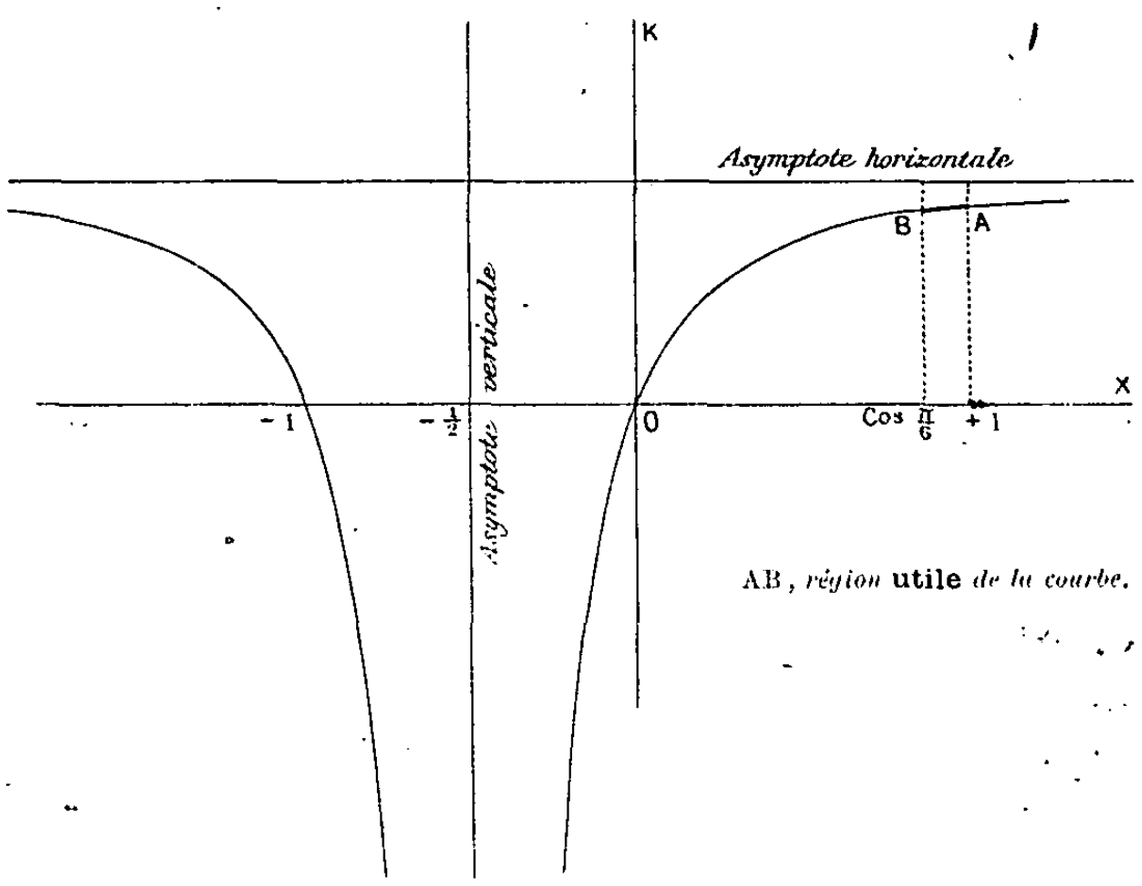


Fig. 3.

Faisons ensuite $n = 4$. Il vient

$$\frac{\sin 4\alpha \cos\alpha}{4\sin\alpha} = 2\cos^4\alpha - \cos^2\alpha = 2x^4 - x^2,$$

$$\cos 4\alpha = 8x^4 - 8x^2 + 1.$$

Donc

$$K = \frac{-6x^4 + 7x^2 - 1}{-8x^4 + 8x^2} = \frac{6x^4 - 7x^2 + 1}{8x^2(1-x^2)}.$$

Le facteur $1 - x^2$ est commun aux deux termes de la fraction, et peut être supprimé. On a

$$K = \frac{3}{4}\,\frac{x^2 - \frac{1}{6}}{x^2}.$$

On aura pour $x = 1$, $\quad K = \frac{5}{8}$;

et pour $x = \cos\frac{\pi}{8}$, $\quad K = \frac{1}{4 \operatorname{tang}\frac{\pi}{8}} = \frac{\sqrt{2}-1}{4}$.

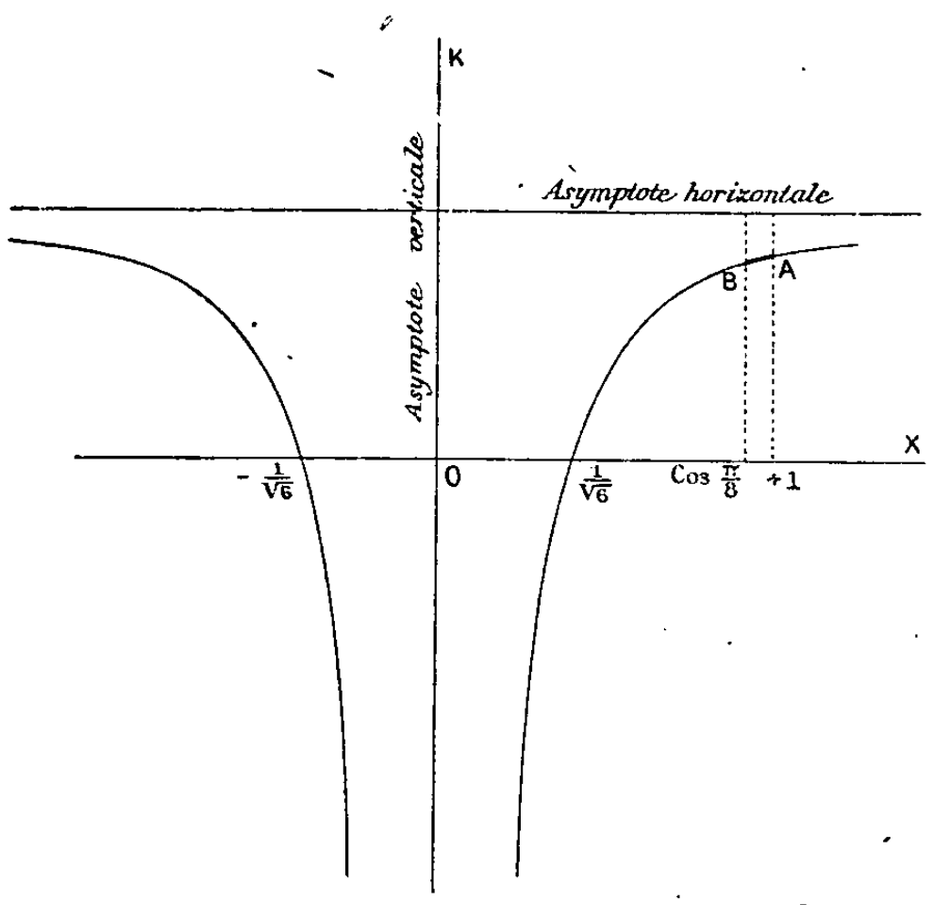


Fig. 4.

AB est encore la région utile de l'épure (*fig.* 4).

Comme conclusion générale, nous pouvons formuler la proposition suivante :

La fonction

$$K = F(\alpha)$$

définie par l'équation (1), *prend la valeur* $\frac{2}{3}\,\frac{n^2-1}{n^2}$ *lorsque* α *est nul; elle décroît quand* α *augmente de* 0 *à* $\frac{\pi}{2n}$, *et prend la valeur* $\frac{1}{n \operatorname{tang}\frac{\pi}{2n}}$ *pour cette dernière limite; la dérivée* $F'(\alpha)$ *est nulle pour* $\alpha = 0$.

On peut remarquer aussi que la fonction $F(\alpha)$ ne change pas quand

on y change α en $-\alpha$, de sorte que la courbe des valeurs de K en fonction de α est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Les deux limites usuelles entre lesquelles varie le rapport K sont peu différentes l'une de l'autre.

Si l'on fait $n = 3$, on a vu qu'elles sont égales à $\frac{16}{27}$ pour la limite supérieure, et $\frac{1}{\sqrt{3}}$ pour la limite inférieure; de sorte que K varie entre les nombres 0,5925... et 0,5773.... L'écart des limites est de 0,0151.

Si l'on fait croître n, l'écart des limites extrêmes s'accroît, mais il reste assez petit. Pour n infini, la limite supérieure est

$$\frac{2}{3} = 0{,}66666\ldots,$$ et l'inférieure est $$\frac{2}{\pi} = 0{,}63662\ldots$$

L'écart est égal à 0,03004; il a à peu près doublé par rapport à ce qu'il était pour $n = 3$.

La dérivée $\frac{dK}{d\alpha}$ étant nulle, puis négative, lorsque $n\alpha$ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, on peut entre ces limites substituer à la courbe exacte une parabole à axe vertical, dont l'équation sera

$$(2) \qquad K = \frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2} - \left(\frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2} - \frac{1}{n \operatorname{tang}\frac{\pi}{2n}}\right)\left(\frac{2n\alpha}{\pi}\right)^2;$$

cette équation donnera sensiblement les mêmes valeurs que l'équation (1), lorsque $n\alpha$ sera moindre qu'un quadrant. K est défini en fonction du rapport $\frac{n\alpha}{\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ de l'angle donné à l'angle droit, rapport qu'on peut toujours déterminer, au moins par approximation.

Le terme en $\operatorname{tang}\frac{\pi}{2n}$ peut, d'ailleurs, être exprimé au moyen d'une série, et l'on pourra généralement se contenter des deux premiers termes de cette série, l'arc $\frac{\pi}{2n}$ étant en général très petit. On a

$$\operatorname{tang}\frac{\pi}{2n} = \frac{\pi}{2n} + \frac{1}{3}\frac{\pi^3}{8n^3};$$

et $$\frac{1}{n \operatorname{tang}\frac{\pi}{2n}} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{1}{12}\frac{\pi^2}{n^2}\right)} = \frac{2}{\pi}\left(1 - \frac{1}{12}\frac{\pi^2}{n^2}\right) = \frac{2}{\pi} - \frac{1}{6}\frac{\pi}{n^2},$$

en négligeant les termes qui contiendraient le facteur $\frac{\pi^4}{n^4}$, et les termes de degré plus élevé.

Au lieu de prendre K variable au moyen de l'équation (2), il est préférable, au point de vue pratique, de donner à K une valeur moyenne constante : soit la demi-somme des valeurs extrêmes, soit l'ordonnée moyenne de la parabole définie par l'équation (2), c'est-à-dire la somme des deux tiers de l'ordonnée maximum et du tiers de l'ordonnée minimum. En adoptant cette dernière moyenne, on aura

$$\begin{aligned} K' &= \frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{6n^2}\right) \\ &= \left(\frac{4}{9} + \frac{2}{3\pi}\right) - \frac{\pi+8}{18n^2} \\ &= 0{,}6566 - \frac{0{,}6189}{n^2}. \end{aligned}$$

On aurait

$$\begin{aligned} K'' &= \frac{1}{3}\frac{n^2-1}{n^2} + \frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{12n^2} \\ &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\pi}\right) - \frac{\pi+4}{12n^2} \\ &= 0{,}6516 - \frac{0{,}5951}{n^2}. \end{aligned}$$

en adoptant la simple moyenne arithmétique des valeurs extrêmes.

Nous chercherons à apprécier quelle influence l'erreur commise sur le rapport K a sur la détermination de l'angle α. $n^{\text{ième}}$ partie de l'angle donné $n\alpha$.

On déduit de l'équation (1)

$$\frac{\sin n\alpha}{n \operatorname{tang} \alpha} = \frac{\sin n\alpha}{n} \cot \alpha = \cos n\alpha + K(1 - \cos n\alpha).$$

Dans cette équation $n\alpha$ est donné; α et K sont des variables, dont la détermination est entachée d'une certaine erreur; appelons $\delta\alpha$ et δK les corrections qu'on doit faire subir à ces variables pour les amener à être exactes. Ces corrections seront très petites, et l'on pourra les traiter comme des différentielles, c'est-à-dire en négliger les puissances. Il viendra, par conséquent, en différentiant par δ les variables $\cos\alpha$ et K, sans faire varier l'arc $n\alpha$,

$$-\frac{\sin n\alpha}{n}\frac{\delta\alpha}{\sin^2\alpha} = \delta K(1 - \cos n\alpha) = 2\delta K \sin^2\frac{n\alpha}{2}.$$

Donc

$$\frac{\partial\alpha}{\partial K} = -\frac{2\sin^2\frac{n\alpha}{2}\sin^2\alpha \times n}{\sin n\alpha} = -n\sin^2\alpha\,\operatorname{tang}\frac{n\alpha}{2}.$$

Cette formule approximative fait connaître la correction $\delta\alpha$ qu'on doit faire subir à l'angle trouvé, correspondante à l'erreur δK commise sur le rapport K. On voit que $\delta\alpha$ est toujours d'autant moindre que l'angle donné $n\alpha$ est plus petit; $\delta\alpha$ est d'ailleurs nul dans deux cas : 1° lorsque $n\alpha = 0$; 2° lorsque l'angle $n\alpha$ est celui auquel correspond la valeur particulière qu'on a prise pour K. Si l'on représente les valeurs simultanées de δK et $\delta\alpha$ par les ordonnées de deux courbes, l'arc $n\alpha$ étant pris pour abscisse, on obtiendra le tracé de la figure 5. La courbe MN, qui coupe l'axe OA en un point P, a pour ordonnées les valeurs de δK correspondantes aux abscisses $n\alpha$; la courbe OIPQ a pour ordonnées les valeurs de $\delta\alpha$; elle coupe l'axe aux points O et P, et atteint sa plus grande valeur pour $n\alpha = OA = \frac{\pi}{2}$.

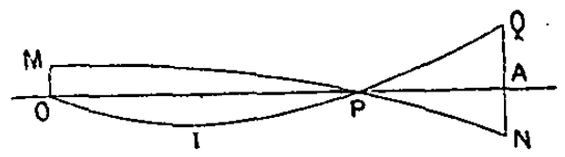


Fig. 5.

Si, au lieu de considérer les erreurs absolues $\delta\alpha$, on considère les erreurs relatives $\frac{\delta\alpha}{\alpha}$, l'équation précédente en fait connaître une limite. On a, en effet

$$\frac{\delta\alpha}{\alpha} = -\delta K \times n\sin\alpha\,\operatorname{tang}\frac{n\alpha}{2}\times\frac{\sin\alpha}{\alpha} = -\delta K n\alpha\,\operatorname{tang}\frac{n\alpha}{2}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2,$$

et, en valeur absolue,

$$\frac{\delta\alpha}{\alpha} < \delta K n\alpha\,\operatorname{tang}\frac{n\alpha}{2}, \quad \text{puisque} \quad \frac{\sin\alpha}{\alpha} \quad \text{est toujours} \quad < 1.$$

L'erreur relative est nulle pour l'angle $n\alpha$ qui fait $\delta K = 0$: elle est de plus en plus petite, quel que soit δK, lorsque $n\alpha$ diminue de plus en plus. Elle est au plus égale, abstraction faite des signes à $\delta K \times \frac{\pi}{2}$.

L'équation (1), résolue par rapport à $\operatorname{tang}\alpha$, donne

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin n\alpha}{n(\cos n\alpha + K(1-\cos n\alpha))}; \tag{3}$$

et si, dans cette équation, on substitue à K une valeur moyenne, elle fait connaître approximativement la tangente de l'angle α, en fonc-

tion des lignes trigonométriques de l'arc donné $n\alpha$. Elle est la traduction trigonométrique de la solution graphique donnée plus haut, et elle permet par conséquent d'en contrôler l'exactitude.

Si, au lieu de limiter à l'angle droit l'angle donné $n\alpha$, on le limitait à un angle plus petit, au demi-angle droit, par exemple, il est clair que les limites entre lesquelles varierait K seraient plus resserrées, et qu'on obtiendrait une approximation plus grande en attribuant à K une valeur moyenne convenablement déterminée *.

§ 2.

Nous appliquerons la méthode générale qu'on vient d'exposer à diverses valeurs du nombre n, et nous chercherons à la simplifier dans ces divers cas particuliers.

$$n = 2.$$

La formule (1) devient

$$K = \frac{\frac{\sin 2\alpha}{2 \operatorname{tang} \alpha} - \cos 2\alpha}{1 \cos 2\alpha} = \frac{1}{2};$$

quel que soit l'angle 2α donné. Le rapport K est donc rigoureusement constant lorsque n est égal à 2. Il est aisé de le vérifier géométriquement. Le point D (*fig.* 6) est alors le milieu de BC, et le point E que l'on obtient en prenant sur la perpendiculaire à BC une longueur DE égale à la moitié de CA, est le milieu de la corde BA : le rayon OEF partage l'angle BOA en deux parties égales.

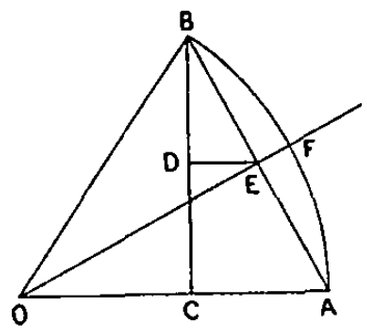


Fig. 6.

L'équation (3), dans laquelle on fera $n = 2$ et $K = \frac{1}{2}$, donne la relation rigoureuse

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2\left(\cos 2\alpha + \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)\right)} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha};$$

que la géométrie élémentaire permet d'établir directement.

* Si, au lieu de comparer la droite DE (*fig.* 2) à la flèche CA, on la compare à la distance du point F à la droite BC, on trouve entre ces deux droites un rapport sensiblement constant, quel que soit le nombre n, et égale en moyenne à $\frac{2}{3}$. M. Pellet vient de fonder sur cette remarque une méthode de tâtonnement pour le partage d'un arc de cercle. On la trouvera résumée dans les Comptes rendus de l'Académie des sciences du 5 décembre 1887.

$$n = 3.$$

Le rapport K devient variable. Les limites ont été déterminés plus haut :

pour $nx = 0$, on a $K_0 = \frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2} = \frac{16}{27} = 0.5925\ldots.$

et pour $nx = \frac{\pi}{2}$, $K_1 = \frac{1}{n \operatorname{tang} \frac{\pi}{2n}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}5773\ldots$

Les moyennes qu'on peut attribuer à K sont

ou bien $$\frac{K_0 + K_1}{2} = 0.5849,$$

ou bien $$\frac{2K_0 + K_1}{3} = 0.5874.$$

Au lieu de s'en tenir à l'une de ces valeurs moyennes, il paraît préférable, au point de vue des applications, de chercher la fraction la plus simple qui soit comprise entre les limites extrêmes. Pour y parvenir, développons ces deux limites en fraction continue. Il vient

$$\frac{16}{27} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{5}}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\ldots}}}}}$$

La fraction la plus simple qu'on puisse intercaler entre ces deux nombres, est représentée par la fraction continue

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}},$$

qui a les mêmes quotients entiers que les deux développements dans la portion où ils sont identiques, et dont le dernier quotient est le moindre nombre entier compris entre les premiers dénominateurs

qui diffèrent de l'un à l'autre. On trouve, en faisant le calcul de cette fraction continue, le nombre $\frac{7}{12}$ proposé par M. Fortin. Ce nombre, réduit en décimales, est égal à 0, 5833; il est peu différent des moyennes établies d'abord; ce qui montre qu'il n'y a pas d'inconvénient à l'admettre.

Cherchons à quel angle donné 3α cette valeur de K correspond. Nous ferons usage pour cela de l'expression de K en fonction de $\cos\alpha = x$, expression calculée plus haut pour $n = 3$,

$$K = \frac{2}{3}\,\frac{x(1+x)}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}.$$

Si l'on fait $K = \frac{7}{12}$, on a pour déterminer x une équation du second degré, qui donne

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{2}.$$

La seule racine moindre que l'unité est admissible, puisqu'on cherche le cosinus d'un angle réel. Elle est égale à 0,914, et définit un angle α égal à 23° 56′; l'angle 3α correspondant, est donc égal à 71° 48′.

L'erreur sur l'angle α est nulle pour $3\alpha = 0$ et pour $3\alpha = 71°\,48'$. Pour en apprécier l'importance, donnons à 3α un certain nombre de valeurs, et calculons tang α par la formule (3), où nous ferons $n = 3$, $K = \frac{7}{12}$, et qui devient

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin 3\alpha}{3\left(\cos 3\alpha + \frac{7}{12}(1-\cos 3\alpha)\right)} = \frac{4\sin 3\alpha}{7+5\cos 3\alpha}.$$

ANGLE DONNÉ 3α	ANGLE α exact.	TANG α d'après les tables.	TANG α d'après la formule.	ANGLE α déduit de la formule.	CORRECTION $\delta\alpha$
0°	0°	0,00900	0,00000	0°	0
30°	10°	0,17633	0,17651	10° 0′ 36″	— 36″
45°	15°	0,26795	0,26847	15° 1′ 40″	— 1′ 40″
60°	20°	0,36397	0,36464	20° 2′ 2″	— 2′ 2″
72°	24°	0,44523	0,44519	23° 59′ 53″	+ 7″
81°	27°	0,50953	0,50895	26° 58′ 26″	+ 1′ 34″
90°	30°	0,57735	0,57143	29° 45′ 41″	+ 4′ 49″

L'erreur commise, $\delta\alpha$, est nulle pour l'angle 0 et l'angle $71^\circ 48'$. Elle reste faible entre ces deux limites. Sa plus grande valeur dépasse à peine $2'$ pour un angle cherché égal à 20°, ce qui fait environ une erreur relative égale à $\frac{1}{590}$; l'erreur relative est d'environ $\frac{1}{540}$ pour $\alpha = 15^\circ$; elle atteint $\frac{1}{417}$ dans l'autre sens pour $\alpha = 30^\circ$. La valeur $\frac{7}{12}$ compense à peu près les erreurs relatives de part et d'autre de l'arc $3\alpha = 71^\circ 48'$, qui les annule.

$$n = 4.$$

Les limites de K deviennent

$$K_0 = \frac{5}{8}, \qquad K_1 = \frac{1+\sqrt{2}}{4}.$$

La plus simple fraction intercalaire est $\frac{8}{13}$, ce qui donne la formule approximative

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{13\sin 4\alpha}{32 + 20\cos 4\alpha}.$$

Le rapport $K = \frac{8}{13}$ correspond exactement à un angle $4\alpha = 62^\circ 21'$.

On trouvera de même

1° pour $n = 5$, $K_0 = \frac{16}{25}$, $K_1 = 0{,}61553$: et la plus simple intercalaire sera $\frac{5}{8}$. Il en résulte la formule approximative

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{8\sin 5\alpha}{25 + 15\cos 5\alpha};$$

2° pour $n = 6$, $K_0 = \frac{35}{74}$, $K_1 = 0{,}62201$.

La plus simple intercalaire est $\frac{5}{8}$, comme pour $n = 5$; mais cette fraction est beaucoup trop voisine de la limite extrême K_1; elle entraîne par conséquent une augmentation notable des erreurs entre $n\alpha = 0$ et $n\alpha$ égal à l'angle qui correspondrait à cette valeur $\frac{5}{8}$. Cette considération conduit à prendre une intercalaire plus voisine de la moyenne. savoir

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}} \qquad \text{au lieu de} \qquad \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}.$$

ce qui donne en définitive $\frac{7}{11}$ au lieu de $\frac{5}{8}$. On a alors la formule approximative

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{11\sin 6\alpha}{24\cos 6\alpha + 42};$$

3° pour $n = 7$. $K_0 = \frac{32}{49}$, $K_1 = 0.62589$; et l'on retrouve $\frac{7}{11}$ pour intercalaire admissible. Il en résulte approximativement

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{11\sin 7\alpha}{49 + 28\cos 7\alpha};$$

4° Pour n infini, $K_0 = \frac{2}{3}$, $K_1 = \frac{2}{\pi} = 0{,}63662$.

Pour trouver une fraction intercalaire entre ces deux limites, on n'a qu'à attribuer à π la valeur $\frac{22}{7}$ d'Archimède, ce qui donne $\frac{2}{\pi} = \frac{7}{11}$: puis on cherchera la plus simple fraction comprise entre les nombres

$$\frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{7}{11},$$

et, comme le déterminant des quatre termes de ces fractions est égal à l'unité, la fraction cherchée peut s'obtenir en ajoutant les deux fractions terme à terme : ce qui donne

$$\frac{9}{14}.$$

Mais cette fraction est, comme $\frac{5}{8}$ pour $n = 6$, trop voisine de la limite inférieure $\frac{7}{11}$; et on obtiendra des résultats préférables en prenant une moyenne entre les deux limites, par exemple, la moyenne arithmétique $\frac{43}{66}$, ou la moyenne $\frac{2K_0 + K_1}{3} = \frac{65}{99}$.

Ce cas extrême de n infini n'a pas d'application pratique, puisque les parties égales devraient être infiniment petites; mais il conduit à une formule approximative qui donne la valeur du rapport d'un arc à son sinus.

En effet, si dans la formule (3), on suppose $n\alpha = \beta$, et qu'on fasse grandir n indéfiniment, la tangente de l'angle infiniment petit α peut-être confondue avec l'arc lui-même et il vient

$$\alpha = \frac{\sin\beta}{n(\cos\beta + K(1\cos\beta))}.$$

ou bien

$$\frac{\sin\beta}{\beta} = \cos\beta + K(1 - \cos\beta).$$

Le nombre K qui figure dans cette formule est variable avec l'arc β, mais il varie entre $\frac{2}{3}$ pour $\beta = 0$, et $\frac{2}{\pi}$, soit $\frac{7}{11}$, pour $\beta = \frac{\pi}{2}$. L'interpolation parabolique entre ces deux limites donne les valeurs de K intermédiaires,

$$K = \frac{2}{3} - \frac{1}{33}\left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^2,$$

en fonction du rapport $\frac{\beta}{\left(\frac{\pi}{2}\right)}$.

Veut-on, par exemple, le rapport $\frac{\sin\beta}{\beta}$ pour $\beta = \frac{\pi}{4}$, c'est-à-dire pour l'angle de 45°, on observera que $\frac{2\beta}{\pi}$ est égal à $\frac{1}{2}$, ce qui donne $K = \frac{29}{44}$.

On a d'ailleurs $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}70711$, et la formule donne

$$\frac{\sin\beta}{\beta} = \frac{15\cos\beta + 29}{44} = 0{,}90015.$$

Le calcul direct donne 0,90032.

La fonction $\frac{\sin\beta}{\beta}$ est dans le cercle de rayon 1, la distance au centre du cercle, du centre de gravité de l'arc qui a 2β pour angle au centre. Elle est égale à $\cos\beta + K(1 - \cos\beta)$; et le produit $K(1 - \cos\beta)$ exprime la distance du centre de gravité de l'arc à la corde, rapportée à la flèche. On voit que cette distance est comprise entre $\frac{2}{3}$ et $\frac{2}{\pi}$ pour un angle 2β compris entre 0 et π.

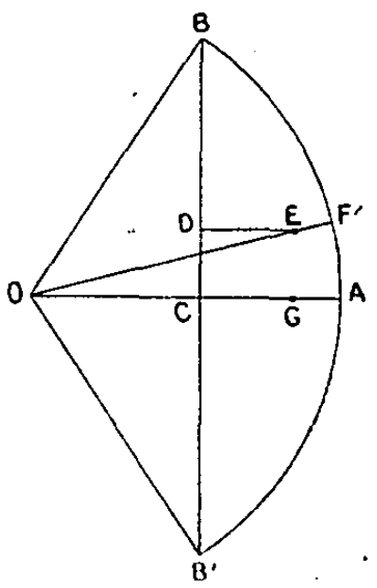


Fig. 7.

On obtient en même temps ce théorème : étant donné un angle aigu BOA, si l'on mène le rayon OF qui forme avec le rayon OA

la $n^{\text{ième}}$ partie de cet angle, si l'on divise en n parties égales la perpendiculaire BC, et qu'on mène par le premier point de division la droite DE parallèle à OA, *la limite des positions du point* E, *intersection des deux droites* OF, DE, *quand n augmente indéfiniment, est le point* G, *centre de gravité de l'arc homogène* BAB' *qui correspond à un angle double.*

§ 3.

Résumons dans un tableau les résultats usuels obtenus.

VALEURS de n.	VALEURS CORRESPONDANTES DE K. — LIMITE SUPÉRIEURE	VALEURS CORRESPONDANTES DE K. — LIMITE INFÉRIEURE	INTERCALAIRE SIMPLE.
2	$\frac{1}{2} = 0{,}5000$	$\frac{1}{2} = 0{,}5000$	$\frac{1}{2} = 0{,}5000$
3	$\frac{16}{27} = 0{,}5925$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}5773$	$\frac{7}{12} = 0{,}5833$
4	$\frac{5}{8} = 0{,}6250$	$\frac{1+\sqrt{2}}{4} = 0{,}6035$	$\frac{8}{31} = 0{,}6154$
5	$\frac{16}{25} = 0{,}6400$	0,6155	$\frac{5}{8} = 0{,}6250$
6	$\frac{35}{54} = 0{,}6481$	0,6220	$\frac{7}{11} = 0{,}6364$
7	$\frac{32}{49} = 0{,}6531$	0,6259	$\frac{7}{11} = 0{,}6364$
.....	.....	.....	$\frac{9}{14} = 0{,}6428$
∞	$\frac{2}{3} = 0{,}6667$	$\frac{2}{\pi} = 0{,}6366$	ou $\frac{65}{99} = 0{,}6565$

A mesure que n augmente, l'écart entre les valeurs extrêmes de K grandit, et l'erreur commise par l'adoption d'une valeur moyenne constante, au lieu de la véritable valeur qui varie d'un angle à l'autre, est d'autant plus grande que n est plus grand. L'erreur absolue qui en résulte sur l'angle α n'augmente pas en proportion, parce qu'elle contient en facteur $\sin\alpha$, et que l'angle α devient de plus en plus petit. L'erreur relative sur l'angle croît à peu près proportionnellement à ∂K, pour un angle $n\alpha$ donné, quel que soit le nombre n des parties dans lesquelles on le partage.

On reconnaît aussi que, si l'on passe de $n = 7$ à n infini, la fraction simple intercalaire entre les valeurs extrêmes de K varie seulement de $\frac{7}{11}$ à $\frac{9}{14}$, ce qui représente un écart de $\frac{1}{154}$. Si l'on ne

cherche dans la méthode qu'une première approximation grossière, dont les résultats seront soumis ensuite aux corrections nécessaires, on peut sans inconvénient substituer à ces fractions une fraction moyenne, et la plus simple qu'on puisse adopter, est la fraction qu'on obtient en les ajoutant terme à terme, ce qui donne

$$\frac{7+9}{11+14}=\frac{16}{25};$$

cette valeur de K est applicable indistinctement à tout angle aigu, que l'on se propose de diviser en un nombre quelconque de parties égales, pourvu que ce nombre soit supérieur à 7. La formule (3), qui donne la tangente de α en fonction des lignes trigonométriques de l'angle $n\alpha$, sera alors

$$\operatorname{tang} x=\frac{25\sin n\alpha}{n(16+9\cos n\alpha)}.$$

Les coefficients numériques de cette formule sont aisés à retenir; car ce sont les carrés des côtés du triangle rectangle construit avec des côtés égaux à 3, 4 et 5.

Appliquons cette règle approximative aux nombres $n=17$ puis $n=25$, et proposons-nous d'opérer sur l'angle droit, ce qui augmente, comme on sait, l'erreur commise sur l'angle. Il vient en faisant $n\alpha=\frac{\pi}{2}$,

$$\operatorname{tang}\frac{\pi}{34}=\frac{25}{17\times 16}=0.09191,$$

$$\operatorname{tang}\frac{\pi}{50}=\frac{25}{25\times 16}=\frac{1}{16}=0.06250.$$

La première tangente correspond à l'angle . . . 5° 15′ 3″.
au lieu de . . . . . 5° 17′ 39″,
ce qui constitue une erreur en moins de . . . . 2′ 36″,
soit une erreur relative de $\left(\frac{1}{122}\right)^{\text{me}}$;

La seconde correspond à un angle de . . . . . 3° 24′ 34″,
au lieu de . . . . . 3° 36′ 0″.
L'erreur est en moins, et de . . . . . 1′ 26″,
soit une erreur relative de $\left(\frac{1}{151}\right)^{\text{me}}$.

Ces erreurs sont, comme on le voit, assez faibles, bien que nous ayons opéré sur l'angle droit, celui de tous qui se prête le moins au partage par cette méthode.

Nous pouvons, en définitive, formuler comme il suit une règle pratique qu'on peut suivre pour partager un angle en n parties égales; ce sera l'extension à une valeur quelconque de n de la règle pratique proposée par M. Fortin pour la trisection :

Pour trouver approximativement la $n^{\text{ième}}$ *partie d'un angle* AOB, *moindre que l'angle droit, ou au plus égal à cet angle, on décrira du point* O *comme centre un arc de cercle* AB, *on abaissera la perpendiculaire* BC *sur le rayon* OA, *et on en prendra la* $n^{\text{ième}}$ *partie* CD *à partir de son pied; on élèvera sur* BC *au point* D *une perpendiculaire* DE, *et l'on prendra sur cette droite une longueur* $\mathrm{DE} = \mathrm{CA} \times \mathrm{K}$, *le nombre* K *ayant la valeur moyenne indiquée ci-dessous; enfin on joindra* OE. *L'angle* EOA *sera approximativement l'angle cherché. Le rapport* K *aura les valeurs suivantes, en écartant les valeurs paires du nombre* n, *qu'il est inutile de considérer :*

$$\mathrm{K} = \frac{7}{12} \quad \text{pour} \quad n = 3,$$

$$\mathrm{K} = \frac{5}{8} \quad \text{pour} \quad n = 5,$$

$$\mathrm{K} = \frac{7}{11} \quad \text{pour} \quad n = 7,$$

$$\mathrm{K} = \frac{16}{25} \quad \text{pour} \quad n > 7.$$

M. SYLVESTER,

Professeur à l'Université d'Oxford

SUR LES NOMBRES DITS DE HAMILTON.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Considérons ce tableau formé en bas par un procédé qui à peu près s'explique de soi-même :

1	0	0	0	0	0	0	....
	1	1	1	1	1	1	....
		2	3	4	5	6	....
		1	5	9	14	20	....
			6	15	29	49	...
			5	21	50	89	...
			4	26	76	175	...
			3	30	106	234	...
			2	33	139	420	...
			1	35	174	594	...
				36	210	804	...
				.	.	.	...
				.	.	.	...

Ce tableau peut être étendu indéfiniment.

On voit qu'il se divise en étages et que les nombres initiaux des premières lignes de ces étages sont :

1, 1, 2, 6, 36.

En les additionnant et en ajoutant l'unité aux sommes, on obtient les nombres 2, 3, 5, 11, 47....

Ces nombres sont ce que j'appelle les nombres de Hamilton qui a trouvé les nombres 11, 47, et encore le nombre qui vient après 47, c'est-à-dire 923, dans un rapport qu'il a publié dans les *Reports of the British Association 1836*, sur la méthode de Jerrard pour réduire les équations du cinquième degré, méthode qui remonte, en effet, à Bring, professeur à Lund, qui l'a publié dans un opuscule en 1786 qui restait inconnu ou oublié. De même qu'on peut ôter 3 termes d'une équation dont le degré est au moins 5 sans résoudre aucune équation d'un degré supérieur à 3, de même aussi on peut ôter 4 termes d'une équation dont le degré est au moins 11 sans résoudre des équations d'un degré supérieur à 4; 5 termes d'une équation dont le degré est au moins 47 sans résoudre des équations d'un degré supérieur à 5 et ainsi de suite.

Mais il est nécessaire d'avertir ici que la même chose aura lieu pour des équations de degrés moindres, en général, que ceux fournis par les nombres de Hamilton. En effet, au lieu de 11, 47, 923, ... on peut substituer 10, 44, 905 ... : mais le système d'équations résolvantes deviendra plus compliqué quand on fait cette diminution du degré minimum. Ainsi, par exemple, il est bien vrai que pour ôter 4 termes à une équation du degré 10, le système d'équations à résoudre ne contiendra nulle équation d'un degré supérieur à 4 : mais il y aura 3 équations de ce degré à résoudre tandis que quand l'équation donnée est du degré 11 ou plus haut que 11, on n'aura à résoudre (en

combinaison bien entendu avec des équations cubiques quadratiques et linéaires) qu'une seule équation biquadratique au lieu de trois : et ainsi en général.

Pour trouver les nombres de Hamilton, mon coadjuteur, M. Hammant a trouvé une échelle de relation d'une simplicité merveilleuse.

On peut former avec les lignes successives du tableau les fonctions

$$\begin{aligned}
&1+0x+0x^2+\ 0x^3+\ 0x^4\ \ldots && \text{disons } F_0 \text{ (qui en effet est l'unité).}\\
&x\quad +x^2+\ \ x^3+\ \ x^4\ \ldots && \ldots\ldots F_1\\
&\quad 2x^2+3\ x^3+4\ \ x_4\ \ldots && \ldots\ldots F_2\\
&\quad\ x^2+5\ x^3+9\ \ x^4\ \ldots && \ldots\ldots {}^1F_2\\
&\quad\ \ 6\ x^3+15\,x^4\ \ldots && \ldots\ldots {}^2F_2 = F_3\\
&\quad\ \ 5\ x^3+21\,x^4\ \ldots && \ldots\ldots {}^1F_3\\
&\quad\ \ 4\ x^3+26\,x^4\ \ldots && \ldots\ldots {}^2F_3\\
&\quad\ \ 3\ x^3+30\,x^4\ \ldots && \ldots\ldots {}^3F_3\\
&\quad\ \ 2\ x^3+35\,x^4\ \ldots && \ldots\ldots {}^4F_3\\
&\quad\ \ x^3+35\,x^5\ \ldots && \ldots\ldots {}^5F_3\\
&\quad\ \ 36\,x^5\ \ldots && \ldots\ldots {}^6F_3 = F_4
\end{aligned}$$

et ainsi de suite.

Donnons à 1, 1, 2, 6, 36 ... les noms a_0, a_1, a_2. a_3, a_4 ... alors il est facile à voir qu'en général ${}^nF_n = F_{n+1}$; mais aussi on voit que

$${}^{i+1}F_n = (1-x)^{-1}\,{}^iF_n - x^n\,.$$

Donc

$$\begin{aligned}
&F_{n+1} - (1-x)^{-a_n}\,.\,F_n\\
&= -x^n(1+(1-x)^{-1}+(1-x)^{-2}+\ldots+v-x)^{-a_n+1}\\
&= x^n(1-x)-\left(1-x\right)^{-a_n+1}.
\end{aligned}$$

Faisons $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n = S_{n+1}$ alors en multipliant l'équation par $(1-x)^{S_n+1}$, on obtient :

$$(1-x)^{S_n+1}\,.\,F_{n+1} - (1-x)^{S_n}\,.\,F_n = x^n(1-x)^{S_{n+1}+1} - x^n(1-x)^{S_n+1}$$

Cette équation qui existe pour toutes les valeurs S_n jusqu'à S_1 exclusif reste vraie comme identité même pour S_0 si on met $S_0 = 0$. Alors en donnant à n toutes les valeurs depuis $n-1$ jusqu'à 0 inclusivement et en faisant la sommation des équations ainsi formées, on obtient facilement :

$$\begin{aligned}
&(1-x)^{S_n}F_n - 1 + x^{-1}(1-x) - x^{n-1}(1-x)^{S_n+1}\\
&= x^{n-2}(1-x)^{S_n+2} + x^{n-3}(1-x)^{S_{n-1}+3} + x^{n-n}(1-x)^{S_{n-n}+2} + \ldots
\end{aligned}$$

Si dans cette équation on compare les coefficients de x^n en se rappelant que le coëfficient de x^n en F_n est a_n, c'est-à-dire $S_{n+1} - S_n$ et que $S_n + 1$ est le nombre n^{me} de M. Hamilton, de sorte que $S_n + 2$ que je nommerai E_n est ce nombre augmenté de l'unité, on trouve :

$$E_{n+1} = 1 + E_n \cdot \frac{E_{n-1}}{2} - \frac{E_{n-1}(E_{n-1} - 1)(E_{n-1} - 2)}{2 \cdot 3} + \ldots$$

formule de relation entre les nombres de Hamilton qu'on peut écrire sous la forme symétrique

$$1 - (E_n)_1 + (E_n - 1)_2 - (E_n - 2)_3 \ldots\ldots = 0.$$

En augmentant les nombres de Hamilton de l'unité, on obtient pour E les valeurs successives

$$3,\ 4,\ 6,\ 12,\ 48,\ 924$$

qu'on trouve très facilement par la formule de la relation donnée.

Ainsi par exemple :

$$\begin{aligned}
&\frac{3 \cdot 2}{2} && = 4 - 1 = 3\\
&\frac{4 \cdot 3}{2} - \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} && = 6 - 1 = 5\\
&\frac{6 \cdot 5}{2} - \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} && = 12 - 1 = 11\\
&\frac{12 \cdot 11}{2} - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} && = 48 - 1 = 47\\
&\frac{48 \cdot 47}{2} - \frac{12.11.10}{1.2.3} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} && = 924 - 1 = 923\\
&\frac{924 \cdot 923}{2} - \frac{48.67.44}{2.3} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5} && = 409620 - 1 = 409619
\end{aligned}$$

Les nombres de Hamilton ainsi calculés sont :

$$2,\ 3,\ 5,\ 11,\ 47,\ 923,\ 409619,\ 83763206255 \ldots\ldots$$

où comme première approximation asymptotique on peut remarquer que si u_x est le nombre de rang x, $u_{2+1} \div u_2^2$ devient de plus en plus près de δ mais toujours moindre que l'unité quand x croît indéfiniment.

Telle est la formule bien remarquable trouvée par M. Hammond, dont j'ai un peu simplifié et abrégé la démonstration.

Un travail sur les nombres de Hamilton, fait par M. Hammond et moi-même va prochainement paraître dans les *Philosophical transactions*.

M. G. TARRY,

Contrôleur des contributions diverses, à Alger.

ESSAI SUR LA GÉOMÉTRIE DES FIGURES IMAGINAIRES.

— Séance du 26 septembre 1887. —

L'essai que nous soumettons aujourd'hui au jugement des géomètres diffère, croyons-nous, de celui de nos devanciers en cette matière.

Notre représentation des figures imaginaires est nouvelle; et notre but peut être résumé ainsi : *Établir la projectivité des formes imaginaires*.

Dans ce mémoire, nous ne nous occuperons que des figures situées dans le plan réel.

I. — Rapport anharmonique du quadrangle.

Nous appellerons rapport anharmonique d'un quadrangle plan $\alpha\beta\gamma\delta$, dont les sommets sont considérés dans l'ordre α, β, γ, δ, une valeur complexe déterminée à la fois par un rapport numérique K, égal à $\frac{\alpha\gamma}{\alpha\delta} : \frac{\beta\gamma}{\beta\delta}$ et une grandeur d'angle λ, égale à $< \delta\alpha\gamma - < \delta\beta\gamma$.

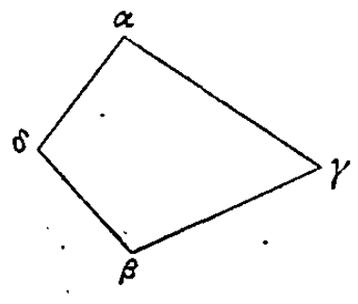


Fig. 1

Les angles $\delta\alpha\gamma$ et $\delta\beta\gamma$ sont affectés de leurs signes : ainsi, dans la figure 1, l'angle $\delta\alpha\gamma$ est positif et l'angle $\delta\beta\gamma$ est négatif.

Nous représenterons par le symbole K_λ la valeur du rapport anharmonique du quadrangle $\alpha\beta\gamma\delta$, que nous désignerons encore par $(\alpha\beta\gamma\delta)$.

Ainsi l'égalité $(\alpha\beta\gamma\delta) = K_\lambda$ exprime que le rapport anharmonique du quadrangle $\alpha\beta\gamma\delta$ a pour valeur K_λ, K étant

égal à $\frac{\alpha\gamma}{\alpha\delta} : \frac{\beta\gamma}{\beta\delta}$ et $< \lambda$ à $< \delta\alpha\gamma - < \delta\beta\gamma$. K est le module et λ l'argument du rapport anharmonique.

Il est évident que l'on peut augmenter ou diminuer l'argument d'un multiple quelconque de 2π, sans changer sa valeur.

Les valeurs de K et λ étant d'espèces différentes, deux rapports anharmoniques ne seront égaux qu'à la condition d'avoir à la fois leurs modules égaux et leurs arguments égaux (à un multiple de 2π près).

Ainsi l'égalité $K_\lambda = K'_{\lambda'}$ a pour conséquences $K = K'$ et $\lambda = \lambda'$.

Pour que cette généralisation de la définition du rapport anharmonique puisse être admise, il faut et il suffit que la fonction K_λ exprime la valeur exacte de $(\alpha\beta\gamma\delta)$ quand les points α, β, γ, δ sont en ligne droite.

Or, ce rapport est évidemment égal à $+K$ ou $-K$ suivant que l'argument λ est égal à 0 ou $\pm\pi$.

Nous admettons donc que l'on a :

$$K_0 = +K \qquad \text{et} \qquad K_{\pm\pi} = -K .$$

Remarque. — De la relation $< \delta\alpha\gamma - < \delta\beta\gamma = < \lambda$, l'on déduit : $< \beta\gamma\alpha - < \beta\delta\alpha = < \lambda$. En effet, la somme des angles d'un triangle, comptés dans le même sens de rotation, étant égale à $\pm\pi$, nous avons :

$$< \delta\alpha\gamma + < \alpha\gamma\delta + < \gamma\delta\alpha = \pm\pi$$
$$< \delta\gamma\beta + < \gamma\beta\delta + < \beta\delta\gamma = \pm\pi$$

et en additionnant :

$$< \delta\alpha\gamma + < \alpha\gamma\delta + < \delta\gamma\beta + < \gamma\beta\delta + < \beta\delta\gamma + < \gamma\delta\alpha = 0 \text{ ou } \pm 2\pi$$

et simplifiant :

$$< \delta\alpha\gamma + < \alpha\gamma\beta + < \gamma\beta\delta + \beta\delta\alpha = 0$$

à 2π près, par conséquent :

$$< \delta\alpha\gamma - < \delta\beta\gamma = < \beta\gamma\alpha - < \beta\delta\alpha .$$

Théorème. — *La valeur du rapport anharmonique d'un quadrangle ne change pas quand on permute les positions de deux de ses sommets, pourvu que les deux autres sommets permutent aussi entre eux.*

Ainsi $$(\alpha\beta\gamma\delta) = (\beta\alpha\delta\gamma) = (\gamma\delta\alpha\beta) = (\delta\gamma\beta\alpha)$$

Le théorème revient donc à démontrer que l'on a :

$$\frac{\alpha\gamma}{\alpha\delta} : \frac{\beta\gamma}{\beta\delta} = \frac{\beta\delta}{\beta\gamma} : \frac{\alpha\delta}{\alpha\gamma} = \frac{\gamma\alpha}{\gamma\beta} : \frac{\delta\alpha}{\delta\beta} = \frac{\delta\beta}{\delta\alpha} : \frac{\gamma\beta}{\gamma\alpha}$$

$$< \delta\alpha\gamma - < \delta\beta\gamma = < \gamma\beta\delta - < \gamma\alpha\delta = < \beta\gamma\alpha - < \beta\delta\alpha = < \alpha\delta\beta - < \alpha\gamma\beta$$

égalités faciles à vérifier.

II. — Représentation géométrique du point imaginaire.

Tout point géométrique (*fig.* 2) sera considéré comme déterminé par deux points, un point origine A et un point terme A′, jouant un rôle différent, que nous distinguerons du point origine en traçant un trait au-dessous de sa lettre indicatrice.

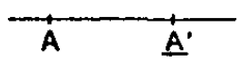


Fig. 2.

Nous représenterons par le symbole $A\underline{A'}$, dans l'écriture, le point géométrique déterminé par les positions des deux points A, A′ qui le définissent.

La droite réelle AA′ est la droite support du point $A\underline{A'}$; nous dirons que le point $A\underline{A'}$ est situé sur la droite AA′.

Les points géométriques présentent deux états distincts, suivant que les positions de leurs couples de points sont séparées ou superposées.

Dans le premier cas, le point géométrique est dit imaginaire : dans le second, il devient réel.

Ainsi le point $A\underline{A}$ représente le point réel A et, réciproquement, le point réel A peut être représenté par $A\underline{A}$. Le support devient indéterminé ; c'est une droite réelle quelconque menée par A.

Le point réel est évidemment un cas particulier du point imaginaire.

Observation. — Il nous semble évident que, sans l'algèbre, on n'aurait jamais songé à inventer les points imaginaires, et que tout mode de représentation géométrique du point imaginaire ne peut être que la traduction d'un résultat fourni par l'analyse.

Nous ne chercherons donc pas à justifier par des raisons synthétiques notre définition du point imaginaire.

III. — Position extérieure du point imaginaire.

Considérons dans un plan un point imaginaire $A\underline{A'}$ et faisons tourner, dans ce plan, le segment AA′, autour du point A d'un angle égal à $+\frac{\pi}{2}$, dans le sens adopté pour la génération des angles positifs; le point A′ viendra occuper la position α, que nous appellerons position extérieure du point $A\underline{A'}$ par rapport à la droite support AA′.

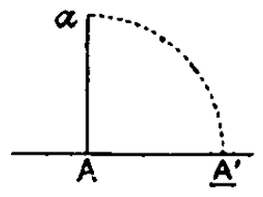


Fig. 3.

Cette dénomination rappelle que la position figurée du point imaginaire est en dehors de la droite réelle qui le renferme.

Les points réels se confondent évidemment avec leurs positions extérieures.

Dans le plan réel, un point imaginaire peut encore être représenté par sa position extérieure α et sa droite support a.

En effet, du point α abaissons une perpendiculaire αA sur la droite a et faisons tourner le segment Aα, autour du pied A de la perpendiculaire, d'un angle égal à $-\frac{\pi}{2}$, le point α vient se placer en A′ sur la droite a, et $A\underline{A'}$ représente le point imaginaire qui a pour support a et pour position extérieure α.

IV. — Définition des quaternes.

Pour abréger le langage, nous appellerons quaterne de points un groupe de quatre points considérés dans un ordre déterminé, et situés sur une même ligne droite, base du quaterne.

Un quaterne de droites sera un groupe de quatre droites, considérées dans un ordre déterminé et passant par un même point, centre du quaterne.

Avec un groupe de quatre points en ligne droite ou de quatre droites passant par un même point, on peut former vingt-quatre quaternes de points ou de droites.

Le mot quaterne répond au terme de « *Wurf* », dont se sert Von Staudt.

V. — Rapport anharmonique d'un quaterne de points a base réelle.

Nous appellerons rapport anharmonique d'un quaterne de points $A\underline{A'}$, $B\underline{B'}$, $C\underline{C'}$, $D\underline{D'}$, à base réelle, la valeur du rapport anharmonique du quadrangle qui a pour sommets les positions extérieures α, β, γ, δ de ces points, par rapport à la droite réelle qui leur sert de support commun.

Ainsi : $$(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'}) = (\alpha\beta\gamma\delta) = K_\lambda .$$

K est le module et λ l'argument du rapport anharmonique ($A\underline{A'}$ $B\underline{B'}$ $C\underline{C'}$ $D\underline{D'}$).

Théorème. — *La connaissance de la valeur du rapport anharmonique* K_λ *d'un quaterne de points à base réelle* ($A\underline{A'}$ $B\underline{B'}$ $C\underline{C'}$ $D\underline{D'}$) *et des positions de trois de ses points, détermine complétement, sans ambiguité, le quatrième point.*

Soient α, β, γ, δ les positions extérieures des points $A\underline{A'}$, $B\underline{B'}$, $C\underline{C'}$, $D\underline{D'}$.

Le théorème revient à démontrer que le quadrangle $\alpha\beta\gamma\delta$ est déterminé lorsqu'on connaît trois de ses sommets et la valeur de son rapport anharmonique, $(\alpha\beta\gamma\delta) = K_\lambda$.

Nous pouvons toujours supposer que le sommet à déterminer est le premier α, puisque l'on peut permuter les positions de deux sommets du quadrangle, sans changer la valeur du rapport anharmonique, pourvu que l'on permute aussi les deux autres.

Or, les relations $\frac{\overline{\alpha\gamma}}{\alpha\delta} = K \cdot \frac{\beta\gamma}{\beta\delta}$ et $\angle\delta\alpha\gamma = \angle\lambda + \angle\delta\beta\gamma$ font connaître le rapport des distances du point α aux points γ, δ et la valeur de l'angle $\delta\alpha\gamma$, en grandeur absolue et en signe.

Nous savons donc construire, par la géométrie élémentaire, la position du point α, déterminée sans ambiguité, et, par suite, les composantes A, A' du point cherché $A\underline{A'}$. (C. q. f. d.)

VI. — Lemme fondamental.

Étant donnés sur deux supports réels a, a_1 (*distincts ou confondus*) *deux termes de points* $A\underline{A'}$, $B\underline{B'}$, $C\underline{C'}$ *et* $A_1\underline{A'_1}$, $B_1\underline{B'_1}$, $C_1C'_1$, *si l'on fait correspondre à tout point* $X\underline{X'}$ *de* a *un point* $X_1X'_1$ *de* a_1 *par l'égalité :*

$$(X\underline{X'}\ A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}) = (X_1\underline{X'_1}\ A_1\underline{A'_1}\ B_1\underline{B'_1}\ C_1\underline{C'_1})$$

de manière que les quaternes formés par les points variables XX', X_1X_1', *respectivement avec les termes donnés, aient le même rapport anharmonique, quatre points quelconques de a ont le même rapport anharmonique que leurs correspondants de* a_1.

Le théorème revient évidemment à démontrer que les quadrangles formés par les positions extérieures des quaternes correspondants ont le même rapport anharmonique*.

Corollaire. — *Quand deux quaternes de points, à bases réelles, ont le même rapport anharmonique, si l'on change l'ordre de détermination des points de l'un des quaternes, on obtient un autre quaterne dont le rapport anharmonique est égal à celui du nouveau quaterne formé par les points correspondants.*

C'est une conséquence immédiate du lemme fondamental.

VII. — Définition de la ligne droite imaginaire.

Soient a, b, c, trois droites réelles fixes passant par un même point réel O.

Traçons une transversale réelle quelconque coupant ces trois droites aux trois points A, B, C et construisons sur cette transversale un point $\underline{PP'}$, déterminé par la relation $(\underline{PP'}ABC) = K_\lambda$. Cherchons le lieu géométrique des points $\underline{PP'}$ correspondant à toutes les transversales réelles du plan.

Dans le cas particulier où l'argument λ est égal à 0 ou $\pm\pi$, le rapport anharmonique constant K_λ est réel, le point $\underline{PP'}$ est toujours réel, et l'on sait que le lieu géométrique de ce point est une ligne droite réelle passant par le point O.

Dans le cas général, le rapport K_λ est imaginaire et à toute transversale réelle, ne passant pas par le point O, correspond toujours un point imaginaire que nous savons construire ; quand la transversale passe par le point O, les quatre points $\underline{PP'}$, A, B, C se confondent en un seul.

Donc le lieu géométrique du point $\underline{PP'}$ se compose d'un point réel O et d'une infinité de points imaginaires.

Ce lieu géométrique jouit de la propriété d'être rencontré par une droite réelle quelconque du plan en un seul point, et, en raison de cette propriété, nous donnerons à ce lieu le nom de ligne droite imaginaire.

* Pour la démonstration, voir, par exemple, Laisant, *Théorie et application des équipollences*, § 144.

Le point réel d'une droite imaginaire est son point support.

La droite réelle est évidemment un cas particulier de la droite imaginaire.

THÉORÈME. — *Si par le point support* O *d'une droite imaginaire on mène trois droites réelles quelconques* p, q, r, *toute transversale réelle coupe ces trois droites réelles et la droite imaginaire en un quaterne de points dont le rapport anharmonique est constant.*

D'après notre définition, la droite imaginaire est déterminée par les positions de trois droites réelles a, b, c, passant par son point support O, et la valeur d'un rapport anharmonique constant K_λ.

Traçons deux transversales réelles quelconques et soient DD′, A, B, C, P, Q, R et $D_1\underline{D'_1}$, A_1, B_1, C_1, P_1, Q_1, R_1 les points d'intersection de chacune de ces transversales avec la droite imaginaire et les droites réelles a, b, c, p, q, r.

On a : $(D_1\underline{D'_1}A_1B_1C_1) = (\underline{DD'}ABC)$, puisque chacun de ces rapports anharmoniques est égal à K_λ.

On sait que :

$$(P_1A_1B_1C_1)=(PABC),\ (Q_1A_1B_1C_1)=(QABC),\ (R_1A_1B_1C_1=(RABC).$$

Par conséquent, en vertu du lemme fondamental :

$$(D_1\underline{D'_1}P_1Q_1R_1) = (\underline{DD'}PQR). \qquad \text{(C. q. f. d.)}$$

COROLLAIRE. — *Par un point réel* O *et un point imaginaire* $\underline{DD'}$ *passe une ligne droite et une seule.*

Si le point réel O est sur la droite support DD′ du point $\underline{DD'}$, la droite réelle DD′ passe évidemment par les deux points donnés, et il n'existe pas d'autre droite passant par ces deux points, car une droite quelconque, réelle ou imaginaire, ne peut être rencontrée qu'en un seul point par une droite réelle.

Si le point réel O est en dehors du support DD′, menons par ce point trois droites réelles fixes a, b, c, et soient A, B, C les points d'intersection de ces droites avec la transversale DD′.

Toute autre transversale réelle, ne passant pas par O, coupe les droites a, b, c en A_1, B_1, C_1, et si l'on construit sur cette transversale le point $D_1\underline{D'_1}$, déterminé par la relation :

$$(D_1\underline{D'_1}A_1B_1C_1) = (\underline{DD'}ABC).$$

le lieu géométrique du point $D_1\underline{D'_1}$ est une droite imaginaire passant évidemment par les point donnés O et $\underline{DD'}$.

Et il n'existe pas d'autre droite passant par les points O et $D\underline{D}'$: en effet, d'après le théorème précédent, toute transversale réelle $A_1B_1C_1$ rencontre nécessairement une droite imaginaire, passant par les deux points donnés, en un point $D_1\underline{D}_1'$ tel que le rapport anharmonique $(D_1\underline{D}'_1A_1B_1C_1)$ soit égal à $(D\underline{D}'ABC)$, et tout point imaginaire est nécessairement situé sur une droite réelle, son support.

Donc, deux droites imaginaires qui ont le même point support et passent par un même point imaginaire ont tous leurs points communs et se confondent, ce qui démontre le corollaire.

VIII. — Rapport anharmonique d'un quaterne de droites, a centre réel.

Théorème. — *Un quaterne de droites imaginaires, à centre réel, est coupé par une transversale réelle en un quaterne de points dont le rapport anharmonique est constant.*

Par le centre du quaterne de droites menons trois droites réelles p, q, r.

Les quatre droites imaginaires et les trois droites réelles sont coupées respectivement par deux transversales réelles quelconques aux points

$$A\underline{A}', B\underline{B}', C\underline{C}', D\underline{D}', P, Q, R \text{ et } A_1\underline{A}'_1, B_1\underline{B}'_1, C_1\underline{C}'_1, D_1\underline{D}'_1, P_1, Q_1, R_1.$$

Nous avons démontré plus haut que :

$$(A\underline{A}'PQR) = (A_1\underline{A}'_1P_1Q_1R_1), \quad (B\underline{B}'PQR) = (B_1\underline{B}'_1P_1Q_1R_1),$$
$$(C\underline{C}'PQR) = (C_1\underline{C}'_1P_1Q_1R_1), \quad (D\underline{D}'PQR) = (D_1\underline{D}'_1P_1Q_1R_1).$$

Donc, en vertu du lemme fondamental :

$$(A\underline{A}'B\underline{B}'C\underline{C}'D\underline{D}') = (A_1\underline{A}'_1B_1\underline{B}'_1C_1\underline{C}'_1D_1\underline{D}'_1),$$

ce qui démontre le théorème.

Par définition, nous dirons que le quaterne de droites détermine un rapport anharmonique dont la valeur est égale à celle du rapport anharmonique constant du quaterne des points d'intersection de ces droites avec une transversale réelle quelconque.

Et le théorème pourra être énoncé ainsi :

Tout quaterne de droites, réelles ou imaginaires, à centre réel, est coupé par une transversale réelle quelconque en un quaterne de points dont le rapport anharmonique est égal à celui du quaterne de droites.

IX. — Propriété des positions extérieures des points d'une ligne droite imaginaire.

Le théorème précédent a pour conséquence évidente le suivant :

Tout quaterne de droites, à centre réel, est coupé par une transversale réelle quelconque en un quaterne de points dont les positions extérieures $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ *sont les sommets d'un quadrangle de rapport anharmonique constant.* Ainsi :

$$(\alpha\beta\gamma\delta) = K_\lambda = \text{const.}$$

Supposons la droite correspondant à α imaginaire et les trois autres réelles ; les trois points β, γ, δ sont toujours en ligne droite et par conséquent l'angle $\delta\beta\gamma$ est nécessairement égal à 0 ou $\pm\pi$.

Or, $$< \delta\alpha\gamma = < \lambda + < \delta\beta\gamma$$

Donc, deux angles quelconques de la suite $\delta\alpha\gamma$ sont égaux ou diffèrent de $\pm\pi$, d'où :

Théorème. — *Des positions extérieures* α *des points d'une droite imaginaire, on voit sous des angles* $\delta\alpha\gamma$, *égaux ou différant de* $\pm\pi$, *les segments* $\delta\gamma$, *de leurs droites supports, inscrits dans un angle fixe dont le sommet est le point support de la droite imaginaire.*

Problème. — *Construire le point support* S *d'une droite passant par deux points imaginaires donnés* $\underline{AA'}$, $\underline{BB'}$, *situés sur des droites réelles différentes.*

Supposons qu'il existe une droite imaginaire passant par ces deux points.

Soit O le point d'intersection des droites AA′, BB′ (*fig.* 4.)

Construisons les positions extérieures α, β des points $\underline{AA'}$, $\underline{BB'}$.

Considérons sur la droite AA′ un point réel quelconque P. et désignons par P′ le point d'intersection de la droite BB′ avec la droite qui passe par le point P et le point support à construire.

En vertu du dernier théorème, les angles $O\alpha P$ et $O\beta P'$ sont égaux ou différent de $\pm\pi$.

Par conséquent, si nous menons par le point β la droite qui fait avec la direction βO un angle égal à l'angle $O\alpha P$, cette droite coupe le support BB′, correspondant à β, en un point P′ tel que l'angle $O\beta P'$ est égal à l'angle $O\alpha P$ ou en diffère de $\pm\pi$.

Si la direction $\beta P'$ fait avec la direction βO un angle égal à

$< O\alpha P$ (ou $< O\alpha P \pm \pi$), la direction opposée à $\beta P'$ fait avec la direction βO un angle égal à $< O\alpha P \pm \pi$ (ou $< O\alpha P$).

Il résulte de ce qui précède que le point P' est déterminé sans ambiguité.

Donc, s'il existe une droite imaginaire passant par les deux points donnés, le point support de cette droite est situé nécessairement sur la droite PP'.

Considérons un second point Q sur AA' et construisons le point Q' de BB' qui lui correspond de la manière indiquée. *

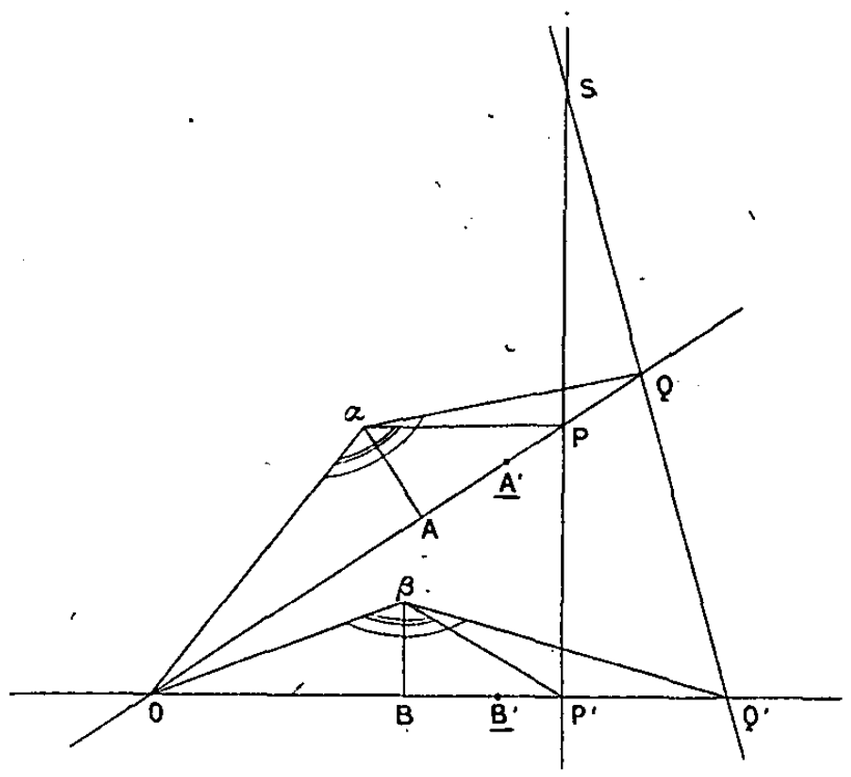


Fig. 4.

S'il existe une droite imaginaire passant par les points donnés, le point support de cette droite ne peut être que le point d'intersection S des droites PP', QQ', ce qui démontre qu'il ne peut exister qu'une seule droite passant par ces points.

Je dis que la droite $SA\underline{A}'$, qui passe par le point réel S et l'un des points imaginaires donnés $A\underline{A}'$, passe aussi par l'autre $B\underline{B}'$.

Les droites SO, SP, SR, $SA\underline{A}'$ coupant la sécante BB' aux points réels O, P', R' et en un point imaginaire dont la position extérieure est β'.

Nous avons démontré, dans le dernier théorème, que l'angle $O\beta'P'$ est égal à l'angle $O\alpha P$ ou en diffère de $\pm\pi$. Or, par construction, l'angle $O\beta P'$ est aussi égal à l'angle $O\alpha P$ on en diffère de $\pm\pi$. Par conséquent, les angles $O\beta'P'$ et $O\beta P$ sont égaux ou différent de $\pm\pi$.

Il résulte de là que le point β' est situé sur la circonférence $O\beta P'$. On démontrerait de même que le point β' est situé sur la circonférence $O\beta Q'$.

Donc, le point β' se confond avec le point β et la droite $SA\underline{A}'$ passe par le point $B\underline{B}'$.

Le problème est donc résolu, et nous avons démontré, en outre.

* Une troisième point R de OA donnerait une droite $R\underline{R}'$ passant par le même point S.

que par deux points imaginaires, situés sur des supports différents, passe toujours une ligne droite imaginaire et une seule. Plus généralement :

THÉORÈME. — *Par deux points quelconques, réels ou imaginaires, situés dans un même plan réel, passe toujours une ligne droite, réelle ou imaginaire, et une seule.*

Dans le problème précédent, nous avons supposé que les positions α et β étaient séparées.

Examinons le cas particulier où ces deux points sont superposés.

On voit très aisément que le point support se confond alors avec les points α et β. Donc :

THÉORÈME. — *Si les positions extérieures de deux points d'une droite imaginaire sont superposées, les positions extérieures de tous les points de la droite se confondent avec le point support.*

Cette droite imaginaire remarquable est l'une des deux droites isotropes qui passent par le point support. Nous l'appellerons *droite isotrope positive*.

Remarque. — On démontre facilement que les positions extérieures de tous les points d'une droite imaginaire sont toujours situées, par rapport à leurs droites supports, du même côté que le point support de la droite imaginaire, ou toujours du côté opposé.

La droite imaginaire est dite positive dans le premier cas et négative dans le second.

THÉORÈME. — *Trois droites fixes, passant par un même point réel* O, *sont coupées par une transversale réelle quelconque en trois points dont les positions extérieures* α, β, γ *forment avec le point* O *un quadrangle* $\alpha\beta\gamma$O *de rapport anharmonique constant.*

En effet, le point O est la position extérieure du point d'intersection de la transversale avec une quatrième droite fixe passant par le point O, la droite isotrope positive correspondant à ce point.

Remarque. — Supposons les trois droites fixes réelles, et soit O′ le point symétrique de O par rapport à la transversale.

Il est évident que si $(O\alpha\beta\gamma) = K_\lambda$, le rapport anharmonique de $(O'\alpha\beta\gamma)$ est égal à $K_{-\lambda}$ et par conséquent constant.

Donc, les points O′ sont, par rapport aux transversales correspondantes, les représentations extérieures des points d'une même droite imaginaire.

Cette droite est la *droite isotrope négative*.

PROBLÈME. — *Étant données une droite imaginaire et la position*

extérieure α d'un point imaginaire de cette droite, construire la droite support AA′ *correspondant à ce point* (*fig.* 5).

Appelons S le point réel de la droite imaginaire donnée et P, Q les points d'intersection de la droite support cherchée AA′ avec la droite Sα et une autre droite réelle fixe passant par le point S.

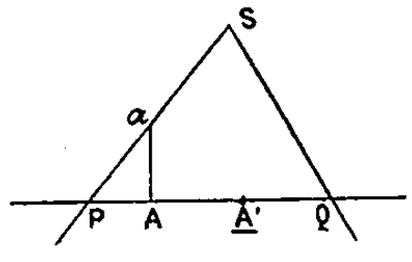


Fig. 5.

Le théorème précédent permet de déterminer la valeur K_λ du rapport anharmonique (QαPS).

L'angle SQP étant égal à $< \lambda + < S\alpha P$, par conséquent à λ ou $\lambda \pm \pi$, on connaît la direction de la droite QP qui fait avec la droite fixe QS des angles égaux à λ et $\lambda \pm \pi$, et par suite la grandeur exacte de l'angle SQP, toujours égale à l'un des deux angles λ ou $\lambda \pm \pi$ et au même, et la valeur C du rapport $\frac{QP}{QS}$.

On déduit de là la grandeur exacte de l'angle SαP, nulle ou égale à $\pm\pi$, et la valeur $\frac{C}{K}$ du rapport $\frac{\alpha P}{\alpha S}$.

Le point P est donc déterminé sans ambiguité, ainsi que le point Q, et le problème est résolu.

Théorème. — *Quand les côtés* BC, CA, AB *d'un triangle réel* ABC *sont coupés par une droite imaginaire en des points dont les positions extérieures correspondantes sont* α, β, γ *on a les relations suivantes :*

$$\frac{\alpha B}{\alpha C} \cdot \frac{\beta C}{\beta A} \cdot \frac{\gamma A}{\gamma B} = 1 \quad \text{et} \quad < B\alpha C + < C\beta A + < A\gamma B = 0.$$

Appelons S le point support de la transversale imaginaire et D le point d'intersection des droites SC et AB.

En vertu du dernier théorème, les couples de quadrangles αSCB, γSDB et βSAC, γSAD ont le même rapport anharmonique, par conséquent :

$$\frac{\alpha C}{\alpha B} : \frac{SC}{SB} = \frac{\gamma D}{\gamma B} : \frac{SD}{SB}, \qquad < B\alpha C - < BSC = < B\gamma D - < BSD,$$

$$\frac{\beta A}{\beta C} : \frac{SA}{SC} = \frac{\gamma A}{\gamma D} : \frac{SA}{SD}, \qquad < C\beta A - < CSA = < D\gamma A - < DSA,$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{\alpha B}{\alpha C} \cdot \frac{\beta C}{\beta A} \cdot \frac{\gamma A}{\gamma B} = 1$$

et $$< B\alpha C + < C\beta A - < BSA = < B\gamma A - < BSA$$

ou $$< B\alpha C + < C\beta A + < A\gamma B = 0 \qquad \text{(C. q. f. d.)}$$

THÉORÈME. — *Les droites menées d'un même point imaginaire* $D\underline{D}'$ *aux trois sommets* A, B, C *d'un triangle réel, rencontrent les côtés opposés en trois points dont les positions extérieures* α, β, γ *sont liées au triangle* ABC *par les relations :*

$$\frac{\alpha B}{\alpha C} \cdot \frac{\beta C}{\beta A} \cdot \frac{\gamma A}{\gamma B} = 1 \qquad \text{et} \qquad < B\alpha C + < C\beta A + < A\gamma B = \pm \pi .$$

Construisons la position extérieure δ du point $D\underline{D}'$ et soient A', B', C' les points d'intersection de la transversale $\underline{DD}'$ avec les côtés BC, CA, AB du triangle ABC.

Les couples de quadrangles :

$$\alpha A'CB, \quad \delta A'B'C' ; \quad \beta B'AC, \quad \delta B'C'A' ; \quad \gamma C'BA, \quad \delta C'A'B' ;$$

correspondent à des couples de quaternes de points, formés par les sections d'un couple de transversales réelles avec un même quaterne de droites, à centre réel.

Par conséquent ces couples de quadrangles ont le même rapport anharmonique, et l'on a :

$$\frac{\alpha C}{\alpha B} : \frac{A'C}{A'B} = \frac{\delta B'}{\delta C'} : \frac{A'B'}{A'C'} , \quad < B\alpha C - < BA'C = < C'\delta B' - < C'A'B',$$

$$\frac{\beta A}{\beta C} : \frac{B'A}{B'C} = \frac{\delta C'}{\delta A'} : \frac{B'C'}{B'A'} , \quad < C\beta A - < CB'A = < A'\delta C' - < A'B'C',$$

$$\frac{\gamma B}{\gamma A} : \frac{C'B}{C'A} = \frac{\delta A'}{\delta B'} : \frac{C'A'}{C'B'} , \quad < A\gamma B - < AC'B = < B'\delta A' - < B'C'A',$$

d'où l'on déduit d'abord :

$$\frac{\alpha B}{\alpha C} \cdot \frac{\beta C}{\beta A} \cdot \frac{\gamma A}{\gamma B} = \frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1 .$$

On voit aisément que les trois angles BA'C, CB'A, AC'B sont nuls, ou bien qu'un seul est nul et les autres égaux à $\pm \pi$, par conséquent la somme de ces angles est égale à 0. La somme des angles C'δB', A'δC', B'δA' est évidemment égale à 0.

Donc la relation entre les angles devient :

$$< B\alpha C + < C\beta A < A\gamma B = < B'A'C' + < C'B'A' + < A'C'B' = \pm \pi$$

et le théorème est entièrement démontré.

PROBLÈME. — *Construire le point d'intersection de deux droites imaginaires.*

Soient SAA′ et S′BB′ les deux droites données *(fig. 6)*, et α, β les positions extérieures des points AA′, BB′.

Appelons R, R′ les points d'intersection des droites AA′ et BB′ avec la droite SS′.

Par le point α menons deux droites réelles faisant la direction αR

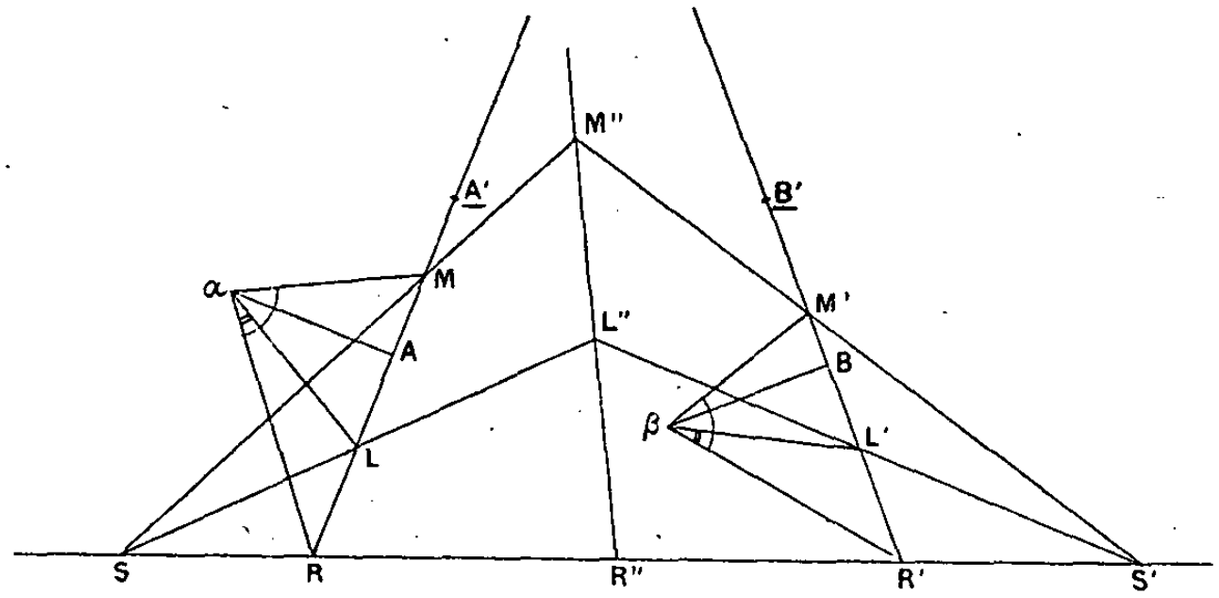


Fig 6.

deux angles quelconques λ et μ, et soient L et M les points d'intersection de ces droites avec AA′.

Par le point β menons deux droites réelles faisant avec la direction βR′ des angles respectivement égaux à λ et μ, et soient L′, M′ leurs points d'intersection avec BB′.

Les deux quadrangles αRLM et βR′L′M′ ont le même rapport anharmonique.

Par conséquent les deux quaternes de points AA′RLM et BB′R′L′M′ ont aussi le même rapport anharmonique.

Désignons par L″, M″ les points d'intersection des couples de droites SL, S′L′ et SM, S′M′, et soit R″ le point d'intersection des droites L″M″ et SS′.

La droite SAA′ coupe L″M″ en un point imaginaire DE déterminé par la relation :

$$(\mathrm{DER''L''M''}) = (\mathrm{AA'RLM}).$$

Si D′E′ est le point d'intersection des droites S′BB′ et L″M″, on a aussi :

$$(\mathrm{D'E'R''L''M''}) = (\mathrm{BB'R'L'M'}).$$

Mais $(\mathrm{AA'RLM}) = (\mathrm{BB'R'L'M'})$, par conséquent $(\mathrm{DER''L''M''})$

$= (D'E'R''L''M'')$ et les points DE, $D'E'$ se confondent en un seul.

Donc le problème est résolu, et l'on peut énoncer le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Deux droites quelconques, réelles ou imaginaires, situées dans un même plan réel, se rencontrent toujours en un point et un seul.*

X. — RAPPORT ANHARMONIQUE D'UN QUATERNE DE DROITES, A CENTRE IMAGINAIRE.

THÉORÈME. — *Un quaterne de droites, à centre imaginaire* OO'. *est coupé par une transversale réelle quelconque en un quaterne de points dont le rapport anharmonique est constant.*

Soient ML, MN deux transversales réelles quelconques rencontrant la droite OO' aux points L et N.

Les droites du quaterne sont coupées par les deux côtés LM. MN du triangle LMN suivant deux quaternes de points dont les positions extérieures sont $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, et $\alpha', \beta', \gamma', \delta'$.

Le théorème revient évidemment à démontrer que l'on a :

$$(\alpha\beta\gamma\delta) = (\alpha'\beta'\gamma'\delta')$$

Construisons la position extérieure ω du point OO'.

Chacun des triples de points α, α', ω et β, β', ω figurant les positions extérieures des points d'intersection d'une même droite imaginaire avec les côtés LM. MN. NL du triangle LMN, on a :

$$\frac{\alpha L}{\alpha M} \cdot \frac{\alpha' M}{\alpha' N} \cdot \frac{\omega N}{\omega L} = 1, \qquad < L\alpha M + < M\alpha' N + < N\omega L = 0,$$

$$\frac{\beta L}{\beta M} \cdot \frac{\beta' M}{\beta' N} \cdot \frac{\omega N}{\omega L} = 1, \qquad < L\beta M + < M\beta' N + < N\omega L = 0,$$

De ces égalités l'on déduit :

$$\frac{\beta L}{\beta M} : \frac{\alpha L}{\alpha M} = \frac{\beta' N}{\beta' M} : \frac{\alpha' N}{\alpha' M} \quad \text{et} \quad < M\beta L - < M\alpha L = < M\beta' N - < M\alpha' N$$

ou

$$(\beta\alpha LM) = (\beta'\alpha' NM)$$

On démontrerait de même que :

$$(\gamma\alpha LM) = (\gamma'\alpha' NM) \qquad \text{et} \qquad (\delta\alpha LM) = (\delta'\alpha' NM).$$

Donc, en vertu du lemme fondamental :

$$(\alpha\beta\gamma\delta) = (\alpha'\beta'\gamma'\delta') = \text{const.} \qquad \text{(C. q. f. d.)}$$

Par définition, nous dirons que ce rapport anharmonique constant est le rapport anharmonique du quaterne de droites.

Et le théorème peut être énoncé ainsi :

Un quaterne de droites, à centre imaginaire, est coupé par une transversale réelle quelconque en un quaterne de points dont le rapport anharmonique est égal à celui du quaterne de droites.

Problème. — *Connaissant le rapport anharmonique d'un quaterne quelconque de droites et les positions de trois de ses droites, construire la quatrième.*

Une transversale réelle quelconque coupe le quaterne de droites en un quaterne de points dont on connaît le rapport anharmonique et les positions de trois de ses points.

On sait donc construire le point d'intersection de la quatrième droite avec une transversale réelle quelconque.

XI. — Rapport anharmonique d'un quaterne de points, a base imaginaire.

Théorème. — *Si par quatre points, situés sur une même ligne droite imaginaire, on mène quatre droites passant par un même point, réel ou imaginaire, le rapport anharmonique de ce quaterne de droites est constant.*

Soient $A\underline{A'}$, $B\underline{B'}$, $C\underline{C'}$, $D\underline{D'}$ quatre points situés sur une droite imaginaire dont le point support est S.

Nous représenterons par le symbole $O\underline{O'}(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ le quaterne formé par quatre droites issues du centre $O\underline{O'}$ et passant respectivement par les points $A\underline{A'}$, $B\underline{B'}$, $C\underline{C'}$, $D\underline{D'}$.

Commençons par démontrer que, si P et P' sont deux points réels quelconques, les deux quaternes de droites $P(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ et $P'(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ ont le même rapport anharmonique.

Considérons le triangle réel SPP'.

Désignons par α, β, γ, δ les positions extérieures des points d'intersection des droites du quaterne $P(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ avec le côté SP' et par α', β', γ', δ' les positions extérieures des points d'intersection des droites du quaterne $P'(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ avec le côté SP.

On voit que le théorème est ramené à démontrer que l'on a :

$$(\alpha\beta\gamma\delta) = (\alpha'\beta'\gamma'\delta')$$

puisque ces rapports anharmoniques sont respectivement égaux à ceux des quaternes de droites

$$P(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'}) \qquad \text{et} \qquad P'(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'}).$$

Construisons la position extérieure ε du point d'intersection $E\underline{E'}$ de la droite imaginaire, base du quaterne donné, avec le troisième côté PP'.

Les droites $SA\underline{A'}$, $PA\underline{A'}$, $P'A\underline{A'}$, menées des sommets S, P, P' du triangle SPP' au même point $A\underline{A'}$, rencontrent respectivement les côtés opposés en trois points dont les positions extérieures ε, α, α' satisfont aux relations :

$$\frac{\alpha P'}{\alpha S} : \frac{\alpha' P}{\alpha' S} = \frac{\varepsilon P'}{\varepsilon P} \qquad \text{et} \quad < S\alpha P' - < S\alpha' P = < P\varepsilon P' \pm \pi .$$

On a de même :

$$\frac{\beta P'}{\beta S} : \frac{\beta' P}{\beta' S} = \frac{\varepsilon P'}{\varepsilon P} \qquad \text{et} \quad < S\beta P' - < S\beta' P = < P\varepsilon P' \pm \pi$$

D'où l'on déduit :

$$\frac{\alpha P'}{\alpha S} : \frac{\beta P'}{\beta S} = \frac{\alpha' P}{\alpha' S} : \frac{\beta' P}{\beta' S} \quad \text{et} \quad < S\alpha P' - < S\beta P' = < S\alpha' P - < S\beta' P$$

ou

$$(\alpha\beta P'S) = (\alpha'\beta' PS) .$$

On démontrerait de même que l'on a :

$$(\alpha\gamma P'S) = (\alpha'\gamma' PS) \qquad \text{et} \qquad (\alpha\partial P'S) = (\alpha'\partial' PS) .$$

Donc, en vertu du lemme fondamental :

$$(\alpha\beta\gamma\partial) = (\alpha'\beta'\gamma'\partial') ;$$

ce qui démontre que *tous les quaternes de droites, à centre réel, qui projettent un même quaterne de points, à base imaginaire, ont le même rapport anharmonique.*

Soient $O\underline{O'}$ un point imaginaire quelconque et P un point réel pris arbitrairement sur la droite OO'.

Nous allons démontrer maintenant que les deux quaternes de droites $O\underline{O'}(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ et $P(A\underline{A'}\ B\underline{B'}\ C\underline{C'}\ D\underline{D'})$ ont le même rapport anharmonique.

Par le point S, support de la base du quaterne donné, menons une transversale réelle quelconque rencontrant en Q la droite $OO'P$.

Soient α, β, γ, δ et α', β', γ', δ' les positions extérieures des points d'intersection de la transversale SQ avec les droites des quaternes $O\underline{O'}(A\underline{A'}\,B\underline{B'}\,C\underline{C'}\,D\underline{D'})$ et $P(A\underline{A'}\,B\underline{B'}\,C\underline{C'}\,D\underline{D'})$.

Le théorème est ramené à démontrer que :

$$(\alpha\beta\gamma\delta) = (\alpha'\beta'\gamma'\delta').$$

Construisons le point d'intersection $E\underline{E'}$ de la droite PQOO' avec la base du quaterne donné.

Considérons le quaterne de points $O\underline{O'}\,PQE\underline{E'}$, à base réelle.

Les deux quaternes de droites

$$A\underline{A'}(O\underline{O'}\,PQE\underline{E'}) \quad \text{et} \quad B\underline{B'}(O\underline{O'}\,PQE\underline{E'})$$

ont le même rapport anharmonique que $(OO'\,PQ\,EE')$ et par conséquent sont coupés par la transversale réelle SQ suivant des quaternes de points dont les positions extérieures

$$\alpha,\ \alpha',\ Q,\ S \qquad \text{et} \qquad \beta,\ \beta',\ Q,\ S$$

sont les sommets de deux quadrangles qui ont le même rapport anharmonique.

Il résulte de là que : $(\alpha\alpha'\,QS) = (\beta\beta'\,QS)$, par conséquent :

$$\frac{\alpha Q}{\alpha S} : \frac{\alpha' Q}{\alpha' S} = \frac{\beta Q}{\beta S} : \frac{\beta' Q}{\beta' S} \quad \text{et} \quad <S\alpha Q - <S\alpha' Q = <S\beta Q - <S\beta' Q$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{\alpha Q}{\alpha S} : \frac{\beta Q}{\beta S} = \frac{\alpha' Q}{\alpha' S} : \frac{\beta' Q}{\beta' S} \quad \text{et} \quad <S\alpha Q - <S\beta Q = <S\alpha' Q - <S\beta' Q$$

ou

$$(\alpha\beta QS) = (\alpha'\beta' QS).$$

On démontrerait de même que l'on a

$$(\alpha\gamma QS) = (\alpha'\gamma' QS) \qquad \text{et} \qquad (\alpha\delta QS) = (\alpha'\delta' QS).$$

Donc :

$$(\alpha\beta\gamma\delta) = (\alpha'\beta'\gamma'\delta').$$

On déduit de là que *tout quaterne de droites, à centre imaginaire* $O\underline{O'}$, *qui projette un quaterne de points, à base imaginaire, a le même rapport anharmonique qu'un quaterne de droites, à centre réel* P, *qui projette le même quaterne de points.*

Or, nous avons démontré que tous les quaternes de droites, à centre réel, qui projettent un même quaterne de points, à base imaginaire, ont le même rapport anharmonique.

Donc, tous les quaternes de droites qui projettent un même qua-

terne de points, à base imaginaire, ont le même rapport anharmonique.

Nous dirons, par définition, que la valeur de ce rapport anharmonique est celle du quaterne de points.

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant :

Tous les quaternes de droites, à centre réel ou imaginaire, qui projettent un seul et même quaterne de points, à base imaginaire, ont le même rapport anharmonique que le quaterne de points.

Problème. — *Connaissant le rapport anharmonique d'un quaterne de points, à base imaginaire, et trois de ses points, construire le quatrième.*

D'un point quelconque, comme centre, projetons le quaterne de points donnés.

Nous obtiendrons un quaterne de droites dont on connaît le rapport anharmonique et trois de ses éléments, par suite le quatrième.

Le point à construire est donc l'intersection de cette quatrième droite avec la droite imaginaire, base du quaterne des points donnés.

XII. — Formes perspectives.

On appelle perspectifs :

1° Une ponctuelle et un faisceau de droites, quand chaque élément de la ponctuelle est situé sur l'élément correspondant du faisceau ;

2° Deux ponctuelles, quand elles sont les sections d'un seul et même faisceau de droites ;

3° Deux faisceaux de droites, quand ils projettent une seule et même ponctuelle.

Les ponctuelles et les faisceaux de droites sont les formes fondamentales élémentaires du plan.

Toutes les propriétés démontrées, concernant les relations entre les quaternes, peuvent être résumées dans le théorème suivant :

Théorème fondamental. — *Deux quaternes perspectifs quelconques ont le même rapport anharmonique.*

XIII. — Formes projectives.

Deux formes fondamentales sont dites projectives quand elles sont rapportées l'une à l'autre de telle manière qu'un quaterne d'éléments de l'une ait le même rapport anharmonique que le quaterne formé par les éléments correspondants de l'autre.

Le mode de construction et la possibilité de ponctuelles projectives, et, par suite, de formes fondamentales élémentaires projectives, résultent directement du lemme fondamental.

Il est évident que deux formes fondamentales élémentaires perspectives sont aussi projectives.

Nous avons démontré qu'un quaterne quelconque est déterminé, dans tous les cas, lorsqu'on donne la valeur de son rapport anharmonique et les positions de trois de ses éléments. Donc :

THÉORÈME. — *Si deux formes fondamentales élémentaires sont projectives et ont trois éléments correspondants communs, elles ont tous leurs éléments correspondants communs, et par suite sont identiques.*

COROLLAIRE. — *Si deux faisceaux projectifs de rayons* $S\underline{S'}$, $S_1\underline{S'_1}$, *situés dans un même plan réel, mais non concentriques, ont comme élément correspondant commun le rayon* $S\underline{S'}\,S_1\underline{S'_1}$ *qui joint leurs centres, ils sont les projections d'une seule et même ponctuelle, et par suite sont perspectifs.*

En effet, joignons par une droite $A\underline{A'}\,B\underline{B'}$ les points $A\underline{A'}$ et $B\underline{B'}$, où deux rayons quelconques du faisceau $S\underline{S'}$ rencontrent les rayons qui leur correspondent respectivement dans le faisceau $S_1\underline{S'_1}$, les deux ponctuelles, suivant lesquelles la droite $A\underline{A'}\,B\underline{B'}$ coupe les faisceaux $S\underline{S'}$ et $S_1\underline{S'_1}$, sont identiques parce qu'elles sont projectives et ont trois points correspondants communs, les points $A\underline{A'}$, $B\underline{B'}$ et le point d'intersection des droites $A\underline{A'}\,B\underline{B'}$ et $S\underline{S'}\,S_1\underline{S'_1}$.

On démontrerait de même que *si deux ponctuelles projectives ont un point homologue commun, ces deux ponctuelles sont en perspective.*

Observation. — Il est important de remarquer que, dans les démonstrations de cette nature, basées sur le théorème fondamental, on peut supposer tous les éléments considérés comme étant réels, sans nuire à la rigueur des raisonnements.

XIV. — GÉNÉRALISATION DE LA DÉFINITION DE LA CONIQUE ET DU FAISCEAU DE RAYONS DU SECOND ORDRE.

Dans le plan réel, j'appelle conique le lieu géométrique des points d'intersection des rayons homologues de deux faisceaux projectifs de rayons, qui ne sont ni concentriques ni perspectifs.

Cette conique est rencontrée par une droite quelconque, réelle ou imaginaire, en deux points, est déterminée par cinq points, dont trois ne sont pas en ligne droite, enfin possède les propriétés fondamentales démontrées pour la conique ordinaire.

Je me contenterai d'énoncer le théorème suivant :

La polaire d'un point quelconque, réel ou imaginaire, par rapport à une conique, est une ligne droite, réelle ou imaginaire.

Soit $\underline{PP'}$ un point fixe, non situé sur la conique.

Par le point $\underline{PP'}$ menons une droite variable, réelle ou imaginaire (si le point fixe est imaginaire, on ne peut mener qu'une seule droite réelle, PP')

Cette droite coupe la conique en deux points AA', BB', que notre méthode permet de construire.

Considérons sur cette droite le point $\underline{QQ'}$ déterminé par la relation :

$$(\underline{QQ'}\,\underline{PP'}\,\underline{AA'}\,\underline{BB'}) = 1_{\pm\pi} = -1.$$

C'est le lieu géométrique des points $\underline{QQ'}$ que j'appelle la polaire du point $\underline{PP'}$.

Dans le cas particulier de la conique ordinaire, la polaire d'un point imaginaire est toujours une ligne droite imaginaire.

La loi de dualité s'applique donc aux figures imaginaires.

Dans le plan réel, nous appellerons faisceau de rayons du second ordre l'ensemble de toutes les droites qui joignent les points homologues de deux ponctuelles quelconques projectives, mais qui ne sont ni sur la même droite, réelle ou imaginaire, ni perspectives.

Le théorème suivant, facile à démontrer par notre méthode, est très utile dans la géométrie des figures imaginaires de l'espace.

Un faisceau de rayons du second ordre est coupé par deux quelconques de ses rayons suivant deux ponctuelles projectives; les points correspondants de ces ponctuelles sont ceux qui sont situés sur un même rayon du faisceau.

M. P.-H. SCHOUTE,

Professeur à l'Université de Groningue.

SUR UN COMPLEXE DU TROISIÈME ORDRE.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Le *complexe tétraédral* a été étudié par M. Th. Reye*. Ce complexe, engendré par deux espaces collinéaires Σ et Σ', se compose tout aussi bien des droites d'intersection des couples de plans homologues que des droites de jonction des couples de points homologues de ces espaces.

On peut poursuivre cet ordre d'idées en remplaçant les deux espaces collinéaires par deux espaces en correspondance birationnelle d'un ordre supérieur au premier. Car, en général, dans les transformations birationnelles de points, les droites de jonction des couples de points homologues, et dans les transformations birationnelles de plans, les droites d'intersection des couples de plans homologues forment un complexe. Cependant, il y a des exceptions. Elles se présentent dans les transformations de points, quand par chaque point Q de l'espace, au lieu d'une infinité de droites contenant chacune un couple unique de points homologues P et P′ il ne passe qu'un nombre déterminé de droites dont chacune contient une infinité de couples de points homologues. A titre d'exemple de cette exception nous citons la correspondance entre les deux points d'intersection mobiles de trois surfaces du second degré menées par six points donnés, c'est-à-dire la correspondance des deux points de base mobiles d'un réseau de quadriques à six points de base fixes. Dans ce cas, au lieu d'un complexe on trouve la congruence (1, 3) des cordes de la cubique gauche, qui passe par les six points donnés**.

Dans ce qui suit, nous étudions le complexe qu'on obtient dans le cas le plus simple d'une transformation birationnelle, celui de la *transformation isogonale ou par points inverses dans l'espace****.

* *Die Geometrie der Lage.* (Leçons sur la géométrie de position.)

** *De la transformation conjuguée dans l'espace.* (*C. rendus de l'Association française,* Congrès de Reims, 1880.)

*** *Deux cas particuliers de la transformation birationnelle.* (*Bulletin des sciences mathématiques,* 2e série, tome VI, 1882.)

1. Cherchons d'abord le cône des couples de droites homologues l et l' (*fig.* 1) qui passent par le sommet A du tétraèdre fondamental ABCD et dont le plan (ll') contient un point donné Q. Représentons par Q′ le point homologue de Q et par L, L′, Q_a et Q_a' les points d'intersection de l, l', AQ et AQ′ avec le plan BCD*. Dans ce plan, les points L et L′ sont des points homologues d'une involution quadratique régulière**, déterminée par le triangle fondamental BCD et le couple de points homologues Q_a et Q_a'. Le lieu des couples de points L et L′ en ligne droite avec Q_a est, à la fois, le lieu des points d'intersection des courbes homologues de deux faisceaux projectifs, le faisceau de rayons de centre Q_a et le faisceau des coniques correspondantes par B, C, D et Q_a'. D'après la théorie de la génération des courbes au moyen de faisceaux projectifs, ce lieu est la cubique par B, C, D, Q_a et Q_a', sur laquelle Q_a' est à la fois le point tangentiel de B, C, D et Q_a.

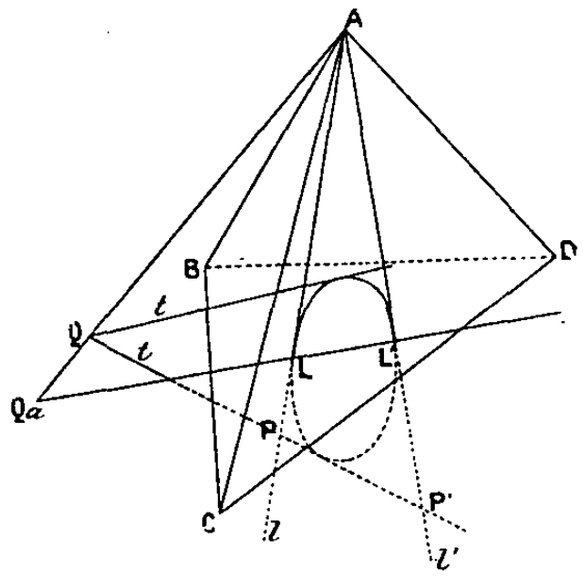


Fig. 1.

Ce que nous venons de trouver démontre que le lieu des couples de points P et P′ en ligne droite avec Q est l'intersection de deux cônes cubiques de sommet A et B, qui se touchent suivant AB. En effet : 1° le lieu cherché fait partie de la courbe gauche du septième ordre, qui forme avec la droite AB comptée deux fois l'intersection totale de ces deux cônes; 2° chaque plan (ll') par A contient sept points du lieu. Car les droites PP′, qui unissent les points homologues P et P′ des deux ponctuelles projectives sur l et l', enveloppent une conique c^2, qui touche l et l' en L et L′; ainsi le plan (ll') coupe le lieu aux points A, Q, Q_a et aux quatre points d'intersection de l et l' avec les deux tangentes t de c^2 qui passent par Q. Donc le lieu des points homologues P et P′ en ligne droite avec Q est une courbe du septième ordre, dont les points A, B, C, D sont des *points triconiques*, c'est-à-dire des points, d'où la courbe est projetée par des cônes cubiques. Nous la représentons par P^7.

D'après la nature de la courbe P^7, les sept points de cette courbe situés dans un plan quelconque par Q sont Q et trois couples de

* La figure n'indique pas tous ces points.

** *Sur la construction de courbes unicursales par points et tangentes.* (*Archives néerlandaises*, tome XX. 1885.)

points en ligne droite avec Q. Donc la courbe P^7 a un cinquième point triconique, le point Q. Cela prouve en même temps, que *le complexe* des droites PP′ *est du troisième ordre*, un point quelconque de l'espace admettant un cône de complexe du troisième ordre*.

2. Si les trois côtés a, b, c d'un triangle ABC sont les axes de trois involutions quadratiques de plans, que ces trois involutions soient projectives et que le plan des axes fasse partie de trois couples homologues des plans, le lieu des octuples de points d'intersection des trois couples de plans homologues est une courbe gauche R^7 du septième ordre, dont A, B, C sont trois points triconiques. En effet, soient δ_a, δ_b, δ_c les plans par a, b, c qui s'accouplent avec le plan δ des axes et soit S le point d'intersection de ces trois plans. Les deux involutions dont a et b sont les axes engendrent un cône du quatrième ordre à sommet C et à arêtes doubles a et b, dont le plan δ des axes se détache; la partie essentielle de ce lieu est donc un cône

* Si les distances d'un point aux faces du tétraèdre fondamental représentent les coordonnées homogènes de ce point, la condition que le point (x, y, z, w) soit en ligne droite avec deux points homologues $P(x_1, y_1, z_1, w_1)$ et $P'\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{y_1}, \frac{1}{z_1}, \frac{1}{w_1}\right)$ est donnée par la matrice

$$\begin{vmatrix} x & y & z & w \\ x_1 & y_1 & z_1 & w_1 \\ \frac{1}{x_1} & \frac{1}{y_1} & \frac{1}{z_1} & \frac{1}{w_1} \end{vmatrix} = 0 .$$

Au moyen des équations

$$\left.\begin{aligned} p_3 y - p_2 z &= p_4 w \\ p_1 z - p_3 x &= p_5 w \\ p_2 x - p_1 y &= p_6 w \end{aligned}\right\} ,$$

qui lient les six coordonnées homogènes p de la droite aux quatre coordonnées homogènes de ses points, on a donc pour la droite PP′ les relations

$$\frac{p_1}{y_1 z_1 (x_1^2 - w_1^2)} = \frac{p_2}{z_1 x_1 (y_1^2 - w_1^2)} = \frac{p_3}{x_1 y_1 (z_1^2 - w_1^2)}$$
$$= \frac{p_4}{x_1 w_1 (z_1^2 - y_1^2)} = \frac{p_5}{y_1 w_1 (x_1^2 - z_1^2)} = \frac{p_6}{z_1 w_1 (y_1^2 - x_1^2)} .$$

L'élimination de x_1, y_1, z_1, w_1 conduit aux deux résultats

$$p_1 p_4 + p_2 p_5 + p_3 p_6 = 0 ,$$

une identité connue, et

$$p_2 p_3 . p_4 + p_3 p_1 . p_5 + p_1 p_2 . p_6 + p_1 p_5 p_6 = 0$$

l'équation du complexe.

cubique à sommet C, qui passe par a et b et qui est touché suivant ces droites par les plans (aS) et (bS). De même les involutions b et c engendrent un cône cubique à sommet A, qui passe par b et c et qui est touché suivant ces droites par les plans (bS) et (cS). Donc les trois involutions engendrent la courbe d'intersection R^7 de ces deux cônes, qui se touchent suivant b; de cette courbe A, B, C sont des points triconiques.

Nous avons étudié, il y a quelques années, la courbe R^7, qui est le lieu des octuples de points d'intersection des couples de plans homologues de trois involutions quadratiques « *mi-perspectives* * ». A cette occasion, nous avons montré, qu'en général, cette courbe ne possède que les trois points triconiques A, B, C et, qu'en des cas particuliers, elle peut avoir jusqu'à cinq points triconiques au plus. De cette variété, à laquelle se rattache la courbe P^7, nous avons démontré le théorème suivant :

« *Si sur chaque arête du cône cubique, qui projette la courbe* P^7 *d'un quelconque de ses cinq points triconiques, on détermine le point séparé harmoniquement du sommet par les deux autres points de la courbe situés sur cette arête, on obtient une courbe gauche du quatrième ordre, qui est courbe de base d'un faisceau de surfaces du second ordre; les autres points triconiques de* P^7 *sont les quatre points biconiques de cette courbe quartique, c'est-à-dire les sommets du tétraèdre autopolaire commun aux surfaces de ce faisceau.*

3. Le complexe a *douze points principaux simples*, savoir : les quatre sommets du tétraèdre fondamental et les huit centres des sphères qui touchent les quatre faces de ce tétraèdre. Chaque sommet du tétraèdre fondamental est point principal simple, parce que la droite, qui joint ce point à un point quelconque Q de l'espace contient un couple unique de points homologues, le sommet et le point d'intersection de la droite avec la face opposée du tétraèdre. De même, le centre d'une quelconque des huit sphères qui touchent les faces du tétraèdre est point principal simple, parce qu'il correspond à soi-même, de manière que chaque droite menée par ce point représente la droite qui joint les deux points homologues confondus.

Ce que nous venons de trouver démontre le théorème suivant :

Les projections centrales des quatre sommets d'un tétraèdre et des centres des huit sphères, qui touchent les faces de ce tétraèdre,

* « *Over een bepaalde ruimtekromme van den zevenden graad.* » (*Nieuw Archief voor wiskunde*, tome X, 1884.)

sur un plan quelconque π *et d'un point quelconque* Q *comme centre, forment douze points d'une cubique. Cette cubique passe en même temps par les trois points diagonaux du quadrangle complet, dont les projections des six arêtes du tétraèdre sont les côtés.*

4. Les cônes de complexe étant du troisième ordre, les courbes de complexe sont de la troisième classe. Nous démontrons ce résultat directement.

Dans la transformation isogonale, la surface qui correspond à un plan quelconque π est du troisième ordre et passe par les six arêtes du tétraèdre fondamental. La courbe d'intersection C^3 de π et de sa surface correspondante S^3 correspond donc à elle-même. En d'autres termes, cette courbe est le lieu des couples de points homologues P et P′, pour lesquels les droites PP′ se trouvent en π; ces points P et P′ forment sur C^3 une involution quadratique. Or, d'après les recherches intéressantes de M. Émile Weyr, de Vienne*, il y a deux espèces de correspondances (1,1) sur une cubique plane, les correspondances centrales et les correspondances non-centrales. La correspondance centrale se compose des couples de points P, P′ en ligne droite avec un point donné Q de la courbe; elle est donc toujours involutive. La correspondance non-centrale se compose d'un couple quelconque P, P′ et des couples Q, Q′ choisis de manière que les droites PQ et P′Q′ se rencontrent sur la courbe; elle n'est involutive que si P et P′ sont des points conjugués de la courbe. Comme les trois couples de sommets opposés d'un quadrilatère complet situés sur une cubique plane en forment trois couples de points conjugués d'un même système et que la courbe d'intersection C^3 de π avec S^3 contient les trois couples de points d'intersection des trois couples d'arêtes opposées du tétraèdre fondamental comme couples de points homologues, les points P, P′ forment sur C^3 un des trois systèmes de points conjugués. Donc l'enveloppe des droites PP′ situées en π est une courbe de la troisième classe, la courbe de Cayley par rapport à une des trois cubiques, dont C^3 est la courbe de Hesse.

5. Le complexe a *douze plans principaux simples,* les six couples de plans bissecteurs des angles dièdres du tétraèdre fondamental. A une droite quelconque l d'un des deux plans bissecteurs qui pas-

* « *Ueber eindeutige Beziehungen auf einer allgemeinen ebenen Curve dritter Ordnung.* » (*Sitzungsberichte der Wiener Akademie,* IIe Abtheilung, tome LXXXVII, 1883.)

sent par AB correspond une cubique gauche qui se compose de l'arête opposée CD et d'une conique située dans le plan bissecteur; chaque droite l d'un tel plan joint donc un couple unique de points homologues P et P′.

Il y a une réciprocité parfaite entre les plans principaux et les points principaux, quoique les points principaux se présentent en deux groupes de quatre et de huit éléments, tandis que les plans principaux se rangent par couples. En effet, la position des points par rapport aux plans est des plus régulières. Chacun des douze points principaux est situé dans six des plans principaux; ces six plans sont les faces d'une quadrarête complète (angle tétraèdre); chacune des arêtes de cette quadrarête contient deux autres points principaux et chacune des arêtes diagonales de cette quadrarête en contient un autre. Réciproquement, chaque plan principal contient six points principaux; ces six points sont les sommets d'un quadrilatère complet : par chacun des côtés de ce quadrilatère passent deux autres plans principaux, et par chacune des trois diagonales il en passe encore un autre. Ainsi l'on parvient à tous les points en partant d'un seul à l'aide des plans, et à tous les plans en partant d'un seul à l'aide des points*.

Si l'on désigne par 1, 2, 3, 4 les sommets du tétraèdre fondamental, par E_1, E_2, E_3, E_4 les centres des sphères ex-inscrites aux faces opposées, par $C_{12,34}$, $C_{13,24}$, $C_{14,23}$ les centres des sphères situées dans les couples de combles opposés et par I le centre de la sphère inscrite; si, de plus, on désigne par (12 +) le plan bissecteur de l'angle dièdre intérieur et par (12 −) le plan bissecteur de l'angle dièdre extérieur des plans 341, 342, etc., on peut indiquer la position des points et plans principaux les uns par rapport aux autres dans un tableau (*fig.* 2). De ce tableau, les lignes se rapportent aux plans indiqués à gauche, tandis que les colonnes correspondent aux

* D'après la construction ingénieuse des points de contact des huit sphères avec une des faces du tétraèdre fondamental donnée par M. Hermary, on vérifie aisément que ces huit points de contact sont les perspectives des huit sommets d'un parallélépipède, les trois sommets du tétraèdre situés dans cette face étant les points de fuite des trois quadruples d'arêtes parallèles. Donc ces huit points de contact se trouvent une quatrième fois deux à deux sur quatre droites qui passent par un même point, perspective du point d'intersection des diagonales intérieures du parallélépipède. Ce point est la projection orthogonale du quatrième sommet du tétraèdre sur la face des huit points de contact; c'est ce que l'on voit tout de suite en projetant orthogonalement la figure entière sur cette face.

M. Neuberg a démontré que les huit points de contact forment, dans cette face, quatre couples de points homologues de la transformation isogonale, dont le triangle, qui limite cette face du tétraèdre, est le triangle fondamental.

points indiqués en haut. Un point se trouve dans un plan quand la case commune à la colonne du point et à la ligne du plan porte une hachure. On aperçoit que le tissu du tableau se compose de neuf

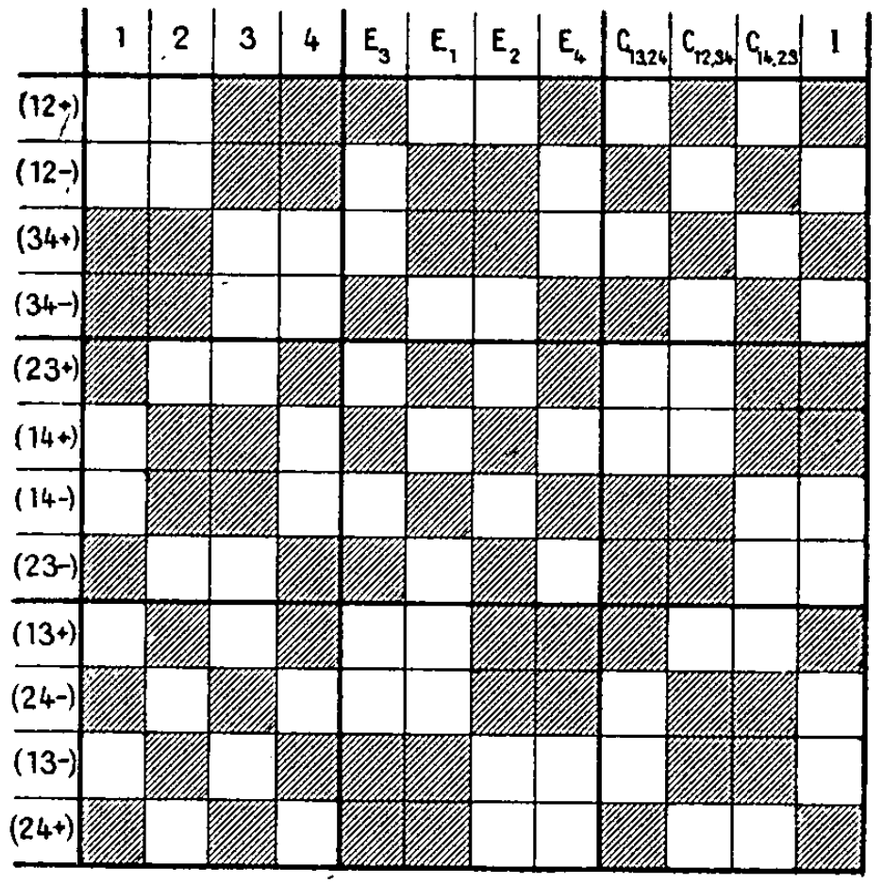


Fig. 2.

carrés à seize cases. Ces carrés montrent trois dessins différents, dont chacun se répète trois fois. L'ordre de cette répétition (*fig.* 3) est très évident quand on répète le carré des neuf cases lui-même. Car, par ce procédé, on obtient un champ infini de rangées différentes (point, croix, cercle) infiniment répétées.

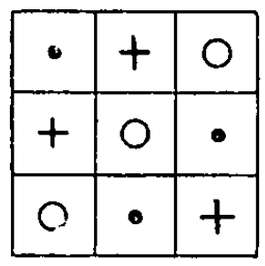


Fig. 3.

Ainsi la division des douze points principaux en deux groupes hétérogènes, le groupe des sommets du tétraèdre fondamental et le groupe des centres des sphères qui en touchent les faces, n'est pas essentielle. De plus, quand on met en évidence deux des six couples de plans principaux, par exemple (12 +), (12 —), (34 +-), (34 —), on trouve de la même manière que les douze plans principaux se présentent en deux groupes de quatre et de huit éléments, tandis que les douze points se rangent en couples (1, 2), (3, 4), (E_1, E_2), (E_3, E_4), ($C_{13,24}$, $C_{14,23}$), ($C_{12,34}$, I). Donc la configuration des points et des plans principaux jouit d'une réciprocité parfaite*.

* Dans l'ordre du tableau, les douze plans (12 +), (12 —) .... sont les plans polaires des points 1, 2 .... par rapport à la surface du second degré

$$x^2 - y^2 - z^2 - w^2 - 2xy + 2zw = 0,$$

6. Comme nous l'avons vu, les six plans principaux qui passent par un des sommets du tétraèdre fondamental, forment les faces d'une quadrarète dont les trois arêtes adjacentes du tétraèdre sont les arêtes diagonales. Considérons les seize arêtes des quatre quadrarètes dont les sommets du tétraèdre sont les sommets. Ces seize droites forment la base d'un faisceau de surfaces du quatrième ordre, qui contient trois surfaces dégénérées en quatre plans, les surfaces

$$(12+)(12-)(34+)(34-),\quad (13+)(13-)(24+)(24-),$$
$$(14+)(14-)(23+)(23-).$$

Ce faisceau est donc un faisceau ponctuel desmique*. En même temps les seize droites considérées comme axes de faisceau de plans forment la base d'un faisceau de surfaces de la quatrième classe, qui contient trois surfaces dégénérées en quatre points, les surfaces

$$1\,2\,3\,4,\quad E_1\,E_2\,E_3\,E_4,\quad C_{12\cdot 34}\,C_{13\cdot 24}\,C_{14\cdot 25}\,I;$$

de manière que ce faisceau est un faisceau tangentiel desmique. Enfin, ces deux systèmes desmiques de trois tétraèdres forment deux systèmes desmiques conjugués, parce qu'un couple de tétraèdres des deux systèmes admettent toujours deux arêtes communes, etc.

Dans la configuration des points et plans principaux du complexe, on reconnaît tout de suite la configuration $(12_6, 16_3)$ de M. Reye**.

7. Le complexe n'admet pas de surface singulière. Car, si le cône de complexe de Q possède une arête double, cette droite rencontre la courbe R^7 qui appartient au point Q en cinq points et se trouve donc sur les cônes de sommets A, B... trouvés à l'article 1, de manière que ces cônes dégénèrent en un plan et un cône du second ordre. Mais cette dégénération ne se présente que pour les points Q situés dans un des douze plans principaux, etc.***.

* *Sur les systèmes desmiques de trois tétraèdres*, par M. Cyparissos Stephanos. (*Bulletin des sciences mathématiques*, 2e série, t. III, 1879.)

M. G. Véronèse mentionne les tétraèdres desmiques sous le nom *Tetraedri fasciali*, dans son mémoire *Sopra alcune notevoli configurazioni...* (*Reale Accademia dei Lincei*, 1880-81.)

** *Die Hexaëder-und die Octaëderconfigurationen* $(12_6, 16_3)$. (*Acta Mathematica*, tome I, page 97.)

De ce travail, on déduit qu'il y a 288 surfaces du second degré par rapport auxquelles les points principaux du complexe ont pour plans polaires les plans principaux du complexe.

*** Quand il n'y a pas des cônes de complexe à droite double, il n'y aura non plus des courbes de complexe à tangente double; car, si P et π sont pôle et plan polaire par rapport à la surface dont l'équation figure dans la dernière note de l'article 1, la courbe de complexe située dans le plan π est la courbe polaire réciproque du cône de P et s'accorde avec lui en genre.

D'ailleurs, M. Pasch a démontré qu'en général le lieu des points singu-

8. La surface de complexe d'une droite quelconque l'', c'est-à-dire le lieu des courbes de complexe situées dans les plans par l'', ou bien l'enveloppe des cônes de complexe dont les sommets se trouvent sur l'', est de l'ordre et de la classe douze; car chacune de ces deux quantités est égale à la somme de la classe six des cônes de complexe et de l'ordre six des courbes de complexe.

Pour cette surface, l'' est en même temps droite sextuple des sections par des plans par l'', et axe sextuple des cônes enveloppes dont les sommets se trouvent sur l'' *.

M. Charles **BERDELLÉ**,

Ancien garde général des forêts, à Rioz (Haute-Saône).

ARITHMÉTIQUE DES DIRECTIONS ET ROTATIONS.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Dédié à M. LAISANT.

I. — ÉQUIVALENCES ALGÉBRIQUES DES ARCS DE CERCLE DIRIGÉS.

Il faut admettre que toutes les lignes, brisées ou courbes, partant de A pour aboutir à B sont équipollentes entre elles et à la droite $\overline{AB}$.

Donc tout arc de cercle dirigé est équipollent à sa corde

$$\overline{\text{arc AB}} = \overline{AB}$$

c'est-à-dire l'arc dirigé AB est égal à la droite dirigée AB.

liers coïncide avec l'enveloppe des plans singuliers. On peut consulter le mémoire de M. A. Voss, *Ueber Complexe und Congruenzen. (Mathematische Annalen,* Band IX, 1876.)

* *Sur le complexe des droites, dont les distances à deux droites données sont entre elles dans un rapport constant. (Annales de l'École polytechnique de Delft,* t. III.)

Ce petit travail a été conçu sans que j'eusse connaissance de l'existence du mémoire important de M. Voss, cité dans la note précédente; c'est ce qu'on aperçoit tout de suite en parcourant mes quelques lignes d'introduction. Au reste, l'étude des considérations analytiques générales de M. Voss ne m'a pas suggéré de changements à faire dans mes recherches géométriques de ce complexe très particulier du quatrième ordre.

Or, on a d'après le premier principe des équipollences (Voir *fig.* 1.)

$$\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AO} + \overline{OC} + \overline{CB}.$$

Soit α la longueur de l'arc AB; l'on aura

$$\overline{\text{arc } \alpha} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \left(\cos \frac{\pi - \alpha}{2} + i \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \right) = 2 \sin \frac{\alpha}{2} 1^{\frac{\pi - \alpha}{4\pi}}$$

$$= -1 + 1^{\frac{\alpha}{2\pi}} = -1 + \cos \alpha + i \sin \alpha.$$

Pour plus de laconisme dans nos explications, nous prendrons la

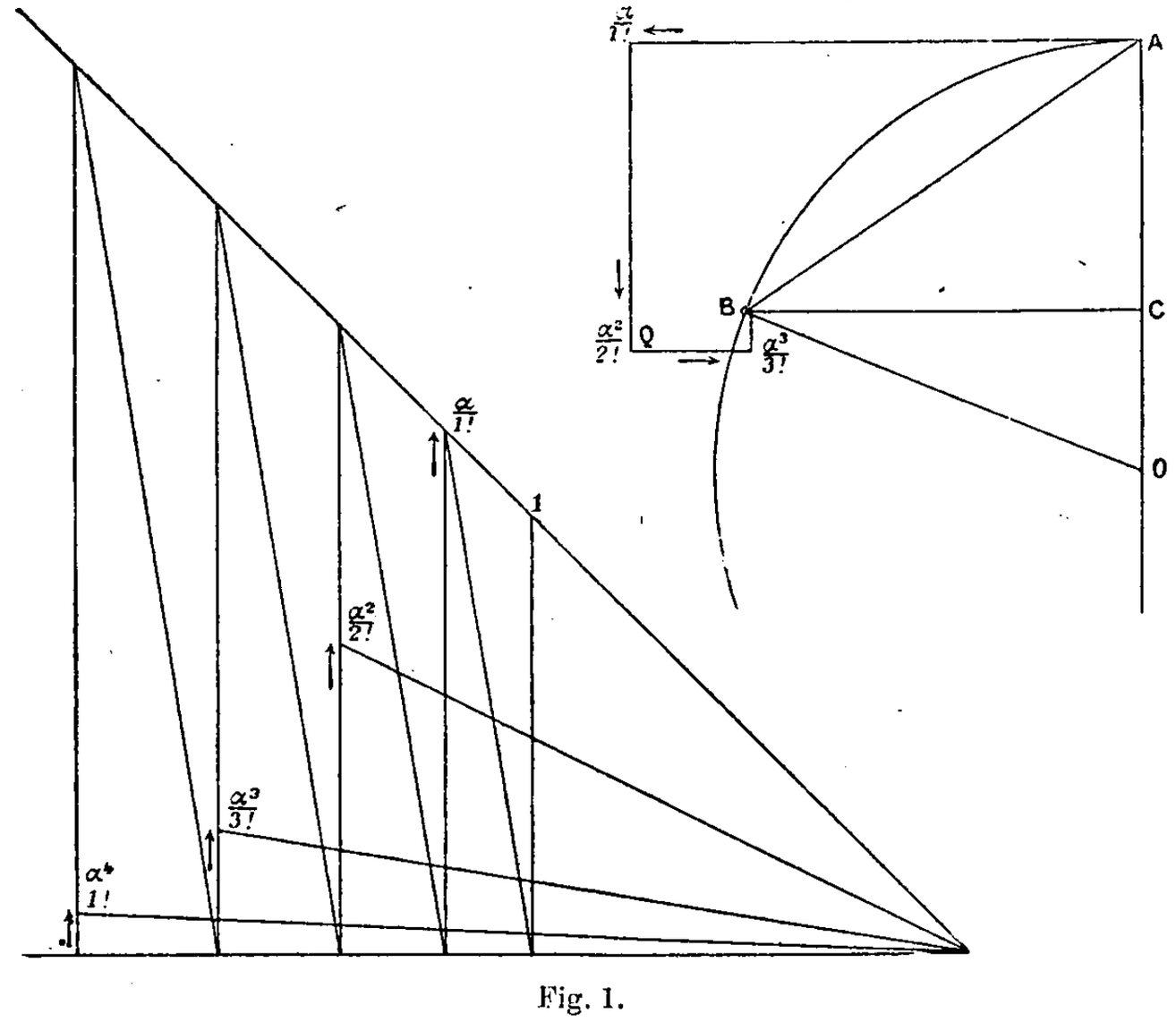


Fig. 1.

direction verticale montante comme direction des quantités réelles positives.

En ne prenant que les arcs ayant pour origine un rayon vertical montant, on voit facilement que :

Un arc d'un nombre exact de circonférences est une quantité géométriquement nulle ou équipollente à 0.

Un arc d'un nombre impair de demi-circonférences est réel et égal géométriquement à deux rayons verticaux descendants, c'est-à-dire dans le cercle ayant pour rayon l'unité, à -2.

Tous les autres arcs sont des quantités imaginaires (inclinées).

Quant aux arcs ayant d'autres points de départ, ils ne seront réels que dans le cas où leurs cordes seront verticales. Dans toutes leurs autres positions, ils seront imaginaires.

Maintenant il s'agit de donner le vrai sens d'une « *expression énigmatique* » relatée par Français (page 70 des opuscules d'Argand et de Français; Gauthier Villars, 1874) :

« Les arcs de cercle imaginaires sont des logarithmes. »

Les arcs de cercle peuvent en effet être considérés comme les logarithmes des unités dirigées, mais ce n'en sont pas les logarithmes népériens.

Le logarithme népérien d'une unité dirigée, c'est une droite égale en longueur à l'arc de cercle délimité par ce rayon; laquelle droite sera placée horizontalement dans le plan déterminé par l'unité dirigée en question et l'unité verticale ascendante.

C'est la seule manière rationnelle d'expliquer l'égalité

$$\cos\alpha + i\sin\alpha = e^{i\alpha}$$

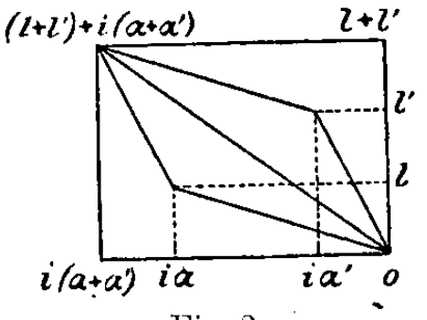


Fig. 2.

$i\alpha$ est en effet une droite horizontale de longueur α, et cette droite jouit des propriétés des logarithmes.

Supposons que nous ayons deux longueurs g et g' ayant respectivement pour logarithmes l et l' et dirigées selon des angles α et α'.

Il est facile de voir au moyen de la figure 2 que les lignes dirigées

$g(\cos\alpha + i\sin\alpha)$	auront respectivement pour logarithmes	$l + i\alpha$
$g'(\cos\alpha' + i\sin\alpha')$	. . . . .	$l' + i\alpha'$
$gg'(\cos(\alpha+\alpha') + i\sin(\alpha+\alpha')$	. . . . .	$l+l'+i(\alpha+\alpha')$

Maintenant qu'il est bien constaté que $i\alpha$ n'est pas un arc de cercle, mais bien une droite imaginaire (horizontale) égale en longueur à un arc α, développons l'expression $e^{i\alpha}$:

$$e^{i\alpha} = 1 + \frac{i\alpha}{1!} + \frac{i^2\alpha^2}{2!} + \frac{i^3\alpha^3}{3!} + \frac{i^4\alpha^4}{4!} \ldots\ldots$$

Nous obtenons ainsi une série qui décrit clairement une espèce de volute OAPQR.....B, formée par des droites en nombre infini OA, AP, PQ, QR ..... reliés par des angles droits A, P, Q, R ..... Ces droites ont pour longueurs la première l'unité, et les autres les quotients des puissances successives de la droite α par les factorielles respectives.

Cela nous donne le moyen de détacher d'une circonférence, non

exactement, mais avec telle approximation qu'on voudra, un arc d'une longueur égale à une droite donnée.

(Voir les constructions de la figure 1.)

S'il est vrai de dire que

$$e^{i\alpha} = \overline{OB} = 1 + \overline{\text{arc}\,\alpha}.$$

Il est évident que

$$\overline{\text{arc}\,\alpha} = -1 + e^{i\alpha}.$$

Ce qui nous donne une nouvelle expression de l'arc de cercle

$$\overline{\text{arc}\,\alpha} = \frac{i\alpha}{1!} + \frac{i^2\,\alpha^2}{2!} + \frac{i^3\,\alpha^3}{3!} \ldots\ldots$$

De là, les deux équipollences

$$\frac{i\pi}{1!} + \frac{(i\pi)^2}{2!} + \frac{(i\pi)^3}{3!} + \frac{(i\pi)^4}{4!} \ldots\ldots = -2$$

$$\frac{i2k\pi}{1!} + \frac{(i2k\pi)^2}{2!} + \frac{(i2k\pi)^3}{3} \ldots\ldots = 0$$

La première de ces équipollences reste vraie en remplaçant π par $(2k+1)\pi$; et, en construisant graphiquement ces expressions, l'on en tire des conclusions géométriques très intéressantes.

II. — Rectifications et additions a notre communication de Nancy (III).

Page 95 de la réimpression des opuscules d'Argand et de Français, on peut lire :

« ..... En outre, la multiplicité des valeurs dues aux radicaux de « l'expression proposée est une autre source d'incertitude, de telle « sorte qu'on pourrait parvenir de la manière la plus rigoureuse à « réduire $(a+b)^{m+ni}$ à la forme $p+iq$, sans qu'il s'ensuivit « nécessairement que cette fonction n'ait pas d'autres valeurs de « l'ordre a_{b_c}, non réductibles à cette forme. » (Argand.)

Cette réflexion aurait du suffire pour faire examiner avec plus d'attention l'expression $\sqrt{-1}^{\sqrt{-1}}$ qu'Argand proposait comme symbole de l'unité perpendiculaire à la fois sur 1 et sur i.

Nous allons montrer que i^i aura pour logarithme $-\frac{\pi}{2}$ ou bien $i^{\frac{\pi}{2}}$ selon le point de vue auquel on se sera mis, et qu'il en sera même de la réductibilité ou non réductibilité de $(a+ib)^{m+in}$ en $p+iq$.

Nous ferons remarquer que les logarithmes argandiens, vallésiens

et népériens tels que nous les avons définis l'an dernier sont des logarithmes de direction hétérogènes avec les logarithmes de longueurs, et les longueurs elles-mêmes, c'est-à-dire calculées avec *une autre unité positive réelle*.

Ainsi, dans le calcul des logarithmes argandiens et vallésiens c'est i qui joue le rôle de 1° et i^i celui de i.

Dans le calcul des logarithmes népériens hétérogènes (logarithmes que nous désignerons désormais du nom d'Euléríens), c'est i^i qui prend le rôle de 1°, et i reprend le sien propre.

Les vrais logarithmes népériens des unités dirigées doivent être homogènes avec les logarithmes de grandeur, c'est-à-dire calculées avec la même unité positive réelle, le même 1°, qui est, pour nous, l'unité verticale ascendante. Dans ce système, les logarithmes de grandeur sont tous verticaux ou réels; les logarithmes de direction sont tous horizontaux et orientés de la même manière que le plan vertical qui renferme les unités dirigées respectives.

C'est dans ce système qu'il n'est plus vrai de dire que $(a + ib)^{m+n}$ est réductible à la forme $p + iq$. Cette réduction ne pourrait se faire que par un changement d'unité, en faisant basculer l'équateur autour de i de manière à le confondre avec le premier méridien et amener ainsi i^i sur 1°.

Ce système a cet avantage que les additions de logarithmes de longueur et de logarithmes de direction peuvent (s'il s'agit de multiplications dynamiques ou à facteurs simultanés) se faire par une même construction dans l'espace, comme nous avons vu (*fig.* 2) qu'ils pouvaient se faire dans le plan.

Dans ce vrai système népérien

$\cos x + i \sin x$ a pour logarithme ix

$(\cos x + i \sin x)^i$ ——————— $i^i x$ non réductible en $-x$.

et i^i ——————— $i^i \frac{\pi}{2}$ ——————— $-\frac{\pi}{2}$.

L'article suivant nous fournira les moyens de justifier cette manière de voir.

III. — Étude sommaire de la courbe $OP = e^{i^x}$.

Supposons une ligne brisée, ou plutôt articulée plane, composée de droites en nombre infini

OA	AB	BC	CD	respectivement égales à
1	$\frac{1}{1!}$	$\frac{1}{2!}$	$\frac{1}{3!}$	(Voir *fig.* 3.)

Supposons que OA soit fixe dans la direction verticale montante que nous avons prise comme réelle positive ; que AB soit lié à OA par un parallèlogramme articulé dont les autres articles O*b* et A*b*

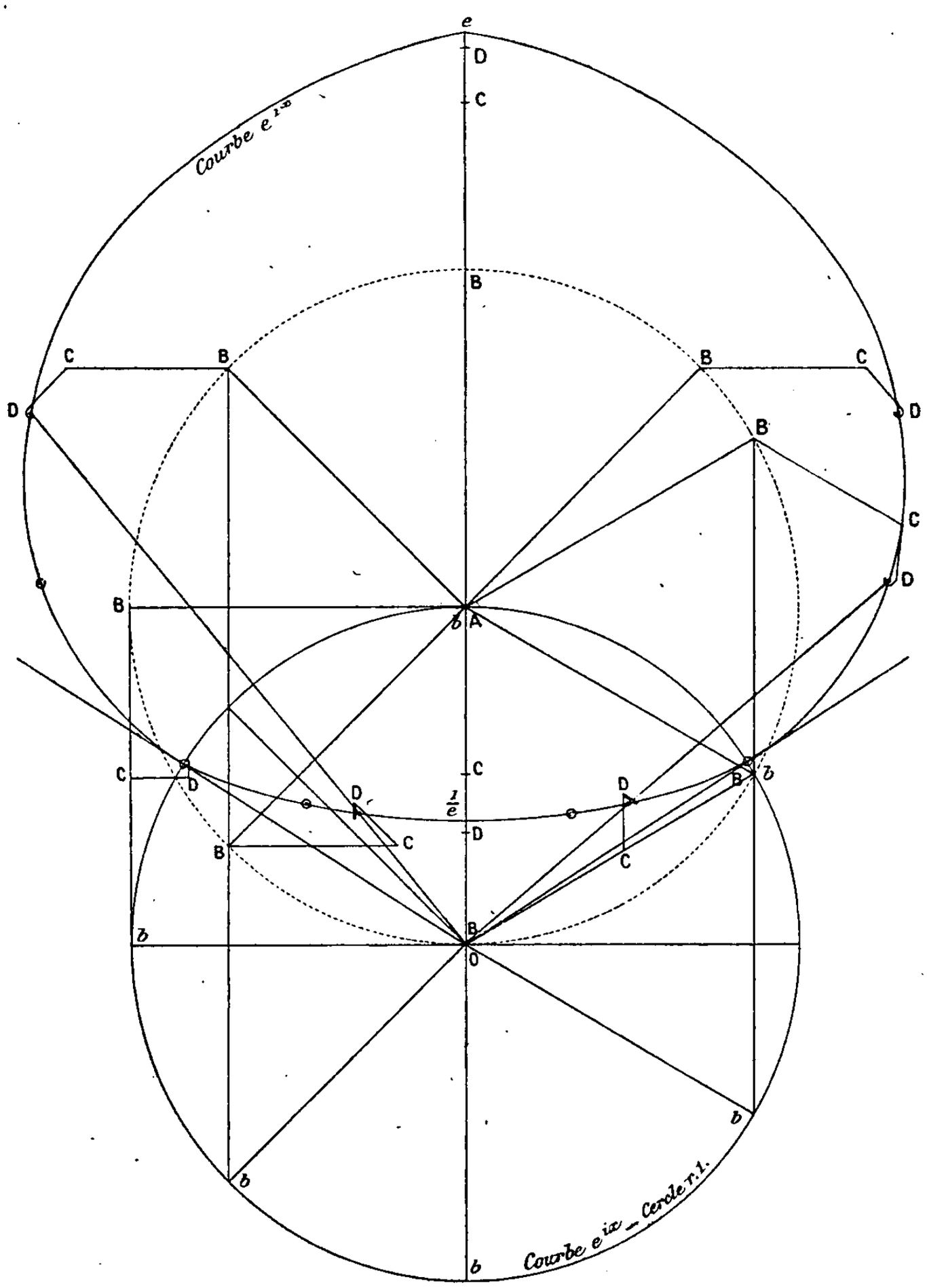


Fig. 3.

soient aussi égaux à l'unité. Supposons encore que tous les mouvements de l'article AB soient suivis par tous les autres de telle sorte que les angles A, B, C, D . . . . . restent toujours égaux entre eux.

En faisant décrire un cercle au point b autour de O, le point B en décrira un semblable autour de A. Le point C décrira l'épicycloïde de deux cercles égaux ayant pour rayon $\frac{1}{2}$. Les autres points décriront d'autres courbes plus difficiles à dénommer, mais dont chacune

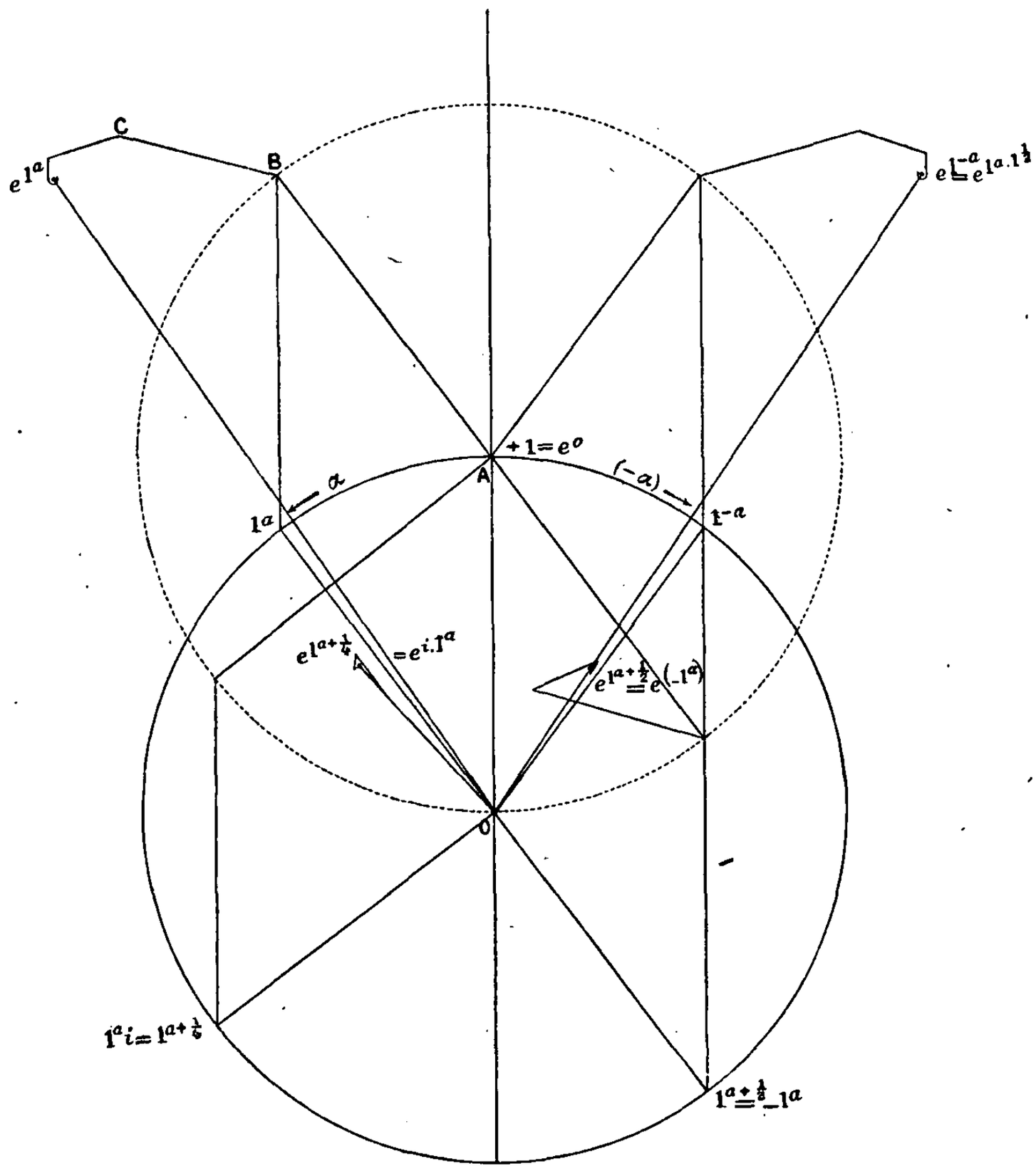


Fig. 4.

est facile à tracer par points. Ces courbes tendront de plus en plus, mais sans jamais se confondre avec elle, vers une courbe limite dont les points P seront les limites vers laquelle tendent la suite des points A, B, C, D... ; et la droite OP´ sera la représentation d'un nombre imaginaire ayant pour logarithme l'unité dirigée respective Ob.

Pour s'en convaincre on n'a qu'à consulter l'égalité :

$$e^{1^x} = 1 + \frac{1^x}{1!} + \frac{1^{2x}}{2!} + \frac{1^{3x}}{3!} + \frac{1^{4x}}{4!} \ldots\ldots$$

Toutes ces courbes, et, par conséquent, aussi la courbe limite sont symétriques par rapport à la verticale passant par O; et la courbe limite traverse cet axe aux points $OP = e$ et $OP' = \frac{1}{e}$.

Les points de la courbe P et P', liés par les relations

$$OP = e^{1^{\left(\frac{1}{4} - a\right)}} \text{ et } OP' = e^{1^{\left(\frac{1}{4} + a\right)}}$$

sont chaque fois situés sur une même droite passant par O, et les grandeurs g et g' de leurs distances à O sont liées par la relation

$$g' = \frac{1}{g}.$$

On peut facilement prouver tout cela sur la figure 4 par des considérations de triangles semblables :

$$e^{1^a} \times e^{1^{(-a)}} = e^o = +1.$$

D'où il suit que $OP = e^{1^{-\frac{1}{4}}} = e^i$ est tangent à cette courbe juste au point où elle traverse le cercle OA à l'extrémité d'un arc de cercle AP égal en longueur au rayon.

On pourrait de même étudier d'autres courbes :

le cercle $= e^{ix}$; $e^{n\,1^x} = 1 + \frac{n1^x}{1!} + \frac{n^2 1^{2x}}{2!} + \frac{n^3 1^{3x}}{3!} + \frac{n^4 1^{4x}}{4!}$ .... etc.*

De l'étude de toutes ces courbes ressortent d'une façon claire et évidente les deux propositions importantes :

A. Les logarithmes de deux nombres conjugués sont conjugués.

B. Les nombres de deux logarithmes conjugués sont conjugués.

IV. — Conclusion.

Nous voulons prouver qu'au point de vue où nous nous mettons pour l'établissement des logarithmes népériens de direction, homo-

* En étudiant la courbe $l(1^o + 1^x) = \frac{1^x}{1} - \frac{1^{2x}}{2} + \frac{1^{3x}}{3} - \frac{1^{4x}}{4} \ldots$ on découvre des moyens graphiques pratiquement laborieux, mais théoriquement intéressants de rectifier telle portion de circonférence qu'on voudra (bien entendu avec une approximation plus ou moins grande).

gènes avec les logarithmes népériens des grandeurs, on ne peut adopter la manière de calculer par laquelle Euler a prouvé que $-\frac{\pi}{2}$ était le logarithme de i^i.

Mais on ne peut faire cette preuve directement; il faut y arriver au moyen d'une espèce de détour.

Au lieu de prendre l'égalité $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$ prenons-en une autre de même nature, par exemple celle-ci :

$$e^{1^\alpha} = g(\cos\alpha + i\sin\alpha) \qquad \text{(Voir } \textit{fig.}\ 3.\text{)}$$

Élevons les deux membres à la puissance i, à la façon d'Euler, nous aurons

$$e^{i1^\alpha} = g^i(\cos\alpha + i\sin\alpha)^i$$

Égalité dont il s'agit de démontrer la fausseté.

Pour cela élevons une seconde fois les deux membres à la puissance i, à la façon d'Euler. Nous aurons

$$e^{(-1^\alpha)} = \frac{1}{g}(\cos\alpha - i\sin\alpha)$$

ou bien encore

$$e^{(-1^\alpha)} = e^{1^{(-\alpha)}}.$$

Ce qui ne peut être vrai (voir *fig.* 3 et 4) que dans le cas où

$$\alpha = \frac{1}{4}\text{ circonférence.}$$

C'est même cette exception qui fait qu'on n'a pas pu démontrer directement que $-\frac{\pi}{2}$ n'est pas le logarithme népérien *homogène* de i^i.

Maintenant faisons le calcul d'une autre manière en tenant compte des propositions A et B de la fin de l'article précédent. Nous aurons

$$e^{1^\alpha} = g(\cos\alpha + i\sin\alpha)$$

$$e^{1^{\alpha i}} = g^i(\cos\alpha + i\sin\alpha)^i$$

$$e^{1^{(-\alpha)}} = \frac{1}{g}(\cos\alpha - i\sin\alpha)$$

c'est-à-dire $\qquad e^{1^{(-\alpha)}} = e^{1^{(-\alpha)}}$

La première manière de calculer nous a conduit à une contradiction.

La seconde manière de calculer nous a conduit à une identité.

Il nous semble donc que c'est cette dernière qu'il faut préférer, pour pouvoir appliquer à l'espace le calcul des quantités géométriques, ou des équipollences.

En d'autres termes, chacun des systèmes de logarithmes d'unités dirigées, logarithmes eulériens, argandiens, vallésiens et vrais logarithmes népériens, ont leurs avantages et leurs inconvénients dans le calcul ou les constructions graphiques; mais les considérations théoriques sur lesquelles se fonde le dernier système, éclaircissent les difficultés qui ont empêché jusqu'à présent d'appliquer d'une manière simple à l'espace le calcul des quantités dirigées.

M. Charles **BERDELLÉ**,

Ancien garde général des forêts, à Rioz (Haute-Saône).

LA NUMÉRATION BINAIRE ET LA NUMÉRATION OCTAVALE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

A la mémoire de COLENNE *.

Il est facile de faire des deux systèmes de numération binaire et octaval, un seul et même système, réunissant les avantages de l'un et de l'autre. Il suffit pour celà de remplacer les chiffres de la numération octavale respectivement par les signes suivants.



0 1 2 3 4 5 6 7

Dans la numération binaire, et par suite dans la numération octavale telle que nous l'entendons ici, les calculs peuvent se remplacer par des déplacements de jetons sur un damier, et même par du dessin linéaire.

* Colenne, auteur d'un livre intitulé, *le Système Octaval*, Paris, 1845; chez Dezobry et Magdeleine, Mathias, Durand, à Paris; chez Decq à Bruxelles et chez Hoste à Gand.

ADDITION.

Donnant aux jetons le rôle du seul chiffre significatif 1 dans la numération binaire, ou des traits verticaux des signes ci-dessus, écrire les nombres à additionner sur un damier. Aussi longtemps

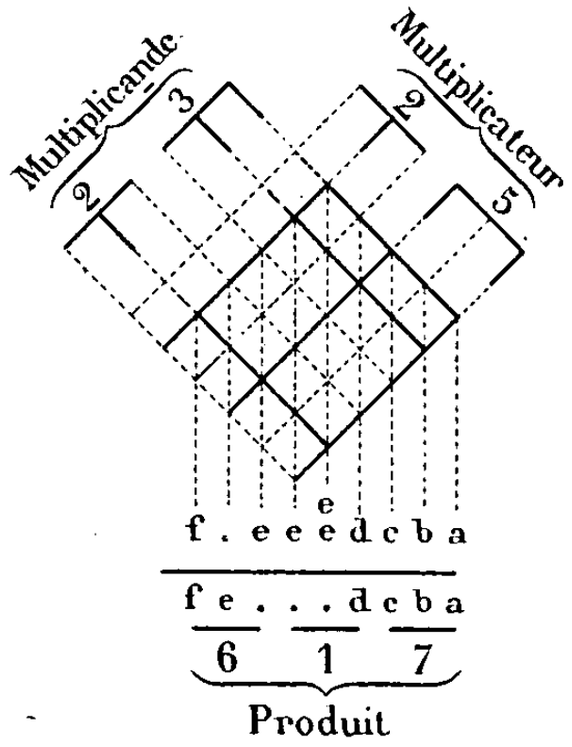


Fig. 1.

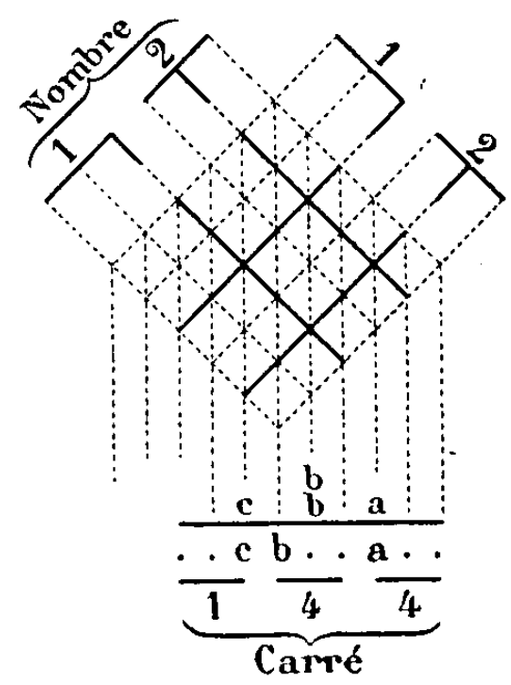


Fig. 2.

qu'il y aura plus de deux jetons dans une même colonne, s'en servir pour faire des jetons damés. Chaque jeton damé s'avancera vers la gauche en supprimant un jeton simple dans chaque colonne qui ne sera pas vide, mais on l'arrêtera dans la première colonne vide en la dédamant. On continue jusqu'à ce qu'il n'en reste qu'un par colonne : on aura la somme binaire, facile à transformer en somme octavale en prenant les colonnes 3 à 3 à partir de la droite.

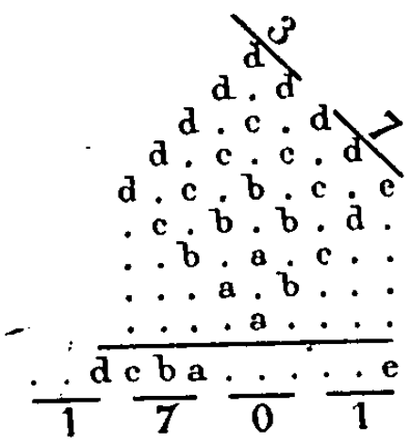


Fig. 3.

Nous ne parlerons pas de la soustraction qui est facile à faire. Quant à la manière de figurer l'addition sur le papier, voir figures 1, 2 et 3 comment on a opéré les additions des produits partiels des multiplications.

MULTIPLICATIONS ET ÉLÉVATIONS AU CARRÉ.

Nous supprimerons l'énoncé de règles. Les figures 1, 2 et 3 parleront suffisamment aux yeux. La figure 3 nous fera même lire intuitivement la vérité suivante :

$$(2^n - 1)^2 = 2^{2n-1} + 2^{2n-2} + 2^{2n-3} \ldots + 2^{n+1} + 1 .$$

DIVISION.

Diviser, consiste à résoudre le problème suivant :

Tenant un échiquier devant vous, l'un des angles contre la poitrine, de manière que les diagonales puissent être traitées d'horizontales et de verticales, on vous donne chaque fois un jeton dans certaines de ces colonnes verticales; et celui que vous faites aller dans une colonne plus à droite, vous le remplacerez par deux. On vous donne certaines lignes parallèles à l'un des côtés du damier; il s'agit. en partant de la

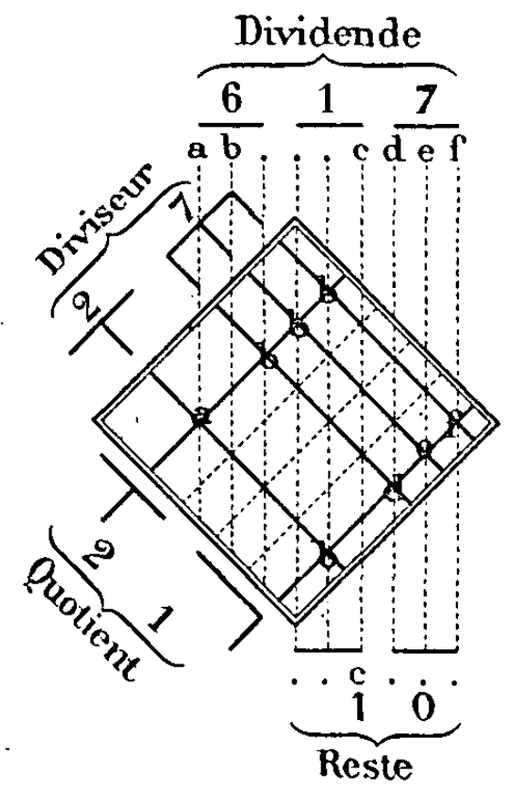


Fig. 4.

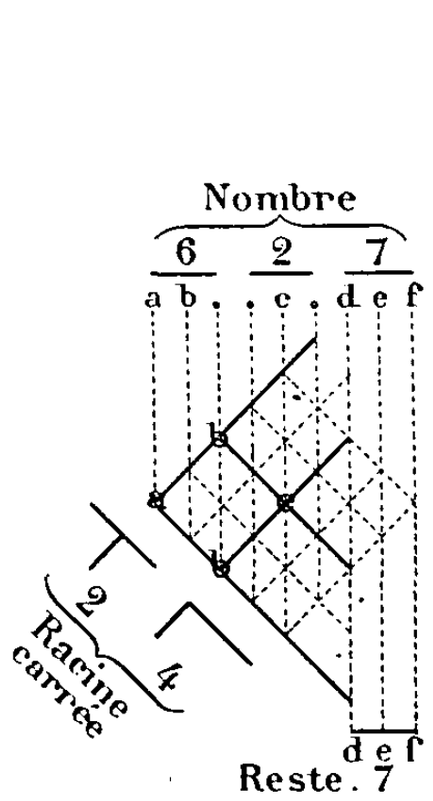


Fig. 5.

gauche, d'en trouver d'autres, parallèles à l'autre coté du damier et telles que les intersections avec les premières peuvent être couvertes par les jetons donnés ou par ceux qui leur servent de monnaie binaire. La figure 4 retrace les opérations à faire; un jeton et sa monnaie binaire sont marqués par la même lettre.

EXTRACTION DE RACINE CARRÉE.

Cette opération diffère de la division en ce qu'il n'y a que les jetons de donnés, et qu'au lieu d'essayer des lignes successives on essayé chaque fois un système de deux lignes qui se coupent en croix de Saint-André sur la grande diagonale horizontale. Comme pour les divisions. les essais se font successivement en partant de la gauche. La figure 5 montre comment l'opération peut être représentee par un dessin linéaire.

NOMENCLATURE.

Elle est entièrement résumée dans le tableau suivant :

Un ou ine	1.	Huit	10.
Deux — due	2.	Duotte	20.
Trois — duine	3.	Troisotte ou duinotte	30.
Quatre	4.	Quatotte	40.
Cinq ou quatine	5.	Cinquotte ou quatinotte	50.
Six — quatdue	6	Sixotte — quatduotte	60.
Sept — quatduine	7.	Septotte — quatduinotte	70.

Tum = 100 ; til = 1 000 ; tillion = 1 000 000.

Tilliard	= l'unité suivie de huit	— un	zéros.
Bitilliard	—————— duotte	— deux	——
Tritilliard	—————— troisotte	— trois	——
Quatilliard	—————— quatotte	— quatre	——
Quintilliard	—————— cinquotte	— cinq	——
Sextilliard	—————— sixotte	— six	——
Septilliard	—————— septotte	— sept	——

Pour la nomenclature binaire, nous avons défiguré les mots *un* et *deux* pour pouvoir plus facilement en faire un mot composé exprimant d'une seule émission de voix le nombre trois = duine.

La terminaison *otte* est empruntée à l'italien ; le mot *tum* au Volapück.

Pour finir, faisons remarquer que pour former une nomenclature duodécimale il faut bien moins d'imagination. Onze et douze ont l'air de mots simples. Les noms des unités se relient facilement à la terminaison douze, ainsi *sept-douze*, prononcez *sédouze*. Pour cent on a le mot *grosse* ; il ne s'agit plus que de forger *grossil*, *grossilion*, *grossiliard*. On figurerait dix avec un 2 couché, ↄ ; onze avec un 3 renversé, ɛ.

M. Charles **BERDELLÉ**,

Ancien garde général des forêts, à Rioz (Haute-Saône).

BOITE A MULTIPLICATION.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Dédié à MM. LUCAS et GENAILLE.

Faites une boîte carrée dont la partie creuse soit à pans coupés et à entaillures triangulaires (voir *fig.* 1) de manière à pouvoir y poser

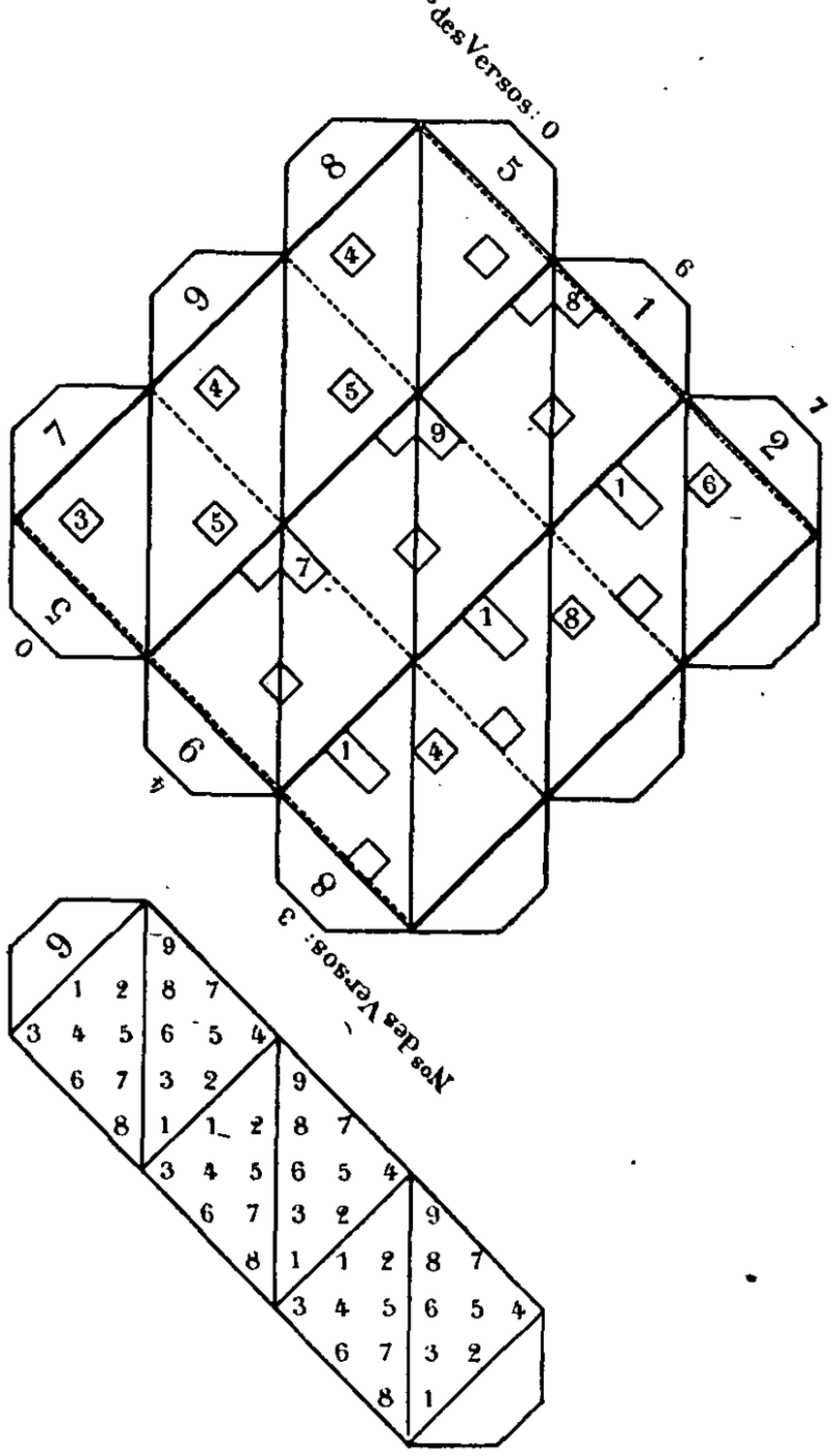


Fig. 1.

Fig. 2.

côte à côte, dans deux sens différents trois plaques de carton ou de métal, semblables à la figure 2.

Faites trois cahiers de 5 feuilles (10 pages) ayant la forme de la figure 2. Ces pages porteront dans le trapèze qui formera l'entête chacune l'un des dix chiffres; et dans les carrés divisés en deux triangles formant le reste de la page, les chiffres des dizaines et les chiffres des unités des produits de neufs premiers nombres par celui indiqué au haut de la page. Ces chiffres seront distribués de la même manière que ceux des produits de 9 sur la figure 2. (Les zéros remplacés par des vides.)

On fait faire neuf plaques métalliques ou en carton semblables à la figure 2, mais de trois modèles différents. Ces plaques porteront en titre au-dessus et au-dessous, sur le recto et le verso l'un des dix chiffres. Le dessus et le dessous porteront des chiffres complémentaires par rapport à 10; le recto et le verso des chiffres liés par la formule $n \pm 5$; les 3 modèles seront percés de lucarnes et ornés de diagonales en noir de la façon indiquée sur la figure 1.

Pour avoir le produit par exemple de 798 par 512, j'arrange les 3 cahiers dans le creux de la boîte de manière à écrire avec les titres des pages le nombre 798 sur le côté supérieur gauche de la boîte. Avec les plaques métalliques à lucarnes, j'écris de même 512 sur le coté supérieur droit de la boîte.

En additionnant par colonnes verticales les chiffres des cahiers mis à découvert par les lucarnes des plaques métalliques, j'obtiens le produit 798×512.

Comme il existe des appareils aussi simples que le mien et donnant le produit total tout calculé, il ne faut considérer ceci que comme un jouet, instructif surtout parce qu'il peut être fabriqué des mains des enfants mêmes.

M. A. CAYLEY,

Professeur à l'Université de Cambrige.

NOTE SUR LA TRANSFORMATION DU SEPTIÈME ORDRE, DES FONCTIONS ELLIPTIQUES.

— Séance du 26 septembre 1887. —

J'ai considéré la transformation du septième ordre, sous la forme

$$\frac{dy}{\sqrt{1 - 2\beta y^2 + y^4}} = \frac{\rho dx}{\sqrt{1 - 2\alpha x^2 + x^4}},$$

$$y = \frac{x(\rho + A_2 x^2 + A_1 x^4 + x^6)}{1 + A_1 x^2 + A_2 x^4 + \rho x^6}.$$

L'on a entre ρ, α, une équation

$$\begin{aligned} &\alpha^3 . 512\rho \\ &+ \alpha^2 . - 1344\rho^2 \\ &+ \alpha . 112\rho^5 + 224\rho^3 - 464\rho \\ &- (\rho^8 - 28\rho^6 - 210\rho^4 - 1484\rho^2 - 7) = 0 \end{aligned}$$

et en écrivant $\sigma = \frac{-7}{\rho}$, la même équation en σ, β.

Pour une valeur donnée α, on a donc 8 valeurs de ρ, donc aussi 8 valeurs de σ, et apparemment $8 \times 3 = 24$ valeurs de β : mais on sait que le nombre des valeurs de β doit être $= 8$. Cela tient à une relation particulière entre les formes des équations cubiques pour α et β, au moyen de laquelle il est possible d'exprimer β rationnellement en ρ, α.

Pour simplifier, j'écris $A = 8\rho\alpha - 7\rho^2$: on obtient pour A l'équation

$$\begin{aligned} &A^3 \\ &+ A\rho^2(14\rho^4 - 119\rho^2 - 58) \\ &- \rho^2(\rho^8 - 126\rho^6 + 280\rho^4 - 1078\rho^2 - 7) = o, \end{aligned}$$

que j'écris

$$A^3 + A\rho^2 q_1 - \rho^2 r_1 - o.$$

Donc

$$A = f + g.$$

où

$$f^3 = \frac{1}{2}\rho^2\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + \frac{4}{27}\rho^2 q_1^3}\right),$$

$$g^3 = \frac{1}{2}\rho^2\left(r_1 - \sqrt{r_1^2 + \frac{4}{27}\rho^2 q_1^3}\right),$$

et l'expression de A contient ainsi deux racines cubiques.

En écrivant de même $B = 8\sigma\beta - 7\sigma^2$, on a pour B une expression semblable $B = f' + g'$ avec deux racines cubiques; et pour que la relation dont il s'agit subsiste, il faut qu'en écrivant $\sigma = -\frac{7}{\rho}$, les racines cubiques pour B deviennent identiques avec les racines cubiques pour A.

Pour expliquer de quelle manière cela peut arriver, je suppose d'abord que $r_1^2 + \frac{4}{27}\rho^2 q_1^3$ soit une fonction avec facteur carré, $t_1^2\delta_1$ et puis que l'on ait $r_1 \pm t_1\sqrt{\delta}$ une fonction avec facteur cubé, $(U \pm \sqrt{\delta})^3 (W \pm \sqrt{\delta})$: cela étant, les racines cubiques seront

$\sqrt[3]{W \pm \sqrt{\delta}}$; et l'on doit avoir W, δ des fonctions de ρ telles qu'en dénotant par W', δ' les fonctions semblables de σ, et en écrivant $\sigma = -\frac{7}{\rho}$, on ait, à des facteurs près, $W' \pm \sqrt{\delta'} = W \pm \sqrt{\delta}$.

On trouve en effet que tout cela arrive : les expressions actuelles de f, g sont

$$f = -\frac{q}{10}(U - \sqrt{\delta})\sqrt[3]{\frac{1}{2}\rho^2(W - \sqrt{\delta})},$$

$$g = -\frac{q}{10}(U + \sqrt{\delta})\sqrt[3]{\frac{1}{2}\rho^2(W - \sqrt{\delta})},$$

où $U = 19\rho^2 - 53, \quad W = -\rho^2 + 7,$

$$\delta = \rho^4 + \frac{122}{27}\rho^2 + 49;$$

f', g' dépendent de manière semblable de $\frac{1}{2}\sigma^2(W' + \sqrt{\delta'})$, où

$$W' = -\sigma^2 + 7, \qquad = -\frac{7}{\rho^2}W,$$

$$\sqrt{\delta'} = \sqrt{\sigma^4 + \frac{122}{27}\sigma^2 + 49}, \quad = \frac{7}{\rho^2}\sqrt{\delta},$$

et de là

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}\sigma^2(W' \pm \sqrt{\delta'})} \qquad = -\frac{7}{\rho^2}\sqrt[3]{\frac{1}{2}\rho^2(W \pm \sqrt{\delta})},$$

c'est-à-dire B, A dépendent chacune des seules racines cubiques $\sqrt[3]{\frac{1}{2}\rho^2(W \pm \sqrt{\delta})}$.

Comme dernier résultat, j'obtiens entre B, A, ρ, la relation,

$$B\rho^4(\rho^6 + 75\rho^4 - 141\rho^2 + 1) = 7A(\rho^6 - 33\rho^4 + 1947\rho^2 + 49)$$
$$- 56(3A^2 + 2\rho^2(14\rho^4 - 119\rho^2 - 58))(\rho^2 + 7)$$

ou en substituant les valeurs de A, B. et réduisant

$$\beta\rho^2(\rho^6 + 75\rho^4 - 141\rho^2 + 1) = \rho(\rho^2 + 7)(192\alpha^2 + 21\rho^4 - 210\rho^2 - 123)$$
$$+ \alpha(\rho^6 - 669\rho^4 - 405\rho^2 + 49).$$

Cette équation, en y écrivant $\rho, \alpha, \beta = 1, -1, -1$, devient $64 = -960 + 1024$, comme cela doit être.

M. Ém. DORMOY,

Ingénieur en chef des mines, à Paris.

THÉORIE MATHÉMATIQUE DES JEUX DE BOURSE *.

— Séance du 26 septembre 1887. —

L'équation qui représente le mieux les probabilités de hausse et de baisse à la Bourse est :

$$y = \frac{1}{ax^2 + 2}.$$

y étant la probabilité que la hausse atteindra ou dépassera à la fin du mois la valeur x. Pour déterminer le paramètre a, on calcule l'Espérance mathématique de l'acheteur de prime. Soit p la prime, et c l'écart entre le cours de la prime et le cours du ferme. On reconnaîtra facilement que cette Espérance mathématique E.M. est égale :

1° Si $c > p$, à :

$$\int_{c-p}^{\infty} y\,dx - p = \frac{1.11}{\sqrt{2a}} - \frac{1}{\sqrt{2a}} \operatorname{arctang}(c-p)\sqrt{\frac{2}{a}} - p.$$

2° Si $c < p$, à :

$$\int_{o}^{\infty} y\,dx + \frac{p-c}{2} + \int_{o}^{p-c} y\,dx - p$$

$$= \frac{1.11}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{2a}} \operatorname{arctang}(p-c)\sqrt{\frac{a}{2}} - \frac{c+p}{2}.$$

Or, l'Espérance mathématique d'un acheteur de prime, calculée au moment où il engage son opération, doit toujours être faible en valeur absolue, mais négative. En effet, ce spéculateur expose peu et peut gagner beaucoup ; il se garantit la sécurité, et c'est là un avantage moral qu'il doit payer par un petit désavantage financier. Il faut donc donner à a une valeur telle que les deux formules ci-dessus donnent

* Cette note fait suite à celle qui a été présentée au Congrès de Nancy. (Voir *Compte rendu du Congrès de Nancy*, 1re partie.)

de petites valeurs négatives pour toutes les valeurs de p et de e, qui se correspondent dans la pratique.

Ainsi, le 6 décembre 1885, la prime dont 0f10 sur la rente 3 % se faisait avec un écart de 0f73; on reconnaît que la valeur $a = 16$ donne E.M. $=$ — 0f01. La prime dont 0f25 se faisait avec un écart de 0f50, la valeur $a = 16$ donne E.M. $=$ — 0f07. La prime dont 0f50 se traitait avec un écart de 0f30; la valeur $a = 16$ donne E.M. $=$ — 0f04. Enfin, la prime dont 1f se traitait avec un écart de 0f10; la valeur $a = 16$ donne E.M. $=$ — 0f08. Ces résultats permettent d'adopter la valeur $a = 16$ pour celle qui convenait le 6 décembre au marché de la rente. La valeur de a ne dépend donc que de l'écart auquel se traite une prime donnée. Ainsi, pour divers écarts de la prime dont 0f50, on obtient les valeurs suivantes de a :

Écart e de la prime $p = 0.50$.	Valeur de a.	Valeur du bénéfice probable de l'acheteur de ferme.
0f 05	50	0f 16
0 10	30	0 20
0 20	20	0 25
0 30	16	0 28
0 40	10	0 35
0 50	6	0 45
0 60	5	0 50
0 70	4	0 55
0 80	3 40	0 60
0 90	3 00	0 64
1 00	2 70	0 68
1 50	1 70	0 85
2 00	1 20	1 00
3 00	1 00	1 11

Connaissant la valeur de a, l'équation primitive $= y \frac{1}{ax^2 + 2}$ donne les probabilités de chaque chiffre de hausse; elle permet de tracer la courbe, et de calculer la valeur du bénéfice probable de l'acheteur de ferme, laquelle est égale à la valeur de sa perte probable.

Les mêmes calculs s'appliquent, sauf changement des données numériques, à toutes les valeurs autres que la rente, que j'ai prise ici pour exemple.

M. S. RINDI,

Professeur au Lycée de Pesaro.

SUR LES NORMALES DOUBLES DES SURFACES ALGÉBRIQUES.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Dans le tome II, 4e série, des *Rendiconti* de l'Académie royale des Lincei (juillet 1886), mon très cher ami, M. le Dr Marius Pieri, en appliquant deux fois successivement le principe de correspondance dans le plan, a trouvé le nombre des normales doubles à une surface. Maintenant, je vais indiquer un autre moyen d'obtenir ce résultat.

Soit S une surface générale de l'ordre n dont nous indiquerons par C_∞^n l'intersection avec le plan de l'infini E_∞.

Par un point arbitraire P de E_∞ passent $n(n-1)^2$ normales à S qui sont en général à distance finie. Chacune de ces droites rencontre ultérieurement la surface en $n-1$ points, et les normales à S en ces derniers rencontrent E_∞ en $n(n-1)^3$ points Q. Dans la correspondance qui va nous servir, on aura donc

$$x = n(n-1)^3 .$$

Par un point Q passent aussi $n(n-1)^2$ normales, et par chacun des pieds de ces normales on peut en mener $(n-1)(n^2+1)$ autres qui donnent autant de points P. Ainsi

$$x' = n(n-1)^3(n^2+1) .$$

Prenons sur E_∞ une droite t_∞ dont T_∞ soit le pôle par rapport au cercle imaginaire. Les normales qui s'appuient sur t_∞ et sont en général à distance finie ont leurs pieds sur une courbe de l'ordre $n(n-1)$ *. Ces normales forment une surface gauche du degré $n^2(n-1)$ ** renfermant $n(n-1)^2$ fois la droite t_∞. Il

* Intersection de S avec la première polaire de T_∞.

** Pour une droite quelconque, au lieu de t_∞ le degré de cette surface serait n^3. (Voir Sturm, *Math. Ann.*, Bd. VII, p. 567.) Mais lorsque la droite passe à l'infini, le plan de l'infini lui-même vient se séparer n^2 fois de la surface à cause des n^2 normales que l'on peut mener d'un quelconque de ses points à la section C_∞^n.

nous sera utile de connaître l'intersection de cette surface avec E_∞. Elle se compose de l_∞ comptée $n(n-1)^2$ fois et de $n(n-1)$ autres droites g ; ce sont les normales à C^n_∞ aux points où cette courbe est rencontrée par la première polaire de T_∞ par rapport à S. La surface gauche dont on vient de parler coupe S suivant une courbe de l'ordre $n^3(n-1)$. En en retranchant le lieu des pieds des normales, il nous reste une courbe de l'ordre

$$n^3(n-1) - n(n-1) = n(n-1)^2(n+1)$$

ayant aux n intersections de l_∞ avec C^n_∞ autant de points $n(n-1)^2$ — ples et passant par les $n(n-1)^2$ points G, intersections ultérieures de C^n_∞ avec les $n(n-1)$ droites g, mentionnées ci-dessus. La surface engendrée par les normales à S aux points de cette courbe est du degré $n^2(n-1)^2(n+1)$ *. Son intersection avec E_∞ se compose des n normales aux points de rencontre de l_∞ avec C^n_∞ chacune comptée $n(n-1)^2$ fois, des $n(n-1)^2$ normales aux points G et d'une courbe restante de l'ordre

$$n^2(n-1)^2(n+1) - n^2(n-1)^2 - n(n-1)^2 = n(n-1)^3(n+1),$$

qui est le lieu des points Q correspondant aux points P de l_∞. On a donc

$$\beta = n(n-1)^3(n+1).$$

En E_∞ on a aussi un lieu de points unis de l'ordre $2n(n-1)^2$. C'est le cercle imaginaire compté $n(n-1)^2$ fois. En effet, par une tangente en un point P de ce cercle passent $n(n-1)^2$ plans tangents à S. Chacune des droites joignant P aux points de contact doit être regardée comme normale en deux points infiniment voisins X, Y et donne par suite un point Q coïncidant avec P. Il sera donc

$$\gamma = 2n(n-1)^2.$$

Appelons ξ, η les plans tangents en X, Y, et soit M le point à l'infini de la droite $\xi\eta$. La droite (droite limite) qui joint les points infiniment voisins P, Q, qui sont les points à l'infini des normales en X, Y, est la polaire de M par rapport au cercle imaginaire. Donc la classe de l'enveloppe de ces droites limites est égale à l'ordre du lieu des points M, ou bien de la développable dont les généra-

* En général, la surface engendrée par les normales à S aux points d'une courbe de l'ordre ν est de l'ordre $n\nu$, car les pieds des normales qui s'appuient sur une droite arbitraire sont sur une courbe de l'ordre n^2.

trices sont les droites $\xi\eta$. Or, les directions $\xi\eta$, XY étant conjuguées, la droite $\xi\eta$ renferme les points de contact des deux plans tangents consécutifs passant par XY. Donc, la droite $\xi\eta$ est tangente à la courbe de contact de la développable dont les plans touchent à la fois S et le cercle imaginaire. Comme cette courbe de contact est de l'ordre $2n(n-1)$*, l'ordre de sa développable osculatrice sera

$$2n(n-1)[n+2(n-1)-2] = 2n(n-1)(3n-4)^{**},$$

et, par conséquent,

$$\mathfrak{d} = 2n(n-1)(3n-4).$$

Le nombre des coïncidences des points P, Q correspondants est, comme on sait, par la formule de Zeuthen, $\alpha+\alpha'+\beta-\gamma-\mathfrak{d}$. En observant que le nombre T des normales doubles n'est que la moitié du nombre de ces coïncidences, on trouve, après réduction :

$$T = \frac{1}{2}n(n-1)(n^4-n^3+2n^2-13n+13),$$

qui est bien le nombre trouvé par M. Pieri, et n'en diffère que pour avoir en évidence le facteur $n-1$.

M. C.-A. LAISANT,

Docteur ès sciences, Député de la Seine, à Paris.

QUELQUES APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES DE LA GÉOMÉTRIE DES QUINCONCES.

— Séance du 28 septembre 1887. —

1. *Figuration des résidus d'une progression par différence.* — Soit une progression par différence

$$a+r,\quad a+2r,\ \ldots\quad a+nr,\ \ldots\quad a+pr$$

dont les termes sont entiers, et dont la raison r est un nombre entier

* Elle est l'intersection de S avec une surface de l'ordre $2(n-1)$, lieu des points dont les plans polaires touchent le cercle imaginaire.

** Il faut se rappeler que, pour l'intersection de deux surfaces S^μ, S^ν, ce nombre est $\mu\nu(\mu\times\nu-2)$. (Salmon-Fiedler, *Géom. d. Raumes*, II Th., § 105.

premier avec p. Les restes de la division des termes successifs par p reproduisent dans un certain ordre les p nombres $0, 1, 2, \ldots p-1$.

Si l'on construit tous les points ayant pour abscisses les nombres n, et pour ordonnées les restes ou *résidus* correspondants, il est aisé de voir que ces points se trouveront placés en quinconce, aux sommets de parallélogrammes; et l'on peut se proposer, comme l'a fait M. Edouard Lucas dans la *Nouvelle correspondance mathématique* (1877, t. III, p. 412), de rechercher les conditions pour que ces parallélogrammes soient : 1° des losanges; 2° des rectangles; 3° des carrés.

Plusieurs remarques sont d'abord nécessaires. Si nous appelons *réseau* p_r l'ensemble des points dont nous venons de parler, il est évident que la valeur de a n'aura aucune influence sur la forme du réseau, car tout changement dans cette valeur élèvera ou abaissera simplement les ordonnées des points d'une égale quantité. Nous pouvons donc supposer, et nous supposerons désormais, qu'on a $a=0$, sans altérer en rien la généralité du problème.

L'origine appartient toujours au réseau. De plus, si l'on donne à l'abscisse x la valeur p, on obtiendra 0 pour l'ordonnée y, et à partir de là les points se reproduiront identiquement dans le même ordre qu'à partir de l'origine. Le réseau p_r est donc situé tout entier dans un carré de côté p, qui donne le type du réseau illimité facile à former, en partant de là, sur toute l'étendue du plan. Ce réseau illimité comprendrait évidemment les quatre sommets du carré, et à ce point de vue on pourrait dire que l'on trouve toujours des carrés dans l'ensemble d'un réseau quelconque; mais ce n'est pas ainsi qu'il faut entendre le problème; posé de la sorte il n'aurait plus de sens. Nous le limiterons par cette condition, que le parallélogramme considéré ne doive contenir à son intérieur aucun point du réseau.

Une restriction possible encore consiste à supposer $r<p$; car s'il en était autrement, le reste de la division de r par p, mis à la place de r, produirait le même réseau. On peut même supposer r inférieur à la moitié de p; en effet, puisque l'abscisse d'un point a pour valeur n et l'ordonnée, le reste de la division de nr par p, on a $rx=np+y$; d'où l'on tire $(p-r)\,x=(x-n-1)\,p+p-y$. Donc, si l'on vient à remplacer r par $p-r$, toutes les ordonnées y sont remplacées par $p-y$, si bien qu'on obtient un réseau symétrique du précédent, et par conséquent de même forme.

On peut imaginer la construction du réseau sous une forme assez saisissante. Le premier point obtenu, après l'origine, a pour coordonnées $x=1$, $y=r$; le deuxième $x=2$, $y=2r$. Si l'on consi-

dère la droite $y = rx$, ces deux points seront sur cette droite, et les points suivants y seront aussi, tant qu'elle ne sortira pas du carré de côté p, ou de *l'échiquier* p. Si nous regardons cette droite comme prolongée jusqu'au point $x = p$, $y = rp$, elle aura traversé r échiquiers successifs avant d'y arriver. Supposons que sur la droite aient été portés à partir de l'origine des segments équidistants dont le premier a pour extrémité le point $x = 1$, $y = r$. Si nous faisons glisser tous les échiquiers successifs de haut en bas pour les superposer sur le premier, les points de division de la droite ainsi brisée en r segments égaux viendront précisément s'appliquer sur les points du réseau p_r.

2. *Formation du triangle type.* — Supposons qu'en divisant p par r, on ait trouvé q pour quotient et ρ pour reste; q, d'après une des remarques ci-dessus sera toujours plus grand que 2, et nous aurons

$$p = qr + \rho \quad \text{avec} \quad \rho < r.$$

Tant que nous donnerons à x des valeurs inférieures à q, la droite $y = rx$ que nous avons considérée, restera dans le premier échiquier; la valeur q est la dernière que nous puissions attribuer à x sous cette condition. Le premier point au-delà est contenu dans le deuxième échiquier, et, ramené par glissement dans le premier échiquier, pour former le réseau, il aura pour coordonnées $x = q + 1$ $y = r - \rho$ comme on le reconnaît immédiatement.

Appelons B ce point, A le premier, dont les coordonnées sont $x = 1$, $y = r$; et considérons le triangle OAB. On voit tout de suite que ce triangle ne renferme aucun autre point du réseau; qu'entre la droite AB et la parallèle menée par l'origine O il n'y a non plus aucun point du réseau; que si l'on prolonge la droite AB au-delà de B d'une longueur égale à un nombre entier de fois sa longueur, on obtiendra encore des points du réseau illimité; que tant que ce prolongement ne fera pas sortir la droite de l'échiquier p, on aura ainsi des points du réseau type. Si au contraire on prolongeait BA au-delà de A, on sortirait immédiatement de l'échiquier p.

Pour éclaircir ceci, on voudra bien se reporter à la figure 1 choisie de manière à n'offrir aucune particularité exceptionnelle. Elle se rapporte à l'exemple $p = 13$, $r = 3$; d'où $q = 4$ $\rho = 1$. Les points A et B ont pour coordonnées respectives 1 et 3, 5 et 2. Sur la figure on vérifiera les observations générales que nous venons de signaler.

Dans beaucoup d'exemples, comme dans celui-ci, c'est le triangle OAB lui-même qui peut être considéré comme le triangle consti-

tutif, le triangle type du réseau. Mais il n'en est pas toujours ainsi, comme l'on peut s'en assurer en construisant les exemples $p=23$, $r=11$ ou $p=25$, $r=11$; car on aurait alors des triangles très obtusangles, qu'il serait peu naturel de choisir comme types.

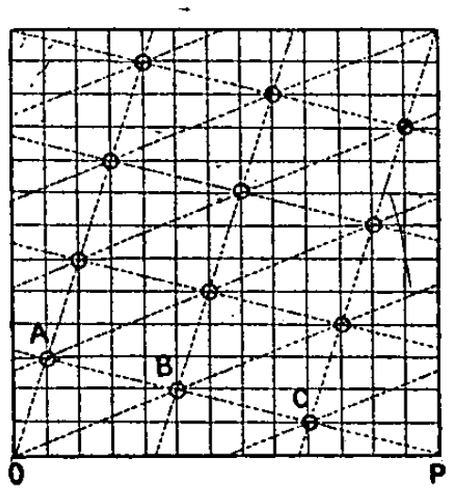


Fig. 1.

Pour traiter le problème, tel que nous l'avons posé, dans toute sa généralité, il faut supposer, d'après les remarques précédentes, que la droite AB a été prolongée d'autant de fois qu'on voudra sa longueur en $ABB_1B_2\ldots\ldots$ et chercher si parmi les triangles $OB_k B_{k+1}$ formés par le point O et deux points de division consécutifs, sans sortir de l'échiquier p, on en trouve un qui présente l'une des particularités demandées. La droite AB ayant un coefficient angulaire nécessairement négatif, il suffira pour ne pas sortir de l'échiquier p, de s'assurer qu'on n'arrive pas à des ordonnées négatives; car cette droite coupe l'axe des x en un point ayant pour abscisse $\frac{p}{\rho}$ comme il est facile de s'en assurer, c'est-à-dire entre O et P (*fig.* 1).

La notation des équipollences devient ici d'un emploi fort commode pour fixer les sommets B_k, B_{k+1} du triangle type $OB_k B_{k+1}$. Nous avons en effet, en usant de cette notation :

$$AB_k = k\,AB\,, \qquad AB_{k+1} = (k+1)\,AB\,,$$

et, en outre, d'après les valeurs des coordonnées de A et de B,

$$OA = 1 + ri\,, \qquad OB = q + 1 + (r-\rho)i\,,$$

d'où

$$AB = q - \rho i\,.$$

Donc

$$OB_k = 1 + kq + (r - k\rho)i \tag{1}$$

$$OB_{k+1} = 1 + (k+1)q + (r - (k+1)\rho)i \tag{2}$$

$$B_k B_{k+1} = AB = q - \rho i\,. \tag{3}$$

Pour que B_{k+1} ne sorte pas de l'échiquier p, il faut la condition $r - (k+1)\rho > 0$, ou $k < \frac{r}{\rho} - 1$. Le nombre entier contenu dans $\frac{r}{\rho} - 1$ fixera donc la limite extrême des valeurs de k.

3. *Losanges.* — Nous pouvons maintenant rechercher les condi-

-tions qui doivent conduire aux particularités géométriques signalées au début.

Tout d'abord, pour que le réseau p_r soit à losanges, il faut que le triangle $OB_k\ B_{k+1}$ soit isoscèle. Il le peut être de trois manières, suivant qu'on aura

$$OB_k = OB_{k+1}\ ,\quad OB_k = B_k B_{k+1}\ ;\qquad \text{ou}\qquad OB_{k+1} = B_k\ B_{k+1}$$

(égalités entre les longueurs).

Premier cas. — Pour exprimer que les longueurs OB_k, OB_{k+1} sont égales, il suffit d'écrire que la somme géométrique $OB_k + OB_{k+1}$ est perpendiculaire à $B_k\ B_{k+1}$ ou AB.

Cela donne immédiatement

$$\frac{2r - (2k+1)\rho}{2 + (2k+1)q} = \frac{q}{\rho}\ , \tag{4}$$

condition qui peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$$2k+1 = \frac{2(r\rho - q)}{\rho^2 + q^2}\ ,$$

$$r\rho = q + \frac{(2k+1)(\rho^2 + q^2)}{2}\ .$$

La condition $k < \frac{r}{\rho} - 1$ d'où $2k+1 < \frac{2r}{\rho} - 1$ est, d'ailleurs, ici forcément satisfaite.

Il est facile de former des exemples où ce cas des losanges se présente. Ainsi, lorsque q est un multiple $q'\rho$ de ρ, la condition devient

$$r = q' + \frac{(2k+1)\rho\,(q'^2+1)}{2}\ ,$$

et on y satisfera, soit en donnant à ρ une valeur paire, soit en donnant à q' une valeur impaire.

Dans le cas particulier où $k = 0$, c'est-à-dire où le triangle type se réduit à OAB, on a simplement

$$q(q+2) = \rho(2r - \rho)\ . \tag{4'}$$

La figure 2 nous présente un exemple de ce cas. Elle se rapporte à

$$p = 8\ ,\ r = 3\ ,\ \text{d'où}\ \ q = 2\ ,\ \rho = 2\ .$$

Deuxième cas. — Le cas où les longueurs OB_k, $B_k\ B_{k+1}$ sont égales donnerait la condition

$$(1 + kq)^2 + (r - k\rho)^2 = q^2 + \rho^2\ ,$$

Il est visible que pour toute valeur entière de k supérieure à l'unité, il y a impossibilité, les termes du premier membre étant respectivement supérieurs à ceux du second. Nous devons donc nous borner aux seules hypothèses $k = 0$. $k = 1$. La première donne

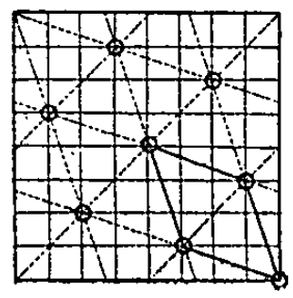


Fig. 2.

$$r^2 + 1 = q^2 + \rho^2 , \tag{5}$$

et la seconde

$$2q + 1 = r(2\rho - r) . \tag{6}$$

Troisième cas. — Il semble que le troisième cas rentre dans le deuxième, puisqu'il suffirait de donner à k une valeur supérieure d'une unité. Mais, comme les points B_k, ... sont assujettis à ne pas sortir de l'échiquier p, il y a lieu d'établir une distinction. Elle aura pour effet de nous montrer que ce cas des losanges n'est également possible qu'en prenant le triangle OAB pour type ; si bien que la condition se trouve précisément exprimée par la relation (6).

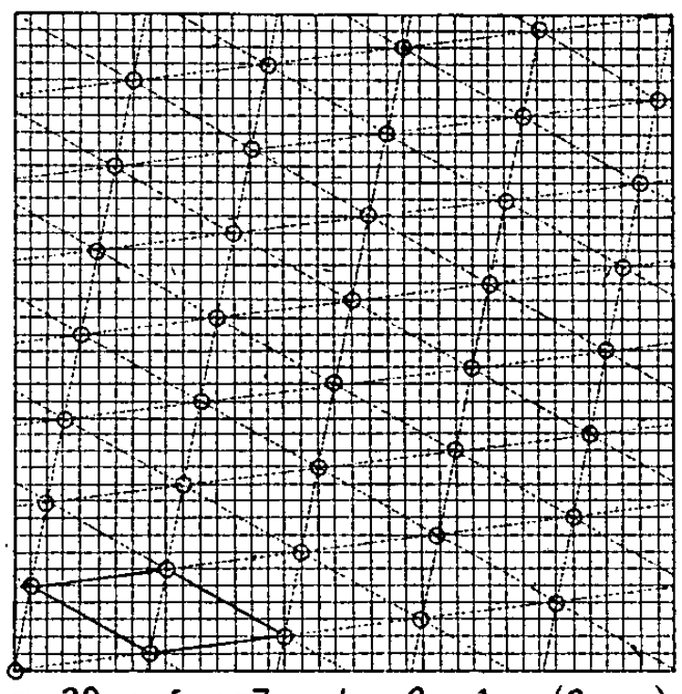


Fig. 3.

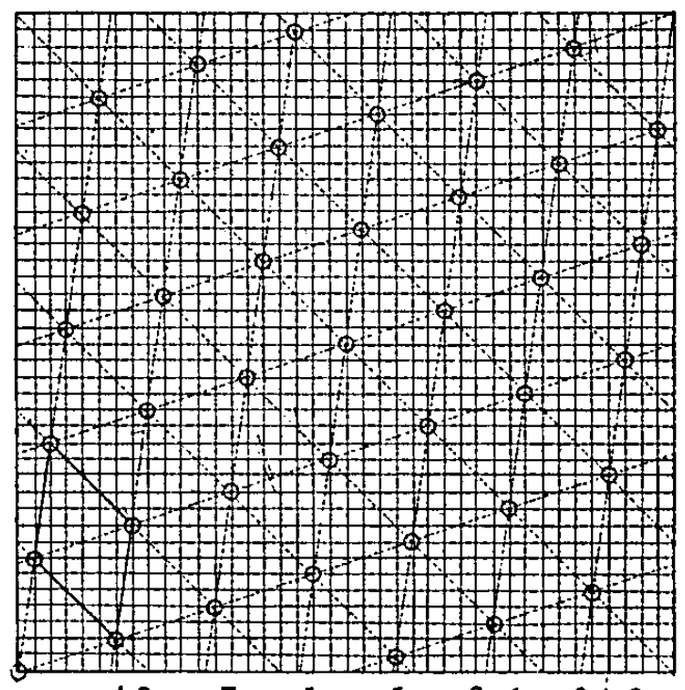


Fig. 4.

Nous pouvons donc dire que le deuxième cas des losanges et le troisième cas sont respectivement représentés par les conditions (5) et (6). Les figures 3 et 4 nous en montrent des exemples.

4. *Rectangles.* — Reprenons toujours notre triangle OB_kB_{k+1}. Pour que le réseau p_r présente des rectangles, il faut que ce triangle type soit lui-même rectangle. Il ne peut évidemment l'être en O, l'angle O étant forcément aigu ; donc, deux cas seulement se présentent, suivant que c'est l'angle B_k ou l'angle B_{k+1} qui est droit.

Premier cas. — OB_k doit être perpendiculaire à AB. On a :

$$(7) \qquad \frac{r - kp}{1 + kq} = \frac{q}{p}, \qquad \text{ou} \qquad k = \frac{rp - q}{p^2 + q^2}.$$

Il suffit donc que l'expression $\frac{rp - q}{p^2 + q^2}$ soit entière pour qu'on ait un réseau rectangulaire.

Deuxième cas. — Le deuxième cas rentre évidemment dans le

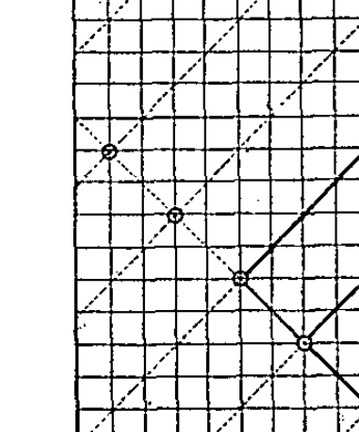


Fig. 5.

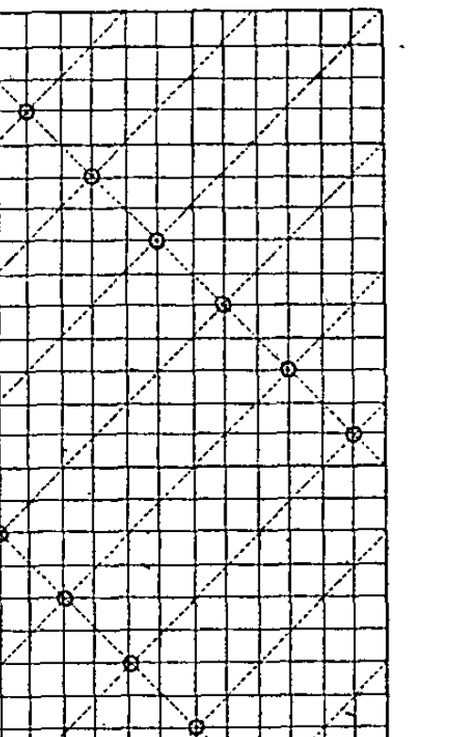


Fig. 6.

premier. Il n'y a de distinction à faire que lorsque le triangle type est OAB. Alors le premier cas répond à $k = 0$, et le deuxième

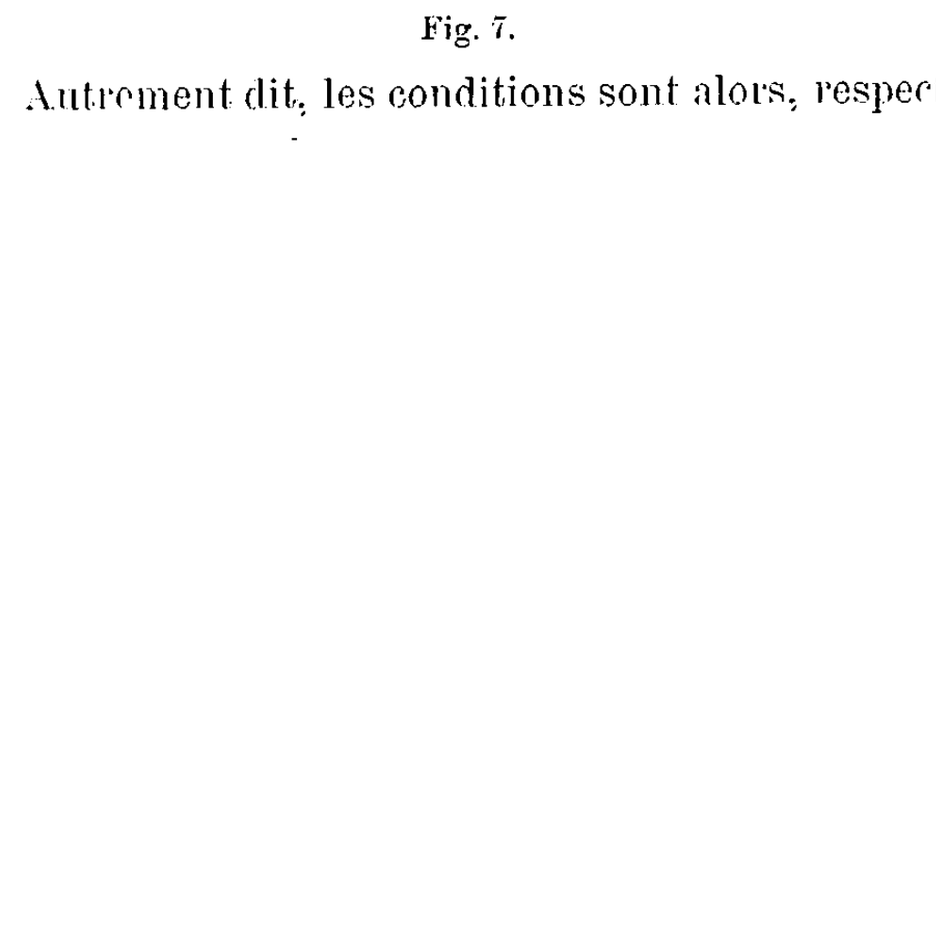


Fig. 7.

à $k = 1$. Autrement dit, les conditions sont alors, respectivement :

$$(7') \qquad r\rho = q \ ,$$

$$(7'') \qquad \rho(r - \rho) = q(q+1) \ .$$

Nous donnons, dans les trois figures 5, 6, 7, des exemples simples de ces deux cas particuliers et du cas général, répondant respectivement aux conditions (7′) (7″) et (7).

On remarquera, sur les figures 2, 3, 6, 7, que la diagonale de l'échiquier non issue de l'origine contient des points du réseau chaque fois que les nombres q et ρ sont égaux entre eux, ce qu'il est d'ailleurs bien facile de démontrer.

La condition particulière (7′) peut prendre une forme assez remarquable. On en déduit, en effet, $p = \rho(r^2+1)$, et il en résulte qu'en prenant r quelconque, et en choisissant pour module un multiple $\rho(r^2+1)$ de r^2+1, tel que ρ soit inférieur à r et premier avec lui ; on obtiendra un réseau rectangulaire.

Enfin, bien que nous ayons laissé de côté d'abord le cas où le triangle type est rectangle en O, il importe de considérer que cette circonstance peut également se présenter, si l'on ne limite plus les valeurs de k, c'est-à-dire si l'on n'assujettit pas les points B_k à rester dans l'échiquier p. Si l'on n'envisageait pas ce cas spécial, on pourrait croire qu'il n'y a pas de réseaux rectangulaires, alors qu'il y en a en réalité. Cela donne, comme on le voit sans peine, la condition

$$\frac{r - k\rho}{1 + kq} = \frac{1 + (k+1)q}{(k+1)\rho - r} \ ,$$

ou

$$(8) \qquad (2k+1)(r\rho - q) = k(k+1)(\rho^2 + q^2) + r^2 + 1 \ .$$

On en construira facilement un exemple en faisant $p = 30$, $r = 11$, d'où $q = 2$, $\rho = 8$, et $k = 1$. On a ici un réseau rectangulaire sans que la condition (7) soit remplie parce que le triangle type est rectangle en O tout en sortant de l'échiquier, ce qui n'empêche pas des triangles rectangles de se reproduire dans l'échiquier lui-même.

On remarquera que la condition (8) entraîne les inégalités $r > k\rho$, $r < (k+1)\rho$, c'est-à-dire que le nombre k est précisément le quotient entier qu'on obtient en divisant r par ρ. Écrivant $r = k\rho + \rho'$, et $1 + kq = \mathrm{N}$, la condition devient

$$(9) \qquad \frac{\rho'}{\mathrm{N}} = \frac{\mathrm{N} + q}{\rho - \rho'} \ .$$

Sous cette forme, on peut construire aisément autant d'exemples qu'on voudra en se donnant arbitraireent les nombres k et q.

5. *Carrés.* — Deux cas peuvent se présenter, suivant que le trian-

gle type $OB_k B_{k+1}$ est rectangle et isoscèle en B_k ou en O; comme nous venons de le faire, nous ne nous astreignons plus à laisser les points B_k . B_{k+1} forcément à l'intérieur de l'échiquier p: et cela nous dispense de considérer le cas du triangle isoscèle rectangle en B_{k+1}, car il rentre dans le premier par un simple changement d'une unité dans la valeur de k.

Premier cas. — Nous devons avoir l'équipollence

$$OB_k = i \,.\, B_k B_{k+1} = i\mathrm{AB}\,,$$

c'est-à-dire

$$1 + kq + (r - k\rho)i = \rho + iq\,,$$

ou

$$\rho = 1 + kq\,, \qquad q = r - k\rho\,. \tag{10}$$

Ces relations conduisent pour la valeur de p à la forme

$$p = q^2 + (kq + 1)^2\,;$$

et l'on a en même temps

$$r = q + k(kq + 1)\,,$$

ce qui permet, en disposant des valeurs de q et de k, de former et construire de nombreux exemples.

On a aussi la relation très simple :

$$r^2 + 1 = p(k^2 + 1)\,. \tag{11}$$

Si le triangle type se réduit à OAB, rectangle en A, cela répond à $k = 0$, si bien qu'on a :

$$\rho = 1\,, \quad q = r\,, \qquad p = r^2 + 1\,.$$

Si OAB est rectangle en B, $k = 1$, d'où :

$$\rho = q + 1\,, \qquad q = r - \rho\,, \qquad p = q^2 + (q+1)^2\,;$$

$$r = 2q + 1\,, \qquad p = \frac{r^2 + 1}{2}\,.$$

Deuxième cas. — On a $OB_k = i$. OB_{k+1} le triangle étant rectangle isoscèle en O. Cela donne les conditions

$$\begin{cases} (k+1)\rho - r = kq + 1\,, \\ r - k\rho \qquad\quad = (k+1)q + 1\,. \end{cases} \tag{12}$$

Si l'on pose, comme plus haut, $r - k\rho = \rho'$, $kq + 1 = \mathrm{N}$, on voit que ces relations deviennent

$$\rho - \rho' = \mathrm{N}\,, \qquad \rho' = \mathrm{N} + q$$

c'est-à-dire que les termes des deux fractions figurant dans la relation (9) doivent être respectivement égaux.

On a alors la relation simple et remarquable

$$r^2 + 1 = p(k^2 + (k+1)^2), \tag{13}$$

laquelle correspond à la formule (11) du cas précédent.

p peut aussi s'écrire sous la forme

$$p = (q+1)^2 + (2kq+1)^2 - 2kq^2(k-1).$$

Nous donnons, dans les figures 8 et 9, deux exemples très simples des deux cas où l'on obtient des carrés.

6. *Aires des parallélogrammes.* — Quelle que soit la forme des parallélogrammes du réseau, ceux-ci jouissent d'une propriété assez

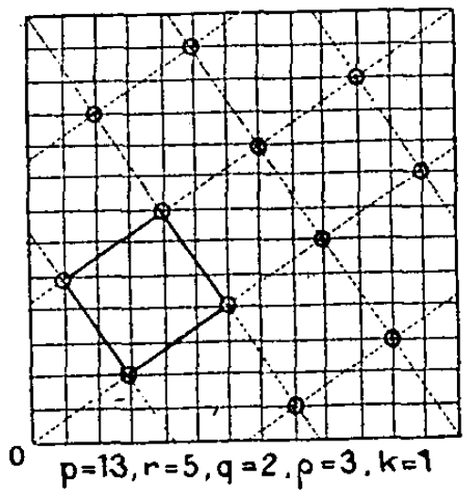


Fig. 8.

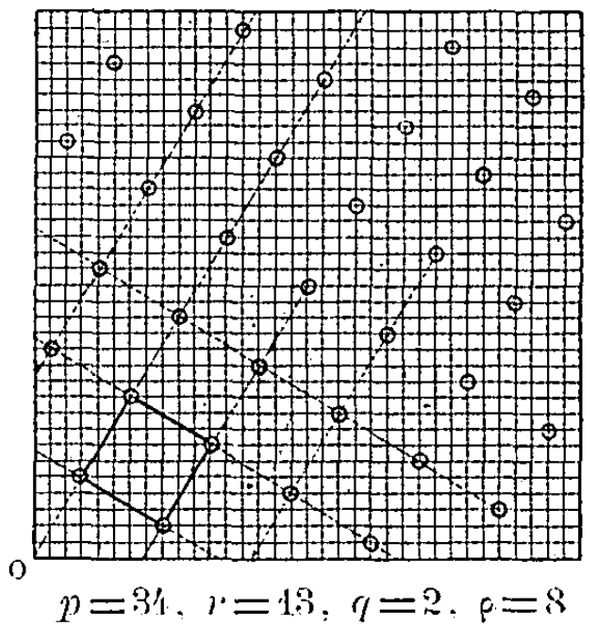


Fig. 9.

remarquable, et qui consiste en ce que l'aire de chacun d'eux est précisément mesurée par le module p. En effet, l'aire d'un quelconque des parallélogrammes élémentaires est équivalente au double de l'aire du triangle OAB, c'est-à-dire à

$$\frac{i}{2}(\mathrm{AB}\,.\,cj\,\mathrm{OA} - \mathrm{OA}\,.\,cj\,\mathrm{AB}) = qr + \rho = p,$$

d'après les valeurs données au n° 2.

Il s'ensuit que l'échiquier p est toujours équivalent comme aire à p parallélogrammes du réseau.

7. *Usage des réseaux.* — Les réseaux dont nous avons indiqué la construction peuvent être d'un grand secours dans bien des questions d'arithmétique. D'abord, lorsque le nombre p n'est pas très grand, la construction du réseau à l'aide de papier quadrilllé peut être beaucoup plus rapide que le calcul direct des résidus pour obtenir ces résidus eux-mêmes.

En second lieu, le réseau une fois formé peut donner, à vue pour ainsi dire, les solutions d'équations indéterminées du premier degré. En effet, tout point du réseau a pour coordonnées x et $y = rx - pz$, z étant entier. Si donc on a donné l'équation $rx - pz = a$, r, p et a étant connus, il suffira, dans l'échiquier p, de chercher le point du réseau d'ordonnée a pour avoir immédiatement la valeur de x. Par exemple, soit l'équation $7x - 40z = 3$. La figure 3 nous montre immédiatement que le point d'ordonnée 3 a pour abscisse 29; donc $x = 29$, d'où $z = 5$. Cette valeur de z est elle-même déterminée graphiquement par le nombre des segments de la droite $y = 7x$ qui sont disposées dans l'échiquier à la gauche du point d'ordonnée 3.

Ceci suppose $p > a$ et $p > r$, avec $a > 0$. Si $p < a$ de sorte que $a = bp + a'$, il suffira de résoudre l'équation $rx - pz = a'$ et de substituer $z - b$ à z. Si $a < 0$, on lira les ordonnées à partir du haut de l'échiquier au lieu de les lire à partir du bas, et on augmentera z d'une unité. Ainsi $7x - 40z = -1$ donnera, à la lecture de la figure 3, sans calcul : $x = 17$, $z = 3$. Si $p < r$, on changera tous les signes de l'équation, et on construira le réseau r_p au lieu de p_r.

Enfin, lorsque l'équation indéterminée a tous ses termes positifs et prend la forme $rx + pz = a$, le réseau p_r peut encore être employé très facilement; car a étant supérieur à p peut s'écrire $bp + a'$ et l'équation devient $rx - p(b - z) = a'$. Par exemple, soit $7x + 40z = 325 = 8.40 + 5$, ou $7x - 40(8 - z) = 5$. La figure 3 donne à vue $x = 35$, $8 - z = 6$, d'où $z = 2$.

L'examen de l'une quelconque des figures qui précèdent conduit facilement à reconnaître que tout point du réseau donne une solution de la congruence

$$\left.\begin{array}{ll} & y - rx \equiv 0 \\ \text{ou} & qy + px \equiv 0 \\ \text{ou encore} & (1 + kq)y - (r - kp)x \equiv 0 \end{array}\right\} \pmod{p}.$$

On voit immédiatement que ces trois congruences sont identiques.

Ce qu'il faut retenir surtout de cet emploi des échiquiers et des réseaux, c'est la figuration dans un espace limité de faits arithmétiques qui se reproduisent périodiquement dans l'étendue infinie du plan.

8. *Figuration des fractions périodiques.* — Nous pouvons utiliser les réseaux pour une représentation assez curieuse des fractions périodiques. Prenons pour module p le dénominateur de la fraction à convertir, et pour r la base du système de numération, que nous supposerons tout d'abord plus petite que p. Par exemple, soit $\frac{1}{13}$

à convertir dans le système décimal. Construisons, dans l'échiquier 13, le réseau 13_{10}; mais traçons seulement les segments de droites parallèles à la droite $y = 10x$. (*Fig.* 10.)

Numérotons ces dix segments de 0 à 9, à la partie supérieure de l'échiquier. Numérotons aussi de 1 à 12 sur l'axe des x et sur l'axe des y, les abscisses et les ordonnées.

Ceci fait, voyons comment nous pouvons former les restes des puissances successives de 10, divisées par 13.

Nous avons d'abord 10^1 ou 10. Le reste de 10^2 sera évidemment donné par l'ordonnée du point du réseau ayant pour abscisse 10;

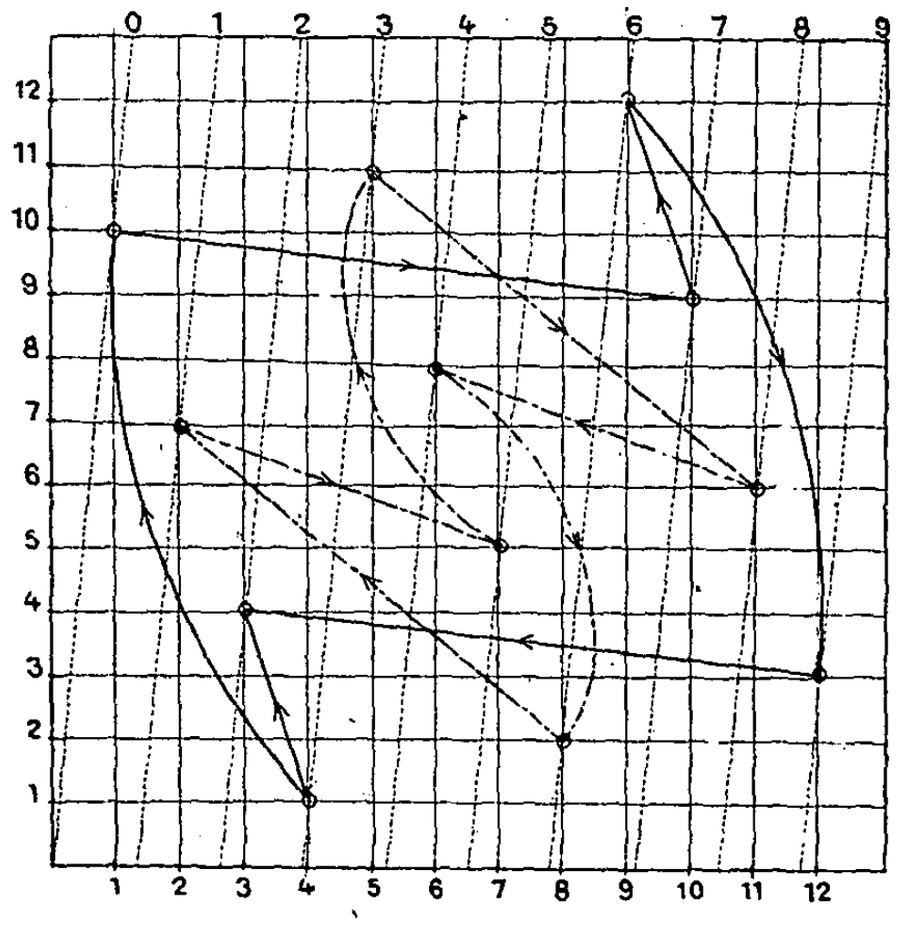


Fig. 10.

cette ordonnée est 9; le reste suivant sera l'ordonnée du point d'abscisse 9, ou 12; et ainsi de suite. On voit qu'on a successivement ainsi la période des restes fournie par des points du réseau que l'on peut joindre ensuite au moyen de lignes (pleines sur la figure 10) formant un contour fermé parcouru suivant le sens qu'indiquent les flèches. Quant aux chiffres de la période elle-même, ils sont donnés par les numéros successifs des segments obliques que l'on lit en haut de l'échiquier. Tout ceci est une conséquence simple de ce qui précède, et de la génération des fractions périodiques dans ce qu'elle a de plus élémentaire.

Quant au numérateur de la fraction, il est donné par l'abscisse du point de départ.

Ainsi, par exemple, on lit sur la figure 10 :

$$\frac{1}{13} = 0{,}076\,923\,07\ldots\ldots \text{ (Période des restes : 10, 9, 12, 3, 4, 1)}$$

$$\frac{4}{13} = 0{,}307\,692\ldots\ldots\ldots \text{ (Période des restes : 1, 10, 9, 12, 3, 4)}$$

$$\frac{10}{13} = 0{,}769\,230\ldots\ldots\ldots \text{ (Période des restes : 9, 12, 3, 4, 1, 10)}$$

Dans cet exemple, 13 est un nombre premier; si 10 était racine primitive de 13, tous les points du réseau se trouveraient absorbés par une seule période. Cela n'a pas lieu; et nous pouvons en construire une seconde (en pointillé ponctué) qui donne par exemple :

$$\frac{2}{13} = 0{,}153\,846\ldots\ldots \text{ (Période des restes : 7, 5, 11, 6, 8, 2)}$$

La symétrie que l'on remarque dans les contours tracés représente la traduction des deux théorèmes bien connus :

« La somme des restes correspondants dans chaque demi-période est $p-1$; »

« La somme des chiffres correspondants dans chaque demi-période est 9 (en général $b-1$). »

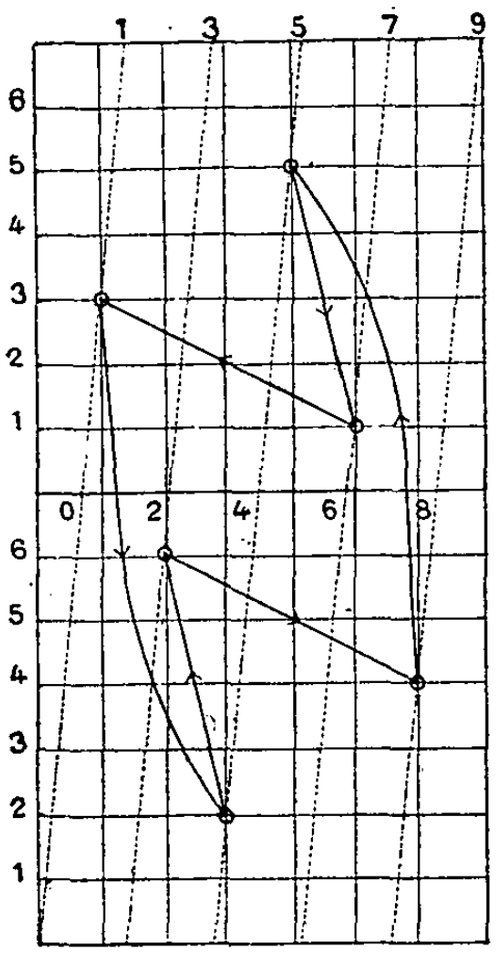


Fig. 11.

Si $r > p$, la figuration est encore possible, en commençant par construire le réseau dans un nombre d'échiquiers (en hauteur) suffisant pour que r y trouve place. Ainsi pour $\frac{1}{7}$ à convertir en décimales, la figure 11 montre qu'on construira la figure dans deux échiquiers. En faisant glisser l'échiquier supérieur de manière à le superposer à l'autre, on obtient la figure 11 *bis*, c'est-à-dire qu'en somme la figuration peut encore se faire dans tous les cas sur un seul échiquier. On voit sur ces figures comment la droite $y = 10x$ ($y = rx$, en général), segmentée d'abord en 5 fragments se segmente ensuite en 10, correspondant aux dix caractères de la numération décimale.

Il est d'ailleurs bien clair que la figure 11 *bis* peut être construite directement, sans qu'on ait besoin de passer par la figure 11 préalablement.

Ces procédés graphiques se prêtent à diverses remarques que nous nous contenterons d'indiquer sommairement. Tout d'abord, — et l'on s'en convaincra par un exemple construit à volonté, — la figuration indiquée s'applique aussi bien aux fractions périodiques mixtes qu'aux fractions périodiques simples. On a alors un premier parcours qui ne se ferme pas, et auquel succède un chemin fermé pareil à ceux que nous avons étudiés tout à l'heure.

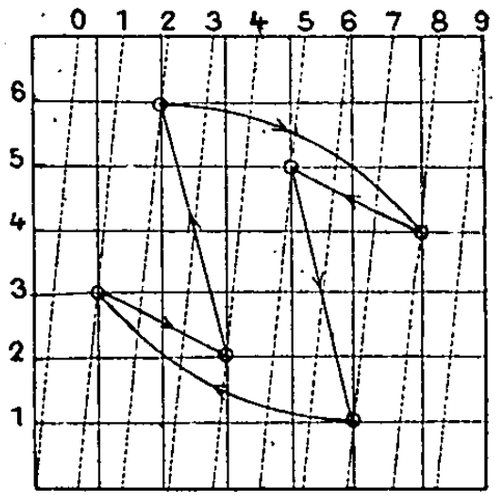


Fig. 11 *bis*.

Si l'on cherche à suivre la même marche que précédemment sur la figure 10, par exemple, mais en remplaçant les abscisses par les ordonnées et réciproquement, on sera conduit évidemment à suivre le même contour que plus haut, mais en sens inverse. Il faudra alors mener les obliques traversant l'échiquier dans sa largeur, et on aura aussitôt, sur la figure indiquée, les résidus des puissances de 4 et la fraction périodique dans le système de base 4. Ainsi les résidus des puissances de 4 sont :

$$4 \quad 3 \quad 12 \quad 9 \quad 10 \quad 1 \quad 4 \quad 3 \ \ldots\ldots$$

tandis que nous avions pour 10 :

$$10 \quad 9 \quad 12 \quad 3 \quad 4 \quad 1 \quad 10 \quad 9 \ \ldots\ldots,$$

et :
$$\frac{1}{13} = (0,010323010323 \ \ldots\ldots)_4 = \frac{(103\,23)_4}{(333\,333)_4}.$$

Cette propriété du nombre 4, sur l'exemple de la figure 10, s'applique d'une manière générale au résidu de r^{n-1}, r étant la première base choisie, et n le nombre des termes de la période.

Mais il ne faudrait pas croire qu'on puisse également obtenir ainsi les périodes répondant aux ordonnées qu'on lirait en regardant l'image symétrique de l'échiquier dans une glace. Les contours sont en général fort différents de ceux primitivement obtenus. Dans la figure 10, par exemple, l'ordonnée 3 serait obtenue en lisant les abscisses de droite à gauche. Or, 3 appartient à l'exposant 3, et non à l'exposant 6.

9. *Extension des fractions périodiques*. — Nous terminerons cette étude par une généralisation à laquelle se prête heureusement le procédé graphique indiqué. Reprenons (*fig*. 12) les données de la figure 10, en construisant seulement le contour 10, 1, 3, ... Puis, choisissons un point quelconque de ce contour celui d'abscisse 3 et

d'ordonnée 4 par exemple. Joignons l'origine à ce point, et menons par tous les autres points du réseau des parallèles à cette oblique. Il est clair que tous ces segments, limités aux bords de l'échiquier, peuvent se raccorder entre eux par translations parallèles, et figurent les fragments d'une droite qui aurait traversé en hauteur quatre échiquiers pareils, et trois en largeur. Numérotons comme tout à l'heure 0, 1, 2, 3 ces divers segments suivant qu'ils appartiennent

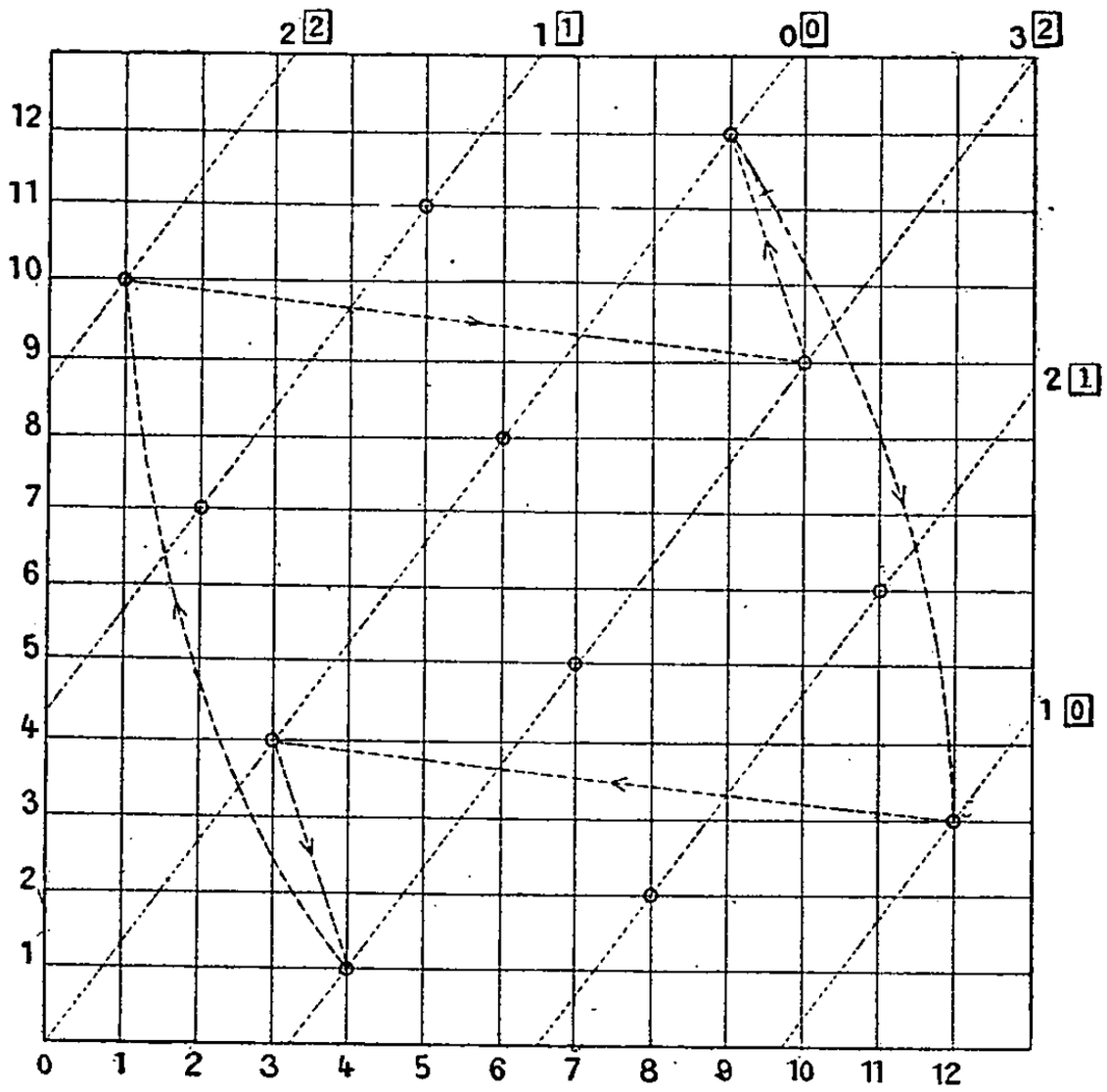


Fig. 12.

au 1er, 2e, 3e ou 4e quart de la droite (en hauteur); et numérotons les (chiffres encadrés) 0, 1, 2 selon qu'ils appartiennent au 1er, 2e ou 3e tiers (en largeur). Chaque segment aura ainsi un *chiffre des y* et un *chiffre des x*.

En suivant des yeux le contour, on lit immédiatement sur la figure les éléments du tableau périodique suivant :

Ordonnées.....	4	1	10	9	12	3	4	1	.....
Abscisses.....	3	4	1	10	9	12	3	4	.....
Chiffres des y..	0	3	2	3	0	1	0	3	.....
Chiffres des x..	0	2	2	2	0	0	0	2	.....

De là, les relations ci-après, que nous écrivons en commençant par

un point quelconque du contour, celui d'ordonnée 9 et d'abscisse 10, par exemple :

$$3.13 + 9 = \frac{4}{3}(2.13 + 10)$$

$$0.13 + 12 = \frac{4}{3}(0.13 + 9)$$

$$1.13 + 3 = \frac{4}{3}(0.13 + 12)$$

$$0.13 + 4 = \frac{4}{3}(0.13 + 4)$$

$$3.13 + 1 = \frac{4}{3}(2.13 + 3)$$

$$2.13 + 10 = \frac{4}{3}(2.13 + 1)$$

.....

On en déduit sans peine

$$2+\frac{10}{13} = 3.\frac{3}{4} + 0.\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1.\left(\frac{3}{4}\right)^3 + 0.\left(\frac{3}{4}\right)^4 + 3\left(\frac{3}{4}\right)^5 + 2\left(\frac{3}{4}\right)^6 + 3\left(\frac{3}{4}\right)^7 + \ldots$$
$$-\left[0.\frac{3}{4} + 0\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 0\left(\frac{3}{4}\right)^3 + 2\left(\frac{3}{4}\right)^4 + 2\left(\frac{3}{4}\right)^5 + 2\left(\frac{3}{4}\right)^6 + 0.\left(\frac{3}{4}\right)^7 + \ldots\right]$$

c'est-à-dire que la figure nous donne le développement de $\frac{10}{13}$, suivant les puissances de $\frac{3}{4}$, sous la condition que les coefficients, qui peuvent être négatifs, n'excèdent pas en valeur absolue le dénominateur 4 diminué de l'unité. Ce développement est périodique ; $\frac{3}{4}$ joue ici le rôle que joue la base 10 dans les fractions périodiques ordinaires, et on peut écrire :

$$\frac{10}{13} = (\bar{2},\ 301\bar{2}10301\bar{2}10.....)_{\frac{4}{3}}.$$

Si au lieu de $\frac{4}{3}$ on avait une fraction inférieure à l'unité il est facile de voir que le sens du contour se renverserait nécessairement, pour qu'on pût obtenir un développement convergent; c'est ce qui aurait lieu par exemple, en partant du point d'ordonnée 9 et d'abscisse 10 pour la construction des obliques donnant les chiffres. Au fond, cela revient, comme plus haut, à l'interversion réciproque des y et des x.

Revenons à notre développement de $\frac{10}{13}$ suivant les puissances de $\frac{3}{4}$. Les relations ci-dessus conduisent facilement à l'identité :

$$\frac{10}{13}(4^6 - 3^6) = 3(3.4^5 + 0.3.4^4 + 1.3^2.4^3 + 0.3^3.4^2 + 3.3^4.4 + 2.3^5) - 4(2.4^5 + 0.3.4^5 + 0.3^2.4^3 + 0.3^3.4^2 + 2.3^4.4 + 2.3^5)$$

Une notation commode permet d'écrire les termes entre parenthèses ${}_3(301032)_4$ et ${}_3(200022)_4$ en convenant que chaque chiffre doit être multiplié par la puissance de 4 correspondant à son rang à partir de la droite et par la puissance de 3 correspondant à son rang à partir de la gauche. Dans ce système de numération il est clair qu'on multiplie par 3 en ajoutant un zéro à la gauche; $\frac{10}{13}$ pourra ainsi s'écrire.

$$\frac{10}{13} = \frac{{}_3(0301032)_4 - {}_3(2000220)_4}{4^6 - 3^6}.$$

On voit que cette formule revient à celle des fractions périodiques ordinaires quand 3 est remplacé par l'unité, ce qui entraîne cette conséquence que tous les chiffres des x se réduisent à zéro.

D'après ce qui précède, et à l'examen de la figure 12, on reconnaît qu'il est possible d'exprimer pareillement, et de développer sous forme périodique l'une quelconque des fractions

$$\frac{4}{13} \quad \frac{1}{13} \quad \frac{10}{13} \quad \frac{9}{13} \quad \frac{12}{13} \quad \frac{3}{13}$$

suivant les puissances croissantes de l'une quelconque des fractions

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{9}{10}.$$

Les autres fractions de dénominateur 13

$$\frac{7}{13} \quad \frac{5}{13} \quad \frac{11}{13} \quad \frac{6}{13} \quad \frac{8}{13} \quad \frac{2}{13}$$

se développeraient périodiquement suivant les puissances de

$$\frac{2}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{5}{11} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{2}{8}.$$

Nous ne croyons pas nécessaire de généraliser ces résultats fournis par l'exemple du module 13, et nous bornons ici nos remarques, en nous contentant de faire observer que dans bien des cas l'emploi des

échiquiers, des réseaux et des diagrammes dont nous avons indiqué les constructions peuvent être de nature à éviter de fastidieux calculs, aider à la recherche de propriétés nouvelles, et rendre notamment de réels services dans la théorie des résidus des puissances, et dans celle des racines primitives. Dans un ordre d'idées tout à fait différent, on trouvera peut être que ces considérations peuvent être ajoutées à celles présentées par M. Delannoy au Congrès de Nancy, dans une communication extrêmement intéressante intitulée : *Emploi de l'échiquier pour la solution de problèmes arithmétiques*, et aux travaux de M. Tarry sur des questions analogues.

M. Marcellin **LANGLOIS**,

Professeur au Collège de Beauvais.

SUR L'HOMOGÉNÉITÉ DE LA FORMULE FONDAMENTALE DU MOUVEMENT ATOMIQUE.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

La formule

$$M\frac{v^2}{2} = \frac{4}{3}\pi r^3 P g$$

que j'ai donnée pour le mouvement atomique a paru à quelques savants n'être pas homogène.

Cela tient à la façon dont j'ai désigné la quantité P que j'ai appelée pression par unité de surface. Il est évident que, si on prend à la lettre cette définition, on arrive, en examinant la formule, à cette conclusion qu'elle n'est pas homogène.

J'ai trouvé plus commode, en effet, de désigner P de cette façon, pour éviter de le définir comme il doit être, mais un peu plus longuement, alors que le nombre qu'il représente est en même temps celui de la pression par unité de surface.

Mais, pour éviter toute difficulté, je vais m'expliquer sur ce sujet.

Dans ma théorie, j'admets les molécules sphériques comme étant le lieu du mouvement des atomes. Ces molécules sont constituées par un milieu élastique, l'éther, formé de couches concentriques d'atomes oscillants, animés, par exemple, d'un mouvement rectiligne de direc-

tion quelconque, mais limité aux deux surfaces enveloppes de la couche.

Cela étant, je considère la molécule A enveloppée par une sphère de mercure ayant une hauteur de 1 mètre et même centre.

Dans le cas de pressions exprimées à la façon ordinaire en colonnes de mercure de hauteurs $h\ h'\ h''$, etc., je remplace cette sphère de mercure de rayon 1, par une sphère d'un autre liquide de rayon 1 également, mais dont le poids de l'unité de volume D_1, D_2, D_3, etc., sera lié à celui de l'unité de volume D du mercure à 0° par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} Sh\,D &= SD_1 \times 1 = SD_1 \\ Sh'\,D &= SD_2 \times 1 = SD_2 \\ Sh''\,D &= SD_3 \times 1 = SD_3 \\ \cdots\cdots & \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \end{aligned}$$

S étant la surface moléculaire supportant la pression.

Cela étant, je partage la molécule de rayon ρ en tranches concentriques d'épaisseur $\partial\rho$, et de même, la sphère enveloppe.

Soit n le nombre des particules oscillant dans le sens du rayon, dans la couche infiniment mince de la sphère enveloppe, μ la masse d'une particule, γ la vitesse d'oscillation. On a, évidemment, pour quantité de mouvement afférente à chaque surface limite de la couche :

$$n\mu\,\frac{\gamma^2}{2\partial\rho}\,.$$

J'écris alors que la force vive $n\mu\gamma^2$ est égale à la force vive de *pression*

$$4\pi\rho^2\,.\,\partial\rho\,.\,D_1 g\ .$$

En effet, la force vive acquise par un corps au bout d'une seconde de chute, bien qu'on l'attribue à une force appelée pesanteur, est certainement le résultat de petits mouvements, de chocs des particules de cette substance, qu'on appelle d'une façon générale l'éther.

La force vive qu'aurait la tranche de la sphère enveloppe en contact avec la molécule peut donc être représentée par

$$n\mu\gamma^2 \qquad \text{et par} \qquad 4\pi\rho^2\,.\,\partial\rho\,.\,D_1 g\ ,$$

ce qui donne l'égalité :

$$n\mu\gamma^2 = 4\pi\rho^2\,\partial\rho\,.\,D_1 g\ ,$$

d'où l'on tire :

$$n\,\frac{\mu\gamma^2}{2\partial\rho} = 2\pi\rho^2 D_1 g\ .$$

D'autre part, on a pour la première tranche moléculaire en contact avec la sphère enveloppe :

$$n' \frac{\mu' \gamma'^2}{2\delta\rho} \quad \text{avec la condition} \quad n' \mu' \gamma'^2 = n \mu \gamma^2 ,$$

n' étant le nombre de ses particules oscillantes ou atomes, μ' leur masse, γ' leur vitesse.

Ces particules, dans toutes les couches concentriques, jusqu'au centre de la molécule, possèdent la même vitesse, et leur nombre, on le comprend, est proportionnel dans chacune d'elles au carré du rayon.

Si donc on écrit n' sous la forme $n' = n_1^2$ on a, d'après une relation connue :

$$\Sigma n' = \frac{n_1^3}{3} ; \quad n_1 \text{ étant très grand,}$$

avec la condition $n_1 \delta\rho = \rho$.

Cela étant, il convient de se rappeler que les quantités de mouvement de la forme $n' \frac{\mu' \gamma'^2}{2\delta\rho}$ sont égales pour les deux surfaces limites de chaque tranche. Ces deux surfaces peuvent se rapprocher lors d'une contraction de la molécule, s'éloigner lors d'une dilatation. Dans l'évaluation du travail lors d'un déplacement $\Delta\rho$ on peut donc remplacer les deux surfaces par une seule supportant une pression double :

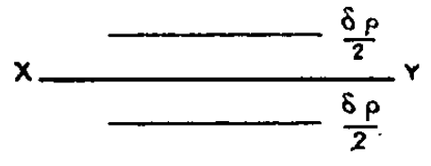
$$n' \frac{\mu' \gamma'^2}{\delta\rho} .$$

On a, par conséquent, pour somme de toutes les forces intérieures

$$(n' + n'' + n'' + \ldots\ldots) \mu' \frac{\gamma'^2}{\delta\rho} = \frac{n_1^3}{3} \mu' \frac{\gamma'^2}{\delta\rho}$$

ou
$$\frac{n_1}{3} n_1^2 \mu' \frac{\gamma'^2}{\rho\delta} = 4\pi\rho^2 D_1 g \frac{n_1}{3} .$$

Pour les amener dans l'état où elles sont dans la molécule, on peut concevoir deux surfaces limites confondues d'abord dans le plan xy puis écartées également de ce plan, de telle sorte que toutes deux soient à une distance l'une de l'autre égale à $\delta\rho$.



Chacune de ces surfaces supporte une pression $4\pi\rho^2 D_1 g \frac{n_1}{3}$ qui la

tient appliquée sur l'autre. Le travail effectué par chacune d'elles dans le déplacement infiniment petit $\frac{\partial\rho}{2}$ est égal à :

$$4\pi\rho^2 D_1 g \frac{n_1}{3}\frac{\partial\rho}{2}$$

et pour les deux : $$\frac{4}{3}\pi\rho^2 D_1 g n_1 \partial\rho = \frac{4}{3}\pi\rho^3 D g ,$$

J'écris alors que la demi-variation de force vive atomique est égale à ce travail et j'ai la formule :

$$\frac{4}{3}\pi\rho^3 D_1 g = M\frac{v^2}{2}$$

M étant la masse des atomes pondérables faisant partie de la molécule, v leur vitesse de translation.

. . . . . .

Cette formule peut s'écrire encore :

$$\frac{4}{3}\pi\rho^3 M_1 g^2 = M\frac{v^2}{2}$$

M_1 étant la masse de l'unité de volume à 0° du mercure à 0° affectée d'un coefficient variable avec la pression extérieure exprimée en hauteur de mercure. Ce coefficient n'est autre que le nombre qui exprime la hauteur h, h', h''... En écrivant :

$$M_1 h = M_2 \qquad M_1 h' = M_3 ; \qquad M_1 h'' = M_4 \ldots$$

La précédente formule devient :

$$\frac{4}{3}\pi\rho^3 M_2 g^2 = M\frac{v^2}{2}$$

$$\frac{4}{3}\pi\rho^3 M_3 g^2 = M\frac{v^2}{2} .$$

M_2, M_3, M_4... représentant la masse de l'unité de volume d'un liquide, d'un milieu arbitraire qui, par sa pression, remplacerait celle qu'on exprime en colonne mercurielle, la hauteur de ce liquide étant toujours un mètre.

$$\frac{4}{3}\pi\rho^3 M_2$$

représente donc une masse : celle du milieu enveloppe qui exerce la pression et qui occuperait la place, le volume de la molécule. Le premier membre

$$\frac{8}{3}\pi\rho^3 M_2 g^2$$

est donc une expression analogue à celle de la force vive en général : amv^2 . De même le second nombre Mv^2. La formule est, par conséquent, homogène.

. . . . . .

Chacune des couches concentriques moléculaires peut être envisagée, ainsi que je l'ai fait remarquer précédemment, comme limitée par deux surfaces possédant chacune une tension :

$$n' \mu' \frac{\gamma'^2}{2\delta\rho} .$$

Ces deux surfaces jouent en quelque sorte le rôle de lames minces superficielles se rapprochant ou s'éloignant suivant les circonstances. Pour la commodité des conclusions que j'ai à donner, on peut admettre facilement avec moi qu'à partir de la deuxième en venant de la surface de la molécule, ces surfaces limites sont *doubles* et appliquées l'une contre l'autre. C'est ce que représente la notation suivante :

1, 2-3, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10, etc.

Or, 2 reçoit dans la direction du rayon et vers le centre une quantité de mouvement

$$n'' \mu' \frac{\gamma'^2}{2\delta\rho} ,$$

tandis que 3, dans le sens opposé, reçoit une quantité de mouvement inférieure et égale à

$$n''' \mu' \frac{\gamma'^2}{2\delta\rho} .$$

Il en résulte que les deux surfaces 2-3 se rapprochent du centre, autrement dit que la couche 1-2 se dilate et la couche 2-3 se contracte. On pourrait, évidemment, à propos des autres, faire la même observation et conclure que la densité de la matière éthérée va croissant vers le centre de la molécule.

L'équilibre final étant réalisé, on a alors en désignant par a la quantité $\frac{\mu'\gamma'^2}{2}$

$$\frac{n'a}{\delta\rho'} = \frac{n''a}{\delta\rho''} = \frac{n'''a}{\delta\rho'''} = \ldots\ldots$$

$\delta\rho'$, $\delta\rho''$, $\delta\rho'''$ ..... étant les épaisseurs décroissantes des couches dans leur état réel.

Or, en désignant par ρ', ρ'', ρ''' ..... ρ_n, les rayons des couches

successives en supposant qu'elles soient toutes de même épaisseur, on a :

$$\frac{n'}{n''} = \frac{\rho'^2}{\rho''^2} = \frac{\delta\rho'}{\delta\rho''} \cdots\cdots$$

L'équation $\frac{\rho'^2}{\rho''^2} = \frac{\delta\rho'}{\delta\rho''}$ dans laquelle les termes tels que $\rho'\rho''\rho'''$, etc., diffèrent d'une quantité constante $\delta\rho$ montre que l'épaisseur des diverses couches à partir du centre varie comme les carrés des nombres entiers qui en indiquent l'ordre et que par suite la densité varie en raison inverse de la sixième puissance des nombres qui donnent l'ordre de la couche. lorsque ces nombres sont infiniment grands, c'est-à-dire dans le voisinage de la surface.

En effet, si dans la première couche du côté du centre et d'épaisseur $\Delta\rho$ il y a un nombre de particules égal à ν dans la suivante il y en a 4ν. Cela fait dans la première par unité de volume et en désignant par σ la première surface

$$\frac{\nu}{\sigma\Delta\rho}$$

dans la deuxième

$$\frac{4\nu}{2^2\sigma(1+2^2)^2\Delta\rho}$$

dans la troisième

$$\frac{9\nu}{3^2\sigma(1+2^2+3^2)^2\Delta\rho}$$

et ainsi de suite.

Ici, pour avoir le volume compris entre les enveloppes, je fais simplement le produit de la surface supérieure, limite de la couche par son épaisseur, et cela se conçoit : ces couches étant d'épaisseur infiniment petite, l'erreur commise est absolument négligeable.

Soit maintenant la N^e couche et la couche d'ordre N′, N et N′ étant très grands, tendant vers l'infini. On a pour nombre de particules dans la couche N et par unité de volume

$$\frac{N^2\nu}{N^2\sigma(1+2^2+3^2+\ldots\ldots N^2)^2\Delta\rho} = \frac{3\nu}{N^6} = n$$

et dans la couche N′ $\qquad \frac{3\nu}{N'^6} = n'$

d'où $\qquad \frac{n}{n'} = \frac{N'^6}{N^6} = \frac{d}{d'}\ (m)$

d et d' étant les densités dans les couches d'ordre N et N′.

D'autre part, on a :

$$(\alpha) \qquad (1 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots N^2)\,\Delta\rho = \rho\,.$$
$$(\beta) \qquad (1 + 2^2 + \ldots\ldots N'^2)\,\Delta\rho = \rho'\,,$$

ρ et ρ' étant la distance moyenne au centre de la molécule des couches considérées. L'épaisseur de celles-ci restant de l'ordre des infiniments petits par rapport à ρ, on peut admettre que ρ et ρ' représentent leur distance au centre.

A cause de NN′ très grands les équations (α) (β) deviennent :

$$\frac{N^3}{3}\Delta\rho = \rho \qquad \frac{N'^3}{3}\Delta\rho = \rho'$$

d'où
$$\frac{N^3}{N'^3} = \frac{\rho}{\rho'}$$

et par suite de (m)
$$\frac{\rho^2}{\rho'^2} = \frac{d'}{d}\,.$$

A une distance du centre suffisamment grande par rapport aux infiniment petits moléculaires, la densité de l'éther est donc inversement proportionnelle au carré de la distance au centre de la molécule. Comme ses particules possèdent partout dans la molécule la même vitesse de translation, un mobile qui serait placé dans cette molécule successivement aux distances ρ et ρ' subirait un choc $\Sigma\mu\nu$ à la distance ρ, et un choc $\Sigma\mu'\nu$ à la distance ρ'. Il en résulterait pour lui dans les deux cas des accélérations γ, γ' proportionnelles au choc, l'effet produit par celui-ci étant l'analogue de celui qui serait produit par une force attractive.

$$\frac{\Sigma\mu\nu}{\Sigma\mu'\nu} = \frac{d}{d'} = \frac{\rho'^2}{\rho^2} = \frac{\varphi}{\varphi'}\,.$$

L'attraction varie donc en raison inverse du carré des distances au centre de la molécule.

Il n'en serait plus de même au voisinage immédiat du centre, où l'attraction varie beaucoup plus rapidement et il peut très bien se faire qu'il en soit ainsi pour les divers centres d'attraction.

M. Alfred PICHOU,

Chef de bureau aux chemins de fer du Midi, à Talence.

LA ROUE UNIVERSELLE PICHOU.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Théorie de la roue universelle. — Les pressions qu'exercent l'un sur l'autre, d'une part un fluide en repos ou en mouvement, d'autre part un appareil solide susceptible de prendre un mouvement de rotation sous l'action du fluide, ou bien animé de ce mouvement par une force étrangère au fluide, ont donné lieu à de nombreuses combinaisons dans la disposition de l'appareil de rotation.

Il importe de remarquer d'abord que le problème s'est présenté sous diverses formes, et qu'il a été résolu dans chaque cas particulier suivant le but poursuivi et avec les moyens dont on disposait. Si nous envisageons les nombreuses machines hydrauliques en usage jusqu'ici, nous voyons, en effet, que leur diversité même a rendu difficile un classement méthodique de ces appareils.

Le cas général du problème nous paraît être celui où l'étendue du fluide est illimitée dans tous les sens. C'est dans ce cas que l'on rencontre l'*hélice fixe*, l'*hélice de propulsion*, le *moulinet de Woltmann*, les *moulins à vent*, l'*anémomètre*. Puis viennent les cas particuliers. Les fluides dans lesquels se meut l'appareil de rotation sont généralement l'eau et l'air, qui, par suite de leur différence de densité, présentent une surface de séparation bien déterminée. Cette particularité a permis, en plaçant l'appareil de rotation de manière qu'il soit rencontré par cette surface de séparation, d'obtenir des pressions d'intensités différentes pour chacune des deux portions de l'appareil plongées dans l'un ou l'autre fluide. C'est ainsi que fonctionnent les roues hydrauliques dites *roues pendantes*, les *roues à aubes des bateaux à vapeur*.

Enfin, pour éviter la déperdition de force résultant de ce que les filets fluides tendent à s'échapper latéralement au moment où l'action mécanique se produit, on a imaginé de faire passer le fluide dans un canal, conduit ou récipient ouvert à ses deux extrémités, et dont les parois ramènent parallèlement à la direction du mouvement les filets

qui tendent à s'en écarter. Cette disposition varie avec la nature du fluide, son volume disponible, la hauteur de chute, etc. On peut citer dans ce cas la plupart des machines dont l'action se combine avec celle d'une portion limitée du fluide, telles que les *roues à aubes de divers genres munies d'un coursier*, les *roues en dessus*, les *pompes rotatives*, les *ventilateurs*, etc.

La variété de ces appareils montre que la solution générale du problème des *roues hydrauliques* (cette expression étant employée ici dans son sens le plus étendu), n'avait pas encore été trouvée. C'est cette solution que fournit la *roue universelle*.

Pour qu'un appareil puisse être ainsi qualifié, il faut qu'il puisse remplacer avec avantage les appareils déjà existants qui fonctionnent dans les cas les plus généraux et dans les cas où le fonctionnement présente le plus de difficultés. Il est évident *qu'un appareil de rotation qui se meut dans un milieu fluide homogène* se trouve dans ces conditions. Si nous nous reportons à l'énumération qui vient d'être faite d'appareils fonctionnant dans un milieu homogène, nous constaterons que presque tous procèdent de l'hélice. Or, l'hélice présente sur la roue à aubes une infériorité reconnue de tous les savants, et qui est parfaitement définie dans le passage suivant du traité d'hydraulique de M. Édouard Collignon :

« La propulsion par l'hélice est moins parfaite au point de vue mécanique que la propulsion par aubes, car l'appareil imprime à l'eau non seulement des vitesses parallèles en sens contraire de la marche du bâtiment, mais encore des *vitesses normales à cette direction;* ces composantes normales sont sans influence sur la propulsion, et *une notable partie de la force vive est ainsi communiquée à l'eau en pure perte.* »

Cette conclusion nous amène à rechercher quelles conditions devra remplir une roue à aubes pour fonctionner dans un milieu fluide homogène.

Considérons un système solide composé essentiellement d'un axe qui se projette en O (*fig.* 1) sur le plan du papier, et d'un point matériel A relié à cet axe et susceptible de prendre sous l'action d'un fluide ou d'une force étrangère au fluide un mouvement de rotation de droite à gauche autour de cet axe, suivant la circonférence dont le rayon est OA. Nous supposons en outre que l'ensemble du système solide peut prendre, concurremment avec le mouvement de rotation, un mouvement de translation parallèle à MN, ou bien communiquer ce même mouvement au fluide dans lequel l'appareil est plongé en entier.

Dans ces conditions, le fluide et l'appareil sont animés, l'un et

l'autre, ou seulement l'un d'eux, de mouvements rectilignes parallèles dont la résultante est dirigée, soit suivant MN pour le solide, soit suivant NM pour le fluide.

Appelons v la vitesse de rotation du point A autour de l'axe O, V

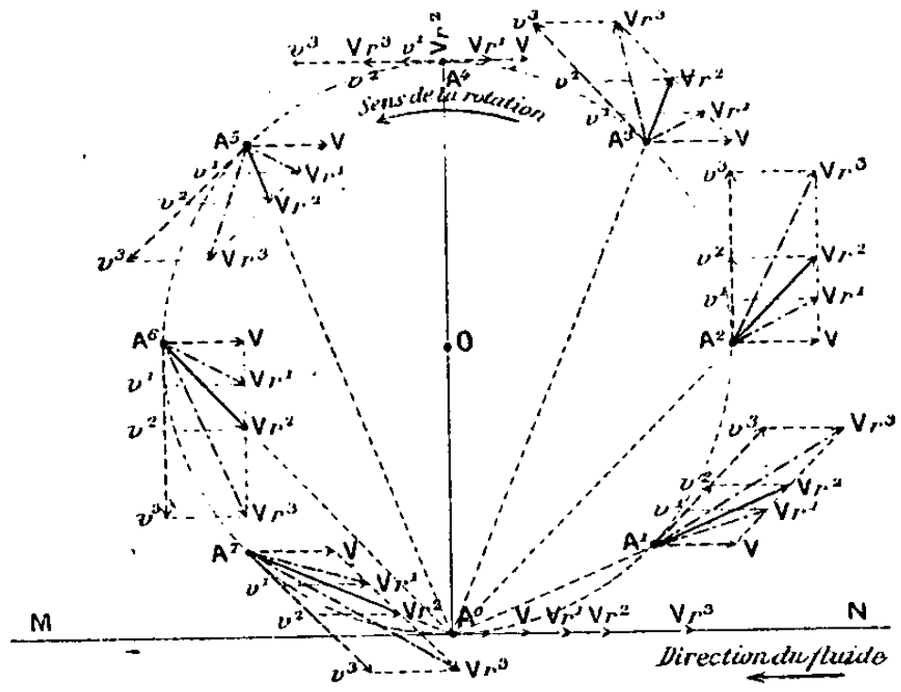


Fig. 1.

la vitesse résultant du déplacement rectiligne du solide par rapport au fluide et $-V$ celle du déplacement rectiligne du fluide par rapport au solide, cette vitesse étant égale à V, mais de signe contraire.

Premier cas. — Lorsque $v = 0$ et $V = 0$, l'ensemble du système est à l'état de repos.

Deuxième cas. — Lorsque $v = 0$, V étant une quantité quelconque, la résultante des deux vitesses est égale à V.

Troisième cas. — Lorsque $v < V$, la résultante Vr_1 (*fig.* 1), qui représente en longueur et en direction le chemin parcouru pendant l'unité de temps par le point A à travers le milieu fluide, occupe la position indiquée sur la figure en huit points différents de la circonférence.

Quatrième cas. — Lorsque $v = V$, la résultante Vr_2 est située sur la bissectrice de l'angle formé par les deux directions considérées.

Cinquième cas. — Lorsque $v > V$, la résultante Vr_5 se projette au delà de la bissectrice par rapport à V, comme le montre la figure 1.

Sixième cas. — Lorsque v est une quantité quelconque et que $V = 0$, la résultante est égale en longueur à la quantité v, et elle se projette suivant la tangente au point de la circonférence qu'occupe le mobile A.

Tous les cas qui viennent d'être indiqués peuvent être ramenés à deux :

$$v < V \text{ et } v > V.$$

Les autres ne sont en effet que des cas particuliers de ces deux solutions générales, un des membres de l'inégalité pouvant être égal à zéro.

Le problème cherché consiste à armer la roue au point A d'un dispositif qui permette :

1° Quant on a $v < V$, de faire prendre à l'appareil un mouvement de rotation sous l'action du fluide;

2° Quand on a $v > V$, d'imprimer, soit au solide, soit au fluide, un mouvement rectiligne par l'effet de la rotation de l'appareil sous l'action d'une force étrangère au fluide.

Pour cela, il est nécessaire qué les actions réciproques du fluide sur le solide et du solide sur le fluide concourent à fournir en tous les points de la circonférence, une pression dans le même sens. L'examen de la figure 1 montre que le problème sera résolu par l'emploi d'une surface plane dont le centre de gravité sera en A, et qui prendra successivement, dans le plan vertical passant par MN, toutes les positions de la résultante Vr_2, que nous avons obtenues en faisant $v = V$. Cette disposition est représentée dans la fig. 2.

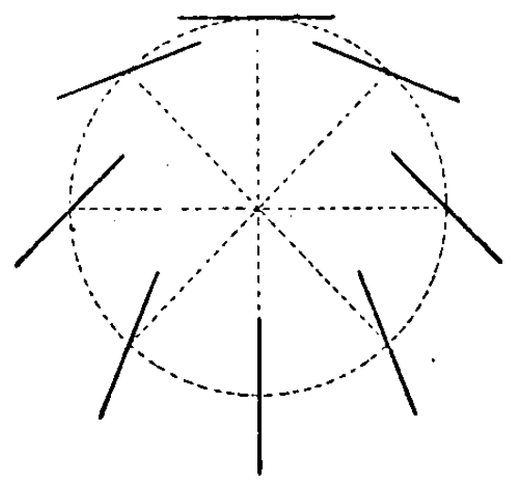


Fig. 2.

Remarquons d'abord que quand $v = V$, limite vers laquelle tend le système en mouvement dans l'un et l'autre cas, la surface plane ou *palette* se présentant toujours par la tranche, son action peut être théoriquement considérée comme nulle.

Dans le cas où $v < V$, la figure 1 montre que toutes les pressions du fluide sur la palette se produisent dans une direction diamétralement opposée à la résultante Vr_1, et qu'elles tendent à imprimer à l'appareil un mouvement de rotation de droite à gauche.

Dans le cas $v > V$, les pressions de la palette sur le fluide ont lieu suivant la résultante Vr_3; elles tendent toutes à imprimer, soit au solide un mouvement général rectiligne de translation dans le sens MN, soit au fluide le même mouvement en sens inverse, c'est-à-dire suivant NM.

L'examen de la figure 1 montre que les résultantes Vr_2, dirigées suivant la bissectrice de l'angle formé par la tangente à un point quelconque A^n de la circonférence et par une parallèle à MN menée

par ce point, passant toutes par ce point initial A^o. En effet, l'angle total vA^nV est égal à l'angle au centre qui intercepte l'arc compris entre A^o et A^n, et, par suite, chaque moitié de l'angle vA^nV est égale à l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

Il en résulte que chaque palette, pour se maintenir suivant la résultante Vr_2, devra prendre, sur son axe, un mouvement de rotation en sens inverse de celui dont est animé l'appareil autour de l'axe O, et avec une vitesse angulaire égale à la moitié de la vitesse angulaire autour de l'axe O. Par suite, après chaque tour complet de la roue, le plan d'une palette, au lieu d'avoir opéré une révolution entière autour de l'axe O, comme cela eût eu lieu si ce plan eût été fixe par rapport à l'appareil, n'aura opéré qu'une demi-révolution dans le même sens.

Remarquons en passant que la courbe décrite par les extrémités des palettes sur un plan normal à leur axe n'est autre que le *limaçon*

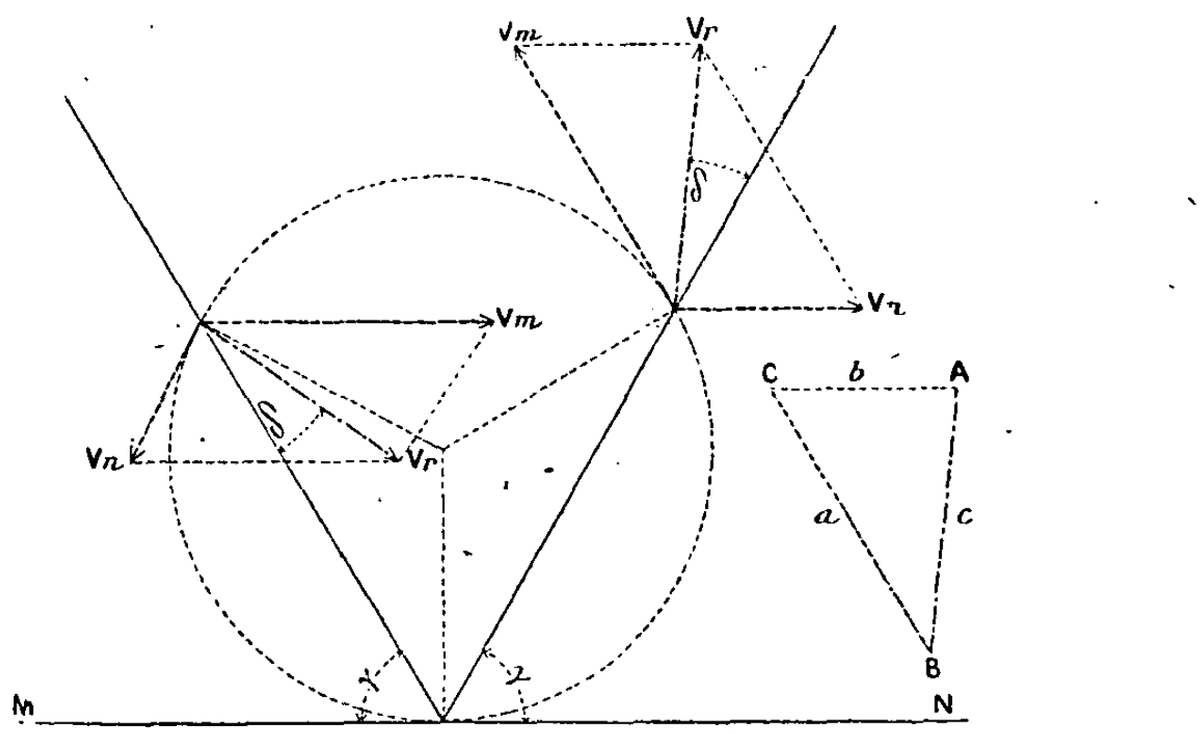


Fig. 3.

de Pascal, que l'on obtient en portant de part et d'autre d'une circonférence une longueur constante sur un nombre indéterminé de sécantes qui se rencontrent en un même point de la circonférence.

Pour déterminer les rapports qui existent entre les vitesses V et v et leurs résultantes en chaque point de la circonférence, nous supposerons d'abord que la longueur et la hauteur des palettes sont des quantités quelconques, et, sans nous préoccuper, quant à présent, du nombre de palettes à disposer autour de l'axe principal, nous considérerons les pressions qui se produisent sur l'une d'elles pendant son mouvement de rotation autour de cet axe.

Pour généraliser, désignons par V_m (*fig.* 3) la plus grande des deux vitesses v et V, et par V_n la plus petite.

Appelons γ l'angle que le plan de la palette fait avec MN et δ l'angle formé par le plan de la palette avec la résultante V_r des deux vitesses V_m et V_n. (La figure 3 représente, à droite, le cas où v est $>$ V, et à gauche, le cas où v est $<$ V.)

La relation entre les côtés et les angles du triangle formé par les vitesses V_m et V_r et par une parallèle à V_n, et qui est reproduit dans la figure 3, peut être posée sous la forme :

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(A-B)};$$

et comme :

$$\frac{1}{2}(A+B) = \gamma$$

et

$$\frac{1}{2}(A-B) = \delta,$$

remplaçant a et b par leurs valeurs V_m et V_n, on a

$$(1) \qquad \frac{V_m + V_n}{V_m - V_n} = \frac{\operatorname{tang} \gamma}{\operatorname{tang} \delta}.$$

La valeur de la résultante V_r s'obtient en résolvant le triangle qu'elle forme avec l'une des composantes et la parallèle à l'autre, comme par exemple, par l'équation :

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin C}{\sin A}.$$

qui devient :

$$\frac{V_r}{V_m} = \frac{\sin 2\gamma}{\sin(\gamma + \delta)};$$

ce qui donne :

$$(2) \qquad V_r = V_m \frac{\sin 2\gamma}{\sin(\gamma + \delta)};$$

$$(3). \qquad \text{et} \qquad V_r = V_n \frac{\sin 2\gamma}{\sin(\gamma - \delta)}.$$

De même, le rapport $\frac{V_m}{V_n}$ est donné par l'équation :

$$\frac{V_m}{V_n} = \frac{\sin(\gamma + \delta)}{\sin(\gamma - \delta)}$$

C'est une quantité constante pour toutes les positions de la palette.

Lorsque la roue fonctionne dans un liquide, la pression du liquide sur une palette est représentée par :

$$(4) \qquad K\Pi A \sin \delta \frac{V_r^2}{2g},$$

V_r étant la résultante des vitesses V_m et V_n ;

A sin δ, la projection de l'aire de la palette sur un plan normal à la direction de V_r ;

Π, le poids spécifique du liquide;

Et K un coefficient déterminé par l'expérience, et qui varie avec l'angle δ.

La pression normale P_r par unité de surface de la palette est représentée par :

$$P_r = \frac{K \Pi V_r^2 \sin \delta}{2g} . \tag{5}$$

Cette pression se décompose en deux autres :

L'une, P, parallèle à la direction de la vitesse V, représente la force utile que la palette transmet ou reçoit;

L'autre, p, est dirigée normalement à la direction de V, dans l'un ou l'autre sens, suivant la position qu'occupe la palette. La résultante de la somme de ces pressions p est donc nulle pour chaque tour de roue.

Appelant γ l'angle que fait la palette avec la direction de V, on a :

$$P = P_r \sin \gamma \tag{6}$$

$$\text{et} \qquad p = P_r \cos \gamma , \tag{7}$$

et, finalement, pour une palette et par unité de surface :

$$P = \frac{K \Pi V_r^2 \sin \delta \sin \gamma}{2g} ;$$

soit :

$$P = \frac{\Pi}{2g} K V_r^2 \sin \delta \sin \gamma . \tag{8}$$

Il reste à connaître le coefficient K. D'après Claudel (*Aide-Mémoire*, n° 413), ce coefficient serait, dans le cas de l'angle formé par une proue verticale d'un bateau avec sa direction dans une eau tranquille :

Pour δ =	90°,	78°,	66°,	54°,	42°.	30°,	18°,	6°
K =	1.00,	0.94,	0.82,	0.65,	0.49,	0.37,	0.35,	0.33.

Lorsque $V = 0$. v étant une quantité quelconque, comme cela a lieu au moment où la roue employée comme propulseur commence à fonctionner, on a :

$$V_r = v \quad \text{et} \quad \gamma = \delta$$

et l'équation (8) devient :

$$P = \frac{\Pi}{2g} K v^2 \sin^2 \gamma .$$

Les quantités $\frac{H}{2g}$ et r^2 étant constantes pour chaque point de la circonférence décrite par l'axe d'une palette, les pressions P varient, sur cette circonférence, suivant les valeurs de K et de $\sin^2\gamma$. Le tableau ci-desous fournit le produit $K \sin^2\gamma$ pour 18 positions comprises dans une demi-circonférence :

Position d'une palette sur une demi-circonférence.	γ	K	$K \sin^2\gamma$	Position d'une palette sur une demi-circonférence.	γ	K	$K \sin^2\gamma$
	degrés				degrés		
0	0	0,00	0,000	10	50	0,60	0,352
1	5	0,33	0,003	11	55	0,66	0,443
2	10	0,33	0,010	12	60	0,73	0,547
3	15	0,34	0,023	13	65	0,81	0,665
4	20	0,35	0,041	14	70	0;86	0,760
5	25	0,36	0,064	15	75	0,91	0;849
6	30	0,37	0,092	16	80	0,95	0,921
7	35	0,41	0,135	17	85	0,99	0,982
8	40	0;46	0,190	18	90	1,00	1,000
9	45	0,52	0,260				

En continuant les calculs pour des points pris sur l'autre demi-circonférence, les mêmes valeurs se retrouvent, mais en commençant par le bas du tableau qui précède, pour aboutir à zéro, d'où l'on était parti d'abord.

Si, au lieu d'une palette, nous considérons un système de deux palettes placées sur le même diamètre, de part et d'autre de l'axe de la roue, la somme des pressions P de ces deux palettes, qui forment toujours entre elles un angle de 90°, sera proportionnelle à la somme de deux valeurs de $K \sin^2\gamma$ correspondant à deux angles γ dont la somme est égale à 90°. Pour le premier et le troisième quarts de la circonférence de la roue, on obtient :

Numéro d'ordre des positions d'une palette.	γ	$K \sin^2\gamma$		Numéro d'ordre des positions d'une palette.	γ	$K \sin^2\gamma$	
	degrés				degrés		
0	0	0,000	1,000	5	25	0,064	0,729
18	90	1,000		13	65	0,665	
1	5	0,003	0,985	6	30	0,092	0,639
17	85	0,982		12	60	0,547	
2	10	0,010	0,931	7	35	0,135	0,578
16	80	0,921		11	55	0,443	
3	15	0,023	0,872	8	40	0,190	0,542
15	75	0,849		10	50	0,352	
4	20	0,041	0,801	9	45	0,260	0,520
14	70	0,760		9	45	0,260	

Pour le deuxième et le quatrième quarts de circonférence, les valeurs

ci-dessus doivent être prises en sens inverse pour aboutir à 1,000, d'où l'on est parti pour les premier et troisième quarts.

Ajoutant maintenant au système deux autres palettes sur un diamètre formant avec le premier un angle droit, nous pourrons admettre que les pressions fournies par ce nouveau couple seront égales à celles du couple primitif, et que la somme des pressions se trouvera ainsi doublée. De plus, le maximum de pression d'un couple correspondra au minimum pour l'autre couple.

On aura, par suite, en prenant pour repère les valeurs de γ pour l'une des quatre palettes, sur un quart de circonférence de la roue :

γ			γ		
0	1,000 0,520	= 1,520	25	0,729 0,801	= 1,530
5	0,985 0,542	= 1,527	30	0,639 0,872	= 1,511
10	0,931 0,578	= 1,509	35	0,578 0,931	= 1,509
15	0,872 0,639	= 1,511	40	0,542 0,985	= 1,527
20	0,801 0,721	= 1,530	45	0,520 1,000	= 1,520

Considérant que les valeurs de K ne sont que des approximations déduites de l'observation, nous conclurons des résultats qui précèdent que, lorsqu'on a $V = 0$, la somme des pressions fournies par un système de quatre palettes peut être considérée comme constante sur tous les points de la circonférence de la roue, et que ces pressions sont données, par unité de surface d'une palette, par la formule suivante :

$$1{,}52\,\frac{\Pi}{2g}\,v^2 \quad \text{(soit à peu près 77 kilogr.} \times v^2\text{)}.$$

On ne saurait évidemment, en multipliant le nombre des palettes autour de l'axe de la roue, espérer augmenter dans la même proportion la somme des pressions produites par les palettes, car, lorsque les palettes sont trop rapprochées, le déplacement de l'une d'elles dans le milieu fluide a pour effet de produire sur sa face postérieure une aspiration du fluide qui détruit en partie la résistance que le fluide opposerait à la palette suivante.

En résumé, quatre palettes suffisent pour assurer une pression uniforme pendant chaque tour. Toutefois, le nombre des palettes peut être beaucoup plus étendu, surtout si chacune d'elles présente une hauteur peu considérable par rapport au rayon de la roue.

Lorsque les valeurs de V et de v sont positives, c'est-à-dire lorsque

la marche de l'appareil est devenue à peu près régulière, les résultats diffèrent de ceux obtenus lorsque $V = 0$, mais les pressions obtenues en employant quatre palettes sont encore à peu près uniformes, bien que cette uniformité devienne plus réelle à mesure que l'on augmente le nombre des palettes.

Ainsi, pour une roue universelle employée comme propulseur d'un bateau, si l'on suppose que $v = 6^m$ et que $V = 4^m$, le rapport $\frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}\delta}$ fourni par l'équation (1) donne

$$\frac{6+4}{6-4} = \frac{10}{2} = 5 .$$

D'où l'on tire pour une valeur quelconque de γ :

$$\frac{\operatorname{tg}\gamma}{5} = \operatorname{tg}\delta .$$

La valeur de V_r peut dès lors être calculée d'après l'équation (2).

La connaissance de l'angle δ permet aussi d'appliquer les coefficients K d'après les diverses valeurs de cet angle.

A l'aide de ces données, on obtient la valeur de P_r d'après l'équation (5), et, finalement, celle de P d'après l'équation (6), ce qui correspond à la solution de l'équation générale (8).

En appliquant la marche qui a été suivie ci-dessus pour le cas où la roue commence à fonctionner, on trouve qu'avec quatre palettes la pression varie sur le pourtour de la roue entre 361^k et 454^k, et qu'elle est en moyenne de 400 kilogr., soit 100 kilogr. par mètre carré de chaque palette.

Description de la roue universelle. — La roue universelle se compose d'un arbre ou axe principal AB (*fig.* 4) sur lequel sont fixés deux volants convenablement espacés. Entre ces volants sont placés à égale distance du centre O des axes secondaires CC′, DD′, EE′, etc., parallèles à l'axe AB, et pouvant prendre un mouvement de rotation dans des coussinets portés par la couronne ou par les bras des volants. Chacun de ces axes secondaires, dont le nombre varie suivant les applications, porte une palette plane rectangulaire en tissu, en bois ou en métal suivant les cas et se termine à l'une de ses extrémités par un coude ou manivelle D′d', E′e', etc. Ces coudes sont disposés parallèlement entre eux et reliés l'un à l'autre par un système de bielles formant un polygone rigide $c'd'e'f'$ (*fig.* 5) qui rend solidaires les axes des palettes dans leur mouvement de rotation. Les plans des palettes sont disposés de telle sorte que s'ils étaient prolongés, ils viendraient passer tous par l'axe d'une palette. On peut

aussi remplacer le polygone de bielles par une chaîne sans fin s'appuyant sur des roues dentées de même diamètre qui sont fixées à l'une des extrémités des axes des palettes et qui remplacent les coudes de manivelle représentés dans les figures 4 et 5.

L'axe principal AB (*fig.* 4) traverse à l'une de ses extrémités le

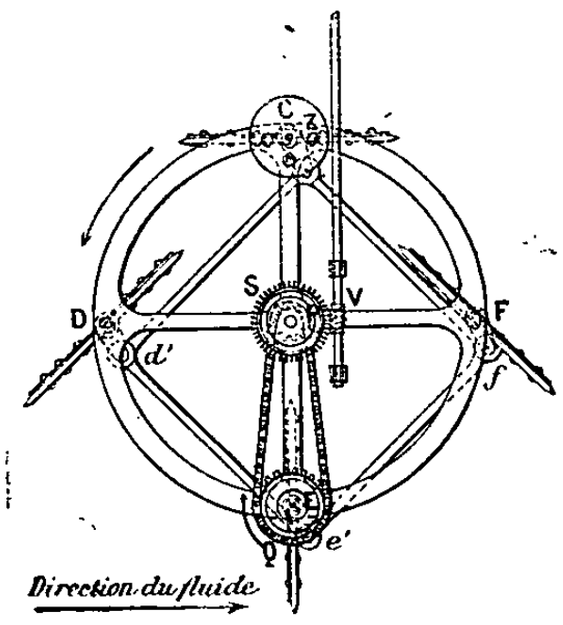


Fig. 4.

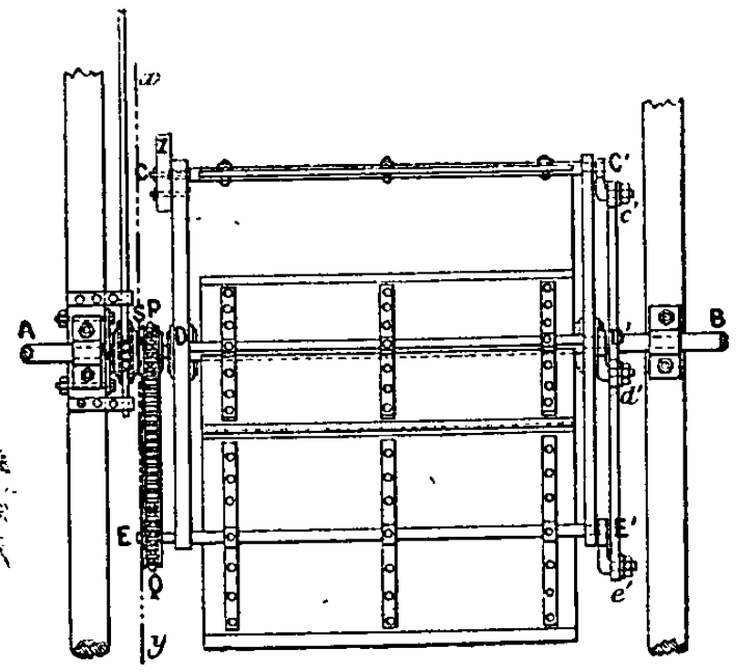


Fig. 5.

moyeu d'une roue dentée P concentrique avec cet arbre. Cette roue dentée est portée par une bague fixée au bâti de la machine et construite avec un diamètre suffisant pour que l'axe AB puisse s'y mouvoir sans frottement. Une autre roue dentée Q portant à la circonférence un nombre de dents double de celui de la roue P est placée à l'extrémité correspondante de l'axe EE′ de l'une des palettes et calée sur cet axe. Une chaîne sans fin PQP (*fig.* 5) passe sur ces deux roues dentées. Cette chaîne est entraînée dans le mouvement de rotation de l'appareil, et par suite, elle imprime à la roue dentée Q, à l'axe EE′ ainsi qu'aux autres axes des palettes rendus solidaires par le polygone de bielles, un mouvement de rotation en sens inverse, avec une vitesse angulaire qui est la moitié de la vitesse de l'axe principal AB. Un contre-poids Z (*fig.* 4 et 5) fait équilibre à la roue dentée Q et à la chaîne sans fin.

Pour les applications qui exigent une force considérable et dans lesquelles la légèreté de l'appareil n'est pas une condition essentielle, la chaîne sans fin PQP peut être remplacée par une double roue dentée RR′ (*fig.* 6 et 7) équilibrée par un contre-poids.

Par l'effet de la disposition qui vient d'être décrite, la roue P étant supposée fixe, chaque palette n'opère qu'une demi-révolution sur son axe pendant un tour complet de la roue universelle, de sorte qu'en un point considéré de la circonférence CDEFC (*fig.* 5) chaque palette en passant présente toujours sous le même angle

alternativement l'une ou l'autre de ses deux faces. Pour modifier cet angle, même en marche, il suffit d'agir sur la roue dentée P qui reste ordinairement immobile pendant la marche. L'angle dont on fera tourner la roue P sera double de la déviation que l'on veut

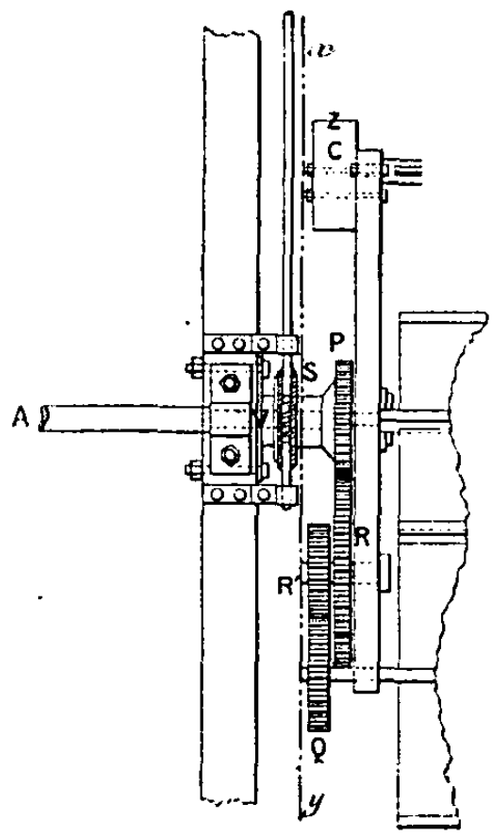


Fig. 6.

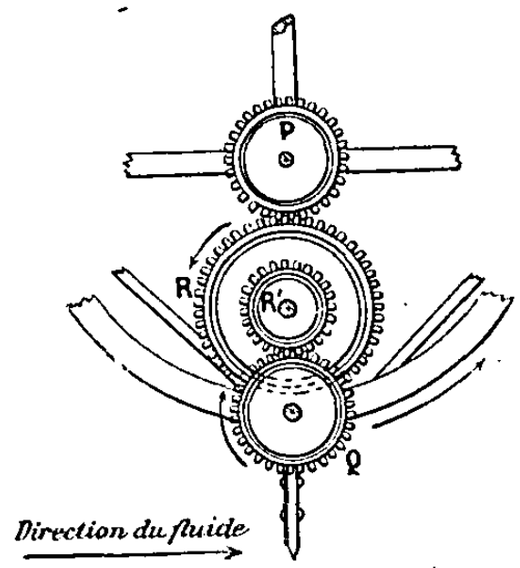


Fig. 7.

faire subir aux palettes. Ce mouvement de rotation de la roue dentée P permet ainsi d'orienter les plans des palettes suivant la direction du courant fluide, de manière à rendre l'effet utile le plus grand possible. Il permet, en outre, de régulariser la vitesse en déviant l'orientation des palettes suivant les variations d'intensité de la force motrice. A cet effet, la roue P est rendue solidaire d'une roue hélicoïdale S (*fig.* 4 et 5) sur laquelle on agit au moyen d'une vis sans fin V, fonctionnant soit à la main soit automatiquement sous l'action d'un régulateur.

Pour obtenir l'arrêt complet, on dévie les plans des palettes d'un angle de 45°, et pour renverser la marche on fait subir aux palettes une rotation de 90° autour de leurs axes respectifs. La roue P fera donc un quart de tour pour l'arrêt et un demi-tour pour le renversement de la marche.

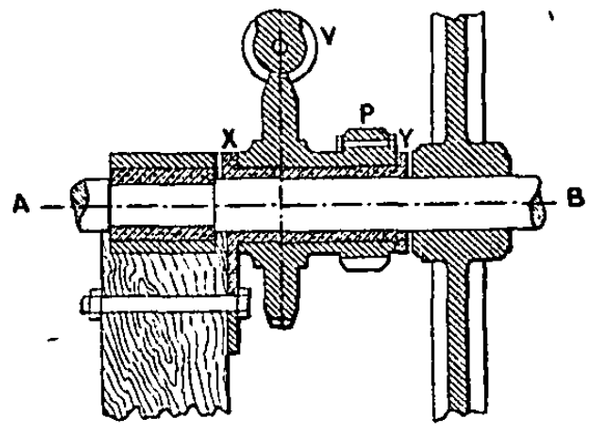


Fig. 8.

La figure 8 représente la coupe longitudinale de l'axe AB et des roues dentées qui tournent à frottement doux sur la bague XY.

laquelle est suffisamment évidée pour que l'axe AB puisse s'y mouvoir sans aucun frottement.

Applications de la roue universelle. — La recherche des applications de la roue universelle a été faite théoriquement par M. Pichou, qui est ainsi parvenu à un classement méthodique des *roues,* dont l'hydraulique ne fournit aucun précédent.

Les conditions particulières dans lesquelles la roue universelle peut être appelée à fonctionner forment trois catégories, suivant que l'on considère :

I. La position des points d'application de la puissance et de la résistance :
II. La nature du milieu fluide;
III. L'étendue du milieu fluide.

Examinons chacune de ces catégories.

I. — Position des points d'application des forces.

On peut considérer la roue universelle comme un levier de chacun des trois genres, les trois éléments constitutifs du levier étant représentés par :

1° Le centre de pression du contour des plans des *palettes;*

2° L'*axe principal* de la roue;

3° L'extrémité d'un rayon ou bras de levier relié solidement à l'axe principal, et qui, suivant les cas, reçoit le mouvement de rotation provenant de l'action du fluide sur les palettes ou bien imprime à la roue son mouvement de rotation sous l'action d'une force étrangère au fluide. Ce point matériel peut appartenir à un coude de manivelle, à une poulie, à un engrenage, etc., suivant les applications; désignons-le sous le nom de *manivelle.*

Chacun de ces trois éléments de la roue universelle peut être : *point d'application de la puissance, point d'appui,* ou *point d'application de la résistance;* d'où il résulte les six combinaisons suivantes :

A	Puissance. — Palettes. Point d'appui. — Axe principal. Résistance. — Manivelle.	D	Puissance. — Axe principal. Point d'appui. — Palettes. Résistance. — Manivelle.
B	Puissance. — Manivelle. Point d'appui. — Axe principal. Résistance. — Palettes.	E	Puissance. — Palettes. Point d'appui. — Manivelle. Résistance. — Axe principal.
C	Puissance. — Manivelle. Point d'appui. — Palettes. Résistance. — Axe principal.	F	Puissance. — Axe principal. Point d'appui. — Manivelle. Résistance. — Palettes.

II. — Nature du milieu fluide.

La roue universelle peut être :

a) Plongée en entier dans un liquide ;

b) Plongée en entier dans un gaz ;

c) Placée vers la surface de séparation d'un liquide et d'un gaz, une partie de la roue plongeant dans le liquide et l'autre dans le gaz.

III. — Étendue du milieu fluide.

L'étendue du milieu fluide dans lequel la roue est plongée peut être :

1. — Considérée comme illimitée dans tous les sens ;

2. — Limitée par des parois parallèles à la direction du mouvement rectiligne dont est animée une partie du système.

Les éléments de chacune de ces trois catégories se combinent avec ceux des deux autres pour former une série de *trente-six* applications théoriques de la roue universelle, dont chacune est désignée par la réunion des lettres et des chiffres qui distinguent chaque cas.

Un autre caractère distinctif des applications de la roue universelle consiste dans la position horizontale, verticale ou même oblique qui peut être donnée à volonté à l'arbre principal de la roue ; mais sa généralisation n'eût pas présenté un intérêt aussi grand que celui des trois catégories qui viennent d'être examinées.

A l'aide de ce classement, on embrasse tous les cas, pratiques ou non dans l'état actuel de l'hydraulique, et chacun d'eux est nettement défini par l'emploi des signes qui viennent d'être indiqués.

Ainsi, le genre A comprend les roues à axe fixe que le fluide anime d'un mouvement de rotation. Ce sont des *récepteurs* de force. On appellera A*a*1 la roue à axe fixe plongée en entier dans un liquide dont l'étendue est illimitée ; A*a*2 la même roue lorsque le liquide coule entre deux parois parallèles ; A*b*1 la même roue plongée dans un courant gazeux qui lui imprime son mouvement de rotation, etc.

Le genre B comprend les roues à axe fixe qui impriment au fluide un mouvement rectiligne et il comporte les mêmes subdivisions que le genre A. Ce sont les appareils analogues aux *pompes*. On y rencontre notamment la pompe rotative B*a*2 ; le ventilateur B*b*1, la pompe aspirante ou machine pneumatique B*b*2, etc.

Le genre C correspond aux *propulseurs*, fixés à un solide auquel ils impriment un mouvement de translation en s'appuyant sur le

fluide par l'effet d'une force étrangère au fluide. On trouve dans ce genre le propulseur sous-marin C*a*1, le propulseur de navires C*c*1, le propulseur pour la navigation aérienne C*b*1, etc.

Le genre D consiste en une roue fixée à un solide animé d'un mouvement de translation d'où il résulte pour la roue un mouvement de rotation sur son axe, par l'effet des palettes qui s'appuient sur le fluide. Ce sont les *roues affolées*. Les machines de ce genre présentent peu d'applications pratiques. On peut se représenter leur fonctionnement par l'exemple d'une roue à aubes ordinaire d'un bateau à vapeur en marche, qui serait *affolée*, ou bien encore par l'hélice *affolée* d'un bateau.

Le genre E comprend les roues fixées à un solide et plongées dans un fluide en mouvement qui leur imprime un mouvement de rotation par l'effet duquel la *manivelle* de la roue s'appuyant sur un corps résistant imprime au solide un mouvement de translation. C'est le genre des *toueurs-automoteurs*, sur eau (roue E*a*1) ou sur terre (roue E*a*2), cette dernière, remarquable surtout par son application à la traction des wagons sur les rampes, dans les pays de montagnes où les eaux sont abondantes.

Le genre F consiste en une roue fixée à un solide animé d'un mouvement de translation, et qui est plongée dans un fluide auquel elle imprime un mouvement rectiligne par l'effet de la rotation obtenue en s'appuyant sur un corps résistant. C'est ainsi que fonctionnerait un toueur entraîné par le bateau qui le porte et s'appuyant sur la chaîne du touage : c'est le *toueur affolé*. Les diverses subdivisions de ce genre ne comportent guère, dans l'état actuel, d'applications pratiques.

Il serait trop long de faire connaître en détail toutes les applications déduites du classement qui vient d'être exposé. Elles sont développées dans le mémoire descriptif annexé au brevet pris par M. Pichou le 18 octobre 1883 et qui est aujourd'hui dans le domaine public.

M. MANTEL,

Professeur à Delft.

NOUVELLE THÉORIE DES COUPLES ET DE LA COMPOSITION DES FORCES.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Dans les pages qu'on va lire, nous présentons brièvement les principes de la statique à un point de vue nouveau. Nous avons été conduit à cette conception par l'étude d'un théorème de M. Maurice d'Ocagne* publié dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques*, année 1880. Ce théorème consiste en ce que le centre des forces parallèles a son analogue pour un système de forces situées dans un plan : si l'on fait tourner d'un même angle toutes ces forces autour de leurs points d'application, la résultante passe constamment par un point fixe appelé le centre de composition.

Pour étudier des propriétés de ce genre, il faut assigner un point d'application déterminé à chaque force ; il faut donc faire abstraction de la propriété des forces qui permet de changer le point d'application déterminé à chaque force ; il faut donc faire abstraction de la propriété des forces qui permet de changer le point d'application en un autre pris sur la direction de la force. Nous avons développé une théorie dans laquelle ce changement est regardé comme inadmissible ; cela n'est pas logiquement absurde, puisque la propriété, à laquelle nous renonçons, est une propriété des corps solides et non des forces.

Certainement ce n'est pas en vue de l'utilité pratique que nous avons établi notre théorie. Mais nous avons cru que pour bien étudier une question il ne faut négliger aucun point de vue ; et, en effet, nous sommes parvenu à rattacher le théorème de M. d'Ocagne à d'autres théorèmes connus qui, au premier abord semblent être d'une nature tout à fait différente.

Les développements suivants ne sont qu'un aperçu rapide de notre théorie ; le lecteur désireux de plus de détails y suppléera lui-même.

* Le théorème attribué ici à M. Maurice d'Ocagne lui est de beaucoup antérieur. On le trouve notamment dans l'ouvrage de Bellavitis, intitulé : *Exposition de la méthode des Equipollences.*

1. Nous empruntons à la statique ordinaire la notion des forces: nous les représentons par des droites, et nous leur attribuons des points d'application déterminés; nous admettons encore la composition des forces appliquées à un même point et agissant dans des directions identiques ou opposées. Nous n'admettons pas que le point d'application puisse être changé; pour rendre possible la composition des forces, nous posons en guise d'axiome que *deux forces égales, dont les directions se rencontrent, ont une résultante; sa direction est la bissectrice des directions données; le point de rencontre des trois directions et les trois points d'application seront sur une circonférence de cercle.*

Deux forces égales, dirigées suivant des droites parallèles ou suivant la même droite et de sens opposés, constituent ce que nous appelons un *couple oblique;* la droite qui joint les deux points d'applications est dit le *rayon* du couple: l'*angle* du couple est l'angle que décrit une des forces lorsqu'on la fait tourner autour de son point d'application jusqu'à coïncider avec le prolongement du rayon. Cet angle peut être regardé comme positif ou négatif suivant qu'il est décrit dans le sens des aiguilles d'une horloge ou en sens contraire.

Deux couples obliques sont *égaux et opposés* s'ils ont même force et même rayon et que leurs angles diffèrent de deux angles droits.

2. *Théorème.* — Deux couples obliques égaux et opposés dans un même plan se détruisent.

Pour le démontrer, soient $P_1\,P_2\,P_3\,P_4$ les forces, $A_1\,A_2\,A_3\,A_4$ les points d'application, M et N les points de rencontre de P_1 et P_3 et de P_2 et P_4; C le point de rencontre des rayons $A_1\,A_2$ et $A_3\,A_4$. On voit aisément que les points $M\,C\,A_1\,A_2$ et $N\,C\,A_3\,A_4$ sont sur deux circonférences; soit D le point de rencontre de la droite MN et de la circonférence $M\,C\,A_1\,A_2$, on démontre que $N_1\,C_1\,A_2\,D$ sont sur une circonférence. Il suit de là que les résultantes de P_1 et P_3 et de P_2 et P_4 ont même point d'application; les deux résultantes sont d'ailleurs dirigées suivant la droite L M, et elles sont égales et opposées; donc, elles se détruisent.

Si les quatre forces étaient parallèles, on joindrait deux autres couples égaux et opposés pour achever la démonstration.

Corollaire. — Un couple oblique peut être à volonté déplacé dans un plan.

3. *Théorème.* — Deux couples obliques dans un même plan sont équivalents lorsqu'ils ont même angle et que les longueurs du rayon et de la force ont même produit.

On le démontre en divisant les rayons et les forces en parties égales et en ajoutant des forces aux points de division des rayons: si les forces sont dans le rapport de deux nombres entiers m et n, on verra que les couples peuvent être décomposés en mn couples égaux.

4. *Théorème.* — Trois forces dans un plan se détruisent lorsqu'elles sont parallèles et égales aux côtés d'un triangle, que leurs directions sont concurrentes et que le triangle des points d'application est inversement semblable au triangle des forces; les points d'applications et le point de rencontre des directions des forces sont sur une circonférence.

On le démontre aisément en faisant voir que les couples, nécessaires pour transposer deux des forces au point d'application de la troisième, se détruisent.

Lorsqu'on fait tourner les trois forces autour de leurs points d'application dans le même sens et d'angles égaux, les forces ne cessent pas de se détruire. Cette propriété peut s'étendre à un nombre quelconque de forces situées dans un plan. De là, le théorème de M. Maurice d'Ocagne.

Lorsqu'on fait tourner dans le même sens et d'un même angle plusieurs forces dans un plan, la résultante passe constamment par un point fixe, le *centre de composition* des forces.

5. *Composition des couples obliques.* — Un couple oblique peut être transporté dans un plan parallèle au plan primitif; on le démontre absolument de la même manière que pour les couples ordinaires. Pour composer deux couples non situés dans des plans parallèles, on les réduit à deux autres, dont les forces soient égales, et on les pose de manière que l'une des forces du premier couple détruise une des forces de l'autre couple, de la sorte, les deux couples sont composés en un seul. Il en résulte qu'un nombre quelconque de couples peuvent être réduits à un seul couple.

Corollaire. — Un système de forces quelconques peut être réduit à une force et un couple oblique, ou à deux forces.

6. Nous avons vu qu'un couple oblique est déterminé par la position de son plan, son angle et le produit des longueurs de son rayon et de sa force; ces éléments sont précisément les mêmes que ceux qui déterminent la valeur du *quaternion* obtenu en multipliant la force et le rayon considérés comme *vecteurs*. Pour composer deux couples obliques de forces égales, il faut ajouter géométriquement

les rayons; la même construction servirait à faire l'addition des *quaternions*. Il suit de là qu'on peut considérer le *quaternion* comme la valeur du couple oblique; en effet, le *quaternion* peut remplacer le couple dans toutes les opérations qu'on lui fait subir. Pour préciser nous prendrons la force pour multiplicateur et le rayon pour multiplicande.

Décomposons les forces d'un couple oblique chacune en deux autres, dirigées suivant le rayon et perpendiculairement au rayon; le couple sera décomposé en deux autres, l'un qui a pour angle zéro ou deux droits, c'est la partie *scalaire* du *quaternion*, l'autre a son angle droit, c'est le *vecteur* du *quaternion*. Dans la statistique ordinaire, la partie *scalaire* n'a pas de valeur, et c'est le *vecteur* qui représente le couple; donc, pour tirer de notre théorie des résultats appliquables à la théorie ordinaire, on n'a qu'à négliger les couples *scalaires*. Ce qu'on appelle le *moment* du couple, c'est dans notre théorie le *tenseur* du *vecteur* du *quaternion*.

7. Soient p une force, ρ le *vecteur* qui va d'un point fixe à son point d'application. La force peut être transportée au point fixe; la valeur du couple de transposition est le *quaternion* $p\rho$. De cette manière, un système de forces peut être réduit à une seule force $\Sigma\rho$ appliquée appliquée au point d'origine et à un couple oblique $\Sigma p\rho$. Les forces se détruisent lorsque $\Sigma p = 0$ et $\Sigma p\rho = 0$; il y a équilibre, lorsque $\Sigma p = 0$ et $\mathrm{V}\Sigma p\rho = 0$. Les forces se détruisent encore si les couples de transposition ont des résultants nuls pour deux origines; car, soit z le *vecteur* d'une origine à l'autre, on aura $\Sigma p\rho = 0$ et $\Sigma p\,(\rho + z) = 0$, d'où $\Sigma p\rho + (\Sigma p)\,z = 0$, ce qui donne $\Sigma p = 0$.

A quel point P faut-il transporter les forces pour que le couple résultant soit d'angle droit? Appelons z le *vecteur* de ce point; le couple résultant relatif à ce point a la valeur $\Sigma p\,(\rho - z)$; il faut donc que $\mathrm{S}\Sigma p\,(\rho - z) = 0$. Soient z et z' deux valeurs satisfaisant à cette équation; on aura $\mathrm{S}(\Sigma p)\,(z' - z) = 0$, ce qui exige que $z - z'$ soit perpendiculaire à Σp. Le lieu des points P est donc un plan, perpendiculaire à la résultante des forces transportées; nous l'appellerons le plan principal du système des forces.

A quel point Q faut-il transporter les forces pour que le couple résultant ait son plan perpendiculaire à la résultante des forces? Soit z le *vecteur* de Q; il faut que Σp et $\mathrm{V}\Sigma p\,(\rho - z)$ soient parallèles ($\mathrm{V}\Sigma p\,(\rho - z)$ n'est autre chose que l'axe du couple résultant): cette condition nous donne l'équation

$$\mathrm{V}\,[(\Sigma p) \times \mathrm{V}\Sigma p\,(\rho - z)] = 0.$$

Soient z et z' deux valeurs satisfaisant à cette équation : on aura

$$V[(\Sigma p) \times V(\Sigma p)(z - z')] = 0.$$

Comme Σp et $V(\Sigma p)(z - z')$ ne peuvent être parallèles, il faut que la dernière expression soit nulle, c'est-à-dire que $z - z'$ soit parallèle à Σp; Tous les points Q sont donc sur une droite parallèle à Σp; cette droite est l'axe central du système. L'axe central rencontre le plan principal en un point que nous appellerons *centre du système*.

Étant donné un système de forces, en déterminer le centre. Soit z le *vecteur* du centre ; on aura

$$S\Sigma p(\rho - z) = 0, \quad V[(\Sigma p) \times V \Sigma p(\rho = z)] = 0.$$

Il en résulte $$V[(\Sigma p) \times \Sigma p(\rho - z)] = 0,$$

d'où $$(\Sigma p)^2 \times z = V(\Sigma p)(\Sigma \rho p).$$

Calculons encore le couple résultant relatif au centre; sa valeur est $\Sigma p(\rho - z) = M$; il faut substituer la valeur de z. Cela donne :

$$(\Sigma p) \times M = (\Sigma p)[\Sigma p\rho - \Sigma pz] = (\Sigma p)(\Sigma p\rho) - (\Sigma p)^2 . z$$
$$(\Sigma p) \times M = (\Sigma p)(\Sigma p\rho) - V(\Sigma p)(\Sigma p\rho)$$
$$(\Sigma p) \times M = S(\Sigma p)(\Sigma p\rho).$$

Si l'on égale à zéro cette valeur, on a la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système de forces ait une résultante unique, parce que M est la valeur minime du couple de transposition.

8. Il n'est pas dans notre plan d'étendre ces sortes de calcul; ce qui précède suffit pour faire voir que notre théorie fournit très facilement les résultats connus sur la composition des forces. Nous terminerons en énonçant le théorème général, qui comprend le théorème de M. D'OCAGNE et une foule d'autres. *Ce théorème général est simplement la propriété distributive de la multiplication des quaternions*. En effet, soient données un système de forces qui se détruisent, on aura pour un point d'origine quelconque $\Sigma p\rho = 0$. La propriété mentionnée permet d'en déduire $\Sigma vp\rho = 0$. Voici quelques cas particuliers :

A. — Supposons que toutes les forces p soient parallèles à un plan; soit v un *verseur* perpendiculaire à ce plan; vp sera la force p *tournée* autour de son point d'application; l'équation $\Sigma vp\rho = 0$ nous dira que les forces n'ont cessé de se détruire après avoir subi la rotation. C'est le théorème de M. D'OCAGNE, un peu généralisé.

B. — De l'équation $\Sigma vp\rho = 0$ déduisons $\Sigma \mathrm{S} vp\rho = 0$; cela signifie : *Si plusieurs forces se détruisent, la somme des tétraèdres qui ont pour côtés opposés une droite quelconque et l'une des forces, est nulle.*

C. — Supposons un système réductible à une seule force ou à un couple; dans le premier cas prenons pour origine le point d'application de la résultante. Nous aurons $\Sigma p\rho = 0$ ou $\Sigma p = 0$; donc, dans les deux cas $\Sigma(\Sigma p)\, p\rho = 0$; c'est encore un cas particulier de l'équation $\Sigma vp\rho = 0$. Nous distinguons les diverses forces par des indices $\alpha, \beta \ldots$; alors

$$\Sigma(\Sigma p)\, p\rho = \Sigma p_\alpha{}^2 \rho_\alpha + \Sigma p_\alpha p_\beta \rho_\beta + \Sigma p_\beta p_\alpha \rho_\alpha = 0 .$$

Prenons la partie *scalaire :*

$$\begin{aligned} \mathrm{S}\Sigma(\Sigma p)\, p\rho &= \mathrm{S}\Sigma(\mathrm{S} p_\alpha p_\beta + \mathrm{V} p_\alpha p_\beta)\rho_\beta + \mathrm{S}\Sigma(\mathrm{S} p_\beta p_\alpha + \mathrm{V} p_\beta p_\alpha)\rho_\alpha \\ &= \mathrm{S}\Sigma(\mathrm{V} p_\alpha p_\beta)(\rho_\beta - \rho_\alpha) = \Sigma \mathrm{S} p_\alpha p_\beta (\rho_\beta - \rho_\alpha) = 0. \end{aligned}$$

Cette équation nous apprend que *la somme des tétraèdres qui ont pour côtés opposés deux des forces, est nulle.* C'est le théorème de MOEBIUS.

D. — Soient quatre forces qui se détruisent; prenons v égale à la somme géométrique de deux d'entre elles; nous aurons

$$\begin{aligned} &(p_1 + p_2)(p_1\rho_1 + p_2\rho_2 + p_3\rho_3 + p_4\rho_4) \\ &= (p_1 + p_2)(p_1\rho_1 + p_2\rho_2) - (p_3 + p_4)(p_3\rho_3 + p_4\rho_4) \\ &= p_1{}^2\rho_1 + p_2{}^2\rho_2 - p_3{}^2\rho_3 - p_4{}^2\rho_4 + p_1p_2\rho_2 + p_2p_1\rho_1 \\ &\quad - p_3p_4\rho_4 - p_4p_3\rho_3 = 0. \end{aligned}$$

Si l'on prend la partie *scalaire*, l'équation se réduit à

$$\mathrm{S} p_1 p_2 (\rho_2 - \rho_1) = \mathrm{S} p_3 p_4 (\rho_4 - \rho_3).$$

Cette équation signifie que les tétraèdres sur p_1 et p_2 et sur p_3 et p_4 ont même volume; il en résulte que *si l'on réduit à deux forces un système quelconque, le tétraèdre construit sur ces deux forces aura toujours le même volume, de quelque manière qu'on fasse la réduction.* C'est le théorème de CHASLES.

E. — Les formules des derniers trois numéros sont indépendantes de la valeur de $\mathrm{S}p\rho$: elles subsistent donc pour la statique ordinaire. Maintenant prenons les *vecteurs;* il en résultera des théorèmes qui cesseront d'être exacts si l'on admet le transport du point d'application d'une force; ces théorèmes n'exprimeront que des propriétés du centre de composition de M. D'OCAGNE.

La formule $\mathrm{V}\Sigma vp\rho = 0$ peut être réduite à

$$\Sigma \rho \mathrm{S} vp - p\mathrm{S} v\rho + v\mathrm{S}\rho p = 0 .$$

Comme $\Sigma S\rho p = 0$, on aura

$$\Sigma \rho S v p = \Sigma p S v \rho .$$

Supposons le *tenseur* de v égal à l'unité; Svp sera égal à la valeur algébrique de la projection de p sur la direction de v. Donc :

Si plusieurs forces se détruisent et que l'on fasse la somme géométrique des rayons vecteurs des points d'application depuis une origine quelconque, multipliés chaque fois par la valeur algébrique de la projection de la force sur une direction donnée quelconque, cette somme aura la même valeur que la somme analogue obtenue en changeant les forces et les rayons vecteurs entre eux.

Ce théorème peut être présenté d'une autre manière; au lieu de Svp, on peut écrire : $\frac{1}{2}[(v+p)^2 - v^2 - p^2]$: soient donc AB la droite qui représente la force (A le point d'application), O l'origine, AM une droite égale à v, on aura la formule

$$\Sigma OA(AM^2 + AB^2 - BM^2) = \Sigma AB(OM^2 - AM^2 - OA^2) .$$

Dans cette expression, les premiers facteurs OA et AB doivent être considérés comme des *vecteurs;* les autres comme des valeurs numériques.

9. Le centre de composition comprenant comme cas particulier le centre des forces parallèles, il est naturel de se demander si les propriétés du centre de gravité peuvent être étendues à ce point. A cette question, la réponse est négative le plus souvent. Par exemple, on sait que le lieu du point tel que la somme des carrés de ses distances à plusieurs points matériels donnés, multipliés par les masses de ces points, ait une valeur donnée, est une sphère dont le centre est le centre de gravité. Par analogie, soit p une force, ρ le *vecteur* de son point d'application depuis le centre de composition, v le *vecteur* d'un point P; quel est le lieu de P, quand $\Sigma(\rho - v)^2 p$ doit avoir une valeur donnée? On a :

$$\Sigma(\rho - v)^2 p = \Sigma \rho^2 p + v^2 \Sigma p - 2\Sigma p S \rho v \quad \text{et} \quad \Sigma p \rho = 0 .$$

Lorsque tous les p ou tous les ρ sont parallèles, on a :

$$\Sigma p S \rho v = 0 ,$$

et $\Sigma(\rho - v)^2 p$ conserve sa valeur si v^2 ne change pas, c'est-à-dire si P décrit une sphère autour du centre de composition. Dans le cas général, le point P n'a pas de lieu géométrique.

M. SCHLEGEL,

Professeur à l'École polytechnique de Hagen.

SUR UN THÉORÈME DE GÉOMÉTRIE A QUATRE DIMENSIONS.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

1. Dans l'espace à quatre dimensions, la figure analogue au parallélogramme et au prisme trilatéral est un solide à quatre dimensions compris entre deux tétraèdres congrus (ABCD) et $(A_1B_1C_1D_1)$, situés dans deux espaces parallèles et ayant la qualité de base et quatre prismes trilatéraux $(AA_1BB_1CC_1)$, $(AA_1BB_1DD_1)$, $(AA_1CC_1DD_1)$, $(BB_1CC_1DD_1)$ qui sont les faces latérales (*fig.* 1). — D'autre part, la

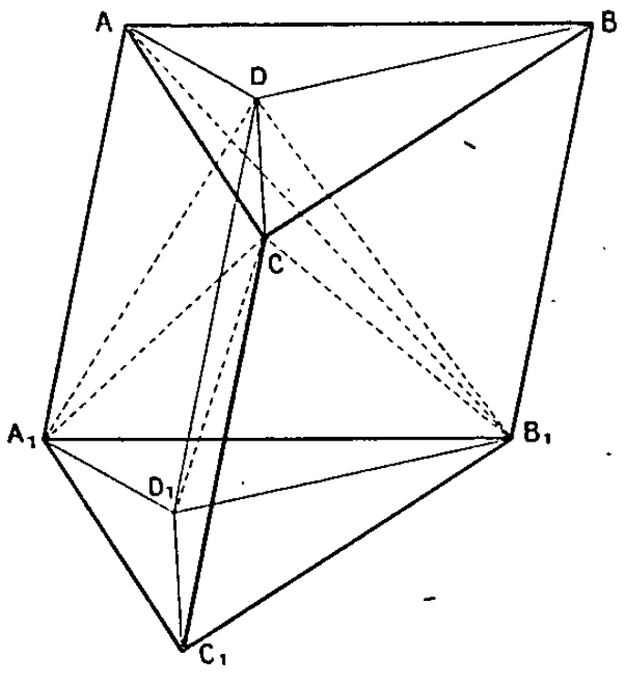


Fig. 1.

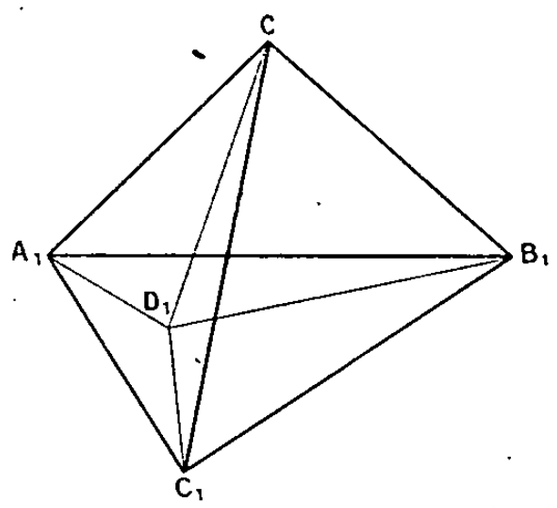


Fig. 2.

figure analogue au triangle et au tétraèdre est le pentaédroïde, savoir un solide limité par cinq tétraèdres, dont quatre ont chaque fois un sommet commun * (*fig.* 2).

Or, on peut décomposer le parallélogramme en deux triangles à égale aire et le prisme trilatéral en trois tétraèdres à égal volume. Nous démontrerons, dans ce qui suit, que d'une façon analogue on peut décomposer le prisme à quatre dimensions, dont nous avons parlé ci-dessus, en quatre pentaédroïdes à égal volume.

* Voir par exemple mon mémoire : *Quelques théorèmes de géométrie à n dimensions. (Bull. Soc. math. de France,* vol. X, p. 177.)

A cet effet nous imaginons : 1) La figure donnée coupée par un espace ordinaire déterminé par les lignes CA_1, CB_1, CD_1. Cet espace sépare de la figure le pentaédroïde $(CA_1B_1C_1D_1)$. La figure donnée perd avec ce pentaédroïde le coin C_1; le solide commun aux deux parties est le tétraèdre $(A_1B_1CD_1)$. — 2). Nous imaginons le reste de la figure coupé par un autre espace déterminé par les lignes nouvelles B_1D et B_1A et la ligne déjà présente B_1C. Cet espace sépare un autre pentaédroïde (B_1CADB). Cette fois c'est le coin B qui disparaît, le solide commun étant le tétraèdre $AB_1CD)$. — 3). Soit le reste de la figure coupé par un troisième espace déterminé par la ligne nouvelle A_1D et les lignes déjà présentes A_1B_1 et A_1C. Cet espace sépare le troisième pentaédroïde (A_1B_1ADC) avec le coin A_1 et le solide commun est le tétraèdre (A_1B_1CD). — 4). Alors le reste de la figure est un pentaédroïde $(A_1B_1D_1CD)$, et la décomposition de la figure donnée en quatre pentaédroïdes est parfaite.

En omettant dans la figure 1 les points D et D_1 avec toutes les droites sortant d'eux, on obtient la figure qui représente la décomposition d'un prisme trilatéral $(ABCA_1B_1C_1)$ en trois tétraèdres. — En omettant, en outre, les points C et C_1 avec toutes les lignes sortant de ces points, il reste une figure (ABA_1B_1) représentant la décomposition du parallélogramme en deux triangles.

Pour démontrer que les volumes des quatre pentaédroïdes sont égaux, il faut supposer le théorème suivant :

Les volumes de deux pentaédroïdes sont égaux, si les solides faisant leurs bases ont des volumes égaux, et si en outre les hauteurs sont égales.

La dernière condition est réalisée, par exemple, si les bases sont situées dans le même espace à trois dimensions, les sommets coïncidant, ou si de deux espaces parallèles chacun renferme la base de l'un et le sommet de l'autre.

Par conséquent: 1) Le pentaédroïde $(ABCDB_1)$ est égal à $(A_1B_1C_1D_1C)$ parce que les bases $(ABCD)$ et $A_1B_1C_1D_1)$ sont égales et parallèles, le sommet de chacun étant situé dans la base de l'autre. — 2). Les tétraèdres (ADA_1C), (D_1DA_1C), $(A_1D_1CC_1)$ sont égaux en qualité de troisièmes parties du prisme $(ADCA_1D_1C_1)$. En outre, ils sont situés, par la même raison, dans le même espace à trois dimensions. — Or, ces tétraèdres sont les bases des trois pentaédroïdes (ADA_1CB_1), $(D_1DA_1CB_1)$, $(A_1D_1CC_1B_1)$, qui ont le commun sommet B_1. Donc, ces trois pentaédroïdes sont égaux en vertu du théorème précédent, et comme le troisième pentaédroïde est égal à $(ABCDB_1)$, comme nous avons vu ci-dessus, ils sont égaux tous les quatre.

Supposons encore le théorème :

Le volume du prisme à quatre dimensions est égal au produit de la base et de la hauteur.

Alors nous concluerons :

Le volume d'un pentaédroïde est égal au quart du produit de la base et de la hauteur.

Ce théorème subsistera encore, si la base du solide n'est pas un tétraèdre, mais un polyèdre quelconque, de sorte qu'on ait une « pyramide à quatre dimensions. » En décomposant le polyèdre susdit en tétraèdres, on décomposera la pyramide en autant de pentaédroïdes.

M. SCHLEGEL,

Professeur à l'École polytechnique de Hagen.

SUR LES DISTANCES MOYENNES ENTRE UN POINT ET DES VARIÉTÉS DE POINTS, DISCRÈTES OU CONTINUES.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

INTRODUCTION.

C'est par les travaux de nombreux géomètres qu'on a obtenu dans les dernières années une géométrie à quatre dimensions, dont les résultats, privés de l'évidence, ont néanmoins le caractère de parfaite assurance garantie non seulement par la méthode d'analogie sévère qui les a fournis, mais encore par l'accord qui existe entre eux.

Il y a aussi des épreuves directes pour l'exactitude de ces résultats. Prenons par exemple quelque figure de l'espace représentant quelque théorème de stéréométrie. Soit en projetant cette figure sur le plan, soit en la coupant par un plan, on obtiendra une figure plane représentant un cas spécial dudit théorème. Et la justesse du théorème spécial peut être regardée comme épreuve de la justesse du théorème général. — En manière tout analogue une figure à quatre dimensions, projetée sur l'espace ordinaire ou coupée par lui, fournira une figure à trois dimensions représentant un cas spécial du théorème contenu dans la figure à quatre dimensions. Alors la conclusion est la même qu'auparavant.

Par cette voie, on peut même parvenir à des résultats de géométrie ordinaire qu'il serait très difficile de trouver par d'autres méthodes.

Tout ce que je viens de dire est confirmé par les travaux publiés jusqu'alors. Mais on ne connaît pas encore, que je sache, des problèmes de géométrie dont les solutions soient nécessairement attachées à la notion de l'espace à quatre dimensions *.

C'est un problème de cette espèce, appartenant à la stéréométrie, que je vais traiter dans ce qui suit. Mais pour commencer par les plus simples considérations, il sera utile de regarder auparavant les problèmes analogues dans les géométries de la droite et du plan.

Généralement il s'agit du problème suivant :

Soit donnée une variété de points, discrète ou continue (segment de droite, aire d'une figure, volume d'un solide). Quelle est la distance moyenne entre un point donné et tous les points de cet agrégat ?

I. — Étendue de la droite.

a) Série de points discrets.

1. Soient a_1, a_2. ... a_n les distances absolues entre un point P et n points (A_1, A_2, ... A_n) d'une droite. Alors la *distance moyenne* entre le point P et les n autres points est

$$m = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} . \tag{1}$$

Il y a sur la droite deux points M suffisant à la condition $PM = m$. Nous appelons *point de moyenne distance de* P celui de ces deux points qui est situé entre deux des points donnés.

Si tous les points A_1, ... A_n sont situés au même côté de P, alors M est le centre de gravité de ces points. Car on peut en ce cas, par la méthode des équipollences, écrire la formule (1) sous cette forme :

$$(P - M) = \frac{(P - A_1) + (P - A_2) + \ldots + (P - A_n)}{n} , \tag{1a}$$

d'où l'on déduit :

$$M = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_n}{n} ; \tag{2}$$

c'est-à-dire : M est le centre de gravité des points A_1 .... A_n .

* Excepté certaines constructions impossibles à exécuter faute de l'espace à quatre dimensions, par exemple : inversion d'un angle solide à trois faces, etc.

2. Supposons encore que les points $A_1 \ldots A_n$, situés au même côté de P, soient équidistants, et posons

$$(P - A_1) = c, \qquad (A_1 - A_2) = a,$$

alors on a :

$$(P - A_r) = c + (r-1)\,a, \qquad (r = 1, 2, \ldots n),$$

et par cette substitution la formule (1*a*) devient

$$(P - M) = \frac{nc + a[1 + 2 + \ldots + (n-1)]}{n} = \frac{2c + (n-1)\,a}{2}$$
$$= \frac{(P - A_1) + (P - A_n)}{2},$$

ou enfin

$$(3) \qquad M = \frac{A_1 + A_n}{2}.$$

On a donc le théorème : *La distance moyenne entre un point* P *et une série de points équidistants* $A_1, \ldots A_n$, *situés sur la même droite et au même côté de* P, *est égale à la distance entre* P *et le milieu du segment* A_1A_n. — *Si* P *coïncide avec* A_1, *la distance moyenne est égale à* $\frac{1}{2}PA_n$.

b) Série de points continus. (Segment de droite).

3. Supposons au dernier cas, qu'au milieu de deux points : $A_1\,A_2$, $A_2\,A_3$, ... soit interpolé chaque fois un autre point, et que ce procédé soit continué à l'infini, alors les conditions concernant la distance des points ne changent pas, et le théorème donné à la fin du numéro précédent subsiste encore.

Érigeons alors sur la droite donnée dans un plan quelconque des

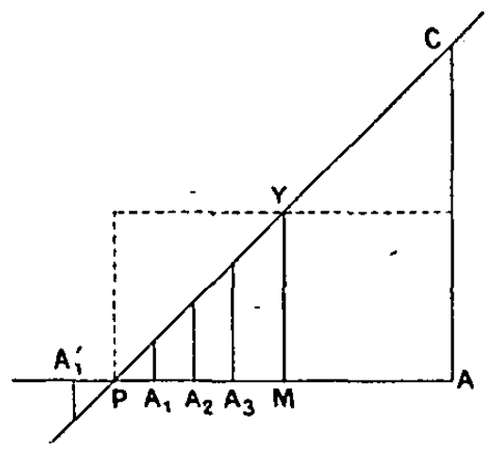


Fig. 1.

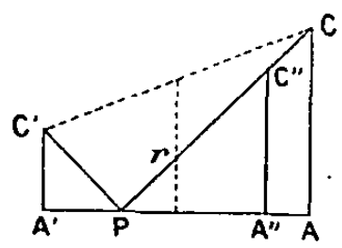


Fig. 2.

normales sortant des points $A_1, A_2, \ldots A_n$ et égales aux distances entre ces points et le point P. (Voir *fig.* 1).

Alors les points extrêmes de toutes ces normales sont situés sur une droite inclinée vers la droite donnée sous un angle de 45°. Si le nombre de ces normales devient infini, elles peuvent être regardées comme éléments de surface, et les points A_1, ... comme éléments de droite. Soient P et A les points limitant le segment formé par les points $A_1 \ldots A_\infty$, et soit $AC = PA$ la dernière normale, alors la somme des distances PA_1, PA_2, ... c'est-à-dire $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$. est représentée par l'aire du triangle PAC donc

$$(4) \qquad (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)_{n=\infty} = \frac{PA \cdot AC}{2}.$$

D'autre part, selon le dernier théorème du numéro précédent, la distance moyenne entre le point P et l'ensemble des points du segment PA est donnée par la formule $m = PM = MY$. ou

$$(5) \qquad m = \frac{PA}{2} = \frac{AC}{2}.$$

En substituant les valeurs (4) et (5) dans (1) on obtient

$$\frac{AC}{2} = \frac{PA \cdot AC}{2n},$$

ou

$$(6) \qquad n = PA.$$

On voit par là que *passant d'une série de points discrets aux points continus, il faut remplacer le nombre n croissant à l'infini par le segment* PA.

Donc, on obtient la distance moyenne entre l'ensemble des points d'un segment de droite (PA) et un des points limitants (P), en regardant l'aire du triangle isocèle rectangulaire construit sur la cathète PA comme la somme de toutes les distances, et le segment comme le nombre de ces distances, et en calculant d'ailleurs selon la formule (1).

Cette règle représente un principe essentiel conduisant à la solution de tous les problèmes qui regardent la distance moyenne entre un point et une variété de points continue.

4. Si le point P est situé sur le segment AA′ (*fig.* 2), sa distance moyenne de tous les points du segment est donnée par la formule

$$m = \frac{\text{aire PAC} + \text{aire PA′C′}}{PA + PA′}.$$

ou, si l'on pose

$$PA = AC = a\,, \qquad PA' = A'C' = a_1$$

$$(7) \qquad m = \frac{a^2 + a_1^2}{2(a + a_1)}\,.$$

En particulier, pour $a = a_1 = r$, on a

$$m = \frac{r}{2}\,.$$

5. Si P est situé hors du segment AA″ la distance moyenne est

$$m = \frac{\text{aire PAC} - \text{aire PA''C''}}{PA - PA''}\,,$$

ou, si l'on pose

$$PA = AC = a\,, \qquad PA'' = A''C'' = a_2$$

$$(8) \qquad m = \frac{a^2 - a_2^2}{2(a - a_2)} = \frac{a + a_2}{2}\,.$$

II. — Étendue du plan.

a) Série de points continus (Segment de droite).

6. Nous nous bornons ici au cas des points continus, parce que l'autre n'offre pas de nouveaux points de vue.

Soit donné un point P et une droite AA_1 (*fig.* 3). Construisons, comme dans le numéro 3, les distances entre le point P et divers points du segment AA_1, alors les points terminants sont situés sur une hyperbole équilatérale. Car si PX est une distance quelconque, on a

$$PX^2 - OX^2 = PO^2\,,$$

ou, si l'on pose

$$PO = c\,, \qquad OX = x\,, \qquad XY = PX = y\,,$$

$$y^2 - x^2 = c^2\,.$$

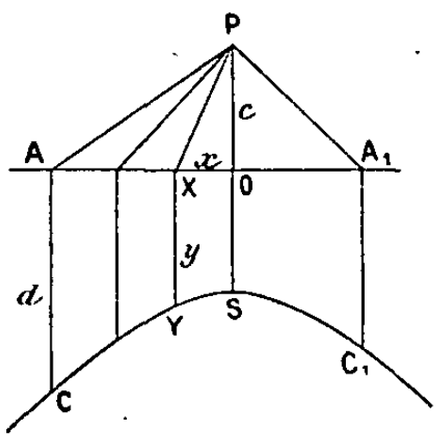


Fig. 3.

C'est l'équation de la courbe formée par les points Y, rapportée au système rectangulaire dont l'origine est O.

Or, la somme de toutes les distances entre le point P et les points du segment OX est égale à l'aire OXYS, ou

$$= \int_0^x \sqrt{c^2 + x^2}\, dx = \frac{x}{2}\sqrt{c^2 + x^2} + \frac{c^2}{2} \log \text{nat} \left(\frac{x + \sqrt{c^2 + x^2}}{c} \right).$$

Donc si l'on remplace le segment OX par $OA = a$, en désignant cette somme par s :

$$(9) \qquad s = \frac{a}{2}\sqrt{c^2 + a^2} + \frac{c^2}{2} \log \text{nat} \left(\frac{a + \sqrt{c^2 + a^2}}{c}\right).$$

ou, si l'on pose $PA = d$

$$(10) \qquad s = \frac{1}{2}\left[ad + c^2 \log \text{nat} \left(\frac{a+d}{c}\right)\right].$$

De là on déduit, en divisant par a, la distance moyenne entre le point P et tous les points du segment OA

$$(11) \qquad m = \frac{1}{2}\left[d + \frac{c^2}{a} \log \text{nat} \left(\frac{a+d}{c}\right)\right].$$

Exemple. — En posant $c = 3$, $a = 4$, $d = 5$ on obtient

$$m = 3{,}736 \ldots$$

D'autre part, la distance entre P et le milieu de AO est 3,606 ...

De même, on obtient pour le segment $OA_1 = a_1$ (si l'on pose $PA_1 = d_1$)

$$s_1 = \frac{1}{2}\left[a_1 d_1 + c^2 \log \text{nat} \left(\frac{a_1 + d_1}{c}\right)\right].$$

Donc pour le segment AA_1

$$m = \frac{s + s_1}{a + a_1}.$$

ou, si l'on remplace s et s_1 par leurs valeurs,

$$(12) \qquad m = \frac{1}{2(a + a_1)}\left[ad + a_1 d_1 + c^2 \log \text{nat} \frac{(a+d)(a_1+d_1)}{c^2}\right].$$

Pour $c = 0$ l'hyperbole change en la paire de droites PC et PC' de la figure 2, et les formules (11) et (12) en (5) et (7).

Moyennant la formule (12), on peut résoudre des problèmes comme les suivants : *Déterminer la distance moyenne entre un point et la périphérie d'un triangle ou d'un polygone. — Déterminer un point dont la distance moyenne d'un ensemble quelconque de points soit un minimum.*

Si l'on pose dans la formule (12) $d_1 = d$ et $a_1 = a$, on retrouve (11), c'est-à-dire : la distance moyenne entre le sommet P d'un triangle isocèle et la base AA_1 ne change pas, si l'on remplace AA_1 par sa demi partie AO. On pouvait prévoir ce fait à cause de la symétrie de la figure.

De même, on voit immédiatement que le triangle isocèle peut être remplacé par un polygone régulier ou par un cercle dont le centre est P. Au dernier cas, la distance moyenne est évidemment égale au rayon.

7. Si l'on cherche la distance moyenne entre un point quelconque P dans l'intérieur du cercle et la périphérie, il faut changer un peu la construction précédente. On voit que le sens de la figure 3 ne change pas, si l'on suppose que le plan AA_1C_1C, au lieu de coïncider avec le plan AA_1P, y soit normal. Il s'ensuit que les distances entre le point P et les points du segment AA_1 peuvent être construites normales au plan PAA_1. Voilà ce que nous supposons aussi relativement aux distances entre le point P et la périphérie du cercle.

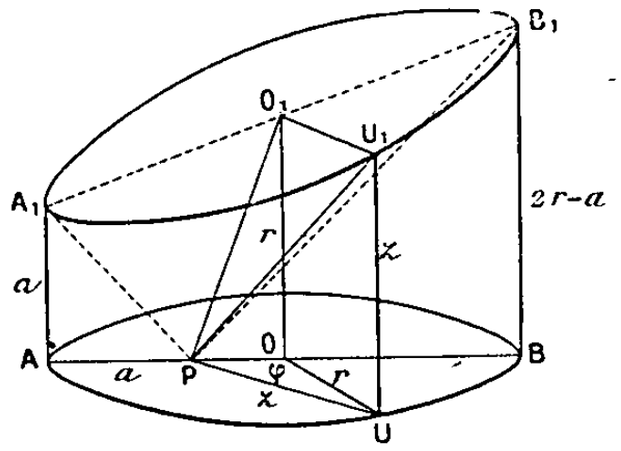


Fig. 4.

Alors ces normales forment la surface d'un cylindre droit coupé par un cône droit dont le sommet est P. (V. *fig.* 4.) Car si PU est une distance quelconque et la normale $U_1U = PU$, on voit immédiatement que l'angle U_1PU est constant et égal à 45°.

Or la demi-aire du cylindre, comprise entre les arcs AUB, $A_1U_1B_1$ et les normales $A_1A = AP = a$, $B_1B = BP = 2r - a$, est donnée par la formule

$$\frac{S}{2} = \int_0^{\pi} z\,d(r\varphi) = r\int_0^{\pi} z\,d\varphi$$

où $z = PU = U_1U$. $\varphi = \sphericalangle AOU$.

Le triangle POU fournit la relation

$$z = \sqrt{r^2 + (r-a)^2 - 2(r-a)r\cos\varphi}\,.$$

Substituant cette valeur dans la formule précédente, on obtient :

$$\frac{S}{2} = r\int_0^{\pi} \sqrt{r^2 + (r-a)^2 - 2(r-a)r\cos\varphi}\;\,d\varphi\,.$$

ou, si l'on pose pour abréger

$$r^2 + (r-a)^2 = p\,, \qquad 2r(r-a) = q\,:$$

$$\frac{S}{2} = r\int_0^{\pi} \sqrt{p - q\cos\varphi}\;\,d\varphi$$

En posant $$\varphi = \pi - \psi ,$$

d'où $$d\varphi = - d\psi , \qquad \cos\varphi = - \cos\psi ,$$

on trouve

$$\frac{S}{2} = - r \int_{\pi}^{0} \sqrt{p + q\cos\psi}\, d\psi = r \int_{0}^{\pi} \sqrt{p + q\cos\psi}\, d\psi .$$

Enfin par la transformation :

$$p + q\cos\psi = (p + q) - 2q \sin^2 \frac{\psi}{2}$$

$$\frac{S}{2} = 2r \sqrt{p+q} \int_{0}^{\pi} \sqrt{1 - \frac{2q}{p+q} \sin^2 \frac{\psi}{2}}\, d\left(\frac{\psi}{2}\right) .$$

Si l'on pose encore

$$k^2 = \frac{2q}{p+q} = \frac{4r\,(r-a)}{(2r-a)^2} , \qquad \frac{\psi}{2} = \theta ,$$

il vient

$$S = 4r\,(2r-a) \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta}\, d\theta$$

ou, selon la dénotation de Legendre,

$$S = 4r\,(2r-a)\,.\,E\left(\frac{\pi}{2},\ k\right) ; \tag{13}$$

donc la distance moyenne entre le point P et tous les points de la périphérie :

$$m = \frac{2\,(2r-a)}{\pi}\,.\,E\left(\frac{\pi}{2},\ k\right) ; \qquad k^2 = \frac{4r\,(r-a)}{(2r-a)^2} . \tag{14}$$

8. Si le point P est situé hors du cercle, il faudra changer le signe de a. Particulièrement pour $a = r$ on obtient

$$k^2 = 0 , \qquad S = 2r^2\pi , \qquad m = r ,$$

et pour $a = 0$:

$$k^2 = 1 , \qquad S = 8r^2 , \qquad m = \frac{4}{\pi} r .$$

b) Groupe de points continus. (Figure plane).

9. Pour déterminer la distance moyenne entre un point situé sur une droite et tous les points d'un segment de cette droite il fallait passer au plan. Tout analoguement il faut passer à l'espace, si l'on

veut trouver la distance moyenne entre tous les points d'une figure plane et un point situé dans le même plan.

Soit donné (*fig.* 5) un triangle rectangulaire AOP ($< \mathrm{AOP} = 90^0$). Construisons d'abord les droites $\mathrm{AA_1} = \mathrm{AP}$ et $\mathrm{OO_1} = \mathrm{OP}$ normales au plan AOP. Ensuite achevons les triangles rectangulaires $\mathrm{PAA_1}$ et $\mathrm{POO_1}$. Imaginons enfin que les distances entre tous les points situés entre A et O et le point P soient construites également, alors les points extrêmes de ces normales forment l'arc $\mathrm{A_1O_1}$ faisant partie d'une hyperbole équilatérale (n° 6). Et l'aire $\mathrm{AA_1O_1O}$ représente, comme ci-dessus, la somme de toutes les distances entre le segment AO et le point P.

Puis divisons PO en n parties égales et menons par les points de division les droites $\mathrm{A'O'}$, $\mathrm{A''O''}$, ... parallèles à AO. Alors on peut faire, en regard des segments $\mathrm{A'O'}$, $\mathrm{A''O''}$. la même construction, comme auparavant en regard de AO. Les aires $\mathrm{A'O'O_1'A_1'}$, $\mathrm{A''O''O_1''A_1''}$, ... décroissent en s'approchant du point de limite P. En divisant les parties OO', ... à l'infini et répétant chaque fois les constructions indiquées ci-dessus, on peut regarder les figures planes comme éléments de volume et les parallèles comme éléments d'aire; et la somme de toutes les distances entre le point P et les points de l'aire AOP est représentée par le volume limité par les triangles POA, $\mathrm{POO_1}$, $\mathrm{PAA_1}$, la face plane $\mathrm{OAA_1O_1}$ et la face courbée, située entre les lignes $\mathrm{PO_1}$, $\mathrm{O_1A_1}$, $\mathrm{PA_1}$. Cette surface est conique, comme on voit facilement, et le volume est celui d'une pyramide dont la base est $\mathrm{AOO_1A_1}$. et la hauteur OP.

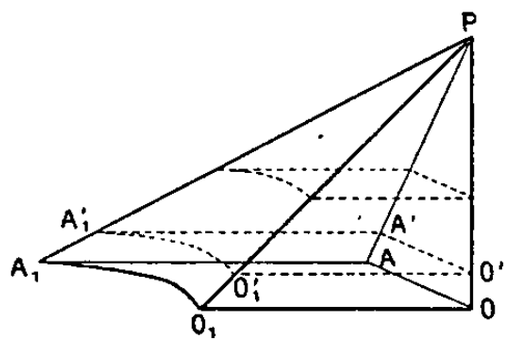


Fig. 5.

Or, ce volume est donné par la formule

$$v = \frac{gh}{3},$$

ou en posant (comme au numéro 6)

$$\mathrm{PO} = \mathrm{OO_1} = c, \qquad \mathrm{PA} = \mathrm{AA_1} = d. \qquad \mathrm{OA} = a,$$

et par conséquent

$$g = s, \qquad h = c, \qquad v = \frac{sc}{3},$$

et en remplaçant s par sa valeur (10) :

$$v = \frac{c}{6}\left[ad + c^2 \log \mathrm{nat}\left(\frac{a+d}{c}\right)\right]. \tag{15}$$

Enfin la distance moyenne entre le point P et tous les points de l'aire du triangle AOP sera égale à ce volume, divisé par l'aire du triangle AOP, c'est-à-dire par $\frac{ac}{2}$. Donc

$$m = \frac{1}{3}\left[d + \frac{c^2}{a}\log\text{nat}\left(\frac{a+d}{c}\right)\right]. \tag{16}$$

Étant donné au lieu du triangle rectangulaire un triangle quelconque ou un polygone renfermant le point P, on pourra réduire ces problèmes au cas précédent.

Application. — De deux terres, tout égales au regard de l'étendue et d'autres qualités, l'une sera plus facile à administrer que l'autre, si ses bâtiments économiques sont mieux situés, c'est-à-dire, si la distance moyenne entre ces bâtiments et tous les points de la terre est la moindre. Voilà les considérations qui ont conduit un célèbre auteur en agronomie, J.-H. de Thuenen, à faire usage des formules (11) et (16) dans son ouvrage sur *L'état isolé au regard d'agriculture et économie nationale* (Berlin 1875).

10. Pour trouver la distance moyenne entre le centre et tous les points de l'aire du cercle, nous imaginons ces distances construites normales au plan du cercle, conformément à la méthode du numéro 7. Alors leur somme sera un volume qui reste en retranchant un cône d'un cylindre, comme la figure 6 le fait voir. Désignant le rayon du cercle par r, on aura

$$V = r^2\pi \cdot r - \frac{r^2\pi}{3} \cdot r = \frac{2}{3} r^3\pi,$$

par conséquent la distance moyenne en question

$$m = \frac{2}{3} r^3\pi : r^2\pi = \frac{2}{3} r. \tag{17}$$

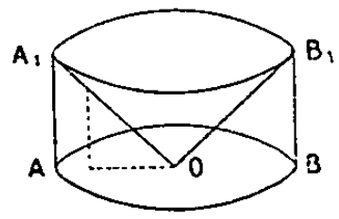


Fig. 6.

Si le point P est situé à la distance $(r - a)$ du centre (voir figure 4), le volume v représentant la somme de toutes les distances est compris entre la surface du cylindre AA_1B_1B et celle du cône PA_1B_1. Soit VV_1 une normale à la distance infiniment petite de U_1U (*fig.* 7), alors on a

$$U_1U = PU = z, \qquad V_1V = z + dz,$$
$$< AOU = \varphi, \qquad < UOV = d\varphi,$$

et le volume de la pyramide PUU_1VV_1 est égal à

$$\left(\frac{UU_1 + VV_1}{2} \cdot UV\right) \cdot \frac{PU}{3}.$$

Or ce volume est l'élément du volume cherché v ; donc

$$dv = \left(\frac{z + (z + dz)}{2} \cdot d(r\varphi)\right) \cdot \frac{z}{3}$$

$$= \frac{r}{6}(2z + dz)\, z d\varphi ,$$

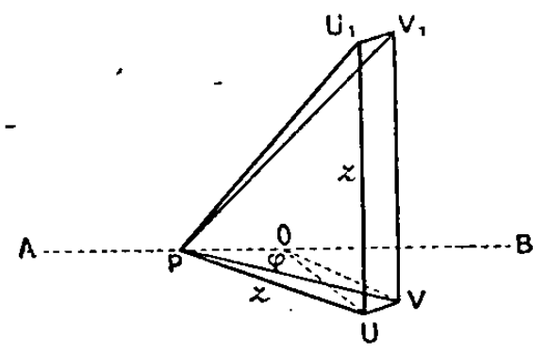


Fig. 7.

ou, en négligeant l'infiniment petit de deuxième ordre :

$$dv = \frac{r}{3} z^2 d\varphi ;$$

donc $$v = \frac{2r}{3} \int_0^{\pi} z^2 d\varphi .$$

En remplaçant z par sa valeur donnée au numéro 7, on obtient :

$$v = \frac{2r}{3}\left[r^2 + (r - a)^2\right] \int_0^{\pi} d\varphi - \frac{4r^2(r - a)}{3} \int_0^{\pi} \cos\varphi d\varphi ,$$

ou, la deuxième intégrale s'annulant :

$$v = \frac{2r\pi}{3}\left[r^2 + (r - a)^2\right] .$$

Enfin, en divisant par $r^2\pi$:

(18) $$m = \frac{2\left[r^2 + (r - a)^2\right]}{3r} .$$

En posant $a = r$ on retrouve la formule (17). Pour $a = 0$ on obtient :

$$m = \frac{4}{3} r .$$

Si P est situé hors du cercle, on changera le signe de a.

III. — Étendue de l'espace.

a) Groupe de points continus. (Figure plane).

11. Soient donnés une figure plane et un point P hors de ce plan. Si l'on construit les distances entre le point P et tous les points de la figure, normales à ce plan, les points extrêmes de ces normales forment la demi-surface d'un hyperboloïde de rotation à deux nappes. Car, si PX (*fig.* 8) est une distance quelconque, et si l'on pose

$$PO = c . \qquad OX = \sqrt{x^2 + y^2} , \qquad XZ = PX = z .$$

on a

$$PX^2 - OX^2 = PO^2,$$

ou

$$z^2 - x^2 - y^2 = c^2,$$

ce qui est l'équation de la surface formée par les points Z. relative au système rectangulaire dont l'origine est O.

La somme s de toutes les distances entre le point P et les points du rectangle (xy) est le volume compris entre les normales PO et ZX, ou

$$s = \int_0^x dx \int_0^y z\,dy. \tag{19}$$

Pour calculer cette expression, on tirera d'abord la valeur de z de l'équation $z^2 - x^2 - y^2 = c^2$. Ayant trouvé s on aura m en divisant par xy.

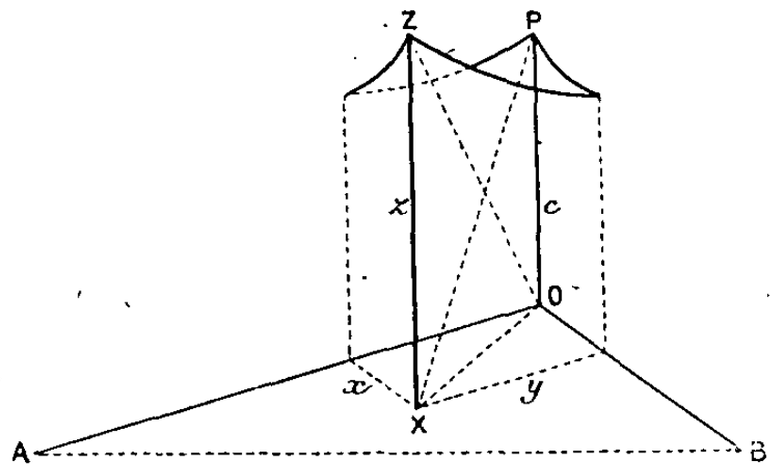


Fig. 8.

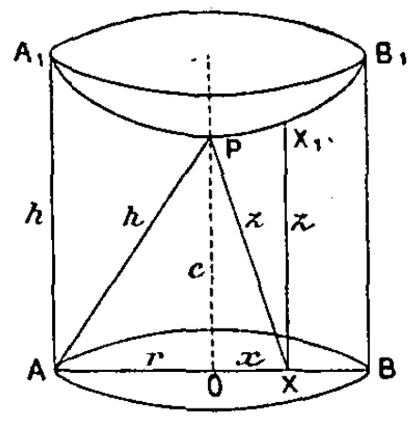


Fig. 9.

Soit donné au lieu du rectangle le triangle rectangulaire AOB, dont les cathètes soient $OA = a$, $OB = b$, alors

$$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$$

est l'équation de la droite AB dont il faudra faire usage en calculant l'expression (19).

Si la figure donnée est un cercle, alors le volume représentant la somme des distances entre un point P (*fig.* 9) et tous les points de l'aire du cercle sera la différence entre un cylindre droit et une calotte formée par la surface d'un hyperboloïde.

Or, le premier volume est $r^2\pi h$ ou

$$r^2\pi\sqrt{r^2 + c^2}. \quad (OA = r,\ OP = c,\ AA_1 = AP = h).$$

L'autre volume est $\pi \int x^2 dz$, où il faudra remplacer x par $\sqrt{z^2 - c^2}$ et intégrer entre les limites c et

$$h = \sqrt{r^2 + c^2} \,. \, (\mathrm{OX} = x, \; \mathrm{PX} = \mathrm{X_1X} = z) \,.$$

Or, on a

$$\int (z^2 - c^2)\, dz = \frac{z^3}{3} - c^2 z \,,$$

$$\int_0^h (z^2 - c^2)\, dz = \frac{h^3}{3} - c^2 h - \frac{c^3}{3} + c^3$$

$$= \sqrt{r^2 + c^2} \left(\frac{r^2 - 2c^2}{3} \right) + \frac{2c^3}{3} \,,$$

par conséquent le second volume

$$\frac{\pi}{3} \left[(r^2 - 2c^2) \sqrt{r^2 + c^2} + 2c^3 \right]$$

et la somme des distances

$$s = r^2 \pi \sqrt{r^2 + c^2} - \frac{\pi}{3} \left[(r^2 - 2c^2) \sqrt{r^2 + c^2} + 2c^3 \right]$$

ou

$$s = \frac{2\pi}{3} \left[(r^2 + c^2)^{\frac{3}{2}} - c^3 \right] .$$

Enfin la distance moyenne entre le point P et tous les points de l'aire du cercle

$$m = \frac{2}{3} \left[\frac{(r^2 + c^2)^{\frac{3}{2}} - c^3}{r^2} \right] . \tag{20}$$

En posant $c = 0$ on revient à la formule (17).

On pourra généraliser ces considérations d'une façon analogue au numéro 6.

On voit par exemple que la distance moyenne entre le centre et la surface d'un polyèdre régulier est égale à celle entre le centre et une face. De même que cette distance est égale au rayon si la surface est celle d'une sphère.

12. Si au contraire le point P est un point quelconque à l'intérieur de la sphère, il faut passer à *l'espace à quatre dimensions* pour résoudre notre problème. Il sera utile d'exposer préliminairement

cette idée en prenant P pour le centre de la sphère, et d'ajouter les considérations analogues pour le cercle. Donc :

Soit P le centre d'une *sphère*. Alors nous imaginons à chaque point de la surface sa distance du centre construite normale à l'espace de la sphère. Toutes ces distances sont égales et parallèles et forment la surface à trois dimensions d'un cylindre à quatre dimensions qui, sans changement de volume, peut être déroulé à un cylindre ordinaire, dont la base est égale à la surface de la sphère $4r^2\pi$, la hauteur étant r. Par conséquent la somme de toutes les distances est $4r^3\pi$, et la distance moyenne entre le point P et tous les points de la surface de la sphère est $4r^3\pi : 4r^2\pi = r$.

Soit P le centre d'un *cercle*. Alors nous imaginons à chaque point de la périphérie sa distance du centre construite normale au plan du cercle. Toutes ces distances sont égales et parallèles et forment la surface à deux dimensions d'un cylindre à trois dimensions qui, sans changement de volume, peut être déroulé à un rectangle plan, dont la base est égale à la périphérie du cercle $2r\pi$, la hauteur étant r. Par conséquent la somme de toutes les distances est $2r^2\pi$, et la distance moyenne entre le point P et tous les points de la périphérie du cercle est $2r^2\pi : 2r\pi = r$.

Si P est un point quelconque à l'intérieur de la sphère, les distances de P, construites à tous les points de la surface normale à l'espace sont parallèles, mais de longueur diverse, et forment la surface à trois dimensions d'un cylindre à quatre dimensions dont la base est $4r^2\pi$.

Il faudra calculer ce volume en façon analogue au procédé du numéro 7. Mais cette recherche nous conduirait ici trop loin.

b) Ensemble de points continus. (Solide).

13. Soit donné un système de coordonnées rectangulaires dont l'origine est O et les axes OX, OY, OZ. En outre, soient donnés trois points P, A, B, situés respectivement sur les axes OZ, OX, OY. *Déterminer la distance moyenne entre le point* P *et tous les points du tétraèdre* POAB.

Imaginons d'abord les distances entre P et les points A, B, O construites à ces points normales à l'espace. Comme cet espace, pour notre intuition, est nécessairement l'espace du monde, ces normales se trouvent hors de cet espace dans un espace imaginé à quatre dimensions. Du reste, elles sont définies par le théorème : si une droite est normale à trois droites (non situées dans le même plan), elle est normale à l'espace déterminé par ces droites*. Donc, si l'on désigne ces normales (parallèles entre elles) par A_1A, B_1B, C_1C, on a

A_1A normale à AP, AO, AB,
B_1B » » BP, BO, BA,
O_1O » » OP, OB, OA.

* Concernant les notions et théorèmes élémentaires de géométrie à quatre dimensions voir par exemple : Cassani, *Geometria pura euclidea degli spazi superiori*. Ven. Atti (9). I, p. 440-447; II, p. 121-135; III, p. 245-254.

La figure 10 fait voir ces normales. en double projection, au plan du papier.

Imaginons ensuite à tout point du triangle POA une normale érigée sur l'espacé, égale à la distance entre ce point et le point P. Ces normales sont parallèles aux précédentes, elles sont aussi normales au plan POA. L'ensemble de ces normales forme un solide pareil à la figure 5, dont on obtient la projection dans la figure 10, après y avoir construit les droites PO_1, PA_1 et l'arc d'hyperbole O_1A_1. Nous désignons ce solide par $(POAO_1A_1)$. De même les normales au triangle POB forment le solide $(POBO_1B_1)$ et les normales au triangle PAB le solide $(PABA_1B_1)$. Les normales au triangle AOB forment le solide $(AOBA_1O_1B_1)$ compris entre les faces planes AOB, OO_1AA_1, OO_1BB_1, AA_1BB_1 et la face d'hyperboloïde $A_1O_1B_1$. Ces quatre solides, représentant toutes les distances entre les faces du tétraèdre et le point P. font partie de divers espaces euclidiens, situés dans le même espace à quatre dimensions.

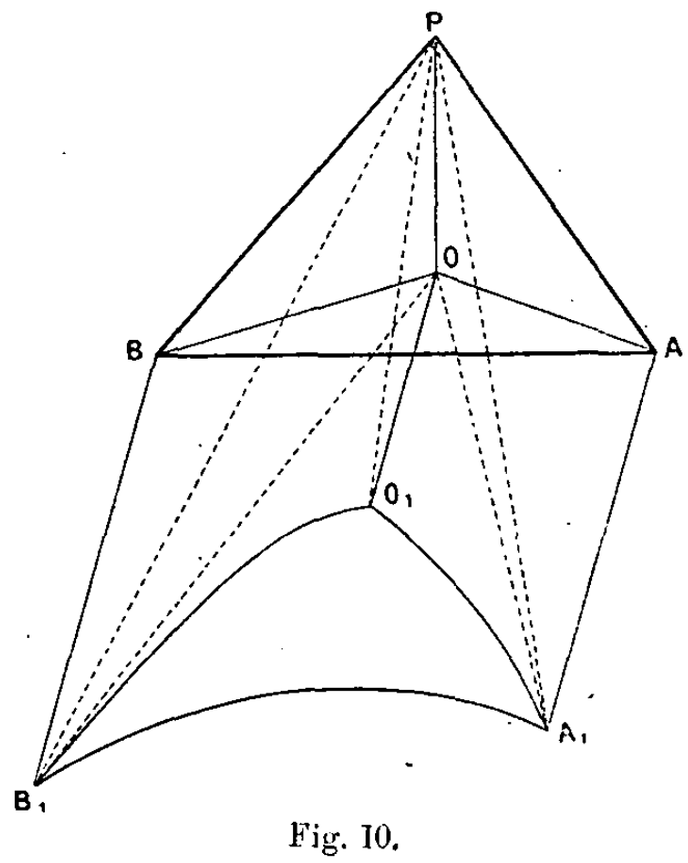


Fig. 10.

Imaginons enfin toutes les distances entre P et les points à l'intérieur du tétraèdre, construites comme auparavant, alors l'ensemble de ces normales forme un solide à quatre dimensions, et leurs points extrêmes forment le dernier solide à trois dimensions $(PO_1A_1B_1)$, dont les faces sont PO_1A_1, PO_1B_1, PA_1B_1, $A_1O_1B_1$. Mais ce solide, étant courbé à tout point, n'est pas euclidien. Il est formé de toutes les droites joignant le point P aux points de la face $A_1O_1B_1$, et on pourrait le dérouler à l'espace ordinaire de même sorte que la surface conique PO_1A_1 (*fig.* 5) au plan. Le solide à quatre dimensions, compris entre les cinq solides que nous venons de décrire et le tétraèdre (POAB), est celui dont le volume représente la somme de toutes les distances entre le point P et les points du tétraèdre POAB. Il est analogue au triangle PAC (*fig.* 1) et à la pyramide PAA_1O_1O (*fig.* 5). Et supposé que le solide courbé qui fait partie de ses limites fût euclidien, il serait analogue au triangle et à la pyramide ordinaires, le point P étant opposé à la droite AC, au quadrilatère OAO_1A_1, ou au prisme $AOBA_1O_1B_1$, selon que la figure en question est

triangle, pyramide ordinaire ou pyramide à quatre dimensions.

Or, c'est le volume de ce solide à quatre dimensions qu'il faut diviser par le volume du tétraèdre donné, pour obtenir la distance moyenne entre le point P et tous les points de ce tétraèdre. Il faudra donc calculer ces volumes.

Le volume d'une pyramide à quatre dimensions est donné par la formule

$$v = \frac{g^3 c}{4},$$

où g^3 est le volume du solide $AOBA_1O_1B_1$ qui fait sa base, et $c = OP$ sa hauteur. Si l'on pose encore

$$OA = a, \qquad OB = b,$$

le volume du tétraèdre PAOB est

$$v_1 = \frac{abc}{6};$$

donc la distance moyenne en question

$$m = \frac{g^3 c}{4} : \frac{abc}{6} = \frac{3g^3}{2ab}.$$

La généralisation de ce problème s'effectue comme ci-dessus.

Soient encore données les solutions de deux problèmes analogues aux précédents.

1). Soit P le sommet d'un cône droit, c la hauteur et r le rayon du cercle qui fait sa base, alors la distance moyenne entre P et tous les points du cône est

$$m = \frac{(r^2 + c^2)^{\frac{3}{2}} - c^3}{2r^2}.$$

2). Soit donné une sphère, alors la distance moyenne entre le centre et tous les points du solide (le rayon étant désigné par r) est $\frac{3}{4}r$.

Il faut ajouter que les problèmes traités ci-dessus ne font que les fondements d'une théorie susceptible d'être généralisée ou spécialisée en diverses directions. On peut, pour en donner un exemple, rechercher les conditions qui donnent à la distance moyenne du point P le caractère de minimum. Il y a même des problèmes dont on peut donner la solution en supposant un espace à n dimensions. Mais il faut ici se borner à ces indications qu'il serait trop long d'exposer en détail.

M. C.-A. LAISANT,

Docteur ès sciences, député de la Seine, à Paris.

SUR L'INVERSION D'UN SYSTÈME DE n POINTS; CONSTRUCTION DE DEUX POINTS REMARQUABLES DU TRIANGLE.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Soient, dans un plan, n points donnés A_1, A_2, ... A_n, et X un point quelconque. Prenant ce point X pour pôle, transformons par inversion les n points donnés, ce qui donne pour points transformés A'_1, A'_2, ... A'_n; et proposons-nous de déterminer le point X de telle sorte qu'il soit le barycentre des points A'_1, A'_2, ... A'_n.

La condition énoncée s'exprime par l'équipollence

$$\frac{1}{XA_1} + \frac{1}{XA_2} + \ldots + \frac{1}{XA_n} = 0,$$

c'est-à-dire, en prenant une origine fixe quelconque à laquelle nous rapportons tous les points

$$(1) \qquad \frac{1}{x - a_1} + \frac{1}{x - a_2} + \ldots + \frac{1}{x - a_n} = 0.$$

Posons

$$(2) \qquad f(x) = (x - a_1)(x - a_2) \ldots (x - a_n);$$

la relation (1) peut s'écrire

$$(3) \qquad \frac{f'(x)}{f(x)} = 0.$$

Cette équipollence revient à $f'(x) = 0$, le dénominateur $f(x)$ ne pouvant pas devenir infini pour une valeur finie de x. Donc les valeurs cherchées de x. et par suite les positions du point X seront données par les $n - 1$ racines b_1, b_2, ... b_{n-1} de l'équation

$$(4) \qquad f'(x) = 0.$$

Il y a donc $n - 1$ points satisfaisant à la question: on ne peut les déterminer qu'en résolvant l'équation (4) de degré $n - 1$: mais ils

présentent une propriété générale facile à établir. En effet, en vertu de l'identité (2), les deux premiers termes de $f(x)$ sont

$$x^n - (A_1 + A_2 + \ldots + A_n)\, x^{n-1} ;$$

les deux premiers termes de $f'(x)$ seront donc

$$n\, x^{n-1} - (n-1)\,(A_1 + A_2 + \ldots + A_n)\, x^{n-2} ;$$

et par conséquent nous aurons

$$B_1 + B_2 + \ldots + B_{n-1} = \frac{n-1}{n}\,(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) ,$$

c'est-à-dire que le système des $n-1$ points $B_1, \ldots B_{n-1}$ a même barycentre que le système des n points $A_1, \ldots A_n$.

On pourrait appeler ces points B les points dérivés du système des points A. Pour tout polygone de n sommets, il y a ainsi $n-1$ points remarquables, jouissant de la propriété indiquée.

Le cas du triangle est spécialement intéressant à examiner; car il conduit à deux points remarquables, déjà connus, mais auxquels s'applique la propriété en question, et qui se déterminent par une équipollence du second degré.

Si A, B, C sont les trois sommets du triangle, nous avons ici

$$f(x) = (x - A)\,(x - B)\,(x - C) , \tag{5}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2(A + B + C)\,x + AB + BC + CA . \tag{6}$$

En appelant A, A′ les deux points cherchés, ils sont fournis par les deux racines de l'équipollence $f'(x) = 0$. Le milieu de AA′ est le barycentre G du triangle donné. Si l'on prend l'origine en G, on reconnaît facilement que GA, GA′ sont obtenus au moyen de l'une quelconques des formules

$$(7)\qquad \begin{cases} GX = \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{-GA.GB - GB.GC - GC.GA} , \\ GX = \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{GB^2 + GC^2 + GB.\,GC} , \\ GX = \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{GA^2 - GB.\,GC} . \end{cases}$$

Si l'on prend l'origine en A, la seule inspection de l'équation $f'(x) = 0$ nous montre qu'on a

$$AA.\,AA' = \frac{1}{3}\,AB.\,AC . \tag{8}$$

Cette dernière relation nous montre que les angles AAA', BAC ont même bissectrice; il en est de même des angles ABA', CBA et ACA', ACB. D'après une propriété connue, on voit que ce sont les foyers d'une conique inscrite au triangle et ayant pour centre le barycentre G.

Les formules (7) conduisent à une construction bien facile de ces points. Formons en effet sur l'un quelconque BC des côtés, de part et d'autre, deux triangles équilatéraux, et soient A_1, A_2 les centres de ces triangles. On aura :

$$A_1\left(1-\varepsilon^{\frac{2\pi}{3}}\right)=B-C\varepsilon^{\frac{2\pi}{3}}, \qquad A_2\left(1-\varepsilon^{-\frac{2\pi}{3}}\right)=B-C\varepsilon^{-\frac{2\pi}{3}},$$

d'où

$$3A_1A_2=B^2+C^2+BC,$$

et, si G est pris pour origine,

$$\sqrt{GA_1.\ GA_2}=\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{GB^2+GC^2+GB.\ GC},$$

ou, en vertu des formules (7),

$$GA=+\sqrt{GA_1.\ GA_2}, \qquad GA'=-\sqrt{GA_1.\ GA_2}.$$

si bien qu'on mènera la bissectrice de l'angle A_1GA_2 et qu'on portera de part et d'autre sur cette droite, une longueur égale à la moyenne proportionnelle de GA_1 et GA_2.

Si l'on avait construit les triangles équilatéraux sur CA et AB, et qu'ils eussent pour centres B_1, B_2, et C_1, C_2, on remarquerait que les trois angles A_1GA_2, B_1GB_2, C_1GC_2, ont même bissectrice. On sait d'ailleurs que les longueurs GA_1, GB_1, GC_1 sont égales, et qu'il en est de même pour GA_2, GB_2, GC_2.

En appelant α_1 et α_2 ces longueurs respectives, et s l'aire du triangle, on obtient

$$\alpha_1^2=\frac{1}{3}\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{6}+\frac{2s}{\sqrt{3}}\right), \quad \alpha_2^2=\frac{1}{3}\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{6}-\frac{2s}{\sqrt{3}}\right);$$

et

$$\alpha_1\alpha_2=\frac{1}{9}\sqrt{a^4+b^4+c^4-a^2b^2-b^2c^2-c^2a^2}$$

$$\sqrt{\alpha_1\alpha_2}=gr.\,GA-\frac{1}{3}\sqrt[4]{a^4+b^4+c^4-a^2b^2-b^2c^2-c^2a^2}$$

$$=\frac{1}{3\sqrt[4]{2}}\sqrt[4]{(a^2-b^2)^2+(b^2-c^2)^2+(c^2-a^2)^2}.$$

Telles sont les conclusions auxquelles conduit, pour le triangle, le problème que nous nous sommes proposé, lequel établit un lien assez curieux entre un fait géométrique et la dérivée logarithmique d'une équation. L'étude du quadrilatère conduirait sans doute aussi à des propriétés intéressantes. Il y aurait enfin à examiner une autre généralisation, que je n'ai pas tentée, et qui consisterait à se proposer le même problème en supposant les n points donnés répartis d'une façon quelconque dans l'espace, et non plus sur un même plan.

M. G. OLTRAMARE,

Professeur à l'Université de Genève.

MÉMOIRE SUR LES PRINCIPES GÉNÉRAUX DU CALCUL DE GÉNÉRALISATION.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

§ 1. — Soit $\varphi(a)$ une fonction de la variable a (fonction que nous supposerons généralement uniforme), nous pourrons toujours admettre que cette fonction peut être représentée par une suite finie ou infinie de termes contenant l'exponentielle e^a élevée à différentes puissances et par conséquent écrire :

$$\varphi(a) = C_\alpha e^{\alpha a} + C_\beta e^{\beta a} + C_\gamma e^{\gamma a} + \dots$$

cela posé, si désignons par $f(u)$ une fonction de la variable u, telle que l'on ait $f(\alpha) = C_\alpha$ pour $u = \alpha$, $f(\beta) = C_\beta$ pour $u = \beta$ et ainsi de suite, condition à laquelle il sera toujours facile de satisfaire à l'aide des formules connues d'interpolation; nous pourrons représenter la fonction $\varphi(a)$ sous la forme :

$$\varphi(a) = f(\alpha) e^{\alpha a} + f(\beta) e^{\beta a} + f(\gamma) e^{\gamma a} + \dots$$

et par suite écrire

$$(a) \qquad \varphi(a) = \Sigma f(u) e^{au}$$

le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs en u égales à α, β, γ, ...

La fonction $f(u)$ peut affecter différentes formes qui dépendront de la formule d'interpolation qui aura été adoptée; il en résulte que $\varphi(a)$

pourra être représentée par une multitude de formes analogues à la précédente dans lesquelles nous pourrons faire varier la forme de la fonction $f(u)$ ainsi que les valeurs qu'on attribue à sa variable.

Bien qu'une fonction puisse être développée en exponentielles de différentes manières, nous pouvons cependant, sans qu'aucun système particulier ait été adopté, établir des relations entre cette fonction $\varphi(a)$ et une autre fonction $\Psi(a)$ qui a une relation donnée avec la première. C'est ainsi, par exemple, que si l'on suppose que la fonction $\varphi(a)$ a été développée en exponentielles à l'aide de la formule (a) nous en déduirons

$$\frac{d^n\varphi(a)}{da^n} = \Sigma f(u)u^n e^{au}$$

de sorte que le coefficient différentiel de cette fonction d'un ordre quelconque pourra également être développé en exponentielles en multipliant simplement par u^n chaque terme du développement qu'on aura adopté.

Pour plus de simplicité, nous poserons $\Sigma f(u) = \mathrm{G}$ et nous écrirons au lieu de l'égalité (a)

$$\mathrm{G}e^{au} = \varphi(a)$$

en considérant G comme indiquant une opération symbolique qui, effectuée sur e^{au} donne pour valeur $\varphi(a)$. Cette opération qui, dans le fond n'est qu'une somme, a pour effet d'éliminer u dans le premier membre de cette identité; nous dirons que la fonction $\varphi(a)$ est une fonction caractérisée par $\mathrm{G}e^{au}$.

Généralement, lorsque nous aurons admis un certain système pour le développement d'une fonction en exponentielles, la fonction sera caractérisée par la seule formule

$$\varphi(a) = \Sigma f(u)e^{au} = \mathrm{G}e^{au}$$

cependant, dans certains cas, sans changer la forme de la fonction $f(u)$ ni les valeurs que l'on attribue à u, une même fonction pourra être caractérisée par différentes égalités.

Si, par exemple, on considérait la fonction $\Psi(a) = \varphi(a^2)$, cette fonction pourrait être caractérisée par les deux identités

$$\Psi(a) = \mathrm{G}e^{au} \qquad \text{et} \qquad \Psi(a) = \mathrm{G}e^{-au}$$

puisque la fonction ne change pas avec le signe qu'on attribue à a; il en serait de même si l'on considérait la fonction $\Psi(a) = \varphi(a^n)$.

Pour éviter les erreurs qui pourraient résulter des fonctions auxquelles peuvent répondre plusieurs égalités caractéristiques, nous

supposerons que la fonction $f(u)$ contient une constante x et nous poserons par exemple :

$$Ge^{au} = \varphi(x + a)$$

relation qui caractérisera d'une manière précise la fonction φ dans tous les cas ; seulement nous ne pourrons pas supposer $x = 0$ lorsque cette fonction, par suite de cette valeur particulière de la constante, donnerait lieu à plusieurs équations caractéristiques différentes.

§ 2. — Le procédé de généralisation que nous nous proposons d'examiner, repose sur la détermination de l'opération symbolique G, effectuée sur une fonction quelconque de u. On comprend facilement que la valeur de $G\Psi(u)$ doit être directement ou indirectement déduite de l'égalité

$$Ge^{au} = \varphi(x + a).$$

C'est ainsi qu'en faisant $a = 0$ nous devons admettre

$$G1 = \varphi(x)$$

cette même égalité nous donne

$$Gu^n = \frac{d^n \varphi(x)}{dx^n} ;$$

nous trouverons, en posant $a = y\sqrt{-1}$ et $a = -y\sqrt{-1}$,

$$Ge^{yu\sqrt{-1}} = \varphi(x + y\sqrt{-1})$$
$$Ge^{-yu\sqrt{-1}} = \varphi(x - y\sqrt{-1})$$

et par suite

$$(1) \qquad G \sin yu = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \left\{ \varphi(x + y\sqrt{-1}) - \varphi(x - y\sqrt{-1}) \right.$$

$$(2) \qquad G \cos yu = \frac{1}{2} \left\{ \varphi(x + y\sqrt{-1}) + \varphi(x - y\sqrt{-1}) \right.$$

Pour obtenir une formule générale pour $G\Psi(u)$ considérons l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{\cos hy \, dy}{u^2 + y^2} = \frac{\pi}{2u} e^{-hu}$$

que nous écrirons sous la forme

$$e^{-hu} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \cos hy \, . \, dy \, \frac{u}{y^2 + u^2} ;$$

mais comme $\frac{u}{y^2+u^2} = \int_0^\infty \cos ty\, e^{-tu}\, dt$, nous aurons

$$(3) \qquad e^{-hu} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \cos hy \cos ty\, e^{-tu}\, dy\, dt$$

en généralisant par rapport à u

$$(4) \qquad \varphi(x-h) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi(x-t) \cos hy \cos ty\, dy\, dt\ ,$$

et posant dans cette même intégrale (3) $u = u + v$, et, en généralisant d'abord par rapport à u, puis par rapport à v, nous obtiendrons :

$$\chi(z-h)\,\varphi(x-h) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \cos hy \cos ty\, \chi(z-t)\,\varphi(x-t)\, dy\, dt\ ,$$

et, en substituant dans cette relation la valeur de $\varphi(x-h)$, donnée par l'égalité (4), nous aurons

$$\chi(z-h) \int_0^\infty \int_0^\infty \cos hy \cos ty\ \varphi(x-t)\, dy\, dt$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \cos hy \cos ty\ \varphi(x-t)\ \chi(z-t)\, dy\, dt\ ,$$

formule qui montre que l'on peut, dans l'expression

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \cos hy\ cos\ ty\ \varphi(x-t)\ \chi(z-t)\, dy\, dt\ ,$$

faire sortir de l'intégrale le facteur $\chi(z-t)$ pourvu que l'on remplace t par h et réciproquement, on peut faire passer le facteur $\chi(z-h)$ sous les signes d'intégration, en remplaçant h par t.

En partant de l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{y \sin hy dy}{u^2+y^2} = \frac{\pi}{2} e^{-hu}$$

on parviendra à des résultats analogues dans lesquels $\cos hy$ et $\cos ty$ seront remplaces par $\sin hy$ et $\sin ty$.

Cela posé, si dans l'identité

$$\Psi(u) = \frac{\Psi(u) + \Psi(-u)}{\pi}\frac{\pi}{2} + \frac{\Psi(u) - \Psi(u)}{\pi}\frac{\pi}{2}$$

nous remplaçons $\frac{\pi}{2}$ par leurs valeurs en intégrales, nous aurons

$$\Psi(u) = \frac{\Psi(u) + \Psi(-u)}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \cos uy \cos yv\,dv\,dy + \frac{\Psi(u) - \Psi(-u)}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \sin uy \sin yv\,dy\,dv$$

que nous pouvons écrire, en faisant passer les facteurs

$$\Psi(u) + \Psi(-u) \quad \text{et} \quad \Psi(u) - \Psi(-u)$$

sous les signes d'intégration

$$\Psi(u) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \{\Psi(v) + \Psi(-v)\} \cos uy \cos vy\,dv\,dy + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \{\Psi(v) - \Psi(-v)\} \sin uy \sin vy\,dv\,dy$$

formule qui n'est autre chose que la formule connue de Fourier.

En la généralisant à l'aide des formules (1) et (2), nous aurons :

$$(5)\quad G\Psi(u) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \{\Psi(r) + \Psi(-r)\}\left(\varphi(x + y\sqrt{-1}) + \varphi(x - y\sqrt{-1})\right)\cos yv\,dx\,dy \\ + \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\int_0^\infty\int_0^\infty \{\Psi(r) - \Psi(-r)\}\left(\varphi(x + y\sqrt{-1}) - \varphi(x - y\sqrt{-1})\right)\sin yv\,dx\,dy \end{cases}$$

Cette formule nous montre que, généralement, nous pourrons faire dépendre le calcul de $G\Psi(u)$ d'une intégrale double.

Pour donner un exemple de l'emploi de cette formule posons

$$\Psi(u) = e^{-au^2};$$

l'intégrale connue.

$$\int_0^\infty e^{-av^2}\cos yv\,dv = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}}\,e^{-\frac{y^2}{4a}}$$

nous donnera

$$(6) \qquad \mathrm{G}e^{-au^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} \varphi\left(x + 2y\sqrt{a}\sqrt{-1}\right) dy$$

et en changeant a en $-a$ et y en $-y$ nous aurons

$$(7) \qquad \mathrm{G}e^{au^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} \varphi\left(x + 2y\sqrt{a}\right) dy .$$

§ 3. — Il ne sera pas toujours avantageux de se servir de la formule (5) pour obtenir la généralisation d'une fonction: on préfèrera chercher à obtenir plus directement cette valeur, et souvent l'on y parvient très facilement à l'aide du procédé suivant que nous avons désigné, vu son importance, sous le nom de *généralisation par facteurs*.

Ce calcul fort simple permet de déduire la valeur de $\mathrm{G}\Psi(u) \ldots \theta(u)$ des valeurs des différents facteurs généralisés $\mathrm{G}\Psi(u)$, $\mathrm{G}\chi(u)$, ... $\mathrm{G}\theta(u)$. Considérons, en premier lieu, le cas de deux facteurs $\mathrm{G}\Psi(u)\chi(u)$ nous aurons à l'aide du théorème de Mác-Laurin.

$$\Psi(u)\,\chi(u) = [\Psi(u)\,\chi(u)]^{u=0} + \left[\frac{d}{du}\left(\Psi(u)\,\chi(u)\right)\right]^{u=0} \frac{u}{1} + \left[\frac{d^2}{du^2}\left(\Psi(u)\,\chi(u)\right)\right]^{u=0} \frac{u^2}{1\,.\,2} + \ldots$$

nous en déduirons

$$(1) \quad \begin{cases} \mathrm{G}\Psi(u)\,\chi(u) = \Psi(0)\,\chi(0)\,\varphi(x) + [\Psi(0)\chi'(0) + \chi(0)\,\Psi'(0)]\,\dfrac{\varphi'(x)}{1} \\ \qquad + [\Psi(0)\,\chi''(0) + 2\Psi'(0)\,\chi'(0) + \Psi''(0)\,\chi(0)]\,\dfrac{\varphi''(x)}{1\,.\,2} + \ldots \end{cases}$$

Si nous remarquons qu'en substituant dans l'expression

$$\Psi(0)\,\lambda(x) + \Psi'(0)\,\frac{\lambda'(x)}{1} + \Psi''(0)\,\frac{\lambda''(x)}{1\,.\,2} + \ldots = \mathrm{G}\Psi(u)^{\varphi=\lambda}$$

pour $\lambda(x)$ la valeur

$$\lambda(x) = \chi(0)\,\varphi(x) + \chi'(0)\,\frac{\varphi'(x)}{1\,.\,2} + \chi''(0)\,\frac{\varphi''(x)}{1\,.\,2} + \ldots = \mathrm{G}\chi(u)$$

nous obtiendrons le second membre de l'égalité (1): il en résultera que, pour calculer $\mathrm{G}\Psi(u)\chi(u)$, il suffira de déterminer la valeur de

$G\Psi(u)$ en y remplaçant φ par λ. puis de déterminer la valeur de $\lambda(x)$ à l'aide de l'équation

$$\lambda(x) = G\chi(u)$$

l'élimination de la fonction λ entre les deux égalités

$$G\Psi(u) = F(\lambda(x+k))$$
$$\lambda(x) = G\chi(u) = F_1(\varphi(x+k_1))$$

donnera la valeur de $G\Psi(u)\chi(u) = FF_1(\varphi(x+k+k_1))$.

On reconnaît ainsi que, si l'on avait à déterminer la valeur de $G\Psi(u)\chi(u)\ldots\theta(u)$, il suffirait, comme conséquence de ce que nous venons de dire, d'éliminer les fonctions $\lambda, \mu, \ldots \rho$ entre les identités suivantes :

$$G\Psi(u) = F(\lambda(x+k))$$
$$\lambda(x) = G\chi(u) = F_1(\mu(x+k_1))$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\rho(x) = G\theta(u) = F_n(\varphi(x+k_n)).$$

Si l'on applique la généralisation par facteurs à l'identité

$$\Psi(u) = e^{(a+b+\ldots k)u^2} = e^{au^2}\, e^{bu^2}\ldots e^{ku^2}$$

nous aurons (équation 7 du § 2)

$$Ge^{au^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\lambda\left(x+2\sqrt{a}t\right)dt$$

$$\lambda(x) = Ge^{bu^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-v^2}\mu\left(x+2\sqrt{b}v\right)dv.$$

et ainsi jusqu'à

$$\rho(x) = Ge^{ku^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-w^2}\varphi\left(x+2\sqrt{k}w\right)dw.$$

En désignant par n le nombre des facteurs, nous obtiendrons :

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2-v^2-\ldots-w^2}\varphi\left(x+2\left(\sqrt{a}t+\sqrt{b}v+\ldots\right.\right.$$

$$+\sqrt{k}w)\,dt\,dv\ldots dw=\pi^{\frac{n-1}{2}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-z^2}\varphi\left(x+2z\sqrt{a+b+\ldots+k}\right)dz\ .$$

Si nous supposons que les nombres a, b, $\ldots$ k sont tels que

$$a+b+\ldots+k=0\ ,$$

nous obtiendrons. en remarquant que $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-z^2}dz=\sqrt{\pi}$;

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty}e^{-t^2-v^2-\ldots-w^2}\varphi(x+2(\sqrt{a}t+\sqrt{b}v+\ldots$$

$$+\sqrt{k}w)\,dt\,dv\ldots dw=\pi^{\frac{n}{2}}\varphi(x)\ .$$

§ 4. — Bien que nous ne devions nous occuper dans ce mémoire que de l'opération G caractérisée par l'égalité

$$Ge^{au}=\varphi(x+a)$$

il est facile de comprendre que l'opération symbolique pourrait être déterminée par une toute autre relation ; c'est ainsi qu'en désignant par G′ une nouvelle généralisation. nous pourrions poser

$$G'e^{au\sqrt{-1}}=\varphi(x+a)\ ;$$

on déduirait immédiatement de cette relation

$$G'e^{-au}=\varphi\left(x+a\sqrt{-1}\right)$$

$$G'e^{au}=\varphi\left(x-a\sqrt{-1}\right)$$

$$G'\sin au=\frac{1}{2\sqrt{-1}}\left\{\varphi(x+a)+\varphi(x-a)\right\}$$

$$G'\cos au=\frac{1}{2}\left\{\varphi(x+a)+\varphi(x-a)\right\}\ .$$

Pour appliquer cette généralisation à un exemple bien simple, soit l'intégrale

$$\int_0^{\infty}\frac{\cos aut}{1+t^2}\,dt=\frac{\pi}{2}e^{-au}$$

la généralisation G′ nous donne

$$(1)\qquad \int_0^\infty \frac{\varphi(x+at)+\varphi(x-at)}{1+t^2}\,dt = \pi\,\varphi\left(x+a\sqrt{-1}\right)$$

En regardant a comme une quantité essentiellement positive, si nous posons $t=\frac{t}{a}$ nous aurons :

$$(2)\qquad \int_0^\infty \frac{\varphi(x+t)+\varphi(x-t)}{a^2+t^2}\,dt = \frac{\pi}{a}\,\varphi\left(x+a\sqrt{-1}\right)$$

En différentiant l'équation (1) par rapport à a, puis en posant $t=\frac{t}{a}$ nous en déduirons :

$$(3)\qquad \int_0^\infty \frac{\varphi(x+t)-\varphi(x-t)}{a^2+t^2}\,t\,dt = \pi\,\varphi\left(x+a\sqrt{-1}\right)\sqrt{-1}$$

Ces formules (2) et (3) ont été données par Cauchy (*Exercices 1826*, page 107) sous les formes qui répondent à $x=0$.

$$\int_0^\infty \frac{\varphi(t)+\varphi(-t)}{a^2+t^2}\,dt = \frac{\pi}{a}\,\varphi\left(a\sqrt{-1}\right)$$

$$\int_0^\infty \frac{\varphi(t)-\varphi(-t)}{a^2+t^2}\,t\,dt = \pi\,\varphi\left(a\sqrt{-1}\right)\sqrt{-1}$$

La première suppose que la fonction $\varphi\left(x+y\sqrt{-1}\right)$ conserve une valeur finie : 1° pour $x=\pm\infty$, quel que soit y ; 2° pour $y=\infty$, quel que soit x, et la seconde suppose, en outre, que $\varphi\left(x+y\sqrt{-1}\right)$ s'évanouit pour $y=\infty$. D'après la remarque que nous avons faite au paragraphe 1, ces conditions ne sont pas suffisantes ; il faut, de plus, que $\varphi(t)$ ne soit pas une fonction de $t^n\,(n>1)$.

§ 4. — Le principe de généralisation peut s'étendre aux fonctions

d'un nombre quelconque de variables, en posant comme équation caractéristique

$$(1) \qquad \mathrm{G}e^{au+bv+(w+\dots)} = \varphi(x+a,\ y+b,\ z+c,\ \dots)$$

le signe G se rapportant à toutes les variables $u,\ v,\ w,\ \dots$

Cette extension ne saurait avoir de difficultés, et il sera toujours facile d'opérer la généralisation d'une fonction donnée $\mathrm{G}\Psi(u,\ v,\ w,\dots)$ à l'aide de la généralisation par facteurs qui s'applique encore dans ce cas.

Soit proposé de généraliser la valeur de

$$z = \mathrm{G}e^{(u^2+v^2+w^2+\dots)t+\frac{qs}{\sqrt{a}}u+\frac{hp}{\sqrt{b}}v+\frac{lq}{\sqrt{c}}w+\dots}$$

dont nous aurons à faire l'application dans la suite de ce mémoire.

Remarquons que nous pouvons mettre cette expression sous la forme

$$\mathrm{G}e^{\frac{qs}{\sqrt{a}}u+tu^2}\ .\ e^{\frac{hp}{\sqrt{b}}v+tv^2}\ .\ e^{\frac{lq}{\sqrt{c}}w+tw^2}\ \dots\dots$$

En généralisant par facteurs nous aurons :

$$\mathrm{G}e^{\frac{qs}{\sqrt{a}}u+tu^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k^2}\lambda\left(x+\frac{qs}{\sqrt{a}}+2\sqrt{t}k,\ y,\ z,\ \dots\right)dk$$

$$\lambda(x,y,z,\dots) = \mathrm{G}e^{\frac{hp}{\sqrt{b}}v+tv^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k'^2}\mu\left(x,\ y+\frac{hp}{\sqrt{b}}+2\sqrt{t}k',\ z,\ \dots\right)dk'$$

$$\mu(x,y,z,\dots) = \mathrm{G}e^{\frac{lq}{\sqrt{c}}w+tw^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k''^2}\nu\left(x,\ y,\ z+\frac{lq}{\sqrt{c}}+2\sqrt{t}k'',\ \dots\right)dk''$$

et ainsi de suite.

Il en résultera, en désignant par n le nombre des variables :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} z = \dfrac{1}{\pi^{\frac{n}{2}}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dots e^{-k^2-k'^2-k''^2-\dots}\varphi\left(x+\dfrac{gs}{\sqrt{a}}+2\sqrt{t}k,\right. \\ \qquad \left. y+\dfrac{hp}{\sqrt{b}}+2\sqrt{t}k',\ z+\dfrac{lq}{\sqrt{c}}+2\sqrt{t}k'',\dots\right)dkdk'dk''\dots \end{array} \right.$$

§ 5. — Sans nous étendre davantage sur les principes généraux du calcul de généralisation, nous allons montrer quelques-unes des conséquences qu'on en peut déduire.

Ce calcul se prête avec simplicité à la détermination des intégrales définies, à la somme des séries, à l'intégration des équations, etc.

Lorsque la fonction $\Psi(u)$ est une fonction rationnelle, cette fonction pourra toujours être égalée à une suite de termes des formes Au^n et $\frac{B}{(a+bu)^m}$: mais comme $Gu^n = \varphi^{(n)}(x)$, la question de déterminer $G\Psi(u)$ est ainsi réduite à connaître la valeur de $G\frac{1}{(a+bu)^m}$, qu'on peut obtenir de la manière suivante. Si l'on différentie $m-1$ fois par rapport à u l'identité $\frac{1}{u}\int_0^\infty e^{-ut}dt$ nous en déduirons $\frac{1}{u^m} = \frac{1}{\Gamma(m)}\int_0^\infty t^{m-1}e^{-ut}dt$.

En posant $u = a+bu$ et en généralisant les deux membres, nous aurons :

$$(1) \qquad G\frac{1}{(a+bu)^m} = \frac{1}{b^m\Gamma(m)}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}t}t^{m-1}\varphi(x-t)dt$$

Nous trouverons, de même, en posant $u = a-bu$:

$$(2) \qquad G\frac{1}{(a-bu)^m} = \frac{1}{b^m\Gamma(m)}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}t}t^{m-1}\varphi(x+t)dt$$

En supposant $m=1$, on déduit aisément de ces formules les suivantes :

$$(3) \quad G\frac{1}{a^2-b^2u^2} = \frac{1}{2ab}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}v}\{\varphi(x+v)+\varphi(x-v)\}dv$$

$$(4) \quad G\frac{u}{a^2-b^2u^2} = \frac{1}{2b^2}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}v}\{\varphi(x+v)-\varphi(x-v)\}dv$$

changeant b en $b\sqrt{-1}$

$$(5)\quad \mathrm{G}\frac{1}{a^2+b^2u^2}=\frac{1}{2ab}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}v}\left\{\varphi(x+v\sqrt{-1})+\varphi(x-v\sqrt{-1})\right\}dv$$

$$(6)\quad \mathrm{G}\frac{u}{a^2+b^2u^2}=\frac{1}{2b^2\sqrt{-1}}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}v}\left\{\varphi(x+v\sqrt{-1})-\varphi(x-v\sqrt{-1})\right\}dv$$

Si dans la formule (5) du paragraphe 2 nous posons $\Psi(u)=\frac{1}{a^2+b^2u^2}$, nous aurons :

$$\mathrm{G}\frac{1}{a^2+b^2u^2}=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\left\{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})\right\}dy\int_0^\infty\frac{\cos yv\,dv}{a^2+b^2v^2}$$

De la comparaison de cette égalité avec la formule (5), on déduit l'intégrale connue :

$$\int_0^\infty\frac{\cos yv}{a^2+b^2v^2}\,dv=\frac{\pi}{2ab}\,e^{-\frac{a}{b}y}\ .$$

En second lieu, si dans la formule (5) nous posons $a=a\sqrt{-1}$ et $v=y$, nous obtiendrons :

$$(7)\quad \mathrm{G}\frac{1}{a^2-b^2u^2}=\frac{\sqrt{-1}}{2ab}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}y\sqrt{-1}}\left\{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})\right\}dy$$

d'autre part, la formule (5) du paragraphe 2 peut s'écrire en faisant $\Psi(u)=\frac{1}{a^2-b^2u^2}$:

$$\mathrm{G}\frac{1}{a^2-b^2u^2}=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\left\{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})\right\}dy\int_0^\infty\frac{\cos yv}{a^2-b^2v^2}\,dv\ .$$

On peut conclure de ces deux formules :

$$\int_0^\infty\frac{\cos yv}{a^2-b^2v^2}dv=\frac{\pi\sqrt{-1}}{2ab}\,e^{-\frac{a}{b}y\sqrt{-1}}=\frac{\pi}{2ab}\sin\frac{ay}{b}-\frac{\pi}{2ab}\cos\frac{ay}{b}\sqrt{-1}\ ,$$

intégrale donnée par Poisson. (P. 18, 295, n. 38.).

En faisant la somme des formules (5) et (7), nous avons :

$$\mathrm{G}\,\frac{1}{a^4-b^4u^4}=\frac{1}{2a^2.2a.b}\int_0^\infty\Big\{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})\Big\}\,dy\Big\{e^{-\frac{a}{b}y\sqrt{-1}}\sqrt{-1}+e^{-\frac{a}{b}y}\Big\}$$

Mais la formule (5) du paragraphe 2 nous donne

$$\mathrm{G}\,\frac{1}{a^4-b^4u^4}=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\Big\{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})\Big\}\,dy\int_0^\infty\frac{\cos yv}{a^4-b^4v^4}\,dv$$

la comparaison de ces deux formules nous donnera :

$$\int_0^\infty\frac{\cos yv}{a^4-b^4v^4}\,dv=\frac{\pi}{2a^2.2a.b}\left\{\sqrt{-1}e^{-\frac{ay}{b}\sqrt{-1}}+e^{-\frac{a}{b}y}\right\};$$

en faisant dans cette formule $b=b\sqrt{\sqrt{-1}}$, nous aurons, en remarquant que $\sqrt{\sqrt{-1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{-1})$.

$$\int_0^\infty\frac{\cos yv}{a^4+b^4v^4}\,dv=\frac{\pi e^{-\frac{ay}{b\sqrt{2}}}}{ba^3 2\sqrt{2}}\left\{\cos\frac{ay}{b\sqrt{2}}+\sin\frac{ay}{b\sqrt{2}}\right\};$$

en suivant le même raisonnement, nous pourrons déterminer les intégrales de la forme $\int_0^\infty\frac{\cos yv\,.\,dv}{a^{2n}\pm b^{2n}v^{2n}}$.

§ 6. — On peut obtenir, par la généralisation, des relations entre des intégrales dont on ne connaît pas la valeur.

Ainsi, de l'intégrale connue $\frac{a}{a^2+b^2u^2}=\int_0^\infty e^{-bvu}\sin av\,dv$, nous déduirons

$$\mathrm{G}\,\frac{1}{a^2+b^2u^2}=\frac{1}{a}\int_0^\infty\varphi(x-bv)\sin av\,.\,dv$$

comme, d'un autre côté, nous avons (formule (5) du paragraphe précédent)

$$G\frac{1}{a^2+b^2v^2}=\frac{1}{2ab}\int_0^\infty e^{-\frac{a}{b}v}\left\{\varphi(x+v\sqrt{-1})+\varphi(x-v\sqrt{-1})\right\}dv\ ;$$

il en résultera, en posant $v=bv$ dans cette intégrale :

$$\int_0^\infty e^{-av}\left\{\varphi(x+bv\sqrt{-1})+\varphi(x-bv\sqrt{-1})\right\}dv=2\int_0^\infty \varphi(x-bv)\sin av\,dv$$

Si nous supposons $\varphi(v)=\frac{1}{q-v}$ nous aurons, en posant $x=0$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-av}dv}{q^2+b^2v^2}=\frac{1}{q}\int_0^\infty \frac{\sin av\,dv}{q+bv}\ ;$$

relation qu'on peut facilement vérifier à l'aide des tables d'intégrales Bierens de Haan (Voyez formule 6) Table 91 et formule 1) Table 160).

§ 7. — Pour appliquer le calcul de généralisation à la détermination des intégrales des équations aux différentielles partielles; il suffit de déterminer une expresssion qui contienne une ou plusieurs constantes, satisfaisant à l'équation proposée, quelles que soient les valeurs de ces constantes; en généralisant cette expression, nous obtiendrons une intégrale particulière avec une fonction arbitraire; souvent, il sera facile de déduire de cette intégrale d'autres intégrales, et, quelquefois même, l'intégrale complète. Nous allons, dans les paragraphes qui suivent, chercher à déterminer les intégrales de quelques équations aux différentielles partielles.

Soit proposé d'intégrer l'équation

$$\frac{d^2z}{dt\,ds}+a\frac{dz}{dt}+b\frac{dz}{ds}+cz=0\ . \tag{1}$$

A cet effet, déterminons en fonction V d'une constante u, telle que l'expression

$$z=Ge^{us+Vt}$$

satisfasse à l'équation proposée.

En substituant cette valeur dans l'équation (1), nous aurons :

$$Ge^{us+Vt}(Vu+aV+bu+c)=0$$

équation qui est satisfaisante en posant $Vu+aV+bu+c=0$

ou $V = -\frac{bu+c}{u+a}$; par suite la valeur de z sera exprimée par :

$$z = Ge^{su - bt - \frac{c-ab}{u+a}t}. \tag{2}$$

Pour généraliser le second membre de cette formule, nous ferons, dans l'intégrale connue

$$e^{-mp} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{q \sin pq}{q^2+m^2}\,dq. \quad m \text{ égal à } \frac{1}{u+a};$$

il en résultera

$$e^{-\frac{p}{u+a}} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin pq}{q}\left(1 - \frac{1}{q^2}\frac{1}{(u+a)^2+\frac{1}{q^2}}\right)dq.$$

En généralisant, et, en remarquant que $\int_0^\infty \frac{\sin pq}{q}\,dq = \frac{\pi}{2}$,

nous obtiendrons

$$Ge^{-\frac{p}{u+a}} = \varphi(x) - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin pq}{p^3}\,dq \;\; G\frac{1}{(u+a)^2+\frac{1}{q^2}}. \tag{3}$$

Si l'on remarque que l'identité

$$\frac{1}{u^2+2au+b} = \frac{1}{2\sqrt{a^2-b}}\left\{\frac{1}{u+a-\sqrt{a^2-b}} - \frac{1}{u+a+\sqrt{a^2-b}}\right\}$$

nous donne

$$G\frac{1}{u^2+2au+b} = \frac{1}{\sqrt{b-a^2}}\int_0^\infty e^{-av}\sin v\sqrt{b-a^2}\,\varphi(x-v)\,dv,$$

en posant $b = a^2 + \frac{1}{q^2}$ nous aurons :

$$G\frac{1}{(u+a)^2+\frac{1}{q^2}} = q\int_0^\infty e^{-av}\sin\frac{v}{q}\,\varphi(x-v)\,dv.$$

identité qui nous permettra d'écrire l'égalité (3) sous la forme

$$Ge^{-\frac{p}{u+a}} = \varphi(x) - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\sin pq}{q^2}\sin\frac{v}{q}\,e^{-av}\,\varphi(x-v)\,dq\,dv$$

en posant $q = \frac{1}{h}$ nous aurons

$$Ge^{-\frac{p}{u+a}} = \varphi(x) - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-av}\sin\frac{p}{h}\sin hv\,\varphi(x-v)\,dh\,dv$$

par suite la généralisation par facteurs nous donnera pour la formule (2)

$$z = e^{-bt}\varphi(s) - \frac{2e^{-bt}}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-av}\sin\frac{(c-ab)t}{h}\sin hv\,\varphi(s-v)\,dh\,dv\,.$$

C'est une intégrale avec une seule fonction arbitraire; pour obtenir une seconde intégrale de cette même équation, il suffit de remarquer que l'on peut, sans altérer l'équation (1), changer s en t et t en s, pourvu que l'on change a en b et b en a, nous obtiendrons ainsi :

$$z = e^{-as}\Psi(t) - \frac{2e^{-at}}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-bv}\sin\frac{(c-ab)s}{h}\sin hv\,\Psi(t-v)\,dh\,dv$$

de ces intégrales particulières, on déduit l'intégrale générale

$$z = e^{-bt}\varphi(s) + \Psi e^{-as}(t) - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \sin hv\left\{e^{-av-bt}\sin\frac{(c-ab)t}{h}\varphi(s-v)\right.$$

$$\left. + e^{-bv-as}\sin\frac{(c-ab)s}{h}\Psi(t-v)\right\}dh\,dv\,;$$

Si l'on admet que dans l'équation (1) a et b sont nuls, et $c = -a$ nous aurons que l'équation

$$\frac{d^2z}{ds\,dt} = az$$

a pour intégrale

$$z = \varphi(s) + \Psi(t) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \sin hv \left\{ \sin\frac{at}{h}\,\varphi(s-v) + \sin\frac{as}{h}\,\Psi(t-v)\right\} dh\,dv$$

§ 8. — Proposons-nous de déterminer l'intégrale de l'équation

$$\frac{d^4z}{dt^4} = a^2\frac{d^2z}{ds^2}$$

Posons comme intégrale

$$z = Ge^{ptu+\frac{qs}{a}u^2}$$

cette valeur substituée dans l'équation donne

$$Ge^{ptu+\frac{qs}{a}u^2}(p^4-q^2)\,u^4 = 0$$

Si les valeurs de p et q satisfont à l'équation $p^4 = q^2$, cette valeur de z représentera une intégrale.

Généralisant cette expression, nous obtiendrons

$$z = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-v^2}\,\varphi\left(pt + 2v\sqrt{\frac{qs}{a}}\right)dv$$

comme φ est une fonction arbitraire en posant $t + 2v\sqrt{\frac{s}{\alpha}} = \omega$ et en comprenant dans cette fonction φ les coefficients constants, nous pourrons présenter cette valeur de z sous la forme

$$z = \frac{1}{\sqrt{s}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\omega-t)^2}{4s}\alpha}\,\varphi(\omega)\,d\omega$$

formule dans laquelle nous pourrons changer les signes de t et s, nous aurons ainsi, en représentant par φ, Ψ, χ et θ, quatre fonctions arbitraires que l'intégrale complète de l'équation proposée est donnée par :

$$z = \frac{1}{\sqrt{s}}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{ e^{-\frac{(\omega-t)^2}{4s}\alpha}\varphi(\omega) + e^{\frac{(\omega-t)^2}{4s}\alpha}\Psi(\omega) + e^{-\frac{(\omega+t)^2}{4s}\alpha}\chi(\omega) + e^{\frac{(\omega+t)^2}{4s}\alpha}\theta(\omega)\right\} d\omega$$

Dans la théorie des ondes, l'équation se présente sous la forme

$$\frac{d^4z}{dt^4} + a^2 \frac{d^2z}{ds^2} = 0$$

Si donc, dans la formule précédente, nous supposons $a = a\sqrt{-1}$ nous aurons pour intégrale de cette dernière équation

$$z = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \cos \frac{(\omega + t)^2}{4s} a.\ \varphi(\omega) + \sin \frac{(\omega + t)^2}{4s} a.\ \Psi(\omega) \right.$$
$$\left. + \cos \frac{(\omega - t)^2}{4s} a.\ \chi(\omega) + \sin \frac{(\omega - t)^2}{4s} a\ 0(\omega) \right\} d\omega$$

§ 9. — Il est possible, dans plusieurs cas, de parvenir à exprimer les intégrales d'équations à coefficients variables. Si, par exemple, nous considérons l'équation

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \mathrm{P} \frac{d^2z}{ds\,dt} + az = 0$$

dans laquelle P est une fonction de la variable s, et a un coefficient constant, nous pourrons poser comme intégrale

$$z = \mathrm{G}e^{\mathrm{S}u + \mathrm{V}t}$$

S représentant une fonction inconnue de s, et V une fonction de u. Nous en déduirons

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \mathrm{P} \frac{d^2z}{ds\,dt} + az = \mathrm{G}e^{\mathrm{S}u + \mathrm{V}t} \left(\mathrm{V}^2 + \mathrm{P} \frac{d\mathrm{S}}{ds} \mathrm{V}u + a \right) = 0$$

Or, on satisfait à cette équation en posant

$$\mathrm{S} = -2 \int \frac{ds}{\mathrm{P}}, \quad \text{et} \quad \mathrm{V} = u - \sqrt{u^2 - a},$$

nous pourrons donc écrire la valeur de z sous la forme

$$z = \mathrm{G}e^{\left(t - 2\int \frac{ds}{\mathrm{P}}\right) u - t\sqrt{u^2 - a}}$$

la généralisation nous donnera, comme intégrale particulière de l'équation proposée

$$z = \frac{1}{t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} v e^{-v^2 + \frac{at^2}{4v^2} - \frac{k^2 v^2}{t^2}} \left\{ \varphi\left(t - 2\int \frac{ds}{\mathrm{P}} + k\sqrt{-1}\right) \right.$$
$$\left. + \varphi\left(t - 2\int \frac{ds}{\mathrm{P}} - k\sqrt{-1}\right) \right\} dk\,dv\ .$$

Par la méthode des coefficients indéterminés, nous pourrons reconnaître si cette intégrale représente l'intégrale générale.

§ 10. — Soit maintenant proposé de déterminer l'intégrale de l'équation

$$\frac{dz}{dt} - a\frac{d^2z}{ds^2} - b\frac{d^2z}{dp^2} - \ldots = 0 \tag{1}$$

dans laquelle la variable principale est fonction de plusieurs variables indépendantes t, s, p, ...

En prenant simplement $Ge^{au} = \varphi(x + a)$ comme équation caractéristique, il est facile de reconnaître qu'on y satisfait en posant :

$$z = Ge^{tu^2 + \left(\frac{gs}{\sqrt{a}} + \frac{hp}{\sqrt{b}} + \ldots\right)u} \tag{2}$$

et en admettant que les constantes g, h, ... satisfont à la relation

$$1 - g^2 - h^2 - \ldots = 0 . \tag{3}$$

En généralisant la valeur de z, nous obtenons

$$z = \frac{1}{\sqrt{t}}\int_0^\infty e^{-\frac{\left(\omega - \frac{gs}{\sqrt{a}} - \frac{hp}{\sqrt{b}} - \ldots\right)^2}{4t}} \varphi(\omega)\, d\omega .$$

Cette valeur de z, dans laquelle nous pourrons donner aux constantes g, h, ... toutes les valeurs qui satisfont à l'équation (3), et, à la fonction arbitraire φ d'autres formes, fournira un nombre infini d'intégrales renfermant chacune une fonction arbitraire d'une seule variable ; la somme de toutes ces intégrales particulières représentera l'intégrale complète de l'équation proposée.

Sous cette forme, l'intégrale est illusoire, mais, si l'on veut l'obtenir sous une forme finie, il faut introduire dans son expression une fonction arbitraire de plusieurs variables et recourir à l'équation (1) du paragraphe 4.

Si nous prenons pour z l'expression

$$z = Ge^{(u^2 + v^2 + \ldots)t + \frac{gs}{\sqrt{a}}u + \frac{hp}{\sqrt{b}}v + \ldots} , \tag{4}$$

nous en déduirons

$$\frac{dz}{dt} - a\frac{d^2z}{ds^2} - b\frac{dz^2}{dp^2} - \ldots =$$

$$Ge^{(u^2 + v^2 + \ldots)t + \frac{gs}{\sqrt{a}}u + \frac{hp}{\sqrt{b}}v + \ldots}\left\{(1 - g^2)u^2 + (1 - h^2)v^2 + \ldots\right\} = 0$$

égalité qui est satisfaite en posant $g = \pm 1$, $h = \pm 1$, ... Nous aurons ainsi pour intégrale de l'équation (1) la relation (4) qui, généralisée par rapport à toutes les variables u, v, ... donne ainsi que nous l'avons reconnu [§ 4, form. (2)]

$$z = \frac{1}{\pi^{\frac{n}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots e^{-k^2-k'^2-\dots} \left\{ \varphi \left(x + \frac{gs}{\sqrt{a}} + 2\sqrt{t}k, y + \frac{hp}{\sqrt{b}} \right. \right.$$
$$\left. \left. + 2\sqrt{t}k', \dots \right) \right\} dk dk' \dots$$

en faisant $x = 0$, $y = 0$, ... et en comprenant les coefficients constants dans la fonction arbitraire φ nous aurons ainsi :

$$z = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots e^{-k^2-k'^2-\dots} \varphi(s + 2\sqrt{a}tk, p + 2\sqrt{b}tk', \dots) \, dk dk' \dots$$

C'est l'intégrale connue, donnée par Poisson, comme intégrale complète de l'équation (1). (Poisson, *Théorie de la chaleur*, § 76.)

§ 11. — Comme dernier exemple, proposons-nous de déterminer l'intégrale de l'équation

$$\frac{d^2z}{dt^2} = a\frac{dz}{ds} + b\frac{dz}{dp} + c\frac{dz}{dq} + \dots$$

dans laquelle la variable principale z est fonction de $n+1$ variables indépendantes t, s, p, q, ...

Si nous posons, pour abréger

$$\mathrm{L} = \frac{s}{a} + \mu\left(\frac{p}{b} - \frac{s}{a}\right) + \nu\left(\frac{q}{c} - \frac{s}{a}\right) + \dots$$
$$\mathrm{M} = \mu'\left(\frac{p}{b} - \frac{s}{a}\right) + \nu'\left(\frac{q}{c} - \frac{s}{a}\right) + \dots$$
$$\mathrm{N} = \mu''\left(\frac{p}{b} - \frac{s}{a}\right) + \nu''\left(\frac{q}{c} - \frac{s}{a}\right) + \dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

μ, μ', μ'', ... ν, ν', ν'', ... étant des quantités constantes: il est facile de vérifier que l'expression

$$z = \mathrm{G}e^{tu + \mathrm{L}u^2 + \mathrm{M}v^2 + \mathrm{N}w^2 + \dots}$$

satisfait à l'expression proposée, et, par conséquent, représente une intégrale particulière de cette équation.

Mais comme

$$\mathrm{G}e^{tu+\mathrm{L}u^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2} \varphi\left(x + t + 2\omega\sqrt{\mathrm{L}},\ y,\ x,\ \ldots\right) d\omega ,$$

$$\mathrm{G}e^{\mathrm{M}v^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega'^2} \varphi\left(x,\ y + 2\omega'\sqrt{\mathrm{M}},\ z,\ \ldots\right) d\omega' ,$$

$$\mathrm{G}e^{\mathrm{N}w^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega''^2} \varphi\left(x,\ y,\ z + 2\omega''\sqrt{\mathrm{N}},\ \ldots\right) d\omega'' .$$

. . . . . .

La généralisation par facteurs donnera

$$z = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \ldots e^{-\omega^2-\omega'^2-\omega''^2-\ldots} \varphi\left(t + 2\omega\sqrt{\frac{s}{a}},\ (ap - bs)\omega',\right.$$
$$\left.(aq - cs)\,\omega'',\ \ldots\right) d\omega d\omega' d\omega'' .$$

Nous pourrons, de cette intégrale particulière, déduire d'autres intégrales par de simples changements de lettres, la somme de ces intégrales satisfera encore à l'équation proposée.

Le calcul de généralisation dont nous venons d'exposer les bases essentielles nous semble devoir occuper une place importante dans l'analyse supérieure : l'uniformité et la facilité de ce calcul, qui peut s'appliquer à la solution d'une multitude de questions d'une grande importance, nous permet d'espérer qu'il pourra trouver place dans l'enseignement et se substituer avec avantage aux différentes méthodes beaucoup plus compliquées auxquelles il faut avoir recours dans les questions que le calcul différentiel et intégral est appelé à résoudre.

Nous sommes loin, dans cet exposé, d'avoir reconnu tous les avantages que ce procédé peut présenter, mais il fallait nécessairement nous limiter, notre but étant d'ouvrir une voie nouvelle qui, dans les mains des analystes, pourra conduire à des résultats remarquables.

M. James N. SHOOLBRED,

B. A. Mem. Inst. C. E., à Londres.

NOTE SUR LES COURBES DES MARÉGRAPHES DE DOUVRES ET D'OSTENDE.

— Séance du 29 septembre 1887. —

Une Commission de l'Association britannique pour l'Avancement des sciencès (sous la présidence du professeur Sir W. Thomson F.R.S.) a fini, dernièrement, la comparaison des hautes et des basses mers qu'ont données les courbes continues des marégraphes de Douvres et d'Ostende, pendant les quatre années, 1880-1883.

Une analyse plus complète de ces courbes, par le moyen harmonique, est maintenant en train de se faire par une autre Commission de la même Association, sous la présidence du professeur G.-H. Darioni F. R. S. (de l'Université de Cambridge).

En attendant le résultat de leurs travaux, l'auteur, rapporteur de la première dite Commission, croyant que le sujet aura quelque intérêt pour les membres de l'Association française, présente ci-jointe la comparaison des pleines et des basses-mers, pour les ports de Douvres et d'Ostende, pendant la quinzaine de l'Équinoxe du mois de mars 1883.

En même temps, comme il serait fort intéressant de faire une comparaison complète des courbes des marégraphes de Boulogne et de Douvres, l'auteur espère (dans le cas où cette comparaison sera proposée), que l'Association française voudra bien appuyer de son autorité auprès du gouvernement français, la demande de l'Association britannique, pour obtenir la permission et les documents nécessaires, afin de faire la comparaison.

COMPARAISON DES MARÉES DE DOUVRES ET D'OSTENDE A L'ÉPOQUE DE L'ÉQUINOXE DE PRINTEMPS (1883).

Le temps est celui de Paris. Les niveaux sont rapportés au « zéro international », placé à 5.50^{m} au dessous du « zéro du nivellement général de la France » (ligne de Bourdaloue), en supposant que « le niveau moyen de l'Océan atlantique » est identique avec le niveau moyen « mean Sea Level » des côtes d'Angleterre. (Voir pl. II).

DOUVRES.				OSTENDE.				REMARQUES.
TEMPS (de Paris).	DESSUS le zéro internat^{l}.		BAROMÈTRE Vent (direct^{n} force.	TEMPS de Paris)	DESSUS le zéro internat^{l}		BAROMÈTRE Vent (direct^{n} force *	
Mars.	Mètres.			Mars.	Mètres.			* La force du vent est indiquée suivant l'échelle « Beaufort » de la marine anglaise.
10		P.M.	mm	10 1-4 a.m.	8,46	P.M.	mm	
» 7-10 a.m.	2,43	B.M.	757,16	» 7-37 »	3,37	B.M.	755,89	
» 0-4 p.m.	9,26	P.M.	N.E. 6	» 1-16 p.m.	8,80	P.M.	N.E. 4	
» 7-27 »	2,70	B.M.		» 7-45 »	3,74	B.M.		
11 0-9 a.m.	9,65	P.M.	mm	11 1,22 a.m.	8,89	P.M.		
» 7-53 p.m.	2.60	B.M.	753,35	» 8-8 »	3,57	B.M.	752,85	Mer. { Forte. Douvres. Orag. Ostende.
» 0-35 p.m.	9,62	P.M.	N.N.O.	2 2-11 p.m.	9,23	P.M.	O.S.O. 1	
» 7-57 »	3,21	B.M.		» 8-9 »	4,79	B.M.		
12 0-44 a.m.	10,37	P.M.		12 2-28 a.m.	9,50	P.M.		
» 8-45 »	3.09	B.M.	752,08	» 8-58 »	4,11	B M.	751,83	Forte. { Douvres. Ostende.
» 1-8 p.m.	9,59	P.M.	N. 5	» 2-58 p.m.	9,10	P.M.	N.O. 4	
» 9-0 »	2,87	B.M.		» 9-10 »	3,95	B.M.		
13 1-38 a.m.	9,52	P.M.		13 2-58 a.m.	9,01	P.M.		
» 9-15 »	2,94	B.M.	761,48	» 9-39 »	3,98	B.M.	758,43	Forte. Douvres.
» 2-0 p.m.	9,21	P.M.	N.N.O.4	» 3-28 p.m.	8,83	P.M.	O.N.O.7	Orag. Ostende.
» 9-28 »	3,01	B.M.		» 10-10 »	3,98	B.M.		
14 2-28 a.m.	9,26	P.M.		14 3-45 a.m.	8.69	P.M.		
» 9-53 »	2,81	B.M.	755,39	» 10-32 »	3,9	B.M.	755,39	
» 2-42 p.m.	8,85	P.M.	N. 3	» 4-33 p.m.	8,45	P.M.	S.S.O. 1	
» 10-11 »	3,32	B.M.		» 10-50 »	4,01	B.M.		
15 3-10 a.m.	8,77	P.M.		15 4-39 a.m.	8,34	P.M.		
» 10-38 »	3,51	B.M.	751,83	» 11-20 »	4,07	B.M.	752,59	LUNE
» 3-42 p.m.	8,39	P.M.	E. 5	» 5-43 p.m.	7.90	P.M.	E.N.E. 3	☽ 1er q^{r}. 8-41 p.m.
» 11-0 »	3,67	B.M.		» 11-41 »	4,18	B.M.		
16 4-10 a.m.	8,27	P.M.	752,08	16 5-51 a.m.	8,17	P.M.	752,59	
» 11-31 »	4,03	B.M.	O.NO. 1	» 0-20 p.m.	4,56	B.M.	S.O. 3	
» 4-45 p m.	8,07	P.M.		» 6-20 »	7,87	P.M.		
17 0-1 a.m.	4,09	B.M.		17 0-58 a.m.	4,67	B.M.		
» 5-34 »	7,83	P.M.	750,56	» 6-58 »	7,95	P.M.	753,10	
» 0-43 p.m.	4,38	B.M.	O. 3	» 1-45 p.m.	4,68	B.M.	S.S.O. 1	
» 6-16 »	7,66	P.M.		» 7-36 »	7,60	P.M.		
18 1-24 a.m.	4,23	B.M.		18 2-38 a.m.	4,53	B.M.		
» 7-12 »	7,58	P.M.	752,59	» 8-28 »	7,64	P.M.	755,64	
» 2-18 p m.	4,14	B.M.	O. 2	» 3-23 p.m.	4,47	B.M.	S.S.E. 3	
» 7-45 »	7,58	P.M.		» 9-8 »	7,27	P.M.		
19 2-55 a.m.	3,67	B.M.		19 3-58 a.m.	3,95	B.M.		
» 8-36 »	7,52	P.M.	754,88	» 10-11 »	7,55	P.M.	754,88	Mer forte. Ostende.
» 3-10 p.m.	3,90	B.M.	E.N.E.3	» 4-15 p.m.	4,29	B.M.	E.S.E. 3	
» 8-54 »	8,00	P.M.		» 10-15 »	7,64	P.M.		
20 3-59 a.m.	3.62	B.M.		20 4-56 a.m.	3,96	B.M.		
» 9-25 »	8,07	P.M.	752,85	» 10-28 »	7,84	P.M.	752,85	Forte. Ostende.
» 4-30 p m.	3,73	B.M.	E. 4	» 5-15 p.m.	4,23	B.M.	E. 4.	
» 9-39 »	8 42	P.M		» 10-58 »	8,00	P.M.		
21 4-52 a.m.	3,59	B.M.		21 5-43 a.m.	4,03	B.M.		
» 10-0 »	8,50	P.M.	751,32	» 11-18 »	8,20	P.M.	752,59	
» 6-22 p m.	3.59	B.M.	E. 5	» 6-10 p.m.	4,10	B.M.	E.N.E. 3	
» 10-15 »	8.50	P.M.		» 11-40 »	8,07	P.M.		

DOUVRES.				OSTENDE.				REMARQUES.
TEMPS (de Paris).	DESSUS le zéro internat[l].		BAROMÈTRE Vent {direct[n] force.	TRMPS (de Paris).	DESSUS le zéro internat[l].		BAROMÈTRE Vent {direct[n] Force.	
Mars.	Mètres.			Mars.	Mètres.			
22 5-44 a.m.	3,09	B.M.	mm	22 6-17 a.m.	3,57	B.M.	mm	
» 10-40 »	8,33	P.M.	763,00	» 0-5 p.m.	7,87	P.M.	763,51	Orag. { Douvres. Ostende.
» 5-59 p.m.	3,09	B.M.	E. 7	» 6-33 »	3,68	B.M.	E.N.E. 8	
» 10-57 »	8,57	P.M.		23 0-13 a.m.	7,98	P.M.		
23 6-21 a.m.	2,98	B.M.		» 6-53 a.m.	3,56	B.M.	765,55	Orag. { Douvres. Ostende.
» 11-14 »	8,47	P.M.	765,55	» 0-38 p.m.	8,13	P.M.	E.N.E.4	
» 6-32 p.m.	3,09	B.M.	E. 6	» 6-51 »	3,83	B.M.		Pleine lune 6-15 p.m.
» 11-25 »	8,88	P.M.		24 0-29 a.m.	8,36	P.M.		
24 6-46 a.m.	3,12	B.M.		» 7-21 »	3,86	B.M.	761,23	
» 11-49 »	8,88	P.M.	760,97	» 1-9 p.m.	8,71	P.M.	O.N.O. 3	Mer forte. { Douvres. Ostende.
» 6-41 p.m.	3,76	B.M.	N. 3	» 7-19 »	4,99	B.M.		
» 11-43 »	9,55	P.M.		25 1-7 a.m.	8,92	P.M.		
25 7-15 a.m	3,39	B.M.		» 7-35 »	4,27	B.M.	751,15	Idem. Idem.
» 0-9 p.m.	9,12	P.M.	756,66	» 1-58 p.m.	8,80	P.M.	O.S.O. 3	
» 7-34 »	3,76	B.M.	N. 3	» 8-8 »	3,91	B.M.		
26 0-29 a.m.	8,80	P.M.		26 2-8 a.m.	8,68	P.M.		
» 7-43 »	3,56	B.M.	741,67	» 8-17 »	4,46	B.M.	740,91	Idem. Idem.
» 0-33 p.m.	9,26	P.M.	N. 4	» 2-18 p.m.	8,95	P.M.	S.O. 3	
» 7-59 »	3,51	B.M.		» 8-33 »	4,27	B.M.		

M. P. CHENEVIER,

Architecte départemental, à Verdun (Meuse).

L'INCENDIE DE L'OPÉRA-COMIQUE DE PARIS.

— Séance du 29 septembre 1887. —

L'année dernière, au Congrès de Nancy, j'ai eu l'honneur de faire, devant la section du Génie civil, une communication sur la sécurité des spectateurs dans les théâtres.

A cette époque, les sinistres de Nice et de Vienne étaient déjà bien oubliés, et mes études ne pouvaient guère sortir du domaine spéculatif dans lequel paraissaient les reléguer l'organisation si complète de la

défense de ces édifices à Paris et les moyens perfectionnés qu'on avait lieu de penser suffisants pour maîtriser la rapidité d'action et la violence des incendies de cette nature.

La catastrophe de l'Opéra-Comique, si soudaine et si navrante, a montré qu'en plein Paris la situation générale des théâtres était loin de donner des garanties suffisantes pour la sécurité des spectateurs, et c'est avec un sentiment de stupeur bien naturel qu'on s'est rendu compte du véritable péril auquel l'une des scènes subventionnées les plus courues exposait depuis longtemps ses habitués et ses artistes, ainsi que le public cosmopolite qui s'y donnait habituellement rendez-vous.

On peut bien dire maintenant, qu'à cette époque, les trois-quarts des théâtres de Paris se trouvaient dans les mêmes conditions et qu'un incendie éclatant sur toute autre scène de la capitale, eût probablement fourni un contingent de victimes plus nombreux encore.

Des statisticiens ont calculé que le danger de mort n'est, paraît-il, que de un deux-millionnièmes par spectateur et qu'en conséquence la sécurité peut être considérée comme complète dans ces édifices.

A ce compte, il y aurait plus de morts subites dans la salle ou d'accidents de scène à redouter et l'on arriverait probablement à un total de victimes plus grand dans le second cas que dans le premier.

Il n'en reste pas moins acquis que les efforts les plus énergiques doivent être tentés pour que ce risque, si peu grave qu'il paraisse au point de vue de la statistique, soit encore diminué dans une forte mesure. Aussi, l'opinion publique, surexcitée par le sinistre de l'Opéra-Comique, a-t-elle opéré sur les Commissions une pression suffisante pour que des mesures radicales aient été prescrites et, la saison aidant, appliquées dans tous les théâtres de Paris.

Ce sont ces mesures que nous allons étudier en faisant remarquer, dût notre modestie en souffrir, que le plus grand nombre d'entr'elles ont été indiquées ici-même par nous, à une époque où l'on pensait que le service de surveillance et les trente-huit établissements d'étages de l'Opéra-Comique de Paris étaient plus que suffisants pour donner toutes garanties de sécurité aux spectateurs.

La catastrophe a fait trop de bruit et les journaux en ont donné des détails trop circonstanciés pour qu'il soit intéressant d'en rappeler les horreurs.

Ce qui frappe cependant dans l'incendie, c'est qu'il n'y a pas eu panique proprement dite au moment de l'annonce du feu.

Le public avait confiance. De vieux habitués retenaient même à leur place les spectateurs prudents qui sortaient de la salle; on retirait ses effets des vestiaires; en un mot, tout le monde pensait que

des mesures étaient prises pour qu'un commencement d'incendie fût vite réprimé.

Même quand la fumée eût envahi la salle, on pouvait encore gagner la rue par les issues ordinaires et par les corridors qui étaient complètement vides.

Ce qui prouve bien que le temps nécessaire pour l'évacuation complète de la salle a été suffisant, c'est que le public de l'amphithéâtre, guidé par le garde municipal Mathe, avec un sang-froid digne de tous les éloges, a pu sortir sans encombre et que ces parties si dangereuses du théâtre n'ont fourni aucune victime.

On peut dire que les malheureux, retrouvés plus tard dans les différentes parties de l'édifice, se sont perdus parce que, précisément, ils n'ont pas suivi le chemin ordinaire des sorties.

Tous, craignant les flammes ou peut-être l'écrasement dans les escaliers, se sont réfugiés dans des locaux fermés, attendant des secours qui ne sont pas venus et tentant en vain de s'échapper quand les gaz mortels de la combustion ont envahi leur retraite.

C'est donc leur confiance seule qui les a trahis, car s'ils avaient quitté leur place dès l'apparition de la première chute de matériaux enflammés sur la scène on n'aurait eu à déplorer, pour ainsi dire, aucun accident mortel.

On doit remarquer aussi que le feu s'est déclaré pendant la représentation et que le public l'a connu pour ainsi dire dès la première étincelle. Il avait donc au moins dix minutes pour sortir, puisque certains spectateurs n'ont quitté la salle que vingt minutes environ après l'irruption des premières flammes sur la scène.

Il semble, en résumé, que la construction proprement dite de la salle n'a influé que très peu sur le nombre des victimes.

Nous considérons même comme probable que des dégagements plus nombreux et de plus large section n'eussent modifié la catastrophe que dans une proportion bien minime puisqu'il est établi que tous ceux qui ont quitté leurs places dès la première alerte ont pu parvenir sans difficulté sérieuse jusqu'à la rue.

Il n'en est pas de même en ce qui touche les dispositions de la scène. On a reconnu, du moins cette fois, que l'agent redoutable et invisible qu'il y a lieu de craindre, c'est le gaz mortel qui s'échappe des parties en combustion insuffisamment alimentées d'oxigène. Il suffit, en effet, que l'air déjà si impur d'un théâtre soit mélangé de quelques millièmes d'oxyde de carbone pour qu'il devienne délétère au plus haut degré et qu'il provoque très rapidement dans l'organisme humain une syncope qui aboutit bientôt à la mort.

Nous ne rappellerons que pour mémoire les constatations faites à ce sujet par M. le docteur Brouardel sur les cadavres.

Ces expériences ont confirmé les recherches auxquelles s'étaient livrés MM. Carl Vogt et Denis Monnier lors des incendies de Nice et surtout de Vienne.

Elles ont montré l'urgence d'une séparation rapide et absolue entre la scène et la salle ainsi que la nécessité de l'aérage facile et complet de la scène destiné à entraîner au dehors, par tirage naturel, toute la fumée ainsi que les produits dangereux de la combustion.

Nous insistions surtout, l'année dernière, sur ces deux améliorations faciles à imposer dans les théâtres et nous les considérons encore comme pouvant écarter, sans autre complication ni frais dispendieux, tout péril immédiat pour les spectateurs.

Le danger d'incendie existant à l'état latent sur la scène, c'est d'abord cette partie dangereuse de l'édifice dont il faut perfectionner les dispositions défensives et qu'il importe surtout d'isoler complètement du reste de la construction, aussi bien des loges d'artistes que de la salle proprement dite.

Le rideau de fer plein a été imposé justement pour cet usage et comme on a décidé en même temps de le faire fonctionner pendant chaque représentation. on peut compter sur son concours dans le cas où il deviendrait nécessaire d'élever rapidement une cloison solide et incombustible entre un foyer de combustion dangereux et les spectateurs.

Mais en même temps qu'on circonscrit l'incendie, il est de toute nécessité de donner issue par la toiture de la scène aux torrents de fumée que dégagent toutes les décorations brûlant à la fois dans une atmosphère appauvrie d'oxygène.

L'idéal serait, dans ce cas, en sacrifiant la scène, de faire emploi du rideau de fer comme manteau d'une gigantesque cheminée dont il activerait le tirage en appelant de la salle l'air nécessaire à la combustion des matériaux enflammés.

Le courant d'air si dangereux qui s'établit ordinairement de la scène vers la salle par l'aspiration du lustre serait ainsi renversé, et ni la fumée ni la flamme ne pénètreraient dans aucune des parties occupées par les spectateurs.

Le difficile, à notre avis, est de dégager suffisamment la toiture de la scène au moment opportun, c'est-à-dire quand la flamme envahit en un instant tout l'immense vaisseau bondé de matériaux combustibles, et quand le personnel affolé ne songe plus qu'à se mettre le plus rapidement possible en sûreté.

On a proposé des châssis mobiles, munis de contre-poids, s'ouvrant

de l'extérieur, ou des soupapes plus ou moins solidaires du rideau et s'écartant aussitôt sa chute ; mais l'expérience a prouvé qu'à Vienne, à Nice et à l'Opéra-Comique on avait oublié de baisser le rideau de fer ; au Ring-Theater, par une négligence plus inexplicable encore, le signal d'alarme n'avait même pas été donné au poste central des pompiers quand il suffisait simplement de toucher un bouton disposé dans un lieu abrité de l'incendie.

Si le fonctionnement de ces châssis mobiles n'est pas journalier, leur mécanisme finira par se rouiller ou se détériorer. En hiver, les machinistes des cintres les caleront pour éviter le froid et, en somme, il est à craindre qu'ils refusent tout service quand, après une longue période de repos, on essaiera tout à coup de les manœuvrer.

Nous avons rappelé l'année dernière les combles vitrés américains dont les verres se brisent naturellement dès la première atteinte des flammes.

Nous pensons encore que ce dégagement automatique, dont la section correspond précisément à la violence de l'incendie, doit être préféré à tout organe mécanique, quelque perfectionné qu'il puisse être.

Il convient également de déterminer l'emplacement le plus favorable des ouvertures qui sont pratiquées dans le gril pour faire communiquer facilement le dessous des cintres avec les combles et les châssis vitrés qu'on y a disposés. C'est, évidemment, à proximité du mur de lointain qu'on doit appeler les flammes dès leur apparition, de façon à les éloigner le plus possible de la salle et à éviter tout retour offensif de leur part vers les spectateurs.

Nous continuons notre revue défensive de la scène en arrivant à l'éclairage.

Tout le monde sait que c'est une herse qui, à l'Opéra-Comique, a enflammé les premières décorations imprudemment rapprochées de son enveloppe.

La Commission des théâtres a imposé l'éclairage électrique dans tous les théâtres de Paris, et nous ne pouvons qu'applaudir à cette mesure radicale ; mais nous demanderons en même temps si l'éclairage au gaz, qu'on a chargé si justement de tant de méfaits à Paris, n'est pas aussi dangereux en province, où naturellement sa suppression n'a pu être réalisée que dans quelques grandes villes. Nous terminerons enfin ce qui concerne la scène par le chapitre que nous aurions dû placer en tête de cette étude, c'est-à-dire par l'ininflammabilité des décorations.

C'est une erreur assez répandue de croire que le matériel de scène

doit être rendu complètement incombustible. Il suffit, pour donner des garanties sérieuses contre la propagation de la flamme, que les décorations légères qui sont exposées constamment dans le voisinage des becs de gaz, plus ou moins protégés, encapuchonnés ou encagés, soient rendues ininflammables.

En supprimant la flamme, on n'a plus à craindre de propagation rapide et l'on se rend maître facilement du foyer d'incendie parce qu'on a le temps suffisant de mettre en œuvre les moyens d'attaque dont on dispose sur toutes les scènes. Il n'y a plus d'incendie possible, et la sécurité du public atteint des limites idéales.

Mais alors, pourquoi ne pas concentrer toute l'attention sur ce point capital de la défense des théâtres et consacrer à la réalisation de cette ininflammabilité de la scène les ressources pécuniaires dont on peut disposer?

S'il est possible d'obtenir une scène inincendiable par la combinaison de décors préparés et d'éclairage sans flamme, pourquoi ne pas s'en tenir strictement aux garanties complètes données par ces dispositions si importantes?

Qu'on y ajoute à la rigueur, et pour surcroît de sécurité, le rideau de fer et les châssis d'aérage qui provoquent un appel d'air sur la scène, tout le monde applaudira aux garanties supplémentaires ainsi créées; mais alors qu'on n'inquiète plus le public de la salle par tous les bouleversements qu'on a fait subir aux théâtres de Paris.

A notre avis, ce qu'il faut craindre dans une foule, c'est une panique, et les dispositions précédentes sont suffisantes pour l'éviter.

Ce n'est pas l'augmentation des issues qui empêchera les bousculades de se produire, et puisqu'un simple remous d'une multitude en plein air suffit pour écraser de nombreuses victimes, on aura beau multiplier les escaliers et les sorties, on n'obtiendra aucun résultat si des affolés obstruent toutes les baies en se portant en masse vers le même point pour les franchir.

Comme le fait remarquer M. Trélat dans son remarquable rapport à la commission des théâtres subventionnés : « *Les précautions prises pour isoler la scène incendiée ne gêneront jamais sensiblement le service théâtral; au contraire, toutes les dispositions propres à servir au sauvetage sont, par condition, préjudiciables au fonctionnement du théâtre.* »

Qu'on tienne la main à ce que tous les dégagements et les escaliers fonctionnent normalement pendant chaque représentation, rien n'est plus naturel après l'expérience cruelle et souvent répétée des dangers que présente leur fermeture habituelle; mais qu'on en vienne à considérer les salles de spectacle comme des lieux dangereux desquels il

faut toujours être prêt à s'échapper en toute hâte, c'est ce que nous nous refusons à concéder, étant donné que la méfiance des spectateurs tuerait la scène ; que les acteurs perdraient toute communion d'idées avec le public, et que le talent des uns et la bonne volonté des autres ne parviendraient jamais à affranchir leur esprit de préoccupations horribles qui glaceraient toute manifestation de plaisir ou tout entraînement artistique.

Occupons-nous maintenant des préoccupations de sauvetage qui ont dicté les modifications imposées dans les théâtres de Paris ; nous étudierons en même temps leur efficacité plus ou moins contestable.

En partant de la place occupée par un spectateur, nous trouvons : la suppression des strapontins, le couloir central de l'orchestre, les portes à coulisses ou à deux vantaux, les escaliers, et enfin les balcons extérieurs avec leurs fameuses échelles.

La suppression des strapontins contre lesquels on a tant crié a fait perdre des places, mais n'a rien fait gagner en rapidité d'évacuation, car les passages en bout des lignes de stalles sont restés les mêmes et les files de spectateurs s'y rencontrent encore et y produisent des remous comme auparavant.

D'ailleurs, en ne posant que des sièges se relevant seuls, on dégageait automatiquement presque la totalité du chemin réservé.

Quant au passage central du parterre et des fauteuils d'orchestre, bien qu'il existe en Italie dans certains théâtres et, paraît-il, en Angleterre, il présente toutes sortes d'inconvénients sans donner un seul avantage, attendu que les places du rez-de-chaussée d'un théâtre sont toujours facilement évacuées avant que l'atmosphère ne devienne délétère pour les spectateurs qui les occupent. Cette partie du théâtre est même l'une des plus sûres, attendu qu'elle ne fournit jamais de victimes.

C'est dans les hauteurs de la salle, au-dessus de l'arc de la scène, qu'il faut ménager des passages et agrandir les corridors parce que le contingent habituel des morts et blessés est fourni par les amphithéâtres.

Au rez-de-chaussée, le public, indépendamment des sorties ménagées pour la commodité de la distribution des spectateurs, peut s'échapper par les portes des baignoires ou des loges, et comme il n'a que peu de chemin à faire, il est bientôt en sûreté dans la rue.

Il est une autre considération très importante qui a été spirituellement développée par M. Sarcey : « *Il faut, dit-il, que le public pour s'émotionner et vibrer avec l'acteur se sente les coudes. Le rire ne se communique que si tous les spectateurs forment une masse sans*

solution de continuité. Votre rue le coupera en deux tronçons qui s'ennuieront séparément. C'est la mort du genre. »

De son côté, M. Trélat n'est pas moins affirmatif : « *Si on arrive à tant évider, dit-il, il n'y aura plus de spectacle; car une belle salle, devant une bonne scène française, n'est qu'un lieu d'encombrement; il doit être ordonné, mais il ne souffre pas le vide et veut rester plein. Qui changerait cela ruinerait la scène.* »

S'il est bien constaté que les places du rez-de-chaussée ne sont pas dangereuses et que les rues et les chemins vides produisent un effet désagréable, aussi bien sur le public que sur les acteurs, il y a bien des raisons de penser qu'on rétablira bientôt des strapontins perfectionnés. Simplement tolérés d'abord, ils reprendront petit à petit leur marche envahissante et les spectateurs qui paient actuellement leur enlèvement par suite de l'augmentation du prix des places, seront encore mieux disposés, peut-être, à couvrir d'or ces places de faveur qui auront pour eux maintenant l'attrait du fruit défendu.

Il ne faut pas compter non plus que, sous prétexte de sécurité théâtrale, les directeurs pourront élever indéfiniment le prix de leurs billets dont la moyenne à Paris est déjà si lourde pour les petites bourses, car ils constateraient bientôt, à leur détriment, qu'à une élévation dans le prix de consommation correspond toujours une diminution de trafic.

Je ne dirai rien des portes à coulisses ou à deux vantaux dégageant les couloirs. Je me prononcerai plutôt pour l'adoption des portes à deux vantaux, attendu que celles à coulisses ne peuvent fermer seules ; je considère en effet comme un facteur important de sécurité que les portes, à tous les étages, ferment automatiquement et hermétiquement.

Il ne faut pas oublier qu'à l'Opéra-Comique la fumée n'a envahi si rapidement les escaliers et les couloirs que par les portes des loges et des galeries restées ouvertes.

On peut avancer que si l'isolement complet de la salle avait été opéré, même par ces fragiles barrières, l'atmosphère des couloirs fût restée respirable pendant un temps suffisant pour que les derniers spectateurs eussent pu être sauvés.

Nous croyons donc qu'il est essentiel d'opérer d'abord l'isolement de la scène par le rideau de fer plein et ensuite, l'isolement de la salle par la fermeture de toutes les ouvertures qui donnent sur les couloirs.

Il nous reste à parler des balcons extérieurs et des échelles de sauvetage.

On nous permettra de considérer ces soi-disant améliorations comme ne répondant en aucune façon au but qu'on s'est proposé d'atteindre.

D'abord il n'est pas possible de les établir partout à la hauteur de chaque galerie intérieure. Si l'on admet ensuite que des spectateurs, craignant l'écrasement des escaliers, s'y précipitent en grand nombre, ils seront immédiatement acculés dans une impasse car les échelles, dont nous parlerons dans un instant, n'en pourront laisser descendre qu'un très petit nombre.

S'ils étaient à l'abri sur ces terrasses, cela ne serait encore que quelques mauvaises minutes d'attente à subir; mais si l'incendie envahit les couloirs, est-ce que la flamme ne sortira pas avec des torrents de gaz asphyxiants par les baies ouvertes sur ces balcons? Est-ce que l'horrible fumée ne s'épanouira pas sous les plafonds des galeries, ne débordera pas de celles inférieures et ne rendra pas l'atmosphère immédiatement irrespirable?

Est-ce que les malheureux, pressés dans un étroit espace, défilant lentement par l'orifice de l'échelle avec le vide devant eux, les flammes grondant derrière et l'obscurité partout seront sauvegardés par ces galeries où ils espéraient trouver le salut?

Ils n'auront ni chance de fuite, ni air pur, ni secours à attendre, car le nombre à sauver serait trop considérable. Ceux qui pourront résister à l'asphyxie ou aux flammes sauteront, suivant l'énergique expression de M. Guimet, qui déclare que « *aux étages supérieurs d'un théâtre, chaque balcon est une excitation au suicide.* »

La contagion de l'exemple aidant, tous les malheureux restés valides viendront en un instant se meurtrir sur le pavé de la rue.

Nous arrivons maintenant aux échelles de tous systèmes qui doivent faire communiquer les balcons entre eux. Peut-on admettre un seul instant que des femmes, des enfants, des vieillards feront usage d'un chemin si dangereux et complètement inconnu pour tous, sans accident, sans crainte, sans panique?

Mais le premier tombant sera piétiné par tous les autres. Il se formera un monceau de faibles, d'écloppés ou d'affolés qui grossira d'instant en instant et obstruera fatalement l'étroit passage réservé entre chaque terrasse. Ce passage, lui-même, sera ainsi envahi par la fumée roulant sous le plafond de la galerie inférieure.

Il ne restera alors d'autre ressource aux retardataires que de sauter dans la rue, comme tout à l'heure.

On ne saurait admettre, d'autre part, que les balcons n'auront à

évacuer qu'un petit nombre de spectateurs, car tout le public de chaque étage se précipitera vers la voie de salut la plus courte qui lui sera offerte et se croira sauvé parce qu'il est dehors. C'est donc une fausse sécurité qu'on lui offre, une occasion de sauvetage qu'il importe de ne pas faire naître, car M. Trélat l'a très justement dit : « *la vraie sécurité des théâtres est celle qui ne donne jamais lieu à des sauvetages* », c'est-à-dire celle qui est garantie plutôt par l'absence des dangers de feu que par les dispositions les plus perfectionnées pouvant concourir au sauvetage direct des spectateurs.

Les seuls balcons possibles sont ceux à ciel ouvert, communiquant avec les maisons voisines, et les terrasses qui ont pu, à Vienne et à Exeter tout récemment, abriter une foule de gens sautant méthodiquement dans de grandes toiles tendues pour les recevoir.

Il peut être utile aussi de réserver des balcons avec échelles pour la sortie du personnel peu nombreux des étages supérieurs de la scène, parce que l'unique escalier des artistes est ordinairement de très petites dimensions et qu'il peut être envahi par les flammes dans les premiers moments de l'incendie.

Une installation de ce genre a été très habilement disposée au théâtre de Reims par M. Gosset, et nous pensons qu'elle donne toutes garanties.

En terminant cette étude, nous ferons remarquer qu'il est plus facile et plus économique de protéger cent théâtres contre les risques d'incendie que d'en sauver un seul dès qu'il est en feu. La vieille maxime : « *Mieux vaut prévenir que guérir* » mériterait d'être appliquée ici ; malheureusement, il semble que, dans l'étude des moyens de sécurité à prescrire, l'effet ait été visé constamment bien plus que la cause.

On a agrandi les issues, augmenté les escaliers, multiplié les passages ; on a créé des galeries extérieures, des balcons, des échelles : on a supprimé des loges, coupé des banquettes et sérieusement la question de la suppression des petits bancs a été agitée : en un mot, les préoccupations de sauvetage des spectateurs ont pris une importance capitale pendant que les dispositions défensives de la scène, bien plus utiles à notre avis, ont été, sinon négligées, mais au moins mises au second plan des réformes à introduire dans les théâtres.

Et cependant, le risque d'incendie provenant toujours de la scène, il est évident que le meilleur moyen d'assurer la sécurité des spectateurs consiste à rendre impossible toute inflammation dangereuse dans cette partie du théâtre.

On a d'un côté les appareils à gaz, source du danger, et, d'autre

part, les décorations de scène qui sont un aliment tout préparé pour les flammes d'éclairage à proximité desquelles elles sont constamment établies.

Il serait difficile, surtout en province, de faire disparaître le gaz dans les théâtres; mais on pourrait rendre facilement les décorations ininflammables. En supprimant le combustible, ou tout au moins la flamme qui provoque la combustion, on éliminerait ainsi le principal risque d'incendie sur la scène et toute autre mesure défensive ou modificative de la salle tendant au sauvetage du public deviendrait presque inutile. Nous croyons donc que l'ininflammabilité des décors s'impose comme première condition de sécurité des spectateurs, et nous estimons qu'une loi devrait rendre cette ininflammabilité obligatoire dans tous les théâtres de France.

M. G. TROUVÉ,

Ingénieur électricien, à Paris.

APPAREILS ÉLECTRIQUES.

— Séance du 28 septembre 1887. —

HÉLICOPTÈRE ET AÉROPLANE ÉLECTRIQUES.

M. Trouvé a construit différents petits moteurs, du genre Gramme et Siemens, d'une extrême délicatesse, pour des expériences de navigation aérienne.

Un de ces moteurs ne pèse que 0 kil. 090 gr. et peut néanmoins développer au frein 2 kilogrammètres environ. Tous les organes sont en aluminium, sauf les pièces polaires qui sont en fer. Ce moteur, qui peut tenir dans un cube de 3 centimètres de côté, se soulève à une hauteur de 22 mètres en une seconde, par l'intermédiaire d'un fil et d'un point d'appui fixe.

Muni d'une hélice légère et placé dans le plateau d'une balance[1],

1. M. Trouvé a disposé pour plus de facilité une balance légère à longs bras auxquels se fixe le moteur en expérience (*fig.* 1). Les communications électriques se font à travers le pied, les couteaux et les bras de la balance de manière à n'être pas gêné par les fils. Cette balance, mobile dans le sens vertical et horizontal, permet de faire les expériences de l'hélicoptère et de l'aéroplane électriques.

il se soulève de tout son poids, lorsqu'on le met en rapport avec une source électrique constante de 40 watts. Suspendu au-dessous d'un aéroplane, il l'entraîne avec une grande vélocité. Un moteur d'un cheval (75 kilogrammètres) construit dans les conditions de légèreté du moteur ci-dessus, pèserait à peine 3 kilos 5. M. Trouvé rappelle à ce sujet qu'il construit couramment des moteurs électriques de demi et d'un cheval, dont les poids sont 8 et 15 kilogrammes. Ces poids seraient réduits de beaucoup, en substituant, comme dans le petit moteur, l'aluminium au cuivre.

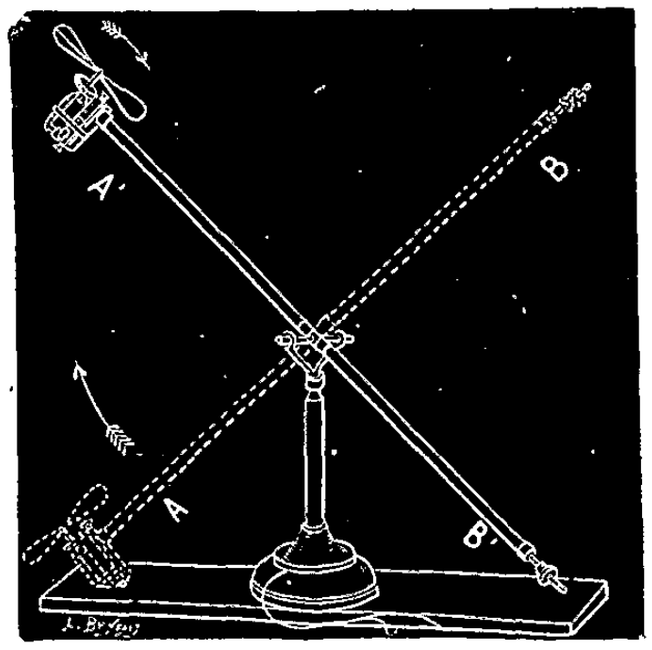


Fig. 1.

Ils permettront, avec de faibles dépenses, de mieux étudier qu'on ne l'a fait jusqu'alors le rendement des hélices aériennes et la meilleure forme à leur donner.

NOUVEAU COMMUTATEUR INTERRUPTEUR.

Ce commutateur est destiné aux courants très énergiques ou de

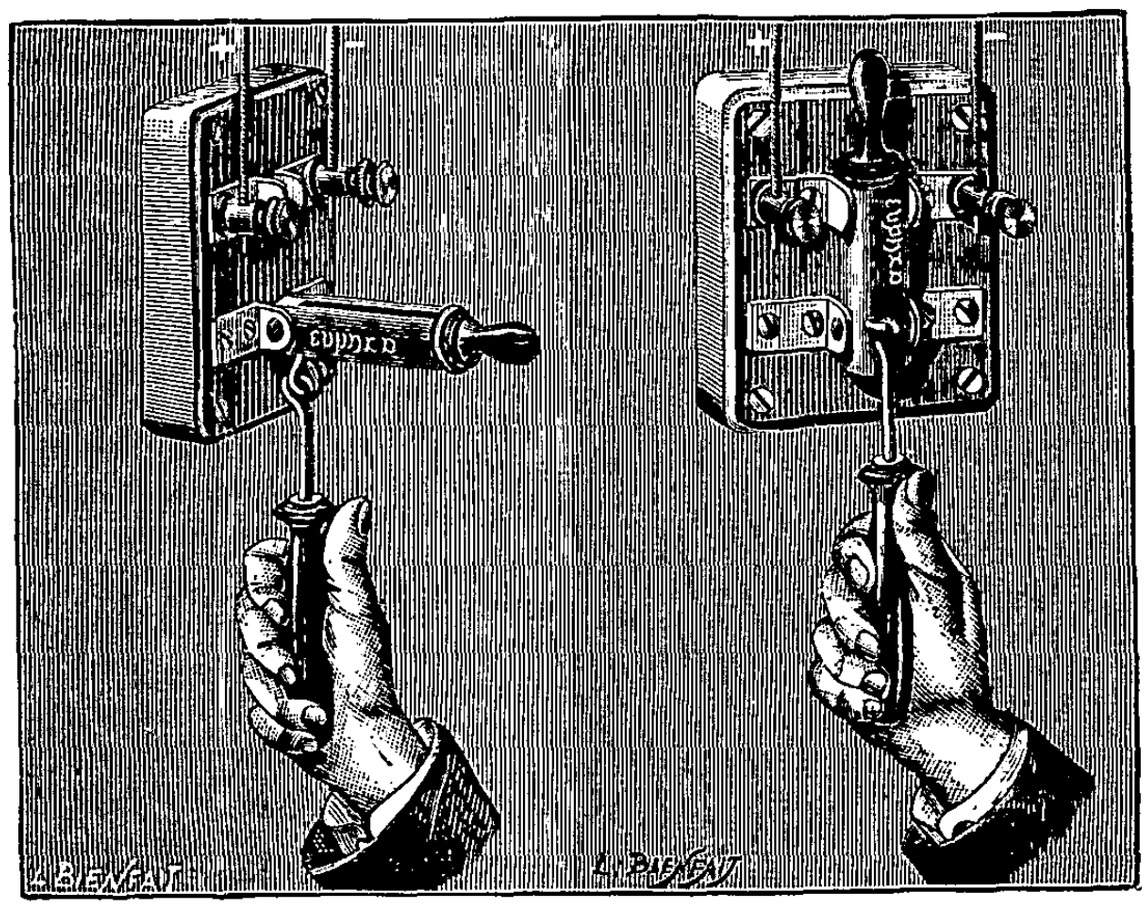


Fig. 2.

haut potentiel, dont il supprime ou atténue considérablement l'étin-

celle de rupture, tout en préservant de tout accident celui qui le manœuvre.

Il est dit à déclenchement et se compose de quatre équerres métalliques disposées deux à deux sur un socle de matière isolante.

Le levier de manœuvre pivote sur les équerres inférieures et s'engage, à frottement élastique, entre les deux équerres supérieures où aboutissent les conducteurs. Dans ces conditions, il fait partie du circuit.

On le met en dehors du circuit, en exerçant sur lui une forte traction par l'intermédiaire d'un crochet à manche isolant. Ces deux phases du fonctionnement sont parfaitement représentées par les dessins de droite et de gauche de la figure 2.

D'après le fonctionnement que nous venons d'indiquer, il est facile de comprendre que, contrairement aux commutateurs ordinaires, la distance qui sépare les pièces de contact au moment de l'interruption croît plus vite que le chemin parcouru par le levier et qu'en outre il est entièrement en dehors du circuit. Pour ces deux raisons, il convient dans les applications exigeant des courants énergiques.

AUXANOSCOPE ÉLECTRIQUE.

Cet appareil, comme son nom l'indique, permet d'opérer les agrandissements, soit de dessins, soit de photographies, sans avoir recours à des clichés transparents.

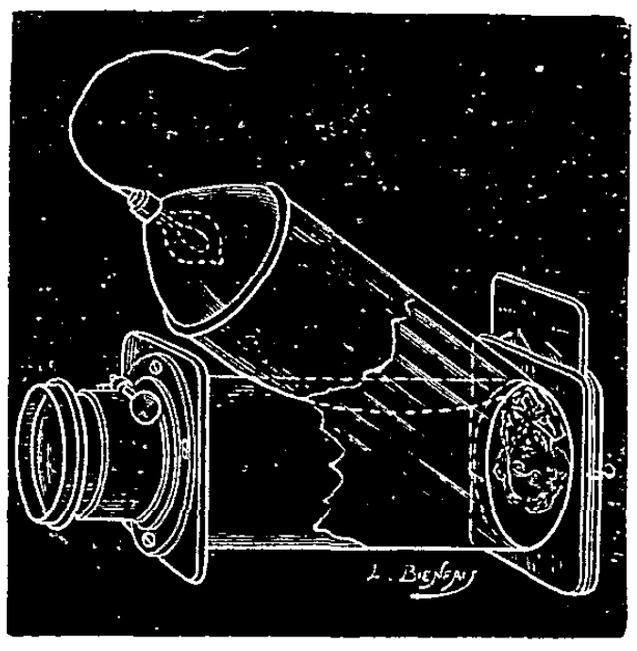


Fig. 3.

C'est en quelque sorte un lampascope électrique ou une lanterne magïque des corps opaques.

Si les moyens mis en action par l'auteur ne présentent pas une grande nouveauté, nous croyons néanmoins que, par la simplicité des organes mis en jeu et les effets obtenus, il mérite d'être connu des savants, des architectes, des peintres, des dessinateurs, auxquels il est appelé à rendre de réels services.

Il deviendra un puissant auxiliaire entre les mains des professeurs pour la projection dans les cours des minéraux, des insectes morts ou vivants, voire même des pièces anatomiques naturelles ou artificielles très grossies et sans aucune altération des détails et des couleurs.

La combinaison d'un point lumineux intense, ou de plusieurs (incandescence à l'air libre ou dans le vide) avec un ou plusieurs réflecteurs paraboliques permet une meilleure mise au point que lorsqu'il s'agit d'un éclairage artificiel au gaz ou aux huiles minérales, ce qui explique suffisamment une meilleure utilisation de la lumière à égalité d'intensité.

L'appareil (*fig.* 3) est constitué par deux tubes cylindriques, se raccordant sous un angle déterminé, dont l'un porte à son extrémité supérieure le foyer lumineux et le réflecteur parabolique; l'autre, l'objectif photographique ordinaire.

Au sommet de l'angle formé par les deux cylindres se place l'objet ou l'image à projeter par réflexion sur l'écran. C'est ainsi que M. Trouvé a projeté les photographies de MM. Chevreuil et Pasteur. Les projections les mieux réussies furent celles des pièces de monnaie et surtout celle du mouvement d'une montre en marche.

L'auxanoscope à double foyer lumineux est en tout semblable au précédent; il n'en diffère que par l'adjonction d'un second corps de cylindre armé comme le premier d'une lampe à incandescence placée au foyer d'un second réflecteur parabolique.

La batterie qui met en action les auxanoscopes électriques est la même que celle qui a été présentée à l'Académie des sciences par M. de Lacaze Duthiers et dont on trouvera la description avec figures au *Bulletin**. Elle est très portative, et la dépense se réduit à 25 centimes pour un éclairage de trois heures.

Les constantes pour chaque élément sont :

$$E = 1 \text{ volt } 9$$
$$r = 0^{ohm},09 \text{ à } 0^{ohm},1.$$

L'appareil pouvant fonctionner avec quelques éléments Bunsen, il est peu d'établissements scolaires qui ne pourront l'utiliser.

* Académie des sciences, séance du 3 août 1885.

M. Marcellin LANGLOIS,

Professeur de physique au Collège de Beauvais.

DE LA CONSTITUTION DE L'ALCOOL A L'ÉTAT GAZEUX ET A L'ÉTAT LIQUIDE. — ANOMALIES RELATIVES A LA CHALEUR DE VAPORISATION. — EXPLICATION DE CES ANOMALIES.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

Quand l'alcool se réduit en vapeurs, à l'inverse de ce qui se produit pour d'autres liquides, sa chaleur de vaporisation croît avec la température jusqu'à 25° environ, puis va ensuite décroissant, comme cela se produit d'ordinaire.

En appliquant les principes ordinaires de la théorie mécanique de la chaleur, Zeuner trouve pour valeurs de la différence « entre le volume gazeux et le volume liquide de la même quantité d'alcool à l'état de vapeur saturée, des nombres qui ne sont nullement d'accord avec ceux d'expériences ».

Les expériences de Herwig ont établi, en effet, que l'on obtient pour une vapeur une densité constante indépendamment de la température à laquelle on l'observe, pourvu qu'elle soit assez raréfiée.

Les résultats obtenus entre 23 et 100 degrés établissent que la densité de vapeur de l'alcool n'est pas égale au nombre théorique 1,59 mais plus faible. C'est ainsi qu'on obtient les nombres :

Température.	Densité de vapeur.
23°	1.55.
30,5	1,555.
36,4	1.555.
41,9	1.550.
47,8	1,552.
57,8	1,551.
62,9	1,552.
96,9	1,548.

Les valeurs de u trouvées par Zeuner sont beaucoup plus fortes que celles qui résultent de l'emploi des données ci-dessus. C'est ainsi que Zeuner trouve pour valeur de u à 30° $u = 5,73$, alors que le nombre qui résulte des données de Herwig est égal à 5,343, ce qui fait une différence de 387 litres pour un kilogramme de vapeur.

Pour de hautes températures, sous des tensions maxima très fortes, bien qu'on ne possède pas de données expérimentales, il y a de grandes probabilités pour que la densité de vapeur de l'alcool soit supérieure au terme théorique 1,59. Je déterminerai plus loin cette densité pour la température 150°.

Pour l'instant, il convient d'abord de donner la représentation graphique de la constitution de l'alcool dans ma théorie.

La molécule gazeuse étant représentée dans la figure 1.

$$M = (CH^2)$$
$$X = (OH)$$

La ligne pleine représente l'enveloppe de ce que j'ai appelé la molécule totale, M — X et M — H deux molécules secondaires. (*Congrès de Nancy.*)

La molécule liquide sera représentée par la figure 2.

La molécule secondaire M — X est, on le voit, passée au centre de la molécule totale, tandis que la molécule M — H est devenue l'enveloppe en quelque sorte de la molécule d'alcool.

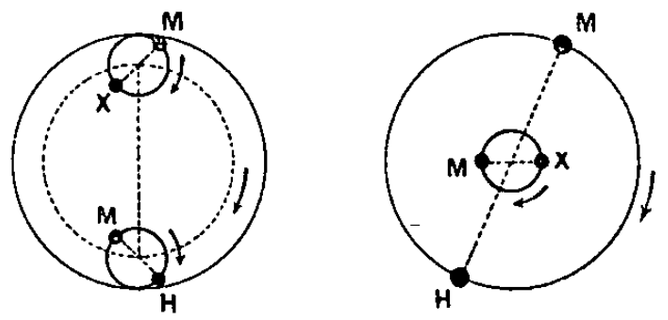


Fig. 1 et 2.

Ce sont les considérations relatives à la chaleur spécifique des liquides et à leur compressibilité qui m'ont amené à cette conception de la molécule d'alcool à l'état liquide, et m'ont permis d'interpréter les anomalies que l'on constate au sujet de la chaleur de vaporisation de $C^2H^5(OH)$.

Si, en effet, on applique à l'alcool les principes relatifs à la chaleur de vaporisation (*Comptes rendus du Congrès de Nancy*), on trouve 205 calories environ pour quantité de chaleur dégagée dans la condensation. Or, le nombre d'expériences est 236 calories 5.

Il convient, dans ces conditions, d'examiner ce qui se passe dans l'hypothèse d'une modification isomérique du genre de celle que je viens de signaler.

La molécule gazeuse, constituée comme l'indique la figure, équivaut à trois molécules gazeuses à deux atomes ayant absorbé chacune pour passer du volume 0 au volume $\frac{4}{3}\pi R^3$ sous la pression $12^{mm}7$, une quantité de chaleur exprimée par la formule générale :

$$\frac{V\pi pg}{9\times 425} = Q$$

où V représente le volume à 0° sous la pression $12^{mm}7$ (ce volume est exprimé en fonctions du mètre cube), p exprime la pression en kilogrammes par unité de surface de la vapeur saturée; $g = 9{,}81$.

En effectuant les calculs et en partant du nombre 1,55, densité de la vapeur à 0°, on a $Q = 41{,}69$.

La molécule liquide équivalant à deux molécules secondaires, lors de la transformation isomérique, il y a évidemment un dégagement de 41,69 par suite de la disparition d'une molécule.

La molécule secondaire M — H de la figure 1 étant devenue molécule enveloppe dans la figure 2, il reste à appliquer les formules ordinaires de la chaleur de vaporisation.

μ étant la masse de M — H, v la vitesse de M et de H à l'état gazeux et à 0°, V la vitesse liquide, on a pour valeur de la chaleur d'oscillation moléculaire :

$$(\alpha) \qquad \sum \frac{1}{E}\frac{4}{\pi^2}\frac{\mu}{2}\left(\frac{V^2 - v^2}{2}\right) = \varphi,$$

avec la relation $\frac{V^2}{v^2} = L\frac{R^3}{r^3}$, R étant le rayon moléculaire gazeux de la vapeur saturée, r celui de la molécule liquide.

Il convient à ce sujet de se rappeler la relation $\frac{R^3}{r^3} = \frac{V}{1{,}0607\, v}$; que j'ai donnée antérieurement, et où V est le volume d'un kilogr. de vapeur saturée, v celui du liquide qui en provient.

Or à 0° on a : $\quad L\frac{R^3}{r^3} = 10{,}044.$

En remplaçant dans la formule (α) les lettres par leur valeur, on a $\varphi = 152$ calories 66.

Il reste enfin à évaluer la chaleur résultant de la déformation de la surface moléculaire sous pression constante; elle est égale à

$$\frac{(V - v)\pi pg}{9 \times 425},$$

ou, à cause de la petitesse de v,

$$\frac{V\pi pg}{9 \times 425} = 41{,}69.$$

On a donc comme chaleur dégagée dans la condensation :

$$41{,}69 + 152{,}66 + 41{,}69 = 235{,}94.$$

Trouvé : 236 c. 5.

Ce qui permet d'affirmer qu'à 0° la densité de vapeur de l'alcool est un peu plus petite que 1,55.

... A 30° on a, en prenant les nombres d'Is. Pierre relatifs à la dilatation de l'alcool liquide, celui de Herwig relatif à la densité

$$L\frac{R^3}{r^3} = 9{,}076,$$

et pour valeur de la chaleur de condensation :

$$\lambda = 242 \text{ calories } 0\ldots$$

Trouvé : 240,51.

... A 60° $L\frac{R^3}{r^3} = 7{,}085.$

$$\lambda = 225{,}94.$$

Trouvé : 227,6.

Les conclusions à tirer des résultats pour 30° et 60° sont qu'à 30° la densité trouvée par Herwig est un peu trop faible; qu'à 60° elle est, au contraire, un peu trop forte.

Mais elles sont subordonnées à cette condition que les nombres de Regnault, quant à la chaleur de vaporisation, sont *absolument* exacts.

On peut voir, par les résultats que je viens de donner, que si la chaleur de condensation est au-dessus de 0° supérieure à 235 calories 5, contrairement à ce qui a lieu d'habitude, il vient un moment où elle devient inférieure pour décroître constamment.

Densité de vapeur à 150°. — Il nous reste actuellement à déterminer la densité de vapeur à 150°.

La formule à l'aide de laquelle on arrive à déterminer le volume V d'un kilogramme de vapeur saturée à 150° en fonction des quantités connues, dont la chaleur de vaporisation renferme un terme de la forme aV.LV. Je détermine alors l'inconnue par approximations successives et je trouve pour densité de vapeur 1,83.

Dans ce cas, on trouve pour valeur du volume de vapeur 67 litres 97.

Un litre d'alcool liquide à 0° occupant à 150° un volume de 1 litre 2407 (Kopp), on a pour volume de 1 kilogramme d'alcool liquide à cette température 1 litre 52, ce qui fait, pour la valeur de u figurant dans les tables de Zeuner. $u = 0^{mc},0664$.

Zeuner trouve $u = 0^{mc}069$.

M. Marcellin LANGLOIS,

Professeur de physique au Collège de Beauvais.

PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DU PHOSPHORE.

— Séance du 29 septembre 1887. —

Chaleur spécifique. — Avant d'examiner ici les propriétés du phosphore au point de vue de ma théorie du mouvement atomique, j'aurai à signaler le peu de concordance des données expérimentales fournies par les divers physiciens.

C'est ainsi que Kopp donne pour coefficient de dilatation du phosphore solide le nombre 0,000383, tandis qu'Ermann trouve, de son côté, 0,000474. La différence est assez sensible pour n'être pas négligeable dans le cas des applications à la théorie de la chaleur.

Il en est de même pour les densités : je ne parle pas des densités du phosphore solide, trouvées beaucoup plus fortes par les expérimentateurs d'autrefois que par ceux d'aujourd'hui, ces expérimentateurs ayant probablement opéré sur du phosphore blanc mélangé avec du phosphore rouge. Mais on trouve dans tous les recueils indiquée une densité du phosphore liquide à 44° égale à 1,88. Cette densité, ayant été déterminée par Regnault, l'expérimentateur habile par excellence, on est en droit de se demander quelle peut être la cause de cette différence avec le nombre admis aujourd'hui inférieur à 1,80, le nombre 1,88 étant d'ailleurs supérieur à 1,837, densité à 0°.

Il me reste à faire une dernière observation au sujet des expériences de M. Joubert sur les tensions de vapeur du phosphore. En construisant la courbe des tensions sur les données de ce savant, on trouve que cette courbe présente un point de rebroussement à 35°, ce qui est fort peu probable dans la réalité. La tension $0^{mm}39$ est donc un peu trop forte.

. . . . . .

La chaleur spécifique du phosphore sera déterminée à la température 10° pour laquelle on a les données suivantes : tension de vapeur $0^{mm}05$ (Joubert), coefficient de dilatation 0,000383 (Kopp), densité 1,83 (Pisati et de Franchis) ; quant à la densité de la vapeur, elle

est égale à 4,29 et se rapporte à un corps dont la molécule renferme 4 atomes.

Comment ces atomes sont-ils disposés à l'intérieur ? Pour le savoir, nous allons déterminer de quel coefficient doit être affecté le terme

$$\sum \frac{1}{E} \int_{r'}^{r} \pi r^2 P g \partial r,$$

qui représente la chaleur absorbée pendant une variation de la molécule comprise entre r rayon initial et r' rayon final.

α étant le coefficient de dilatation, on a évidemment :

$$(1) \qquad \sum \frac{1}{E} \frac{\pi r^3}{3} P g \alpha$$

P étant la pression en kilogramme par unité de surface, déterminée par la relation

$$P = \frac{R^3}{r^3} \cdot p \cdot L \frac{R^3}{r^3}.$$

p représentant la tension maxima en kilogr. à 10°.

L'expression (1) devient pour 1 kilogr. de phosphore :

$$(\alpha) \qquad \frac{\nu \pi P g \alpha + 1{,}0607}{2 \times 9 \times 425} = Q.$$

ν est le volume occupé par 1 kilogramme de phosphore solide. et 1,0607 est un terme qui provient du groupement moléculaire du phosphore, que je prends identique à celui du mercure à cause de sa facilité à cristalliser dans le système octaédrique. (*Comptes rendus du Congrès de Nancy.*)

425 est l'équivalent mécanique de la chaleur.

$$\nu = \frac{1}{1{,}83 \times 1000} \text{ (en fonction du mètre cube).}$$

$$\pi = 3{,}1417 \qquad P = \frac{V}{1{,}0607\nu} \cdot \frac{10333 \times 0{,}05}{760} L \frac{V}{1{,}0607\nu}.$$

$$V = \frac{\left(1 + \frac{10}{273}\right) 760}{4{,}29 \times 1{,}293 \times 0{,}05} \text{ en fonction du mètre cube.}$$

En remplaçant dans (α) toutes les lettres par leurs valeurs, on a finalement :

$$Q = 0{,}0467.$$

En multipliant par 4, on a justement un des nombres obtenus pour chaleur spécifique du phosphore 0,1868.

Trouvé par Dulong et Petit, de 10° à 30°, 0,188.

Il semblerait donc que la résultante des forces de la molécule de phosphore fût égale à $4\pi\rho^2 Pg$. On pourrait admettre que les 4 atomes sont diamétralement opposés suivant deux directions perpendiculaires. (Dans les molécules solides ou liquides, les forces interatomiques ne dépendant en aucune façon de la distance et les liaisons pouvant être considérées comme rigides.)

Mais il est difficile d'admettre, en même temps, qu'il n'y a pas d'attraction intermoléculaire dans le phosphore comme dans les autres corps solides.

Il n'est donc pas possible de supposer les atomes disposés de la sorte.

Une supposition est admissible : celle d'un *radical* Ph^2 fonctionnant comme atome (*Compte rendu du Congrès de Nancy*) et se mouvant sur la surface de la molécule totale et d'une *molécule secondaire* $Ph - Ph$ fonctionnant *comme gazeuse*, son centre coïncidant avec celui de la molécule totale.

Il est facile de calculer pour cette dernière catégorie de molécules la chaleur absorbée pendant une variation ; on n'a qu'à appliquer les règles relatives aux gaz biatomiqués.

On trouve ainsi $\varphi = 0{,}0549$.

Il faut ajouter à cette quantité l'équivalent calorifique du travail de la force $4\pi r^2 Pg - \frac{Mv^2}{r}$ pendant la variation.

Or $$\frac{Mv^2}{r} = \frac{8}{3}\pi\rho^2 Pg .$$

Donc la résultante égale

$$\frac{4}{3}\pi r^2 Pg.$$

Il faut y ajouter $1{,}414\,\pi r^2 Pg$ provenant de l'attraction intermoléculaire. Ce qui donne en tout :

$$2{,}747\,\pi r^2 Pg.$$

L'équivalent calorifique du travail de cette force est égal à

$$2{,}747 \times 0{,}0467 = 0{,}12788$$

ce qui ajouté à φ donne $0{,}1827$.

Les figures suivantes 1 et 2 donnent l'idée de cette structure moléculaire et du groupement des molécules de phosphore.

Je me borne pour l'instant à cette hypothèse quant à la constitution de la molécule de phosphore blanc solide, et cela afin de donner la méthode à suivre en vérifiant si elle donne la chaleur de fusion.

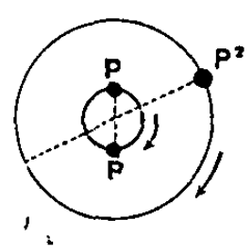
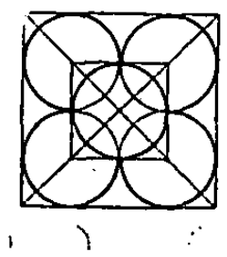


Fig. 1.


Fig. 2.

Chaleur de fusion du phosphore. — La chaleur de fusion est donnée par la formule relative à la chaleur spécifique de la molécule enveloppe, formule dans laquelle on remplace le coefficient de dilatation par la dilatation brusque du corps lors de sa liquéfaction.

$$Q = \sum \frac{1}{E} \int_{r'}^{r} 2{,}747\ \pi r^2 P g$$

$$= \frac{\nu \pi P g \alpha \times 1{,}0607}{2 \times 9 \times 425} \times 2{,}747.$$

ν le volume à l'état solide à 44° est en fonction du mètre cube égal à $\frac{1}{1{,}806 \times 1000}$.

$$P = \frac{R^3}{r^3} \cdot p\ L\ \frac{R^3}{r^3} = \frac{V}{1{,}0607\nu}\ p\ L\ \frac{V}{1{,}0607\nu}.$$

$$V = \frac{\left(1 + \frac{44}{273}\right) 760}{4{,}29 \times 1{,}294 \times 0{,}62} \qquad p = \frac{10033 \times 0{,}62}{760},$$

$0^{mm},62$ étant la tension de vapeur à 44°.

Les calculs effectués, il vient pour valeur de Q 10 calories 08, qui est le double du nombre trouvé par Person. ($\alpha = 0{,}0334$) (Kopp).

Si l'on ne considère que le travail de l'attraction *intermoléculaire au contact*, $1.414\pi\rho^2 P g$, on trouve pour son équivalent calorifique 5 calories 18.

Faut-il admettre que la présence de la molécule secondaire intérieure P — P à deux atomes séparés et fonctionnant comme gazeuse influe, dans le cas d'une déformation BRUSQUE de la molécule P^2 monoatomique sur le travail effectué : ce n'est pas probable.

En supposant maintenant la molécule de phosphore composée de deux molécules secondaires P — P animées d'un mouvement de translation sur la surface, chacune de ces molécules étant biatomique

et, de plus, assimilable à une molécule gazeuse, on a pour valeur de la tension suivant le rayon moléculaire

$$\pi\rho P'^2 g = f .$$

ρ étant le rayon de ces molécules secondaires. A cause du mouvement de translation on a, en outre,

$$\pi\rho^2 P' g = \pi r^2 P g .$$

$\pi r^2 P g$ étant une force dirigée vers le centre de la molécule solide, tandis que $\pi\rho^2 P' g$ est une tension, c'est-à-dire une force dirigée en sens contraire.

Il y a donc équilibre de la surface limite de la molécule et il n'y a plus à considérer que l'attraction intermoléculaire $1{,}414\pi r^2 P g$. Dans ce cas, pendant la fusion, le travail effectué se trouve avoir pour équivalent calorifique 5 calories 18.

... Mais, alors, la chaleur spécifique doit être calculée d'autre façon que précédemment : elle se compose, en effet, de la chaleur spécifique des molécules secondaires considérés comme gazeuses, soit :

$$2 \times 0{,}0549 ,$$

plus la chaleur nécessaire pour produire le travail intermoléculaire pendant la dilatation. Cette chaleur est égale à 0,0657 avec le coefficient de Kopp, 0,000383; à 0,0791 avec le coefficient d'Ermann, 0,000474.

Dans les deux cas on a, avec le nombre de Kopp :

0,1755 pour chaleur spécifique,
et 0,1889 avec celui d'Ermann.

Je me suis arrêté à cette dernière manière de concevoir la molécule de phosphore, d'autant qu'elle permet de concevoir comment les choses se passent dans la molécule de phosphore rouge.

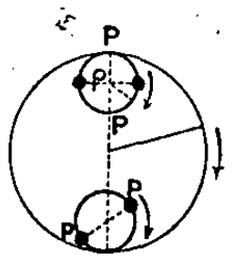


Fig. 3.

Si les molécules P — P secondaires sont elles-mêmes atteintes par le changement d'état, elles deviennent purement et simplement des radicaux P^2 fonctionnant chacun comme un *atome*. Il y a alors un dégagement de chaleur, contraction, et lorsque la transformation est complète, les molécules $[P - \underline{P}][\underline{P} - P]$ sont devenues molécules biatomiques $P^2 - P^2$.

Chaleur de vaporisation. — Dans ces conditions, si on détermine

un jour la chaleur de vaporisation du phosphore, le nombre que l'on trouvera pour sa valeur sera donné par la formule

$$\frac{1}{E}\,v\pi P g\,L\,1{,}813\left(\frac{V}{1{,}0607v}\right)^{k},$$

dans laquelle v représente le volume d'un kilogramme de phosphore liquide à la température de vaporisation, P une pression en kilogrammes déterminée par la relation

$$P = \frac{V}{1{,}0607v}\cdot\frac{10333}{760}\,f\,L\,\frac{V}{1{,}0607v}.$$

V étant le volume d'un kilogramme de vapeur de phosphore à la température de vaporisation, f la tension maxima en millimètres de mercure, k le nombre 0,405.

M. Marcellin **LANGLOIS**,

Professeur de physique au Collège de Beauvais.

SUR LE RAYON DES MOLÉCULES SECONDAIRES. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LES RADICAUX.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

Dans ma communication relativement au phosphore, j'ai dit que le rayon de la molécule secondaire étant désignée par ρ, sa tension superficielle par P, le rayon de la molécule solide par r, l'attraction superficielle par p, on avait la relation :

() $$\rho^2 P = r^2 p.$$

D'autre part, la molécule secondaire se comporte comme une molécule gazeuse. Supposons qu'elle occupe seule le volume de la molécule totale de vapeur saturée sous la pression maxima f, exprimée en kilogrammes. R étant le rayon de la molécule de vapeur, on a en vertu de la loi de Mariotte :

$$P = f\cdot\frac{R^3}{\rho^3}.$$

D'autre part, on a :

$$p = f \cdot \frac{R^3}{\rho^3} \cdot L \frac{R^3}{\rho^3} .$$

En remplaçant P et p dans (α) par leurs valeurs, il vient :

$$\rho^2 \cdot f \frac{R^3}{\rho^3} = \rho^2 \cdot f \frac{R^3}{\rho^3} L \frac{R^3}{\rho^3} ,$$

d'où

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho} L \frac{R^3}{\rho^3} ,$$

$$\rho = \frac{\rho^3}{L \frac{R^3}{\rho^3}} .$$

Ainsi, pour l'alcool, on a : $L \frac{R^3}{\rho^3} = 10{,}04$, à la température 0°.

Par conséquent, ρ, le rayon de la molécule secondaire, n'est que le dixième du rayon de la molécule-enveloppe liquide. Le volume de cette molécule secondaire n'est donc que la millième partie du volume de la molécule totale.

On voit par là que cette molécule se meut dans un espace beaucoup plus grand qu'elle même.

Pour le phosphore à 10 degrés, on a $L \frac{R^3}{\rho^3} = 15{,}4$: ce qui conduit à un volume de la molécule secondaire P—P 3,600 fois plus petit que celui de la molécule totale.

S'il n'y avait que ces molécules secondaires, et si elles étaient en contact comme les molécules totales ou de premier ordre, le litre de phosphore pèserait à 10° plus de 6,000 kilogrammes.

Malgré ce degré de condensation qui est le leur, elles fonctionnent cependant comme molécules de gaz parfaits. Mais il est un troisième degré de condensation pour lequel elles se comportent à leur tour comme les molécules-enveloppes et deviennent alors des radicaux analogues aux atomes, tels qu'on les considère actuellement en chimie.

Tels sont : P^2, (OH), (CH^2), (CH), (CO) dans l'aldéhyde, l'acide acétique, par exemple, (AzH^2) dans l'ammoniaque, (SiCl) dans le chlorure de silicium, (CCl) dans le chlorure de carbone.

Des chimistes éminents ont comparé les atomes des corps simples, partagés en série, aux molécules des séries homologues en chimie organique. L'idée de cette comparaison, formulée pour la première fois, je crois, par M. Dumas, n'est pas ce me semble destinée à rester

toujours dans la catégorie des idées purement spéculatives. Pour l'instant, si mes vues, quant aux radicaux dont je viens de parler, sont justes, ces radicaux diffèrent des atomes ordinaires en ce qu'on en peut isoler les éléments; dans (CH), par exemple, séparer le carbone et l'hydrogène, dans (OH) l'hydrogène et l'oxygène, tandis que cette séparation n'a pu se faire pour ce que nous appelons les atomes.

En ce qui concerne la thermochimie, après de nombreuses tentatives restées infructueuses, pour déterminer, d'après les résultats acquis, grâce au labeur immense de M. Berthelot, les règles générales des dégagements de chaleur, des transformations et changements *d'états atomiques*, j'ai été amené à déterminer d'abord par un travail préliminaire la position relative des atomes, des molécules secondaires et des radicaux dans les molécules.

C'est en partant de ces données indispensables, que je me propose de reprendre l'étude et la comparaison des résultats de la thermochimie, car il est évident que pour deux corps isomériques, la chaleur de formation est dans la dépendance de la structure intérieure de la molécule : ainsi pour le phosphore blanc et le phosphore rouge; ainsi encore pour l'acide acétique et l'éther méthylformique.

Là est la raison d'être de ces recherches que j'ai entreprises et qui ne sont nullement de pure spéculation comme on le pourrait croire.

Il y a plus! S'il est vrai qu'il y ait dans la nature des analogies continuelles, et si ce que l'on appelle atomes en chimie est formé de systèmes complexes, de systèmes moléculaires analogues à ceux dont j'ai déjà indiqué la structure dans mon hypothèse du mouvement atomique, on doit s'attendre à ce que ces systèmes comportent les degrés de condensation les plus divers.

D'où provient, par exemple, l'énergie qui est mise en œuvre et intérieurement dans le phénomène de la condensation des vapeurs? Certainement des atomes eux-mêmes, qui doivent alors être le siège d'une condensation partielle, fraction minime de celle qui accompagne la combinaison à la suite de laquelle prennent naissance les molécules ordinaires des corps composés.

M. Marcellin LANGLOIS,

Professeur de physique au Collège de Beauvais.

COMPRESSIBILITÉ DES LIQUIDES.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

Jusqu'ici, les liquides que j'ai étudiés possèdent tous le même groupement moléculaire. Pour donner une idée de ce dernier, je représenterai par deux figures (*fig.* 1 et 2) le mode de groupement des molécules dans une couche moléculaire horizontale, puis la façon dont les molécules de la couche supérieure reposent sur celles de la couche inférieure.

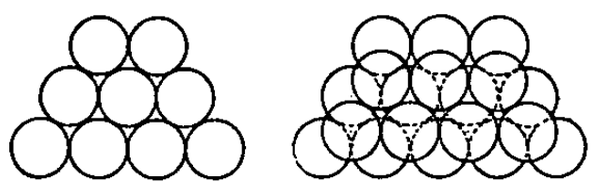


Fig. 1 et 2.

Quant aux atomes, ils sont contenus dans un grand cercle de la molécule vertical pour l'eau et le mercure, ne renfermant pas de molécules secondaires, horizontal pour les molécules des autres liquides que je considère plus loin.

Dans de précédentes publications, j'avais admis que l'attraction intermoléculaire s'exerçait dans le plan de mouvement des atomes, mais je crois qu'il vaut mieux admettre qu'elle s'exerce perpendiculairement à ce plan, suivant la ligne des pôles de la molécule. La trajectoire serait alors analogue à un circuit circulaire fermé parcouru par un courant, et les pôles moléculaires les analogues des pôles de la terre ou d'un aimant.

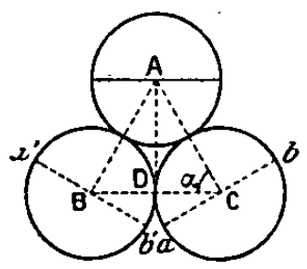


Fig. 3.

Cela étant, désignons par P *l'attraction superficielle* sur l'unité de surface de la molécule; r le rayon de cette dernière (*fig.* 3).

La résultante d'attraction de C perpendiculaire au plan *ab* et dirigée suivant AC est égale à $\pi r^2 \mathrm{P}g$. à la distance r et $\frac{\pi r^2 \mathrm{P}g}{4}$ à la distance $2r$. De même, pour l'attraction de B sur A.

La résultante suivant AD de ces deux attractions est égale à

$$\frac{\pi r^2 \mathrm{P}g}{2} \sin \alpha = \frac{\pi r^2 \mathrm{P}g}{4} \sqrt{3} . = 0{,}433 \pi r^2 \mathrm{P}g . = \varphi .$$

Il en sera de même suivant la ligne diamétralement opposée.

Les choses se passent donc comme si, en outre de l'attraction superficielle émanant de A et égale à $\pi r^2 P g$ suivant AD, il y en avait une autre égale à $0{,}433\pi r^2 P g = \varphi$. On peut les remplacer toutes les deux par une seule :

$$1{,}433\pi r^2 P g = \pi r^2 P' g \text{ . avec}$$
$$\text{la condition } P' = 1{,}433 P .$$

Pour l'eau, pour le mercure, en tenant compte de l'attraction intermoléculaire, nous écrirons que le volume moléculaire varie en raison inverse de la pression, et que $\frac{P'}{10333} = P_1$; P_1 représentant des atmosphères.

En désignant par μ le coefficient de compressibilité, par d la densité du liquide, on a pour valeur de la variation de la densité lorsque la pression augmente d'une atmosphère

$$(1) \qquad \mu d = \frac{1}{P_1} .$$

En effet, μ étant la quantité dont diminue l'unité de volume pour l'unité de pression, on a, d'une part, avant la compression :

$$\text{vol. } 1, \text{ densité } d ;$$

après la compression :

$$\text{vol. } 1 - \mu, \text{ densité } d' ,$$

et, d'autre part, d'après une relation connue

$$\frac{1}{1-\mu} = \frac{d'}{d} ;$$

d'où

$$\frac{1-\mu}{\mu} = \frac{d}{d'-d}$$

et comme μ est très petit par rapport à 1

$$\frac{1}{\mu} = \frac{d}{d'-d} \text{ et enfin } d' - d = \mu d .$$

Or $d' - d$ n'est autre, on le voit, que la variation de la densité et l'expression (1) se trouve justifiée. Elle ne l'était pas, je dois l'avouer, dans la partie de mon mémoire relative à la compressibilité du mercure. (*Compte rendu du Congrès de Nancy.*)

Dans ces conditions, je puis écrire pour valeur du coefficient de compressibilité :

$$\mu = \frac{1}{P_1 d} \cdot$$

Or $$P_1 = 1{,}433 \frac{R^3}{r^3} \frac{p}{760} L \frac{R^3}{r^3} .$$

Il est, grâce au facteur $\frac{p}{760}$ exprimée en atmosphères, p représentant la tension maxima de la vapeur à la température à laquelle on détermine μ (p en millimètres).

Dans les liquides autres que l'eau et le mercure, l'attraction intermoléculaire s'exerçant par trois molécules de la couche inférieure au lieu de deux, le terme 1,433 est remplacé par 1,611. Il est facile de le calculer.

Mais il y a, d'autre part, des molécules secondaires qui subissent la compression en même temps que la molécule-enveloppe. Ces molécules fonctionnant comme gazeuses, abstraction faite des liaisons de leurs centres, on conçoit qu'étant donnée la relation (α) qui figure en tête de ma communication sur le rayon des molécules secondaires, le terme P_1 de

$$\mu = \frac{1}{P_1 d}$$

doit être affecté d'un coefficient 1 quand il n'y a pas de molécule secondaire, d'un coefficient 2 quand il y a la molécule enveloppe et une molécule secondaire, et d'une façon générale d'un coefficient (n) quand il y a $n - 1$ molécules secondaires.

(*b*) $$\mu = \frac{760}{p} \cdot \frac{r^3}{R^3 \times and\ L \frac{R^3}{r^3}} .$$

$a = 1{,}433$ ou 1,611 suivant les cas; d la densité du liquide à la température t^o à laquelle on détermine μ; p tension maxima de la vapeur à t^o en millimètres R^3 et r^3 rayons moléculaires de la vapeur saturée et de son liquide.

Les résultats sont basés sur les donnés suivantes :

Eau : $p = 4.6.\ L\frac{R^3}{r^3} = 21{,}15$; $a = 1{,}433$: $d = 1$; $n = 1$.

Mercure : $p = 0{,}02.\ L\frac{R^3}{r^3} = 17{,}856$; $a = 1{,}433$: $d = 13{,}596$; $n = 1$.

Alcool : $p = 12{,}7.\ \mathrm{L}\frac{R^3}{r^3} = 10{,}04$; $a = 1{,}611$; $d = 0{,}815$; $n = 2$.

Acide méthylique : $p = 83^{mm}$ à 13°. . . . . $a = 1{,}611$; $d_{13} = 0{,}802$; $n = 2$.

Éther : $p = 184^{m}4$ à 0°. . . . . $a = 1{,}611$; $d_0 = 0{,}736$; $n = 5$.

Chloroforme : $p = 59{,}7$. . . . . $a = 1{,}611$; $d_0 = 1{,}48$; $n = 3$.

Sulfure de carbone : $p_{10} = 199$. . . . . $a = 1{,}611$; $d_{10} = 1{,}279$; $n = 2$.

RÉSULTATS OBTENUS par L'EMPLOI DE LA FORMULE (b).		RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES
Eau	0,00005018	0,0000503 (Grassi).
Mercure	0,000001894	0,00000187 (Jamin).
Alcool éthylique	0,00009271	à 0° : 0000835 ; à 15° : 0,000091 (Amaury et Descamps) ; à 13° : 0,000090 à 0,000099 (Grassi).
Alcool méthylique	0,0000818	0,000092 à 13°5 (Grassi).
Ether	0,0001189	0,000109 (Amaury et Descamps). 0,000111 (Grassi).
Chloroforme	0,0000675	à 8° ; 0,0000625 (Grassi). à 12° : 0,0000648 et 0,0000763 pour des pressions assez fortes.
Sulfure de carbone	0,00008593 à 0° 0,00009264 à 10°	à 15° ; 0,000087 (Amagat). 0,000098 à 0,00009 (Cailletet).

(Voir pour la détermination de n les formules qui figurent au *Comple rendu au Congrès de Nancy*... A mettre à part cependant celle de l'alcool, qui figure dans le tableau que j'ai donné comme alcool gazeux et qui présente un cas d'isomérie avec l'alcool liquide).

Les résultats que je viens de signaler n'ont jamais été obtenus par une théorie quelconque : ils n'ont été jusqu'ici déterminés que par expérience.

Il en est de même de ceux que j'ai signalés l'année dernière au Congrès de Nancy et qui se rapportent aux chaleurs de vaporisation. Dans ces conditions, je suis fondé à penser que mon théorème fondamental du mouvement atomique est aussi l'expression de la loi fondamentale de la mécanique moléculaire.

M. Em. BOURQUELOT,

Pharmacien en chef de l'hôpital Laënnec, à Paris.

RECHERCHES SUR LE GALACTOSE ET L'ARABINOSE.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

GALACTOSE.

Le dédoublement du sucre de lait ou *lactose* en deux sucres différents sous l'action des acides minéraux étendus, signalé d'abord par Vogel, a été étudié successivement par Dubrunfaut*, Pasteur**, Fudakowski***, G. Bouchardat****, Fudakowski*****, Soxhlet******. Meissl*******, Kiliani********, Scheibler*********, Lippmann**********, Kent et Tollens***********. L'un de ces sucres a été caractérisé comme espèce nouvelle et a reçu le nom de *galactose;* l'autre est généralement considéré comme identique au glucose ordinaire et a été isolé à l'état cristallisé pour la première fois par MM. Kent et Tollens (1885). La

* Dubrunfaut, *Note sur le sucre de lait. (Comptes rendus de l'Académie des sciences,* XLII, p. 228, 1856.)

** Pasteur, *Note sur le sucre de lait. (Comptes rendus de l'Académie des sciences,* XLII, p. 347, 1856. Lettre à M. Biot.)

*** Fudakowski, *Medicin. chem. Untersuch. (Hoppe Seyler.)* I, p. 164, 1886, et *Bulletin de la Soc. chimique*, t. VI, p. 238 et t. VIII, p. 120.

**** G. Bouchardat, *Sur la dulcite et les sucres en général. (Ann. de Chim. et Phys.*, 4e série, t. XXVII, p. 82, 1872.)

***** *Zur Charakteristik der beiden naeheren Milchzucker Abkommlinge. (Ber. d. deut. ch. Gesells.*, t. XI, p. 1069, 1878.)

****** Soxhlet, *Das Verhalten der Zuckerarten zu alkal. Küpfer*, etc. *(Journ. f. prakt. Chemie,* 2e série, t. XXI, p. 267, 1879.)

******* Meissl, *Der spec. Drehungsvermoegen der Lactose. (Journ. f. prakt. Chemie.* t. XXII, p. 97. 1880.)

******** Kiliani, *Ueber die Identitaedt von Arabinose und Lactose. (Ber. d. deut. ch. Ges.*, t. XIII, p. 2304, 1880.)

********* Scheibler, *Ueber die Nichtidentitaedt von Arabinose und Lactose. (Ber. d. d. ch. Gesel,* t. XVII, p. 1729, 1884.)

********** Ed. v. Lippmann, *Ueber die Nichtidentitaedt von Arabinose und Galactose. (Ber. d. d. Ch. Gesel*, t. XVII, p. 2238, 1884.)

*********** Kent und Tollens, *Unters. über Milchzucker und Galactose. (Ann. d. Chemie,* t. CCXXVII, p. 224, 1885.)

réaction déterminée par ces acides étendus sur le sucre de lait serait donc exprimée par la formule suivante :

$$\underset{\text{Lactose.}}{C^{24}H^{22}O^{22}} + H^2O^2 = \underset{\text{Galactose.}}{C^{12}H^{12}O^{12}} + \underset{\text{Glucose.}}{C^{12}H^{12}O^{12}}$$

Malgré la notoriété des chimistes qui se sont occupés de cette question, il m'a semblé qu'il y avait encore quelques points à examiner. Ainsi, pour ne parler que de trois des propriétés principales du galactose, à savoir : le pouvoir rotatoire, le point de fusion, et le pouvoir de fermenter en présence de la levûre de bière, on verra par le tableau suivant, qu'on a publié à leur sujet les données les plus contradictoires.

	Pouvoir rotatoire.	Point de fusion.	Fermentescibilité.
Pasteur (1856).	$\alpha j = +\ 83°22$	—	fermente
Fudakowski (1867). . .	$\alpha j = +\ 99,74$	142 à 144°	fermente lentement
G. Bouchardat (1872). .	$\alpha j = +\ 82,9$	—	—
Meissl (1880)	$\alpha D = +\ 81,53$	—	—
Kiliani (1880).	$\alpha D = +\ 81,4$	—	ne fermente pas
Lippmann (1884)	$\alpha D = +\ 81,5$	148°	fermente facilement
Scheibler (1884).	$\alpha D = +\ 81,2$	160°	—

Il est bon de se rappeler dans l'examen de ce tableau que αD ne correspond pas à αj. Le pouvoir dispersif du galactose par rapport à la teinte sensible et à la lumière du sodium est tel que

$$\frac{\alpha D}{\alpha j} = \frac{1}{1.13} \text{ environ.}$$

Kiliani qui donne pour $\alpha D + 81.4$ a trouvé en effet directement αj égal à $+ 92$. Si donc on ramenait les pouvoirs rotatoires ci-dessus aux mêmes conditions d'observation, on verrait que les différences entre les chiffres de chacun des chimistes que j'ai cités sont encore plus grandes qu'elles ne paraissent au premier abord.

J'ajouterai que quelques savants, qui se sont occupés incidemment de la question, ont donné, comme point de fusion du galactose, des chiffres plus élevés qu'aucun de ceux relatés dans le tableau précédent. Ainsi Müntz* a donné 161°, A. Meyer 166°**, enfin MM. Conrad et Guthzeit*** 166°.

* A. Müntz, *Sur la galactine.* (*Comptes rendus de l'Ac. des sciences*, t. XCIV, p. 453, 1882.)

** A. Meyer, *Ueber Lactosine ein neues Kohlhydrate.* (*Ber. d. d. chem. gesell*, t. XVII, p. 691, 1884.)

*** Conrad und Guthzeit, *Ueber die quantit. Zersetzung von Galactose und Arabinose mittelst verdünnter Saüren.* (*Ber. d. d. chem. Ges.*, t. XVIII, p. 2905, 1885.)

En résumé, en ce qui concerne la fermentiscibilité du galactose, il y a désaccord complet entre les quatre chimistes qui ont étudié cette propriété, et relativement aux chiffres représentant soit le pouvoir rotatoire, soit la température de fusion, il y a des écarts trop grands de l'un à l'autre pour qu'on puisse les expliquer par de simples erreurs d'observation.

Lorsque j'ai entrepris il y a quelques années mes recherches sur la prétendue fermentation alcoolique élective des sucres * je m'étais proposé de comprendre dans mon travail tous les sucres considérés comme fermentescibles, c'est-à-dire le glucose, le lévulose, le maltose et le galactose. En essayant la fermentation du galactose seul à l'aide de la levure de bière, j'eus l'occasion de faire quelques observations qui me donnèrent à penser que l'étude de la fermentation alcoolique de ce sucre était encore à faire. Je dus donc écarter provisoirement le galactose de mon programme; mais je me proposai dès cette époque de revenir ultérieurement sur l'examen de ce composé. C'est en réalité, comme on le voit, une question de fermentation qui a déterminé les recherches que je publie aujourd'hui.

Nouveau mode de préparation du galactose. — Les anciens procédés de préparation du galactose se font remarquer par la grande proportion d'acide employé, ou par la longue durée de l'ébullition. Ainsi Fudakowski traite le sucre de lait pur de l'acide sulfurique à 7 % pendant une heure; G. Bouchardat fait bouillir pendant quatre jours le sucre de lait avec de l'acide sulfurique à 2 %; Soxhlet emploie de l'acide sulfurique à 5 % et maintient l'ébullition pendant six heures. Ces procédés ont l'inconvénient de donner des sirops très foncés dans lesquels la cristallisation se fait mal; c'est ainsi que Soxhlet rapporte qu'il a attendu cette cristallisation pendant six semaines. De plus, le rendement en galactose est très faible.

Il paraissait difficile d'éviter de tels inconvénients, car la résistance du sucre de lait à l'hydratation par les acides est considérable. Mais dans des travaux antérieurs, portant sur un corps également très difficile à dédoubler en totalité par les acides étendus, — l'amidon, — j'avais obtenu de bons résultats en opérant en vase clos à une température un peu supérieure à 100°. Je pensai qu'il y avait lieu d'essayer cette méthode pour le dédoublement du sucre de lait.

Ces essais ont nécessité tout d'abord quelques tâtonnements très heureusement diminués par l'examen des changements apportés dans

* Em. Bourquelot, *Recherches sur la fermentation alcoolique d'un mélange de deux sucres.* (*Ann. de ch. et de phys.*, 6e série, t. IX, p. 245.)

le pouvoir rotatoire des liqueurs au cours de l'opération. En effet, pratiquement, lorsqu'on traite à chaud le sucre de lait par les acides étendus, le pouvoir rotatoire de la solution va en augmentant au fur et à mesure que se produit le dédoublement; au point de vue théorique, cela ressort également de l'examen de la réaction qu'on détermine ainsi, réaction d'après laquelle le sucre de lait ayant un pouvoir rotatoire αD égal à $+ 52°53$ se dédouble en deux sucres dont l'un a comme pouvoir rotatoire $^{1}\alpha D = + 52°8$ et l'autre $\alpha D = + 80°74$.

Quand le plus grand dédoublement possible est atteint, le pouvoir rotatoire est lui-même à son maximum, et si l'on continue à chauffer, il diminue de valeur par suite de la destruction d'une partie des sucres produits. Il fallait donc atteindre ce maximum et ne pas aller au delà.

Ce maximum a été déterminé en effectuant trois séries d'opérations. Dans une de ces séries, la durée de chauffe allait en augmentant; dans une deuxième on employait des proportions croissantes d'acides; enfin dans la troisième on opérait à des températures de plus en plus élevées de 100° à 108°. Si l'on représente par 100 la rotation de la liqueur primitive, la plus grande rotation que j'ai pu atteindre $= 129°5$.

Il ne restait plus qu'à adopter parmi les méthodes employées celle à l'aide de laquelle on obtenait la liqueur la moins colorée. C'est cette méthode dont je vais donner tout au long la description.

Des bouteilles de 600^{cc} de capacité pouvant résister à une pression de plusieurs atmosphères, sont remplies d'une solution de sucre de lait acidulée par l'acide sulfurique :

Sucre de lait.	100 gr.
Eau distillée, pour faire	575 cent. c.
Acide sulfurique SO^3HO.	9 gr.

On voit que la solution est acidulée à 1,5 %.

Les bouteilles sont bouchées hermétiquement, les bouchons étant maintenus à l'aide de fils de fer. On les met dans un bain de chlorure de calcium renfermant assez de ce sel pour entrer en ébullition vers 105 ou 106°. On amène graduellement le bain à cette température, et on l'y maintient pendant une heure. On laisse ensuite refroidir.

Dans une de ces préparations la solution de sucre de lait examinée avant le traitement, donnait au polarimètre à pénombre (tube de 20 cent.) une rotation égale à $+ 18°10$. Après le traitement ce même liquide refroidi donnait $+ 23°30$.

Dans une deuxième préparation la première observation donnait $+ 18°4$, et la deuxième $+ 23°83$.

Dans le premier cas la rotation avait donc monté de 100 à 128,7 et dans le second de 100 à 129,5.

Le liquide sucré est alors neutralisé par le carbonate de baryte, ou par le carbonate de chaux. On filtre et on évapore au bain-marie. Il est nécessaire de filtrer de nouveau au bout de quelque temps ; car il se fait un dépôt de carbonate provenant du bicarbonate de baryte qui s'est formé pendant la neutralisation et qui se décompose par l'élévation de température. On poursuit l'évaporation jusqu'à ce que le produit correspondant à 500 grammes de sucre de lait se soit réduit au poids de 640 grammes.

Le liquide qui a subi l'action de l'acide sulfurique est incolore ou à peine teinté de jaune. Il brunit pendant la neutralisation et l'évaporation au bain-marie. Il est vraisemblable que le bicarbonate de baryte agit à chaud sur le galactose comme le font les alcalis sur le glucose.

Au reste, avec la baryte bicarbonatée, il entre encore en solution une petite proportion de baryte combinée à un acide qui, comme l'a remarqué Soxhlet se forme dans l'action de l'acide sulfurique sur le sucre de lait. Peut-être ce second sel est-il aussi pour quelque chose dans le brunissement des liqueurs.

Le sirop abandonné à lui-même, ou mieux, placé sous une cloche sur de la chaux caustique se prend au bout de quelques jours en une masse cristalline. Si l'on a amorcé avec un peu de galactose préparé antérieurement, la cristallisation commence le jour même et on peut la considérer comme terminée au bout de quatre ou cinq jours.

Cette masse cristalline est délayée dans le moins possible d'alcool à 80°, puis essorée à la trompe. Bien que le galactose soit difficilement soluble à froid dans l'alcool à 80°, il importe cependant d'en employer très peu car il devient plus soluble en présence des composés que doit enlever l'alcool.

On traite une deuxième fois de la même façon et on obtient un produit blanc qu'il ne reste plus qu'à purifier. Pour 500 grammes de sucre de lait, les rendements en cristaux bruts simplement lavés à l'alcool à 80° et desséchés à 100° ont varié dans mes différentes préparations entre 120 et 135 grammes.

Pour purifier ces cristaux on en met 250 grammes dans un ballon de deux litres ; on ajoute de 150 à 180 grammes d'eau bouillante puis un litre d'alcool à 90°. On met en communication avec un réfrigérant à reflux et on fait bouillir pendant vingt à vingt-cinq minutes. Les cristaux se dissolvent presque en totalité. On filtre bouillant et on abandonne à la cristallisation. L'emploi de l'eau bouillante a pour but d'aider à la dissolution du sucre. Il vaut mieux y avoir recours que de

se servir immédiatement d'alcool faible correspondant au mélange d'eau et d'alcool à 90°, cet alcool, même à l'ébullion, ne dissout que très lentement le galactose.

La cristallisation commence immédiatement, sans qu'il soit nécessaire d'amorcer. Si on sépare le sucre cristallisé en vingt-quatre heures on en retire environ 150 grammes (à l'état sec). En attendant plusieurs jours, et si la température est basse, on peut en obtenir jusqu'à 200 grammes On voit que le rendement définitif ne dépasse guère 20 %.

Les cristaux se présentent au microscope sous forme de tables hexagonales et même octogonales lorsque leur purification est complexe. Je reviendrai du reste sur ce point.

Point de fusion. — 1° J'ai d'abord examiné la température de fusion du galactose pur, lavé à l'alcool éthéré, puis desséché à 60° pendant quatre ou cinq heures :

Température de fusion observée	160° 3/4

Dans la glace fondante le thermomètre marquant 1° 1/4 on voit que ce chiffre doit être ramené à 161,5.

2° Mêmes cristaux desséchés à 100° jusqu'à cessation de perte de poids.

Température de fusion observée	164° 1/2
Après correction	163° 1/4

Les cristaux préalablement desséchés à 60° ne perdent plus que quelques millièmes de leur poids lorsqu'on les porte à 100°. Ils ne perdent plus d'eau si on les porte ensuite entre 125 et 130°.

Pouvoir rotatoire. — Je donne ici le détail de trois déterminations faites sur des cristaux de galactose obtenus après quatre cristallisations successives. L'observation a été faite au polarimètre à pénombre avec le tube de 20 centimètres.

Première détermination.

Poids du sucre sec.	4 gr. 400
Vol. de la sol. à 19°.	50 c. c. 11
Observation à 19°.	+ 14°,11'.

La formule $\alpha D = \frac{ar}{2p}$ donne $\alpha D = + 80°,74$ à la température de 19° pour une solution à 8,8 %.

Deuxième détermination.

Poids du sucre sec.	2 gr. 504
Vol. de la sol. à 17°.	50 c. c. 14
Observation à 17°.	+ 8°,4′,

ce qui donne $\alpha D = + 80°,69$ à 17° à 5 %.

Troisième détermination.

Poids du sucre sec..	5 gr. 0215
Vol. de la sol. à 19°.	50 c. c. 11
Observation à 19°.	+ 16°,8′.

Dans la détermination n° 2, l'observation faite au bout d'une demi-heure de solution avait donné 10°,48′. La dernière observation a été faite au bout de vingt-quatre heures, comme pour les autres déterminations, d'ailleurs. On sait, en effet, depuis les recherches de Pasteur, que le galactose possède, comme la glucose, un pouvoir rotatoire plus élevé au moment où il vient d'être dissous.

Meissl, qui a étudié le galactose obtenu par la méthode de Soxhlet, a constaté que le pouvoir rotatoire de ce sucre varie avec la concentration et la température. Il a donné, comme exprimant ces variations, la formule suivante

$$\alpha D = + 83°,833 - 0,075\,P - 0,209\,t$$

dans laquelle P = la proportion de sucre pour 100, depuis 4,89 jusqu'à 35 gr. 36, et t = la température de 10° à 30°. En appliquant cette formule par exemple aux conditions dans lesquelles a été pris le pouvoir rotatoire pour (1) on trouverait $\alpha D = + 80.602$ — et pour (2) + 80,72.

Il y a, comme on le voit, une assez grande concordance entre nos résultats.

Action de la levûre de bière. — On a fait une solution de galactose pur renfermant 4 gr. 25 de ce sucre pour 100 c. c., que l'on a mis dans un ballon avec 2 grammes de levûre de bière haute pour 100 c. c. On a adapté à ce ballon un tube à dégagement dont l'extrémité plonge dans l'eau. La température est restée comprise entre 15 et 17° pendant toute la durée de l'expérience. Du commencement jusque vers le quatrième jour, il ne s'est pas dégagé une seule bulle de gaz ; à partir de cette époque jusqu'au moment où j'ai mis fin à l'expérience, c'est-à-dire jusqu'au sixième jour, il s'en est dégagé quelques bulles.

La levûre est restée pendant ces six jours tassée au fond du ballon.

Un examen microscopique fait le cinquième jour a montré que les globules étaient isolés. Pas de bourgeonnement.

Néanmoins, la rotation du liquide a diminué d'environ moitié. Il s'est donc passé un phénomène non encore étudié, mais qui ne semble pas comparable à la fermentation alcoolique ordinaire. Je reviendrai sur ce point après l'étude du glucose qui se forme en même temps que le galactose. Je puis dire, toutefois, qu'une fermentation de glucose effectuée dans les mêmes conditions (proportions de sucre et de levûre identiques) était terminée le quatrième jour.

Séparation du galactoglucose. — MM. Kent et Tollens ont, les premiers, réussi à obtenir ce sucre à l'état cristallisé. D'après ces chimistes, il serait identique au glucose ordinaire. Ils s'étaient contentés d'attendre très longtemps la cristallisation des lessives concentrées de la préparation du galactose.

J'ai essayé plusieurs méthodes pour extraire le galactoglucose des différentes matières brunes qui l'accompagnent dans les lessives alcooliques provenant du lavage des premiers cristaux de galactose.

En premier lieu, j'ai traité ces lessives par 1/5 d'éther en volume. La matière s'est partagée en deux portions : l'une inférieure sirupeuse, l'autre supérieure, beaucoup plus fluide, constituant une solution éthéro-alcoolique de galactoglucose. Après plusieurs jours de repos, cette solution a été décantée, puis concentrée jusqu'à consistance sirupeuse. Le sirop assez foncé a été alors étendu d'eau distillée (500 grammes de sirop pour 750 c. c. d'eau). On a ajouté 10 c. c. d'extrait de saturne; pas de précipité. On a fait passer un courant d'acide carbonique, de façon à précipiter du carbonate de plomb dans le sein du liquide. Ce précipité a entraîné la majeure partie des matières colorantes. On a filtré, enlevé l'excès de plomb par un courant de SH, filtré à nouveau, et évaporé à consistance sirupeuse. Le sirop, légèrement teinté en jaune, a alors été traité à l'ébullition par de l'alcool à 95° dans un appareil à reflux, et la solution alcoolique a été abandonnée à la cave. Il s'est produit une belle cristallisation au bout de douze à quinze jours.

Mais ce procédé ne me satisfaisant pas en raison de l'introduction d'acide acétique dans les liqueurs, j'ai pensé qu'on pourrait peut-être remplacer l'extrait de saturne par de l'hydrate de plomb.

En conséquence, les lessives alcooliques sont immédiatement concentrées, puis étendues d'eau. La solution aqueuse est alors agitée avec de l'oxyde de plomb. Celui-ci se dissout en partie. On filtre, on fait passer un courant d'acide carbonique qui, comme dans le cas précédent, détermine un précipité entraînant les matières colorantes. On filtre, on fait passer un courant de SH, on filtre de nouveau, on

évapore à consistance sirupeuse. et on traite par l'alcool à 95°. On laisse reposer pendant quarante-huit heures, on décante dans un flacon à large ouverture, et on abandonne à la cristallisation. Celle-ci se fait en moins de quinze jours, si la température n'est pas supérieure à 10 à 12°.

Je ferai, au sujet de cette cristallisation. plusieurs remarques :

1° Elle est grandement favorisée par le frottement avec une baguette de verre sur les parois du vase : les cristaux se forment d'abord sur les endroits frottés.

2° On active la cristallisation en amorçant, non pas avec des cristaux séparés et desséchés, même dans le vide, mais en ajoutant un peu d'un liquide alcoolique dans lequel la cristallisation est en train, c'est-à-dire tenant en suspension des cristaux récemment formés. C'est là une remarque que j'avais déjà faite à l'occasion de la cristallisation du maltose. Elle doit, d'ailleurs, s'appliquer à tous les cristaux anhydres qui s'hydratent à l'air, et aux cristaux renfermant de de l'eau de cristallisation qui s'évapore en partie ou en totalité lorsqu'on les dessèche. Dans les deux cas, les cristaux changent de nature et n'amorcent plus.

3° Avant d'amorcer. il est indispensable d'attendre, quarante-huit heures, que les mélasses se soient bien déposées. Autrement, elles se déposent sur les cristaux qu'on a ajoutés pour amorcer, elles les englobent, et ceux-ci deviennent inutiles. Même si on ne doit pas amorcer, il convient de prendre cette précaution, autrement la mélasse se dépose sous forme d'un enduit très mince sur les parois du vase. et la cristallisation en est fortement retardée.

Enfin, j'ai dit plus haut que, pour obtenir le galactose, il fallait chauffer jusqu'à ce que la rotation primitive de la solution ait passé de 100 à 129,5. On sépare beaucoup plus facilement le galactoglucose si on s'arrête un peu avant d'avoir atteint ce terme extrême.

Quant au rendement, il n'a jamais dépassé dans mes recherches 20 pour 100 de sucre de lait (première cristallisation).

Pour purifier les cristaux précédents, on en prend 200 gr. que l'on traite à l'ébullition par de l'alcool à 95° : 1 litre 1/2 à 2 litres. En trois quarts d'heure, on arrive à dissoudre la presque totalité du produit. On laisse ensuite reposer vingt-quatre heures, puis on décante, lorsque cela est possible, dans un flacon ayant déjà servi à une cristallisation et vidé imparfaitement. Dans ces conditions, la cristallisation commence dans la journée, si l'on est en hiver, et on peut la considérer comme terminée au bout de douze à quinze jours.

Du galactoglucose provenant d'une quatrième purification, simplement desséché dans le vide en présence de l'acide sulfurique, puis

soumis à une dessiccation méthodique par la chaleur, a donné les résultats suivants :

Poids du sucre desséché dans le vide.		2 gr. 5653
—	après dessiccation à 60°, 2 h.. . .	2 gr. 4750
—	— à 90°, 4 h. . .	2 gr. 4660
—	— à 105°, 2 h. . .	2 gr. 4659

Le sucre a même pu être porté ensuite à 120° sans changer de poids.

On doit donc admettre qu'il a cristallisé à l'état anhydre.

Point de fusion : entre 141 et 142°.

Pouvoir rotatoire.

Poids du sucre desséché à 100°..	2 gr. 693
Volume du liquide à 17°.	50 c. c. 07
Rotation à 17°, tube de 20 c.	5°,56′

Ces données conduisent à un pouvoir rotatoire $\alpha D = + 55°.1$.

Birotation. — Une solution faite à froid et examinée immédiatement donnait une déviation de 11°,22′ avec le tube de 20 centim. Examinée vingt-quatre heures après, elle ne donnait plus que 5°,54′. Le pouvoir rotatoire de ce sucre au moment où il vient d'être dissous est donc à peu près double de ce qu'il deviendra plus tard. C'est là une propriété du glucose ordinaire.

Fermentation alcoolique. — Cette fermentation a été établie et suivie comme il suit :

Galactoglucose sec employé : 3 grammes.

On dissout dans l'eau bouillante afin de pouvoir faire immédiatement l'examen au polarimètre. On laisse refroidir et on ajoute de l'eau pour faire 100 c. c. Rotation au tube de 20 centimètres : 3°,16′. On ajoute 2 grammes de levûre de bière haute. La température est de 15-17°. La fermentation ne tarde pas à s'établir ; le gaz se dégage régulièrement. La levûre entraînée monte à la surface du liquide et au-dessus de celui-ci le long des parois du ballon.

Deuxième examen au polarimètre après 17 heures : +	1°,34′
36 heures : +	36′
60 heures : +	8′

La fermentation est terminée avant la fin du troisième jour. A ce moment, on examine la levûre au microscope : elle est tout à fait

pure. La fermentation alcoolique du glucose provenant du sucre de lait se fait donc régulièrement.

Ainsi, d'une part, le galactose traité par la levûre de bière ne donne lieu à aucun dégagement gazeux. D'autre part, le galactoglucose fermente régulièrement. En présence des opinions contradictoires émises par les différents chimistes qui se sont occupés de la fermentation du galactose, opinions que j'ai rapportées plus haut, il m'a paru utile de pousser plus loin l'étude de cette fermentation. Il semble, en effet, difficile d'admettre une erreur d'observation quand il s'agit d'un fait aussi simple à constater, et l'on se demande s'il n'y a pas lieu de rechercher la cause de ces divergences dans les circonstances même de l'expérience.

Si nous analysons ces circonstances, nous trouvons qu'il y a à considérer : l'espèce de levûre et la présence possible, dans le galactose examiné, de galactoglucose fermentescible. Je me suis contenté d'essayer successivement la levûre haute, la levûre basse et la levûre dite des boulangers. Il est à peu près certain, en effet, qu'aucun des expérimentateurs que j'ai cités, bien que l'espèce de levûre employée n'ait pas été indiquée par eux d'une façon précise, ne s'est servi d'une autre espèce de levûre, car ces trois levûres seules se trouvent dans le commerce.

Or, ces trois levûres se sont conduites de la même manière en présence du galactose, c'est-à-dire qu'elles n'ont pas déterminé de dégagement gazeux. On pouvait encore attribuer la fermentation observée par Pasteur et par Lippmann à la présence dans le galactose du galactoglucose, sucre éminemment fermentescible, comme on l'a vu ci-dessus.

Cependant, comment expliquer, par exemple, que Lippmann ait observé la complète fermentation du galactose, qui fournirait d'après son observation 47,8 % d'alcool et 46,8 d'acide carbonique?

On se trouve ainsi conduit à se demander si la présence d'une petite quantité de galactoglucose fermentescible n'amène pas la fermentescibilité du galactose présent dans la solution. Bien qu'il n'y ait à ma connaissance, dans la science, aucun fait conduisant à admettre une telle hypothèse, j'ai tenu cependant à l'examiner dans une recherche spéciale.

En voici le détail :

Galactoglucose.	8 grammes.
Galactose.	8 —

On dissout dans l'eau distillée bouillante et, après refroidissement, on fait 250 c. c. de liquide.

On examine au polarimètre et on trouve, avec le tube de 20 centimètres, une rotation de + 8°50′.

On ajoute 4 gr. de levûre de bière basse. La température ambiante est de 15°.

La fermentation s'établit régulièrement, le dégagement gazeux est continu.

Rotation du liquide après	17 heures.	6°,16′
—	41 heures.	3°,16′
—	65 heures.	1°,32′
—	89 heures.	32′
—	114 heures.	4′

Le galactoglucose représentant 3°,39′ (essai particulier), le dégagement gazeux aurait dû s'arrêter lorsque la rotation s'était abaissée à 5°11′. Il s'est pourtant continué sans interruption jusqu'au bout. Pour savoir dans quelle mesure la production d'alcool avait été régulière, j'ai soumis à la distillation 190 c. c. de liquide. L'alcoomètre a donné dans les 95 premiers centimètres cubes distillés : 6°,50 — tre 15, ce qui fait, pour le liquide fermenté, 3°,25 = 2 gr. 60 d'alcool absolu en poids pour 100 c. c.

Théoriquement, si le galactose seul avait subi la fermentation alcoolique, il n'aurait dû se faire que 1 gr. 60 d'alcool pour 100 c. c.

Il semble donc que l'on puisse admettre que le galactose subit la fermentation alcoolique lorsqu'il est accompagné de glucose.

Par suite de quel mécanisme la fermentation d'une espèce chimique fermentescible s'étend-elle à une espèce non fermentescible? Dans quelle proportion la première espèce doit-elle être présente? Il y a là, comme on le voit, la matière d'une recherche particulière qui ne rentre pas immédiatement dans mon sujet, et que j'espère faire ultérieurement.

En tout cas, ces faits donnent l'explication des opinions contradictoires émises sur la fermentescibilité du galactose. Tous les chimistes qui ont eu à leur disposition du sucre pur l'ont trouvé non fermentescible. Ceux qui l'avaient à l'état impur et souillé de glucose, l'ont, au contraire, trouvé fermentescible.

Les faits que je vais maintenant exposer vont expliquer également des contradictions portant sur d'autres points de l'histoire du galactose.

Des variations dans la forme des cristaux de galactose. — En exposant la préparation du galactose (page 340), j'ai dit que pour obtenir ce sucre à l'état pur il convenait de continuer l'action de l'acide jusqu'à ce que la rotation de la liqueur ait passé de 100 à 129°5.

Mais au cours de mes essais j'ai fait diverses remarques qui me paraissent présenter quelque intérêt au point de vue des opinions qui sont généralement admises sur la pureté des corps cristallisés.

Supposons que le dédoublement du sucre de lait soit incomplet. On doit croire que si l'on effectue la séparation du galactose formé dans ces conditions et que si l'on en détermine la cristallisation, on obtiendra, au moins dans les premières cristallisations, des cristaux constitués par un mélange de galactose et de sucre de lait en proportions conformes aux solubilités respectives de ces deux corps dans l'alcool chaud et froid. Comme d'ailleurs ces deux sortes de cristaux sont différents, il suffira d'un examen microscopique pour constater que les deux sucres sont en effet présents dans la préparation. Il semble donc qu'il y a là un moyen très précis de juger de la pureté du produit. Si deux sortes de cristaux sont reconnues, le produit est impur; si, au contraire, il n'y a qu'une seule sorte de cristaux, le produit est pur.

Cette manière de voir est inexacte, du moins dans le cas actuel. Si, dans la préparation, la rotation de la liqueur n'a pas dépassé 120° (100 étant le point de départ), on a bien deux sortes de cristaux dont les uns sont facilement reconnus pour des cristaux de sucre de lait: mais si ce chiffre a été dépassé, on n'a qu'une seule espèce de cristaux, et cependant ces cristaux peuvent ne pas être du galactose pur, comme je vais le montrer par les détails suivants qui seront mieux compris en jetant un coup d'œil sur les photographies microscopiques jointes à ce Mémoire.

Ces détails se rapportent à une série de préparations dans lesquelles on a arrêté la réaction avant que la rotation n'ait atteint le chiffre de 129°5.

Première opération.

Sucre de lait traité.	600 grammes.
SO^3 HO.	30 grammes.
Eau, q. s. pour.	3,000 cent. c. environ.
Température.	105 à 106°.
Durée.	1 heure.
Rotation primitive.	22°,43 centièmes.
Rotation finale.	26°,90 centièmes.
Rapport des rotations.	100 à 119.9.
Rendement en cristaux bruts.	160 grammes.

L'apparence des cristaux examinés après la première cristallisation dans l'alcool, est celle qui est indiquée dans la figure 1 (pl. III). Cependant, on rencontre çà et là dans le champ du microscope des cristaux bien nets de sucre de lait. Mais la presque totalité est formée de cristaux représentés en projection par un losange,

Deuxième opération.

Sucre de lait traité.	500 grammes.
SO^3 HO.	32 grammes.
Eau, q. s. pour.	3,000 cent. c. environ.
Durée.	1 heure.
Rotation primitive.	19°,40 centièmes.
Rotation finale.	23°,50 centièmes.
Rapport.	100 à 121.1.

Dans cette opération, les cristaux de la première cristallisation dans l'alcool avaient l'apparence de la figure 2. Ils étaient tous identiques.

Troisième opération.

Sucre de lait.	600 grammes.
SO^3 HO.	34 grammes.
Eau, q. s. pour.	3,000 cent. c. environ.
Température.	105 à 106°.
Durée.	1 heure.
Rotation primitive.	21°,73.
— finale.	27°,06.
Rapport.	100 à 124.5.

Les cristaux de la première cristallisation sont représentés dans la figure 2.

Quatrième opération.

Sucre de lait.	500 grammes.
SO^3 HO.	42 grammes.
Eau, q. s. pour.	3,000 cent. c. environ
Température.	105 à 106°.
Durée.	1 heure.
Rotation primitive.	17°,16.
— finale.	21°,80.
Rapport.	100 à 127.

Les cristaux de la première purification sont représentés par la figure 4.

Cinquième opération.

Se reporter à la page 341. Cristaux de galactose pur (*fig.* 5.)

Si l'on examine avec soin successivement les figures 1, 2, 3, 4 et 5, on remarquera que les cristaux 2, diffèrent des cristaux 1, par une troncature sur les angles aigus du losange. Dans la figure 3 et la figure 4, la troncature va en s'accentuant de plus en plus, et enfin, dans la figure 5, il y a en plus une troncature des angles obtus.

En suivant ainsi la série, on n'hésite pas à saisir la relation qui existe entre toutes ces formes qui, en définitive, se rapportent au même système. Mais si on n'avait à observer que les cristaux 1 et 5, on

serait tenté de les considérer comme représentant deux espèces chimiques différentes.

Il est d'autre part possible que quelques-uns des chimistes qui se sont occupés de la question de galactose, ayant sous les yeux l'une ou l'autre des quatre premières formes, se soient crus autorisés, en raison de la régularité et de l'identité de tous les cristaux, à considérer leurs produits comme du galactose pur. C'est là sans doute ce qui a amené ces différences que j'ai relevées dans les pouvoirs rotatoires publiés.

Un exemple rendra cette supposition plus vraisemblable. J'ai déterminé le pouvoir rotatoire des cristaux n° 2, et j'ai trouvé

$$\alpha D = + 74 . 6 \text{ — pour une solution à 4 gr. 66 \%.}$$

Le point de fusion était de 157 3/4.

En réfléchissant aux conditions dans lesquelles ont été faites ces différentes préparations, j'ai été conduit à supposer que la présence de traces de sucre de lait pourrait être pour quelque chose dans ces variations successives. En effet, vers la fin de la réaction, ce sucre est le seul produit dont la proportion va en s'amoindrissant. Il y avait un moyen de voir si cette supposition était fondée, c'était de déterminer la cristallisation du galactose en présence des petites proportions de sucre de lait. Dans une solution alcoolique de galactose pur saturée et maintenue à l'ébullition, j'ai ajouté quelques grammes de de lactose pur. L'apparence des cristaux qui se sont formés était celle de la figure 4. Dans une autre opération, j'ai obtenu des cristaux de la forme 3. Cependant, je dois avouer que je n'ai pu reproduire par ce procédé les deux formes 1 et 2, en sorte qu'il faut admettre dans la production de ces variations cristallines l'intervention d'une autre cause que celle de la présence du sucre de lait.

La figure 6 représente les cristaux de la préparation (5) tels qu'ils se forment dans la liqueur aqueuse concentrée. Ce sont en réalité les octogones de la figure 5 dans lesquels les angles sont émoussés. Ils sont beaucoup plus épais dans le milieu que sur les bords et répondent à la description que Pasteur a donnée de son galactose en 1856. Il est vraisemblable que la densité du milieu sirupeux dans lequel se fait la cristallisation, est la cause de cette apparence insolite qui rappelle l'apparence des fécules. Peut-être que si certains composés qu'on rencontre dans le règne végétal se présentent à l'état amorphe. cela provient d'une cause analogue.

ARABINOSE.

Les résultats satisfaisants que m'avait fourni le procédé que j'ai exposé pour la préparation du galactose, m'ont engagé à l'essayer pour la préparation du sucre de la gomme arabique.

Le procédé a également réussi; mais je ne puis dire, si au point de vue du rendement, il est supérieur à la simple ébullition de la solution acidulée de gomme arabique. Toutefois, il a l'avantage d'être plus rapide. En effet, d'après Kiliani, il faudrait maintenir l'ébullition pendant dix-huit heures *, tandis que les essais que j'ai faits m'ont montré qu'il suffisait de chauffer sous pression à 105-106° pendant 1 heure à 1 heure 15′. Au reste, voici le détail de l'opération.

Gomme arabique, environ.	600 grammes.
Eau acidulée à 2 % (SO^3 HO) pour faire. . .	3,000 cent. c.
Température..	105-106°.
Durée..	1 heure 10′.
Rotation initiale à gauche.	— 5°,30 centièmes.
Rotation finale à droite..	+ 9°,33.

On voit que le pouvoir rotatoire a changé de signe et est devenu 1,75 plus grand. J'ai indiqué pour la gomme arabique environ 600 gr. J'ai bien pesé 600 grammes exactement; mais durant la dissolution de la gomme, il s'est déposé au fond du vase certaines impuretés (débris de bois, etc.) qu'il m'a fallu éliminer par décantation. Je me suis servi d'ailleurs de bouteilles hermétiquement bouchées comme dans la préparation du galactose.

Le liquide est neutralisé au carbonate de chaux et filtré. On évapore à 750 c. c. On filtre de nouveau pour séparer une assez forte proportion de cristaux de sulfate de chaux formés pendant l'évaporation. On ajoute 1 litre 1/2 d'alcool à 95° et on laisse reposer pendant quarante-huit heures. On décante la solution alcoolique, on la distille, on concentre et on traite à l'ébullition le sirop (250 gr.) par 600 c. c. d'alcool absolu. On laisse reposer douze heures et on décante dans un flacon de 6 à 700 c. c. La cristallisation a commencé au deuxième ou le troisième jour. Elle était terminée le vingtième jour.

Rendement, 55 grammes, soit moins de 10 %. Pour la purification de ce produit, l'alcool à 93 convient parfaitement. Pour 150 grammes

* Kiliani, *Ueber die Identitaet von Arabinose und Lactose. (Berich d. d. ch. Gesel.* T. XIII, p. 2304.)

d'arabinose on emploie 900 c. c. d'alcool. On fait bouillir dans un ballon muni d'un réfrigerant à reflux, on laisse reposer huit à dix heures et on décante dans un flacon de dimension convenable. La cristallisation commence dans la journée et elle est terminée en quarante-huit heures.

Pouvoir rotatoire. — J'ai examiné le pouvoir rotatoire de l'arabinose purifié une seule fois, et j'ai trouvé $\alpha D = 96.7$.

Après une nouvelle purification, le sucre desséché à 105° m'a donné les résultats suivants :

Arabinose desséché à 105°.	2 gr. 0352.
Vol.	50 c. c. 14.
Déviation observée à 17° (tube de 20 cent.).	8°. 13.

ce qui donne $\alpha D = +100°2$.

Birotation. — Une solution faite à froid et examinée immédiatement donnait une déviation de 13°,50'. Cette déviation a diminué jusqu'à 7°,40'. L'arabinose possède donc, comme la plupart des autres sucres, deux pouvoirs rotatoires; mais le pouvoir rotatoire le plus élevé diminue avec une très grande rapidité, près de 1° en cinq minutes dans la détermination ci-dessus (température 10°).

Fermentation. — J'ai mis 2 grammes de la levûre de bière haute dans une solution d'arabinose à 3 grammes pour 100 c. c. Pendant trois jours qu'a duré l'observation, il ne s'est dégagé aucun gaz, et la rotation du liquide n'a baissé que de quelques minutes. La levûre est restée tassée au fond du vase. L'arabinose ne fermente donc pas en présence de la levûre de bière.

Les figures 7 et 8 donnent les cristaux d'arabinose tels qu'ils se forment sous une lamelle. Ces cristaux ont, comme on voit, l'apparence de fuseaux très pointus; ils se rassemblent en étoiles ou sont isolés. Ils n'ont aucun point de ressemblance avec ceux de galactose.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Planches III et IV, fig. 1, 2, 3, 4 et 5. — Formes successives des cristaux de galactose. Elles correspondent aux opérations 1, 2, 3, 4 et 5 décrites aux pages 350 et 351. La figure 5 représente le galactose pur.

Fig. 6. — Galactose pur cristallisé dans une mélasse très épaisse.

Fig. 7 et 8. — Arabinose cristallisé.

M. Louis HENRY,

Professeur de chimie à l'Université de Louvain.

SUR LA VALEUR RELATIVE DES QUATRE UNITÉS D'ACTION CHIMIQUE DE L'ATOME DU CARBONE *.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Deux principes sont à la base des doctrines de la chimie organique :

1° La *quadrivalence* de l'atome du carbone.

b) L'identité de valeur de ces quatre unités d'action chimique.

Le premier de ces principes est un fait d'ordre expérimental, et à l'abri de toute contestation ; il n'en est pas de même du second auquel manque encore une démonstration rigoureuse, du moins une démonstration directe et d'ordre chimique. C'est la tâche que M. Louis Henry a entrepris de résoudre. Voici, en résumé, la méthode qu'il se propose de suivre dans ses recherches.

La valeur relative des quatre unités d'affinité de l'atome du carbone est en rapport avec la nature des composés mono-carbonés CX_4. En tout état de cause, les dérivés *simples* CX_4, tels que CH_4, CCl_4, CO_2, CS_2 etc., doivent être uniques, chacun de leur espèce. Il n'en est pas ainsi des dérivés *mixtes* d'ordre divers, où les quatre unités d'affinité, toutes ensemble, ou certaines d'entr'elles, seraient satisfaites par des radicaux X, X′, X″, etc., différents. Si les diverses unités d'affinité sont identiques, les dérivés *mixtes* doivent, comme les dérivés simples n'exister chacun que sous une seule forme ; si au contraire les diverses unités d'affinité sont différentes de valeur, chaque dérivé mixte doit constituer plusieurs variétés distinctes. La question revient donc à l'étude de l'isomérie dans les dérivés mono-carbonés. M. Henry montre qu'on peut la restreindre à l'examen des dérivés mono-substitués du méthane CH_3X. Les quatre atomes d'hydrogène du méthane CH_4 étant notés respectivement par les lettres α, β, γ, et δ, il est nécessaire d'obtenir ces dérivés mono-substitués CH_3X dans des conditions où l'on puisse affirmer que le radical substituant X remplace successivement chacun des atomes d'hydrogène α, β, γ et δ.

* Voir *Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique*, t. XII, 3e série. — *b*) Comptes rendus du 18 avril 1887.

Pour diverses raisons qu'il indique, M. Henry a choisi, pour être l'objet spécial de son examen, parmi les diverses combinaisons méthyliques CH_3X les deux suivantes : le *nitro-méthane* H_3C-NO_2, et le *cyano-méthane* ou l'acétonitrile H_3C-CN.

Il expose un système de réactions qui lui permet d'obtenir chacun de ces composés sous les formes α, β, γ et δ. Jusqu'ici, il a préparé les *quatre* nitro-méthanes

$$H_3C\,(NO_2)^{\alpha}$$
$$-\,(NO_2)^{\beta}$$
$$-\,(NO_2)^{\gamma}$$
$$-\,(NO_2)^{\delta}$$

et les trois acétonitriles

$$H_3C-(CN)\alpha$$
$$-\quad(CN)\beta$$
$$-\quad(CN)\gamma$$

L'acétonitrile δ reste seule à faire. Il n'a pu constater jusqu'ici de différence entre ces dérivés de substitution d'ordre divers.

A l'occasion de ces recherches, M. Henry s'occupe de divers autres objets, notamment de l'action de l'iodure de méthyle sur le cyanure de potassium, de la préparation et des propriétés de l'acide acétique synthétique et de ses dérivés, de l'action du sodium sur le malonate d'éthyle, de l'éther méthintricarbonique $HC-\left(C<^{O}_{O}C_2H_5\right)_3$ et de son dérivé chloré $ClC-\left(C<^{O}_{O}C_2H_5\right)_3$ etc. Il exhibe des échantillons de ces deux derniers produits.

M. F. OSMOND,

Ingénieur des arts et manufactures, à Paris.

TRANSFORMATIONS DU FER ET DU CARBONE DANS LES FERS ET LES ACIERS.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —.

M. Barrett* a montré que, si on laisse refroidir à partir du blanc une tige de fer dur, il se produit vers le rouge sombre un dégagement spontané de chaleur en même temps que le métal devient magnétique.

* *Philos. Mag.*, t. XLVI, p. 472.

M. Barrett a donné le nom de récalescence à ce phénomène qui a fait également, de la part de M. Brinell*, l'objet d'une étude récente au point de vue de la transformation du grain de l'acier.

D'autre part, M. Pionchon**, en déterminant la chaleur spécifique du fer jusqu'à 1150°, a reconnu, pendant l'échauffement de ce métal, deux absorptions anormales de chaleur, la première entre 660 et 720, la seconde entre 1000 et 1050.

Enfin, M. Tait*** et M. H. Le Chatelier**** ont également constaté des perturbations caractéristiques dans la marche des couples thermo-électriques dont le fer est un des éléments.

Nous nous sommes proposé de relier ces différentes expériences en suivant le refroidissement d'échantillons bien connus de fer et d'acier et déterminant avec précision les températures par la méthode de M. H. Le Chatelier. (Couple thermo-électrique de platine — platine rhodié relié au galvanomètre apériodique de MM. Deprez et d'Arsonval.)

Le refroidissement lent (1° par seconde en moyenne et en chiffres ronds) des différents échantillons a présenté les anomalies suivantes :

1° Fer électrolytique (0,07 % de carbone).

Le thermomètre s'arrête et stationne à 855°.

Un second ralentissement, progressif, commence vers 750°, passe par un maximun principal entre 737-730 et se termine vers 690°.

2° Acier extra-doux (0,16 de carbone).

Trois ralentissements progressifs :

Début vers	Maximum entre	Fin vers
845	825-819	800
755	736-725	710
680	662-655	645

3° Acier doux (0,29 de carbone).

Deux ralentissements progressifs :

Début vers	Maximum entre	Fin vers
780	721-715	690
680	660	640

4° Acier mi-dur (0,57 de carbone).

Un ralentissement progressif commence vers 750°, passe par un maximum entre 700 et 690, et va se relier, avant d'être complètement terminé, à une station du thermomètre à 661°.

* *Jernkontorets Ann.*, janvier 1885.
** *Comptes rendus*, t. CII, pp. 675 et 1454; CIII, p. 1122.
*** *Trans. royal Soc. Edinb.*, t. XXVII, p. 125.
**** *Bull. Soc. chim.*, t. XLV, p. 482.

5° Acier dur (1,25 de carbone).

Très longue station à 674°.

La dernière station, qui manque dans le fer électrolytique, est une fonction de la teneur en carbone. Elle correspond à la récalescence de M. Barrett et à la transformation, pendant le refroidissement lent, du carbone de trempe (non combiné au fer) en carbone de recuit (combiné au fer).

Les deux premières perturbations, distinctes dans le fer électrolytique et l'acier extra-doux, correspondent aux phénomènes étudiés par M. Pionchon, c'est-à-dire à deux modifications moléculaires du fer, ou, plus probablement, à une seule modification fractionnée. On voit que ces deux ralentissements se réunissent en un seul dans les aciers doux et mi-dur et vont se confondre, dans l'acier dur, avec la récalescence.

A mesure que la teneur en carbone augmente, la température de transformation du fer s'abaisse rapidement, la température de transformation du carbone s'élève lentement jusqu'à ce que toutes deux arrivent à coïncider.

Les points critiques s'abaissent à mesure que le refroidissement devient plus rapide; pendant la trempe vive, on n'aperçoit plus aucune perturbation; la chaleur correspondant aux transformations non effectuées resté disponible dans l'acier; le fer et le carbone gardent, partiellement au moins, dans l'acier trempé, l'état qu'ils avaient aux températures élevées.

Mais c'est particulièrement à la présence de la variété dimorphique du fer que l'acier trempé doit ses propriétés spéciales. Si l'on prend, en effet, les aciers où les deux transformations sont distinctes et qu'on les trempe dans l'intervalle, le métal ne durcit pas, bien que le carbone y reste à l'état de carbone de trempe.

Quand on fait revenir l'acier trempé, le carbone de trempe repasse progressivement à l'état de carbone de recuit chimiquement combiné au fer: la réaction prend une vitesse notable vers 200° (bien qu'elle commence certainement au-dessous) et paraît achevée vers 530°. Cette formation de carbure de fer, en divisant intimement la masse métallique, lui enlève sa fragilité; mais la dureté, qui est due surtout à l'état dimorphique du fer, n'est pas altérée aussi rapidement; le fer ne reprend complètement son état normal qu'à 660-680°.

Parmi les corps étrangers que l'on rencontre le plus souvent dans les aciers industriels, il en est deux au moins dont le rôle peut maintenant s'expliquer : ce sont le manganèse et le tungstène.

Ces corps abaissent les températures de transformation du fer et du carbone, c'est-à-dire qu'ils agissent à la façon d'une trempe, trempe

plus ou moins dure selon la proportion de l'élément considéré. Dans les ferro-manganèses à 20 % de manganèse et au-dessus, la totalité du fer garde à froid l'état allotropique ordinairement particulier aux températures élevées : aussi ces métaux ne sont-ils pas magnétiques.

Le chrome a une action opposée : il élève la température de récalescence.

Le silicium et le phosphore ne paraissent pas avoir d'influence sur les phénomènes étudiés.

Le soufre neutralise plus ou moins le manganèse.

MM. Camille VINCENT et DELACHANAL,

A Paris.

SUR LA « QUERCINE » NOUVEL HYDRATE DE CARBONE CONTENU DANS LE GLAND DU CHÊNE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Nous avons extrait une quantité notable de quercite, en suivant le procédé indiqué par M. Prunier (*Ann. de Chimie et de Physique*, t. XV), que nous avons modifié en ce qui concerne le traitement des eaux-mères.

Les liqueurs sirupeuses, riches en sels de potasse et en sels de chaux, ne cristallisant plus qu'avec une grande difficulté, ont été, en grande partie dépouillées de leurs bases minérales, par l'emploi successif de l'acide sulfurique étendu et de l'alcool.

Elles ont aussitôt donné une abondante cristallisation de quercite, représentant environ le tiers de la quantité totale extraite.

Nous avons opéré de la façon suivante : on a dosé la potasse et la chaux contenues dans les liqueurs à l'état de sels organiques, puis on a calculé la quantité d'acide sulfurique nécessaire pour transformer ces bases en sulfate.

Les eaux-mères étendues d'eau, puis additionnées de la proportion calculée d'acide sulfurique faible, ont été concentrées dans le vide au bain-marie, jusqu'à formation d'un abondant dépôt salin ; on a alors ajouté de l'alcool, de façon à doubler le volume du liquide, ce qui a déterminé la précipitation presque totale des sulfates de potasse et de chaux, qu'on a séparés par filtration.

La liqueur concentrée dans le vide jusqu'à sirop, a bientôt fourni une abondante cristallisation de quercite, facile à purifier.

Nous avons observé que les dernières cristallisations par évaporation lente, et à bonne température, fournissaient une petite quantité de cristaux de forme différente de ceux de la quercite, et qui s'effleurissaient rapidement à l'air ou dans le vide.

Nous avons séparé ces cristaux effleuris pour les purifier par cristallisations successives dans l'eau. Nous avons reconnu que nous avions une matière organique nouvelle, à laquelle nous avons donné le nom de *Quercine*.

Propriétés physiques. — Cristallisée dans l'eau par évaporation à basse température, elle se présente sous forme de prismes hexagonaux volumineux, transparents, hydratés, s'effleurissant très rapidement à l'air, en devenant opaques.

Conservés dans un tube fermé, à une température de 30° environ, ces cristaux restent vitreux; mais ils abandonnent néanmoins leur eau, qui mouille le tube. Si on les examine alors au microscope, on voit qu'ils sont formés d'un grand nombre de petits prismes clinorhombiques anhydres; il y a donc eu pseudomorphisme.

Les cristaux, effleuris à l'air, présentent le même aspect au microscope.

Les cristaux anhydres et les cristaux hydratés dissous dans l'eau chaude, laissent toujours déposer par refroidissement, des cristaux anhydres clinorhombiques brillants, et très réfringents.

Les cristaux hydratés ne se forment qu'à basse température.

M. Friedel a déterminé la forme cristalline de la *Quercine* anhydre. (C. R., t. CV, 11 juillet 1887.) Il a reconnu que cette substance cristallise en prismes clinorhombiques présentant les faces m qui sont dominantes, et les faces p et $b\frac{1}{2}$; ces dernières forment tantôt de simples bordures sur les arêtes aigues $m.p.$; tantôt s'étendent assez pour faire presque disparaître la base.

La *Quercine* anhydre fond sans altération à la température de 342° (non corrigée); elle brunit rapidement si l'on élève davantage la température, puis elle se boursoufle en dégageant des gaz et une odeur de sucre brûlé; enfin le résidu charbonneux s'incinère.

La *Quercine* est peu soluble dans l'eau; 100 parties d'eau en dissolvent 1,51 à 15° et 0,789 à 0°; la solubilité est beaucoup plus forte à chaud. Elle est insoluble dans l'alcool bouillant.

Cette faible solubilité de la matière dans l'eau, n'a pas permis de déterminer d'une façon rigoureuse son poids moléculaire par la belle méthode cryoscopique de M. Raoult. Cependant, des essais qu'il a bien voulu faire sur une petite quantité de notre produit, M. Raoult

a pu conclure que la molécule de *Quercine* ne renfermait ni moins de quatre, ni plus de six atomes de carbone.

Examinée au polarimètre sous 0m40 d'épaisseur, une solution saturée de *Quercine* s'est montrée dépourvue de pouvoir rotatoire. La matière est donc inactive.

Composition. — Propriétés chimiques. — A l'analyse, la matière anhydre a donné les résultats suivants :

	Calculé pour un hydrate de carbone pour 100.	Trouvé pour 100.
C.	6.66	6.80
H.	40.00	39.40
O.	53.34	53.80

Pour déterminer la nature de cet hydrate de carbone, nous l'avons traité par l'anhydride acétique au bain d'huile à 130° pendant trois heures. Par refroidissement, il s'est déposé de longs prismes rhombiques, qui ont été lavés à l'éther, puis cristallisés dans l'alcool bouillant. Ce produit insoluble dans l'éther et dans l'eau, fond à 301° (temp. corr.) et se volatilise facilement pour se condenser en houppes déliées.

Traité en tube scellé à 100° par une solution alcoolique de potasse, ce produit se dissout d'abord complètement, puis se saponifie en régénérant le produit primitif, qui se combine avec la potasse et forme une masse cristallisée, à peine soluble.

Nous avons trouvé que 100 parties de ce dérivé acétylé produisaient 83 parties d'acide acétique. Cette proportion s'accorde avec la composition $C^6H^6(C^2H^3O^2)^6$ qui donnerait 83,3 % d'acide acétique. On est conduit ainsi à la composition $C^6H^6(OH)^6$ pour le produit primitif, qui est celle d'un alcool hexatomique.

La Quercine ne fermente pas sous l'influence de la levure de bière; elle ne réduit pas la liqueur de Fehling, même après ébullition préalable avec un acide étendu.

Elle ne se colore pas par l'ébullition avec une solution de soude caustique, mais elle se combine à la soude, en donnant une matière plus soluble qu'elle, dans l'eau. Si on ajoute une grande quantité d'alcool, on précipite de longues aiguilles, faciles à purifier de l'excès d'alcali par lavages répétés à l'alcool absolu, et dessication dans le vide. Ce produit nous a accusé une richesse de 10,7 % en sodium.

La faible proportion de produit ne nous a pas permis d'en faire l'analyse élémentaire.

La Quercine réduit le nitrate d'argent ammoniacal additionné de soude.

La phénylhydrazine en dissolution acétique chaude, ne donne pas de combinaison avec la nouvelle matière.

Une dissolution d'acétate neutre de plomb ne donne point de précipité avec la Quercine, tandis que l'acétate tribasique donne un précipité gélatineux blanc.

Une dissolution de Quercine évaporée sur une lame de platine avec de l'acide azotique, puis le résidu traité par l'ammoniaque en excès et le chlorure de calcium, et évaporé, donne une magnifique coloration rose, comme le ferait l'inosite. C'est donc à tort que l'on considère la réaction de Scherer comme caractéristique de l'inosite.

En résumé, la matière que nous avons trouvée dans le gland du chêne, et à laquelle nous avons donné le nom de *Quercine* est un alcool hexatomique, se rapprochant de l'inosite par un certain nombre de propriétés, mais en différant essentiellement par bien des caractères, notamment :

1° Par la cristallisation ;

2° Par son point de fusion 340°, tandis que l'inosite fond à 217° (Maquenne) ;

3° Par le point de fusion de son dérivé hexacétylé 301° (Corrigé) ; celui de l'inosite étant 212° (Maquenne) ;

4° Par sa solubilité : la Quercine exige 66 fois son poids d'eau à 15° pour se dissoudre, tandis que l'inosite est soluble dans 10 fois son poids d'eau à 10° d'après MM. Tanret et Villiers.

La faible proportion de matière dont nous avons pu disposer, ne nous a pas permis de poursuivre plus loin notre étude, que nous reprendrons dès que nous aurons préparé une nouvelle quantité de Quercine.

M. LORIN,

Préparateur à l'École centrale des arts et manufactures, à Paris.

SUR LA FONCTION CHIMIQUE DE L'INOSITE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

I. — L'inosite a été l'objet, cette année, de travaux ayant surtout pour objet de fixer sa fonction chimique.

On a trouvé, par expérience, que l'inosite ne saurait être un aldéhyde ni un acétone, et qu'il est un alcool polyatomique.

II. — Sans procéder ainsi par exclusion, et en me fondant sur la stabilité de l'inosite sous l'action de la chaleur et de la liqueur de Fehling, et sur la combinaison de ce corps, avec l'acide nitrique, l'inosite hexanitrée, j'ai immédiatement essayé la réaction des acides oxaliques et de l'inosite.

L'acide oxalique ordinaire et les quelques grammes d'inosite, dont alors on pouvait disposer, ont fourni, au bain d'eau salée, un dégagement constant d'acide carbonique, et des acides formiques de titres variant de 2... à 53 pour 100 d'acide formique vrai. Par l'addition, faite ensuite, de l'acide oxalique déshydraté, on a eu une série d'acides formiques n'ayant pas dépassé 75 pour 100, avec production nécessaire d'acide carbonique mélangé d'oxide de carbone, tandis que l'acide oxalique déshydraté, seul, servant en quelque sorte de témoin, n'a rien donné. Les dosages d'acide formique ont été faits avec l'eau de baryte; et après les quelques mois qu'ont duré ces nombreuses réactions, le produit résultant quoiqu'un peu coloré, avait résisté, et donnait encore facilement, avec l'acide oxalique, les phénomènes ordinaires.

Ces mêmes faits, qui ont servi de caractéristiques aux alcools polyatomiques (*Bull.* 1870 — C. R., mai et août 1875) imposent cette conclusion : *l'inosite est un alcool polyatomique proprement dit.* C'est l'une des conclusions de la note : « L'acide oxalique déshydraté « peut servir à caractériser les alcools polyatomiques, fonction « chimique de l'inosite. » (C. R. mai 1877).

III. — On lit (Supplément du *Dict. Wurtz*) :

« Chauffée avec l'acide oxalique, l'inosite fournit, comme les autres « alcools polyatomiques, de l'acide carbonique, de l'acide formique et « de l'oxyde de carbone. » (Lorin).

M. C. Vincent s'exprime ainsi dans sa note sur la sorbine et la « sorbite : « La sorbine, isomérique de la dulcite et de la mannite, se « comporte comme ces substances en présence de l'acide oxalique, ce « qui vient confirmer sa fonction d'alcool polyatomique » (*Bull.* 1880).

IV. — En résumé, *il y a dix ans* que j'ai fait connaître la fonction chimique d'alcool polyvalent de l'inosite, par des réactions nettes, appliquées depuis à d'autres corps.

M. LORIN,

Préparateur à l'École centrale des arts et manufactures, à Paris.

NOTE RELATIVE AUX AMMONIAQUES COMPOSÉES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

I. — Le mélange de l'iodure d'éthyle et du gaz ammoniac sec et dissous dans l'alcool absolu, pour étudier leur combinaison successive, donne à 13 degrés, d'abord un abaissement notable de température marqué par un abondant dépôt de rosée, puis peu de temps après un dégagement de chaleur tel que le flacon bien fermé a été brisé avec une explosion extrêmement violente (nov. 1877).

Cette réaction, d'ailleurs entre des quantités considérables de substances, était imprévue. Elle a été indiquée au Congrès de Blois (1884), et l'intérêt qu'elle présente m'a engagé à la reprendre (juillet 1886), en la variant de diverses manières, avec les iodures des alcools monovalents et le gaz ammoniac, en solution aqueuse ou alcoolique, ordinaire ou concentrée.

II. — *Expériences avec l'alcool ammoniacal :*

1° Avec 80 grammes d'iodure de méthyle et 65 grammes d'alcool (15 % d'AzH^3), abaissement de 23 à 8 degrés, puis élévation rapide de température à 60 degrés. Le liquide a distillé, et pour ne pas perdre de matière, on a tout refroidi. Retirée de l'eau, la réaction a continué à l'ébullition. On a refroidi de nouveau, et ainsi de suite. A la fin, production abondante de fins cristaux surnagés d'un liquide rougeâtre.

2° Mêmes phénomènes thermiques avec 140 grammes d'alcool et 192 grammes d'iodure d'éthyle, l'élévation de température à 60 degrés étant plus lente; légère coloration et cristaux de dimensions notables.

Les expériences qui suivent ont été faites avec un sixième d'équivalent d'iodure et la quantité équivalente de gaz ammoniac (20 %) dans l'alcool absolu.

3° Avec les iodures de méthyle et d'éthyle, même abaissement de température de 26 à 5 degrés; puis, avec le premier, ébullition immédiate; la même température a été atteinte avec le second un peu après.

4° L'iodure de propyle, même abaissement; mais la température finale ne surpasse que de 5 degrés la température ambiante.

5° L'abaissement est au moins aussi marqué avec l'iodure d'isopropyle, mais on ne dépasse pas la température ambiante*.

6° De même avec l'iodure d'amyle, la température ne s'abaissant que de 26 à 16 degrés.

7° L'iodure d'allyle a présenté des effets analogues à ceux de l'iodure de méthyle : abaissement de 26 à 10 degrés, puis le thermomètre atteint facilement 60 degrés. Le ballon étant plongé dans l'eau pour calmer l'effervescence, la réaction a repris et fait atteindre 70 degrés; enfin dépôt de poudre blanche.

8° Avec 156 grammes d'iodure d'éthyle et 90 grammes d'alcool ammoniacal (18,9 %), abaissement de 27 à 3 degrés, et l'élévation de température s'est distribuée de la manière suivante :

1er quart d'heure,	de	3 à 19°
2e	—	de 19 à 26°
3e	—	de 26 à 33°
4e	—	de 33 à 43°5
4e	—	de 43°5 à 53°

Le col du ballon s'est échauffé et il s'est condensé des gouttelettes. La température a dépassé 60 degrés. Après une heure et demie d'expérience, le liquide est d'un beau jaune d'or, puis tourne au rougeâtre.

9° *Expérience de cours.* — Dans un ballon à densité de vapeur, on introduit d'abord 10 grammes d'iodure méthylique, et 6 à 7 grammes d'alcool ammoniacal (20 %), sans agiter. On remarque une couche blanche à la séparation des deux liquides. Pour établir la réaction on agite vivement le ballon bouché, placé sur un valet. L'ébullition se détermine et presque aussitôt le bouchon est projeté avec force, ainsi qu'une partie du liquide; des cristaux apparaissent au fond et sur le col du ballon. Même expérience avec l'iodure d'allyle.

III. — *Intervention de l'ammoniaque aqueuse.*

10° *Autre expérience de cours.* — On a deux couches sans action immédiate avec 57 grammes d'iodure de méthyle et 49 grammes d'ammoniaque (13,9 %). Après l'addition de 10 grammes d'alcool

* La préparation des iodures de propyle et d'isobutyle à l'aide du phosphore ordinaire exige des précautions minutieuses, surtout avec le dernier, pour éviter des explosions et des inflammations spontanées. L'acide iodhydrique apparaît en grande proportion.

pour établir le contact, un peu d'iodure s'est dissous et la température s'est élevée de 21 à 30 degrés. L'agitation a provoqué la réaction; on a eu 44 degrés; et l'iodure libre s'est mis en ébullition, les vapeurs venant se condenser dans le liquide supérieur. Le mélange refroidi, par l'addition de 20 grammes d'alcool et l'agitation, l'iodure a disparu: la réaction s'est continuée avec ébullition à 44 degrés. On a encore refroidi, et le dépôt blanc a augmenté.

L'influence de la dissolution, pour que les matières réagissent, est ainsi montrée à l'évidence, de même que la puissance à la combinaison de l'iodure de méthyle et du gaz ammoniac.

11° La température n'a pas changé avec l'iodure d'éthyle et l'ammoniaque, et addition de 40 grammes, plus 20, plus 20, plus 20 d'alcool. L'action du temps et l'agitation chaque jour ont produit la dissolution de l'iodure, sans dépôt de cristaux après un mois.

Ces expériences avec l'ammoniaque aqueuse présentent un caractère différentiel plus net pour les iodures de méthyle et d'éthyle, etc., qu'avec la solution alcoolique.

IV. — Avant de conclure, je rappelle que MM. Vincent et Chappuis ont émis cette opinion : *que la différence d'action des chlorures de méthyle, d'éthyle et de propyle sur les amines, trouve son explication de la différence de constitution du carbinol et des autres alcools.*

V. — *En résumé :*

1° Les iodures alcooliques de la série grasse et l'iodure d'allyle donnent d'abord un abaissement notable de température avec une solution de gaz ammoniac dans l'alcool, cet abaissement étant moindre pour l'iodure d'amyle, puis un grand dégagement de chaleur avec les iodures de méthyle et d'allyle, très marqué avec l'iodure d'éthyle, sensible avec l'iodure de propyle, peu sensible avec les autres iodures.

2° L'iodure est caractérisé par les effets thermiques et par le dépôt cristallin. Ce dépôt est instantané et pulvérulent avec les iodures de méthyle et d'allyle, cristallisé en tables carrées avec les iodures d'éthyle, de propyle et d'isobutyle, très abondant et d'aspect gras et lamellaire avec l'iodure d'amyle.

Ces résultats ne sont que des indices de l'intensité des réactions. J'espère que le temps me permettra de donner une suite nécessaire à cette ébauche, notamment par l'étude des produits obtenus, etc.

M. LORIN,

Préparateur à l'École centrale des arts et manufactures, à Paris.

ACTION DE QUELQUES ACIDES ORGANIQUES SUR L'ÉTHER OXALIQUE.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

I. — Dans une note sur le carbonate de méthyle (Congrès de Nancy, p. 296), j'ai indiqué la génération de ce corps au moyen de l'iodure de méthyle et du carbonate d'argent, et par l'action du sodium sur l'oxalate de méthyle.

D'après Loewig, il se ferait du carbonate d'éthyle en faisant réagir l'acide oxalique déshydraté et l'alcool. La présence de ce carbonate n'ayant pas été révélée en répétant son expérience, je me suis abstenu de rechercher le carbonate de méthyle dans une opération analogue.

Les proportions obtenues d'éther oxalique sont variables dans le mode de préparation de Loewig. L'intervention de 1,500 grammes d'acide et 1,650 grammes d'alcool a fourni un poids d'éther égal à celui de l'acide employé. L'éther formique, produit secondaire, en faible quantité vers 120 degrés, est maximum vers 165. Suivant Loewig, le poids de l'éther oxalique est triple de celui de l'éther formique; j'ai trouvé, dans une opération, un poids septuple.

II. — Dans le mémoire : *Action réciproque de l'acide oxalique et des alcools monoatomiques* (C. R., 1877), MM. Cahours et Demarçay indiquent : « Que dans la réaction de Loewig, la présence simul-
« tanée des éthers oxalique et formique est facile à comprendre lors-
« qu'on se rappelle l'action décomposante qu'exerce la chaleur sur
« l'acide oxalique qu'elle dédouble en acides carbonique et formique.
« L'acide oxalique *bibasique*, engendrant par son contact avec l'alcool
« un acide vinique, celui-ci, sous l'influence simultanée de la chaleur
« et de l'alcool, devra donner naissance à de l'éther neutre avec sépa-
« ration d'eau, tandis que sous l'influence de la chaleur seule il devra
« se dédoubler en éther formique avec dégagement d'acide carbo-
« nique. C'est ce qu'expriment les réactions suivantes :

$$C^4H^2O^8,\ C^4H^4 + C^4H^4,\ H^2O^2 = 2HO + C^4H^2O^8,\ (C^4H^4)^2$$

« et

$$C^4H^2O^8,\ C^4H^4 = C^2O^4 + C^2H^2O^4,\ C^4H^4\ .$$

« On s'explique ainsi la production simultanée des éthers oxalique « et formique. »

III. — Cette explication, si facile à comprendre, ne me paraît pas conforme aux faits. On sait que Mitscherlich a signalé, comme propriété spéciale, l'instabilité de l'acide oxalovinique qu'il a découvert. On ne peut s'expliquer, ce semble, la production d'un corps dans les conditions où il est détruit, et sa persistance d'action à une température de beaucoup supérieure (150-175 degrés) à celle de sa décomposition. Dès lors la production de l'éther formique et des phénomènes qui l'accompagnent paraît difficile à admettre, ainsi que l'équivalence qui représenterait sa génération. La même objection se présente sous une autre forme : l'instabilité de l'acide oxalovinique devrait donner d'abord le maximum d'éther formique, puis une quantité décroissante ; or, c'est le contraire qui a lieu.

IV. — La variété des conditions qui interviennent dans la très longue opération de Loewig semblait rendre ce problème insoluble : trouver la cause de la production d'éther formique et des phénomènes simultanés. Cette cause s'est présentée, ce me semble, en éliminant toutes les conditions inutiles, c'est-à-dire en faisant réagir l'acide oxalique sur l'éther oxalique neutre. Dans l'hypothèse de l'acide oxalique réagissant sur l'éther oxalique pour donner l'éther formique, on a :

$$C^4H^2O^8\,(C^4H^4)^2 + C^4H^2O^8 = 2(C^2O^4) + 2(C^2H^2O^4,\ C^4H^4)\ .$$

Par suite, un équivalent de chacun des corps en réaction doit fournir deux équivalents et d'acide carbonique et d'éther formique. Les résultats de l'expérience sont conformes à ces prévisions. On ne peut admettre que l'acide oxalique donne de l'acide oxalovinique avec l'éther neutre puisqu'on a commencé la réaction à 140 degrés.

V. — Ainsi, dans 500 grammes d'éther oxalique, préalablement porté à 140 degrés, on a introduit 93ᵍ,5 d'acide oxalique à 98,4. La composition du gaz a varié de 82,1 % d'acide carbonique à des traces d'oxyde de carbone. On a obtenu finalement 45 litres d'acide carbonique et 5ˡ,4 d'oxyde de carbone. Le produit contenait 96,6 d'éther formique et 2,2 d'éther oxalique %. On a eu 149 grammes d'éther formique, des réactions secondaires compensant les pertes inhérentes à cette expérience.

VI. — Pour lever toute objection, on a fait agir *l'acide formique cristallisable* sur l'éther oxalique. Le dégagement gazeux s'est fait d'une manière régulière, la composition moyenne de mélange gazeux

donnant 88,5 % d'acide carbonique. La quantité d'éther formique, en tenant compte de l'acide formique détruit, a été inférieure de quelques grammes à la quantité théorique.

Pareillement, *62 grammes d'acide acétique cristallisable* sur l'éther oxalique. Ni gaz, ni liquide avant 140 degrés. Le gaz d'abord à 90,1 % d'acide carbonique a atteint 94,2. En cohobant le liquide du récipient, on a eu finalement 18l,6 d'acide carbonique et 1 litre d'oxyde de carbone, soit 92,5 d'acide carbonique %. La distillation du liquide du récipient a fourni 110 grammes de 50 à 100 degrés. Il contenait 47,2 d'éther acétique et 31,5 d'éther formique; le reste, 21g,3 était de l'éther oxalique, etc. Ainsi, les phénomènes sont du même ordre avec l'acide acétique qu'avec les acides formique et oxalique.

Enfin, l'acide benzoïque avec l'éther oxalique n'a rien donné, même jusqu'à 240 degrés, si ce n'est des traces de gaz acide carbonique et oxyde de carbone et d'éther benzoïque. L'acide cristallise par refroidissement.

VII. — *Application à la préparation de l'éther oxalique par le procédé Loewig.*

On a fait réagir dans les mêmes conditions :

450 grammes	d'acide et	500 grammes	d'alcool	— A
450	Id.	1,455	Id.	— B
650	Id.	500	Id.	— C

On a eu les résultats suivants, A et C contenaient une notable quantité de cristaux. Pour C, 411 grammes.

Pour A, le liquide décanté a donné, jusqu'à 120 degrés, 1,450 d'acide carbonique, 360 d'oxyde de carbone et 300 de liquide. En laissant refroidir, on a eu un dépôt de cristaux. A 155 degrés, on avait 91,1 % d'acide carbonique; le dernier gaz était à 95. On a obtenu presque la quantité théorique d'éther formique. Le volume du gaz a été 82l,3 d'acide carbonique et 14l,3 d'oxyde de carbone. — Acide carbonique moyen, soit 85 %.

Poids de l'éther oxalique représentant 28,5 % de la quantité théorique.

Pour B, le gaz n'apparaît pas jusqu'à 130 degrés. Volume total : 32l,5 d'acide carbonique et 3l,7 d'oxyde de carbone. — Moyenne : 90 % d'acide carbonique.

Poids de l'éther oxalique : 475 grammes, soit 68 % de la quantité théorique.

Pour C, le liquide décanté a donné du gaz à 105 degrés; dégagement très rapide à 135 avec forte odeur d'éther formique. Volume

total de l'acide carbonique : 40l,5 et 6l,5 d'oxyde de carbone. — Moyenne : 86,1 d'acide carbonique %.

Poids de l'éther oxalique : 163, soit les 23 % de ce qu'on aurait dû avoir.

VII. — *En résumé :* les acides oxalique, formique et acétique agissent sur l'éther oxalique dans des conditions comparables. Il y a partage de l'alcool latent ; il se produit de l'éther de l'acide en réaction et de l'éther formique, qui est en proportion double, c'est-à-dire qu'un équivalent d'acide oxalique donne lieu à deux équivalents d'éther formique. Les phénomènes généraux qui accompagnent la formation des éthers sont tous de même ordre.

Il importe, dans la préparation de l'éther oxalique par le procédé Loewig, d'exagérer la proportion d'alcool pour éviter la décomposition de l'éther oxalique qui donne naissance à de l'éther formique impur. On rentre ainsi dans les proportions indiquées par Pean de Saint-Gilles et M. Berthelot pour la production maximum des éthers.

Ce travail, fait à l'École Centrale, comme les précédents, sera continué.

MM. G. SOREL et FINES,

A Perpignan.

PROBABILITÉ DES PRÉVISIONS DES GELÉES PRINTANIÈRES.

— Séance du 23 septembre 1887. —

M. Kammermann, astronome-adjoint à l'Observatoire de Genève, a publié un travail pour démontrer que « la différence entre les indications du thermomètre à boule mouillée et la température minimale variait, en moyenne, très peu dans le courant de l'année, et que cette propriété était précieuse pour prévoir le minimum de la nuit suivante au moyen d'une simple correction[1] ».

Dans une autre étude, publiée cette année, l'auteur ajoute que :

1. *Archives des sciences physiques et naturelles,* Genève, 15 novembre 1885, t. XIV, p. 425 : *Le thermomètre à boule mouillée et son emploi pour la prévision du temps.*

« Il était aussi à supposer que la constante à soustraire du thermomètre à boule mouillée ne varierait que dans une faible mesure avec le changement de climat », et il s'occupe de la détermination de cette constante pour les différentes localités de la terre [1].

Voyons, d'abord, sur quelles notions s'appuie cette méthode et puis le degré de probabilité qu'elle peut avoir à Perpignan.

Causes qui facilitent le rayonnement nocturne. — Le rayonnement nocturne de la terre à travers l'espace très froid amène un refroidissement considérable du sol et des couches d'air les plus proches. L'intensité de ce rayonnement est en rapport avec la température, la clarté du ciel, la sécheresse de l'air et la vitesse du vent.

Plus il a fait chaud pendant le jour et plus le thermomètre peut s'abaisser pendant la nuit. — Les nuages remplissent l'office d'un écran qui renvoie la chaleur vers le sol. — L'air humide absorbe les rayons calorifiques émis par la terre. — Le vent amoindrit la radiation en renouvelant constamment les couches d'air à la surface des corps; pendant les nuits calmes, sèches et sereines, la radiation est très forte.

Moyens d'estimer les effets du rayonnement. — Si on enveloppe le réservoir d'un thermomètre ordinaire de mousseline mouillée, comme l'est celui du thermomètre humide d'un psychromètre, le refroidissement du réservoir sera d'autant plus grand que l'air sera plus sec et l'évaporation plus active.

Les indications du thermomètre mouillé, comme celles du thermomètre sec, sont aussi en rapport avec l'élévation de la température pendant le jour, car la chaleur facilite également l'évaporation.

Le thermomètre humide ressent donc à la fois l'influence de la température et de l'humidité de l'air, c'est-à-dire des deux causes qui favorisent ou diminuent le plus énergiquement le refroidissement nocturne.

Partant de là, M. Kammermann a constaté qu'à Genève « la différence entre la température indiquée pour une heure fixe, par un « thermomètre à boule mouillée et le minimum de la nuit, est à peu « près constante pendant toute l'année ».

D'après cela, on pourrait connaître d'avance le degré de froid que peut amener le rayonnement nocturne. Il suffirait d'appliquer en

1. *Archives des sciences physiques et naturelles*, Genève, 15 mai 1887, t. XVII, p. 436 : *Comparaison des indications du thermomètre à boule mouillée, dans l'après-midi, et le minimum de température pour différents lieux.*

chaque endroit la méthode de M. Kammermann, afin de prévoir les gelées nocturnes printanières et de pouvoir les combattre[1].

Application de la méthode Kammermann, à Perpignan. — Pour connaître la valeur de la méthode proposée par M. Kammermann appliquée au Roussillon, nous avons réuni les observations du thermomètre mouillé à neuf heures du soir et celles du minimum noté dans la matinée suivante. Nous avons choisi les observations de neuf heures du soir de préférence, parce qu'elles se rapprochent davantage de l'état atmosphérique du matin.

Les calculs ont été appliqués aux mois de mars, avril et mai, pendant lesquels les gelées nocturnes sont principalement à redouter dans nos climats. Ces observations comprennent les trois mois du printemps pendant treize ans; elles sont donc au nombre de mille cent quatre vingt-seize.

Après avoir cherché la différence du thermomètre mouillé et du minimum pour chacun des jours de ces trois mois, nous avons fait les moyennes mensuelles d'abord et puis les moyennes saisonnières; en dernier lieu, nous avons obtenu la différence moyenne printanière que nous avons trouvée égale à 1°2.

Afin de déterminer *pratiquement* le degré de probabilité de la prévision de l'intensité du minimum thermométrique de la nuit, d'après les indications du thermomètre mouillé, nous avons tracé un diagramme dans lequel les abcisses représentent l'écart positif ou négatif qu'il y a entre la différence des températures observées et la moyenne qui est égale à 1°2. — Dans ce même diagramme, les ordonnées représentent le nombre de fois où l'écart est compris entre la valeur de l'abcisse, augmentée ou diminuée de $\frac{1}{10}$ de degré (pl. V).

Pour rendre plus visible la variation des écarts en plus ou en moins, nous avons aussi tracé la *courbe théorique* qu'ils suivraient si on pouvait leur appliquer la loi des erreurs.

Conclusions. — Cette dernière courbe est régulière, la première, au contraire, est très accidentée. La comparaison des deux courbes montre que l'écart peut atteindre 14,6 unités en plus et 13,6 unités en moins. Ces écarts sont tellement importants qu'on ne peut pas appliquer la notion de probabilité à ce phénomène.

Il faut donc nécessairement conclure que les résultats obtenus par

1. On pourrait les combattre soit au moyen de nattes, comme le font les jardiniers pour les cultures maraichères, soit au moyen de nuages artificiels obtenus en faisant brûler des plantes sèches goudronnées, comme on le fait pour recouvrir les vignes et les arbres fruitiers en fleurs d'un écran qui empêche le rayonnement.

des moyennes n'offrent pas dans ce cas, pour Perpignan au moins, le caractère d'exactitude scientifique qu'on a pu leur attribuer ailleurs.

On ne pourrait, dans la pratique, utiliser en Roussillon la méthode de M. Kammermann qu'avec peu de garantie ; en effet, la différence de température entre les deux valeurs thermométriques est comprise entre 1°2 et 2°2 dans 175 cas sur 1196 observations, ce qui donnerait seulement une vérification de 1 fois sur 6,8, en se contentant de l'approximation de 1°. Les écarts de la température d'un jour à l'autre sont probablement la cause de la différence des résultats obtenus : à Genève, cet écart est moindre qu'à Perpignan. Nous donnons, en finissant, le relevé des différences positives ou négatives avec la moyenne de 1°2.

Il y a une différence :

Entre	1°2	et	1°2	+	1°	dans	175	cas.	Entre 1°2 et 1°2	— 1°	dans 241 cas.
»	»		»	+	2°	»	328	»	» »	— 2°	» 413 »
»	»		»	+	3°	»	445	»	» »	— 3°	» 533 »
»	»		»	+	4°	»	501	»	» »	— 4°	» 590 »
»	»		»	+	5°	»	538	»	» »	— 5°	» 622 »
»	»		»	+	6°	»	557	»	» »	— 6°	» 629 »
»	»		»	+	7°	»	562	»	» »	— 7°	» 632 »
»	»		»	+	8°	»	563	»	» »	— 8°	» 632 »
									» »	— 9°	» 633 »

En faisant la somme des différences positives et négatives, 563 et 633, nous trouvons un total de 1,196, égal au nombre d'observations.

M. Pierre **LAZERGES**,

Membre du Conseil d'administration de la Société de géographie de Toulouse.

DE L'OZONE DE L'AIR. — OZONOGRAPHE DE M. PIERRE LAZERGES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

On s'est peu occupé jusqu'à présent de l'ozone de l'air. Dans les observations on n'en parle pour ainsi dire que pour mémoire, et beaucoup de météorologistes ne pensent même pas que les observations sur l'ozone puissent conduire à des résultats sérieux. Nous ne partageons pas leur manière de voir. Pour nous, nous avons trouvé

au contraire dans l'étude de ce corps une source féconde d'idées d'un enchaînement et d'une logique irrésistibles, embrassant tous les phénomènes aériens et un grand nombre de phénomènes terrestres [1]. Nous avons déjà fait l'exposé de nos travaux dans divers recueils de sociétés savantes; nous n'y reviendrons pas. Notre but actuel est seulement de présenter au Congrès l'appareil de notre invention qui nous a servi à constater l'existence de l'ozone.

Tout le monde sait que l'ozone est tout simplement de l'oxygène électrisé, de l'oxygène à l'état naissant, c'est-à-dire, se trouvant dans un état où ses affinités sont très exaltées et beaucoup plus énergiques que dans l'état ordinaire.

On constate la présence de l'ozone par observation directe, au moyen d'une petite feuille de papier Berzélius d'un centimètre sur cinq, préparé avec une dissolution d'iodure de potassium contenant de l'empois d'amidon, et placé sous un abri qui le préserve de la pluie et du contact des rayons solaires. L'ozone décompose l'iodure, et l'iode mis en liberté bleuit l'amidon. A chaque observation, on agite le papier dans un bain d'eau pure pendant 5 à 15 secondes selon le degré de coloration, et, après l'avoir essuyé légèrement avec une feuille de papier buvard, on le porte sur la gamme de comparaison divisée en 20 degrés.

Nous avons procédé ainsi très longtemps par observations directes faites à sept heures du matin et à sept heures du soir. Mais, en suivant de plus près les variations de coloration du papier, c'est-à-dire en multipliant nos observations même pendant la nuit, nous avons reconnu que le mode d'observation généralement adopté offrait de graves inconvénients.

Ainsi, à différentes reprises, nous avons constaté, vers minuit, sur le papier réactif d'assez fortes colorations qui, le matin, à l'heure de l'observation ordinaire, avaient complètement disparu. Ce phénomène se manifeste à Toulouse particulièrement par les temps de brouillard; nous avons pensé que la décoloration était produite par l'humidité résultant du brouillard du matin. Quoi qu'il en soit, voilà donc de notables quantités d'ozone qui se produisent parfois dans l'intervalle de deux observations et qui échappent à l'observateur. En outre, l'observation à douze heures d'intervalle, présente l'inconvénient de l'accumulation des teintes résultant de l'action constante de l'ozone sur tout le papier, de sorte qu'on est obligé d'attribuer à l'heure de

1. Voir notre théorie des vents, brises, vents alizés, etc... : *Bulletin de la Société de géographie de Toulouse,* n° 5, année 1886. — *Bulletin du Congrès d'hydrologie et de climatologie de Biarritz,* année 1886. — Brochure chez Durand, Fillous et Lagarde, imprimeurs à Toulouse.

l'observation des quantités d'ozone qui se sont produites à des heures déjà bien éloignées. Cela montre l'insuffisance de deux observations par jour. Mais en procédant à des observations multipliées, on se crée une sujétion des plus pénibles; nous avons donc été amené à songer à un appareil enregistreur.

Voici ce que nous avons imaginé, après de nombreuses expériences sur le papier ioduré et sur la durée des colorations obtenues.

Si dans le système ordinaire, le papier une fois mouillé perd presque immédiatement sa coloration bleu violacé, il n'en est pas de même du papier qui, après avoir subi le contact de l'air et l'action de l'ozone est conservé à l'état sec dans un lieu obscur. Ce dernier papier conserve la teinte résultant de l'action chimique pendant deux ou trois jours, si bien qu'après ce temps, il peut encore servir à l'observation et donner, par le lavage dans l'eau pure, les teintes qu'il aurait fournies le premier jour.

Après ces résultats, la difficulté se réduisait donc à faire passer dans l'air extérieur une bande de papier ozonométrique qui, après avoir subi pendant un temps donné l'action de l'ozone, pût conserver sa coloration en entrant dans un abri protecteur, et indiquer l'heure correspondante à cette coloration.

Notre appareil réunit, croyons-nous, les conditions désirables.

Au début de l'opération, la bande de papier attachée par une extrémité à une petite bobine de bois ou de métal fixée sur un socle, est enroulée sur cette bobine. L'autre extrémité de la bande s'attache au tambour d'un mouvement d'horlogerie placé sur le même socle et qu'on remonte tous les huit jours.

Les choses sont disposées de manière à ce que la bande tendue suivant une ligne droite tangente à la fois à la circonférence de la bobine et à celle du mouvement d'horlogerie se déplace vers celui-ci à raison de cinq millimètres en trois heures. C'est là, du reste, la longueur du champ d'exposition à l'air libre où chaque élément de la bande reçoit l'action de l'ozone pendant trois heures. Les portions du papier destinées à l'expérience, comme celles déjà impressionnées, sont soigneusement placées hors des atteintes de la pluie et de la lumière au moyen d'un système d'abri de tôle ou de zinc qui consiste en deux boîtes cylindriques superposées et recouvrant la bobine et le mouvement d'horlogerie. — Pour sortir de l'abri de la bobine et pénétrer dans l'abri du mouvement d'horlogerie, la bande de papier doit passer à frottement doux dans des fenêtres étroites ou fentes pratiquées aux parois des boîtes. Les fenêtres des boîtes extérieures sont munies de lèvres en feutre qui complètent l'isolement du papier mis hors des atteintes de l'air extérieur.

L'appréciation des teintes se fait comme dans le procédé ordinaire. Quant à leur attribution aux diverses heures de la journée, on se sert d'une échelle sur laquelle on inscrit les sept jours de la semaine chacun dans un espace de quatre centimètres divisé en douze parties de deux heures.

Nous avions d'abord pensé pouvoir porter cette graduation sur la bande iodurée; mais nous croyons que l'impression de l'échelle sur cette bande en aurait altéré la sensibilité.

Au surplus, le procédé qui consiste à appliquer la bande sur l'échelle à chaque observation est beaucoup plus simple.

Le papier ozonométrique ioduré et amidonné ou de Jame, pouvant offrir des inconvénients par le contact de substances acides ou d'huiles essentielles susceptibles de masquer la réaction de l'ozone, nous avons employé en même temps des bandes de papier rouge de tournesol ioduré. Dans ce cas, la réaction qui se produit est la suivante : l'ozone décompose l'iodure de potassium, et la potasse ramène au bleu le papier de tournesol.

Tous les deux jours, nous consignons sur un registre spécial les résultats fournis par notre ozonographe.

M. le docteur **FINES**,

A Perpignan.

MESURE DES COUPS DE VENT. — ANÉMOMÈTRE DE BOURDON. — MANOMÈTRE A MAXIMA.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Dans une des séances du Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences, tenue à Alger le 16 avril 1881, nous présentions une première note sur la *mesure de la pression du vent*. Nous insistions sur la nécessité de mesurer directement cette pression qui peut seule permettre d'estimer exactement la puissance du choc et l'accumulation de la force, tandis que l'observation de la vitesse moyenne ne permet pas de la trouver. Nous formions le projet de comparer les indications de l'anémomètre de Bourdon, qui enregistre directement la vitesse absolue en chaque instant, avec

d'autres instruments indicateurs de la vitesse moyenne; nous commençons à réaliser cette comparaison dans cette deuxième note, dont M. Mascart a communiqué les principaux résultats à l'Académie des sciences, dans la séance du 31 mai dernier.

La pression produite par l'effort du vent et principalement la violence de ses à-coups intéresse au plus haut point ceux qui l'envisagent du côté scientifique aussi bien que ceux qui s'en occupent au point de vue pratique; les architectes et les ingénieurs doivent tenir compte dans leurs projets de la force du vent pour donner à leurs constructions une stabilité suffisante.

La force des plus grands coups de vent est peu connue; on la déduit ordinairement de la vitesse moyenne pendant dix minutes, tandis que durant les tempêtes le vent peut souffler par raffales et par à-coups successifs instantanés et d'une grande violence.

Les anémomètres de pressions d'Osler ou de Jelineck seraient excellents pour obtenir directement cette mesure si les ressorts conservaient leur élasticité, si on pouvait tenir compte de l'accélération du mouvement de la plaque et si l'axe du vent restait toujours normal à la plaque dynamométrique; mais ces conditions sont loin d'être réalisables actuellement.

Le moulinet de Robinson ne fait pas connaître exactement la vitesse, parce que la force du vent a pour effet de presser l'axe contre les couronnes qui le supportent ou de l'en arracher. Cet appareil cependant nous semble moins défectueux que les premiers, à la condition de bien graisser l'axe, ou mieux, de le munir de godets graisseurs et de le faire tourner dans des couronnes ou des crapaudines en agate. Le principe de sa construction est trop connu pour que nous en parlions ici.

L'anémomètre multiplicateur, que M. Eugène Bourdon présenta à l'Académie des sciences, le 30 janvier 1882, nous a paru préférable. D'une construction simple et solide, cet instrument présente toujours les mêmes résistances et les mêmes frottements, on peut les considérer comme nuls à cause de l'extrême mobilité des molécules d'air qui sont seules en mouvement; de plus l'entrée conique du tube annule les effets des petites inclinaisons de l'axe du vent. Le seul reproche qu'on pourrait lui reconnaître c'est de s'orienter difficilement par les vents faibles; par les vents modérés et forts, il s'oriente bien. Il inscrit d'une manière continue, sur une feuille de papier sans fin, toutes les variations de la force du vent en même temps que la direction et l'heure. Comme cet appareil est encore peu connu, nous allons en indiquer le principe et les avantages.

L'anémomètre de Bourdon est fondé sur la propriété que possède

le tube convergent-divergent, généralement désigné sous le nom de *tube de Venturi*, de produire au point de réunion des sommets tronqués des deux cônes un degré de vide qui se mesure par une

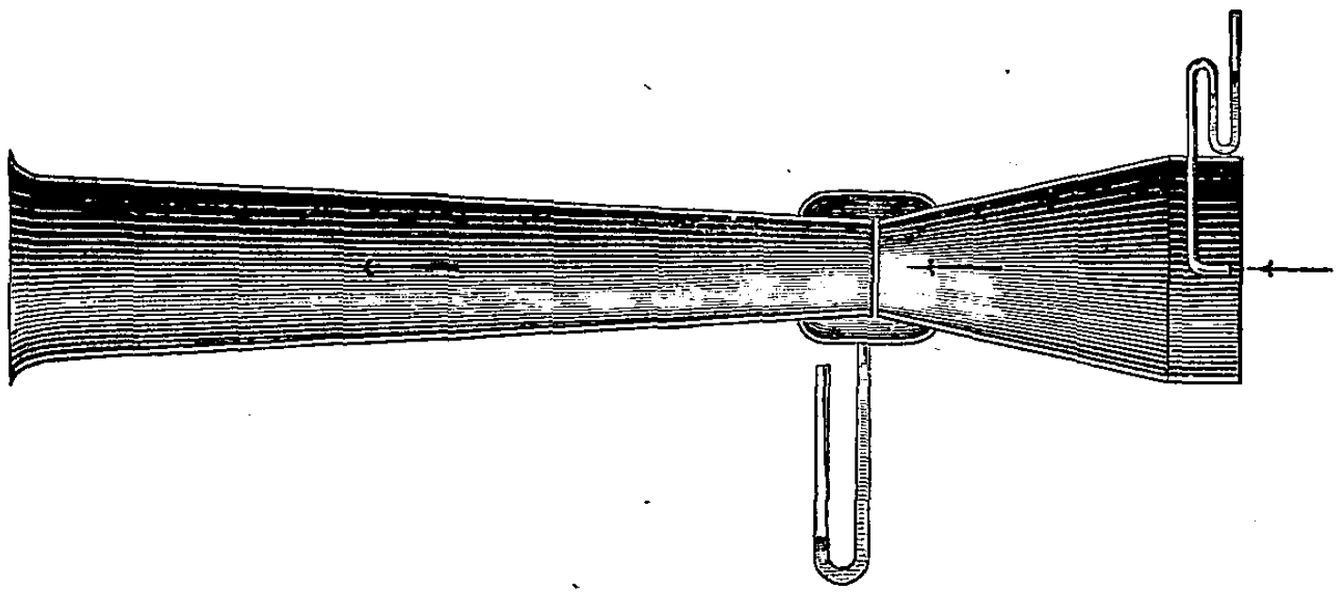


Fig. 1.

colonne d'eau plus haute que la colonne génératrice du courant qui le traverse (*fig.* 1).

M. Bourdon a eu l'idée d'échelonner concentriquement à la suite les uns des autres plusieurs tubes de cette forme, de diamètres décroissants et assez réduits pour n'occuper que la partie centrale de la petite section du tube enveloppe. Ordinairement, l'anémomètre a deux tubes et on lui donne la disposition indiquée dans la figure 2; mais si l'instrument est destiné à mesurer des petites vitesses un troisième tube peut devenir nécessaire.

Le mode de fonctionnement de l'anémomètre multiplicateur est très simple. Quand il n'y a qu'*un seul tube* il se produit au point

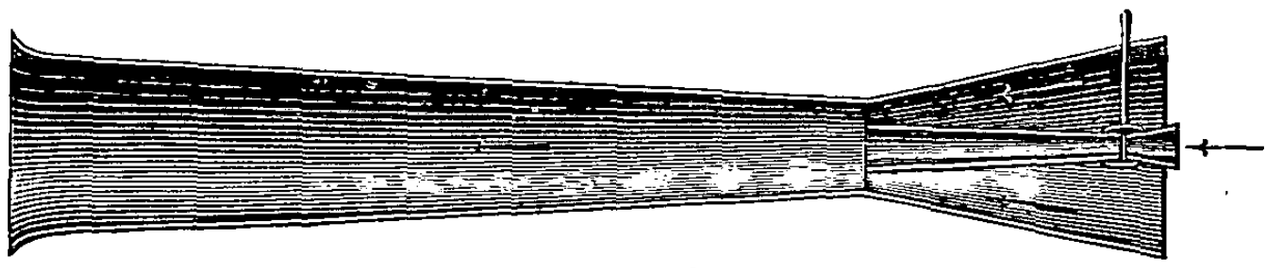


Fig. 2.

d'intersection des deux cônes une pression négative, une succion engendrée par la contraction de la veine fluide en cet endroit. Si on introduit un *second tube*, fixé de telle façon que l'extrémité divergente de ce deuxième tube soit exactement au point d'intersection, là où la veine fluide atteint son maximum de contraction, l'écoulement de l'air se fera dans ce dernier tube, non seulement en vertu de l'action propulsive dont la totalité du courant est animée, mais plus encore par l'influence de la pression atmosphérique qui pèse de

tout son poids sur l'orifice d'entrée, tandis que l'orifice de sortie est plongé dans un milieu où l'air est déjà sensiblement raréfié.

Si par le jeu d'un ventilateur, ou par tout autre moyen analogue, on insuffle de l'air et qu'on observe la hauteur des colonnes d'eau de deux manomètres appliqués l'un à l'orifice d'entrée du tube bi-conique, l'autre au point d'intersection (*fig.* 1) on constatera que la colonne d'eau du premier manomètre a une hauteur de un et que la hauteur de la seconde colonne est six fois plus grande; mais à l'inverse du premier manomètre, le second marque une pression négative due à l'accélération de la vitesse du courant. Si on fixe à la suite l'un de l'autre un deuxième et au besoin un troisième tube de même forme mais de dimensions décroissantes, ils auront pour effet d'augmenter de plus en plus le degré de vide et par suite la vitesse d'écoulement de l'air produite dans le dernier tube. Le rapport qui était :: 1 : 6, pour la hauteur de la colonne d'eau, avec un seul tube [1], est :: 1 : 20 avec deux tubes, et :: 1 : 80 avec trois tubes.

Cet appareil a l'avantage d'une construction très simple et de plus, en amplifiant considérablement l'échelle indicatrice des variations de la vitesse, il permet d'obtenir par son emploi une grande exactitude dans les résultats; enfin, comme il n'y a que le frottement de l'air sur les parois du tube, la transmission du mouvement n'est pas sensiblement ralentie et la force n'est pas diminuée, chaque filet d'air, chaque coup de vent est instantanément enregistré avec son allure et sa force.

Nous désirions vivement l'expérimenter à l'observatoire de Perpignan, le généreux inventeur nous le donna gracieusement à la fin de 1884; nous regrettons vivement qu'il n'ait pas vécu assez longtemps pour connaître les résultats des observations comparatives que nous avons faites [2].

1. Le rapport 1 : 6 qu'on observe lorsqu'on expérimente sur un tube dont l'intérieur est entièrement libre, s'abaisse à 1 : 4 dans l'application à l'anémomètre multiplicateur. Cette différence provient de ce que les autres tubes forment obstacle au passage du courant et par suite ralentissent sa vitesse d'écoulement dans une certaine mesure, d'où résulte une diminution proportionnelle dans le degré de vide produit à chaque échelon le l'anémomètre.

2. Le 29 septembre 1884, après son déjeuner, M. Bourdon nous écrivait en nous adressant deux croquis pour la pose de l'anémomètre qu'il venait de nous expédier, puis il se rendait au chemin de fer d'Orléans où il préparait, avec un ingénieur de la Compagnie, des expériences devant servir à déterminer l'influence du vent sur la vitesse des trains de chemin de fer. Ce jour là il voulut vérifier lui-même l'installation des appareils qu'on avait placés dans le wagon d'expériences, ce qui l'obligea à rester baissé quelque temps. Pris d'un étourdissement subit en voulant descendre du wagon, il tomba sur les rails; il se fit à la tête une grave blessure et mourut dans la soirée.

Les deux fils de M. Bourdon, reprenant les travaux de leur père, ont bien voulu tarer notre appareil au moyen d'une machine soufflante installée dans leurs ateliers[1]. Ils ont déterminé la dépression manométrique, en centimètres de hauteur d'eau, correspondant à la vitesse du vent en mètres par seconde, et la longueur de l'ordonnée tracée par l'enregistreur.

Nous avions ajouté à l'anémomètre multiplicateur de Bourdon un *manomètre à maxima* pour vérifier les indications de l'enregistreur.

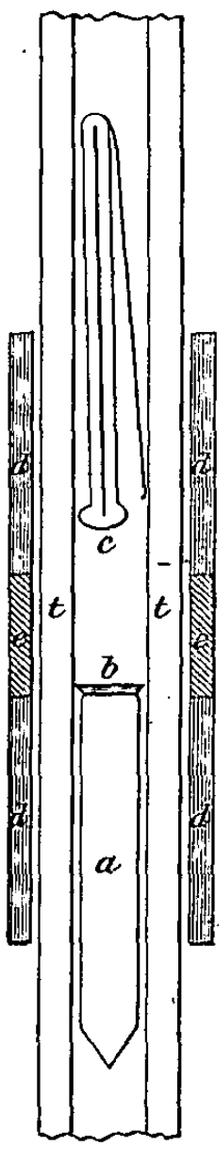


Fig. 3.

A cet effet, nous avons construit un manomètre à eau avec un tube de verre à fortes parois, de 4 mètres de longueur et de 6 millimètres de diamètre intérieur, plongeant dans un flacon rempli d'eau. Ce manomètre est raccordé à l'anémomètre par des tubes en cuivre, de sorte que les oscillations de la colonne manométrique sont synchroniques et proportionnelles à la succion produite au point d'intersection des ajutages convergents-divergents.

Nous avons principalement pour but de connaître les maxima de dépression qui correspondaient aux plus forts coups de vent. Nous y sommes parvenus au moyen d'un flotteur en verre mince *a* (*fig.* 3), surmonté d'un disque très léger en laiton *b* qui a presque le même diamètre que le tube et qui pousse un index *c* semblable à ceux des thermométrographes de Six et Bellini. Il suffit de lire sur l'échelle la hauteur du bas de l'index pour connaître la dépression correspondant au plus fort coup de vent et pour savoir si l'ordonnée tracée simultanément par l'enregistreur est exacte.

L'épaisseur de la paroi du tube de verre ne permettait pas à un fort aimant, en fer à cheval et à trois lames, d'actionner l'index et de l'entraîner. En entourant le tube d'un

1. M. Bourdon père tarait d'abord le tube-girouette en faisant passer le courant du ventilateur directement dans le tube; plus tard, sur la demande de M. Wolf, il tara le tube de l'anénomètre de l'observatoire de Paris en faisant passer le courant au-dedans et autour du tube-biconique. Dans l'un ni dans l'autre cas, les pressions du courant ne permettent de connaître la vitesse de ce courant. Pour obtenir un résultat exact, MM. Bourdon fils ont voulu se placer dans les conditions théoriques : ils ont fait installer un réservoir d'air et ils ont placé l'anénomètre en face du courant s'écoulant par un orifice en mince parois. Si on mesure alors la pression à l'entrée du tube, elle est la même que dans le réservoir et on peut en déduire bien exactement la vitesse. Ce mode de tarage a été adopté pour les anémomètres des observatoires de Perpignan, de Paris et de La Plata.

anneau de fer doux d, mobile et divisé en deux parties séparées par un anneau de cuivre e, nous avons ainsi beaucoup augmenté le champ magnétique, de sorte que l'aimant mis en contact avec l'anneau peut entraîner l'index et le faire descendre ou monter à volonté.

Le tableau suivant contient le relevé des maxima absolus mensuels observés depuis le mois de décembre 1885 jusqu'au mois d'août 1887, c'est-à-dire pendant une période de vingt et un mois. Nous avons ajouté une colonne pour la pression du vent correspondante, et nous avons calculé celle-ci au moyen de la formule de Borda : $P = CV^2$. Nous avons adopté pour la valeur de C le nombre 0.1278, proposé par Athanase Dupré; ce coefficient représente très approximativement la moyenne de celui qu'avait indiqué Poncelet : 0,125, et de celui que, plus récemment, M. Desdouits a trouvé expérimentalement : 0.1296.

Dans ce tableau :

Les trois premières colonnes indiquent le mois, le jour et l'heure;

La 4e colonne O, fait connaître la longueur de l'ordonnée inscrite;
La 5e — D, la dépression correspondante observée sur le manomètre;
La 6e — D′, la dépression calculée d'après la longueur de l'ordonnée O;
La 7e — D—D′, la différence entre D et D′;
La 8e — V, la vitesse en mètres par seconde, calculée d'après O;
La 9e — V′, la vitesse moyenne mesurée simultanément avec le moulinet de Robinson, pendant dix minutes;
La 10e — V—V′, la différence entre V et V′;
La 11e — P, la pression en kilogrammes par mètre carré de surface, calculée d'après O.

MAXIMA ABSOLUS MENSUELS DE LA FORCE DU VENT

	Date.	Heure.	Ordonnée inscrite.	DÉPRESSION observée.	DÉPRESSION calculée.	Différence.	Vitesse en mètres par seconde d'après : ordonnée.	Vitesse en mètres par seconde d'après : moulinet	Différence.	Pression en kilogr. par m.q.
		h m	O	D	D′	D—D′	V	V′	V—V′	P
1885 Décembre.	30	22.32	59mm3	158cm0	152cm1	5cm9	26m9	23m3	3m6	92kg5
1886 Janvier...	12	20.40	60 . 5	161 . 0	156 . 0	5 . 0	27 . 2	18 . 3	8 . 9	94 . 6
Février...	5	14.25	46 . 5	114 . 8	113 . 4	1 . 4	23 . 2	18 . 3	4 . 9	68 . 8
Mars.....	6	14.00	76 . 3	214 . 0	211 . 1	2 . 9	31 . 7	25 . 8	5 . 9	128 . 8
Avril.....	13	12.50	63 . 0	164 . 8	164 . 2	0 . 6	27 . 9	22 . 5	5 . 4	99 . 5
Mai.....	3	1.15	38 . 3	96 . 0	90 . 1	5 . 9	20 . 7	16 . 7	4 . 0	54 . 8
Juin.....	16	8.45	38 . 8	95 . 8	91 . 6	4 . 2	20 . 9	16 . 7	4 . 2	55 . 8
Juillet....	27	17.20	37 . 3	88 . 0	87 . 2	0 . 8	20 . 4	14 . 2	6 . 2	53 . 2
Août.....	17	10.57	49 . 0	120 . 0	120 . 4	—0 . 4	23 . 9	17 . 5	6 . 4	73 . 0
Septembre.	25	6 50	26 . 0	61 . 1	57 . 3	3 . 8	16 . 6	10 . 8	5 . 8	35 . 2
Octobre...	16	15 10	57 . 3	151 . 5	145 . 6	5 . 9	26 . 3	20 . 0	6 . 3	88 . 4
Novembre.	22	11.15	43 . 6	99 . 0	105 . 2	—6 . 2	22 . 4	17 . 5	4 . 9	64 . 1
Décembre.	27	7.20	55 . 5	137 . 0	139 . 9	—2 . 9	25 . 7	21 . 7	4 . 0	84 . 4
1887 Janvier...	4	15.12	42 . 6	103 . 0	102 . 4	0 . 6	22 . 1	20 . 0	2 . 1	62 . 4
Février...	12	2.00	33 . 0	78 . 0	75 . 7	2 . 3	19 . 0	15 . 8	3 . 2	46 . 1
Mars.....	16	14.00	63 . 0	159 . 5	164 . 2	—4 . 7	27 . 9	21 . 7	6 . 2	99 . 5
Avril.....	15	12.15	54 . 0	136 . 0	135 . 3	0 . 7	25 . 3	20 . 8	4 . 5	81 . 8
Mai.....	22	17.23	36 . 0	83 . 0	83 . 5	—0 . 5	20 . 0	13 . 3	6 . 7	51 . 1
Juin.....	29	15.17	30 . 8	69 . 2	70 . 0	—0 . 8	18 . 3	13 . 3	5 . 0	42 . 8
Juillet....	6	3.10	24 . 3	52 . 2	52 . 8	—0 . 6	16 . 0	14 . 2	1 . 8	32 . 7
Août.....	21	1.30	32 . 9	76 . 0	75 . 4	0 . 6	19 . 0	15 . 0	4 . 0	46 . 1
Moyennes.			46 . 1	115 . 1	114 . 0	1 . 1	22 . 9	18 . 0	4 . 9	69 . 3

Ce tableau montre que la diftérence entre la dépression observée et la dépression calculée d'après la longueur de l'ordonnée inscrite peut varier entre + 5cm,9 et — 6cm,2. La différence moyenne est de 1cm,1 pour 115cm,1.

Enfin, je crois devoir indiquer la différence qui existe entre les maxima absolus marqués par l'anémomètre de Bourdon et les plus forts maxima moyens déduits du nombre de tours du moulinet de Robinson, comptés simultanément, ce dernier instrument étant fréquemment employé et pouvant fournir des données utiles aux ingénieurs qui établissent généralement les calculs de résistance et de stabilité d'après les plus fortes *vitesses moyennes* de préférence aux *vitesses absolues*. Les motifs de cette préférence tiennent à ce que la force du vent n'est pas uniforme et que, pendant les rafales, l'air

se comprime en avant des corps, sert de matelas, forme ressort et diminue l'effet du choc.

La moyenne des plus grandes vitesses marquées par le moulinet de Robinson est de 18 mètres par seconde; elle est de $4^{m}9$ plus faible que la vitesse absolue indiquée par l'anémomètre de Bourdon, ce qui représente une différence de vitesse de 21,4 pour 100.

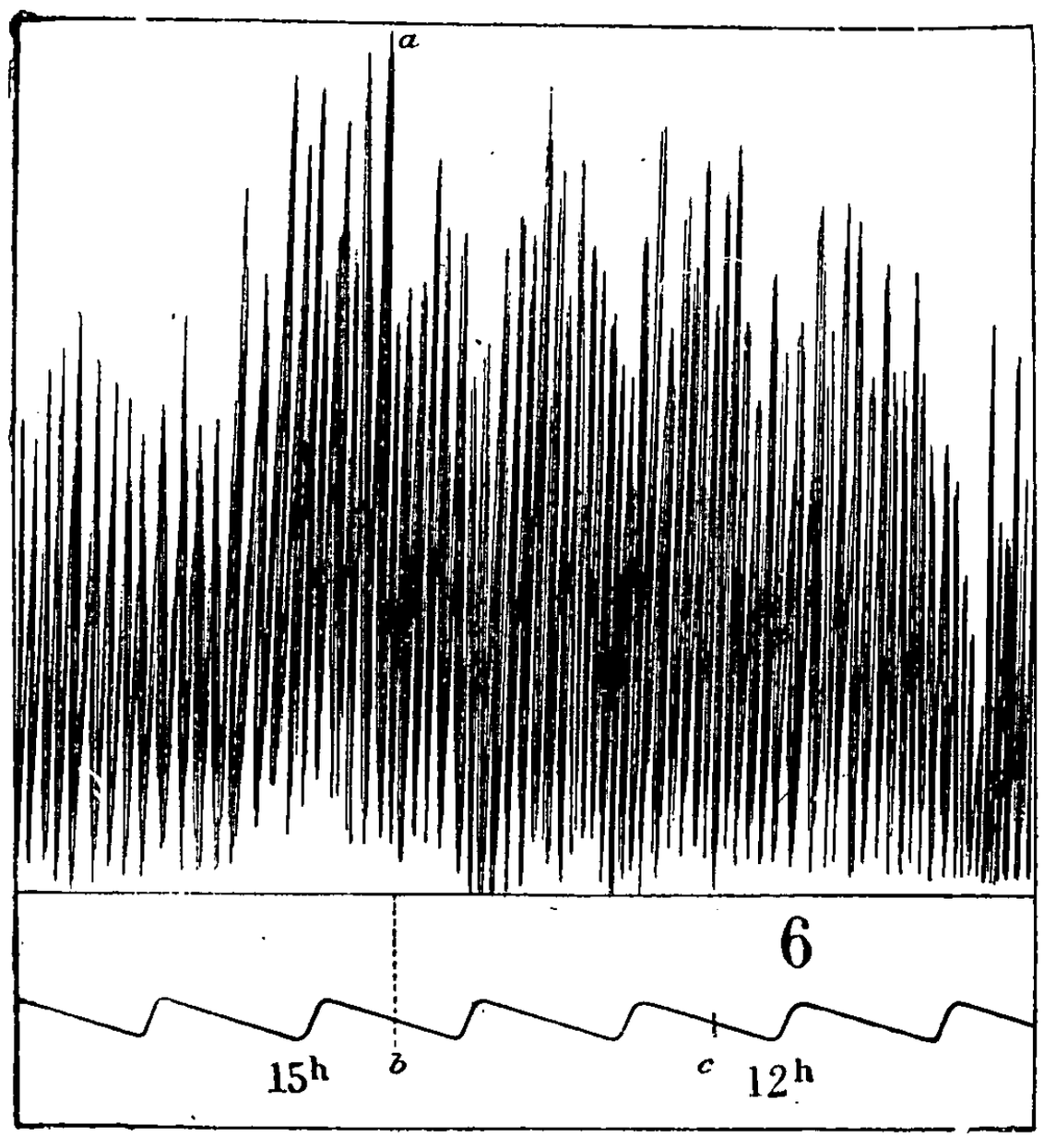


Fig. 4.

Le diagramme représenté dans la figure ci-dessus est la reproduction exacte, grandeur naturelle, du tracé de l'enregistreur. Il montre les variations du vent en chaque instant, ainsi que la puissance et l'instantanéité de ses à-coup. Ce dernier fait est important au point de vue mécanique, car la différence est grande entre les effets d'une force dont l'action est instantanée ou progressive. Il resterait à déterminer avec précision la durée des à-coup; dès que nos occupations nous le permettront, nous nous occuperons de cette recherche.

M. A. PICHE,

Président de la Commission météorologique des Basses-Pyrénées.

QUELQUES EXPÉRIENCES SUR L'ADHÉRENCE DE L'AIR EN MOUVEMENT AUX SURFACES POLIES ET SUR SA NON ADHÉRENCE AUX SURFACES RUGUEUSES. APPLICATION POSSIBLE A L'EXPLICATION DES COURANTS DESCENDANTS, DANS LES VALLÉES.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

En octobre 1886, je disais au Congrès de Biarritz, en présentant mon « Plan de climatologie », qu'il me paraissait nécessaire de faire entrer la météorologie dans la voie expérimentale, et d'aborder cette partie de la science que j'appelais la *météoropirie*.

Je relatais les quelques expériences que j'avais tentées sur les contre-courants à l'abri des montagnes, et j'indiquais celles qu'il me paraissait utile de faire sur les mouvements tourbillonnaires produits par des obstacles placés sur le trajet de courants d'air. J'étais loin de me douter alors que des chercheurs comme MM. Schwédoff et Weyher étaient en train de faire leurs belles expériences sur les trombes, et, de retour du Congrès, je cherchai, moi aussi, dans mes rares moments de loisir, à tenter quelques essais avec les objets que j'avais sous la main.

Persuadé qu'il y avait à tirer parti du pulvérisateur comme instrument de physique, je cherchai tout d'abord ce qu'on pouvait obtenir en faisant passer des jets de liquide pulvérisé par dessus des obstacles en carton ou en bois; je ne réussis qu'à inonder mon cabinet de travail.

L'idée me vint, alors, de supprimer le liquide, de ne me servir du pulvérisateur que comme d'un ventilateur minuscule et d'employer le procédé suivant pour rendre sensibles les déviations causées par les obstacles à un filet d'air, par lui-même invisible.

Je pris un plateau de tôle vernie (à servir le thé); sur sa surface bien horizontale je versai une couche d'eau d'un centimètre. Au fond de l'eau je semai une mince couche de sable et je saupoudrai la surface de liège finement râpé. Puis, plantant dans l'eau des dominos, couchés sur la tranche, je formai des profils de chaînes de montagnes, le long desquels je lançai des courants d'air horizontaux, en tenant

la pointe de mon pulvérisateur aussi près que possible de la surface de l'eau.

La poussière de liège, en se déplaçant sur l'eau, dessinait les courants de cette mer en miniature, et le sable du fond gardait l'empreinte définitive des trajectoires. Cela me permit de constater que l'air passant sur le tranchant d'un domino, au lieu de jaillir en rebondissant comme la bille d'ivoire sur la bande du billard, semblait adhérer au bord d'ivoire du domino et balayer l'aire qui semblait devoir se trouver à l'abri de l'obstacle.

En plaçant un verre à toilette bien rond et bien poli dans l'eau et en recommençant l'expérience, j'obtins un résultat bien plus marqué encoré : l'air contournait le verre et balayait derrière lui une grande surface, qui semblait devoir être complètement à l'abri.

Même résultat en supprimant l'eau du plateau et en le saupoudrant avec des poussières sèches et légères.

En soufflant horizontalement sur le fond du verre retourné, j'arrivais même à balayer la poudre placée à la base du verre, de l'autre côté du point où je soufflais.

Au contraire, si je faisais passer le courant d'air sur une surface rugueuse, comme celle d'une brosse ou d'une éponge, je n'obtenais aucun effet, ou je constatais l'effet contraire.

Je disposai alors mon expérience comme il suit : sur une pile de livres je plaçais une brosse à habits, le poil en l'air, et je faisais arriver le jet d'air horizontalement, juste au niveau de la partie supérieure du poil de la brosse; puis, de l'autre côté de l'obstacle, je promenais, de haut en bas, une petite lampe à gaz Mill allumée, afin de voir à quel point elle s'éteignait.

Eh bien! lorsque le poil était tourné en haut, je devais placer la lampe à 10 centimètres au-dessus de son niveau pour éteindre la flamme, tandis que si je recouvrais le poil de la brosse d'une feuille de carton convexe, je devais placer la lampe à 15 ou 20 centimètres au-dessous de l'obstacle pour pouvoir l'éteindre.

De là me vint aussitôt la pensée que dans les vallées terminées par des cols, à travers lesquels souffle le vent, il doit se produire des phénomènes tout différents, selon que le col est revêtu de neige, de gazon, de roches polies, ou bien qu'il est couvert d'âpres rochers ou de forêts.

Dans ce dernier cas, le vent qui aborde la chaîne, à dos, doit rejaillir vers le ciel, produisant, à l'abri de l'obstacle, un *contre-courant* d'appel; tandis que si le col offre des surfaces polies, le vent doit adhérer, s'infléchir, *descendre* et *balayer* toute la vallée.

On s'expliquerait ainsi comment une même cause (un vent de Sud

par exemple) produit dans une vallée, comme celle de Cauterets, tantôt des souffles brûlants du Sud qui descendent jusqu'à terre, tantôt des contre-courants de Nord qui remontent la vallée.

Comme on pourrait objecter à mes expériences le peu de volume du filet d'air sortant du bec du pulvérisateur, j'ai renouvelé l'expérience en faisant passer par une porte entr'ouverte un fort courant d'air; j'ai placé sur le trajet un grand Dictionnaire, ouvert, sur le parquet, en forme de V renversé, et j'ai mis à l'abri de l'obstacle de petites girouettes minuscules, montées sur des aiguilles implantées sur des disques de liège (l'avant de la girouette était armé d'un moulinet microscopique). J'ai pu ainsi constater que le vent redescendait la montagne après l'avoir gravie, et qu'au contraire le moulinet ne tournait pas si la crête de la montagne était revêtue d'une étoffe à poils longs et raides.

Telles sont, Messieurs, ces expériences, bien rudimentaires, sur lesquelles je me permets cependant d'appeler votre attention.

Je voudrais vous inviter à les renouveler avec de plus puissants moyens d'action, tels que les ventilateurs d'une usine. Je désirerais aussi que les observateurs qui habitent les vallées voulussent bien porter leurs remarques sur ce point.

Enfin, je ne saurais trop vous engager à faire entrer la météorologie dans sa période expérimentale; je suis persuadé que c'est le vrai moyen de lui faire faire d'importants progrès.

En ce qui concerne l'adhérence de l'air, il y aurait lieu de faire toute une série de recherches méthodiques. Adhère-t-il également à des surfaces de diverses substances également polies ? ou bien, comme le mercure fait pour le verre, ne mouille-t-il pas certains corps quoique polis ?

Au sujet de la formation des trombes, je voudrais qu'on essayât de les faire naître, non pas en agitant l'air à l'aide de palettes ou de tambours, mais en heurtant des courants d'air contre des obstacles ou mieux encore des nappes d'air entre elles.

La trombe descend-elle du nuage poussée par en haut ou attirée par en bas. Telle est, ce me semble, la question, qu'on devrait résoudre par des expériences [1].

1. M. Piche répète sous les yeux de la section la plupart des expériences par lui signalées. Il ne pouvait malheureusement pas, dans l'air agité de la salle, reproduire l'expérience qu'il avait fait voir, la veille, au président de section et à l'un des assistants, celle où il rend un courant d'air visible en faisant passer un jet d'air contenant des vapeurs ammoniacales sur un obstacle imbibé d'acide chlorhydrique, ce qui permet de *voir* l'air redescendre à l'abri de l'obstacle.

M. P. CŒURDEVACHE,

Chargé des observations magnétiques à l'Observatoire de Perpignan.

DURÉE DE LA PLUIE EN HEURES A PARIS ET A PERPIGNAN.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Depuis quelques années, les stations où l'on observe la hauteur de pluie tombée se sont beaucoup multipliées; on connaît ainsi pour un grand nombre de lieux la quantité de pluie et le nombre de jours pluvieux. Mais peu d'observatoires notent la durée réelle de la pluie en heures, ce qui cependant est bien facile à réaliser.

A Paris, depuis 1860, M. Hervé-Mangon a enregistré la durée de la pluie en heures à l'aide du pluvioscope de son invention.

Au Parc-Saint-Maur, près Paris, les observations de la durée de la pluie sont faites d'une façon continue depuis 1875, sans le secours d'aucun instrument; elles ont été entreprises par M. Renou, directeur de l'Observatoire, et depuis elles ont été continuées sans interruption.

A Perpignan, la durée des grandes averses est relevée par M. le docteur Fines, directeur de l'Observatoire, au moyen du pluviomètre enregistreur de M. Redier, depuis 1875; quant aux pluies intermittentes, ne donnant souvent que quelques dixièmes de millimètres d'eau à l'heure dans une journée, leur durée est évaluée depuis le mois de décembre 1884, en notant tout simplement que de telle heure à telle autre, il a plu les $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$.... $\frac{9}{10}$ du temps. Avec un peu d'habitude on arrive assez facilement à bien faire cette estimation.

Afin de montrer tout l'intérêt qu'offre la notation de la durée de la pluie au point de vue climatologique, nous avons résumé dans le tableau ci-contre les observations faites à l'observatoire du Parc-Saint-Maur et à l'observatoire de Perpignan pendant les années 1885 et 1886.

La hauteur moyenne d'eau tombée à Paris est de $637^{mm},6$ en $753^{h},7$ réparties en cent soixante-dix jours.

A Perpignan, la hauteur moyenne de pluie pour ces deux années est de $591^{mm},4$ en $315^{h}.1$ réparties en soixante-quatorze jours.

La quantité d'eau moyenne par jour de pluie a été de $3^{mm},7$ à Paris et de $8^{mm},0$ à Perpignan.

La hauteur d'eau pour une heure de chute a été à Paris de $0^{mm},85$ tandis qu'à Perpignan il tombe dans le même temps une hauteur d'eau de $1^{mm},9$, soit plus du double.

La durée de la pluie par journée pluvieuse est à peu près égale pour les deux stations, soit $4^{h},4$ pour Paris et $4^{h},2$ pour Perpignan.

Nous devons faire une remarque importante relativement à la différence de la durée de la pluie aux deux stations pendant les diverses saisons.

Pendant la saison chaude, le rapport de la durée de la pluie au temps total a été de 0,068 à Paris et de 0,034 à Perpignan; juste la moitié.

Pendant la saison froide, ce rapport a été de 0,104 à Paris et de 0,038 à Perpignan, soit un tiers seulement.

Enfin, pour l'année, ce rapport a été de 0.086 à Paris et seulement de 0,036 à Perpignan, soit un peu moins de la moitié de la durée.

Il serait intéressant que les observations sur la durée de la pluie en heures fussent faites dans un grand nombre de stations, car, comme l'a fait remarquer M. Hervé-Mangon, ces observations complètent les renseignements que peuvent fournir les mesures pluviométriques relativement à la végétation ainsi qu'au débit des sources et des eaux courantes.

TABLEAU DE LA DURÉE DE LA PLUIE

PAR MOIS ET PAR SAISONS

MOIS ET SAISONS de L'ANNÉE.	1885								1886							
	PARC-SAINT-MAUR				PERPIGNAN				PARC-SAINT-MAUR				PERPIGNAN			
	Pluie en millimètres.	Nombre de jours.	Durée en heures.	Rapport de la durée de la pluie au temps total.	Pluie en millimètres.	Nombre de jours.	Durée en heures.	Rapport de la durée de la pluie au temps total.	Pluie en millimètres.	Nombre de jours.	Durée en heures.	Rapport de la durée de la pluie au temps total.	Pluie en millimètres.	Nombre de jours.	Durée en heures.	Rapport de la durée de la pluie au temps total.
Décembre	73.1	18	101.0	0.136	105.6	4	33.3	0.045	58.8	14	112.0	0.151	45.2	4	23.0	0.031
Janvier	23.1	9	55.0	0.074	33.2	6	13.8	0.019	43.1	22	125.0	0.168	23.6	11	18.3	0.025
Février	41.9	18	53.0	0.079	16.7	2	6.0	0.009	22.7	8	32.2	0.049	78.5	7	52.7	0.078
Mars	36.0	11	52.8	0.071	124.4	7	45.0	0.060	55.0	12	65.5	0.088	45.4	9	62.8	0.085
Avril	35.3	15	42.0	0.058	79.2	10	43.3	0.060	55.3	17	67.0	0.093	46.1	8	33.2	0.046
Mai	38.5	21	75.7	0.102	21.1	5	13.7	0.018	66.1	13	24.0	0 032	27.0	3	9.0	0.012
Juin	68.9	11	40.8	0.057	71.2	6	29.5	0.041	93.4	17	90.5	0.126	49.0	8	20.9	0.029
Juillet	14.1	2	7.5	0.010	34.0	3	9.0	0.012	39.4	13	63.0	0.085	20.8	5	18.2	0.024
Août	65.9	9	37.7	0.051	32.8	7	12.6	0.017	60.0	10	28.3	0.038	14.1	4	4.0	0.005
Septembre	56.8	18	67.5	0.094	31.9	6	24.2	0.034	48.8	8	22.0	0.031	37.4	5	15.7	0.022
Octobre	185.5	23	139.0	0.187	21.0	5	27.0	0.036	75.9	23	71.5	0.096	134.1	9	49.2	0.066
Novembre	44.0	14	80.0	0.111	70.2	10	50.3	0.070	53.7	15	53.5	0.074	19.7	4	15.5	0.022
Hiver	138.1	45	209.0	0.096	155.5	12	53.1	0.024	124.6	44	270.2	0.123	147.3	22	94.2	0.045
Printemps	109.8	47	170.5	0.077	224.7	22	102.0	0.046	176.4	42	156.5	0.071	118.5	20	105.0	0.048
Été	148.9	22	86.0	0.039	138.6	16	51.1	0.023	192.8	40	181.8	0.083	83.9	17	43.1	0.019
Automne	206.3	55	286.5	0.131	123.1	21	101.5	0.047	178.4	46	147.0	0.067	191.2	18	80.4	0.037
Année	603.1	169	752.0	0.086	641.9	71	307.7	0.035	672.2	172	755.5	0.086	540.9	77	322.5	0.037

M. Ch.-V. ZENGER,

Professeur à l'École polytechnique de Prague.

LA PÉRIODE SOLAIRE, LES ESSAIMS D'ÉTOILES FILANTES ET LES PERTURBATIONS MAGNÉTIQUES.

— Séance du 26 septembre 1887. —

J'ai montré, dans un mémoire publié dans les comptes rendus de la Société royale de Bohême, le 12 décembre 1880, *sur la loi générale des phénomènes météorologiques et des mouvements planétaires dans le système solaire*, que, outre les grands mouvements atmosphériques, les perturbations de l'état électrique et magnétique du globe montrent aussi la même périodicité de 12,6 jours à peu près, en fondant mes recherches sur une longue série des observations de l'électricité atmosphérique et des perturbations magnétiques, faites à l'Observatoire de Dom Luiz, à Lisbonne, par M. le directeur J. Britto-Capello. Plus tard, dans une *Note* publiée dans les comptes rendus de l'Académie des sciences, du 26 octobre 1886, j'ai comparé les perturbations magnétiques observées au moyen des magnétographes avec toute la rigueur nécessaire pour des études conclusives aux époques de perturbations solaires (activité à la surface du soleil) minima 1878, à Pavlovsk, en Russie, et maxima de 1883 à 1884 à l'Observatoire du Parc-Saint-Maur, pour obtenir les conditions les plus différentes concernant le temps et le lieu d'observation.

C'est ainsi que j'ai pu constater, plus de cinq années avant un travail récent de M. Liznar, de l'Observatoire Hohenwarte, à Vienne, le lien intime qu'il y a entre l'activité solaire électro-dynamique sur notre globe et la demi-rotation solaire de 12,5935 jours, d'après M. Faye. C'est ce qui montre, d'un côté, que le résultat de M. Liznar, qui reclame la priorité de cette découverte contre M. Marchand, ayant publié sa note en 1885, dans les comptes rendus de l'Académie de Vienne, était connu bien avant 1885, et avait été trouvé plusieurs années avant par feu M. Hornstein, directeur de l'Observatoire astronomique de Prague.

D'ailleurs, le résultat de MM. Hornstein et Liznar n'est pas du tout juste, la périodicité n'étant pas de 25,2 jours, c'est-à-dire de la durée

de rotation du soleil, mais de 12,6 jours, durée de la demi-rotation du soleil.

J'ai montré, en effet, dans une *Note* publiée dans les comptes rendus de l'Académie, 27 août 1883 : *Études astro-photographiques*, que le mouvement des planètes et des comètes, comme les mouvements cycloniques, les aurores boréales et les chutes d'étoiles filantes sont liées à la même périodicité de 12,6 jours, et j'ai conclu en disant :

« Il me semble très vraisemblable que le soleil se présente comme une machine dynamo-électrique énorme reliée à d'autres, représentant les autres corps du système solaire, dont l'énergie se manifeste en déterminant tous les mouvements dans l'espace interplanétaire et à la surface et à l'intérieur de planètes mêmes, et que leurs révolutions, comme celles des comètes et des météorites, ne sont que les mouvements résultant des actions des pôles dynamiques de cette énorme source d'énergie.

« Si les choses se comportent ainsi, l'hypothèse de M. Liznar doit être tout à fait erronée, car les pôles se présentent pendant une rotation du soleil deux fois dans la position la plus favorable à la décharge électrique vers le globe, quand les pôles culminent au méridien moyen du disque solaire. J'ai mis à coté des dates de la période solaire et des jours des passages d'étoiles filantes pour notre atmosphère, les jours de perturbations maxima à l'observatoire central de la France 1883 et 1884 et à l'observatoire central russe de Pavlovsk en 1878. Le tableau suivant met en évidence la coïncidence pour ainsi dire mathématique de ces dates pour des époques de maxima et de minima d'activité solaire, et met hors de doute le fait, que la prétendue période de 25,2 jours de MM. Hornstein et Liznar n'existe pas. »

TABLEAU DES PERTURBATIONS MAGNÉTIQUES EN FRANCE, 1883 ET 1884, ET EN RUSSIE, EN 1878, COMPARÉES AUX DATES DE LA PÉRIODE SOLAIRE ET AUX DATES DES PASSAGES D'ÉTOILES FILANTES POUR NOTRE ATMOSPHÈRE.

	PARC SAINT-MAUR		PAVLOVSK
	1883	1884	1878
I.) Période solaire ..... 1er janvier.	28, 29 au 30 décembre.	28 décembre.	29, 31 déc., 1er janv.
1.) Essaim périodique.. 2 au 3 janvier.	5 au 6, 7 au 8.	»	»
II.) Période solaire..... 13 janvier.	»	10 au 11, 13.	11.
2) Essaim périodique .. 15 et 19 janvier.	17, 18.	19.	»

	PARC SAINT-MAUR		PAVLOVSK
	1883	1884	1878
III.) Période solaire.... 25 janvier.	24*, 26, 27, 28 au 29, 31 ; 2 au 3* février.	25, 26, 27.	24, 25.
IV.) Période solaire.... 8 février.	6.	7, 8.	5, 7.
3.) Essaim périodique.. 10 février	14.	»	15.
4.) Essaim périodique... 19 février.	17, 8.	18.	19.
V.) Période solaire..... 20 février.	24 au 25.	23 au 24, 24, 25.	26.
5). Essaim périodique.. 1 au 4 mars.	27 au 28 fév. 28 fév. au 1er mars, 2, 4.	29 fév. au 1er mars, 1 au 2, 2 au 3, 4.	»
VI.) Période solaire.... 5 mars.	6 au 9.	7, 8, 9.	»
6.) Essaim périodique... 16 mars.	12, 13.	15. 16.	13, 14, 17.
VII.) Période solaire.... 18 mars.	21, 23.	19 au 20, 20 au 21, 22, 23, 24.	20.
VIII.) Période solaire... 31 mars.	26 au 27*, 27 au 28*, 31.	27, 28 au 31, 1er avril.	24, 25.
7.) Essaim périodique.. 4 avril.	3 au 4, 5.	»	2, 3, 6.
IX.) Période solaire.... 12 avril.	»	10, 11.	»
8.) Essaim périodique... 12 au 13 avril.	»	»	»
9.) Essaim périodique.. 19 au 23 avril.	18 au 20.	17 au 18, 21, 22.	17, 19, 21.
X.) Période solaire..... 25 avril.	24 au 25*.	24 au 25, 26 avril, 1* mai.	1* mai.
XI.) Période solaire.... 7 mai.	»	7, 8, 10* au 11*, 12 mai.	»
10.) Essaim périodique. 18 mai.	18.	»	14 au 15*.
XII.) Période solaire... 20 mai.	20 au 21*, 23.	22 au 23.	23 au 24.
XIII.) Période solaire.. 1er juin.	2, 3.	2, 3.	1, 2, 3*, 4*.
11.) Essaim périodique. 6 juin.	»	7.	6.
XIV.) Période solaire... 14 juin.	»	11.	14.
XV.) Période solaire ... 26 juin.	25 au 28, 30 au 1er juillet.	28, 2 au 3 juillet.	26, 30.
12.) Essaim périodique. 20 juin.	17 au 19, 22 au 23*.	18 au 19, 22 au 23.	21, 23.
XVI.) Période solaire.. 9 juillet.	7 au 12*, 14, 15, 16.	5 au 6, 13, 14, 16.	7.
13.) Essaim périodique.. 20 juillet.	18 au 19.	20.	16, 17, 18, au 19.
XVII.) Période solaire.. 22 juillet.	24 au 25.	»	»
14.) Essaim périodique.. 26 au 29 juillet.	26, 27, 30 au 31.	26, 29, 30.	27.
XVIII.) Période solaire. 3 août.	1, 2, 5, 6, 8*.	8.	1, 2, 3, 6, 7, 8.
15.) Essaim périodique.. 9 au 14 août.	11, 14 au 15.	10, 14 au 15.	14.
XIX.) Période solaire.. 16 août.	17, 18 au 19*.	20, 22, 23.	»
XX.) Période solaire... 28 août.	2 au 3 sept., 3 au 6 sept.	6 sept.	30 31 août, 4, 6 sept.
XXI.) Période solaire.. 10 septembre.	13.	10 au 11, 13 au 14.	13.
16.) Essaim périodique. 10 septembre.	»	»	»
17.) Bolides périodiques. 15, 16 septembre.	16*, 16 au 17*, 18, 19	17 au 18*, 19.	»
XXII.) Période solaire. 23 septembre.	24 au 26, 29.	30.	23, 26, 27, 29, 30.

	PARC SAINT-MAUR		PAVLOVSK
	1883	1884	1878
XXIII.) Période solaire. 5 octobre.	5 au 6*.	1, 2 au 3*.	1.
18.) Essaim périodique.. 6 octobre.	»	6.	»
XXIV.) Période solaire. 18 octobre.	13, 14, 15 au 17, 18.	14 au 16, 17.	18, 19.
19.) Essaim périodique . 19 au 25 octobre.	19 au 20, 26.	19, 22, 26.	22, 23.
XXV.) Période solaire.. 30 octobre.	1 au 3 nov., 5 nov.	29 oct. 2 au 3 nov., 4 nov.	4 nov.
XXVI.) Période solaire. 12 novembre.	12.	8 au 10.	»
20) Essaim périodique. 13 au 14 novembre.	14.	17 au 19.	14 au 15, 16.
XXVII.) Période solaire. 25 novembre.	19 au 22, 22 au 23, 24	23 au 24.	22 au 23*.
21.) Essaim périodique. 27 au 29 novembre.	27 au 28 nov. 1 au 2* déc.	28, 29 nov., 1er au 2 déc.	30 nov , 1er au 2 déc.
XXVIII.) Période solaire 7 décembre.	8 au 9.	8 au 9.	6.
22.) Essaim périodique.. 6 au 13 décembre.	11 au 13, 14.	11, 14 au 17.	12.
XXIX.) Période solaire. 20 décembre.	17 au 18, 19.	20 au 21.	19, 22.
23) Essaim périodique. 24 décembre.	25.	22 au 23.	»

L'inspection du tableau précédent montre : 1° l'accord intime des dates de perturbation magnétique avec les dates de la période solaire, et du passage des essaims d'étoiles filantes périodiques et de bolides ; 2° les plus fortes perturbations magnétiques, marquées d'un astérisque dans le tableau, se trouvent aux dates suivantes : à Pavlovsk en 1878, et au Parc-Saint-Maur en 1883 et 1884.

	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.
1878	24	—	—	—	—	3 au 4.
1883	—	2 au 3 fév. 24 au 25 fév.	1er au 2. 26 au 28.	3. 24 au 25.	14 au 15. 20 au 21.	30 au 1er juil.
1884	—	23 au 24, 25.		17 au 18.	1. 10 au 11.	22 au 23. 2 au 3 juil.

	Juillet.	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.	Décembre.
1878	—	—	—	—	1er au 2 déc.	—
1883	10.	8. 18 au 19.	16 au 17.	5 au 6. 16 au 17. 1 au 2 nov.	14.	—
1884	—	13 au 14. 8.	17 au 18.	2 au 3. 2 au 3 nov.	—	—

Les maxima maximorum mensuels se trouvent exactement aux mêmes jours dans différentes années et ils sont incomparablement plus nombreux et plus grands dans la période de grande activité solaire 1883 à 1884, que en 1878, année de l'activité minima; 3° les valeurs absolues d'écart de l'aiguille de déclinaison varient entre

15′ et 92′, toute variation dépassant 30 étant considérée comme maximum mensuel.

Ces maxima maximorum correspondent aux dates où la période solaire est suivie immédiatement des passages des essaims périodiques d'étoiles filantes.

Ainsi, au passage de l'essaim périodique du 19 février, suit immédiatement la période solaire du 20 février, et, en effet, deux perturbations magnétiques extraordinaires de l'année 1883 et 1884, ont été observées au Parc-Saint-Maur exactement au même jour de l'année, du 24 au 25 février 1883 et 1884; c'est ce qui fait penser que les décharges d'électricité cosmique s'accumulent par ces deux sources, et les jours de perturbations font série pendant les passages prolongés comme en avril 1878, 1883 et 1884 où les perturbations magnétiques étaient observées du 17 au 21, du 18 au 20, et du 17 au 22 avril, les jours de passages étant du 19 au 23. Quant l'essaim s'approche de la terre, l'induction électrique fait naître déjà un à deux jours d'avance des perturbations, qui durent pendant le passage et parfois se prolongent encore davantage quand la période solaire suit immédiatement, comme en juin où les dates du passage sont le 20 juin et de la période solaire le 26 juin: en 1878 les perturbations ont été observées du 21 au 23 juin; en 1883, du 17 au 23; en 1884, du 18 au 23; elles étaient suivies de perturbations magnétiques, en 1878 le 26 et 30 juin; en 1883, le 25 au 28 et le 30 juin au 1er juillet, et en 1884 le 28 juin et du 2 au 4 juillet.

Il se peut que l'atmosphère, remplie de couches de vapeur d'eau se charge comme une bouteille de Leyde et que la décharge de cette énorme bouteille de Leyde ne s'opère que successivement, comme dans l'expérience bien connue des physiciens.

M. Fines a publié une *Note* sur la force maxima absolue du vent très intéressante; les plus grands maxima arrivent en mars et avril 1885 et 1886 :

1883	6 mars	133 kg	par mètre carré,	jour de la période solaire	5 mars,	du passage d'essaim	12-13 août.
»	13 avril	103 kg	—	—	12 avril,	—	1-4 mars.
1884	16 mars	103 kg	—	—	18 mars,	—	16 mars.
»	15 avril	87 kg	—	—	12 avril,	—	12-13 août. 19-23 »

On voit que les grandes pressions du vent, comme les tempêtes et les cyclones, sont probablement aussi produites par les décharges d'électricité cosmique et il s'explique ainsi leur soudaine apparence et leur courte durée pendant les décharges maxima de l'électricité cosmique.

D'ailleurs, le tableau donné par M. le docteur Fines, montre la coïncidence des jours de pression maxima avec les jours de la période

solaire et du passage des essaims périodiques d'une manière vraiment surprenante.

JOURS DE MAXIMA ABSOLUS MENSUELS DE PRESSION DU VENT
D'APRÈS M. FINES.

1885 30 décembre : Pér. ⊙ 1er janvier.
1886 4 janvier : Passage ⊰ 2 au 3 janvier.
1886 12 » : Pér. ⊙ 13 janvier.
1886 5 février : Pér. ⊙ 8 février.
1887 12 » : Passage ⊰ 10 février.
1886 6 mars : Pér. ⊙ 5 mars.
1887 16 » : Pér. ⊙ 18 mars, passage ⊰ 16 mars.
1886 13 avril : Pér. ⊙ 12 avril, passage ⊰ 12-13 avril.
1887 15 » : — et 19-23 avril.
1886 3 mai : Pér. ⊙ 7 mai.
1886 16 juin : Pér. ⊙ 14 juin, passage ⊰ 20 juin.

1885 27 juillet : Passage ⊰ 26-29 juillet.
1886 17 août : Pér. ⊙ 16 août.
1886 25 septembre : Pér. ⊙ 23 septembre.
1886 16 octobre : Pér. ⊙ 18 octobre.
1887 22 novembre : Pér. ⊙ 25 novembre.
1886 » : Passage ⊰ 27-29 novembre.
1887 27 décembre : Passage ⊰ 24 décembre.

La différence moyenne des dates est de : — 0,64 jours.

M. le docteur **FINES**,

A Perpignan.

RÉSUMÉ DES OBSERVATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE FAITES, EN 1886, A PERPIGNAN.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

En décrivant les appareils et les méthodes que nous employons pour l'enregistrement de l'électricité atmosphérique [1] nous avons dit aussi quel est le procédé que nous avons adopté pour faire le relevé des courbes de l'électromètre.

Ces courbes représentent des valeurs moyennes.

1. *Bulletin météorologique des Pyrénées-Orientales*, 1886, p. 80.

Dans le voisinage de la terre, l'état électrique de l'air éprouve des changements continuels qui ne permettent pas d'indiquer d'une manière exacte la valeur absolue des potentiels atmosphériques. Ceux-ci varient constamment en chaque point et peuvent passer dans un temps très court par des valeurs très différentes; de là cette nécessité de régulariser les courbes afin d'avoir la valeur moyenne des variations du potentiel, toujours pour un même point.

L'idée de régulariser les courbes de l'électromètre n'est pas de nous; il y a déjà quelques années que M. Mascart a procédé ainsi pour étudier les variations diurnes de l'électricité atmosphérique, au moyen d'un appareil enregistreur installé au collège de France.

La planche VI représente deux diagrammes tracés, l'un d'après les valeurs moyennes obtenues pendant les vingt-quatre heures de la journée durant les divers mois et les différentes saisons de l'année, l'autre d'après la variation mensuelle.

Ces valeurs sont celles des journées non troublées seulement, les autres ne sont pas comprises dans le calcul des moyennes.

Nous avons dit [1] que par journées troublées nous entendions celles pendant lesquelles la courbe passait au négatif ou présentait de trop grandes irrégularités. Ceci arrive ordinairement par les grands vents ainsi que par le temps couvert ou pluvieux.

On pourra peut-être nous reprocher de ne pas avoir calculé les moyennes seulement d'après les journées durant lesquelles le ciel était serein, l'air calme et l'atmosphère pure de poussières. Nous ne l'avons pas fait parce qu'on a constaté plusieurs fois que par un ciel serein l'électricité avait été négative et aussi parce qu'on ne saurait affirmer qu'un ciel serein en apparence est réellement pur de tout nuage. Pendant l'année 1886, il y a eu dix-neuf journées absolument sans aucun nuage visible et sur ce nombre il y a eu deux journées tellement troublées que nous n'avons pas pu régulariser la courbe.

Nous allons examiner successivement les variations diurnes et saisonnières de l'électricité atmosphérique à Perpignan. Ces variations pourront être comparées avec celles d'autres observatoires, à la condition qu'en chaque endroit le point dont les variations de potentiel ont été enregistrées n'ait pas changé et qu'on ait procédé toujours par la même méthode et avec le même soin.

Le tableau résumé suivant des valeurs moyennes horaires, mensuelles et saisonnières, nous a servi pour tracer les courbes de ces variations. (Pl. VI, *fig.* 1 et 2).

1. *Bulletin météorologique des Pyrénées-Orientales*, 1886, p. 81.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE

VALEURS HORAIRES EN ÉLÉMENTS DE VOLTA D'APRÈS LES COURBES NON TROUBLÉES ET RÉGULARISÉES

MOIS ET SAISONS de L'ANNÉE	Nombre de jours sans trouble.	1 h.	2 h.	3 h.	4 h.	5 h.	6 h.	7 h.	8 h.	9 h.	10 h.	11 h.	12 h.
Décemb. 1885	22	43.4	40.6	41.0	43.2	48.5	53.5	63.8	83.8	85.9	58.4	58.4	68.1
Janvier 1886	17	44.1	39.6	39.4	43.7	45.4	52.5	62.6	73.4	74.8	71.9	68.6	67.3
Février.....	14	44.4	43.7	45.6	46.9	49.5	53.6	59.6	66.3	77.9	56.8	62.5	59.6
Mars.....	10	41.9	37.9	34.2	44.7	53.9	51.6	53.7	51.8	50.1	49.4	52.6	48.6
Avril.....	12	27.0	24.3	23.9	27.5	27.0	29.0	28.9	25.2	23.6	21.2	22.2	25.8
Mai.....	16	24.9	24.1	26.3	26.6	25.1	28.0	29.9	28.8	26.6	25.5	25.2	25.3
Juin.....	8	23.9	21.5	18.1	18.5	17.7	19.1	21.6	22.5	22.0	22.4	22.0	19.6
Juillet.....	18	25.1	24.9	26.8	25.0	26.8	30.2	35.0	35.2	32.3	30.1	30.6	30.2
Août.....	19	22.4	19.9	19.9	20.7	22.2	25.0	27.4	27.9	27.7	26.5	25.0	26.1
Septembre...	14	22.8	19.9	18.3	18.2	18.3	24.0	30.6	30.6	24.1	23.4	25.6	23.2
Octobre.....	11	17.9	16.4	17.5	16.9	18.7	20.3	22.4	27.0	29.0	25.3	21.5	18.9
Novembre...	23	32.4	29.5	29.2	27.7	29.3	33.6	43.5	50.9	47.9	40.5	39.7	40.7
Décembre...	17	36.9	30.9	34.1	36.6	39.8	36.3	42.8	54.0	54.4	51.1	48.5	49.8
Hiver.....	53	44.0	41.3	42.0	44.6	47.8	53.2	62.0	74.5	79.5	62.4	63.2	65.0
Printemps...	38	31.3	28.8	28.1	32.9	35.3	36.2	37.5	35.3	33.4	32.0	33.3	33.2
Été.....	45	23.8	22.1	21.6	21.4	22.2	24 8	28.0	28.5	27.3	26.3	25.9	25.3
Automne....	48	24.4	21:9	21.7	20.9	22.1	26.0	32.2	36.2	33.7	29.7	28.9	27.6
Année.....	185	30.9	28.5	28.3	30.0	31.9	35.0	39.9	43.6	43.5	37.6	37.8	37.8

MOIS ET SAISONS de L'ANNÉE		13 h.	14 h.	15 h.	16 h.	17 h.	18 h	19 h.	20 h.	21 h.	22 h.	23 h.	24 h.	Moyenne des 24 observations
Décemb. 1885.	22	56.3	52.2	59.6	68.2	74.5	72.8	79.5	83.0	70.9	57.1	57.1	53.1	62.2
Janvier 1886.	17	67.2	68.1	70.2	71.0	77.8	85.0	81.5	82.0	84.6	78.8	62.8	48.9	65.0
Février.....	14	62.5	61.8	64.6	65.4	68.1	72.0	78.1	71.4	74.8	66.5	56.6	50.0	60.8
Mars.....	10	45.8	47.7	45.8	47.3	49.6	52.6	53.5	51.9	40.7	41.8	40.3	37.3	46.9
Avril.....	12	26.2	27.5	24.7	30.6	31.8	33.7	38.6	39.8	38.8	34.7	33.4	28.3	28.9
Mai.....	16	26.3	25.9	25.9	28.6	28.7	32.4	30.9	30.9	31.2	32.5	28.0	25.5	27.6
Juin.....	8	20.7	20.1	21.0	21.1	24.6	29.9	33.2	34.7	33.2	30.6	28.2	25.2	23.8
Juillet.....	18	30.8	29.3	28.7	29.8	30.8	36.2	38.9	39.4	38.7	33.2	32.0	29.3	31.2
Août.....	19	26.9	25.9	24.3	25.3	26.4	29.0	32.8	33.1	32.2	34.0	33.7	29.2	26.8
Septembre...	14	23.7	24.1	24.8	27.2	30.3	35.7	43.7	41.6	39.1	31.1	28.6	24.9	27.2
Octobre.....	11	18.9	19.4	23.1	23.9	28.0	32.4	32.8	31.3	28.4	23.7	18.2	14.9	22.8
Novembre...	23	41.3	43.5	46.4	50.4	55.0	58.3	59.0	56.5	51.8	47.1	40.6	37.4	43.0
Décembre...	17	50.2	44.2	47.6	53.6	58.1	64.2	64.0	62.7	63.8	60.7	52.0	49.2	49.0
Hiver.....	53	65.3	64.0	64.8	68.2	73.5	76.6	79.7	78.8	76.8	67.5	58.8	50.7	62.7
Printemps...	38	32.8	33.7	32.1	35.5	36.7	39.6	41.0	40.9	36.9	36.3	33.9	30.4	34.5
Été.....	45	26.1	25.1	24.7	25.4	27.3	31.7	35.0	35.7	34.7	32.6	31.3	27.9	27.3
Automne....	48	28.0	29.0	31.4	33.8	37.8	42.1	45.2	43.1	39.8	34.0	29.1	25.7	31.0
Année.....	185	38.1	38.0	38.3	40.7	43.8	47.5	50.2	49.6	47.0	42.6	38.3	33.7	38.9

En étudiant ces courbes on reconnaît l'existence de deux oscillations diurnes principales et d'une oscillation secondaire très faible mais bien apparente pendant les mois d'hiver (pl. VI, *fig.* 1).

Pendant l'année 1886, le premier maximum est arrivé à 8^h45^m pendant l'hiver, à 7 heures au printemps, à 7^h30^m en été et à 8 heures en automne. Il a été précédé d'un premier minimum observé à 2^h15^m en hiver, à 2^h40^m au printemps, vers 3^h15^m en été et vers 4 heures en automne.

Le second maximum est survenu à 19^h20^m en hiver [1], vers 19^h30^m au printemps et en été et vers 19 heures en automne. Il a été précédé d'un deuxième minimum noté à 14^h30^m en hiver, à 15 heures au printemps et vers 15^h20^m en été; pendant l'automne, ce deuxième minimum est peu sensible et il semblerait se produire entre 12 heures et 13 heures.

La petite oscillation secondaire du milieu du jour est bien apparente pendant les mois d'hiver; en décembre surtout, elle est nettement marquée. Ce troisième maximum arrive à 12^h30^m en hiver, vers 11^h30^m au printemps et vers 12^h45^m en été; il est précédé d'un petit minimum vers 10^h10^m en hiver, vers 10^h20^m au printemps et vers 11^h45^m en été.

La coïncidence de l'heure du premier minimum de la déclinaison magnétique avec l'heure du premier maximum de l'électricité atmosphérique est évidente pour les quatre saisons; mais elle n'est pas apparente pour les autres oscillations.

Ce ne sera qu'après une assez longue série d'observations qu'il sera possible de bien déterminer l'heure exacte des maxima et des minima diurnes ainsi que les relations de l'électricité atmosphérique et du magnétisme terrestre.

La courbe de la variation annuelle de l'électricité atmosphérique (pl. VI, *fig.* 2) permet de constater un maximum normal en janvier (65^v); la courbe descend ensuite rapidement pendant les mois de février, mars et avril; puis lentement pendant les mois de mai et juin, alors elle atteint un premier minimum ($23^v,8$); en juillet, août, septembre et octobre, l'écart des moyennes ne dépasse pas $8^v,4$. Un minimum plus important que le minimum normal de juin est arrivé cette année en octobre ($22^v,8$) mais c'est un fait peut-être irrégulier; puis une augmentation rapide s'est produite pendant les mois de novembre et décembre jusqu'à l'époque du maximum annuel de janvier.

1. Nous comptons les heures de 1 heure à 24 heures, en allant d'un minuit au minuit suivant.

Les conclusions précédentes s'appliquent toutes à l'année 1886 pour Perpignan; une longue série d'observations pourra permettre d'établir plus tard la marche des variations de l'électricité atmosphérique que nous venons d'esquisser seulement.

MM. MOUREAUX et FINES.

RÉSUMÉ DES OBSERVATIONS MAGNÉTIQUES FAITES AUX OBSERVATOIRES DU PARC SAINT-MAUR ET DE PERPIGNAN PENDANT L'ANNÉE 1886.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Les magnétographes du parc Saint-Maur (près Paris) et de Perpignan sont du modèle de M. Mascart; construits dans des conditions identiques, ils sont installés dans des caves disposées d'après le même plan et à l'abri de toute influence perturbatrice.

Les coordonnées géographiques des deux observatoires sont :

	Parc Saint-Maur.	Perpignan.
Longitude.	0° 9′23″ E	0°32′45″ E
Latitude.	48°48′34″ N	42°42′ 8″ N

Les méthodes d'observation et de réduction ont été décrites par M. Th. Moureaux dans le tome I des *Annales du Bureau central météorologique* pour 1884.

1 millimètre d'ordonnée sur les courbes des variations correspond :

	Au parc Saint-Maur.	A Perpignan.
Pour le déclinomètre, à.	1′,39	1′,36
Pour le bifilaire, à.	0 ,00046H	0 ,00041H
Pour la balance magnétique, à. . . .	0 ,00019Z	0 ,00024Z

Les repères des courbes sont vérifiés au moins une fois et, le plus souvent, deux fois par semaine.

Dans les deux observatoires, les boussoles qui servent aux mesures absolues pour la vérification des repères ont été construites par MM. Brunner frères, c'est dire qu'elles comportent la plus grande précision.

Au parc Saint-Maur, les courbes ont été réduites pour toutes les heures de l'année ; à Perpignan ,pour 6, 12, 18 et 24 heures, les heures étant comptées de 0 à 24 heures à partir de minuit. Les nombres obtenus ont servi à dresser les deux tableaux suivants et à la construction des diagrammes des planches VII et VIII.

Nous résumerons en quelques mots la marche diurne des divers éléments magnétiques pendant l'année 1886.

Déclinaison. — Pendant l'année 1886, la déclinaison moyenne a été de 16°0′9 au Parc et de 14°48′1 à Perpignan.

Dans l'oscillation diurne principale (pl. VII et VIII) le minimum se produit, en moyenne, exactement vers 8 heures, tant au Parc qu'à Perpignan, et le maximum à 13h4 au Parc et à 13h3 à Perpignan. L'heure de ce maximum est assez constante, surtout au Parc, mais le minimum a lieu entre 7 heures et 8 heures en été, et vers 9 heures pendant les mois d'hiver. L'amplitude de cette oscillation atteint son maximum en mai (12′2) à Saint-Maur, et en avril (11′0) à Perpignan ; le minimum arrive en décembre aux deux stations : 3′7 et 4′5.

L'écart diurne de la déclinaison est un peu plus élevé au Parc (9′0) qu'à Perpignan (8′3).

Dans l'oscillation de nuit, le minimum se produit vers 0 heures, et le maximum vers 3 heures ; pendant l'hiver, le minimum de la nuit est fréquemment plus accentué que celui du matin.

La variation annuelle déduite de la différence entre les valeurs absolues, du 1er janvier 1886 et du 1er janvier 1887, est de 6′7 au parc Saint-Maur et de 5′5 à Perpignan [1].

Composante horizontale. — La valeur moyenne de la composante horizontale pendant l'année 1886 a été de 0,19439 au parc Saint-Maur et de 0,22100 à Perpignan.

L'allure des courbes horaires du parc Saint-Maur et de Perpignan est tout à fait semblable, celles-ci ne diffèrent que par l'amplitude (pl. VII et VIII).

La composante horizontale atteint sa valeur minimum vers 10 heures, plus tôt en été, plus tard en hiver ; elle augmente ensuite d'abord rapidement jusqu'à 14 heures, puis lentement jusque vers 20 heures ; elle reste au-dessus de sa valeur moyenne pendant toute la nuit. En été, le maximum, qui ne se montre pas très nettement sur la courbe annuelle, tombe de 19 heures à 20 heures, tandis qu'en hiver on le trouve de 6 heures à 7 heures.

1. Pour chaque année, la valeur au 1er janvier est la moyenne des observations horaires relevées du 1er décembre au 31 janvier suivant.

Le maximum annuel arrive en juin à Perpignan (0,22118), et en juillet (0,19455) à Saint-Maur. Ce maximum dépasse la moyenne de 0,00018 dans la première station, et de 0,00016 dans la seconde.

Au parc Saint-Maur l'écart diurne est maximum en juin (0,00039) et minimum en décembre (0,00016).

Composante verticale. — La valeur moyenne de la composante verticale pendant l'année 1886 a été de 0,42200 au Parc et de 0,38895 à Perpignan.

Le minimum arrive vers 12 heures et le maximum vers 18 heures ; la composante diminue ensuite assez régulièrement jusque vers 3 heures ; il se produit alors un minimum secondaire, suivi à 5 heures d'un maximum peu sensible. Cette seconde oscillation n'est guère appréciable que pendant les mois d'été. L'amplitude de l'oscillation principale est maximum en mai (0,00033), et minimum en décembre (0,00010).

Inclinaison. — L'inclinaison moyenne annuelle en 1886 a été de 65°15′8 au Parc Saint-Maur, et de 60°23′7 à Perpignan.

Les valeurs moyennes horaires de l'inclinaison ont été déduites de celles des deux composantes, au moyen de la relation : $\operatorname{tang} I = \frac{Z}{H}$.

Le maximum a lieu, en moyenne, à 10 heures ; mais, tandis qu'en hiver il se produit entre 11 heures et 12 heures, en été, au contraire, on le rencontre à 8 heures. Le minimum est observé de 4 heures à 5 heures. L'écart diurne est, au Parc, de 2′2 en août, et de 1′2 en décembre. A Perpignan, il est notablement plus faible.

Force totale. — La force totale a été calculée au moyen de la relation : $T = \frac{H}{\cos I}$.

La valeur moyenne annuelle de la force totale a été, pendant l'année 1886, de 0,46454 au Parc Saint-Maur, et de 0,44735 à Perpignan.

Le minimum tombe vers 11 heures et le maximum vers 19 heures ; l'amplitude de cette oscillation est de 0,00041 en mai, et de 0,00012 en décembre pour le Parc. Une oscillation secondaire, à peine accusée, se montre la nuit de 3 heures à 6 heures.

Tout ce que nous venons de dire s'applique à l'année 1886.

On ne pourra établir les variations régulières normales des éléments magnétiques en chaque observatoire que par la comparaison d'un grand nombre d'années d'observations.

La comparaison des observations magnétiques faites au Parc Saint-

Maur et à Perpignan, en 1886, nous permet néanmoins de présenter dès maintenant quelques résultats importants.

Les deux observatoires sont sensiblement sur le même méridien ; bien qu'ils soient distants de près de 700 kilomètres, les courbes enregistrées par les deux magnétographes ont la même allure, *les inflexions se ressemblent toutes, elles ne diffèrent que par l'amplitude de la variation.*

Comme nous devions nous y attendre, puisque c'est la conséquence d'un effet solaire, *l'heure des maxima et des minima des oscillations diurnes principales de la déclinaison est la même aux deux postes.*

Nous avons pu constater que *les grandes perturbations* du 9 janvier[1], des 30 et 31 mars 1886, *ont commencé exactement à la même heure aux deux observatoires, et que les courbes obtenues sont presque superposables dans tous leurs détails.*

Enfin, l'enregistrement régulier et précis de l'heure sur les courbes mêmes a montré que le *tremblement de terre du 23 février 1887*, dans le Sud-Est de la France, *coïncidait avec un trouble spécial des barreaux aimantés.*

En communiquant nos observations à l'Académie des sciences[2], M. Mascart ajoutait qu'elles méritaient une attention particulière parce qu'elles avaient mis en évidence un fait important : La « simultanéité des perturbations à Paris, à Lyon et à Perpignán. Il ne semble donc pas que l'effet observé soit un mouvement propagé par le sol.

« En second lieu, le mouvement des barreaux ne présente aucune analogie avec ceux qui correspondent aux perturbations magnétiques ordinaires ; il ressemble beaucoup, au contraire, aux vibrations que l'on obtient par l'action des courants momentanés que l'on utilise pour produire les repères de l'heure, avec cette différence que les oscillations paraissent avoir été entretenues pendant plusieurs minutes. Les appareils magnétiques auraient donc enregistré, non pas les mouvements du sol, mais plutôt le passage de courants électriques produits dans le sol à une certaine période du tremblement de terre, et l'on s'expliquerait aisément que l'action ne fût pas appréciable dans l'ouest de la France. Cette manière de voir est confirmée par les soubresauts et les saccades verticales que MM. Cœurdevache et Arabeyré ont eu la bonne fortune de constater plus tard. Une secousse du sol peut bien donner à des barreaux aimantés, suspendus par un

1. *C. R. Académie des sciences*, 11 janvier 1886. — *Perturbation magnétique du 9 janvier 1886*, Note de M. Mascart.

2. *C. R. Académie des sciences*, 28 février 1887.

fil, un mouvement pendulaire qui ne se traduirait pas sur les enregistreurs, mais on ne conçoit pas facilement qu'elle soit capable de leur imprimer une oscillation autour d'un axe vertical. »

Les résultats que nous avons obtenus doivent nous encourager à poursuivre soigneusement les observations du magnétisme terrestre; nous nous ferons un devoir de les communiquer à l'Association française pour l'avancement des sciences, dont nous ne saurions oublier les bienveillants encouragements.

M. A. PICHE,

Président de la Commission météorologique des Basses-Pyrénées.

DE L'ORGANISATION DES ÉTUDES MÉTÉOROLOGIQUES EN FRANCE.

— Séance du 29 septembre 1887. —

Il me semble, Messieurs, qu'une assez grande confusion règne dans les études météorologiques et dans les écrits qui en sont l'expression. On mêle sans cesse la science des météores (science physique et naturelle) avec la science des études météorologiques (science sociale) et on parsème le tout d'instructions sur la manière d'observer, qui font partie, non plus de la science, mais de l'art d'étudier les phénomènes de l'air.

Ouvrez un traité de météorologie, vous y trouverez plus de pages consacrées à la description, à l'histoire et à l'observation des baromètres ou des thermomètres, qu'à l'étude de la pression atmosphérique. On y parlera de l'organisation des observations et des services météorologiques plus que des météores, qui devraient cependant faire l'objet exclusif du volume.

Il y a là, je crois, un désordre auquel il conviendrait de remédier.

Laissez-moi, comme entrée en matière, vous retracer brièvement en deux colonnes le plan de la météorologie et celui de la météorologognosie.

MÉTÉOROLOGIE.	MÉTÉOROLOGOGNOSIE.
1° *Graphie.*	
Description scientifique des phénomènes météorologiques que l'on observe actuellement sur la terre.	Description de l'état actuel des études météorologiques chez les diverses nations.
2° *Logie.*	
Distribution géographique des météores; leur évolution dans le temps.	Leur évolution historique.
Ressemblances et différences; classifications; questions et réponses *à priori;* méthodes de solution.	Leur répartition géographique. Comparaison et classement.
3° *Scopie.*	
Observation instrumentale des divers phénomèmes : Statique. Dynamique.	Les observateurs, les observations, les instruments, les méthodes représentatives. Fonctionnement des divers services administratifs ou libres.
4° *Théorie.*	
Explication scientifique des divers météores et de leurs transformations.	Les résultats obtenus; critique de leur valeur; plans de réforme.
5° *Pirie.*	
Détermination expérimentale de leurs conditions d'apparition, etc.	Détermination des conditions sociales qui influent suí le progrès de la science météorologique.
6° *Nomie.*	
Mesure des rapports; formulation des lois.	Lois de l'évolution de la science météorologique.
7° *Technie.*	
Applications possibles aux besoins de l'homme. Sa puissance sur les météores.	Puissance de l'homme pour faire progresser la science. Enseignement, travail collectif, etc.
8° *Sophie.*	
Corrélation des phénomènes aériens avec les autres phénomènes. Beauté des météores. Bonté ou nocuité, d'où morale positive.	Corrélation de la météorologie avec les autres sciences. Sa beauté intellectuelle. Son utilité, d'où nos devoirs positifs de la faire progresser, de l'enseigner, de l'utiliser.

Quant aux arts météorqlogiques, ils sont nombreux, depuis l'art de décrire les météores jusqu'à celui de philosopher à leur sujet, en y comprenant l'art d'inventer des instruments, celui de les construire; les arts individuels, de les apprécier, de les acheter, de les installer, de les lire, de traduire leurs données en chiffres ou en courbes, et les arts sociaux qui consistent à organiser des services nationaux ou internationaux, ainsi qu'à coordonner le travail collectif des individus et des sociétés.

Toutes ces diverses parties peuvent donner lieu à des traités spéciaux ou à des traités généraux; encore faut-il, dans ces derniers, distinguer avec soin les divers éléments que l'on confond trop souvent aujourd'hui.

On voit par ces prémisses combien est vaste le cadre dans lequel nous devons nous mouvoir, et l'on comprend que nos études dépassent les forces d'un seul homme et qu'elles exigent l'entente des travailleurs d'une même nation et même des diverses nations.

Au Congrès tenu à Clermont par l'Association française, j'avais eu l'honneur de présenter un mémoire sur l'organisation de la météorologie française et sur ses imperfections, travail qui fut peut-être le point de départ de la campagne entreprise pour séparer la météorologie d'avec l'astronomie.

Depuis lors, hélas! je ne vois pas que l'organisation qui nous occupe ait fait de grands progrès.

Les Commissions météorologiques départementales, lorsqu'elles existent et qu'elles manifestent quelque vitalité, travaillent toujours dans l'isolement, au lieu d'être fédérées par région.

La Société météorologique de France, qui devrait réunir dans son sein les innombrables amateurs qui cultivent notre science et les serrer autour des services officiels, végète et ne compte pas cent cinquante membres, par suite du taux trop élevé de ses cotisations; de telle sorte que si la science de l'air a conquis l'autonomie, elle n'a pas encore organisé son fonctionnement utile en vue du progrès.

Et cependant partout où nous nous sommes trouvés réunis, à Poitiers, à Clermont, à Biarritz, nous avons été unanimes pour établir l'entente entre nous.

Poursuivons ce mouvement, Messieurs, et puisqu'on n'a pas encore su ou pu nous organiser, organisons-nous nous-mêmes.

Tenons, ce soir, hors séances du Congrès, une réunion des présidents ou délégués des Commissions météorologiques du midi de la France et essayons de former à Toulouse un Comité régional pour l'étude des orages.

Réunissons-nous, aussi, entre météorologistes et climatologistes

du midi de la France pour consolider l'Union que nous avons ébauchée à Biarritz, l'année dernière, et qui a déjà porté quelques fruits.

Il est douloureux de penser à la somme de travail et d'argent que nous dépensons en France pour faire des observations non comparables. Quand on veut utiliser les documents recueillis à grand'peine, on s'aperçoit bien vite qu'on se livre à de vains efforts. N'est-il pas temps, Messieurs, de mettre fin à cette situation désolante?

J'ai l'honneur de vous présenter à l'appui de ces considérations :

1° La circulaire, ou « Projet d'union des météorologistes du midi de la France, » envoyée en exécution des résolutions prises au Congrès de Biarritz;

2° La *Revue du Sud-Ouest,* organe de Biarritz-Association, premier numéro d'un bulletin mensuel qui doit contenir un tableau original de climatologie comparée pour les stations du sud-ouest de la France;

3° Enfin, un modèle de graphique pour observations dans lequel les données météorologiques et climatologiques d'une localité sont inscrites en chiffres et traduites en courbes ou en teintes, et sont mises en comparaison avec les cartes isobariques quotidiennes, publiées par le journal *le Temps,* ainsi qu'avec des cartes analogues et de même format que j'ai copiées sur celles du *Bulletin international,* publié par le Bureau-Central.

Le hasard a voulu que les cartes du *Temps* eussent juste 8 centimètres de largeur, ce qui permet d'employer le papier d'architecte, quadrillé au millimètre, pour le graphique local, en séparant chaque observation trihoraire par un intervalle de 1 centimètre; on a ainsi un graphique à grande échelle sur lequel on peut constater tous les phénomènes sans confusion, et chaque page de l'atlas peut contenir cinq journées. (Les pentades adoptées au Congrès de Vienne.)

Il me paraît difficile de trouver une forme plus convenable pour recueillir les observations, et surtout pour arriver, par la comparaison des données locales avec la situation générale, à la véritable interprétation des phénomènes et à leur facile prévision.

M. Pierre LAZERGES,

Membre du Conseil d'administration et délégué de la Société de géographie de Toulouse.

CONSIDÉRATIONS SUR LA MÉTÉOROLOGIE DE TOULOUSE ET DE SES ENVIRONS.

— Séance du 29 septembre 1887. —

Au point de vue météorologique, Toulouse offre une particularité frappante qui explique bien le caractère et la physionomie de son climat à la fois océanique et méditerranéen.

Placée dans un vaste couloir par lequel s'opèrent les échanges d'air entre deux grands bassins, notre région constitue, en outre, le point d'attache des deux zones de condensation les plus énergiques du midi de la France : les Pyrénées au *sud,* et les Cévennes au *nord-est*.

Le régime des vents s'établit pour chaque contrée suivant la disposition des vallées, les sinuosités du sol, et surtout selon les positions respectives des centres d'attraction ou d'aspiration du fluide atmosphérique.

Pour nous, les vents sont la résultante du jeu alternatif de l'évaporation de l'eau et des condensations des vapeurs. De la même cause naissent également les variations du baromètre, la formation de l'électricité des nuages et enfin tous les phénomènes météorologiques proprement dits.

Dans l'ébranlement de l'air, le soleil n'agit point par l'échauffement inégal des couches de l'atmosphère, mais seulement par la chaleur nécessaire à l'évaporation de l'eau. C'est, en un mot, par les mélanges variables de l'air avec la vapeur d'eau plus ou moins rapprochée de son point de condensation que se produisent les changements de densité de l'atmosphère, et, par conséquent, les ruptures d'équilibre dans la masse gazeuse.

A la faveur du trait géographique précité, les mouvements atmosphériques sont commandés par deux centres d'aspiration principaux, l'Océan et la Méditerranée, agissant en sens contraire et alternativement dans la direction générale *sud-est-nord-ouest* du col de Naurouze et de la vallée de la Garonne qui laissent un libre passage aux courants aériens. De sorte que les vents dominants de cette région doivent venir d'entre *nord* et *ouest*, lorsque l'évaporation du bassin

de la Méditerranée l'emporte sur celle du bassin océanique, et d'entre *sud* et *est*, quand, au contraire, l'aspiration de l'Océan reprend la prépondérance.

C'est, en effet, ce qui a lieu.

Du 31 juillet 1885 au 30 juin 1887, c'est-à-dire pour une période de sept cents jours, nous avons procédé nous-mêmes à 1913 observations de vents qui se répartissent de la manière suivante :

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSO	SO	OSO	O	ONO	NO	NNO
33	35	13	38	54	277	172	106	55	45	43	119	161	413	246	103

L'inspection de ce tableau donne lieu à deux remarques importantes : c'est que, d'abord, les deux vents régnants d'entre *nord* et *ouest* et d'entre *sud* et *est* ont soufflé respectivement 752 fois et 555 fois [1], et qu'ensuite, le vrai vent du *sud-ouest*, celui dont les humides effluves alimentaient autrefois les glaciers des Pyrénées de manière à étendre leur domaine jusqu'à Saint-Gaudens et Lourdes, s'est fait sentir seulement 43 fois.

Une étude attentive des vents océaniques et méditerranéens nous a montré que ces deux courants se superposent dans les couches de l'atmosphère et offrent ainsi un phénomène des plus intéressants toujours visible quand le ciel est nuageux. Tandis que le vent d'*autan* s'établit à la surface du sol, dans la direction *sud-est-nord-ouest* indiquée par la girouette, les nuages de la région supérieure reçoivent l'impulsion contraire d'un courant plus faible inclinant le plus souvent vers l'ouest. Quelquefois, ce sont trois courants superposés rendus sensibles par les directions de trois zones de nuages également superposées.

Le vent du *sud-est* ne se fait plus sentir à une distance relativement faible au-delà de Toulouse; son souffle expire complètement à la limite des coteaux du Gers et des Hautes-Pyrénées. Déjà, à Saint-Gaudens, d'après les observations de MM. Chopinet et Toujan, ce vent est beaucoup moins fréquent que dans la plaine de Toulouse, et ne manifeste son influence que par une élévation de température.

1. Ce chiffre qui est le résultat d'observations diurnes, est évidemment trop faible : le vent d'entre *sud* et *est* souffle souvent pendant la nuit. En été surtout, par les temps ordinaires, il se manifeste d'une manière périodique, pendant la nuit, sous forme, il est vrai, de brise peu énergique sans action sur les girouettes ordinaires, et, vers sept à huit heures du matin, ce léger courant cesse pour faire place à des brises presque insensibles d'entre *nord-est, nord-ouest*.

Là, les vents de *nord-ouest* et d'*ouest* prennent définitivement le dessus. C'est là que le vent chaud de la Méditerranée s'arrête devant l'obstacle opposé par les vents plus froids de l'Océan, et remonte dans le courant supérieur dont nous venons de parler; c'est dans cette zone de calme et de changement de direction des masses d'air, que se préparent les orages et les condensations aqueuses de notre région. Dans la basse vallée de la Garonne, le vent *d'autan* beaucoup moins fréquent et beaucoup moins vif qu'à Toulouse, se fait sentir quelque fois cependant jusqu'au delà de Moissac et Agen.

Au fond des vallées des Pyrénées dirigées normalement à la ligne de faîte, le régime des vents est, en quelque sorte indépendant du grand mouvement aérien de la plaine intérocéanique.

Ici, nous trouvons des brises régulières qui joignent à la périodicité semi-annuelle des moussons de l'Océan indien, l'alternance diurne et nocturne des brises marines.

Nous devons noter comme une des plus remarquables la brise quotidienne de la vallée d'Aure (Hautes-Pyrénées) qui atteint son maximum d'intensité au passage d'Arreau.

Du mois d'avril au mois d'octobre, le vent souffle vers la montagne, de neuf heures du matin à cinq heures du soir, et, vers la plaine, pendant la nuit, en passant par des accalmies plus ou moins longues, mais toujours régulières, qui accompagnent les changements de direction.

En hiver, le phénomène se présente dans un ordre inverse en affectant beaucoup moins de vivacité.

Nous trouvons dans un travail de M. le Dr Gandy, présenté au Congrès d'hydrologie et de climatologie de Biarritz (octobre 1886), que M. Maxwel-Lyte a constaté aussi pendant l'été, à Bagnères-de-Bigorre, l'existence de ce vent périodique. « Le matin, dit M. Lyte, de quatre heures à sept heures et demie, le vent souffle de la montagne, c'est-à-dire du *sud;* de sept heures et demie à neuf heures et demie, calme complet; puis, jusqu'à cinq heures du soir, brise du *nord* au *sud;* à cinq heures, nouveau calme jusqu'à huit heures, après quoi le vent de la montagne recommence à se faire sentir; à onze heures; un troisième calme se produit jusqu'à quatre heures du matin. »

Les autres vallées parallèles sont sillonnées par des courants identiques, non-seulement en été, comme semble le penser M. Lyte, mais encore en hiver, bien que, dans cette saison, la force qui sollicite l'air soit moins grande.

Cette force est incontestablement l'évaporation.

En été, les grands massifs et les hautes vallées retiennent dans

leurs glaciers, leurs névés, leurs forêts et leurs vastes pelouses des quantités considérables d'eau, tandis que les terrains de la basse plaine en contiennent beaucoup moins.

Sous l'influence de la chaleur solaire, l'évaporation est donc nécessairement plus énergique et plus abondante dans les régions montagneuses que dans la plaine, d'où il résulte, par une variation de densité des couches atmosphériques sur les deux points comparés, une aspiration de l'air de la plaine vers la montagne, tant que le soleil active l'évaporation.

La nuit, au contraire, les hautes régions se refroidissant considérablement, l'évaporation y devient presque nulle, lorsque la plaine qui a conservé une plus grande proportion de chaleur, fournit encore à l'atmosphère ambiante un excédent de vapeur d'eau; de là, une aspiration de l'air des hautes vallées vers la plaine.

En hiver, les montagnes étant couvertes de neige glacée, l'évaporation donne peu comparativement à la plaine, et le phénomène des vents se manifeste en sens contraire, tout en diminuant d'intensité. Cette intensité peut même se réduire à zéro, quand un large manteau de neige s'étend à la fois sur les hautes et les basses régions de la contrée, parce que, dans ce cas, l'évaporation est nulle sur tous les points.

Ainsi s'expliquent, d'après nous, les calmes qui accompagnent nos hivers rigoureux, et qui couvrent d'un morne silence les espaces glacés de la Sibérie et des régions polaires. En vain, le soleil échaufferait les couches d'air; il serait impuissant à les troubler sans l'intervention de la vapeur d'eau.

On peut donc dire sans témérité que les contrées les plus exposées aux agitations de l'atmosphère sont celles qui fournissent le plus à l'évaporation.

Il est difficile d'établir pour notre pays des lignes de démarcation bien nettes pour le passage d'une saison à l'autre. L'hiver ordinairement long et humide sans être généralement très rigoureux, absorbe souvent le printemps et empiète même quelquefois sur l'été. La neige ne fait que de rares et courtes apparitions. Les pluies assez fréquentes du mois de novembre à la fin du mois de juin, sont rares du commencement de juillet à la fin d'octobre. Des écarts sensibles dans les températures, des mouvements subits dans l'atmosphère presque toujours agitée, des orages parfois violents, des contrastes bizarres dans la succession de l'état du temps, quelques brouillards épais en hiver, lorsque, le plus souvent, les vallées des Pyrénées se baignent, au même moment, dans une atmosphère transparente et calme, sous

un ciel des plus purs; telle est, en quelques mots, la caractéristique générale du climat toulousain.

Cependant, le vent chaud du *sud-est* nous gratifie, en hiver, de quelques séries de magnifiques journées au resplendissant soleil qui donne à la tonalité générale de la brique des nuances peut-être uniques d'une délicatesse et d'un charme infinis. Mais, dès qu'apparaît de nouveau le vent du *nord-ouest*, la vapeur d'eau contenue dans l'air est ramenée subitement vers son point de condensation, et l'atmosphère reprend la teinte gris sale des jours sombres.

C'est pourtant à ces vents humides et changeants que Toulouse est redevable d'une certaine immunité au point de vue des maladies épidémiques, immunité dont ne jouissent pas toujours les villes du littoral méditerranéen soumises au régime des vents secs d'entre *nord-ouest-nord-est*.

De ces changements subits dans la direction des vents résultent aussi de brusques variations thermométriques. Pour donner une idée exacte des limites dans lesquelles se meuvent les températures, nous indiquons ci-après quelques maxima et minima pris sur divers points de la région sous-pyrénéenne.

TOULOUSE, 142 mètres. (Observations de M. Bianchi [1].)

	Minima.		Maxima à l'abri	Maxima à découvert
1882. 22 janvier.	— 4°5	13 août.	35°	38°5
1883. 9 décembre. . . .	— 7°9	13 août.	35°9	40°2
1884. 2 décembre. . . .	— 8°	12 août.	36°	39°
1885. 20 janvier.	— 12°5	17 juin.	35°	40°5
1886. 5 décembre. . . .	— 10°	7 juillet. . . .	34°8	38°8

SAINT-GAUDENS, 409 mètres. (Observations de MM. Chopinet et Toujan.)

Du 1er juin 1883 au 1er octobre 1886, la plus basse température observée est de — 8°2 (janvier) et la plus élevée 32°5 (juillet).

FOIX, 433 mètres. (Observations faites à l'École normale.)

	Minima.		Maxima.
1882. 22 janvier.	— 4°8	12 août.	32°4
1883. 12 mars.	— 9°8	13 août.	35°6
1884. 23 janvier.	— 5°	1er août.	29°6
1885. 15 janvier.	— 11°	7 juin.	32°3
1886. 4 décembre. . . .	— 9°7	25 juillet.	33°8

1. Les observations de M. Bianchi sont reproduites dans les journaux, comme celles de l'Observatoire. Nous avons choisi les premières parce qu'elles ont été faites au centre de la ville.

LUCHON, 622 mètres, (Observations de M. Peyroulet.)

	Minima (moyenne).		Maxima (moyenne).
1882. Janvier.	— 2°5	Juillet.	25°8
1883. Mars.	— 3°6	Août.	28°
1884. Janvier.	— 2°6	Juillet.	29°6
1885. Janvier.	— 5°1	Juin.	28°

ARAGNOUET, 1,100 mètres. (Observatoire des études du chemin de fer des Pyrénées centrales.)

	Minima.		Maxima.
1882. 5 janvier.	— 9°2	14-19 juillet.	27°3
1883. 12 mars.	— 4°9	13 août.	32°6
1884. 25 décembre. . . .	— 10°5	2 août.	37°5
1885. 15 janvier.	— 13°5	10 août.	30°4
1886. 8 février.	— 12°7	20 juillet.	30°2

D'après les observations faites par l'administration du Canal du Midi, les quantités de pluie tombées pendant les dix dernières années donnent une moyenne annuelle de 0m,66, tandis que l'évaporation de l'eau dans un bassin a été pour le même temps de 0m,61. Dans l'intérieur des terres, cette évaporation doit être nécessairement beaucoup plus considérable.

A propos des pluies, nous devons faire connaître un fait assez curieux qui s'explique aisément par notre théorie des vents. Quand le vent d'entre *sud* et *est* souffle fortement à Toulouse, il pleut généralement dans le bas Languedoc, et la pluie de cette contrée dépasse rarement une limite variable placée entre Castelnaudary et Villefranche-de-Lauragais. Si, au contraire, il pleut à Toulouse par vent d'entre *ouest* et *nord*, la zone de condensation se limite ordinairement à Castelnaudary, ou aux environs de Carcassonne, mais, au-delà de cette zone, le vent du *nord-ouest*, appelé *mistral*, souffle avec une telle violence, en descendant des terres vers la mer, que des diligences peuvent être renversées, et que la tige des arbres finit par contracter une inclinaison très marquée suivant la direction de ce vent. Strabon nous raconte que ce « noir borée » précipitait les hommes de leurs chars et les dépouillait de leurs vêtements et de leurs armes [1].

Dans les deux cas ci-dessus, les vents soufflent vers les centres d'évaporation où l'air est moins dense, et fuient les points de condensation où la pression barométrique se relève au fur et à mesure que cette condensation s'accomplit.

1. Elisée Reclus, *Géographie universelle*. — La France.

Enfin, de cette succession continue de vents humides venant de directions opposées, de ces précipitations des vapeurs en nuages et en pluie, qui exercent, comme nous l'avons dit, une si heureuse influence sur l'état sanitaire, résulte également un état électrique particulier, moins énergique, peut-être, que dans les vallées des Hautes-Pyrénées, mais infiniment plus favorable que dans les villes du littoral méditerranéen. Nous ne voulons point parler seulement ici de l'électricité qui se manifeste par les orages et par les éclats de la foudre, mais aussi de celle qui se révèle par l'existence de l'ozone de l'air ou oxygène électrisé. Certains vents du *sud-est*, les plus humides et les plus forts, en contiennent des quantités notables; ceux du *nord-ouest* en renferment moins; mais ils s'électrisent d'autant plus qu'ils se rapprochent de l'*ouest*, parce qu'alors ils nous apportent de gros nuages gonflés de pluie.

Nous avons simultanément observé à Toulouse, et étudié pour Aragnouet (Hautes-Pyrénées), toutes les circonstances qui accompagnent les manifestations de l'ozone, et, au moyen d'une représentation graphique des observations, nous sommes arrivé aux constatations suivantes :

La courbe ozonométrique marche en sens inverse de la courbe du baromètre et dans le sens de la courbe des pluies, de la neige et des condensations diverses, en s'accentuant suivant la force des vents humides.

La quantité d'ozone faiblit par les temps secs et beaux, si bien que toute trace de coloration du papier ozonométrique disparaît complètement par les vents secs du *nord-nord-est*, ou aux époques de fortes gelées, c'est-à-dire quand l'évaporation étant très faible, l'atmosphère à l'état de repos renferme peu de vapeur d'eau et d'humidité.

Néanmoins, l'humidité répandue dans l'air ne donne pas toujours à elle seule des colorations sur le papier ozonométrique. Ainsi, les brouillards qui se déposent à la surface de la terre par un temps très calme ne paraissent pas contenir de l'ozone. Il en est de même des condensations qui donnent à l'atmosphère une teinte grisâtre, ou qui se traduisent par une pluie fine tombant d'une faible hauteur et dont la chute n'est troublée par aucun mouvement de l'air. Cette absence d'ozone n'a pas été constatée à Aragnouet où les colorations du papier ozonométrique ne descendent jamais au-dessous du 4e ou 5e degré de la gamme, tout en atteignant, par les temps troublés, jusqu'aux 16e et 17e degrés. En résumé, il semble qu'une atmosphère complètement immobile et qui serait dépourvue de vapeur d'eau, ne renfermerait ni électricité, ni ozone.

M. Cleveland ABBE,

Professeur attaché au Signal Office, à Washington.

SUR LA BIBLIOGRAPHIE GÉNÉRALE DE LA MÉTÉOROLOGIE PRÉPARÉE PAR LE BUREAU MÉTÉOROLOGIQUE DU SIGNAL OFFICE DE L'ARMÉE A WASHINGTON [1].

— Séance du 29 septembre 1887 —

L'accroissement rapide du nombre des travaux scientifiques rend d'une aussi grande importance pour les recherches théoriques que pour la pratique la publication d'un répertoire général de tous les mémoires publiés dans chaque branche des sciences. Les bibliographies astronomiques de Struve, Houzeau et Lancaster et le grand catalogue de la bibliothèque du « *Surgeon general* » par Billings sont des exemples de la haute valeur que l'on reconnaît aux bibliographies spéciales. Le *Signal Office* de Washington, tout en n'espérant pas faire une œuvre aussi complète que ces véritables monuments, a au moins essayé de réunir un répertoire des travaux sur la météorologie, qui aura une importance pratique considérable et réalisera un désidératum exprimé depuis longtemps par tous ceux qui étudient la météorologie.

Le besoin urgent d'un répertoire de travaux sur la météorologie a été exprimé d'abord au Congrès général des météorologistes à Leipzig, et un comité spécial pour étudier cette question a été nommé au congrès suivant, à Vienne. M. Hellmann a été le membre le plus actif de ce comité, dont les délibérations ont eu comme premier résultat de découvrir que beaucoup de travail avait déjà été fait dans cette voie par diverses personnes, notamment MM. Hellmann, Symons et moi-même.

D'autre part, on fut grandement encouragé dans cette œuvre en reconnaissant que le succès devenait évident si l'on pouvait combiner les efforts individuels. La conclusion finale du comité fut que, pour le moment, le mieux était de demander à chaque pays de faire le répertoire spécial des travaux qui y avaient été publiés sur la météorologie ; le répertoire du Dr Hellmann donnait un bel exemple de ce travail.

Pendant les délibérations du Comité, le général W.-B. Hazen,

1. Note traduite par M. A. Angot.

qui avait succédé au général Myer comme chef du *Signal Office*, reconnut que les besoins quotidiens du Bureau météorologique de Washington justifiaient la préparation d'une bibliographie générale embrassant tous les sujets qui intéressent ce Bureau. Avec la permission du Ministre de la guerre, il obtint une copie du catalogue par fiches réuni par M. Symons de Londres et combina avec ce catalogue celui que j'avais déjà préparé en choisissant les titres convenables dans le grand index de la Société royale de Londres. En prenant ce travail comme noyau, le général Hazen autorisa l'envoi de lettres demandant la coopération des Bureaux météorologiques, des Observatoires et des auteurs pour la préparation d'une bibliographie générale complète. Les réponses à ces demandes ont été très satisfaisantes et à ces documents manuscrits on a ajouté encore toutes les listes de titres imprimées que l'on a pu se procurer. Toutes les fois que cela a paru utile, on a examiné à nouveau les plus importantes séries de périodiques et fait des recherches spéciales dans les bibliothèques de l'Amérique et quelquefois dans celles d'Europe, pour retrouver les titres de brochures ou de publications rares.

Le répertoire qui en est résulté contient maintenant plus de cinquante mille titres d'ouvrages écrits par plus de dix mille auteurs. Les fiches sont classées à la fois par noms d'auteurs et par sujets; cette dernière classification comprend plusieurs centaines de sections et sous-sections. Les titres comprennent la climatologie, la météorologie dynamique, la théorie des instruments, l'histoire, la biographie, les études spéciales d'orages, les observations, et une liste détaillée des sujets qui sont liés intimement avec la météorologie pure, comme les relations de la météorologie avec la vie animale et végétale et les maladies, le magnétisme terrestre, la navigation, etc.

Plus de trois cents auteurs, Bureaux météorologiques ou Bibliothèques ont cordialement collaboré à la préparation de ce répertoire; toutes les nations du monde ont volontiers répondu aux demandes de renseignements. La personne chargée du travail, M. C.-J. Sawyer et ses employés y ont consacré trois ans sans interruption. Dans peu de mois, on demandera au gouvernement des États-Unis si un tel ouvrage ne vaut pas la peine d'être publié *in extenso* pour l'utilité du monde entier. C'est devenu en fait un travail international et sa publication est le seul moyen de remercier les savants qui y ont coopéré, et aussi de le garantir contre les risques d'incendie ou d'accident.

Actuellement, un petit meuble à tiroirs renferme ces cinquante mille fiches; toute personne qui désire savoir ce qui a été écrit sur un sujet donné n'a qu'à consulter le tiroir et la lettre convenables; la

réponse est donnée, immédiate et complète. Les renseignements sont, en fait, aussi souvent demandés par des hommes qui s'occupent seulement de la pratique que par les savants et les professeurs; pour tous, le répertoire est un instrument de travail indispensable.

Il n'est pas probable qu'aucun éditeur consente à publier cette bibliographie à un prix qui la rende abordable aux personnes qui en ont le plus besoin; tout ouvrage analogue ayant réussi a été entrepris et publié, au moins en partie, avec l'aide des gouvernements. Nous espérons que le Congrès des États-Unis mettra cette œuvre internationale considérable du *Signal Office* à la disposition du monde entier comme le sont déjà les prédictions quotidiennes, les revues mensuelles du temps, les cartes internationales et les autres publications du même établissement.

M. POMEL,

Directeur de l'École supérieure des sciences d'Alger.

SUR LE GENRE « THERSITEA » COQUAND, SINGULIERS MOLLUSQUES GASTÉROPODES PARTICULIERS AU TERRAIN SUESSONIEN DE L'ALGÉRIE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Ce genre a été créé par Coquand, en 1862, dans son ouvrage sur la *Géologie et la paléontologie du sud de la province de Constantine*, page 267. Il a été ainsi caractérisé : coquille irrégulière fusiforme, dont le dernier tour s'épaissit considérablement à la suture et forme une espèce de loupe très développée qui déjette la coquille vers sa droite et oblige le labre ainsi que le canal à suivre ce mouvement anormal. Deux espèces du terrain suessonien du sud-est de la province de Constantine ont été décrites et figurées, planche XXIX, figures 30, 31, 32 et 33, d'une façon assez défectueuse pour ne donner qu'une idée fausse des vrais caractères génériques.

M. Ficher, dans le *Manuel de conchyliologie*, a placé le Thersitea parmi les sous-genres de Fusus, et c'est à peu près tout ce qui pouvait être tiré des renseignements donnés par Coquand.

Je suis en possession de matériaux nouveaux et en meilleur état pour rectifier la description et faire l'histoire complète du genre en y

ajoutant une troisième espèce non moins remarquable que les autres. Les uns ont été recueillis par M. Ficheur, préparateur de géologie à l'École des sciences d'Alger, dans une course que nous avons faite ensemble à Tébessa, dans l'automne de 1885; ils proviennent des gisements explorés par Coquand dans le djebel Dir. Il en existait dans les collections du service des mines à Alger, provenant des récoltes de Nicaise, remontant à une quinzaine d'années, se rapportant à la nouvelle espèce inscrite à tort sous le nom de *Strombus Bonrelli Brong.*, et trouvés dans le sud d'Aumale. D'autres, plus récemment recueillis au sud de Boghari par M. Pierredon, géologue, employé au service de la carte de l'Algérie, viennent compléter fort heureusement nos éléments d'étude stratigraphique en ajoutant un gisement nouveau au seul connu de la plus remarquable des espèces de Coquand.

La description qui va suivre montrera tout ce qu'avait de défectueux la diagnose de Coquand, qui sans doute n'avait eu à sa disposition que des exemplaires en assez mauvais état ayant faussé son jugement.

CARACTÈRES DU GENRE.

Coquille turbinée ou conoïde, non ombiliquée, à spire plus ou moins courte, mutique ou plus ou moins longuement mucronée. Le dernier tour large, embrassant, s'étalant en avant sur le précédent en une forte callosité columellaire plus ou moins saillante, qui se prolonge en arrière sur le tour antérieur en un bourrelet débordant, tantôt gonflé en forme de grosse loupe récurrente, tantôt portant au bord une série de tubercules en couronne. La columelle est flexueuse, lisse, paraissant avoir été liée au labre en avant par un faible sinus tout au plus et sans canal. Le labre est la partie la plus singulière de la coquille; il est mince, fragile, à peine marginé en dehors, non étalé, mais plutôt resserré contre le tour précédent, ayant une forme de cuilleron oblique de tarière. Il est plus ou moins gonflé dans son milieu, dans la direction de la spire entre deux dépressions. En arrière, il est séparé du bourrelet sutural par une étroite fissure, qui se prolonge sur le $\frac{1}{3}$ ou le $\frac{1}{4}$ du tour, puis au delà en un étroit sillon qui présente l'apparence d'une suture entre deux tours successifs. Les stries d'accroissement, parallèles au bord, sont flexueuses en avant et sur le dos, et fortement et longuement obliques vers la fissure; et comme celles du bourrelet sutural sont arquées en sens contraire, elles semblent les prolonger de manière à donner l'apparence trompeuse d'un labre entaillé de pleurotome dont le sinus tomberait ici sur le dos même du bourrelet; mais la confusion n'est guère possible. La partie postérieure libre du labre se déprime plus ou moins pour s'appliquer contre la columelle, sans cependant y toucher, sur une assez grande largeur.

L'ouverture de la coquille ne présente aucun pli, ni dent, ni strie à son origine; mais à l'intérieur un léger pli de la columelle se renforce, s'épaissit pour se mettre en contact avec le labre et se soude enfin avec lui en oblitérant la fissure, suivant une zone qui égale le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{5}$ de la hauteur; l'intérieur de l'ouverture se trouve réduit à un espace dont la section est ovalaire,

arrondie en avant, lancéolée en arrière. L'oblitération semble se faire par un tissu lacuneux dont on trouve des traces sur certains exemplaires convenablement cassés. Elle progresse angulairement selon le milieu de la zone soudée qui correspond extérieurement à la dépression du labre.

On voit qu'il y a loin de cette organisation à celle indiquée par Coquand, et que les figures qu'il en a données, surtout pour la face postérieure, ne peuvent être que des restaurations schématiques mal comprises. Mais s'il a été facile de corriger les erreurs à la suite d'un peu de peine dans la préparation de sujets encroûtés de gangue siliceuse, il n'en reste pas moins de grandes incertitudes sur les affinités que peut indiquer une si singulière structure.

Tout d'abord, il ne me paraît pas possible de laisser le Thersitea dans le groupe des Fusus. L'absence de canal antérieur, la profonde fissure du labre ne le permettent pas.

Il y a bien quelque affinité avec les Pleurotomes dont certains ont un labre en tarière et un canal court et ouvert; mais ils ont un simple sinus au bord même du labre et ne présentent pas cette fissure profonde des Thersitea, qui fait en quelque sorte quelque chose de distinct de leur labre par rapport au bourrelet marginal d'origine calleuse. La coquille de ces derniers est plus épaisse et peu ou pas ornée.

Les pleurotomaires en diffèrent bien davantage, quoique leur labre soit pourvu d'une vraie fente, ou d'une série de trous qui la remplace; car cette fente a une destination physiologique qui ne peut être attribuée à celle des Thersitea en raison de sa situation.

Si la coquille des Thersitea était polie et luisante par suite d'enrobement par un manteau, on pourrait trouver quelque analogie entre elle et certaines Ancillaria et Oliva dont le canal postérieur forme une fissure, seulement moins profonde et qui ne se prolonge en arrière du labre que par un sillon qui sépare la partie lisse du tour de la callosité suturale. Ce sont des structures absolument comparables dans ce qu'elles ont de plus essentiel, car il y a encore des différences considérables dans les détails; mais les Thersitea ont une columelle bien différente, et leur coquille n'est jamais polie par son manteau; elles ne peuvent appartenir au même groupe.

Le facies plaiderait en faveur d'une affinité plus intime avec les strombes, et l'une des espèces a été prise souvent pour un strombe (et même pour une volute), le large empâtement columellaire aidant. Mais le labre de ces derniers est toujours plus ou moins épaissi et étalé, au lieu d'être mince et abaissé vers la columelle, et le faible pli de la partie postérieure de ce labre n'est, en aucune façon, comparable à la profonde fissure de celui des Thersitea et ne présente

aucune trace de son prolongement en sillon en arrière du bord. Il est vrai que dans le même grand groupe des Ailés on trouve des Rostellaires à labre plus ou moins mince; mais ce labre est étalé, ainsi que l'indique le nom du groupe, et il ne me paraît pas que le sillon qui existe sur la digitation postérieure de ce labre soit comparable à la fente et au sillon des Thersitea qui intéressent le labre lui-même et non ses appendices. On ne saurait toutefois disconvenir d'une analogie lointaine entre ces deux dispositions, mais elles ne suffit pas pour entraîner le rapprochement des deux types.

Il me paraît plutôt rationnel de considérer ce singulier genre comme le type d'une petite famille spéciale, plus ou moins apparentée à celles que nous venons de passer en revue. Ce qui lui appartient en propre, c'est le prolongement de la callosité columellaire en arrière de l'ouverture pour constituer le bord supérieur des tours de la spire, tandis que la partie de ces tours qui correspond au dos du labre s'applique au bord du bourrelet en s'en séparant par un sillon figurant une fausse suture, prolongement oblitéré d'une fissure profonde, étroite et très étendue qui découpait un grand lobe libre à la partie postérieure de ce labre. Le raccourcissement de la cavité interne a une petite distance de l'ouverture par la soudure d'une certaine zone supérieure du labre avec une saillie angulaire de la columelle me paraît être aussi particulier à ce type et non moins caractéristique.

Une autre particularité non moins remarquable, c'est que, jusqu'à présent, ces espèces semblent confinées sur les plateaux algériens dans un horizon géologique que l'on a rapporté au terrain suessonien à nummulites.

DESCRIPTION DES ESPÈCES.

THERSITEA PONDEROSA COQ.

Planche IX, figures 1 à 4.

Coquand, *loc. cit.*, page 268, planche XXIX, figures 30 et 31 (mauvaises).

Coquille atteignant 0m095 de long sur 0m055 de large, irrégulièrement turbinée, conoïde, à spire très courte, dont les tours, au nombre de cinq à six, sont disposés en torsade de turban, plus ou moins dégagés ou confluents entre eux, formant une surface convexe ou sub-aplanie. Columelle en arc de cercle un peu flexueux, dont la callosité postérieure, plus ou moins étalée sur le tour précédent, forme une saillie récurrente en loupe atténuée en arrière. Cette tubérosité, au-delà de sa contraction plus ou moins brusque, se confond avec le bourrelet calleux qui forme le bord supérieur des tours de spire et dont les lignes ou stries d'accroissement sont fortement arquées et ont leur concavité dirigée en avant. En arrière de la fente du labre et dans sa direction, le test se soulève en un bourrelet plus ou moins

saillant qui forme avec le bourrelet marginal une gouttière plus ou moins évidée, dans laquelle se prolonge le sillon laissé par l'occlusion de la fente labiale.

Le dos du dernier tour, notablement contracté, est gibbeux au milieu entre deux dépressions prolongées jusqu'au labre. Celui-ci paraît avoir été arrondi à son extrémité antérieure; il est un peu flexueux sur son bord latéral, largement arrondi à son bord postérieur, qui, déprimé contre la tubérosité, semble, sur une certaine longueur, s'appuyer contre elle. Les stries d'accroissement bien marquées sont très flexueuses, parallèles au bord du labre et très fortement et longuement obliques en arrière le long de la fissure labiale et même se prolongent au delà avec la même direction jusque sur le dos du bourrelet sutural. La zone du labre, qui se soude à la saillie columellaire interne, forme environ le $\frac{1}{4}$ de sa hauteur.

La tubérosité columellaire est presque toujours unique et existe plus ou moins développée, quels que soient la taille et par conséquent l'âge des individus. Elle devait donc être résorbée par l'animal en croissance et à mesure reportée plus en avant; ne laissant que le bourrelet qui forme le bord du tour de spire. Dans ces coquilles, il n'y avait que le dos du labre et d'une faible partie voisine du dernier tour qui présentât à découvert le test primitif; tout le reste des surfaces est d'origine calleuse et présente une grande irrégulalité dans le détail des formes.

Gisement : calcaires marneux à silex du terrain suessonien; Djebel-Dir, près Tébessa, province de Constantine (Coquand, M. Ficheur); Ksar-Birin, au sud-est de Boghari; province d'Alger (M. Pierredon); Aïn-Seba (?), près de Boghari (M. Pierredon).

THERSITEA GRACILIS COQUAND.

Coquand, *loc. cit.*, page 267, planche XXIX, figures 32 et 33.

Je ne connais ce fossile que par les figures citées. Ce que nous savons de l'organisation de la précédente espèce nous permet de conjecturer que la figure 32 peut assez bien représenter la coquille, sauf pour le labre dans son bord épaissi et sa terminaison en canal antérieur. La fragilité de cette partie est telle dans le genre qu'elle se brise jusqu'à la columelle, de manière à produire cette apparence, que l'on peut rectifier souvent par ce qui reste des stries d'accroissement; quand à la figure 33, elle ne me paraît pas compréhensible.

C'est bien toutefois une espèce de Thersitea, distincte de la précédente par l'allongement mucroniforme et acuminé de la spire. Il n'est pas possible de deviner sur le dessin la place du sillon qui fait suite à la fente labiale et la forme de la partie calleuse qui lui est contiguë. Toutefois, un mauvais sujet, recueilli par M. Pierredon avec l'espèce suivante, présente les caractères principaux de la spire du T. gracilis, et montre une trace de ce sillon vers le bord même de la carène qui représenterait le bourrelet calleux marginal, très peu développé. Toutefois, la tubérosité columellaire semble avoir été moins marquée, le mucron spiral est plus court, et je n'oserais affirmer que cette coquille mutilée ne serait pas une variété mutique de l'espèce suivante. De nouveaux matériaux sont nécessaires pour résoudre cette question.

Gisement : calcaires et marnes à silex du terrain suessonien; Aïn-Ougrab et Zouï, au sud-est de Krenchela, province de Constantine (Coquand); Aïn-Seba (?), au sud de Boghari, province d'Alger (M. Pierredon).

THERSITEA STROMBIFORMIS SP. NOV.

Planche IX, figures 5, 6 et 7.

Coquille turbinée, atteignant 0m,032 de long sur 0m,025 de large. Spire courte, conique, mucronée par les deux à trois premiers tours petits et turriculés, les trois ou quatre suivants étalés, tuberculés, épineux au pourtour, plus ou moins distincts les uns des autres et quelquefois ne se reconnaissant qu'aux saillies des tubercules presque empâtés par le tour qui suit. Dernier tour conoïde; étalé en corniche tuberculeuse à son bord supérieur, un peu gonflé au milieu, contracté à la partie antérieure qui a dû être arrondie ou un peu tronquée à en juger par les stries de l'accroissement.

Columelle lisse flexueuse, plus ou moins étalée en un empâtement calleux sur le tour précédent, soulevée à sa base en une tubérosité plus ou moins gibbeuse se prolongeant en arrière sur le bord du tour précédent en un bourrelet mince portant des tubercules plus ou moins comprimés et aigus, un peu récurves en crochet et dont chacun représente la grosse loupe du T. ponderosa. Mais ceux-ci, au lieu d'être résorbés, persistent sur le bourrelet formant une couronne de douze à quinze sur le dernier tour et se poursuivant en s'atténuant jusqu'à la base du mucron de la spire. Ce bourrelet calleux et denté, formant le bord supérieur des tours, s'appuie plus ou moins près des tubercules sur le tour précédent, qui se trouve tantôt un peu dégagé en gradin, tantôt presque empâté par un contact très serré.

Labre mince ondulé en forme de cuilleron de tarrière oblique; la partie terminale antérieure en forme de petit lobe arrondi, le bord latéral un peu flexueux et oblique en arrière, presque appliqué de ce côté contre la columelle et se séparant du bourrelet sutural, contre lequel il s'étale un peu, par une longue fente étroite dont la trace persiste sous forme d'un sillon presque à fleur, au voisinage et parallèlement à la couronne de tubercules. Les lignes ou stries d'accroissement sont très fortement récurrentes le long de la fente, mais moins longuement que dans le Thersitea ponderosa. Ce labre est très fragile et, sa partie libre étant brisée, laisse à nu la partie interne de la columelle; le bourrelet marginal ainsi dégagé montre alors en avant plusieurs tubercules paraissent appartenir au tour antérieur. Cette disposition témoigne que ces tubercules sont bien des callosités columellaires et ont une origine bien différente de celle des tubercules des strombes et des murex.

L'ouverture est flexueuse, étroite, ovale lancéolée à la partie antérieure, très rétrécie et en étroite et profonde fissure à la partie postérieure. Après $\frac{1}{4}$ de tour au moins, cette fissure s'oblitère par la soudure du labre avec la saillie interne de la columelle réduisant l'ouverture aux $\frac{2}{3}$ antérieurs de sa hauteur. C'est la même structure que dans le T. ponderosa.

Cette espèce est plus petite et bien plus régulière que T. ponderosa; elle rappelle par sa forme générale et sa spire le T. gracilis; mais elle en diffère considérablement par sa couronne de tubercules, qui peuvent varier de grosseur, mais ne manquent jamais.

Gisement : marnes à silex du terrain suessonien; Aïn-Seba, au sud de Boghari (Nicaise, M. Pierredon); Djebel-Naga, au sud d'Aumale (Nicaise), département d'Alger.

M. P. REY-LESCURE,

A Toulouse.

NOTICE EXPLICATIVE SUR LA CARTE GÉOLOGIQUE DU DÉPARTEMENT DU TARN.

— Séance du 23 septembre 1887. —

INTRODUCTION.

Le département du Tarn, dans lequel les membres de l'Association française doivent faire les excursions intéressantes d'Albi et Carmaux, dans le bassin houiller de ce nom, et de Saint-Ferréol et Lampy, dans la montagne Noire, entre Castres et Revel, se divise en deux régions aussi distinctes par leur constitution géologique que par leur position, leur oro-hydrographie, leur climat, leurs sols et leurs cultures.

1° A l'Est, les *terrains primitifs et primaires des hauts plateaux montagneux,* se rattachant, à l'est de Carmaux, Albi, Castres et Mazamet, au Plateau Central et aux Cévennes. — 215,000 hectares, de 600 à 1,200 mètres d'altitude, terrains *granito-schisteux* se décomposant en sols *siliceux, alumineux* et *alcalins,* où dominent les prairies, les forêts, le seigle et les pommes de terre;

2° A l'Ouest, les *terrains secondaires, tertiaires et les alluvions des bas plateaux,* plaines, collines et vallées découpées et formées par le Cérou, le Tarn, le Dadou, l'Agoût, le Thoré, etc. — 360,000 hectares, de 200 à 500 mètres d'altitude, *terrains aréno-argileux et calcaires ou gréseux,* se décomposant en sols *argilo-calcaires* et *argilo-siliceux,* cultivés en froment, maïs, légumineuses et vignes.

Cette dernière région, formée successivement : 1° par l'ablation et le transport, de l'Est à l'Ouest, des éléments décomposés des terrains anciens montagneux, et 2° par le comblement des anciens golfe, estuaire et lacs d'eau douce de l'Albigeois et du Castrais, se rattache ou se juxtapose ainsi à la plaine de l'Aquitaine et aux collines sous-Pyrénéennes.

DESCRIPTION SOMMAIRE DES ÉTAGES SÉDIMENTAIRES (Pl. X).

A. Dépôts meubles sur les pentes et éboulis, argilo-siliceux, graveleux, pierreux.

a^2. Alluvions modernes, limons, sables et cailloux siliceux des vallées;

sols riches, perméables; nappes souterraines; sources nombreuses; puits abondants; sables et cailloux quartzeux pour bétons, empierrements et ballast; terres à briques.

a^1. *Alluvions anciennes.* — Limons argilo-sableux et graviers déposés successivement, surtout par les grands cours d'eau, sur les flancs des collines creusées et érodées, en pentes plus ou moins rapides ou en terrasses allongées, ordinairement à trois niveaux décroissants, de 20 à 30 et 40 mètres (a^{1c}, a^{1b}, a^{1a}). — Les trois terrasses, inférieure, moyenne et supérieure du Tarn et de l'Agoût descendent d'Albi et Castres, à Gaillac et Saint-Sulpice, près Lavaur, de 180 mètres à 140 mètres, de 200 mètres à 160 mètres, de 240 mètres à 200 mètres environ, et les vallées de 160 mètres à 80 mètres d'altitude. — Sols *s. a.* peu profonds, peu perméables, peu fourragers, avides d'engrais et d'amendements. Sous-sol compacte; concrétions ferrugineuses, poudingues sablo-graveleux ferrugineux très durs, imperméables.

P. Limons et dépôts caillouteux des plateaux, divers de nature, de provenance et d'âge. Limons plus siliceux, plus ferrugineux, plus feldspathiques, sables plus granitiques que dans les vallées. Dépôts moins épais et moins étendus.

Les terrains tertiaires, lacustres et fluvio-lacustres présentent la succession suivante :

M. *Sables granitiques, argiles ferrugineuses* à la surface ou dans les fentes des plateaux calcaires, secondaires et tertiaires, d'origine détritique ou interne et boueuse.

m^4. *Sables et marnes lacustres supérieurs* les plus rapprochés du pays toulousain.

m^3. Les calcaires supérieurs et inférieurs, les marnes moyennes et inférieures de l'Agenais ont des représentants vers la limite occidentale des collines du Tarn et de l'Agoût, dans les arrondissements de Gaillac et de Lavaur. Mais la contemporanéité du *Palæotherium* et de l'*Anthracotherium*, du côté de Gaillac, montrent ces couches marneuses et aréneuses comme des passages de l'Éocène au Miocène, par des assises molassiques éo-miocènes qui les rapprochent de l'Aquitanien et du Stampien lacustre, marno-calcaire de l'Orléanais, du Gâtinais et de la Beauce.

e^5m^1. *Calcaire et glaise supérieurs* (*Super. calc., N.-O. Albi*) des plateaux de Carmaux-Donnazac-Cordes. — Fossiles : *Helix Raulini, Corduensis, Carmauxensis, Planorbis cornu, crassus, Limnæa ore longo, Cadurcensis.* Ces glaises et calcaires blancs ou rosâtres, liés, comme le calcaire de Brie aux glaises vertes sous-jacentes, en deux assises (supérieure, 8 mètres, pierre à chaux de Blaye de Carmaux, — inférieure, 3 à 4 mètres, pierre de taille et moellon, sont séparées par une couche argileuse blanche, jaune ou rose, de 2 à 3 mètres d'épaisseur) avaient été classés et considérés par M. Noulet comme appartenant à l'Éocène supérieur. Ils formaient l'équivalent des calcaires de Brie, Château-Landon, du Berri, du Lot, du Tarn-et-Garonne, auxquels ils se rattachent par Cieurac, Puylaroque, Lavaurette, Montpezat et Cordes.

Ces calcaires, placés par M. Tournouer dans l'Oligocène moyen ou Miocène inférieur, nous les avions déjà, en 1878, représentés par les lettres E M (éo-miocène) sur notre petite carte géologique du Tarn-et-Garonne.

e^5. 1° *Calcaire, marnes et sables supérieurs* (uper-calc. N.-E., Albi) recouvrant les terrains primitifs et primaires à l'est d'Albi, de Carmaux à Saussenac et Réalmont. — Équivalent probable du calcaire de Provins et formé d'assises calcaires donnant de la pierre à chaux, du moellon, et

contenant parfois des parties très siliceuses. Il serait possible que quelques assises de calcaire siliceux, situées très près de la gare de Vindrac, dussent être rattachées à ce même calcaire de Provins ou de Champigny.

2° *Calcaires, marnes et argiles* (up--calc., S.-O. Albi) entre le Tarn et le Dadou, à Miramont, les Graisses, etc.

3° *Calcaire hydraulique, marnes et argiles de Renteils.* — Carrières et fours à 2 kilomètres sud-ouest d'Albi. — Les assises calcaires, de 8 à 9 mètres d'épaisseur, sont devenues l'objet d'une très importante exploitation, aussi leur donnons-nous un indice spécial e^5. Ces marnes et calcaires renferment les *Melania Albigensis*, *Cyclostoma formosum*, etc. Ces assises paraissent représenter le calcaire de Champigny et les marnes à *Limnæa strigosa*.

4° *Calcaire supérieur de Lautrec* à Malvignol; etc.

5° Calcaire des châteaux d'Apelle, de Magrin, près de la route directe de Puylaurens à Lavaur.

6° Les *Argiles rouges de Vindrac, à Cyclostoma formosum*, tantôt massives, tantôt fissiles, marneuses ou siliceuses, très rouges ou jaunâtres et panachées, équivalent de l'étage du gypse parisien.

7° La *Molasse supérieure du Castrais et de Lautrec*, à *Lophiodon Lautricense* et *Palœotherium magnum* est aussi un représentant des marnes et du gypse de Paris.

e^4. Le *Calcaire de Castres à Planorbis crassus*, à *Lophiodon Lautricense* et *Paloeotherium*, qui se voit notamment au roc de Lunel, aux portes de Castres, où il donne de la chaux hydraulique (chaux-ciment), est l'équivalent des masses inférieures marno-gypseuses de Paris ou mieux du calcaire de Saint-Ouen. Il se prolonge le long de la vallée de l'Agoût jusques à Saint-Martin-de-Damiatte, près Saint-Paul, où il sert à fabriquer de la chaux hydraulique, et à Fiac, près de Lavaur.

e^4. Au-dessous de Castres et dans la région circonvoisine on trouve un grès fin, homogène, susceptible d'une taille ornementale et non gélif. On l'exploite ainsi à Castres, Viviers, près de Saix, et du château de Navès, au Roucal près de Puylaurens; mais, sur beaucoup de points, il est grossier, peu dur, et ne peut être employé que comme moellon. On peut le paralléliser, croyons-nous, avec les sables de Beauchamp.

e^3. *Les calcaires du grand Causse de Castres et de Labruguière* se continuent vers Caucalières et Aumontel, où on les exploite comme pierre à chaux, et sont généralement considérés comme l'équivalent du calcaire grossier de Paris. Ils contiennent le *Cyclostoma formosum* et le *Planorbis pseudo-ammonius*. Ils se continuent au pied de la montagne Noire d'Aussillon, près Mazamet, à Sorrèze.

e^1. Au-dessous du calcaire de Labruguière se trouve une *argile à lignites*, équivalent possible de l'Argile plastique de Paris, et on lui donnerait alors la notation e^1 (l'Étage numulitique suessonien manquant dans le département).

e^s. Argile à silex et sables bigarrés. — On peut considérer comme des représentants de l'argile à silex et des sables bigarrés un dépôt variable, clysmien sur bien des points, où le calcaire ou bien l'argile emballent des cailloux plus ou moins roulés de quartz ou de calcaires anciens.

Le crétacé manque dans le département. Quelques géologues pensent néanmoins qu'on pourrait en trouver le représentant le plus élevé dans ces dépôts rougeâtres, clysmiens, qui préparent le passage de l'époque secondaire à l'époque tertiaire.

TERRAINS SECONDAIRES. — SYSTÈME MOYEN LIA-JURASSIQUE.

Les terrains *secondaires* du département du Tarn ne se trouvent qu'au Nord-Ouest, le long de l'Aveyron, du Cérou et de la Vère, ses affluents, autour de la forêt de la Grésigne.

Une bizarrerie administrative ou peut-être des raisons anciennes, commerciales, pastorales ou forestières y ont fait rattacher la forêt de la Garrigue, enclavée sur la rive droite de l'Aveyron, dans le Tarn-et-Garonne, tandis qu'on en a détaché le plateau d'Anglars, dressé sur la rive gauche, en face de Saint-Antonin.

Les calcaires et marnes lia-jurassiques n'occupent dans le département qu'une étendue restreinte; mais ils y sont très disloqués par des failles et plissements, ce sont :

J^5. Le *calcaire, moyen, blanc* (OXFORD*ien*), constitue en très grande partie le plateau de la Garrigue. On y trouve, dans les fentes et poches, des limonites ou hydroxydes de fer autrefois traités au bois dans les forges de Bruniquel et donnant de très bons fers doux.

On y a aussi, sur quelques points, trouvé des phosphates de chaux. (O.J^5, oxfordien, *Jura brun.*)

Quelques lambeaux calcaires J^6, sans fossiles déterminables, vers Caussade, se rattachent peut-être au CORAL*lien*. (O.J^6, corallien, *Jura blanc.*)

J^4. Les Calcaires compactes ou dolomitiques (BATH*onien*) des falaises massives ou caverneuses, ruiniformes, le long de l'Aveyron, de la Vère. — Très peu de fossiles caractéristiques.

J^3. Les *petites couches marneuses et calcaires alternantes* (BAJ*ocien*), *Jura brun,* dans lesquelles on trouve des *Pholadomyes,* quelques *Ammonites* et surtout l'horizon si constant de l'*Ostrea sublobata.*

J^2. Les *Marnes noires fissiles du lias supérieur,* TOARC*ien,* contiennent l'*Ammonite bifrons, radians, serpentinus.* (O.l^3 supérieur, super, upper, up, ober-lias, noir.)

J^2. Le *calcaire dur, bleu ou jaune* (*extérieurement*) *et les marnes sous-jacentes du* LIAS*ien ou lias moyen bleu,* renfermant le *Pecten Æquivalvis* et l'*Ostrea cymbium.* ($m.l^2$, moyen, mo, middle, mid, mittel lias, bleu.)

J^1. Les *calcaires gris ou nankin, compactes ou dolomitiques* (SEMUR*ien* ou *sinemurien*) ou *lias inférieur,* en grandes masses, sans fossiles. ($u.l^1$, inférieur, inf, lower, low, unter, unt, lias, gris.)

J_1. Les *Grès, marnes et calcaires, grès et dolomies : Infralias blanc* (HETTANG*ien* et RHÉT*ien*), autour de la forêt de la Grésigne.

Les limites de cette notice et le peu d'étendue de ces terrains LIA-JURASS*iques* dans le département nous forcent d'en abréger la description, malgré l'intérêt qu'ils présentent vers Penne, Larroque, Puycelcy, Vaour, par suite des plongements, failles, redressements et torsions qu'ils ont subis dans les vallées de la Cère et du Cérou.

SYSTÈME SECONDAIRE INFÉRIEUR OU TRIASIQUE.

Au-dessous des étages lia-jurassiques que nous venons de décrire, devrait figurer ici le système inférieur ou *triasique*, composé, en général, comme on sait, des trois étages suivants (avec prédominance, suivant les pays, de tel-ou tel étage) :

1° Des marnes irisées et gypskeuper ou étage Tyrolien ;

2° Du calcaire conchylien (muschelkalk ou Franconien ;

3° Du grès bigarré ou Vosgien.

Mais il semble, d'une part, que l'aire attribuée à ces formations, très différentes par leurs caractères, leur constitution, leur importance et leur étendue suivant les régions étudiées, doive dépendre, surtout dans la partie inférieure, de l'étude du *permien* des terrains primaires, comme de l'*infrà lias* dans la partie supérieure, étages auxquels des couches de passage, des transitions lithologiques, basées sur la composition minéralogique et l'analyse chimique semblent les rattacher plus spécialement en bas et en haut.

D'autre part, il semble encore que l'étage moyen ou muschelkalk manque sur bien des points ou du moins ait obéi à des conditions de formation ou subi des transformations considérables qui dénaturent son individualité spécifique.

Aussi, tout en réservant formellement notre opinion et nos déductions ultérieures sur un point aussi délicat et aussi contesté, inclinons-nous à penser qu'au point de vue pétrographique et chimique il vaudrait mieux rattacher les marnes irisées à l'infrà lias et le grès bigarré au permien.

On relierait ainsi les étapes successives des grands phénomènes chimiques : 1° la production de l'acide carbonique ; 2° son absorption par les plantes houillères ; 3° leur transformation en carbone ; 4° la production du fer carbonaté des houillères, soit en rognons, soit en couches ; 5° la formation le plus souvent d'eau douce, dans des bassins circonscrits, d'amas plus ou moins réguliers de grès sableux, d'argiles micacées, très fortement imprégnées d'oxydes de fer, qui leur donnent ces colorations intenses, rouge, brun, vert ; 6° la production abondante, sur d'autres points de la magnésie et des calcaires magnésiens, du sel gemme ; 7° des gypses, sulfatés de chaux, qui révèlent les transformations du calcium par l'acide sulfurique ; 8° des oxydes de cuivre.

GROUPE DES TERRAINS PRIMAIRES SUPÉRIEURS. — ÉTAGES HOUILLER ET PERMIEN.

Les étages houiller et permien ont leurs représentants au nord-ouest du département, dans la vallée du Cérou, par le bassin houiller de Carmaux, à 17 kilomètres nord-ouest d'Albi, et à la suite plus à l'ouest, par les poudingues, les argiles, les grès argileux gris, verts, rouges, bruns, vers Salles et Cordes, et les argiles arénacées fissiles de la forêt de la Grésigne.

h[1]. Le terrain houiller de Carmaux demanderait une étude que les limites de cette notice ne comportent pas, mais qui présenterait un grand intérêt à raison surtout des récentes découvertes de houille faites soit par l'ancienne Compagnie de Carmaux, dans les puits de Tronquié, soit par la nouvelle Société des houillères du Tarn.

Nous nous bornerons à dire que le terrain houiller (recouvert horizontalement à Carmaux par des argiles tertiaires roses, rouges, jaunes, des lits de sables, cailloux et de poudingues, donnant des niveaux d'eaux superposés) se trouve composé de schistes argileux et de grès, plongeants et disloqués, au milieu desquels s'exploitent cinq couches de houille dont les directions principales sont NN.-E. et NN.-O., tandis que les couches de gneiss qui les encaissent présentent plutôt les directions ONO. et NNO.

Au point de vue de la position et de l'âge des couches de houille, nous ajouterons qu'il résulte des belles études de MM. Grand'Eury, Zeiller, Brongniart, Renault, Fayol, et de la comparaison et de la différenciation par eux faites des plantes houillères des bassins de Saint-Étienne, Decazeville, etc. :

1° Que Carmaux, comme Graissessac, Bessèges, la Grand-Combe (zone inférieure) appartient à la zone inférieure de la troisième phase de la partie supérieure de l'étage houiller, tandis que Saint-Étienne, Decazeville, Commentry et la zone supérieure de la Grand-Combe appartiennent à la zone moyenne et supérieure de cette même phase ;

2° Que la flore houillère s'est continuée pendant la formation du grès rouge, mais avec prédominance des *Calamites gigas* et production de quelques types spéciaux de *Walchia*.

r. Le Permien d'eau douce de la vallée du Cérou se montre d'abord par des poudingues contenant des *Psaronius*, troncs silicifiés de fougères arborescentes et se continue par les grès argileux des environs de Carmaux, de Salles, par les argiles rouges, brunes, qui les accompagnent, et par les argiles arénacés et les grès poudinguiformes de la Grésigne.

On retrouve encore un îlot permien reposant sur l'îlot gneissique de Réalmont, près du château du Cayla.

GROUPE DES TERRAINS PRIMAIRES MOYEN ET INFÉRIEUR. — GROUPE DES SCHISTES CRISTALLINS, PRIMITIFS ET DES ROCHES ÉRUPTIVES.

Pour la connaissance des terrains anciens *primordiaux* ou *primitifs* du département du Tarn, un des points les plus intéressants et les plus commodes à étudier est le versant nord de la montagne Noire,

au-dessus de Mazamet, le long de la route de Carcassonne et des pittoresques rochers d'Hautpoul.

En descendant du sommet de la montagne qui forme à peu près la ligne de faîte et la limite qui sépare le Tarn de l'Hérault, à 800 mètres entre le pic de Nore, à l'Est (1,200 mètres) vers Pradelles et le pic de Montaut (1,000 mètres), à l'Ouest vers Laprade, on voit successivement ou alternativement, vers Mazamet, le *granit* montrer ses *masses*, et le *gneiss* ses strates cristallins, tantôt d'une manière distincte, tantôt d'une manière confuse, enchevêtrée et difficile à saisir.

Le granit normal, gris, fin (2,700 kil. le m. c.), *vif granit,* y est composé, comme en Bretagne et dans le Limousin :

I. *Essentiellement :* 1° De lames *mica noir* (*ferro-magnésien*) hexagonales ou ondulées;

2° De cristaux, monocliniques ou tricliniques, très voisins, droits ou obliques, de *silicates alumineux, potassiques* ou *sodo-calciques* (Feldspaths *oligiocase, orthose, albite, microcline;*

3° De silice libre ou *quartz* ($si\ o^2$), en gros grains gris, irréguliers (vitreux, anomes), entourant et surmoulant à la fin de la cristallisation les éléments antérieurs. — Ces grains de quartz vus au microscope, sous un grossissement de 800 diamètres, *incluent* en files plus ou moins allongées des *mobulli* d'eau pure ou contenant des sels de chlorure de sodium, des fluorures calciques ou alcalins, ainsi que de l'acide carbonique gazeux ou liquide.

II. *Accessoirement* d'adjonctions plus ou moins accidentelles :

1° D'*amphibole Hornblende* (alumine, oxyde ferreux, magnésie, chaux);

2° D'*apatite* ou *phosphate de chaux* (91 °/₀ avec environ 3 de chlorure de calcium et de 6 de fluorure de calcium;

3° De *fer oxydulé magnétique.*

Cette description lithologique et minéralogique était nécessaire pour bien faire comprendre les distinctions des roches consistantes, désagrégées ou métamorphiques qui vont suivre.

Ceci posé, on comprend que les affinités, les concentrations et les altérations physico-chimiques aient joué un rôle très considérable et très varié, mais en même temps toujours soumis aux lois générales de la matière. De telle sorte que les produits des corps combinés ou mélangés pourront être nombreux sous des noms très divers, mais, en réalité, ne comprendront, en général, qu'un nombre restreint d'éléments minéralisateurs ou minéralisables (*minéraux* ou *minérés*) entrant en proportions variables dans la composition des roches fondamentales *acides* ou *basiques, stratifiées* ou *éruptives,* et des combinaisons *cristallines* ou *amorphes,* anhydres ou hydratées, dans celles des métaux légers ou lourds, ainsi que dans la formation des terres et substances siliceuses, alumineuses, alcalines, calcaires, phosphatées, magnésiennes ou ferrugineuses qui en dérivent.

Pour en revenir au granit et au gneiss qui se trouvent sur notre route, en descendant vers Hautpoul et Mazamet, nous indiquerons la succession suivante où par des mots ou qualificatifs abrégés empruntés au langage technique, soit local, soit étranger, nous chercherons à préciser la composition et l'emploi. Ce sont :

1° Le granit fin, *vif-granit,* s'y montre à fleur de terre, en grosses masses rocheuses, consistantes, exploitées en profondeur ; c'est le *mass granit* des carriers ;

2° Tantôt en rochers (*roc-granit*), blocs plus ou moins surélevés, entassés ou isolés, fendus, anguleux ou arrondis par l'altération et la décomposition des éléments alcalins et l'érosion consécutive qui les écroute de proche en proche et les fait ébouler ou emballer dans les produits sablo-argileux de cette décomposition, savoir :

3° Le *granas,* sable siliceux plus ou moins fin, ou arène granitique sableuse employée pour les mortiers fins et enduits ;

4° Le *granark,* sable grossier ou brèche friable, à éléments cristallins plus ou moins durs et gros, employé pour les gros mortiers et bétons ;

5° Le *granal,* terre labourable alumineuse, alcaline, sorte de grauwacke décomposée, bonne pour les prairies, la pomme de terre, le sarrazin et le seigle ;

6° Le *graniphyr, granitophyre, granitoporphyroïde* ou *micro-granit,* à pâte fine et grands cristaux de feldspath, analogue à celui que nous avons vu en Bretagne et dans les Pyrénées ;

7° Le *grani strat, granit gneiss* ou *granite gneissique,* roche de passage du granit au gneiss par une tendance aux fines strates cristallines, à la quasi-orientation des lames micacées et à l'allongement des grains de quartz, mais cette tendance et ce passage sont bien souvent difficiles à discerner.

A mesure que l'on descend vers Hautpoul, l'agrégat, de massif qu'il était, devient de plus en plus stratoïde et feuilleté : de *granit gneiss* il devient *gneiss granitoïde* ou *gneiss granit.*

Bien qu'ayant la même composition que le granit (silice, feldspath et mica) le mica un peu plus abondant et plus fin, mais brisé, y prend l'allure d'une concentration *planulée* ou *lisse*, de telle sorte qu'on pourrait appeler ce gneiss un *granit planulé* ou *feuilleté* ou *granit plan.*

Les plans micacés ferro-magnésiens ou planulés, parallèles, très minces, alternent bientôt de plus en plus avec les couches minces aussi, mais grises, des concentrations quartzofeldspathiques, probablement synchroniques ou simultanées, ce qui donne la schistosité et la fissilité à ce gneiss granit et au gneiss franc.

Vus au microscope, les inclus mobulli du quartz des gneiss, sont, comme on sait, plus rares et plus courts, bien qu'ils renferment à peu près les mêmes liquides et gaz (chlorures, sulfates et acide carbonique).

Ces trois circonstances réunies font sans doute la schistosité cristalline des gneiss qui, suivant la régularité, l'épaisseur et la résistance des feuillets, sont désignés par certains ouvriers carriers et mineurs sous les noms de :

1° *Graliss* tendre, passant au micaschiste (maugraliss);
2° *Graslit* schiste plus ou moins *ardoisier et siliceux*;
3° *Gradal*, grandes *dalles* ou *phyllades gneissiques* résistantes pour marches, trottoirs, ponceaux, clôtures, toitures (lourdes d'étables et cabanes étroites);
4° *Graslong*, le gneiss ou le Feldspath s'allonge en fibres;
5° *Grasel* ou *gnæiss œillé;*
6° *Graslard* ou gneiss à grands cristaux de quartz et de feldspath.

Le gneiss se trouve dans les rochers d'Hautpoul en connexion intime (par un passage insensible) tantôt avec le *micaschiste* ou micschist, à *mica noir ferro-magnésien* (*micner* ou *micfer* des ouvriers), tantôt avec le quartzite, quand la proportion de quartz augmente, tandis que le mica et le feldspath diminuent.

Mais la particularité la plus intéressante de ces rochers est de voir l'introduction en veinules au milieu du gneiss, de filets ou filons de *granit* à *mica blanc potassique* et de *granulite* fine ou de *pegmatite*, granulite à larges parties où le quartz et le feldspath, presque blancs, ont largement cristallisé l'un dans l'autre en quelque sorte, tandis que le mica blanc se montre en grandes lames empilées comme près de Luchon. On y trouve quelques tourmalines.

On voit donc dans cette partie de la montagne Noire le passage successif du granit, au gneiss, du gneiss au micaschiste, du granit ferro-magnésien au *granit potassique, granulite* et de la granulite à la pegmatite, si bien établie ailleurs par les beaux travaux de M. Michel Lévy.

Une autre particularité très intéressante à constater, parce qu'elle confirme sur ce point les remarques faites par le même ingénieur en plusieurs lieux, c'est que la granulite a exercé une action de contact ou chimique sur les gneiss qu'elle traverse en transformant le vieux *gneiss ferro magnésien fissile* en *gneiss granulé* ou *gneiss rouge*, métamorphisé par l'oxydation ferreuse du mica noir, la diminution du mica, dont la partie magnésienne et alcaline est probablement transformée en mica blanc et l'augmentation de la quantité de silice ou du silicate magnésien.

Si d'Hautpoul ou de Mazamet on se transportait aux environs de Lacabarède, on verrait un beau filon de granit à mica blanc et de granulite vive ou se décomposant en *Kaolin*, tandis que sur d'autres

points le filon contient des *pyrites de fer* qu'on se propose d'employer à la préparation de l'acide sulfurique.

Pour l'étude des terrains primaires, deux coupes seraient intéressantes à raison de leur analogie et de leur observation plus facile sur ces points que dans toute autre partie de la région.

Savoir : 1° d'*Arfons à Dourgne* où l'on verrait le passage des schistes cristallins, aux schistes cambriens et l'apparition dans la gorge de Dourgne des ardoises et des calcaires cristallins, subsaccharoïdes gris bleuté, cassants, gélifs, bons pour l'empierrement et moins bons pour la fabrication de la chaux probablement parce qu'ils sont ou plus magnésiens ou plus siliceux. Ces calcaires marbrés se rapprochent assez des cipolins par leurs caractères, mais ils s'en éloignent par leur position plus distante des schistes et gneiss cristallins.

La deuxième coupe serait de *Castres à Brassac* par Lacrouzette où l'on verrait les schistes, les calcaires, se rapprocher de plus en plus du granit.

Mais ce serait trop étendre les limites de ce travail que de l'esquisser ici. Elle demande pour l'étude des terrains *cambriens et siluriens* (s^1) une attention soutenue et une description plus complète. On y retrouverait avec le granit, les schistes à sericite, les calcaires et les ardoises de Brassac et de Lacaune, les filons de quartz ferrifères, dont nous ferons plus tard une étude distincte.

M. Edmond FUCHS,

Ingénieur en chef, professeur à l'École des mines, à Paris.

L'ISTHME DE CORINTHE, SA CONSTITUTION GÉOLOGIQUE, SON PERCEMENT [1].

— Séance du 24 septembre 1887. —

INTRODUCTION HISTORIQUE.

L'isthme de Corinthe est une étroite langue de terre qui réunit l'Hellade au Péloponèse et dont la largeur, dans la partie la plus resserrée, est de 6 kilom. 345 mètres seulement. Pindare l'appelait « un pont jeté sur la mer »,

1. Pour cette communication, la huitième section était réunie aux troisième et quatrième sections.

et le nom même de Péloponèse (île de Pélops), donné à la péninsule méridionale de la Grèce, montre suffisamment combien était frêle, même aux yeux des anciens, la barrière qui sépare le golfe d'Egine du golfe de Corinthe.

Aussi l'idée de percer cette barrière était-elle venue de bonne heure aux Grecs. Dès l'an 620 avant Jésus-Christ, Périandre, tyran de Corinthe, l'un des sept Sages de la Grèce, conçut le projet d'entreprendre ce grand travail ; mais il dut y renoncer devant une opposition qui s'abritait derrière la croyance religieuse et qui affirmait que le percement de l'isthme serait un attentat contre Neptune, à qui toute la contrée était consacrée.

En réalité cette opposition avait des racines plus profondes. La ville de Corinthe, que sa position entre les deux mers faisait l'entrepôt de l'Orient et de l'Occident, avait un intérêt vital à conserver cette situation privilégiée et à empêcher un travail qui la lui eût enlevée. D'ailleurs, la faible dimension des galères grecques permettait de les faire passer à force de bras par dessus l'isthme. « Ce transport était si fréquent, dit M. Beulé, qu'un système permanent de machines avait été établi pour cet usage; et l'on appelait *Diolcos* le chemin par lequel on tirait les vaisseaux, source de grands revenus pour la ville en temps de paix, grand avantage en temps de guerre pour faire manœuvrer les flottes selon le besoin, notamment dans la guerre du Péloponèse. »

Mais ce mode de transport devenait de plus en plus insuffisant à mesure que les relations commerciales se multipliaient et que la dimension des vaisseaux augmentait, en même temps que la résistance de Corinthe et celle de la Grèce elle-même perdait de son influence devant l'autorité devenue souveraine des rois de Macédoine.

Démétrius Poliorcète (301 avant J.-C.) voulut reprendre le projet de canal entre les deux mers ; mais ses ingénieurs l'en dissuadèrent en lui affirmant, au dire de Strabon, « que le golfe de Corinthe était à un niveau plus élevé que celui d'Egine, et que le percement de l'isthme entraînerait la submersion de la ville d'Egine et de toutes les côtes voisines[1] ».

Jules César, qui releva de ses ruines la ville de Corinthe, détruite un siècle auparavaut par Mumius, rêva, à son tour, de réaliser le percement de l'isthme et confia même, suivant Plutarque et Suétone, la direction des études à un ingénieur nommé Anienos ; mais la mort l'empêcha de réaliser son projet.

Ce projet demeura en quelque sorte à l'état latent sous Auguste, qui fonda une colonie romaine à Patras, et sous Caligula, qui envoya des ingénieurs reprendre les études et vérifier sur les lieux les assertions des ingénieurs grecs.

Néron reprit cette grande idée et sut lui donner un commencement de réalisation. Venu à Corinthe, en l'an 66, pour joindre au laurier impérial les couronnes de la poésie, de l'éloquence et de la musique distribuées aux Jeux Olympiques, le jeune empereur « voulut, comme dit Lucien, égaler et même surpasser Hercule, en séparant lui aussi deux continents ». Quelques mois suffirent pour arrêter le tracé du canal et réunir des milliers de soldats, de condamnés et d'esclaves, parmi lesquels six mille prisonniers Juifs, destinés à l'exécuter. Néron ne voulut pas quitter la Grèce sans avoir inauguré en personne les travaux et en avoir symbolisé en quelque sorte la mise en

1. On peut, au moins partiellement, attribuer cette croyance à une différence de niveau à la marée, qui est plus forte dans le golfe de Corinthe, mais qui ne saurait, en aucun cas, avoir les effets redoutés par les ingénieurs grecs.

train par l'enlèvement de quelques pelletées de terre, qu'il avait extraites avec un hoyau d'or, et qu'il transporta quelques pas plus loin dans le petit panier employé par les travailleurs. Douze puits, percés dans l'axe même du tracé adopté par Néron, et deux tranchées amorçant le canal à ses deux extrémités furent l'œuvre de la première année des travaux, brusquement interrompus par la mort tragique de leur promoteur.

Dix-huit siècles se sont écoulés depuis cette tentative; grâce à la ténacité, à la science et à l'habileté du général Türr, l'exécution du canal a été reprise, en 1884, par une Société, en grande partie française, que le général préside. Sous son impulsion énergique, les travaux de percement sont aujourd'hui en pleine exécution; et plus de la moitié de l'immense tranchée qui reliera les deux mers est creusée à l'heure où nous écrivons ces pages.

Nous allons essayer de décrire cette vaste entreprise en examinant successivement les conditions que la nature lui impose, c'est-à-dire la *constitution géologique de l'isthme*, puis les *conditions techniques* dans lesquelles il s'effectue; enfin, nous dirons un mot des *conditions économiques* qui sont à la fois le but et la raison d'être de l'entreprise.

CHAPITRE PREMIER.

CONSTITUTION GÉOLOGIQUE DE L'ISTHME DE CORINTHE.

§ 1. — TERRAINS ENCADRANT L'ISTHME DE CORINTHE.

La constitution géologique de l'isthme de Corinthe est, dans son ensemble, d'une grande simplicité. Les systèmes montagneux de l'Attique et du nord du Péloponèse, qui l'encadrent de part et d'autre, appartiennent à la série crétacée, principalement représentée dans la région par de puissantes formations calcaires fréquemment cristallines et contenant accidentellement de belles couches de marbre.

On n'a point signalé de marbres proprement dits aux environs immédiats de l'isthme; mais on trouve, aussi bien au nord-est de ce dernier, et surtout en face de Posidonia, qu'au sud-ouest d'Isthmaia, les escarpements d'un calcaire compact, pesant, homogène, qui fournira des moellons de première qualité pour la portion du canal exigeant un muraillement.

Toutes les assises du terrain crétacé étaient déjà soulevées et redressées, et elles affectaient sensiblement leur position actuelle au moment où se sont déposés les terrains qui constituent le sol de l'isthme. On peut s'en convaincre en étudiant la colline que dominent les ruines de l'ancienne forteresse d'Acrocorinthe et qui fournit un excellent type de la nature et de la disposition de ces terrains. Ils s'y présentent sous la forme de calcaires compacts, peu ou point fossilifères, en couches régulières et puissantes, redressées dans leur ensemble suivant une direction voisine de Nord 30° Est et plongeant

de 65° environ vers le Nord, cette direction comme cette inclinaison subissant quelques modifications locales et secondaires.

Outre les calcaires, nous devons mentionner encore la présence d'un dyke puissant de roches serpentineuses (serpentine noble, tufs stéatiteux, etc.), qui court sensiblement du Nord-Ouest au Sud-Est et dont l'apparition est postérieure au redressement des calcaires, puisqu'il les recoupe sans que leurs assises viennent s'appuyer sur lui.

Or, si l'on raisonne par analogie avec les indications fournies par les Apennins, l'éruption de ces serpentines se place entre l'oligocène et le miocène moyen. La dépression occupée aujourd'hui par l'isthme de Corinthe existait donc déjà à cette époque. D'autre part, les terrains qui la constituent sont, ainsi qu'il sera dit dans un instant, d'origine essentiellement marine. On voit donc que la faible barrière, qui sépare aujourd'hui l'Attique du Péloponèse et que le canal maritime va recouper, n'existait pas antérieurement à la dernière période de l'ère tertiaire, si bien que, depuis la fin de l'époque crétacée jusqu'à l'époque pliocène, le golfe de Corinthe et celui d'Egine réunis ne formaient qu'un seul détroit séparant l'île du Péloponèse du continent européen.

C'est dans cette dépression que se sont accumulés les terrains miocènes et pliocènes et, finalement, les dépôts quaternaires auxquels une série de soulèvements subséquents a donné leur position actuelle. Ils forment une bordure qui est partout adossée contre les hautes falaises du terrain crétacé sans les recouvrir jamais et qui, aux environs de Corinthe du moins, ne paraît pas dépasser l'altitude de 150 à 200 mètres.

Cette disposition n'est pas spéciale à l'isthme de Corinthe ni même à la Grèce ; elle se reproduit sur une échelle bien plus vaste et avec de simples modifications locales, en Sicile, tout le long du versant nord des Apennins et jusqu'en Croatie, de telle sorte que l'on peut dire qu'elle constitue l'allure normale du terrain pliocène dans le bassin de la Méditerranée.

§ 2. — TERRAINS CONSTITUANT L'ISTHME LUI-MÊME.

A. — Couches inférieures au tracé du canal.

Les terrains constituant l'isthme de Corinthe qui se sont déposés, comme nous venons de le dire, après le soulèvement des côtes de l'Attique et du Péloponèse ont une allure complètement différente de celle des terrains soulevés qui les encadrent.

Ils sont constitués essentiellement par des assises horizontales ou peu inclinées, qui n'ont subi que des mouvements secondaires et des dislocations de faible étendue, quoique nombreuses et multiples. Ces couches appartiennent toutes aux terrains miocène, pliocène et quaternaire; encore les assises miocènes ne sont-elles visibles qu'à une certaine distance de l'isthme, si bien que leur existence, au-dessous des couches pliocènes de ce dernier, c'est-à-dire bien au-dessous du niveau de la mer, n'est jusqu'ici qu'une simple probabilité, basée sur des déductions géologiques et orographiques.

C'est peut-être à la partie supérieure de ces terrains qu'il faut rapporter, comme en Sicile, les couches solfifères signalées à 6 ou 7 kilomètres d'Isthmia et qui viennent buter contre les assises crétacées, en plongeant de 15 à 20° vers le Nord-Ouest, c'est-à-dire vers Isthmia.

Le terrain pliocène, au contraire, constitue essentiellement le sol de l'isthme, et tous les étages qui composent ce terrain y sont sans doute représentés. Toutefois, nous ne citerons que pour mémoire le pliocène inférieur (tortonien), composé d'alternances de calcaires et de marnes à cérithes, qui ne sont, en effet, pas visibles dans l'isthme même, mais seulement près de Kalamaki, où elles affleurent au-dessus des terrains solfifères dont nous venons de parler et au-dessous du groupe des marnes bleues, c'est-à-dire du pliocène moyen.

C'est à partir de ce dernier terrain que les couches atteignent dans l'isthme une altitude supérieure au niveau de la mer et qu'elles sont, par suite, entamées par le percement du canal; nous les décrirons donc avec détail.

B. — Couches recoupées par les travaux du canal (Pl. XI).

a) *Groupe des marnes bleues* (*M*).

Le groupe des *marnes bleues* est une des formations les plus constantes, les plus homogènes et les plus régulières du terrain tertiaire dans le bassin méditerranéen.

Sa puissance dépasse 300 mètres en Sicile et atteint, en moyenne, 200 mètres environ sur tout le versant nord-est des Apennins, entre Plaisance et Modène. On les retrouve également, avec une puissance un peu moindre, mais avec une composition minéralogique analogue, aux environs d'Agram et de Kopreinicz, en Croatie. Enfin, ce sont elles qui forment la base de la colline de la Superga, près de Turin, et qui ont pour équivalent, en France, les marnes brunes de Montpellier.

Dans les Apennins, les marnes bleues ont été étudiées non seule-

ment par des observations faites le long de leurs vastes affleurements, mais encore à l'intérieur même de leur masse, par les travaux de sondage destinés à la recherche du pétrole. C'est, en effet, à la base de ces argiles, dans les alternances calcairo-gréseuses du Tortonien et dans les grès marneux du miocène supérieur que se trouvent les imprégnations de pétrole les plus considérables, l'horizon le plus important étant celui des couches solfifères.

Pour étudier la constitution lithologique de l'étage des marnes bleues, on a fait, au piquet 3,470, c'est-à-dire dans la région où le relèvement des couches est maximum, un puits qui a été foncé jusqu'à la cote — 10, correspondant au plafond du futur canal. Ce puits a constaté que, sur les 33 mètres de marnes bleues transvasées, soit probablement sur près de la moitié de leur puissance totale, elles avaient une homogénéité complète, et l'on n'y a rencontré aucun lit gréseux ou sableux pouvant donner, comme dans les Apennins, des niveaux aquifères, qui eussent été dangereux pour la sécurité des parois du canal. Ce puits a permis, en outre, d'étudier la constitution chimique et la structure physique des marnes bleues à différentes hauteurs. La première ressort des quatre analyses suivantes, faites au Bureau d'essais de l'École des mines :

COMPOSITION des MARNES BLEUES.	COTE DES ÉCHANTILLONS au-dessus de la mer.			
	+ 34	+ 13	+ 1	— 8
Argile.	28,0	33,0	31,7	31,8
Peroxyde de fer.	3,6	2,1	3,3	3,0
Carbonate de chaux.	58,0	53,3	46,5	55,1
Carbonate de magnésie. . .	8,4	8,4	14,6	6,3

Ces analyses montrent que le terrain désigné sous le nom de *marne bleue* est un calcaire argileux, légèrement et irrégulièrement magnésien, dont les proportions relatives d'argile et de carbonate de chaux sont sensiblement celles des chaux éminemment hydrauliques et se rapprochent de celles des pierres à ciment, ces dernières étant un peu plus riches en argile.

Au point de vue physique, ces marnes se désagrègent avec la plus grande facilité dans l'eau agitée et même dans l'eau calme, donnant un liquide laiteux avec une boue sableuse comme résidu. Ce sont donc des terrains éminemment susceptibles d'être affouillés par l'eau

courante et qui le seraient à coup sûr et rapidement s'ils n'étaient pas protégés, dans toute la portion immergée, contre la vague que soulève le sillage du navire, vague dont l'intensité sera proportionnelle aux dimensions de ce dernier.

A l'air sec, ces marnes paraissent plutôt subir un certain durcissement, en même temps que leur couleur bleue s'atténue pour faire place à une teinte d'un gris pâle.

Leur partie supérieure est toujours un peu jaunâtre sur une hauteur d'environ 12 mètres. Elle a été désignée, sur la coupe géologique longitudinale du canal, par la notation M^2, pour la distinguer de la marne bleue restante, à laquelle a été réservée la désignation de M^1.

L'ensemble du terrain des marnes bleues est peu fossilifère et les fossiles, de petite dimension et mal conservés, n'ont pas encore été étudiés en détail. Nous mentionnerons, à titre de renseignement, qu'en Sicile on a trouvé dans ces couches des moules, des isocardes et un oursin caractéristique, le *Schizaster Scyllæ* (?).

La surface supérieure des marnes bleues a subi une légère dénivellation antérieure au dépôt du groupe calcaire qui les surmonte; il n'y a donc aucun passage entre ces deux groupes de couches dont la délimitation géologique est aussi nettement tranchée que la différence lithologique.

b) *Groupe des tufs calcaires* (*C*).

Le groupe des tufs calcaires est beaucoup moins homogène que le précédent. Il se compose essentiellement d'un calcaire tufacé, qui est assez analogue aux bancs tendres de la partie moyenne de notre calcaire grossier parisien et qui alterne, tantôt avec des assises marneuses, tantôt avec des conglomérats gréseux, passant exceptionnellement à des poudingues d'une extrême dureté dont le ciment est constitué par un calcaire cristallin, provenant sans doute d'une infiltration locale. Enfin, outre ces alternances dans le sens de la hauteur, on constate encore des variations latérales non moins caractéristiques. C'est ainsi que les assises supérieures des tufs calcaires passent, du côté d'Isthmia, à des calcaires compacts, durs et fissurés, en même temps que ces calcaires eux-mêmes, ainsi que les tufs dont ils sont l'équivalent, sont fréquemment remplacés par des bancs plus ou moins développés de poudingues qui, tantôt se présentent lenticulairement dans la masse de l'étage, tantôt passent insensiblement aux tufs par la disparition progressive des petits galets noirs qu'ils renferment. Sous réserve de ces variations, la coupe moyenne des calcaires (*C*) peut être établie comme suit de bas en haut :

C^1. — Petit banc mince (0m25) d'un sable roux quelquefois cimenté et passant au grès. (*Pecten Jacobeus, Equipecten sulcatus.*)

C^2. — Tuf marno-calcaire, noduleux vers le bas, très riche en polypiers vers le haut. La partie supérieure est nivelée, arasée et perforée de trous de pholades. Puissance moyenne : environ 4 mètres.

C^3. — Alternances de calcaires, de tufs calcaires et de calcaires marneux, tantôt compacts, tantôt gréseux, en lits irréguliers et discontinus.

C^4. — Couche calcaro-marneuse ou calcaro-sableuse très fossilifère. (*Mytilus Sericeus, M. Edulis* (?), *Mytilus gallo-provincialis, Chama gryphina, Natica fusea* (Blainville), *Turritella bicarinata.*)

C^5. — Massif puissant de calcaire marneux magnésien, homogène et compact. Ce calcaire a été analysé à l'École des mines et présente la composition suivante :

Argile.	19 %
Peroxyde de fer.	3 —
Carbonate de chaux.	57 —
Carbonate de magnésie.	18 —
Pertes.	3 —

C'est donc en réalité une marne dolomitique, peu argileuse, dont la teneur élevée en magnésie ne permet pas d'affirmer *à priori* l'utilisabilité pour la fabrication soit des ciments, soit même des chaux hydrauliques, malgré l'analogie évidente de cette marne avec certaines dolomies employées en Angleterre à ce dernier usage.

Sa résistance à l'air, bien constatée aujourd'hui dans la partie centrale de la tranchée du canal, est d'un bon augure pour la résistance à l'air de la marne bleue inférieure, car cette dernière n'en diffère que par une proportion un peu plus faible de magnésie, compensée par une augmentation correspondante d'argile.

C^6. — Bancs sableux, graveleux, gris-verdâtre, passant au sable fin avec petits galets noirs, et parfois au conglomérat et même au poudingue fortement cimenté. Leur partie supérieure est presque toujours à l'état de poudingue, notamment du côté d'Isthmia où le ciment est formé par un calcaire cristallin provenant sans doute de l'évaporation des eaux d'infiltration superficielles.

C^7. — Calcaire jaune, en lits réguliers, généralement friable et tufacé (*Pectonculus, Venus, Cardium,* etc.). C'est ce groupe de couches qui, du côté d'Isthmia, acquiert une solidité exceptionnelle et passe à des calcaires très denses, compacts ou gréseux, fortement fissurés et contenant parfois des galets noirs au milieu de leur masse.

Les parties tufacées durcissent rapidement à l'air en perdant leur friabilité et se maintiennent alors sans difficulté avec des parois voisines de la verticale (*Pinna squamosa, Chama gryphina*).

Puissance : 3 à 5 mètres.

C^8. — Calcaires blancs, séparés, vers leur milieu, par une couche argileuse très fossilifère et contenant sensiblement les mêmes espèces que les calcaires jaunes de C^7. De même que ces derniers, les calcaires blancs de C^8 passent fréquemment, du côté d'Isthmia, à des poudingues avec galets noirs qui viennent s'intercaler, tantôt brusquement, tantôt par une progression lente au milieu des assises tufacées.

C^9. — Groupe de couches beaucoup moins régulières que les précédentes et qui forment, en quelque sorte, le passage entre la série des assises principalement calcaires et celle des conglomérats qui leur sont superposés. Ces couches sont nettement séparées de C^8 ; car, d'une part, elles se sont déposées postérieurement à une dénudation et à un léger ravinement des couches de ce sous-étage, et, d'autre part, elles en diffèrent par leur constitution moyenne qui est essentiellement caractérisée par la prédominance des conglomérats de galets noirs et de graviers. On y constate surtout deux assises principales d'un conglomérat peu consistant, rougeâtre et plus ou moins argileux, passant exceptionnellement à un poudingue très résistant. Entre ces deux conglomérats se trouve presque toujours une couche argileuse rouge-brique dont la teinte vive fournit un excellent repère.

Ce sous-étage est couronné par une couche constante de marnes sableuses verdâtres qui ne peut en être séparée malgré la netteté de sa teinte, parce qu'elle se substitue partiellement au conglomérat, chaque fois que l'importance de ce dernier diminue et parce qu'elle le remplace même complètement quand il fait entièrement défaut.

Ces marnes sableuses verdâtres sont nettement caractérisées par la présence de nombreuses moules d'une très belle conservation, qui paraissent peu différentes de celles du niveau fossilifère déjà cité.

L'ensemble de toutes ces couches du groupe calcaro-tufacé présente une compacité et une résistance peu communes. Ce sont, sans contredit, les assises les plus favorables à l'installation d'une tranchée de grandes dimensions comme celle du canal en construction ; et, si elles formaient à elles seules les berges du canal maritime, il est incontestable que l'on eût pu donner à ces dernières un escarpement voisin de celui qui avait été prévu dans les premiers devis. Nous devons ajouter que les puits de Néron se sont tous arrêtés dans ces tufs, et que c'est la conservation exceptionnelle de ces puits qui a enhardi les ingénieurs à accepter la conception première d'une

tranchée gigantesque dont les parois n'auraient que 1/10 de fruit.

Mentionnons, en terminant, la circonstance que toutes les couches supérieures à C^3 sont dénudées sur le versant de Posidonia-Corinthe, circonstance qui constitue l'argument principal en faveur du rattachement des assises de C^3 au groupe des tufs calcaires, alors que la constitution lithologique de ces assises les rapprocherait plutôt du groupe des conglomérats et graviers qui couronnent le pliocène.

c) *Groupe des Conglomérats* (*G*).

Les assises que nous comprenons dans la désignation de *groupe des conglomérats* correspondent aux termes les plus élevés de la série tertiaire.

Elles se distinguent nettement du groupe des tufs calcaires qu'elles surmontent par le manque absolu de régularité et de persistance dans les caractères lithologiques et par la prédominance, dans ces derniers, des éléments meubles (sables et graviers), dont la nature comme la disposition varient incessamment d'un bout à l'autre du canal. Il y a plus : ce groupe de couches présente, surtout du côté de Corinthe, plusieurs ravinements de grande importance qui font que la succession des assises n'est plus simplement indiquée par leur superposition naturelle, certaines couches se trouvant d'abord juxtaposées aux couches plus anciennes le long des falaises et ne finissant par les recouvrir qu'après le comblement de la dénivellation primitive.

D'autre part, la succession de ces terrains présente des divergences nombreuses, suivant qu'on les étudie du côté d'Isthmia ou du côté de Corinthe, si bien que pendant longtemps la parallélisation des couches trouvées sur ces deux versants a présenté de très grandes difficultés, qui ne sont même aujourd'hui qu'imparfaitement résolues, les seuls points de repère un peu certains étant fournis par la présence de quelques niveaux fossilifères.

Enfin, ce groupe est encore caractérisé par la prédominance des matériaux meubles (conglomérats, graviers, sables, limons grossiers), disposés en stratification fluviatile et par la rareté des assises marneuses ou calcaires qui leur sont toujours subordonnées.

Tous ces caractères montrent que le dépôt du groupe qui nous occupe s'est effectué dans des conditions entièrement différentes de celles des groupes précédents. A la place des eaux tranquilles d'une mer plus ou moins profonde, on voit maintenant des eaux courantes avec des traces de rivages, des cordons littoraux, des bas-fonds variables et parfois indépendants de la mer, en un mot, l'on est en pré-

sence de l'ébauche primitive de l'isthme, auquel une série de fractures avec dénivellations complexes, dont nous parlerons plus loin, donnera ultérieurement son relief définitif.

Dans ces conditions, l'on comprend combien il est difficile de faire une description minutieuse des assises si variables dont se compose le groupe des conglomérats. Aussi devons-nous nous contenter d'en donner des descriptions plus sommaires que celles qui précèdent, en indiquant, autant que possible, pour chaque sous-étage, les variations principales qu'il présente et les limites entre lesquelles peuvent s'effectuer ces variations.

G^1. — Masse principale des graviers noirs, rarement agglomérés. Les petits galets sont, en général, disséminés au milieu d'un sable extrêmement meuble qui s'effrite à l'air. Ces graviers constituent peut-être la couche la moins résistante de toutes celles qu'entame le canal. Il sera sans doute nécessaire de la protéger contre la désagrégation par l'air à l'aide d'un revêtement en pierres sèches, ainsi que nous le dirons plus loin. Puissance moyenne, 12 à 14 mètres.

G^2. — A la base, alternance de marnes plus ou moins sableuses, jaune-verdâtres, de sables fins et de marnes graveleuses fossilifères. Cet ensemble de bancs forme un groupe assez constant (G^{2a}) qui s'amincit un peu vers la mer, du côté de Posidonia, et qui est couronné par une argile jaune, graveleuse, du côté d'Isthmia.

Dans la partie centrale, entre les points 2,300 et 3,350 [1], ces alternances ont une puissance moyenne de 6 à 8 mètres. Entre les points 2,700 et 3,300, elles sont surmontées par un conglomérat (G^{2b}) qui forme falaise au point 2,700 et dont la puissance maximum atteint 9 mètres au point 2,800.

Il est couronné par un banc très fossilifère (G^{2c}) de sable gris-verdâtre qui passe à une marne noduleuse vert-pâle et dont la puissance maximum est de 3 mètres au point 2,700.

G^3. — Sous-étage plus complexe encore que le précédent. A la base, un conglomérat peu cimenté (G^{3a}) qui s'est déposé contre et sur la falaise formée au point 2,700 par G^{2b}, où il atteint son maximum de puissance : 7 mètres, et qui va en s'amincissant tant vers Isthmia que vers Posidonia. Par dessus, une marne jaune assez puissante (G^{3b}), durcissant légèrement à l'air, et couronnée, entre 2,320 et 2,800, par un banc de sable jaune légèrement aggloméré et par un gravier meuble (puissance maximum, 4 mètres) qui est nettement observable au point 2,350, dans le voisinage duquel il est, lui aussi, entamé en

1. Les chiffres indiquent les distances en mètres, comptées à partir de l'extrémité de Posidonia.

falaise, ainsi que la plus grande partie de la marne jaune qui le couronne.

G^4. — Graviers et conglomérats sableux, qui ont leur maximum de développement contre la falaise de G^{3b} au point 2,320, sur laquelle ils se terminent en biseau. Ils sont représentés, du côté d'Isthmia, par des sables gris et des marnes argilo-sableuses brunes caractérisés par la présence de nombreux coraux. Puissance variable de 3 à 10 mètres. (*Arca Noe, Cardium edule, C. tuberculatum, C. paucicostatum, Dosinia ozoleta, Cerithium vulgatum, Turritella communis, Cardita sulcata* ou *Chama antequata, Chama griphoïdes, Gastræna fragilis, Gibbula Racketti, Trochus Fermonii, Venus verrucosa, Gibbula obliquatus, Spondylus goederopus, Ostrea Cernusii, Cytherea Chione, Pectonculus pilosus, Polypiers.*)

G^5. — Marne verte assez bien caractérisée par sa teinte qui persiste sur les deux versants et par la présence de coraux remaniés, qui paraissent provenir du sous-étage précédent. Entre les points 2,280 et 2,700, où cette marne atteint son maximum de puissance (3 mètres), elle est surmontée par des alternances de conglomérats, de sables et de graviers, couronnés par un calcaire siliceux avec coraux dont la puissance totale atteint 6 mètres au point 2,350.

Les deux sous-étages G^4 et G^5 sont puissamment ravinés au point 2,260. Du côté d'Isthmia, le sous-étage G^5 est représenté par une marne jaunâtre dont la puissance assez régulière est de $3^m,50$.

Les sous-étages supérieurs à G^5 ne sont plus représentés dans la partie centrale de l'isthme et n'y couronnent nulle part les groupes précédents. Du côté d'Isthmia, la stratification n'est pas interrompue, mais toutes les assises se présentent avec une épaisseur notablement réduite et leur parallélisation avec celles du versant de Posidonia offre encore bien des difficultés.

Vers Posidonia, ces sous-étages sont tous accumulés au pied de la falaise créée par la grande faille qui traverse le canal au point 2,100 et y prennent alors un développement qui persiste jusqu'à leur disparition au-dessous du plafond du canal.

G^6. — Vers Posidonia, puissant étage de graviers et de sables terreux dont l'épaisseur varie de 12 à 16 mètres et qui sont surmontés par un banc de sables et de graviers violets d'une constance et d'une régularité extrêmes. (Puissance, 3 à 4 mètres.) La partie supérieure de ce banc violet a été légèrement arasée, et sur l'arasement, on trouve, par places, de petits lits calcaires avec coquilles lithofages et galets isolés de coraux remaniés provenant de G^5.

Du côté d'Isthmia, on peut paralléliser avec G^6 des alternances de graviers noirs, de sables terreux roux et de marnes jaunâtres sur-

montées par un conglomérat sableux violet, contenant également, à sa partie supérieure, de minces petits lits calcaires. (Puissance, 10 mètres.)

G^7. — Formation puissante, essentiellement sableuse du côté de Posidonia. Elle règne depuis la falaise de la faille 2,100 jusqu'à la petite falaise du point 1,275, où elle disparaît sous le plafond du canal. Elle est essentiellement composée de graviers passant à des sables de plus en plus fins à mesure que l'on se rapproche de la mer. Ces sables sont rarement et simplement cimentés et surtout caractérisés par l'abondance d'une grande huître voisine de l'*Ostrea Edulis* (*Ostrea Gibbosa?*) qu'accompagne une faune nombreuse de mollusques appartenant presque tous à des espèces encore vivantes (*Nucules, Venus, Panopées, Cardium*). (Puissance moyenne, 10 à 12 mètres.)

Du côté d'Isthmia, ces sables se retrouvent entre les points 5,175 et 5,240 avec leurs huîtres et leurs fossiles caractéristiques, mais leur puissance est réduite à 3 ou 4 mètres, et ils présentent des intercalations de marnes sableuses au milieu des graviers. (*Ostrea Cernusii; O. Edulis; Gastrochena dubia; Spondylus gœderopus;* vertèbres de poissons.)

G^8. — Groupe complexe de conglomérats et de graviers siliceux, les premiers ayant à leur base de nombreux fossiles remaniés provenant du sous-étage des marnes sableuses vertes, les seconds passant du côté de Posidonia à des bancs plus calcaires avec les mêmes fossiles que G^7. Enfin, couronnant le tout, un dernier petit lit de graviers minces. Puissance totale, 6 à 10 mètres du côté de Posidonia. Du côté d'Isthmia, cette puissance est réduite à 3 mètres, et l'on ne trouve guère que des conglomérats sans marne intercalée.

G^9. — Lit mince de sable rouge-brique caractéristique et formant un horizon facile à discerner. Son épaisseur est assez régulière et ne dépasse pas 1 mètre. Par-dessus viennent des sables et des graviers rougeâtres, couronnés par un banc de calcaire oolithique qui est presque toujours raviné par des phénomènes de dénudation modernes. On ne trouve plus que deux petits lambeaux de ce calcaire du côté d'Isthmia, mais il règne sans interruption du côté de Posidonia, depuis le point 900, où il est coupé en bec de sifflet, jusqu'au point 1,480, où il vient buter contre une faille, le dernier lambeau étant supprimé par érosion. Enfin on le revoit encore au-delà de cette faille, mais à l'état rudimentaire seulement, aux environs du point 1,600. Puissance maximum entre les points 1,200 et 1,300, 8 mètres.

C. — Groupe des alluvions, etc.

Sur les deux versants de l'isthme, mais principalement du côté de Posidonia, le groupe des graviers pliocènes a subi de puissantes érosions qui ont surtout enlevé les trois sous-étages supérieurs G^7, G^8, G^9. A leur place, se sont déposés des terrains quaternaires finalement surmontés de dépôts récents qui présentent toutes les variations d'allure et de composition habituelles à ces groupes de terrains. Ce sont des graviers, des sables argileux, des argiles tourbeuses, des sables limoneux et des limons qui se succèdent sans loi fixe et sans qu'aucune de ces couches ne présente de continuité suffisante pour qu'elle mérite d'être décrite en détail.

Ces terrains manquent absolument dans la partie haute de l'isthme, où le groupe des tufs et accidentellement celui des graviers sont simplement couronnés par un peu de terre végétale. Ils recouvrent, au contraire, les deux versants de Posidonia et d'Isthmia, ce dernier depuis le point 5,240 jusqu'au bord de la mer (6,120). Ils sont recouverts, en outre, par places, par des sables plus légers apportés par le vent, dont l'origine est analogue à celle des dunes. Ces sables sont peu importants, et nous ne les mentionnons que pour mémoire, car ils n'exercent aucune influence sur la direction à donner aux travaux du percement.

§ 3. — ACCIDENTS GÉOLOGIQUES QUI ONT AFFECTÉ L'ISTHME.

Les accidents géologiques qui ont influé sur le relief de l'isthme, pendant sa formation et après son émersion définitive, sont de deux ordres distincts :

Le premier comprend une série de soulèvements, lents ou brusques, qui ont affecte les dépôts au cours de leur formation. Le second embrasse les systèmes de fractures, dont quelques-unes sont connexes des mouvements précédents, mais dont le plus grand nombre est postérieur à la constitution définitive des terrains. Nous allons examiner rapidement ces deux séries de phénomènes.

A. — Soulèvements et dénudations.

Nous ne rappellerons ici que pour mémoire les grands mouvements géologiques postérieurs au terrain crétacé qui ont produit le redressement des terrains de l'Hellade et du Péloponèse qui enca-

drent l'isthme, et nous nous contenterons de dire quelques mots sur ceux qui ont affecté les terrains de l'isthme même.

Ce qui les caractérise, c'est qu'ils n'ont ni redressé les couches, ni produit aucune modification dans l'allure générale de leur stratification. Il est donc probable que ces soulèvements ont été lents et progressifs, et peut-être même ces émersions successives sont-elles une conséquence de mouvements plus généraux qui, en modifiant profondément le relief de l'Europe, ont fait varier le niveau des mers.

On comprend que ces soulèvements aient pu amener au-dessus du niveau de la mer des dépôts jusque-là immergés, et cela, soit par déplacement direct, soit par recul de la mer elle-même; il en résultait alors, le long des rivages nouvellement formés, des courants marins et des mouvements oscillatoires dans les eaux qui venaient d'être ainsi déplacées. A ces courants marins correspondaient des courants fluviatiles, dus au changement introduit par les soulèvements dans le régime hydrostatique de la terre ferme, les cours d'eau de tout ordre devant, pour arriver à la mer, se frayer un chemin à travers les terrains soulevés. Chacun de ces mouvements était donc suivi de la formation de conglomérats et de galets venant s'appuyer contre les falaises formées par les terrains plus anciens et ne recouvrant lentement ces derniers que lorsque de nouvelles ondulations les ramenaient à leur tour au niveau de la mer.

Les soulèvements principaux dont il est possible de signaler l'influence dans le canal sont au nombre de quatre.

Le premier est postérieur à la formation du groupe des tufs calcaires auquel il a mis fin en entraînant, comme nous l'avons dit plus haut, la première ébauche de l'isthme et inaugurant le grand régime des conglomérats.

On voit nettement, du côté de Posidonia, entre les points 1,300 et 1,350, l'effet de ce soulèvement dont la date, coïncidant avec la fin du pliocène moyen, concorde d'une manière très satisfaisante avec le soulèvement des Alpes occidentales. La dénudation qui en a été la conséquence a détruit complètement, au pied de la falaise ainsi créée, les deux sous-étages supérieurs du groupe des tufs, soit G^9 et G^{10} qu'on ne retrouve plus au nord-ouest de ce point.

Les conglomérats superposés au groupe des tufs reposent directement dans toute cette région sur le groupe des sous-étages C^2 à C^6 et forment eux-mêmes la base du terrain pliocène supérieur que nous avons désigné sous le nom de groupe de conglomérats (G) et qui n'apparaît pas au-dessus de la région soulevée formant la partie centrale de l'isthme.

Un deuxième soulèvement très net s'observe dans le voisinage du

point 2,700 où il affecte les sous-étages G^1, G^{2a} et G^{2b}, ayant entraîné à son tour la formation de puissants conglomérats G^{3c} qui sont adossés contre la marne sableuse à *Mytilus* G^2, et dont le dernier G^{3c} recouvre la marne sableuse après comblement de la falaise. Ce mouvement se reproduit également du côté d'Isthmia au point 5,300, où toute la partie inférieure du groupe des conglomérats forme une falaise au pied de laquelle s'observent des alluvions complexes partiellement postérieures au soulèvement suivant.

Le troisième soulèvement de moindre importance et moins facile à étudier, s'observe au point 2,320, où le conglomérat G^{3b} est lui-même fortement entamé, donnant naissance à une sorte de poche profonde remplie par des conglomérats un peu terreux appartenant au sous-étage G^4.

Un quatrième soulèvement très net a relevé, après le point 2,100, tous les groupes G_1 à G_6 et provoqué la création d'une falaise irrégulière au pied de laquelle se sont déposés G^{7a}, G^{7b}, G^{7c}, qui ont comblé la dénivellation, si bien que G^{8a} et surtout G^{8b} recouvrent en stratification discordante des lambeaux incomplètement dénudés de G^{4d}.

Le cinquième et dernier soulèvement a mis fin au terrain pliocène proprement dit et a donné sensiblement à l'isthme sa forme et son relief actuels. Il a été accompagné d'un mouvement général de nivellement et d'érosion produisant, en outre, de petites dépressions de détail dont la plus importante est visible entre les points 2,100 et 2,300 et qui sont comblées par les terrains quaternaires. C'est ce même soulèvement qui a donné son relief définitif à la falaise déjà mentionnée du point 5,300 vers Isthmia, où les terrains quaternaires viennent buter contre la totalité des assises amincies du groupe des conglomérats.

B. — Failles.

La présence de failles nombreuses affectant des plans très simples et ayant entraîné des dénivellations d'une grande netteté est un des traits caractéristiques de l'orographie de l'isthme. Il eût été difficile de deviner leur présence par la simple étude de la surface, parce que les rejets auxquels elles ont donné lieu ont été nivelés par le phénomène d'érosion qui a suivi le dernier soulèvement et plus encore peut-être parce qu'une étude minutieuse des diverses couches de graviers mises en contact par ces failles n'était réalisable que le jour où la tranchée du canal a fourni une coupe géologique dont la grandeur et la netteté sont sans précédent jusqu'ici.

Dans cette tranchée, la position des failles, leur direction, leur

plongement et les rejets qu'elles occasionnent se voient avec une netteté exceptionnelle. Aussi ont-elles pu être relevées avec soin et sont-elles minutieusement reportées sur la coupe géologique de la paroi Nord-Est de la tranchée jointe à ce travail. Les éléments de cette coupe ont été minutieusement relevés par M. Morin, ingénieur résident de la Compagnie, qui la complète chaque jour au fur et à mesure de l'avancement des travaux (Pl. XI).

Nous avons eu l'occasion d'en vérifier la parfaite exactitude et de la compléter en étudiant, avec M. Morin, la question si délicate de la parallélisation des assises du groupe des graviers sur les deux versants. Nous lui adjoignons une figure schématique donnant, en plan, la succession des failles et leur position respective par rapport à l'axe du canal.

L'étude de ces documents et les observations que nous avons faites sur les lieux permet de formuler les conclusions suivantes :

1° Le nombre total des failles reconnues et relevées dans la traversée de l'isthme ne s'élève pas à moins de soixante-deux.

2° Les failles sont surtout groupées sur les deux parties de l'isthme voisines de la mer.

3° Elles ont presque toujours pour effet de relever les portions du sol situées au centre de l'isthme, tout en laissant aux terrains redressés leur horizontalité primitive. Aussi, pour peu que l'on fasse abstraction de quelques exceptions isolées, dont il serait peut-être possible de trouver l'interprétation, les tranches de ces terrains dessinent-elles, sur les parois de l'excavation, comme les marches d'un gigantesque escalier terminé à sa partie centrale par un vaste palier.

4° Les failles présentent un très petit nombre de directions. La première, absolument prédominante, est dirigée N. 72° à 75° Est, faisant avec le canal un angle de 53° environ, en moyenne. Cette direction correspond, dans la Bresse, à des accidents qui ont immédiatement précédé l'arrivée de l'homme dans le bassin méditerranéen.

La seconde, moins régulière, et dont les variations s'expliquent peut-être par des déviations accidentelles si fréquentes dans la traversée des terrains hétérogènes, est dirigée de N. 83° à 75° Ouest, faisant avec le canal un angle de 30° à 20°. Cette direction a été également signalée dans la Bresse par M. Tardy, et elle y correspond aux accidents qui limitent l'époque quaternaire.

La troisième, enfin, qui n'a que deux ou trois représentants, est presque parallèle à l'axe du canal et l'un d'entre eux suit même cet axe sur une longueur assez considérable du côté d'Isthmia, en provoquant une dénivellation de plusieurs mètres.

5° Les failles, quelle que soit leur direction, traversent la totalité

des terrains dont se compose l'isthme, depuis les argiles bleues jusqu'à la partie supérieure du groupe des conglomérats. Marnes bleues, calcaires, tufs, poudingues, conglomérats, graviers, sables même. toutes les couches sont coupées avec une égale netteté et présentent les mêmes dénivellations. A peine pourrait-on citer une ou deux exceptions à cette loi absolument générale, notaminent en un point voisin d'Isthmia, où une petite fracture de détail, ne formant qu'un rameau d'une facture voisine plus considérable, s'arrête (ou tout au moins semble s'arrêter) au sous-étage *G*.

6° Tout cet ensemble de fractures est absolument dénué de remplissages, si l'on excepte quelques enduits d'argile calcaire blanche sur le parcours des tufs dont la substance, manifestement empruntée aux terrains recoupés, a été amenée dans la faille par voie d'infiltration.

7° Le plongement de ces failles a lieu, en général, vers l'extérieur de l'isthme, de telle sorte qu'il est dirigé au nord-ouest du côté de Posidonia et au sud-est du côté d'Isthmia. Ce caractère indique nettement une origine par voie d'arrachement et dont il faut, par suite, chercher la cause dans le soulèvement final de l'ensemble de l'isthme, soulèvement qui est postérieur à la fin de l'époque pliocène.

CHAPITRE II.

TRAVAUX DE PERCEMENT DE L'ISTHME DE CORINTHE.

§ I. — CONDITIONS TECHNIQUES IMPOSÉES AUX TRAVAUX PAR LA CONSTITUTION GÉOLOGIQUE DE L'ISTHME.

A. — SURFACES ENTAMÉES PAR LES TRAVAUX DANS LES TROIS GROUPES DE TERRAINS.

Les soulèvements géologiques et les failles qui ont affecté l'isthme de Corinthe ont disposé, comme nous l'avons vu, les couches en gradins que nous avons comparés aux marches d'un gigantesque escalier double dont la hauteur maximum est située dans la partie centrale de l'isthme. Il en résulte que le groupe des marnes bleues apparaît brusquement au plafond et sur les parois du canal au point 2,300, qu'il s'élève progressivement ensuite jusqu'au grand palier régnant de 3,340 à 3,830 pour redescendre, par des gradins en sens inverse, jusqu'au point 4,780 où la faille principale du sud-est le rejette bien au-dessous du niveau de la mer. La surface des marnes ainsi mise à nu sur chacune des parois du canal est sensiblement

de 90,000 mètres carrés environ, sur lesquels 20,000 mètres carrés environ seront immergés.

De même, le groupe des tufs calcaires est à découvert, sur chaque paroi, sur 58,800 mètres carrés, dont 3,200 seulement sont immergés du côté d'Isthmia, à cause de la grande faille qui, sur le versant de Posidonia, rejette ce groupe au-dessous du plafond du canal.

Enfin, le groupe des conglomérats est entamé sur 157.000 mètres carrés sur chaque paroi, dont 30,000 environ sont immergés.

Ces surfaces se répartissent comme suit entre les deux versants :

	Partie émergée.	Partie immergée.
Versant de Posidonia.	85,200^{m2}	14,400^{m2}.
Versant d'Isthmia.	41.400^{m2}	16,000^{m2}.

B. — Variation des formules de travail dans les différents groupes de terrains.

a) *Conditions du travail dans les marnes bleues.*

La masse des marnes bleues est homogène, compacte et régulière. Le programme des travaux qui y seront exécutés sera donc susceptible d'être résumé dans une formule unique et très simple. Un angle de talus unique, compris entre $^1/_{10}$ et $^1/_8$ pourra être adopté par toute la partie émergée et, de plus, cette dernière ne nécessitera ni perreyage, ni blocage d'aucune sorte. Les parties immergées pourront être entamées sous un angle voisin de la verticale; mais elles devront être recouvertes par une maçonnerie extrêmement soignée. Les matériaux de ce revêtement seront principalement empruntés aux calcaires compacts qui encadrent l'isthme, notamment ceux voisins de la décharge des chantiers de la cote 2.

Quant au ciment, on pourra soit le faire venir de France, soit le créer sur place. Dans ce dernier cas, on fabriquerait une chaux hydraulique artificielle par le mélange des chaux grasses que l'on retirerait économiquement des calcaires crétacés et des pouzzolanes si abondantes dans les régions volcaniques du littoral méditerranéen.

Le muraillement devra être enfoncé de 1^m,50 au moins, au-dessous du plafond du canal, pour que tout affouillement soit impossible. Il devra, pour la même raison, s'élever à 1 mètre au-dessus du niveau de la mer et présenter, à sa partie supérieure, une épaisseur suffisante pour former une banquette artificielle qui servirait à arrêter, au moins partiellement, les chutes de matière et qui permettrait, en outre, de circuler à pied le long du canal.

Le peu de perméabilité des marnes bleues autorise à penser que

le creusement de l'entaille nécessaire pour loger ce mur pourra être effectué à sec, ou tout au moins, que l'on n'aura à y combattre que des eaux pouvant être facilement épuisées. Il suffirait donc de ménager de chaque côté une petite barrière de défense, dans le voisinage des failles qui limitent ces marnes et légèrement en retrait par rapport à elles, pour arriver à constituer une série de chantiers de creusement disposés en gradins descendant jusqu'à la cote — 9 et du fond desquels le mur s'élèverait au fur et à mesure de l'avancement du travail. Les déblais seraient enlevés et les matériaux de construction apportés par la partie centrale du canal, creusée à cet effet jusqu'à la cote 2, ou mieux, aussi près que possible de la cote 0.

Quant au plafond du canal, le problème est un peu plus complexe; s'il ne s'agit que de le protéger contre l'affouillement éventuel, provoqué par les vagues sur le passage des bateaux, il suffira de répandre sur ce plafond, creusé à cet effet jusqu'à la cote — 8,50 ou même — 9, et sur une hauteur de 0m,50 ou 1 mètre, des graviers empruntés sans difficulté et presque sans frais au groupe des conglomérats. Si, au contraire, on craint qu'il ne se produise une sorte de foisonnement des marnes bleues du plafond par suite de la pression exercée latéralement par les parois du canal, il faudra peut-être en arriver à étudier le bétonnement de ce plafond sur toute la traversée des marnes bleues, c'est-à-dire sur une longueur de 2,400 mètres et sur une largeur de 25 mètres, ce qui reviendrait à immerger dans le canal environ 60,000 mètres cubes de béton hydraulique.

Mentionnons enfin, comme dernière précaution à prévoir, la possibilité, fort lointaine d'ailleurs, de rencontrer, dans la masse des marnes bleues, quelques petits lits sableux auxquels correspondraient de faibles niveaux aquifères.

Si, par impossible, ces niveaux se présentaient, il suffirait de protéger chacun d'eux par de la maçonnerie munie d'orifices de drainage.

On voit donc que l'ensemble de tous ces travaux ne présente d'autre aléa que celui du bétonnage éventuel du plafond du canal, opération qui, d'ailleurs, ne présenterait, si on la jugeait nécessaire, aucune difficulté sérieuse.

b) *Conditions du travail dans les tufs calcaires.*

Les conditions du travail dans les tufs calcaires sont, à la fois, plus simples et plus favorables qu'elles ne le sont dans le groupe précédent. On ne saurait, en effet, avoir aucune inquiétude sur la résistance aux agents atmosphériques des assises de ce groupe.

Si l'on fait abstraction des quelques lits graveleux des sous-étages

supérieurs C^8 et C^9, on se trouve partout en présence d'une matière résistante, permettant, en général, l'installation de talus au 1/10, et, comme ce groupe occupe toute la partie haute de la région médiane de l'isthme, on voit que, dans cette région, les talus pourront être conservés au 1/10 sur toute la hauteur occupée par les tufs, c'est-à-dire sur la moitié environ de la hauteur totale de la tranchée du canal. Tout au plus pourra-t-il y avoir opportunité à séparer par une banquette la surface supérieure des marnes bleues de l'ensemble des tufs qui les surmontent.

Du côté d'Isthmia, une partie de ce groupe est composée de calcaires compacts, extrêmement fissurés, disloqués et souvent même découpés en blocs de petites dimensions. Dans cette région, l'adoption uniforme de talus au 1/10 devra être abandonnée, pour faire place à des talus variables, suivant la nature des parois et les dislocations occasionnées par les failles.

Quant aux rares petits lits graveleux non cimentés qui se présentent à la partie supérieure de l'étage, il y aura lieu de les recouvrir d'un blocage en pierres sèches pour les protéger contre l'action des courants atmosphériques.

En résumé, ce groupe ne présente ni grand aléa, ni difficultés d'aucune sorte, et nous ne croyons pas qu'il y ait lieu de craindre aucun mécompte sur les prévisions actuelles du travail dans les tufs.

c) *Condition du travail dans le groupe des conglomérats.*

Les conditions du travail dans le groupe des graviers et conglomérats sont presque toujours inverses de celles que nous venons de signaler pour les deux groupes précédents.

A l'unité, à la simplicité et à la fixité dans la formule de travail succèdent la diversité et la complication, dues précisément aux incessantes variations lithologiques des couches de ce groupe.

Chacune de ces dernières devra être, en quelque sorte, étudiée dans la pratique pour décider quel sera l'angle du talus à conserver et voir s'il y a lieu de la protéger par un blocage de pierres sèches contre les mouvements atmosphériques. Pourtant l'aléa que présente ce groupe n'est pas aussi considérable qu'il pourrait le paraître au premier abord. En effet, ce groupe occupant principalement les parties élevées du canal et ne se rencontrant au niveau de la mer que vers les extrémités, où le travail est déjà parvenu au voisinage de ce niveau, on n'est plus exposé à faire, sur ce groupe, des raisonnements abstraits. Une expérience de plusieurs années permet de se prononcer avec certitude sur la manière dont ses couches se comportent

sous l'influence des agents atmosphériques et de circonscrire, entre des limites de plus en plus étroites, les modifications qu'il faudra faire au programme primitif pour assurer la fixité des parois.

Les saisons ont exercé leurs intempéries sur des talus de tout angle formés par ces terrains. Plusieurs périodes pluvieuses ont montré les limites de l'action des eaux atmosphériques, alors même qu'aucune précaution n'était prise pour réduire cette influence à son minimum. Le résultat de toutes ces circonstances défavorables a été de montrer que, dans la presque totalité des cas, les talus au 1/5e étaient parfaitement suffisants pour écarter tout dommage ou tout danger de destruction, et que, dans de rares exceptions, correspondant à des terrains meubles voisins de la surface, on avait dû recourir comme limite extrême à des talus aux 2/3.

C. — Influence des accidents orographiques sur les conditions du travail.

Des deux séries d'accidents orographiques que nous avons signalés au cours de cette étude, les soulèvements et les failles, le second seul paraît devoir exercer une influence sensible sur la marche des travaux.

Les soulèvements, en effet, affectent surtout les terrains extérieurs à l'isthme, et les dénivellations qui accompagnent les failles à l'intérieur de ce dernier ont laissé aux assises dont se compose le sol une horizontalité presque complète. On a donc peu à craindre les difficultés que présentent naturellement des travaux de recoupement exécutés dans des terrains hétérogènes dont les strates sont inclinées, difficultés parmi lesquelles il convient de citer, en premier lieu, l'écrasement des assises argileuses et le glissement des terrains qui leur sont superposés.

Quant aux failles, leur influence sur les travaux est toujours sensible. Elle ne serait négligeable que si ces accidents étaient rigoureusement verticaux et perpendiculaires à la direction de la tranchée. En dehors de ce cas exceptionnel, leur influence croît à mesure que diminuent leur pente et l'angle de leur direction avec l'axe du canal.

Or, nous avons vu que les pentes des failles étaient, en général, assez considérables, les angles de 60° et au-dessus étant de beaucoup les plus fréquents. Il n'y a donc, de ce chef, aucune crainte à avoir sur les glissements éventuels qui pourraient se produire.

Les angles sous lesquels la direction des failles recoupe l'axe du canal peuvent exercer, au contraire, une influence sérieuse sur les travaux de consolidation des parois. Nous savons, en effet, que les failles forment avec l'axe du canal des angles aigus ne dépassant jamais

55 à 60°. Il en résulte des solides prismatiques ou plus souvent pyramidaux, dont la partie amincie ne possède plus les conditions voulues de stabilité. L'enlèvement de ces portions est donc obligatoire, ce qui conduit, pour chaque faille, à supprimer, sur chacune des parois, des pyramides tronquées triangulaires dont les faces sont respectivement formées par le plan de la faille, la paroi de la tranchée et un plan de troncature de même pente que la tranchée et perpendiculaire au plan bissecteur de la faille et de la tranchée.

En réalité, les solides à enlever ne représentent cette simplicité que dans les terrains homogènes du groupe des marnes et du groupe des tufs. Dans les assises si variables des conglomérats, ils se composeront, en réalité, d'une série de troncs de pyramide superposés d'angles variables, dont les inclinaisons seront réglées par les exigences spéciales des différentes couches traversées.

En résumé, l'on voit que les conditions géologiques dans lesquelles se présentent les terrains de l'isthme de Corinthe n'apportent aucun obstacle insurmontable aux travaux de percement de cet isthme, mais qu'elles nécessitent presque toujours en même temps une augmentation sensible dans les travaux de terrassement.

Le groupe des tufs calcaires seul pourra, au moins en général, se maintenir sur les parois du canal avec la pente primitivement projetée de 9/10.

Les marnes bleues sous-jacentes devront sans doute être entaillées sous un angle de pente un peu plus faible, en même temps qu'elles nécessiteront l'établissement d'une et peut-être de plusieurs banquettes. Enfin toute leur portion immergée devra être protégée par un muraillement soigné sur les parois et par un semis de gravier et peut-être même une couche de béton sur le plafond du canal.

Quant au groupe des graviers et conglomérats, son extrême hétérogénéité entraîne l'emploi de formules de travail sans cesse variables et l'adoption de talus toujours plus forts que ceux des devis primitifs. Dès aujourd'hui, on peut prévoir des inclinaisons sur la verticale allant de 1/5 à 1/2, et même exceptionnellement à 2/3, ainsi que la nécessité de recourir, en outre, à des blocages locaux, chaque fois que les graviers sont assez meubles pour être désagrégés sous la seule action du vent.

Enfin la présence des failles entraînera, elle aussi, des travaux de terrassement supplémentaires n'exigeant d'ailleurs aucune disposition nouvelle.

Nous n'avons pas à établir ici le chiffre exact de tous ces travaux supplémentaires. Nous estimons, d'ailleurs, qu'il serait dangereux de vouloir les formuler dès aujourd'hui avec une précision rigoureuse.

précisément à cause de toutes les circonstances que nous avons énumérées. Une vérification attentive, faite sur les lieux, des profils adoptés par l'ingénieur en chef des travaux nous a donné la conviction que les augmentations de déblais prévus par lui étaient strictement indispensables et qu'il valait même peut-être mieux augmenter un peu ce chiffre et le porter à 2,000,000 de mètres cubes pour tenir compte de l'imprévu pouvant provenir de la présence des failles et de l'irrégularité des conglomérats.

§ 2. — DISPOSITIONS PRATIQUES ADOPTÉES POUR LES TRAVAUX DU PERCEMENT.

A — Choix du tracé du canal.

Trois tracés pouvaient être choisis pour le canal de Corinthe : l'un correspondant au minimum de terrains à entamer par la fouille, l'autre au minimum de hauteur de la tranchée, le troisième enfin à la condition de conserver sur tout son parcours une direction rectiligne.

Le premier épousait de petites vallées qui entament l'isthme sur les deux versants. Il avait une longueur totale de 6,740 mètres, une hauteur de 73 mètres au plafond et entraînait une fouille estimée préventivement à 7,800,000 mètres cubes environ.

Le second partait de Kechries sur le golfe d'Égine, se développait sur 11 kilomètres avec un point culminant à 70 mètres environ, et aboutissait dans le voisinage de la Nouvelle-Corinthe par la vallée de la Lewka en exigeant une fouille de 12,424,000 mètres cubes.

Le troisième enfin, celui des ingénieurs de Néron, n'avait que 6,350 mètres avec un point culminant à 78 mètres et exigeait un déblai évalué à 7,950,000 mètres cubes environ.

L'hésitation entre ces trois tracés n'était pas possible; les avantages qui résultent pour la navigation de la direction rectiligne du canal, direction qui, vu la longueur relativement restreinte de cette gigantesque tranchée permet de l'embrasser d'un seul coup-d'œil, sont bien supérieurs aux inconvénients qui résultent de l'augmentation de 5 % dans l'importance de la fouille; aussi ont-ils décidé la Compagnie concessionnaire à adopter le tracé des ingénieurs de Néron.

Ce tracé présente, d'ailleurs, plusieurs avantages accessoires, au nombre desquels nous nous contenterons de citer celui de passer dans le voisinage immédiat d'une très belle source, la *Fontaine de Vénus,* laquelle a donné, grâce à un aménagement convenable, toute l'eau nécessaire aux nécessités du travail et aux besoins de la population ouvrière.

B. — Organisation du travail.

Les puits de Néron s'étaient tous arrêtés avant d'avoir atteint le groupe des marnes bleues. Leur conservation parfaite, malgré l'absence de tout boisage, avait fait espérer qu'il serait possible de donner à la tranchée un talus unique et presque vertical. On projeta donc de donner au canal une largeur de 22 mètres au plafond et de l'encadrer par un talus unique ayant un fruit de 1/10 seulement.

L'expérience montra bientôt que ce programme ne pouvait être réalisé. La friabilité de certaines assises du groupe des conglomérats et la découverte du puissant massif des marnes bleues occupant la partie centrale du canal et surtout celle des failles dont on ne pouvait, comme nous l'avons vu, soupçonner l'existence, ont obligé de recourir, pour les talus du canal, à une inclinaison moins forte dans le groupe des marnes bleues, à des inclinaisons variables, mais généralement inférieures aux 9/10 dans le groupe des conglomérats, d'installer au moins une, et localement plusieurs banquettes sur la hauteur du talus, enfin d'enlever de vastes pyramides tronquées triangulaires, correspondant aux zones d'intersection des failles et du canal.

Ces différentes modifications entraînent une augmentation dans le cube total du déblai prévu, pouvant être évaluée à 840,000 mètres cubes pour la création de la première banquette et de 960,000 mètres cubes pour les différents adoucissements des talus. On peut donc admettre que l'augmentation définitive sur les chiffres-projets primitifs sera environ de 2,000,000 de mètres cubes, ce qui portera le total du déblai à 9,958,000 ou en chiffres ronds à 10 millions de mètres cubes.

Pour arriver à effectuer, dans les meilleures conditions possibles, l'excavation et l'enlèvement de cette énorme quantité de déblais, on avait d'abord projeté de faire le creusement d'un seul coup. On espérait y arriver en installant, à chacune des deux extrémités du canal, un gigantesque chantier en gradins, poursuivi à la drague au-dessous de la mer jusqu'au plafond du canal, de telle sorte que le canal se serait toujours trouvé en quelque sorte à pied d'œuvre et que l'enlèvement des déblais eût pu être fait à l'aide de chalands porteurs, déversant au loin leur contenu dans la mer.

Ce programme n'a pu être réalisé, à cause de la difficulté que présentait l'installation et le fonctionnement régulier des deux chantiers en gradins projetés dans des terrains aussi variables que ceux du canal. On s'est alors arrêté à l'installation de trois chantiers sur

chaque versant, installés respectivement aux côtes 2, 20 et 34 du côté d'Isthmia et aux côtes 2, 14 et 34 du côté de Posidonia. Le chantier supérieur est, dès aujourd'hui commun et son élargissement définitif est poursuivi à partir de deux extrémités à la fois.

Dans ces différents chantiers, le travail est exécuté par une population totale de 1,500 à 1,800 ouvriers, composée de Grecs, d'Italiens, de Monténégrins et d'Arméniens. Les aptitudes différentes de ces diverses nationalités ont été étudiées avec soin et sont utilisées de manière à arriver au rendement maximum. Les Grecs proprement dits, en très-petit nombre, ne sont que peu employés aux travaux manuels. Les Italiens (Piémontais et Bergamasques) fournissent d'excellents mineurs, principalement distribués dans les chantiers souterrains ou aux avancements difficiles. Les Monténégrins utilisent leurs qualités de montagnards dans l'élargissement et l'égalisation des tranchées, aux flancs desquelles ils travaillent à des hauteurs vertigineuses, à demi-suspendus par des cordages sur les parois abruptes. Enfin, les Arméniens fournissent de vigoureux terrassiers et sont employés au chargement des trains.

Grâce à tous ces efforts combinés, les divers chantiers avancent rapidement. Le passage d'un chantier à l'autre, ou ce qui revient au même, l'approfondissement successif à partir des bords du plafond de chaque chantier, se fait à l'aide de puits partant du chantier à approfondir et venant aboutir à des tunnels qui sont le prolongement du chantier inférieur. Ces puits, creusés à dessein à zigzags, servent à la descente des terres que l'on y précipite depuis leur orifice incessamment élargi et successivement abaissé. Chacun des niveaux est muni de voies ferrées qui se prolongent hors de la tranchée, soit jusqu'à des vallons servant de décharge, soit, pour les chantiers inférieurs, jusqu'à des anses lointaines découpant le rivage et pouvant être comblées sans inconvénient.

La longueur totale de ces voies ferrées est de 37 kilomètres et le matériel ne comprend pas moins de 12 locomotives, 550 wagons et 180 wagonnets.

L'organisation des trains est faite de telle sorte que la locomotive, qui ramène chaque train vide après avoir conduit à la décharge, l'arrête à l'entrée du chantier, puis va chercher, dans ce dernier, les wagons qui ont été remplis dans l'intervalle du voyage, les sort du chantier puis les y remplace par les wagons vides momentanément abandonnés; enfin les enlève définitivement pour les conduire à leur tour au lieu de décharge. Suivant la grandeur des chantiers, les trains comprennent de 30 à 50 et même 60 wagons.

Le cube total de déblais actuellement enlevé par jour est de

6,000 mètres cubes correspondant à 170,000 mètres cubes par mois.

Le total du déblai exécuté à la fin de 1886 était de 4,350,000 mètres cubes, ce qui fait qu'à la fin de 1887, il aura dépassé 6,000,000 de mètres cubes.

Si l'on admet que le travail puisse être poursuivi dans les mêmes conditions, on voit que les 4 millions de mètres cubes environ qui restent encore à creuser exigeront un minimum de deux années, ce chiffre étant supérieur à celui que donnerait le quotient brut à cause de la diminution progressive du nombre des chantiers, réduits à deux dans la dernière période.

Dans ces errements, les travaux de creusement proprements dits du canal seraient donc achevés à la fin de 1889. Il resterait alors encore à faire le muraillement de la partie immergée et les petits revêtements accidentels des talus. Le muraillement devra être poussé jusqu'à un mètre, et même $1^m,50$ au-dessous du plafond du canal et s'élever à un mètre environ au-dessus du plan d'eau. Il doit régner, au pied de chaque talus, sur une longueur d'environ 4,000 mètres, avec une épaisseur moyenne de $1^m,20$ environ.

Le cube total de béton et de maçonnerie sera donc d'environ 110,000 mètres cubes. Or, ce muraillement ne peut être commencé et poursuivi que lorsque la plateforme des terrassements à la cote 2, ou mieux encore ramenée aussi près que possible de la cote 0, sera définitivement déblayée, au moins sur sa plus grande surface, circonstance qui pourra être réalisée au cours de l'année 1888.

On peut espérer que ce muraillement sera achevé à la fin de 1889, et c'est après cela seulement que l'on pourra déblayer la cuvette du canal elle-même, travail dont les ingénieurs de la Compagnie estiment que l'achèvement aura lieu dans le courant de 1890. Il est donc raisonnable d'espérer que l'année 1891 verra s'accomplir l'œuvre de la jonction de la mer Adriatique et de la mer Égée et que cette nouvelle artère internationale pourra être livrée au transit avant la fin de 1891, délai récemment accordé à la Compagnie concessionnaire.

APPENDICE.

CONSIDÉRATIONS ÉCONOMIQUES.

Il nous paraît prématuré et dangereux de vouloir chiffrer les avantages que le commerce retirera du percement de l'isthme de Corinthe et par suite de nous prononcer sur les chances de succès de l'entreprise. Nous nous bornerons donc à enregistrer ici quelques données

statistiques que nous extrayons de l'ouvrage de l'archiduc Louis Salvator d'Autriche, publié en 1876 et intitulé : *Promenade dans le golfe de Corinthe*, et aux résultats de l'enquête faite en 1883 sous les auspices de la Compagnie, par les consuls de toutes les nations, dans les ports de l'Adriatique, de la Méditerranée, de l'Archipel et de la Mer-Noire.

De l'ensemble de ces documents il résulte que, par le fait du percement de l'isthme de Corinthe, la route commerciale du Levant se trouverait raccourcie de 345 kilomètres pour les navires venant de l'Adriatique et de 180 kilomètres pour ceux qui viennent de la Méditerranée occidentale. Elle serait, de plus, affranchie du détour laborieux et souvent périlleux en hiver qui résulte de l'obligation de doubler le cap Matapan et la côte méridionale de la Morée.

Quand à l'importance du tonnage des navires intéressés dans l'utilisation du canal, c'est-à-dire ceux dont le trajet a pour limite méridionale, dans la mer Égée, la ligne Pyrée-Syra-Smyrne, il atteint, d'après ces mêmes documents, 19 millions de tonnes, dont 5 millions sont relatifs à l'Adriatique. Sur ce chiffre, le trafic des ports autrichiens seul est de 1.100,000 tonnes. Enfin, il ne faut pas oublier que de toutes les nations de l'Europe la Grèce est celle qui compte la proportion la plus élevée de marins et que le cabotage actif qui s'exerce actuellement entre la côte occidentale de la Grèce et l'Asie-Mineure, et qui porte sur plus de 2 millions de tonnes, ne pourra être qu'avivé par la création d'une voie commerciale aussi rapide que sûre. Aussi le général Türr, président de la Société concessionnaire estime-t-il que les 3/5 du trafic de l'Adriatique soit 3,000,000 de tonnes environ, et le 1/5 au moins du trafic méditerranéen emprunteront de préférence la voie du canal. Si ces prévisions se réalisent, elles assureront la prospérité de l'entreprise, car la Compagnie, aux termes de son cahier des charges, se propose de prélever 1 franc par tonne sur les navires venant de l'Adriatique et 0 fr. 50 c. pour ceux des autres provenances.

M. J. ROUSSEL,

Professeur au Collège de Figeac.

SUR LA COMPOSITION DU DANIEN SUPÉRIEUR ET DE L'ÉOCÈNE DES PETITES PYRÉNÉES DES CORBIÈRES ET DE LA MONTAGNE NOIRE.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Le Danien supérieur et l'Éocène constituent, dans les petites Pyrénées, les Corbières et la montagne Noire, une importante formation qui n'a pas encore été étudiée dans son ensemble. Je me suis efforcé de combler cette lacune, et je me propose de faire connaître le résultat de mes recherches dans un mémoire dont voici les principales conclusions.

Le Danien supérieur et l'Éocène des régions susdites se sont déposés pendant une période durant laquelle les oscillations du sol, dans les Pyrénées, ont été peu importantes ou nulles. Aussi les trouve-t-on composés d'un certain nombre d'assises, partout les mêmes, qui, dans la partie occidentale, viennent à la suite du Danien inférieur, tandis que, dans la partie orientale, elles reposent transgressivement sur des terrains plus anciens de différents âges.

Ces assises se superposent dans l'ordre suivant :

1. Marnes rouges, 100 mètres.

Ces marnes deviennent verdâtres dans la Haute-Garonne et se chargent de calcaires qui, à Latoue et à Saint-Marcet, sont marneux à la partie inférieure et subcompacts à la supérieure. Les premiers sont pétris d'*Orbitolites socialis* et *gensasica*, et les seconds renferment, en certains points, des échinides indéterminables dont l'un n'est autre que l'*Echinocorys semiglobus* ou l'*Offaster Leymerici*, Cotteau, nouvelle espèce que j'ai trouvée dans le Danien inférieur de Roquefort.

Leymerie avait placé dans cette assise la couche à *Radiolites Leymerici* d'Auzas ; mais, dans une note récemment communiquée à la Société géologique de France, j'ai indiqué qu'elle devait être rattachée au Danien inférieur.

2. Calcaire lacustre, nommé par Leymerie calcaire lithographique, dont la puissance va en augmentant de l'est à l'ouest, où elle est de 50 mètres. Nombreux fossiles dans les petites Pyrénées.

3. Marnes rouges avec calcaire marneux à *Micropsis Leymerici* et *Micraster tercensis*, fossilifère à Coulzonne, à Lasserre, à Bédeille et à Marsoulas, où j'ai trouvé :

Cerithium coloniæ, Leym.
Natica brevispira, Leym.
Pleurotomaria danica, Leym.
Cardita inflata, Leym.
Arca panopæa, Leym.
Arca Coquandi, Leym.
Panopæa Marsoulas, Leym.
Crassatella Barrandei, Leym.
Terebratulina Frossardi, Leym.
Micraster Tercensis, Cotteau.
Micropsis Leymerici, Cotteau.
Cyphosoma sp.

Puissance moyenne, 50 mètres.

4. Couches à miliolites et banc de calcaire lacustre.

Ces couches se succèdent dans l'ordre suivant :

a) Calcaire à *Natica brevispira, Cerithium coloniæ, Crassatella quadrata.*

b) Banc de calcaire lacustre à grandes physes. (*Physa gigantea?*)

c) Calcaire à *Lithothalmium* avec *Echinanthus subrotundus, Oriolampas Michelini*, etc.

d) Couche épaisse de 1 mètre environ, pétrie de petits gastéropodes, de polypiers et de serpules, fort constante dans la partie occidentale de la formation. Parmi les fossiles qu'elle renferme, j'ai reconnu : *Natica albasiensis*, Leym.; *Trochus Lamarcki*, Desh.; *Cerithium unisulcatum*, Desh.; *Cerithium stillans*, Vidal.

Au Fréchet, la plupart de ces couches renferment le *Micraster tercensis*.

Puissance, 150 mètres.

5. Calcaire à *Cyphosoma pseudomagnificum* et *Micraster tercensis*, avec *Ostrea uncifera* et miliolites. Nombreux fossiles dont les principaux sont :

Cerithium coloniæ, Leym.
Natica brevispira, Leym.
Natica longispira, Leym.
Pleurotomaria danica, Leym.
Voluta Pegoti, Leym.
Terebellopsis Brauni, Leym.
Solarium gradatum, Leym.
Strombus Merigonensis, Leym.
Crassatella subpyrenaica, Leym.
Crassatella subquadrata, Leym.
Cardita Sabothi, Leym.
Cardita inflata, Leym.
Cardita Tuco, Leym.
Cardita lata, Leym.
Panopæa Marsoulas, Leym.
Arca panopæa, Leym.
Arca coloniæ, Leym.
Arca Coquandi, Leym.
Lima Edwarsi, Leym.
Micraster tercensis, Cotteau.
Hemiaster nasutulus, Sorignet.
Echinocheris semiglobus, Cotteau.
Cyphosoma pseudo-magnificum, Cotteau.

A la partie supérieure existent plusieurs bancs de calcaire lacustre, dont l'un fort important.

Dans la Haute-Garonne, l'assise se termine par un banc de calcaire à *Operculina Heberti.*

Epaisseur moyenne, 50 mètres.

6. Calcaire à *Echinanthus*, bryozoaires, *Lithothalmium* et polypiers, avec miliolites, *Ostrea uncifera* et *Lucina corbarica.*

Les principaux échinides que j'ai trouvés dans cette assise sont :

Echinanthus scutella, Lam
Echinanthus subrotondus, Desor.
Echinanthus ataxensis, Cotteau.
Echinanthus testudinarius, Lam.
Oriolampas Michelini, Cotteau.
Conoclypus pyrenaica, Cotteau.

Et, en outre :

Pleurotomaria danica, Leym.
Ostrea uncifera, Leym.
Ostrea gigantea, Brand.
Lucina concentrica, Lam
Cardita multicostata, Lam.
Terebratula Montolearensis, Leym.
Serpula gordialis, Schl.

Dans cette assise, je n'ai trouvé l'*Oriolampas Michelini* que dans la partie occidentale de la formation, à partir de Lherm. Il est dans une couche épaisse de quelques décimètres seulement, placée sous celle des *Echinanthus*.

Puissance, environ 30 mètres.

7. Marnes à turritelles et à cérithes avec *Ostrea uncifera, Nerita Schmiedelliana, Lucina corbarica* et miliolites renfermant, entre autres fossiles :

Natica Tournoueri, Leym.
Nerita Schmiedelliana, Schemnitz.
Strumbus Daubrey, Leym.
Cerithium Aurignacicum, Leym.
Cerithium Nodiferum, Desh.
Cerithium Ladevezii, Hébert.
Cerithium Thiarella, Desh. (?)
Cerithium contiguum, Desh. (?)
Cerithium turris, Desh.
Turritella terebellata, Lam.
Turritella imbricataria, Lam.
Turritella rodensis, Carez.
Ostrea uncifera, Leym.
Cardita inflata, Leym.
Lucina corbarica, Leym.
Crassatella tenui striata, Desh.
Cardita asperula, Desh.
Crassatella gibbosula, Lam.
Citherea striatissima, Bellard.

Épaisseur, 100 mètres.

8. Calcaire marneux et grès à alvéolines avec *Nerita Schmiedelliana* et *Chama vulgaris*, Leym.

Banc de calcaire à petits miliolites.

Dans les petites Pyrénées, on ne trouve des alvéolines qu'à ce niveau ; mais, dans les Corbières, on en trouve aussi dans les quatre assises suivantes.

Épaisseur moyenne de l'assise, 40 mètres.

9. Calcaire marneux et marnes, 50 mètres.

Dans les petites Pyrénées, à la partie inférieure, existe fréquemment une couche de calcaire rouge submarmoréen; et, dans les Corbières, un gros banc de calcaire à polypiers.

Cette assise est la zone à échinides de la montagne d'Alaric et de la montagne Noire. J'ai retrouvé les échinodermes dans tous les gisements des Corbières et des petites Pyrénées, et recueilli un grand nombre de fossiles parmi lesquels je citerai :

Turritella trempina, Carez.
Qvula Murchisoni, d'Archiac.
Rostellaria fusoides, d'Archiac.
Terebellopsis Brouni, Leym.
Terebellum Carcassense, Leym.
Sigaretus Canaliculatus, Sow.
Natica hybrida, Desh.
Natica longispira, Leym.
Natica brevispira, Leym.
Natica sigaretina, Desh.
Nerita Schmiedelliana, Schemnitz.
Ostrea gigantea, Brand.
Pecten imbricatus, Desh. (?)
Spondylus Caldesensis, Carez [1].
Cardium gigas, Defrance.
Lucina Corbarica, Leym.
Cardita minuta, Leym.
Mytilus elongatus, Desh.
Teredo Tournali, Leym.
Terebratula Montolearensis, Leym.
Terebratulina Venei, Leym.
Terebratulina tenuistriata, Leym.
Terebratulina Defrancii, Leym.
Linthia Rousseli, Cotteau.
Linthia Orbignyi, Cotteau.
Linthia arizensis, Cotteau.
Schizaster obesus, Cotteau.
Schizaster Rousseli, Cotteau
Schizaster ataxensis, Cotteau.
Prenaster alpinus, Desor.
Ditremaster Gregoirei, Cotteau.
Amblypygus dilatatus, Agassiz.
Conoclypus margaritatus, Desor.
Conoclypus Leymerici, Cotteau.

1. C'est le fossile le plus caractéristique de l'assise 9 ; je l'ai retrouvé partout à ce niveau.

Echinolampas ellipsoidalis, d'Arch. (?)
Cœlopleurus Rousseli, Cotteau.
Glyphoxyphus ataxensis, Cotteau.
Cyphosoma atacicum, Cotteau.
Cyphosoma sp.
Cidaris pseudoserrata.
Cidaris sp.
Bourguetierinus Thorenti, d'Arch.
Eschara sp.
Trochocyathus elongatos, Leym.
Trochocyatus bilobatus, d'Orb.
Trochocyathus Van den Eechei, Edward et Haime.
Lunilites punctatus, Leym.
Porites elegans, Leym.
Astrea distans, Leym.
Astrea contorta, Leym.
Operculina granulosa, Leym.
Nummulites biaritzensis, d'Archiac.
Nummulites Ramundi, Defrance.
Alveolina subpyrenaica et *melo.*
Serpula corbarica, Munier-Chalmas.

10. Marnes bleues ou gris foncé, quelquefois rouges (Conques). Ces marnes forment un sillon large de 100 mètres, qu'on retrouve à travers toute la formation, à moins qu'elles ne se transforment en grès ou en conglomérats, ce qui a lieu dans quelques cas. Contrairement à ce qu'on a cru jusqu'ici, elles sont peu fossilifères et ne renferment pas, à ce que je sache, d'espèce qui leur soit propre. Car, on n'y rencontre guère que *Turritella trempina*, *Operculina granulosa*, *Trochocyathus elongatus*, *Tro. bilobatus*, etc. La plupart des fossiles signalés dans cette assise sont ceux de la 9e et de la 11e, qu'on y a le plus souvent réunies.

11. Couches à *Ostrea stricticostata*, Raulin. 150 mètres.

C'est l'horizon le plus fossilifère.

Voici la liste des principales espèces que j'y ai recueillies :

Nautilus Deluci, d'Archiac.
Cerithium globulosum, Desh.
Cerithium polygonum, Leym.
Cerithium acutum, Desh.
Cerithium albasiense, Leym.
Cerithium Venei, Leym.
Cerithium Hookeri, d'Archiac.
Cerithium Ventricosum, Desh.
Cerithium Deshayesianum, Leym.
Cerithium fusiforme, Leym.
Cerithium subpyrenaicum, Leym.
Cerithium giganteum, Lam. (?)
Turritella sp. [1].
Turritella trempina, Carez.
Turritella Figolina, Carez.
Turritella Dufrenoyi, Leym.
Turritella uniangularis, Lam.
Nerita Schmiedelliana, Schemnitz
Ocula tuberculosa, Duclos. (?)
Ocula Murchisoni, d'Archiac.
Fusus bulbiformis, Lam.
Fusus longævus, Lam.
Voluta ambigua, Lam.
Ancillaria nana, Al. Rouault.
Cassidaria coronata, Desh.
Natica sigaretina, Desh.
Natica studeri?
Natica Depressa, Desh.
Natica acutella, Leym.
Ostrea stricticostata, Raulin.
Ostrea sp. [2].
Crassatella plumbea.
Crassatella compressa, Lam.
Crassatella scutellaria, Desh.
Crassatella tenui striata, Desh.
Cardita planicosta, Lam.
Cardita Perezi, Bellard.
Cardita minuta, Leym.
Cardium gigas, Defrance.
Panopæa elongata, Leym.
Pholadomya sp.
Lucina corbarica, Leym.
Lucina Menardi, Desh.
Chama calcarata, Desh. (?)
Chama gigas, Desh.
Luithia insignis, Mérian.
Astrea distons, Leym.
Lunilites punctatus, Leym.
Trochocyathus sp.
Nummulites Ramundi, Defrance.
Nummulites biarritzensis, d'Arch.
Nummulites Leymeriei, d'Archiac.
Operculina ammonea, Leym.
Alveolina melo et *subpyrenaica.*
Orbitolites submedia, d'Arch.
Xantopsis Dufouri et autres crabes.
Serpula subgranulosa, Al. Rouault.

1. Cette espèce, qui n'a pas encore été décrite, est l'une des plus caractéristiques de l'assise 11 ; je l'ai retrouvée partout.
2. Cette espèce remplace, dans un grand nombre de gisements, l'*Ostrea stricticostata.*

Voici l'ordre dans lequel se superposent ordinairement les couches dont se compose cette importante assise :

a) Marnes à *Ostrea stricticostata* renfermant, en outre, *Turritella trempina, Turritella figolina, Turritella Dufrenoyi, Nerita Schmiedelliana, Fusus bulbiformis, Lucina corbarrica, Chama gigas, Lunilites punctatus, Operculina ammonea,* et, dans les Corbières, de nombreux alvéolines, avec *Nummulites biaritzensis* et *Num. Ramundi.*

b) Calcaire verdâtre, dont le facies tout particulier le fait immédiatement reconnaître ; c'est le calcaire à crabes. On y trouve *Cardium gigas, Lucina Menardi,* des nautiles, de grandes pholadomyes, et beaucoup d'autres espèces, la plupart, sans doute, nouvelles. Au Peyrat, le *Nerita Schmiedelliana* s'élève jusqu'à ce niveau.

c) Calcaire pétri de *Nummulites biaritzensis, Num. Ramundi, Cardium gigas, Ostrea gigantea.* Dans cette couche, à Laroque-d'Olmes, j'ai découvert de nombreux *Linthia insignis.*

d) Nombreux bancs marneux alternant, le plus souvent, avec des grès et des poudingues. C'est le niveau des cérithes, des *Turritella sp., Crassatella plumbea, Cardita planicosta, Fusus longævus, Cassidaria caronata, Voluta ambigua, Natica sigaretina, Nummulites biaritzensis,* etc.

Au Carla, l'*Ostrea stricticostata* s'élève jusque dans ces couches. A Albas, il en est de même pour les alvéolines.

Au Carla, dans la partie moyenne de l'assise, j'ai observé une mince couche à cyclostomes. C'est le niveau du calcaire lacustre de Ventenac, car, au-dessus, à Saint-Martin-le-Vieil, à Moussoulens, à Ventenac, etc., j'ai trouvé plusieurs lits de calcaire marneux à alvéolines, à nummulites et à *Nerita Schmiedelliana.*

12. Banc de grès passant très fréquemment au poudingue, alternant avec marnes et lits de calcaire lacustre. Ce sont les grès à *Lophiodon* d'Issel et de Mirepoix, les marnes à lignites de la Caunette, les calcaires lacustres à *Planorbis planulatus* de Sabarat, de la Caunette, etc. J'ai retrouvé cette assise, l'une des plus importantes de la série, à travers toute la formation, depuis Aurignac (Haute-Garonne) jusqu'à Saint-Chinian (Hérault), et les calcaires lacustres existent non seulement à Sabarat, mais presque partout.

Puissance moyenne, 100 mètres.

13. Nouveaux bancs de calcaire lacustre, poudingues et marnes rouges avec gypse, à Castelnaudary et en divers points.

Le calcaire lacustre de cette assise ou les marnes qui en tiennent la place existent partout. C'est la couche à *Cyclostoma formosum* de Sabarat et du Mas-Saintes-Puelles. En ce dernier point, elle renferme une faune bien connue, qui en font l'un des horizons les mieux caractérisés de l'Éocène pyrénéen. Je possède moi-même un assez grand nombre d'espèces qui proviennent de cette assise et recueillies à Lescale, Durfort, Jonquières, Aiguevives, la Caunette, Mirepoix, etc. A Saint-Quentin, je l'ai observée avec ses fossiles, au-dessus des grès à lophiodon, récemment signalés par M. l'abbé Pouech [1], et j'ai pu m'assurer ainsi que ces grès appartiennent à l'assise 12 et non aux couches supérieures du poudingue.

Puissance, 100 mètres.

14. Gros bancs de poudingues ou de grès alternant avec autant de lits marneux rouges. 150 mètres.

L'ensemble des assises 11, 12, 13 et 14 forment un complexe de poudin-

1. *Bulletin de la Société géologique de France,* 3e sér., tome XIV, p. 277.

gues, de grès et de marnes dont l'épaisseur s'élève parfois à un millier de mètres et nommé, par Leymerie, poudingue de Palassou, dénomination qu'on doit abandonner, ainsi que l'a récemment reconnu M. de Rouville. Elle ne convient, en effet, à aucun horizon particulier bien déterminé, et il existe, en outre, un autre poudingue que les géologues ont confondu avec celui-ci.

Telles sont les principales subdivisions de l'Éocène des petites Pyrénées et des Corbières. Elles diffèrent par leur nombre et leur mode de groupement de celles qui avaient été admises. C'est que personne, jusqu'ici, n'avait suivi les couches d'une extrémité à l'autre de la formation et n'en avait reconnu les divers aspects. Reprenons l'étude de chacune des assises que je viens de signaler pour nous rendre compte de leurs transformations.

Dans la région centrale et les Corbières, l'assise 1 est partout formée de marnes et de grès vivement colorés en rouge. Dans la région occidentale, les marnes deviennent blanc-grisâtre ou verdâtres, glauconieuses, et finissent par se transformer en vrai calcaire marneux. On ne trouve d'abord des calcaires que dans la partie supérieure; mais ils envahissent toute l'assise dans la région de Saint-Marcet et de Latoue, tandis que ceux de la partie supérieure deviennent compacts.

L'assise 2 ne se transforme pas; elle est partout constituée par le calcaire lithographique souvent pétri de silex.

L'assise 3 est presque partout vivement colorée en rouge comme l'assise 1, et ces deux sillons rouges, séparés par un cordon blanc de calcaire, forment un repère remarquable à la base de la formation. Cependant, à Aurignac, l'assise 3 se transforme en grès, comme l'assise 4, et, entre Lasserre et Marsoulas, en calcaire marneux, avec *Micraster tercensis,* comme l'assise 5, mais aussi, avec *Micropsis Leymeriei* et autres fossiles qu'on ne trouve pas habituellement dans cette dernière assise. Leymerie l'avait remarqué et s'étonnait que la faune de Marsoulas, qu'il croyait appartenir au même horizon que celle d'Ausseing, en fût différente. Le sillon marneux de l'assise 3 existe pourtant à Ausseing, comme ailleurs, sous l'assise 4; mais l'éminent géologue avait confondu les assises 3, 4 et 5 sous le nom de couches à *Micraster tercensis,* pour en former sa colonie garumnienne.

L'assise 4, dans la région centrale, est composée de nombreux bancs de calcaire qu'on a rapportés, sans hésitation, à l'Éocène, sous le nom de calcaire à miliolites. Cette assise conserve ses caractères dans la partie orientale du département de l'Ariège. Or, là, au-dessus, j'ai découvert l'assise 5, très bien caractérisée par ses *Micraster tercensis* et ses *Cyphosoma pseudomagnificum*[1]. Je n'avais d'abord fait cette

1. *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences* (1er mars 1886).

remarque que dans les environs de Tourtouse, de Biholoup et de Mérigon. Mais depuis, j'ai pu suivre les couches à *Micraster* à travers toutes les petites Pyrénées, et j'ai reconnu que, partout, elles sont supérieures à ce qu'on nommait calcaire à miliolites. Les couches qui composent l'assise 4 sont, du reste, partout reconnaissables. En un grand nombre de points, j'ai observé le calcaire lacustre à grandes physes. Il en est de même du lit à lithothalmium et à échinides, qui est très fossilifère à Bélesta, au Carla, à Lherm, à Saint-Jean-de-Verges, au Mas-d'Azil, à Biholoup. J'ai aperçu des *Oriolampas Michelini* à Lherm et à Biholoup. Celui que j'ai étudié dans cette dernière localité a été détaché de la roche par M. Guillot, et je l'ai revu, quelques jours après, dans sa collection.

Cette assise, formée par des calcaires à travers tout le département de l'Ariège, commence à devenir grèseuse à Ausseing et à Saint-Michel ; mais on y retrouve encore la couche à *Echinanthus*. Cependant, la transformation est complète à Aurignac et à Saint-Marcet, où, avec l'assise précédente, elles constituent une importante masse de grès.

Lorsqu'on s'avance, au contraire, vers l'est, à partir de Puivert, on voit les calcaires à miliolites devenir marneux et se charger de poudingues ; la transformation est complète à Nébias, et l'assise 4 garde ces caractères dans toutes les Corbières, où l'on ne peut la distinguer de l'assise 3 que par son banc de calcaire lacustre.

Dans les petites Pyrénées, l'assise 5 est formée par des calcaires marneux. Dans les Corbières, elle se transforme aussi en marnes rouges et en poudingues ; mais on retrouve partout les bancs de calcaire lacustre. J'ai constaté qu'à Saint-Marcet elle renferme l'*Echinocorys semiglobus* avec le *Micraster tercensis*, et découvert que, presque partout, de toutes les assises qui contiennent l'*Ostrea uncifera*, c'est celle qui en a le plus. Biholoup et Tourtouse étaient, du reste, les points extrêmes où on l'eût signalée. Or, les *Micraster tercensis*, les *Cyphosoma pseudomagnificum* et les *Hemiaster nasutulus* les plus beaux de ma collection viennent de nouveaux gisements que j'ai découverts à Montbrun. J'ai retrouvé ces fossiles jusque dans les environs de Montégut (Ariège), et les autres espèces caractéristiques de l'assise, jusqu'à Puivert (Aude). Cette assise forme, sur le flanc méridional du Plantaurel, jusque dans les environs de Saint-Jean-de-Verges, un large sillon marneux qui attire l'attention de loin, parce qu'il est cultivé, alors que le sol correspondant aux assises 4 et 6 est boisé. A l'est de Saint-Jean-de-Verges, ce sillon est moins apparent parce que les couches sont moins marneuses ; mais elles sont partout également fossilifères. Les calcaires lacustres de la

partie supérieure de l'assise sont fort développés au Carla, à Puivert et à Nébias, où ils sont exploités comme pierre de taille.

L'assise 6 est très bien caractérisée, dans la partie occidentale et la partie centrale des petites Pyrénées, par ses échinanthus, ses bryozoaires, ses lithothalium ; mais elle se transforme en marnes rouges et en poudingues à partir de Lavelanet et de Sainte-Colombe-sur-l'Hers, bien avant la précédente qui, à travers toute la partie occidentale du département de l'Aude, forme un nouveau cordon blanc entre deux sillons rouges.

C'est exactement aux mêmes points que les marnes de l'assise 7 deviennent rouges et se chargent de poudingues tout en restant fossilifères.

Les assises 8, 9, 10 et 11 gardent partout leurs caractères distinctifs, excepté entre Clermont-et Villerouge (Aude), où elles se chargent aussi de poudingues et prennent le facies rutilant des précédentes. C'est ce qui a fait croire à Tallevigne et à d'Archiac qu'entre ces deux points il n'existe que ce qu'ils appelaient poudingue de montagne. Mais c'est une erreur. La coupe que d'Archiac a donnée de la région de Durfort n'est pas exacte, car j'ai retrouvé là les assises 8, 9, 10 et 11 avec leurs fossiles caractéristiques, et de même à Villerouge.

Entre Saint-Jean-de-Verges et Campagne, les assises 10 et 11 ne sont que rarement fossilifères ; mais elles sont partout reconnaissables. Dans cette région, il faut se garder de confondre, comme on l'a presque toujours fait, les poudingues 11 avec ceux des assises supérieures.

Dans les petites Pyrénées et les Corbières, les assises 12, 13 et 14 conservent partout à peu près la même composition. Mais il n'en est pas de même dans la montagne Noire où ces couches se transforment aussi.

Là, toutes les assises sont représentées. On y retrouve le calcaire lacustre de l'assise 2 (calcaire à *Physa prisca*, de Montoulieu) entre les deux sillons de marne rouge 1 et 3. Les assises 4, 5, 6 et 7 sont composées de lits de grès graveleux, de marnes et de calcaire à *Lucina corbarica* et à *Echinanthus* (Saint-Martin-le-Vieil). Les couches 8, 9 et 11 sont très bien caractérisées par leurs fossiles, ici plus nombreux qu'ailleurs ; mais l'assise 10, bien développée à Conques, est rudimentaire partout ailleurs, où il est impossible de la distinguer des couches 9 et 11. Ces assises n'ont, du reste, ensemble, qu'une épaisseur de 70 mètres environ, alors que, dans les Pyrénées, elles en ont plus de 1,000. Quant aux assises 12, 13 et 14, elles sont aussi bien développées que partout ailleurs, mais elles se transforment, en même temps que les précédentes, dans la partie occidentale de la montagne Noire.

A partir du méridien de Trèbes, on voit, en effet, les grès envahir les couches les unes après les autres. La transformation est complète à Issel. Là, au-dessus du granit, existent 15 à 20 mètres de gravier qui représentent toutes les assises, jusqu'à la 11e inclusivement. Car j'ai vu, à Villespy, le calcaire lithographique se transformer en grès et disparaître, et, à la partie supérieure, entre La Son et Issel, j'ai retrouvé en plusieurs points les couches à *Ostrea stricticostata* chargées de gravier, elles aussi, surtout dans la partie inférieure, quoique toujours fossilifères. Au-dessus de ces graviers viennent les grès d'Issel et la mollasse de Castelnaudary à *Lophiodon*, et puis le gypse du Mas-Saintes-Puelles et les calcaires à *Paleotherium* avec poudingue qui représentent les assises 12, 13 et 14.

Ainsi donc, dans toutes les parties de la formation, nous avons retrouvé les mêmes assises; mais nous les avons vues changer de composition d'un point à l'autre.

En général, dans la partie occidentale, les calcaires sont marneux, crayeux, se désagrègent à l'air, et les fossiles, à l'état de moule, gisent à la surface du sol.

Dans la région centrale, les calcaires sont plus solides, et, bien qu'ils soient aussi fossilifères, la faune en est moins connue.

Dans la partie orientale, les couches se transforment en marnes rouges et en poudingues, et là existent un poudingue inférieur et un poudingue supérieur, ou même une seule masse de poudingue que les géologues ont confondue avec le poudingue de Palassou ou le poudingue de Montagne. Ceux-ci ne correspondent qu'aux assises 11, 12, 13 et 14.

Au Nord de la formation, nous voyons une modification analogue s'accomplir et toutes les couches devenir grèseuses.

Malgré ces transformations, il est partout possible de distinguer les assises les unes des autres, parce que la plupart restent toujours plus ou moins fossilifères et gardent leur calcaire lacustre, excepté dans la partie occidentale, où la plupart de ces calcaires disparaissent ou deviennent marneux, de sorte qu'il est impossible de les reconnaître. Du reste, la composition n'est jamais la même pour toutes les assises. Ainsi, les marnes des couches 1 et 3 sont rouge-vif, tandis que celles des assises 3, 4, 5, 6 et 7 sont rouge-pâle ou jaunâtres. Les assises 1 et 7 ont ordinairement plus de poudingues que de grès, et les assises 3, 4, 5 et 6, au contraire, plus de grès que de poudingues, etc.

Ce n'est pas seulement dans la composition des assises qu'on observe des différences lorsqu'on passe d'une région à l'autre; mais encore dans le mode de répartition des fossiles. Ainsi, dans le département de l'Ariège, les miliolites sont abondants dans les assises 4,

5, 6, 7, 8, tandis que, dans celui de la Haute-Garonne, on n'en a d'abord remarqué que dans l'assise 6, qui constitue l'étage à miliolites de Leymerie. Dans celui de l'Aude, ces fossiles abondent tantôt dans l'assise 5, tantôt, mais rarement, dans les suivantes, et le calcaire à miliolites de d'Archiac correspond tantôt à l'assise 5, tantôt aux assises 6, 7, 8.

On a cru jusqu'ici qu'il n'existait d'alvéolines que dans l'assise 8; mais dans les Corbières et la montagne Noire, les assises 9, 10 et 11 en sont aussi abondamment pourvues.

En outre, dans les petites Pyrénées, on ne trouve guère de nummulites que dans l'assise 11, tandis que, dans les Corbières et la montagne Noire, elles caractérisent les assises 8, 9, 10 et 11.

L'*Ostrea uncifera* n'existe pas seulement dans l'assise 7, comme le croyait Leymerie, mais encore, et tout aussi abondamment, dans les assises 5 et 6.

Le *Nerita Schmiedelliana* et le *Lucina corbarica*, qu'on croyait particuliers à quelques couches, sont communs aux assises 8, 9, 10 et 11.

Chaque espèce importante pourrait être l'objet d'une remarque analogue; mais je me bornerai à celles qui précèdent.

L'Éocène des Pyrénées françaises, ainsi composé, apparaît beaucoup plus complet qu'on ne l'avait supposé. On y rencontre un poudingue inférieur et un poudingue supérieur, plusieurs horizons à turritelles, à cérithes, à alvéolines et à nummulites correspondant à ceux du nummulitique des Pyrénées espagnoles, tels que les a décrits M. Carez.

Enfin, sauf les assises 1 et 2, qui tiennent la place de la craie de Faxe et de Saltholm, les nombreuses subdivisions que je viens d'énumérer paraissent correspondre à celles de l'Éocène du bassin de Paris ou de Belgique, ainsi que l'indique le tableau suivant :

		BASSIN des petites Pyrénées, des Corbières et de la montagne Noire	BASSINS de Paris, de Belgique ou de Danemark
ÉOCÈNE SUPÉRIEUR	14	Poudingues et marnes.	Calcaire de Brie. Glaises vertes.
	13	Calcaire lacustre à *Paleotherium*. Gypse ou marnes avec poudingues.	Gypses et marnes à *Paleotherium*.
ÉOCÈNE MOYEN	12	Grès à *Lophiodon* et calcaire lacustre.	Calcaire lacustre de St-Ouen.
	11	Couches à cérithes. Calcaire lacustre de Ventenac et marnes d'eau douce du Carla. Couches à *Crassatella Plumbea* et *Fusus longævus*.	Sables de Beauchamp. Calcaire grossier supérieur.
		Calcaire à *Linthia insignis* et à nummulites.	Calcaire grossier moyen.
		Couches à *Ostrea stricticostata* et *Fusus bulbiformis*.	
	10	Marnes bleues.	Calcaire grossier inférieur.
	9	Calcaire à *Spondylus Claldesensis* et à échinides.	
ÉOCÈNE INFÉRIEUR	8	Calcaire à alvéolines et à *Nerita schmiedelliana*.	
	7	Marnes et poudingues à cérithes turritelles et *Nerita schmiedelliana*.	Sables de Cuise-la-Motte à *Nerita schmiedelliana*.
	6	Calcaire à *Echinanthus*, bryozoaires et *lithothalmium* ; marnes et conglomérats des Corbières à *Cerithium turris*.	Argile plastique à *Cerithium turris*, du Soissonnais ; Conglomérat de Cernay ; poudingue de Nemours.
	5	Calcaire lacustre. Couches supérieures à *Micraster tercensis*.	
	4	Couches inférieures à *Echinantus* et à *lithothalmium*. Calcaire à *Cerithium unisulcatum*. Calcaire lacustre à grandes physes. Calcaire marneux à miliolites.	Calcaire de Rilly à grandes physes. Sables de Bracheux. Marnes de Meudon.
	3	Couches inférieures à *Micraster tercensis*.	Calcaire de Mons à Cerithium unisulcatum.
DANIEN	2	Calcaire lithographique.	Craie de Faxe et de Saltholm.
	1	Marnes rouges.	

M. G. ROLLAND,

Ingénieur au Corps des Mines, à Paris.

GÉOLOGIE DE LA TUNISIE CENTRALE, DU KEF A KAIROUAN.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Le Ministère de l'Instruction publique m'ayant chargé de la partie géologique dans la mission de l'exploration scientifique de la Tunisie, je me suis proposé, comme un des objectifs de ma première campagne (1885)[1], de dresser une grande coupe au travers de toute la Tunisie centrale, du nord-ouest au sud-est, à peu près perpendiculairement à la direction générale des lignes d'affleurement et de relief de l'Atlas tunisien.

Mon point de départ, du côté de l'Algérie, à l'ouest, a été le Kef, un des points extrêmes qu'avaient atteints les explorations dirigées, il y a déjà un certain nombre d'années, par M. Tissot, ingénieur en chef des mines à Constantine, hors de la frontière algérienne, sur le territoire tunisien[2]. Du Kef, je suis allé à Souk-el-Djemma et la Hamada-el-Kessera, au sud-est, puis sur le Djebel Ousselet et Kairouan, à l'est-sud-est; de Kairouan, j'ai ensuite gagné Sousa et atteint le littoral méditerranéen à 200 kilomètres environ, à vol d'oiseau, de mon point de départ.

J'étais accompagné par mon camarade M. Aubert, ingénieur des mines à Tunis.

Je résumerai ici les principaux résultats de cette exploration, sauf en ce qui concerne la dernière partie, de Kairouan à la mer, et je ferai connaître la constitution géologique des régions parcourues du Kef à Kairouan, soit sur une longueur de 150 kilomètres. Ces régions étaient entièrement nouvelles au point de vue géologique, sauf les environs du Kef, déjà visités par M. le docteur P. Marès, en 1884[3], et et antérieurement par M. Tissot, ainsi que je viens de le dire.

1. J'ai consigné les résultats principaux de cette campagne dans trois communications à l'Académie des sciences, en dates du 7 décembre 1885, du 7 juin 1886 et du 28 février 1887.

2. M. Tissot a laissé une carte géologique manuscrite, au $\frac{1}{400\,000}$, de la frontière tunisienne, allant à l'Est jusqu'au méridien du Kef.

3. P. Marès, *Sur la géologie des environs du Kef.* (Comptes rendus de l'Académie des sciences, 28 juillet 1884.)

Les fossiles recueillis ont été déterminés par M. Douvillé, auquel j'exprime de nouveau tous mes remerciements. M. Munier-Chalmas a eu l'obligeance d'entreprendre l'étude approfondie des Nummulites, qui lui ont fourni les indications importantes qu'on lira plus loin. Enfin les Echinides ont été soumis à M. Gauthier.

Les formations géologiques que j'ai rencontrées du Kef à Kairouan sont, du haut en bas, sans parler des alluvions et des atterrissements quaternaires :

1° Terrains d'eau douce des environs de Constantine, mio-pliocènes et pliocènes (Djebel Zafran et Djebel Lorbeus);

2° Miocène à *Ostrea crassissima* (Le Kef);

3° Grès et marnes gypsifères de l'Eocène (est de la Tunisie centrale);

4° Calcaires nummulitiques de l'Eocène moyen et inférieur (Tunisie centrale proprement dite);

5° Terrains crétacés supérieurs du Sénonien.

Ce sont les couches sénoniennes qui dominent de beaucoup dans les massifs montagneux de ces régions, et qui constituent le substratum général de la Tunisie centrale, avec une série de plissements et de soulèvements, dont l'étude stratigraphique offre un réel intérêt.

Cet étage comprend un puissant massif de calcaires à Inocérames, compactes ou grenus, blancs ou gris clair, et de marnes grises, gris jaune, noirès; les couches calcaires et marneuses forment de nombreuses alternances, et présentent une stratification toujours très nette, les calcaires dominant vers le haut de l'étage, et les marnes vers le bas, celles-ci sur de grandes épaisseurs. La puissance visible de l'étage dépasse 300 mètres.

Par place, les massifs sénoniens sont couronnés par des assises épaisses et grossièrement stratifiées de calcaires compactes subcristallins et très durs, pétris de Nummulites, donnant lieu, çà et là, sur les parties les plus élevées du relief, à de grands entablements, légèrement concaves et coupés à pic sur leur pourtour (Dyr-el-Kef, Hamada-el-Kessera), ou à des pitons abrupts et saillants (Kalaa-el-Harrath), témoins épars qui s'aperçoivent à de grandes distances et impriment au paysage son cachet le plus saillant.

Il n'y a pas discordance apparente de stratification, du moins dans les coupes de détail, entre ces assises nummulitiques et les couches sénoniennes sous-jacentes, et même dans la coupe d'ensemble de la Tunisie centrale, la discordance générale de transgressivité entre les formations nummulitiques et crétacées n'apparaît pas clairement.

Les Inocérames sont très abondants dans les calcaires sénoniens, et

souvent de grande taille; ils se rapportent, en général, à l'*I. Cripsi*, Mantell, à l'*I. regularis*, d'Orb., etc.

En outre, on trouve, vers le haut de l'étage, l'*Heteroceras polyplocum*, Ræm, fossile caractéristique du Sénonien supérieur. M. Marès l'avait déjà signalé au Kef, et, à ce propos, M. Hébert avait insisté sur tout l'intérêt qu'il y avait à retrouver ainsi, au nord de l'Afrique, le prolongement de l'horizon remarquable des Céphalopodes connus à Tercis (près de Dax) et à Haldem (Wesphalie), lequel correspond exactement à la Craie à *Belemnitella mucronata* de Meudon.

On sait qu'en Algérie également, M. Péron a signalé des Céphalopodes dans le Sénonien.

Pour ma part, j'ai recueilli l'*Heteroceras polyplocum*, non seulement au Kef, mais encore en d'autres points entre le Kef et la Kessera. J'ai constaté qu'il était surtout abondant dans les niveaux les plus élevés des calcaires sénoniens, par exemple, à 50 kilomètres au sud-est du Kef, près de Souk-el-Djemma, sur le plateau du Djebel-Harazza.

Moins haut dans l'étage, non loin de Zanfour, j'ai rencontré, dans des calcaires marneux jaunâtres, un beau gisement de fossiles, où M. Aubert et moi avons recueilli, avec les Inocérames, l'*Ammmonites robustus*, *Het. polyplocum*, var, des crosses d'autres Céphalopodes rappelant l'*Anisoceras (Hamites) alternatum*, Mantell, des Térébratules et le *Micraster aïchensis*, Gauthier.

Notons aussi, mais beaucoup plus bas dans l'étage, dans les marnes inférieures, à l'est de Souk-el-Djemma, *Rhynconella limbata*, *Micraster Peini* (?) et de petits polypiers.

Passons maintenant à la formation superposée des calcaires nummulitiques de la Tunisie centrale.

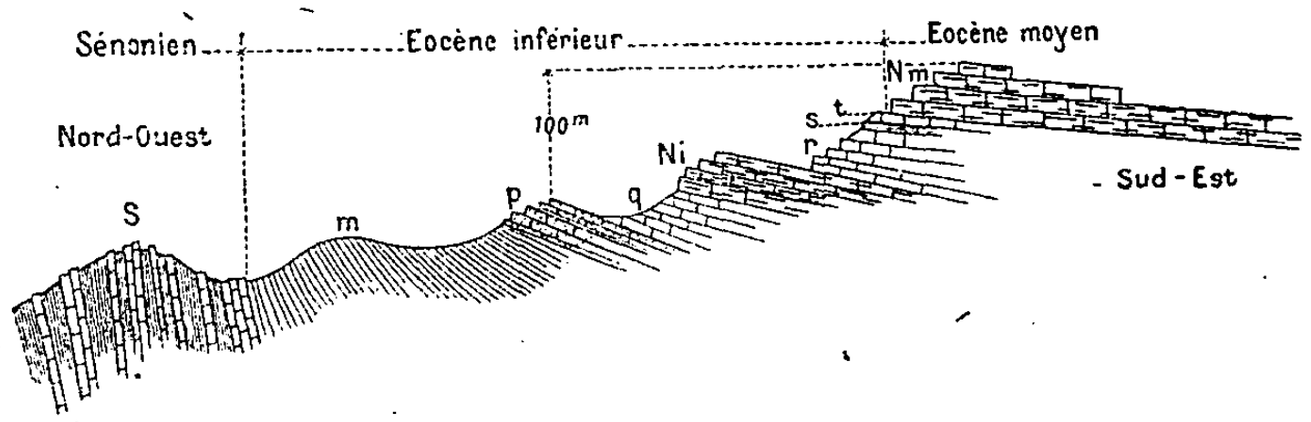
Leur étude ne pouvait manquer d'être intéressante, arrivant à un moment où les connaissances sur les formations nummulitiques qui affleurent sur tout le pourtour du bassin méditerranéen viennent de faire de grands progrès.

On sait aujourd'hui que le Nummulitique méditerranéen présente des localisations remarquables. L'Espagne, les Baléares, les Alpes vénitiennes, la Hongrie, l'Istrie et la Dalmatie forment une première région naturelle au point de vue des Nummulites. L'Arabie et l'Égypte forment une seconde région avec des espèces et des variétés spéciales.

Quant aux Nummulites d'Algérie, elles sont encore bien peu connues, ou, du moins, n'ont pas encore été l'objet de recherches scientifiques de ce genre : mais d'après celles que j'ai rapportées de Tunisie, il y aura lieu de distinguer, pour l'Algérie et la Tunisie, une troisième région naturelle, avec certaines espèces tout à fait spéciales.

Voici, en effet, les résultats des déterminations de M. Munier-Chalmas sur mes exemplaires de Nummulites de Tunisie, lesquels proviennent :

1° Du plateau du Dyr-el-Kef; 2° du grand piton du Kalaa-el-Harrath, à 50 kilomètres au sud-est du Kef; 3° du grand plateau de la Hamada-el-Kessera, à 25 kilomètres au-delà, à mi-distance entre le Kef et Kairouan.



COUPE DÉTAILLÉE DU FLANC NORD-OUEST DU DYR-EL-KEF

Nm. Calcaires gris cristallins à Nummulites de l'Eocène moyen. — *t*. Calcaire gris subcristallin à *Ostrea strictiplicata*. — *s*. Calcaire marneux blanc jaunâtre à *O. strictiplicata* et *Petalaster Maresi*. — *r*. Calcaires blancs grossiers. — *Ni*. Calcaires gris cristallins à Nummulites de l'Eocène inférieur. — *q*. Calcaires blanc grisâtre grenus ou cristallins, avec petites Térébratulines. = *p*. Calcaires phosphatés brun clair, avec petites Nummulites et Térébratulines. — *m*. Marnes argileuses noires. — *S*. Calcaires blancs et marnes grises à Inocérames et *Heteroceras polyplocum*.

I. Dyr-el-Kef. — La figure ci-jointe donne la coupe détaillée du flanc nord-ouest du plateau du Dyr-el-Kef, telle que je l'ai relevée en 1885. On voit qu'il y a lieu de distinguer, dans la partie supérieure de cette coupe, deux niveaux différents de calcaires à Nummulites, *Ni* et *Nm*.

Ni. — Niveau d'un calcaire gris clair, cristallin, formé d'une grande Nummulite d'espèce nouvelle, rappelant *N. distans*, Deshayes, de l'Eocène inférieur.

Nm. — Au dessus, niveau distinct de calcaires cristallins formés essentiellement de *Nummulites Rollandi*, espèce nouvelle, que décrira M. Munier-Chalmas, voisine de *N. irregularis* de Crimée, mais avec les derniers tours de spires très serrés; les calcaires de ce niveau renferment, en outre, une espèce plus rare qui n'est qu'une variété de *N. Zitteli*, laquelle a été rapportée par de La Harpe aux races des *N. Gizehensis*, si abondantes en Egypte dans les calcaires du Mokattam et de la pyramide de Gizeh, à la base de l'Eocène moyen, sur l'horizon du Calcaire grossier inférieur des environs de Paris.

C'est entre ces deux niveaux distincts de calcaires à Nummulites, et, par conséquent, vers la limite de l'Eocène inférieur et de l'Eocène moyen, que se place l'assise marneuse blanc jaunâtre *s* que M. Márès

avait notée comme très fossilifère [1], mais qu'il avait rattachée au Sénonien. J'y ai recueilli, avec M. Aubert, les mêmes petites échinides *Pseudopygaulus (Petalaster) Maresi*, Cotteau, et, de plus, l'*Ostrea strictiplicata*, Raulin.

A l'intérieur de la cuvette que figure le plateau du Dyr-el-Kef, se trouvent encore d'autres calcaires grossiers ou marneux avec *O. strictiplicata*, qui représentent les niveaux les plus élevés de l'Eocène du Kef, et qui sont recouverts eux-mêmes par un lambeau de Miocène à *O. crassissima* [2].

II. Kalaa-el-Harrath. — Grande Nummulite d'espèce nouvelle, paraissant appartenir au groupe de *N. planulata*, et, par suite, à l'Eocène inférieur.

III. Hamada-el-Kessera. — Niveau inférieur : calcaire cristallin avec Nummulites très voisines de *N. planulata*, groupe surtout développé dans l'Eocène inférieur, existant également dans les Pyrénées (Chalosse).

Niveau supérieur : calcaire grossier à *N. Rollandi*, Munier-Chalmas, mss., espèce nouvelle appartenant, d'après ce qui précède, à l'Eocène moyen; les mêmes couches renferment en abondance de grands exemplaires d'*Ostrea pyrenaïca*, d'Orb. (*O. Gigantea*, Leym.).

Une conclusion importante qui résulte de cette étude des Nummulites de la Tunisie centrale, c'est qu'il existe de l'Eocène inférieur, aussi bien que de l'Eocène moyen, dans ces régions : l'Eocène inférieur ne manque nullement, comme il avait semblé d'abord. Cette conclusion concorde avec les travaux les plus récents sur d'autres points du bassin méditerranéen; on sait, en effet, que la présence de la *N. planulata* (Eocène inférieur) a été reconnue par MM. Jacquot et Munier-Chalmas dans les Pyrénées [3], par M. Vasseur à Saint-Palais (Aquitaine), [4] par M. Munier-Chalmas en Istrie, au dessous de la *N. lævigata* (base de l'Eocène moyen) [5], et par M. Fraas en Égypte, au-dessous de la *N. perforata* (Eocène moyen) [6].

1. Couche E de la note ci-dessus mentionnée de M. Marès.
2. Cette coupe, dont les différents niveaux étaient nettement indiqués dans ma communication du 7 juin 1886 à l'Académie des sciences, concorde avec celle que mon collègue de mission M. Le Mesle a relevée au cours d'une exploration postérieure, en 1887.
3. Comptes rendus de l'Académie des sciences, 31 mai 1885.
4. *Annales des Sociétés géologiques*, 1885.
5. *Bulletin de la Société géologique*, 1885.
6. De La Harpe, *Numm. de la Suisse*.

Il se confirme donc que l'Eocène inférieur s'est déposé, en certains points, sur le pourtour de la Méditerranée, l'Eocène moyen étant, d'ailleurs, avec lui en pleine discordance de transgressivité.

Du reste, il existe encore dans la Tunisie centrale, au dessous des calcaires à Nummulites proprements dits de l'Eocène inférieur, entre ceux-ci et les calcaires sénoniens à Inocérames et à *Heteroceras polyplocum*, un autre système de couches qui appartient lui-même à l'Eocène inférieur et représente un niveau plus bas dans cet étage : ce sont des calcaires grenus brunâtres, durs et parfois fissiles, avec petits fossiles phosphatés, nombreuses dents de squales et petites térébratulines au têt nacré; ils renferment parfois aussi de petites Nummulites.

D'une manière générale, ces calcaires se font remarquer par une certaine teneur en acide phosphorique, et ils correspondent évidemment aux gisements de phosphate de chaux avec nodules, coprolithes et ossements de squales, que mon collègue de mission, M. Thomas, a découverts, d'autre part, dans le sud de la Régence [1]. Dans le Sud, les calcaires à Nummulites manquent complètement; mais on y trouve une puissante formation des marnes gypsifères et de calcaires gréseux ou marneux à silex, avec lumachelles, qui constitue l'Eocène inférieur, ou Suessonien, de ces régions, et c'est dans cette formation que se place la couche de marnes sableuses à phosphorites, dont M. Thomas a signalé l'importance et l'extension.

Il est intéressant, au point de vue géologique, de constater que cet horizon phosphaté se prolonge dans la Tunisie centrale, bien qu'il y soit atrophié et inutilisable au point de vue pratique. Le faciès calcaire remplace ici le faciès marneux du Sud.

Si l'on se rapporte à la coupe du Kef (figure ci-jointe), on voit que le niveau en question y est représenté par un groupe p de couches de calcaires phosphatés avec petites Nummulites et Térébratulines; d'après l'analyse des échantillons rapportés par M. Thomas, ces calcaires ne renferment ici, en moyenne, que 5,5 % de phosphate tribasique de chaux. Au-dessous se place encore un massif m de marnes suessoniennes, argileuses et noires, qui représentent la base même de l'Eocène inférieur du Kef, et qui reposent sur les calcaires sénoniens.

A l'est du Kef, les marnes inférieures disparaissent, et, au centre même de la Tunisie, les calcaires phosphatés s'interposent seuls entre

1. P. Thomas, *Sur la découverte de gisements de phosphate de chaux dans le sud de la Tunisie.* (Comptes rendus de l'Académie des sciences, 7 décembre 1885 et 9 mai 1887.)

les calcaires à Nummulites et les calcaires sénoniens. D'après les échantillons recueillis par moi et analysés au bureau d'essai de l'École des Mines, sous la direction de M. Carnot, ces calcaires ne renferment que 5,80 % de phosphate à la Kalaa-el-Harrath et 3,60 % à la Hamada-el-Kessera, où ils n'ont plus, d'ailleurs, que 2 à 3 mètres d'épaisseur.

Plus à l'est, les calcaires à Nummulites proprement dits, dont la puissance va en diminuant du Kef à la Kessera, manquent entre la Kessera et Kairouan. Mais les calcaires phosphatés du niveau sous-jacent se poursuivent de ce côté en augmentant d'importance : on y trouve, du reste, encore quelques Nummulites, mais rarement et accidentellement. Ces calcaires, généralement très durs, couronnent et flanquent le grand massif du Djebel Ousselet, et, au delà, ils constituent les dernières murailles rocheuses avant la vaste plaine de Kairouan. Au Djebel Fedja, ce groupe de couches renferme beaucoup de petits gastéropodes, dont un genre voisin des *Bellerophina* de la Craie, des Volutes, etc.; ces petits fossiles sont entièrement transformés en phosphate tribasique de chaux, et la roche elle-même renferme 22,6 % de phosphate.

Enfin, il me reste à parler d'une autre formation de nature différente, qui appartient encore à l'Eocène, mais qui, à l'inverse des calcaires à Nummulites, manque dans le centre de la Tunisie et règne seulement dans la partie orientale de l'itinéraire du Kef à Kairouan : c'est une puissante formation de grès jaunes et de marnes brunes gypsifères, qui présente vers la base des bancs de calcaires-lumachelles, où se trouvent associées en égale abondance l'*Ostrea strictiplicata,* Raulin (*O. Bogharensis,* Nicaise[1]), et un *Ostrea* déjà signalée dans l'Eocène d'Égypte sous le nom d'*O. Clot-beyi,* Bellardi.

Cette formation, qui est développée entre la Kessera et Kairouan, où sa puissance atteint un millier de mètres, repose régulièrement en concordance sur les calcaires phosphatés de l'Eocène inférieur. Mais elle cesse vers l'ouest, lorsque les calcaires à Nummulites de l'Eocène inférieur et moyen apparaissent; j'ajouterai cependant qu'elle se rencontre encore, par suite de failles, dans la région de Makter, entre la Kessera et la Kalaa-el-Harrath, avec calcaires à Nummulites de l'Eocène moyen dans les régions environnantes.

Il y a là un changement latéral de faciès important à noter, sans qu'on puisse d'ailleurs préciser, d'après les indications stratigraphiques qui précèdent, à quel étage de l'Eocène correspond cette grande formation de grès et de marnes nummulitiques de l'est de la Tunisie centrale : on peut dire seulement que stratigraphiquement

1. Souvent désignée à tort, en Algérie, sous le nom d'*O. multicostata*.

elle semble se placer, en ce qui concerne sa partie inférieure, du moins, sur l'horizon des calcaires à Nummulites de l'Eocène moyen. Mais, d'autre part, les fossiles qui ont été recueillis ensuite dans la même formation au Djebel Cherichira (au sud-est du Djebel Ousselet) par M. Thomas, d'abord, en 1886, puis par M. Errington de la Croix, en 1887[1], montrent que la partie supérieure de la formation, tout au moins, appartient à l'Eocène supérieur.

C'est la même formation de grès et de marnes nummulitiques que j'ai signalée, plus au nord, entre la grande faille de Zaghouan et la plaine littorale de Dar-el-Bey[2], où elle est accompagnée d'une autre formation de molasses miocènes, avec laquelle il importe de ne pas la confondre, et je présume que c'est la même encore qui constitue, au nord-est de la Tunisie, les principaux reliefs de la presqu'île du cap Bon et, au nord, tout le massif montagneux de la Khroumirie, où M. Vélain a trouvé, sur le littoral, les mêmes bancs de lumachelles à *O. strictiplicata,* traversés ici par des microgranulites éruptives.

Cette formation de grès et de marnes nummulitiques jouerait donc un rôle prédominant dans la géologie d'une partie de la Tunisie.

Notons, en terminant, que les grès de Khroumirie se poursuivent dans le nord de la province de Constantine, où ils règnent également sur de grandes étendues et sur de grandes épaisseurs, et que ces grès, généralement dépourvus de fossiles, sont considérés par les géologues algériens comme appartenant au Nummulitique supérieur[3].

M. Jules **BERGERON**,

Ingénieur des arts et manufactures, à Paris.

ÉTUDE GÉOLOGIQUE DE LA PARTIE S.-O. DE LA MONTAGNE NOIRE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Le massif montagneux qui s'étend de Castelnaudary à Lodève porte les différents noms de montagne Noire, d'Espinouse, de Saumail et de

1. E. de la Croix, *Sur la géologie du Cherichira* (Comptes rendus de l'Académie des sciences, 8 août 1887).

2. G. Rolland, *Sur la montagne et la grande faille du Zaghouan* (Comptes rendus de l'Académie des sciences, 7 décembre 1885).

3. J. Tissot, *Texte explicatif de la carte géologique au $\frac{1}{800\,000}$ du département de Constantine,* 1881.

Caroux; mais il présente, au point de vue de sa constitution géologique, une unité telle qu'on ne peut y faire les distinctions admises en géographie, et l'on est en droit de le désigner tout entier sous le nom de *Montagne Noire*, qui est celui de la plus grande chaîne.

Ainsi que je l'ai déjà dit dans une précédente communication[1], la montagne Noire ainsi définie est constituée par un vaste pli anticlinal de gneiss sur les versants duquel reposent les terrains paléozoïques. Ceux-ci ne sont pas partout également dévelòppés. Ils forment d'une manière générale des bandes parallèles à la direction du massif. et disparaissent vers l'E. et le S.-E. sous les dépôts secondaires et tertiaires, tandis que vers le S.-O. les sédiments tertiaires ont empiété sur les sédiments secondaires et primaires, et reposent directement sur les gneiss. Je ne m'occuperai ici que de cette dernière région, que les membres de l'Association ont eu occasion de traverser dans la course à la Rigole au bassin de Lampy et à Carcassonne.

Les gneiss appartiennent au type des gneiss granulitiques. Parfois, la granulite y forme des nodules avec grands cristaux d'orthose au centre : c'est ce qu'on peut voir dans la montée de Revel à Saint-Féréol. Bien souvent, ils passent au type désigné par Cordier sous le nom de *leptynite des gneiss*. Cette dernière variété se rencontre en montant du bassin de Saint-Féréol à Lagarde. On trouve d'ailleurs toutes les autres variétés de gneiss granulitique : le gneiss à grenats. le gneiss à sillimanite, probablement aussi le gneiss à cordiérite, bien que je n'aie pas trouvé des cristaux de ce dernier minéral assez bien conservés pour pouvoir être affirmatif relativement à sa présence.

C'est à cet étage qu'il faut rapporter les amphibolites de Sales que l'on voit, intercalées au milieu des gneiss, sur la route de Saint-Amans à Caunes. Les amphibolites sont d'ailleurs très fréquentes à ce niveau : je les ai rencontrées à Carmaux et dans tout le massif ancien du Rouergue.

Sur ces gneiss reposent en stratification concordante des schistes à séricite. Il semble en bien des points, et notamment sur la route de Revel aux Cammazes, au début de la montée, qu'il y ait passage de ces schistes à séricite aux gneiss granulitiques. Parfois ces schistes renferment des minéraux et prennent alors le faciès que l'on a désigné sous le nom de *schistes à minéraux*. Le minéral le plus abondant est l'andalousite : on la rencontre en cristaux de toutes dimensions, depuis celle de fines aiguilles jusqu'à celle de cristaux de 5 millimètres. La staurotide y est très rare, et jusqu'ici je ne l'ai pas vue en grands cristaux.

1. *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 21 février 1887.

Des calcaires plus ou moins cristallins reposent également en concordance sur ces schistes. Leur degré de cristallinité dépend de l'action métamorphique des roches éruptives. C'est le même niveau que MM. Jacquot et Caralp ont signalé dans les Pyrénées et que M. Péret a rencontré en Corse.

Cette série des schistes à séricite et des calcaires cristallins se rencontre surtout vers la partie centrale de la montagne Noire. Dans cette région se voient alignés, suivant la même direction que celle du massif, des lentilles de schistes à séricite avec calcaire pincés dans des plis synclinaux des gneiss granulitiques. Dans la partie S.-O. de la montagne Noire, ces schistes et ces calcaires sont très développés et occupent une grande surface; mais, plus vers l'E., leur importance diminue et ce ne sont plus que des lambeaux assez espacés les uns des autres. Ils ont été signalés par M. de Rouville, dans sa carte géologique de l'Hérault, sous le nom de *calcaires subordonnés aux gneiss;* ils se voient, notamment, en plusieurs points dans les environs de La Salvetat.

Cette série a subi, ainsi que je l'ai déjà dit, des actions métamorphiques de la part des nombreuses roches éruptives qui ont sillonné le massif de la montagne Noire. C'est d'abord le granite à microcline, la granulite, la pegmatite et les filons de quartz qui en dérivent qui ont amené dans les schistes la production des cristaux d'andalousite, de sillimanite, etc. D'autre part, les calcaires renferment, au voisinage de ces mêmes roches, du grenat, de la trémolite, de l'actinote. C'est une série parallèle à celle que MM. Lévy et moi avons rencontrée dans la serrania de Ronda. Les diabases andésitiques à structure ophitique ont également métamorphisé ces calcaires et les ont transformés en cornes vertes, dont quelques-unes sont remarquables par le développement des cristaux de pyroxène. La localité où se voient les plus belles cornes vertes se trouve près du village du Fraysse, à l'est de la Salvetat d'Anglès. Ces diabases ophitiques se montrent en pointements traversant tantôt la série cambrienne, tantôt la série dévonienne sur les deux versants de cette chaîne. Les centres d'éruption sont Lacaune sur le versant septentrional et Poussarou sur le versant méridional.

Les porphyrites micacées et les orthophyres se montrent en plusieurs points, mais sont peu développés dans la région S.-O.

Dans la partie orientale de la montagne Noire, outre les roches déjà citées qui y sont très développées, on rencontre des microgranulites (route d'Avesnes au Bousquet d'Orb) avec des porphyroïdes (Graissessac) qui en dérivent. Ces porphyroïdes sont identiques aux roches similaires de l'Ardenne.

Toutes ces roches éruptives sont alignées suivant la direction géné-

rale de la montagne Noire, c'est-à-dire N. 60° E. Comme elles sont toutes ante-carbonifères ou carbonifères, il faut admettre que si la montagne Noire n'existait pas encore comme massif montagneux, du moins, elle était déjà le théâtre de dislocations avant l'époque carbonifère. D'ailleurs, la répartition des différents terrains sur les versants N. et S. de la montagne Noire, montre bien qu'avant l'époque carbonifère, probablement même, avant le Dévonien supérieur, la mer était déjà cantonnée sur le versant méridional.

Ce n'est qu'à la fin de la période crétacée et durant une grande partie de la période tertiaire que la région S.-O. de la montagne Noire s'est trouvée de nouveau sous les eaux. Alors s'est déposée toute une série de calcaires et de marnes représentant le Calcaire grossier supérieur, les sables de Beauchamp, le gypse et enfin les marnes à *Limnæa strigna*. Ces calcaires et ces marnes se voient dans la plaine de Revel et au niveau même du bassin de Saint-Féréol; là, les calcaires reposent directement sur le gneiss granulitique qui forme un pli synclinal au fond duquel se trouve le bassin.

Tout à fait à l'extrémité de la montagne Noire, les gneiss disparaissent sous les grès à Lophiodon si connus par la belle forme qu'on y a reconnue à Issel. Plus vers l'Est, ce sont les calcaires nummulitiques inférieurs aux grès d'Issel. Enfin, encore plus à l'Est, ce sont les calcaires de Montolieu que M. Tournouër assimilait au calcaire de Rilly et que d'autres auteurs rapportent au Danien supérieur. L'allure de tous ces différents horizons indique que la mer qui les a déposés n'a empiété que fort peu sur la montagne Noire et ne l'a jamais recouverte.

Nulle part les dépôts miocènes n'apparaissent sur les flancs de ce massif; ils ne se voient que dans la plaine de l'Aude où ils sont en stratification presque horizontale.

Les derniers mouvements du sol se sont donc produits dans cette région avant l'époque miocène et l'âge de la montagne Noire est donc antérieur au Miocène contrairement à l'opinion de Dufrénoy et E. de Beaumont qui prétendaient que cette chaîne s'était formée postérieurement à cette époque, puisque, disaient-ils, les dépôts miocènes s'y voyaient fortement redressés.

M. LETELLIER,

Conservateur du Musée d'Alençon.

CARTE GÉOLOGIQUE DES DEUX CANTONS D'ALENÇON.

— Séance du 26 septembre 1887. —

J'ai dressé et présenté à l'Association française la carte au 20,000e des deux cantons d'Alençon. Je l'ai réduite au 80,000e pour faciliter la publication (pl. XII et XIII). J'ai dû, en conséquence, supprimer beaucoup de détails relevés sur le terrain.

La carte géologique de cette partie du département de l'Orne a été faite, il y a un demi-siècle, par Élie de Beaumont, Boblaye et Blavier. Mais la carte géologique de la France est à très petite échelle; la carte de l'arrondissement d'Alençon au 40,000e de Boblaye, n'a pas été publiée, et celle de Blavier, à petite échelle, est très sommaire et fort inexacte pour cette partie du département.

J'ose donc espérer que mon travail, tout imparfait qu'il est, ne sera pas inutile à la science, et pourra rendre quelques services à ceux qui entreprendront de le perfectionner.

Les deux cantons d'Alençon sont situés dans le bassin de la Sarthe, au fond d'un ancien golfe resserré entre les hauteurs des forêts nationales de Perseigne et d'Écouves. Le Centre et l'Est font partie d'une vaste plaine jurassique de 140 à 160 mètres d'altitude, coupée par des vallées d'érosion peu profondes et couverte de cultures et de pâturages. Le reste, formé de terrains anciens et beaucoup plus accidenté, se compose de collines boisées, atteignant jusqu'à 417 mètres d'altitude et entremêlées de petites plaines cultivées.

Ainsi placés à la limite des séries primaire et secondaire, nos deux cantons renferment une assez grande variété de terrains que je vais décrire sommairement.

ROCHES ÉRUPTIVES.

1° *Granite.*

Je commence par le granite qui a, ici, une importance toute spéciale.

Le granite forme chez nous trois massifs : à Alençon, à Saint-Céneri, à La Lacelle.

Le massif d'Alençon occupe un quadrilatère de 7 kilomètres du N. au S., et 6 de l'E. à l'O.; mais il est en partie recouvert par les terrains jurassiques. Il affleure dans les vallées de la Sarthe et de ses affluents à l'O. d'Alençon, sans former de protubérance sensible; ailleurs, sous la ville et la plaine, on le rencontre presque partout à 10 ou 15 mètres de profondeur.

Le granite d'Alençon est à mica blanc, avec mica noir moins abondant, et accidentellement, des cristaux de grenat, d'albite, de tourmaline et de béryl. C'est un des meilleurs types de la *Granulite* (Michel Lévy *in Géol. de la Sarthe*, page 369). Certaines parties sont pegmatoïdes, et fournissent les cristaux de quartz enfumé appelés *Diamants d'Alençon*.

En nombre de points, la décomposition superficielle du granite a produit des lentilles de *kaolin*. Ce kaolin, trop impur pour la porcelaine, est exploité seulement pour les poteries et les tuileries. Guettard l'a mentionné dans le premier volume de ses Mémoires, cinquième mémoire. Les principaux gisements sont à Montpertuis, à Pont-Percé et à Chauvigni. Deux masses puissantes existent sous Alençon; l'une au N., à 10 mètres de profondeur, l'autre au S., à 4 ou 5 mètres.

Le granite d'Alençon fournit d'excellente pierre de taille dès qu'on le prend à quelques mètres au-dessous de la surface altérée. Il est gris bleuâtre à l'état frais; mais il brunit assez vite à l'air, sans jamais se couvrir de taches de rouille. On l'exploite dans une dizaine de carrières où travaillent plus de quatre cents ouvriers, dont le salaire varie de 3 à 6 francs par jour.

Le massif de Saint-Céneri est au S. des cantons, et s'étend fort loin dans la Sarthe et la Mayenne. Il est composé de *microgranulite*, et ne donne lieu à aucune exploitation suivie.

Le massif de la Lacelle occupe la moitié des trois communes de la pointe O. des cantons. La roche renferme une forte proportion d'amphibole et se décompose plus vite et plus profondément que la granulite d'Alençon. Le centre des blocs est bleuâtre et très dur; mais à l'air, il se recouvre de taches de rouille.

D'après M. de Lapparent (*Traité de Géol.*, page 1302), la granulite d'Alençon est de l'époque dévonienne, comme celle du Mont-Saint-Michel. Les deux autres massifs sont postérieurs.

2° *Porphyre quartzifère.*

Avec le granite, la contrée n'a pas d'autre roche éruptive qu'un pointement de Porphyre quartzifère dans la commune de la Roche-Mabile. Ce pointement, formé d'une belle pierre rougeâtre, n'occupe pas 10 mètres carrés à la surface du sol. Il fait partie de l'éruption porphyritique qui a déterminé le soulèvement de l'arête silurienne d'Écouves.

SÉRIE PRIMAIRE.

1° *Cambrien.*

A sa partie inférieure, le cambrien repose directement sur les granites. Nous n'avons donc pas de terrains primitifs.

Il se compose de phyllades bleuâtres, assez durs, peu fissiles, et de grauwakes roussâtres, tantôt compactes, tantôt à couches alternativement roussâtres ou blanchâtres, leur donnant un aspect rubané. On le trouve ainsi à La Lacelle et à la Roche-Mabile. C'est l'équivalent des Phyllades de Saint-Lô. Il est dépourvu de fossiles.

Au voisinage du granite, le Phyllade devient noduleux, par la formation de noyaux noirâtres, premier état des prismes de mâcles, d'où le nom de *schistes mâclifères;* dans le même cas, la Grauwake se charge de mica et devient le *schiste micacé*. C'est ce qu'on voit entre Saint-Denis et La Lacelle, à l'ouest de la carte.

Tout l'ensemble penche vers l'O. et le S.-O. plongeant au N.-E. environ, et doit avoir une puissance considérable, car les couches sont très redressées, et occupent 5 à 6 kilomètres dans le sens de la pente.

A l'E. des schistes mâclifères et micacés, entre Saint-Denis et Condé-sur-Sarthe, s'étend un vaste plateau d'un micaschiste très variable dans son aspect extérieur, mais qui paraît ne former qu'un seul système profondément modifié par la granulite d'Alençon. visible ou sous-jacente.

Les couches penchent à peu près partout vers le S. et le S.-O., presque comme les phyllades, et tout porte à admettre qu'elles leur sont superposées. Malheureusement. le contact est couvert par les éboulis du grès armoricain.

Au village du Tertre, S. de Condé, la roche repose directement sur la granulite, et le plan commun penche un peu vers le N.; mais bientôt la pente se fait au S.-S.-O., et l'on peut étudier le dépôt

sur une distance de 10 à 12 kilomètres, du N. au S., dans l'Orne, puis dans la Sarthe.

Au Tertre, la roche est presque cristalline, à bandes parallèles de feldspath et de mica, avec noyaux de quartz; elle ressemble tellement au Gneiss, que presque tous ceux qui en ont parlé l'ont désignée sous ce nom. La Société géologique, qui la vit en 1837, l'appella : « Une roche feldspathique et talqueuse..... qui varie du schiste talqueux au gneiss, et du gneiss à l'eurite et au porphyre. »

A mesure qu'on avance vers le S., on trouve des variétés plus tendres, passant même au kaolin ; à la limite des cantons, la roche se résout aisément en argile ; dans la Sarthe, ce n'est plus « qu'un schiste micacé passant quelquefois à l'état de poussière. » (Guillier, *Géol. de la Sarthe*, page 362). M. Guillier ajoute que ce micaschiste n'est sans doute qu'une modification de son étage *Schiste et Grauwake,* qui en fait au S. la continuation immédiate, et qu'il place à la base du silurien.

A Saint-Denis, on trouve des variétés d'une extrême dureté, mais imprégnées de marcasite, et se délitant à l'air en quelques mois. A l'extrême N., le mica est en partie remplacé par l'amphibole. Au S.-O., à la Ferrière, la roche passe à la microgranulite. Partout, elle est chargée de grains de quartz brun et sillonnée de filons de quartz laiteux et de quartz hyalin, offrant parfois de beaux cristaux pyramidés.

2° *Silurien.*

Le système silurien comprend ici le grès armoricain, le schiste à calymènes, les schistes ampéliteux et un grès supérieur.

Grès armoricain. — Le grès armoricain occupe une étendue considérable sur ma carte, et constitue tous les reliefs importants du pays. Il y en a deux massifs, l'un au S., qui se prolonge dans la Sarthe, l'autre au N., qui s'étend dans la Mayenne et les cantons voisins de Carrouges et de Sées.

I. — Le massif du S. forme une arête N.-S. courbée en arc, et de 200 mètres d'altitude. Il repose sur le micaschiste, et présente en quelques endroits, une assez faible puissance.

La roche est un grès grisâtre, ordinairement sans taches, à grains fins, à fragments translucides sur les bords, par conséquent à l'état de *quartzite.* J'y ai trouvé un échantillon de cruziana et des lingules (*Lingula Lesueuri?*) ; Boblaye y cite des Tigillites (Réunion de la S. G. de F., à Alençon, 4 septembre 1837).

Schiste à calymènes. — Le schiste à calymènes forme une bande étroite appuyée dans la concavité du grès précédent. Il a deux facies :

Au S. du bourg de Saint-Barthélemi, c'est un schiste ardoisier grossier, peu fissile, jadis exploité. A Saint-James, dans un bois, au pied d'un monticule de déblais, on voit une fosse toujours pleine d'une eau noire et immobile; on l'appelle l'Ardoisière. Elle est *sans fond*, au dire des habitants; tout passant y doit jeter une pierre, et les désespérés y viennent chercher la fin de leurs souffrances.

Au N., le schiste est une grauwake brune et très micacée, lardée de beaux cristaux d'Andalousite, trop souvent altérés et friables. C'est le schiste à mâcles de Blavier. J'y ai trouvé une bivalve. En un point, le schiste est plus noir, très ferrifère, attirable à l'aimant, et analogue, dit Blavier, à la Chamoisite.

Grès supérieur. — Le schiste à calymène de Saint-Barthélemi supporte un autre grès, absolument azoïque, semblable au grès armoricain, et qu'on ne peut guère reconnaître que par sa position. Guillier, qui le trouve dans la Sarthe à peu de distance, l'appelle *grès silurien*. A sa partie inférieure, ce grès alterne avec des couches de schiste grisâtre, et se macule de tâches rouges ferrugineuses.

II. — Le grand massif de grès armoricain du N. comprend le Mont Souprat, haut de 300 à 417 mètres, dont l'arête sépare l'Orne de la Mayenne, et la longue arête de la forêt d'Écouves, dont nos cantons occupent le versant méridional. Il offre, comme le Souprat, des sommets supérieurs à 300 mètres; l'un d'eux, le carrefour de la Verrerie, atteint également 417 mètres, altitude la plus grande de tout le N.-O. de la France. En dehors et au S. de l'arête, s'élève, isolée, la Butte-Chaumont, haute de 378 mètres. C'est l'éminence la plus apparente du pays.

Les roches de ce massif sont les mêmes que celles du massif S.; cependant on trouve ici, surtout au S., des grès blancs, caverneux, à cassure plane ou conchoïde, et les grès mouchetés de rouge y sont moins rares; il en est de même des Tigillites.

Schistes ampéliteux. — Sur toute la longueur du flanc méridional d'Écouves, s'étend une bande de schiste de largeur variable. Je n'y ai pas vu de schiste à calymènes; mais la série des roches ampéliteuses y est très développée et très variée.

La plus rapprochée du grès est un psammite roussâtre, rubané, en larges plaques de 1 à 10 centimètres d'épaisseur. Au-dessus, vient une grauwake verdâtre, assez tendre; fissurée mais non fissile, et donnant par métamorphisme, une roche noduleuse grisâtre. A Radon, la grauwake est recouverte d'une alternance puissante de marbre schisteux noir et de schiste noir sub-ardoisier. A Saint-Nicolas, il n'y a pas de marbre, mais un schiste bleuâtre, noir à l'intérieur, en feuillets minces, alternant avec des couches interrompues de quartz

lydien très micacé. Çà et là, cet ensemble est bordé d'un schiste noir pyriteux, très altérable, contenant des sphéroïdes aplatis formés de couches alternatives de schiste pyriteux et d'argile. C'est seulement dans ces boules qu'on peut rencontrer quelques fossiles indéterminables, notamment des Cardiola et des Orthocères, indiqués le plus souvent par des trous coniques.

Les limites exactes de ces terrains si variés ne pourront être fixées que par de longues et patientes observations : elles sont trop souvent masquées par les argiles et éboulis du grès armoricain, et les fossés des chemins, seule ressource de l'observateur dans ces pays boisés, n'atteignent que bien rarement la surface des roches sous-jacentes.

3° *Dévonien inférieur.*

Jusqu'ici, le dévonien n'est représenté, dans le département de l'Orne, que par les quatre petits lambeaux de ma carte, alignés de l'O. à l'E., sur quatre kilomètres, dans la commune de Saint-Nicolas-des-Bois. Ils sont isolés les uns des autres, sur le flanc méridional de quatre collines, aux altitudes moyennes de 220 mètres. Ils sont entourés par les schistes ampéliteux sur lesquels ils sont posés.

La roche est une grauwake micacée, noirâtre, à cassure rabotteuse, lardée, aux bons endroits, d'articulations d'encrines, de moules de spirifères et d'orthis Monnieri, de Dalmanites, d'anneaux d'Homalonotus, et plus rarement, de Pleurodictyum problamaticum sans serpule centrale ; mais quelquefois avec une espèce de petite coquille turriculée. (Échantillon au Musée de Caen et dans ma collection.) — Le plus souvent, la roche est azoïque ou n'a que des encrines ; mais elle est facile à reconnaître.

C'est M. de Verneuil qui, le premier, reconnut ce dévonien, en examinant avec M. Triger, les fossiles que j'y avais recueillis.

Les deux cantons ne possèdent rien des étages suivants jusqu'à l'oolithe inférieure.

Malgré cela, de coûteux travaux ont été faits en cette contrée pour y chercher de la houille, à la fin du siècle passé, et même de nos jours. — J'ai démontré (*Bull. de la Soc. linn. et de la Soc. géol. de Normandie* et *Bull. de la Soc. arch. d'Alençon)* qu'on avait travaillé dans les schistes noirs mâclifères, à Saint-Barthélemi ; dans les schistes ampéliteux, à Sées et La Ferrière-Béchet, et dans la grande oolithe, à Sévigny, près d'Argentan, et que le département de l'Orne est complétement dépourvu de terrains carbonifères accessibles.

SÉRIE SECONDAIRE.

1° *Oolithe inférieure ou Bajocien.*

L'Oolithe inférieure revêt deux facies bien différents : l'*Oolithe inférieure siliceuse,* ou *Arkose d'Alençon* et l'*Oolithe inférieure sableuse et calcaire.*

Arkose. — L'Arkose d'Alençon repose immédiatement sur le granite. Elle se compose de roches très variées d'aspect; mais, en général; c'est un grès formé des éléments du granite décomposé, réunis par un ciment siliceux et barytifère. On y voit souvent des nids de barytine, de galène, de blende, de marcasite, de limonite, et des cavités tapissées de cristaux de Quartz hyalin et de Fluorine.

Les flancs du massif sont généralement recouverts de sables rouges avec fossiles en barytine et couches interrompues de grès silico-calcaires contenant des articulations d'encrines et formant passage aux calcaires bajociens ou bathoniens.

Jusque dans les variétés les plus cristallines, on trouve les fossiles ordinaires de l'Oolithe inférieure. Les plus communs sont : *Panopæa subelongata,* d'Orb. — *Pholadomya fidicula,* Sow. — *Astarte elegans et excavata,* d'Orb. — *Lima heteromorpha,* Desl. — *L. proboscidea,* Sow. — *Rhynchonella Wrightii,* Davidson, etc. — *Terebratula peroralis,* Sow., — et *submaxillata,* Davidson, etc., — de grosses Astrées en sulfate de baryte, un Nautile de 30 centimètres de diamètre.

L'Arkose paraît former une espèce de lentille de 4 à 5 kilomètres de diamètre, dont le centre serait aux environs d'Alençon, où l'on observe la partie la plus siliceuse et la plus cristalline. Elle émerge sous la moitié de la ville, dans la vallée de la Briante, et en quelques points isolés, mais voisins. — Sur le pourtour, on la rencontre au fond des puits, sous la grande oolithe jusqu'à Lonray, à 4 kilomètres, et sous les alluvions de la Sarthe en amont d'Alençon.

Les eaux des puits de la ville sont fournies par une couche de sable granitique qui sépare l'Arkose du Granite, à une profondeur de 8 à 10 mètres dans les parties basses.

On peut, il me semble, expliquer la formation de l'Arkose d'Alençon par des sources thermales sous-marines, de l'époque bajocienne, qui auraient lancé leurs eaux saturées de silice au travers du granite décomposé. (*Bull. Soc. linn.,* 3e série, 2e vol.)

Oolithe inférieure calcaire. — L'Oolithe inférieure ordinaire débute généralement par des sables siliceux provenant de la tritura-

tion des quartzites et déposés directement sur le granite. On les rencontre au fond de la plupart des carrières.

Tous les géologues ont visité les grandes carrières de sable siliceux au sud d'Alençon. — Aujourd'hui la coupe est la suivante :

	Terre végétale.	
Grande Oolithe. . .	Plaquettes calcaires roussâtre, à bryozaires	0m20 à 0m30
	Calcaire marneux en blocailles, entremêlé de sable oolithique avec art. d'encrines, bryozoaires	2m00 à 3m00
	Calcaire dur, coquillier, en bancs irréguliers, peu épais.	0m50 à 3m00
Oolithe inférieure..	Sables siliceux jaunâtres et blancs, azoïques.	3m00
	Grès siliceux à ciment calcaire, sans fossiles.	5m00 à 6m00
	Granite.	

Plus au Sud, le sable disparaît, mais le grès semble persister jusqu'à la lisière du Granite, qui formait, de plus, en avant du rivage, de nombreux écueils dans la mer bajocienne. Dans cette partie, le grès est recouvert par places, d'un poudingue à galets de quartz et à ciment calcaire, très dur, où j'ai vu *Belemnites unicanaliculatus*.

On voit ailleurs les mêmes sables, mais sans les grès.

L'Oolithe inférieure se retrouve sur la rive droite de la Sarthe, bordant ou recouvrant le granite, de Saint-Germain à Condé ; puis sur la rive gauche du ruisseau de Cuissai, bordant successivement le granite, le micaschiste et le grès armoricain.

Sur toute cette longue bande, elle est le plus souvent représentée par des calcaires spathiques roussâtres, de dureté variable, constellés de lamelles d'encrines et d'échinodermes, qui les rendent miroitants. Les calcaires spathiques sont quelquefois surmontés ou remplacés par des couches alternatives de calcaires durs, de marnes et de sables calcaires.

Ces calcaires sont caractérisés par les mêmes fossiles que l'Arkose. J'ai vu de plus, à Condé, *Bel. giganteus*. une grande *Pinna, Ceromya bajociana,* d'Orb., et une *Ter. perovalis* de grosseur exceptionnelle.

L'Arkose et l'Oolithe inférieure calcaire sont donc deux dépôts absolument contemporains et juxtaposés.

2° Grande Oolithe ou Bathonien.

Nous n'avons pas le Fuller's earth à Hemithyris spinosa ; mais l'Oolithe miliaire est largement représentée. Elle porte les parties

hautes de la ville et forme toutes les plaines autour d'Alençon, ainsi que celles de Lonrai, Cuissai, Colombiers, Radon et Valframbert. Elle occuperait enfin tout le Centre et l'Est des cantons, si elle n'était çà et là recouverte par des alluvions anciennes et par le callovien. Elle forme, en outre, deux lambeaux isolés vers le S. — Le premier, à Saint-Barthélemi, est à 40 mètres au dessus de le plaine; il a dû être porté à cette hauteur par un soulèvement local relativement récent. Le deuxième, à Mieuxcé, remplit un golfe du micaschiste.

La coupe générale suivante résume assez exactement la composition de nos plaines.

Calcaire en plaquettes à bryozoaires.
Calcaire marneux en blocailles et sables d'oolithes,
Calcaire à oolithes fines, presque lithographique,
Calcaire friable à Nérinées,
Petit lit d'argile brune, ligniteuse, avec fragments de coquilles; très constant,
Calcaire marneux,
Calcaire roussâtre, très compacte,
Calcaire blanc, à pâte fine, (calc. lith.),
Sables de l'oolithe inférieure, arkose ou granite.

Le calcaire lithographique occupe tout le N., à partir du ruisseau de Londeau. Les fossiles n'y sont pas rares; mais ils sont tellement empâtés qu'on ne peut pas les isoler. J'y ai reconnu Pholadomya Vezelayi, Laj. et Lucina bellona, d'Orb., avec quelques nérinées.

Le calcaire roussâtre, répandu partout ailleurs, est l'objet de presque toutes les exploitations. Les assises, parfaitement horizontales, assez régulières, de 10 à 40 centimètres d'épaisseur, fournissent çà et là de bons moëllons, mais pas de pierres de taille. J'y ai reçueilli quelques végétaux, sans doute les mêmes que Desnoyers à Mamers : Pholadomya Murchisoni, Sow, Lucina bellona, d'Orb., abondante, Ostrea costata, Sow. et Marshii, Phill. ou subcrenata, d'Orb. Terebratula maxillata, Sow. Clypeus Boblayi, Mich. Echinobrissus clunicularis, Blainville, de grosses Astrées, etc. Les assises contiennent souvent de gros polypiers transformés en calcite cristallisée et en barytine, avec les trous des coquilles coralliophages.

Les couches au-dessus sont très pauvres. En quelques points, on voit une épaisseur insignifiante de calcaire à Terebratula cardium et digona, et à Rhynchonella concinna et Boueti.

Enfin, les plaquettes rousses à bryozoaïres, qui couronnent le tout, et qui en sont le membre le plus constant, n'ont jamais que quelques décimètres, sauf dans une carrière aux portes d'Alençon, où elles

atteignent deux mètres. Outre les bryozoaïres, on y voit des polypiers indéterminables et très rarement, Terebratula maxillata.

3° *Callovien inférieur.*

Le Callovien inférieur recouvre presque tout l'E. des cantons. Il se compose, à la base, d'argiles bleues pauvres en fossiles, et atteignant jusqu'à 12 ou 15 mètres. Elles font toujours effervescence avec les acides, et renferment souvent des cristaux de gypse avec de petits filons de marcasite jaune d'or dans les cassures fraîches. Ces argiles sont recouvertes de lits irréguliers d'un calcaire argileux jaunâtre, rarement blanc, mêlé d'argile ferrugineuse et lardé de fossiles, surtout de Brachiopodes.

A l'O., il commence aux altitudes considérables de 180 mètres; à l'E., on le voit à 130 mètres, au bord de la Sarthe. C'est un fait reconnu depuis longtemps que les couches jurassiques de cette région sont inclinées vers l'E., et se recouvrent, en retrait, suivant leur âge décroissant.

Les fossiles sont si nombreux qu'il suffit d'en citer quelques-uns : Ammonites macrocephalus, d'Orb. et Herveyi, Sow. Phasianella striata, d'Orb., Pholadomya decussata, Ag., Ostrea alimena d'Orb. Rhynchonella Royeriana d'Orb., Terebratula umbonella. Lank et dorsoplicata, Collyrites elliptica, Desm., etc., etc.

Nous n'avons pas le Callovien supérieur à Amm. coronatus, ni les autres étages jurassiques.

4° *Crétacé inférieur.*

Nous possédons trois lambeaux du Cénomanien inférieur. Les deux premiers, à Radon et à Saint-Nicolas, près de Cuissai, sont dépourvus d'importance comme formation; mais ils présentent un grand intérêt pour l'histoire géologique de la contrée. Ce sont deux couches minces de sable glauconieux noirâtre ou verdâtre, absolument azoïques, laissées comme témoins à la lisière du schiste ampéliteux et à une altitude de 180 à 190 mètres. Ils ont l'un et l'autre au plus un kilomètre de long sur quelques centaines de mètres de large.

Le troisième lambeau crétacé a 8 à 10 kilomètres de long sur 1 de large en moyenne, et diffère complètement des autres par sa nature.

De Saint-Denis à Saint-Céneri, au S.-O. de la carte, s'étend, du N. au S., une arête supportée au N. par le micaschiste; au Sud, par le granite de Saint-Céneri. Elle est formée d'un terrain généralement

ferrugineux, rapporté au cénomanien par les géologues de la Sarthe, où ce terrain est largement représenté.

L'altitude varie de 200 à 225 mètres, et comme le micaschiste s'élève jusqu'à 190 mètres, la couche ferrugineuse n'a que 15 à 20 mètres en moyenne.

Pendant des siècles on y a exploité des dépôts de limonite donnant un fer excellent. Blavier, qui a encore vu les exploitations, a conservé la coupe suivante (*Études*, p. 82) :

Terre végétale :
Argile rouge à cailloux blancs :
Grès siliceux coquillier ;
Minerai de fer exploité ;
Sables :
Micaschiste ou granite.

Les cailloux blancs sont des galets de quartz laiteux provenant du micaschiste ; le grès siliceux est blanc, à cassure plane, et se résout aisément en argile blanche ; les fossiles, aujourd'hui très rares, sont des moules, entre autres un peigne et un cardium.

Quand l'argile rouge vient à manquer, le grès blanc est remplacé par un grès grossier, poudingiforme, rougeâtre, appelé dans le pays *salard* et *roussard*.

ALLUVIONS ANCIENNES DE QUARTZ SANS SILEX.

Le pied de la forêt d'Écouves est recouvert d'une épaisse couche alluviale formée des éboulis du grès armoricain et du creusement des vallées. Cette couche cache en partie les schistes ampéliteux et s'étend sur le haut des plaines jurassiques depuis les altitudes de 180 mètres et descend, surtout en face des grandes vallées, jusqu'au-dessous de 160 mètres. Son épaisseur, souvent de plusieurs mètres, dépasse toujours le fond des fossés.

Les fragments quartzeux, tantôt arrondis, tantôt anguleux, et de toutes les grosseurs, jusqu'au dessus de 1 mètre cube, encombrent le sol en quelques endroits ; partout il a fallu les arracher pour la culture. Des centaines, et des plus volumineux, ont été transportés à 4 ou 5 kilomètres et déposés à la surface du callovien.

ALLUVIONS ANCIENNES AVEC QUARTZ ET SILEX.

Ces alluvions, où le quartz prédomine, mais qui renferment des débris de tous les autres terrains du pays, se voient d'abord le long

de la Sarthe et de son premier affluent à l'E. des cantons; ensuite elles recouvrent la plaine à l'O. d'Alençon, sur la grande oolithe, qui n'apparaît que dans quelques dénudations: elles recouvrent encore la plaine au S. de Condé et celle de Mieuxcé, qui la continue.

Dans l'alluvion d'Alençon, les galets de quartz proviennent des hauteurs voisines de Saint-Germain et de Héloup; ceux de calcaire et d'Arkose sont également empruntés aux terrains voisins.

L'alluvion de Condé et de Mieuxcé est principalement constituée par un sable ferrugineux grossier, formé aux dépens de l'arête ferrugineuse de Saint-Denis et la Ferrière. On exploite ce sable pour les fondeurs du Mans et d'Alençon, Les galets sont du quartz venant de Hêloup; des *cailloux blancs* du micaschiste; du *roussard* de la grande arête.

Les silex de ces alluvions sont pareils à ceux de la craie, et ne peuvent venir que des couches entièrement détruites du terrain crétacé.

ALLUVIONS RÉCENTES.

Ici comme partout, le fond des vallées est formé par les débris des roches en amont mêlés à ceux des pentes et aux détritus de la nature actuelle. Nos alluvions récentes sont très rarement tourbeuses et constituent, surtout à l'E., nos belles et riches prairies.

M. Jules BERGERON,

Ingénieur des arts et manufactures, à Paris.

ÉTUDE GÉOLOGIQUE DU BASSIN HOUILLER DE CARMAUX.

— Séance du 26 septembre 1887. —

La partie exploitée du bassin houiller de Carmaux est limitée au N. par une faille reconnue par les premiers exploitants et ayant une direction N. 70° O. Cette faille ramène, au contact du terrain houiller, les schistes primitifs qui constituent le sous-sol de la région. Vers l'E. passe une faille qui paraît être une des plus importantes de France. On la reconnaît, un peu à l'O. de Carmaux près de la Carray-

role, et on peut la suivre depuis Albi jusque dans le Plateau Central. Elle a une direction N. 7° E., et elle a ramené au jour les schistes de la partie supérieure de l'étage des gneiss et micaschistes. Par suite du mouvement qui a produit cette faille, les couches de houille de la partie orientale du bassin ont été relevées et plongent vers le N.-Ouest. A l'O., la région exploitée est limitée par une faille ayant une direction N. 10° E., qui correspond au ravin de la Massié. Enfin, les sondages entrepris par la Société minière du Tarn ont permis de reconnaître que les dépôts houillers ne s'étendent pas au S. de Saint-Sernin, dans les environs de Blaye. Mais, en dehors de cette partie exploitée, il est impossible d'indiquer les limites réelles du terrain houiller, les marnes de l'éocène supérieur recouvrant les dépôts anciens.

Ce bassin est remarquable par la constance de ses éléments constitutifs. D'une manière générale, les grès y sont beaucoup plus abondants que les schistes. On y reconnaît cinq groupes de couches exploitables qui se présentent toujours avec la même composition. A part quelques nerfs interstratifiés, les couches n'offrent pas d'accidents qui permettent de les distinguer les unes des autres; de plus, l'étude de la flore de chacune d'elles n'est pas assez avancée pour qu'on puisse y faire des distinctions paléontologiques. Il faut donc avoir recours à des caractères n'ayant pas par ux-mêmes une grande valeur et que l'on négligerait dans toutes autres conditions. C'est ainsi que, les couches différant les unes des autres par leur épaisseur, et celle-ci étant généralement peu variable pour une même couche, on s'est basé sur ce caractère pour les reconnaître.

Tout le bassin est sillonné de failles dont quelques-unes, de directions parallèles, se groupent entre elles pour former des faisceaux. L'un d'eux est orienté N. 60° O. Les failles qui le constituent subissent à leurs extrémités des inflexions qui sont dues probablement au jeu des deux failles limitatives E. et O.; il correspond à la partie du bassin située au N. du Cérou. Ce cours d'eau suit d'ailleurs lui-même une faille de ce faisceau.

Au sud du Cérou, les failles forment plusieurs autres faisceaux dont le plus important a une direction de N. 30° O.

Les coupes que l'exploitation a permis de relever font présumer que les couches sont affectées de deux plis synclinaux juxtaposés qui leur donnent l'allure d'un W. La branche la plus méridionale est assez mal connue; cependant on a constaté, au quartier de la Tronquié, que le plongement se faisait vers le N. Si, d'autre part, on se reporte au sondage de Campgrand, situé au sud de Carmaux, où l'on a rencontré plusieurs couches de houille assimilables à celles déjà exploitées

dans le bassin, on voit que ces couches sont à une altitude plus grande au-dessus du niveau de la mer qu'elles ne sont à la Tronquié. Malheureusement le sondage n'a pas permis d'orienter le plongement des assises qu'il a traversées. Cependant, il semble probable que le bord du bassin se relève dans la région S. Le pli méridional présenterait donc une ouverture bien plus grande que le pli septentrional.

Quelle que soit la direction des failles, elles ont toutes un plongement vers le S : aussi leur jeu n'a pas changé sensiblement l'allure des couches.

La partie qui correspond à l'espace compris entre les deux plis synclinaux présente un accident des plus intéressants. Une galerie au mur, dite galerie Massol, partant du puits de Sainte-Barbe, a rencontré à une distance de 200 mètres une roche verte, très dure, considérée pendant longtemps comme éruptive et postérieure au terrain houiller; mais entre les dépôts houillers et cette roche se voit une série de grès différents de ceux que l'on connaît dans le reste du bassin. L'étude microscopique de ces grès m'a montré qu'à mesure qu'on se rapproche du fond de la galerie, ils se chargent de plus en plus de fragments d'amphibole, de sphène et de rutile, qui sont les éléments constitutifs de cette roche verte, qui est incontestablement une amphibolite des gneiss, bien antérieure aux dépôts houillers.

La présence de cette amphibolite est tout à fait anormale au fond du bassin houiller. En effet, les schistes qui encaissent le bassin, ainsi qu'on peut le voir sur les bords du Cérou et dans les vallées secondaires, appartiennent à la partie supérieure de la série des gneiss, tandis que l'amphibolite se rencontre à un niveau inférieur, au point de vue stratigraphique. L'amphibolite ne peut donc se trouver à son altitude actuelle que par suite d'une faille.

Cette amphibolite apparaît encore dans un puits, au quartier de la Grillatié; comme dans cette région les travaux ont permis de constater l'existence d'un bombement analogue à celui reconnu au niveau de la galerie Massol, il y a tout lieu de croire qu'à la Grillatié on a affaire au prolongement de l'accident signalé dans cette galerie. La direction de ce bombement est donc sensiblement celle de la ligne qui joint les deux affleurements d'amphibolite, c'est-à-dire d'environ N. 50° O. Ce doit être aussi celle de la faille qui a exhaussé l'amphibolite.

Cette faille existait d'ailleurs avant le dépôt des sédiments houillers exploités à Carmaux, la preuve en est dans ces faits que les premières couches de houille qui reposent sur les grès provenant de la désa-

grégation de l'amphibolite appartiennent à la base du système reconnu à Carmaux. Si cette faille s'est produite avant l'époque houillère, il est probable que la vallée où se sont déposés les sédiments houillers a suivi cette faille. D'ailleurs, il est à remarquer que c'est suivant cette même direction que se rencontrent les lambeaux de grès houillers de Salles et de Puech-Mignon. Il y a donc probabilité que le bassin houiller de Carmaux s'étend vers l'O. Il passerait sous les schistes et les grès permiens de la vallée du Cérou et ne se montrerait dans les localités que je viens de citer que par suite du jeu de failles parallèles à celle du Cérou. Mais de l'existence probable du terrain houiller dans cette région, on ne peut conclure à la continuité vers l'O. des couches de houille de Carmaux, car des phénomènes d'érosion ont pu les faire disparaître en totalité ou en partie.

Dans les grès de la galerie Massol dont j'ai déjà parlé, se voient de nombreuses fissures dont la plupart sont tapissées ou même remplies de calcite qui provient de la dissolution du carbonate de chaux contenu dans les marnes tertiaires.

L'une d'elles, restée encore ouverte, est tapissée de calcite. On y observe un suintement continu. Ces eaux se recueillent dans une cavité naturelle au fond de laquelle se dépose une masse gélatineuse. Celle-ci, desséchée, a un aspect fibreux qui rappelle le *carton de montagne* ou *asbeste*. M. Stanislas Meunier, qui l'a étudiée[1], la rapproche de la plombiérite. Il se peut que cette dernière substance existe dans ce singulier dépôt, ou bien encore que la substance gélatineuse soit un mélange de carbonate et d'hydrosilicate de chaux. En tous cas, elle se décompose sous l'action des acides ; il y a dégagement d'acide carbonique, et il reste un mélange de silice gélatineuse et de fines aiguilles dont la séparation d'avec la silice est impossible, vu la finesse. Il faut donc recourir à leurs propriétés optiques qui sont elles-mêmes assez difficiles à reconnaître à cause de l'exiguité de ces aiguilles. J'ai pu constater que l'extinction en lumière polarisée se faisait sous un angle d'une quinzaine de degrés. Ces aiguilles présentent donc deux caractères de l'asbeste : elles sont inattaquables aux acides et leur angle d'extinction est sensiblement le même. M. Stanislas Meunier signale la fusibilité de cette substance desséchée ; mais comme on a affaire à un mélange, ce caractère perd de sa valeur.

Quant à l'origine de cette asbeste, elle est très difficile à établir. Il semble que cette substance soit entraînée par les suintements dont j'ai parlé et qu'elle ne se forme pas en place dans la fissure. La

1. *Compte rendu de l'Académie des Sciences*, février 1885.

galerie Massol ayant été fermée depuis que j'ai commencé l'étude de cette substance, il ne m'est plus possible de faire d'autres recherches sur ce gisement.

M. Émile **RIVIÈRE**,

A Paris.

LE GISEMENT QUATERNAIRE DE NEUILLY-SUR-MARNE (SEINE-ET-OISE).

— Séance du 26 septembre 1887. —

Depuis la communication que j'ai eu l'honneur de faire à la section de géologie lors du Congrès de Grenoble, dans la séance du 17 août 1885, sur les gisements quaternaires du bassin parisien, et notamment sur celui du Perreux (Seine), j'ai non seulement continué mes recherches dans les sablières de cette localité, toujours très riches en ossements d'animaux et en produits de l'industrie primitive de l'homme ; mais, les étendant aux localités voisines, j'ai étudié à son tour : 1° le gisement de Neuilly-sur-Marne, situé au nord-est de celui du Perreux ; 2° celui de Champigny. Je ne parle, bien entendu, que des terrains quaternaires et non pas d'une époque plus rapprochée : de l'époque néolithique. Cependant, je ne m'occuperai dans ma communication que de Neuilly-sur-Marne, réservant, pour la session de 1888, une étude sur Champigny, au point de vue quaternaire du moins, qui exige encore quelques recherches pour être terminée.

Mais, auparavant, quelques mots encore sur le Perreux, en raison des nouvelles trouvailles que j'ai faites dans les sablières de cette localité, actuellement érigée en commune distincte de celle de Nogent-sur-Marne.

Malheureusement, malgré tous les soins que j'avais pris pour être assuré que les ouvriers de ces sablières me mettraient de côté tout ce qu'ils pourraient découvrir dans l'exploitation des couches fossilifères, je n'ai pu obtenir, depuis deux ans, qu'un nombre relativement peu considérable d'objets. La plupart des pièces les mieux conservées sont cédées à des marchands, ainsi que l'a constaté M. Eck, un

géologue du Perreux, qui a publié une intéressante notice sur ce même gisement et sur celui de Neuilly-sur-Marne [1].

Cependant j'ai pu avoir, soit que je les ai trouvées moi-même en place, soit que les ouvriers me les aient cédées, un certain nombre de pièces intéressantes parmi lesquelles je citerai :

1° Une molaire d'*Elephas primigenius*, en assez mauvais état ; l'apophyse épineuse d'une vertèbre, ainsi qu'une portion du fémur et une portion aussi du tibia du même animal. La première provient de la sablière Cochain A, les trois autres de la sablière Letellier.

2° Trois dents molaires inférieures d'équidé, provenant d'un animal de taille ordinaire.

3° Un fragment de corne de bovidé, brisé vers sa partie moyenne, mesurant 0m165 de longueur, et dont la circonférence mesure, dans la partie la plus large, 0m18 ; l'extrémité inférieure d'un radius du même animal.

4° Un certain nombre de fragments osseux plus ou moins longs, fragments diaphysaires, absolument indéterminables quoiqu'ils paraissent provenir d'animaux de grande taille ; une portion de temporal constituée par le rocher.

Quant aux produits de l'industrie de l'homme, ce sont des silex taillés appartenant à la même époque paléolithique que ceux que j'avais trouvés antérieurement. Ce sont, notamment, des racloirs plus ou moins grands, des pointes du type du Moustiers, des lames plus ou moins bien conservées, peu ou point retouchées sur les bords, etc.

Enfin, j'ai trouvé encore dans les mêmes couches des échantillons de bois fossiles.

Je dois ajouter que M. Eck, dont j'ai déjà parlé dans mon premier travail sur le Perreux, a continué à recueillir aussi dans ces sablières des pièces intéressantes au point de vue de la faune, notamment en restes d'*Elephas primigenius*, ainsi que quelques silex taillés ; mais en très petit nombre.

J'arrive maintenant au gisement quaternaire de Neuilly-sur-Marne. C'est dans les sablières appartenant à MM. Magny père et fils, entrepreneurs de travaux publics, qui, dès l'année 1885, m'ont permis d'y faire des recherches, — et je tiens à les en remercier ici, — que j'ai pu étudier ce gisement.

Ces sablières occupent une assez grande surface de terrain entre le boulevard du Centre, d'une part, et la route de Chelles, d'autre part,

1. Note sur le quaternaire de l'avenue de Rosny (Nogent-sur-Marne), par M. André Eck. (Extrait des *Bulletins de la Société d'anthropologie de Paris*, 1885.)

à peu près à égale distance de Neuilly-Plaisance et de Neuilly-sur-Marne. Elles commencent presque en bordure du boulevard du Centre et sont exploitées de haut en bas jusqu'à une certaine profondeur au-dessous de la nappe d'eau souterraine, alimentée par de petits rûs qui se jettent dans la Marne, non loin de la plâtrière de Neuilly, en face de l'ancienne pépinière de la ville de Paris.

C'est dans la partie couverte par les eaux, laquelle présente une hauteur de 4 mètres environ, que les pièces osseuses qui m'ont été remises par MM. Magny ont été trouvées dans les dragages qui s'y font plus particulièrement pendant l'hiver et au printemps.

Je n'entrerai pas dans de grands détails sur la disposition des couches de sable et de cailloux roulés dont M. Eck a donné, il y a quelque temps, une très bonne description[1]. Je me bornerai à dire que la partie située sous les eaux, d'une hauteur de 4 mètres environ. est surmontée immédiatement d'une couche de *calcin* d'une puissance variant entre 15 et 25 centimètres. Il en est ici comme de certaines sablières du Perreux, notamment de la sablière Letellier, dans laquelle la couche de calcin présente par place une épaisseur plus considérable et une dureté telle que les ouvriers ne parviennent à l'enlever qu'à l'aide de la poudre de mine.

Quoi qu'il en soit, c'est donc dans les dragages que toutes les pièces osseuses que je possède des sablières Magny ont été trouvées, à l'exception de deux fragments d'os longs brisés, fendus et indéterminables, et d'une dent molaire d'*Elephas primigenius*, que j'ai recueillie au milieu des tas de cailloux déposés près du bord de la partie draguée, avec des silex taillés, toutes pièces qui avaient certainement échappé aux ouvriers de la carrière.

FAUNE.

Si, aux ossements et aux dents que j'ai trouvés et déterminés j'ajoute les pièces recueillies au même endroit par M. Eck, je peux considérer la faune des sablières quaternaires de Neuilly-sur-Marne comme représentée surtout, entre autres espèces animales, par l'*Elephas primigenius* et l'*Equus caballus*, qui m'ont donné le plus grand nombre de restes.

Voici d'ailleurs en quoi cette faune consiste :

A. Proboscidiens. — *Elephas primigenius*. — 1° Une dent molaire à peu près entière, celle que j'ai indiquée tout à l'heure et que j'ai trouvée dans un

1. André Eck, *Note sur le quaternaire de Neuilly-sur-Marne et coup-d'œil général sur le quaternaire des environs*, 1886.

tas de cailloux roulés que je fouillais avec soin dans l'espérance d'y rencontrer des silex taillés ;

2° Un petit fragment de dent, que M. Eck désigne simplement comme celle d'un éléphant, ce fragment étant trop petit, dit-il, pour déterminer l'espèce ; « cependant, ajoute-t-il, comme il est généralement admis que l'*Elephas primigenius* est le compagnon du *Rhinoceros tichorhinus*, je l'accepte comme tel » ;

3° Une tête d'humérus avec une partie de la diaphyse de cet os à laquelle elle n'est pas encore soudée, appartenant par conséquent à un animal jeune ;

4° L'extrémité inférieure d'un cubitus ;

5° L'astragale du pied gauche.

B. Pachydermes. — *Rhinoceros tichorinus*. — Une seule pièce ; elle appartient à M. Eck, qui la désigne ainsi : « Un petit fragment de dent de *Rhinoceros tichorhinus* nous suffisant pour permettre de faire une bonne détermination ».

C. Solipèdes. — *Equus caballus*. — Nous avons recueilli dans les sablières Magny : dix dents de cheval, appartenant à une espèce d'assez grande taille, ainsi qu'un métacarpien principal gauche, entier — il manque seulement quelques fragments de la diaphyse — mesurant 24 centimètres de longueur ; les deux extrémités de l'os sont absolument intactes.

Les dix dents se divisent en dents de lait et en dents permanentes. Les premières sont au nombre de deux : une incisive et une molaire supérieure ; les secondes, au nombre de huit, se composent de trois molaires inférieures et cinq molaires supérieures. Elles sont toutes en bon état de conservation.

D. Ruminants. — 1° *Cervidé*. — Comme dans les sablières du Perreux, je n'ai encore trouvé jusqu'à présent qu'un seul andouiller de cervidé : il a été brisé par la drague à ses deux extrémités, néanmoins il mesure encore 17 centimètres de longueur.

2° *Bovidé*. — J'ai trouvé, le 2 mai 1886, une tête de fémur bien conservée, avec une portion du col du même os, et, au mois de juillet dernier, un assez gros fragment de corne d'un bœuf de la taille du *Bos primigenius* ; ce noyau osseux, brisé à sa base et tronqué aussi à son extrémité opposée, n'a pas moins de 30 centimètres de longueur ; sa circonférence mesure, dans la partie la plus large, 25 centimètres, et, dans sa partie la plus étroite, 19 centimètres.

M. Eck cite aussi, de son côté, des dents d'*Equus* et de *Bos* et « d'autres os indéterminables ».

E. Spongiaires. — J'ajoute que j'ai trouvé un petit *Coscinopora globularis* (*fig.* 1) incomplètement perforé.

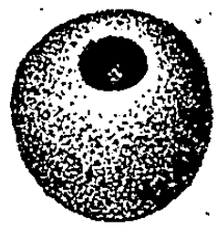


Fig. I.
Coscinopora globularis.
(Grandeur naturelle

F. Mollusques. — Parmi les mollusques recueillis dans la sablière Magny, je citerai deux *Cardita* : la *Cardita complanata* (Deshayes) et la *Cardita planicosta* (Lamarck) ; un *Pleurotoma lineata* (Lamarck) et trois *Cerithium* : le *Cerithium mixtum* (Defrance), le *Cerithium Bonei* (Deshayes), et un *Cerithium* indéterminable. Toutes ces pièces ont été examinées par mon savant ami, M. le docteur Fischer, aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle de Paris.

FLORE.

Enfin, j'ai également trouvé un échantillon de bois fossile qui a été ramené par la drague des couches inférieures.

INDUSTRIE.

Quant aux silex taillés, ils sont aussi peu nombreux à Neuilly-sur-Marne et surtout aussi grossiers qu'ils étaient abondants et fort beaux au Perreux, ainsi que le témoignent les planches qui accompagnent mon travail sur le gisement quaternaire de cette dernière localité.

Leur rareté est même telle, à Neuilly-sur-Marne, que M. Eck déclare que, malgré toutes ses recherches dans ces sablières, il n'en a pu trouver aucun. Il y a donc, fait assez bizarre, un contraste des plus frappants sous ce rapport, entre les sablières du Perreux et celles de Neuilly-sur-Marne.

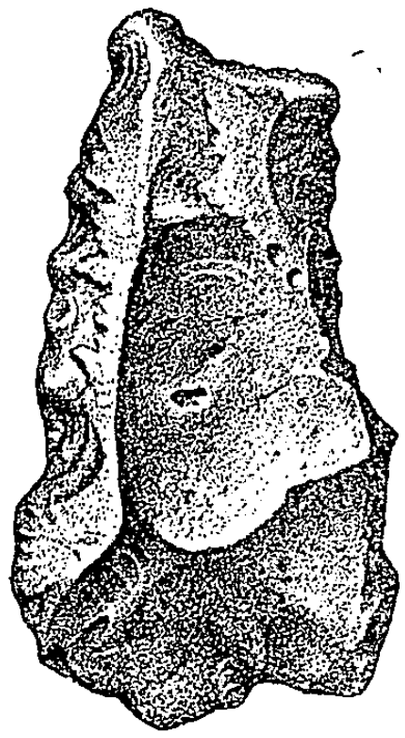


Fig. 2.
Racloir en silex jaune.
(Grandeur naturelle.)

Donc les silex taillés de cette dernière localité sont très grossiers, sauf quelques pièces rares, pièces parmi lesquelles je citerai plusieurs lames larges et courtes, sans aucune retouche; un racloir (*fig.* 2); une petite pointe (*fig.* 3), ainsi qu'un nucleus.



Fig. 3.
Petite pointe en silex gris.
(Grandeur naturelle)

Tous ces silex, étudiés au point de vue de leur origine, appartiennent, comme la plupart de ceux que j'ai trouvés au Perreux, à l'horizon du travertin de Champigny (Seine), c'est-à-dire d'une localité peu éloignée, en somme, de Neuilly-sur-Marne.

J'ajoute, en terminant, qu'aucun ossement humain n'a jamais été trouvé, que je sache, dans les sablières de Neuilly-sur-Marne, pas plus, d'ailleurs, que dans celles du Perreux.

En résumé, les sablières de Neuilly-sur-Marne constituent un nouveau et intéressant gisement quaternaire, qui vient s'ajouter à ceux que j'ai déjà signalés aux environs de Paris; il semble n'être, ainsi que le dit très justement M. Eck, que la continuation des dépôts quaternaires du Perreux.

M. Émile **RIVIÈRE**,

A Paris.

LA STATION QUATERNAIRE OU MOUSTÉRIENNE DE LA QUINA (CHARENTE).

— Séance du 26 septembre 1887. —

Sous le titre de *Découverte d'un gisement quaternaire dans l'Angoumois*, j'ai eu l'honneur, l'année dernière au Congrès de Nancy, d'appeler votre bienveillante attention, dans une très courte note, sur les résultats de quelques fouilles tout à fait superficielles qui venaient d'être faites sur mes indications dans le département de la Charente, à la suite d'un entretien que j'avais eu peu de temps auparavant avec un très savant archéologue, M. de Laurière. Et vous parlant, en terminant, des fouilles que je me proposais de faire par moi-même dans ce gisement cette année-ci, je vous promettais de vous en communiquer les résultats.

Je viens, en effet, d'y faire ces jours derniers des fouilles dont les résultats me paraissent assez considérables pour mériter de vous les faire connaître.

Mais, désireux avant tout de rendre à chacun ce qui lui est propre, je dois à la vérité de dire que le mérite de la découverte du gisement de la Quina ne m'appartient nullement, que cette découverte est beaucoup plus ancienne, qu'elle remonte au 23 décembre 1872[1] et qu'elle appartient absolument à l'un de nos collègues bien connus de l'Association française, M. Chauvet, notaire à Ruffec, et à M. Vergnaud (de la Valette) l'un de ses collègues à la Société archéologique de la Charente.

C'est en allant lui serrer tout récemment la main, dans cette ville, que j'ai appris le fait pour la première fois, et c'est après en avoir causé longuement avec lui et après avoir examiné le produit des fouilles qu'il a faites à plusieurs reprises à la Quina, soit seul soit avec M. Vergnaud, que je me suis rendu à mon tour à La Valette

1. *Bulletin de la Société archéologique et historique de la Charente*, cinquième série, tome IV, page 37, année 1881.

pour gagner de là la route de Pontaroux, où se trouve le gisement quaternaire de la Quina.

Ce gisement est situé sur la commune de Gardes, dans le talus de la route nouvellement établie qui conduit de La Valette au Pontaroux, à peu de distance de la rive gauche du ruisseau le Voultron (un affluent de la Nizonne) qui la sépare du moulin de la Quina. La hauteur du talus, constitué par les dépôts quaternaires (restes d'animaux contemporains de l'homme et produits de son industrie), varie selon les points où nous l'avons exploré de préférence, en raison de sa plus grande richesse, entre 2m50 et 3 mètres. Nous l'avons étudié et exploré sur une étendue d'une cinquantaine de mètres environ recueillant avec soin non seulement les débris éboulés en bordure de la route, mais surtout les pièces que nous avons pu dégager nous-même à l'aide de fouilles minutieuses dans l'épaisseur même du talus et à différents niveaux, depuis la partie supérieure jusqu'à la base.

Nous avons pu constater ainsi, d'après le nombre considérable des pièces que nous avons trouvées, une faune et une industrie absolument identiques dans toute la hauteur.

Voici d'ailleurs, avec quelques détails, les résultats complets de mes fouilles.

FAUNE.

Les animaux qui constituent la faune du gisement quaternaire de la Quina appartiennent aux espèces suivantes (pl. XIV) :

A. Carnassiers. — Les carnassiers, dont j'ai trouvé les restes, d'ailleurs fort rares, sont peu nombreux aussi : ce sont l'Ours, le Blaireau, le Chacal, le Renard et le Chat sauvage. MM. Chauvet et Vergnaud n'en ont trouvé aucun jusqu'à présent. Voici les pièces que j'ai déterminées au Muséum d'histoire naturelle de Paris, dans le laboratoire de M. le professeur Pouchet.

1° *Ursus* ..... — Le seul ossement que j'ai trouvé, paraissant provenir d'un ours, peut-être l'*Ursus spelæus*, l'ours des cavernes, vu la présence d'ossements de Rennes en quantité considérable dans le même gisement, est un fragment de côte (*fig.* 1).

2° *Meles taxus*. — Cet animal est représenté aussi par une seule pièce : une dent incisive de la mâchoire inférieure (*fig.* 2).

3° *Canis aureus*. — Je n'ai découvert également qu'une seule dent de Chacal à la Quina; cette dent est aussi une incisive de la mâchoire inférieure (*fig.* 3).

4° *Canis vulpes*. — Tandis que les animaux qui précédent ne sont représentés dans la faune de la Quina que par une seule pièce chacun, le Renard, par contre, nous a laissé trois pièces : deux dents et un os. Les dents sont : une canine inférieure du côté gauche (*fig.* 13) et la carnassière supérieure du même côté (*fig.* 4). L'os est un cubitus droit; il n'est pas entier,

mais son extrémité supérieure, articulaire, ne laisse aucun doute sur l'espèce animale dont il provient (*fig.* 5.)

5° *Felis catus.* — Un seul félin, le Chat sauvage, a été trouvé par moi à la Quina. Il est représenté par un seul os aussi, par un métacarpien (*fig.* 6.)

Voici pour les carnassiers ; les autres espèces animales de la Quina appartiennent à l'ordre des Pachydermes et à celui des Ruminants. Le premier est représenté par une seule espèce, par un Equidé ; le second par le Renne, l'Elaphe, le Chevreuil, puis la Chèvre et le Bœuf.

M. Chauvet annonce également, dans une Note sur le gisement moustérien de la Quina, avoir trouvé le Cheval, le Cerf, le Renne et le Bœut ; mais il ne parle ni du Chevreuil ni de la Chèvre.

B. Pachydermes. — *Equus caballus.* — Les restes du cheval sont assez abondants ; ils paraissent appartenir à une seule et même espèce, à un animal de grande taille. Les dents sont plus particulièrement nombreuses, molaires et incisives (*fig.* 7) ; nous avons trouvé, en place, la portion antérieure d'une mâchoire supérieure de cheval renfermant encore ses quatre incisives, la mâchoire est tombée en poussière lorsque nous avons voulu l'extraire, mais nous avons pu recueillir les quatre dents intactes. Nous avons trouvé aussi dans le même gisement, mais un peu plus loin, une dent canine de cheval.

Parmi les ossements appartenant au même animal, je citerai un astragale, plusieurs phalanges et métacarpiens. Toutes ces pièces indiquent également une espèce assez grande.

C. Ruminants. — Parmi les ruminants, l'espèce qui prédomine, et de beaucoup, est le Renne dont les dents et les os sont extrêmement abondants, puis vient le Cerf élaphe, puis le Bœuf dont les dents sont surtout nombreuses si on les compare aux ossements qu'il a laissés ; enfin viennent le Chevreuil, représenté par quelques dents, et la Chèvre par une seule pièce.

1° *Cervus tarandus.* — C'est par centaines que je puis compter les dents de Renne que j'ai trouvées à la Quina, les unes entières, les autres brisées ; mais je n'ai gardé que celles qui étaient en bon état. (*Fig.* 8 et 15). Par contre, je n'ai pas rencontré une seule mâchoire à peu près bien conservée, même incomplète. Quant aux ossements, ils sont surtout représentés par des métacarpiens et des métatarsiens, mais tous sont brisés par la main de l'homme plus ou moins haut ou plus ou moins bas dans le voisinage de l'extrémité inférieure de l'os (*fig.* 9 et 17.) J'ajoute que les bois sont fort rares (*fig.* 27).

2° *Cervus elaphus.* — Le cerf est beaucoup plutôt représenté à la Quina par des ossements que par des dents (*fig.* 10) molaires ou incisives. Ce sont des os de membres, toujours brisés intentionnellement par la main de l'homme pour en extraire la moelle, à moins qu'il s'agisse de phalanges, dont la plupart sont intactes. De même que pour le Renne, nous trouvons des pièces appartenant à des sujets très jeunes et d'autres à des animaux adultes. Les bois de Cerf sont aussi fort rares.

3° *Cervus capreolus.* — Du chevreuil nous n'avons trouvé en tout que trois pièces, trois dents : deux incisives et une prémolaire (*fig.* 11 et 14).

4° *Capra* ..... S'agit-il ici de la *Capra primigenia* si abondante dans les grottes de Menton ? Il ne m'est pas possible de me prononcer à cet

égard, le seul os de chèvre que j'ai trouvé étant un scapulum du côté droit. Tout ce que je puis dire, c'est que par ses dimensions ce scapulum paraît provenir d'un animal de grande taille, analogue, sous ce point de vue, à la Chèvre primitive de Menton.

3° *Bos primigenius*. — Le Bœuf, auquel appartiennent les dents et les ossements trouvés à la Quina devait être un animal de très grande taille. Je citerai surtout, parmi les plus grosses dents, une prémolaire (*fig.* 12), une molaire de la mâchoire supérieure (*fig.* 16) et, parmi les os, un fragment de cubitus dont l'extrémité supérieure est entière. Les autres os sont des radius, des tibias, des métatarsiens et des phalanges.

Aux diverses pièces osseuses des animaux que je viens d'énumérer, je dois ajouter quelques os brisés, ou plutôt quelques portions de diaphyses d'os longs, fendues longitudinalement, avec intention, par la moitié et qui sont absolument indéterminables, ainsi que quelques fragments de vertèbres.

En résumé, la faune de la Quina est surtout, de par la quantité des débris qui la constituent, une faune de ruminants — le cheval excepté — ce qui s'explique très bien par le fait de l'habitation de l'homme dont ces animaux formaient la base de l'alimentation. Peut-être le cheval lui-même faisait-il partie aussi de sa nourriture. En tous cas les carnassiers devaient être rares dans la région, les fouilles répétées de M. Chauvet ne lui en ayant donné aucun reste et les miennes, cette année, ne m'ayant fourni que les quelques rares débris cités plus haut.

Quant aux mollusques, non plus que M. Chauvet, je n'en ai trouvé la moindre trace dans mes fouilles : ni coquilles marines, ni coquilles terrestres.

Ce sur quoi nous devons donc insister, en terminant ce qui a trait à la faune de la Quina, c'est sur la quantité d'ossements de Renne dont la présence caractérise nettement et permet de dater le gisement de la Quina, et dont l'abondance indique que cet animal devait vivre dans la contrée par troupeaux. Un fait bizarre et que nous nous expliquons difficilement par contre, c'est l'absence pour ainsi dire de bois de Renne, ou mieux leur rareté extrême, de même d'ailleurs que de bois de Cervidés. Ces bois seraient-ils accumulés dans quelque cachette de l'homme primitif que nous n'avons pas encore trouvée? Cependant à l'époque où vivaient les peuplades de la Quina, l'homme ne travaillait guère les os pour s'en faire des armes ou des outils et n'était pas encore assez artiste pour songer à la gravure sur bois de renne ou de cerf.

Ceci nous conduit directement à parler maintenant de l'industrie dont nous avons trouvé de nombreux spécimens dans le gisement qui nous occupe.

INDUSTRIE.

L'exploration superficielle que M. de Laurière avait bien voulu faire faire pour moi l'an dernier à la Quina m'avait donné quelques beaux silex taillés, caractéristiques de l'époque moustérienne, c'est également à cette même époque archéologique que M. Chauvet a rattaché le gisement de la Quina. Mes nouvelles fouilles de cette année confirment absolument cette opinion : au point de vue archéologique, c'est-à-dire industriel, la station de la Quina est une station exclusivement moustérienne, de même que la présence du *Renne* et peut-être aussi de l'*Ursus spelœus*, en fait une station quaternaire géologiquement parlant.

Je n'y ai découvert aucun instrument en os, ni en bois de Renne ou de Cerf comme je l'ai dit tout à l'heure, aucun os taillé ou ébauché pour être travaillé; seule l'extrémité d'un petit andouiller semble et, encore, avoir été aminci et usé par frottement et a pu servir peut-être de poinçon (*fig.* 27).

Par contre, les silex sont des plus nombreux d'abord comme éclats de rebut, indiquant un travail fait sur place, ensuite comme instruments ou outils.

Ce sont principalement de nombreux racloirs — c'est même l'outil le plus répandu à la Quina — racloirs retaillés le plus souvent sur un seul bord, quelquefois sur les deux bords latéraux et toujours pourvus, à la face inférieure, du bulbe de percussion (*fig.* 23); ce sont quelques lames entières ou brisées, généralement assez minces et bien faites, retouchées ou non sur les bords (*fig.* 19, 20, 24). Ce sont enfin de très belles pointes appartenant au type moustérien (*fig.* 21. 22) et très bien retaillées sur les côtés et parfois même à la base. Quant aux grattoirs, s'ils ne font pas complètement défaut, ils sont toutefois des plus rares, c'est à peine si j'en ai trouvé trois sur plusieurs centaines de silex que j'ai examinés trois, dont deux sont reproduits ici (*fig.* 25 et 26).

Quoi qu'il en soit, éclats, racloirs, grattoirs, lames et pointes, tous les silex de la Quina sont d'une très belle teinte blanche ou d'un gris-cendré bleuté très joli, quelquefois encore veiné de jaune clair; ils sont tous aussi de dimensions moyennes, ainsi que le montre la planche qui accompagne ce travail.

Je n'ai trouvé non plus, dans mes fouilles à la Quina, bien que je les ai recherchées avec soin, vu la discussion à laquelle elles ont donné lieu, aucune de ces boules en calcaire que M. Chauvet a recueillies dans plusieurs stations moustériennes du département de la Charente

et notamment au Ménieux et à la Quina, pièces qu'il avait appelées tout d'abord des « boules de jeu » et que M. de Chasteignier avait comparées aux « *bolas* dont les Patagons se servent encore aujourd'hui pour chasser le cheval. » Ce n'est pas à dire pour cela qu'elles n'y existent pas ; loin de là, mais elles y sont probablement fort rares, ainsi que M. Chauvet lui-même l'a indiqué dans une communication faite par lui en 1883 à la Société archéologique et historique de la Charente [1].

Quant à l'homme lui-même, je n'en ai trouvé aucun débris, ni dents, ni ossements.

Tels sont les résultats des fouilles que je viens de faire dans le gisement de la Quina et dont l'an dernier je vous avais promis, Messieurs, de vous rendre compte dans la session de Toulouse.

J'ai profité de mon séjour dans le département de la Charente pour faire également des fouilles dans un certain nombre de grottes et d'abris sous-roche situés dans la vallée de la Tardoire, appartenant les uns aux temps quaternaires, les autres à l'époque néolithique. Je me borne seulement pour aujourd'hui à mentionner le fait, ayant la ferme intention de vous en communiquer les résultats l'année prochaine au Congrès d'Oran.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XIV.

Tous les objets sont dessinés de grandeur naturelle.

Fig. 1. — Fragment de côte d'ours, peut-être de l'*Ursus spelæus*.
Fig. 2. — Dent incisive inférieure de *Meles taxus*.
Fig. 3. — Incisive inférieure de *Canis aureus*.
Fig. 4. — Dent carnassière supérieure gauche de *Canis vulpes*.
Fig. 5. — Cubitus droit de *Canis vulpes*.
Fig. 6. — Métacarpien de *Felis catus*.
Fig. 7. — Dent molaire d'*Equus cabullus*.
Fig. 8. — Dent molaire de *Cervus tarandus*.
Fig. 9. — Métacarpien de *Cervus tarandus*.
Fig. 10. — Dent primolaire de *Cervus elaphus*.
Fig. 11. — Prémolaire de *Cervus capreolus*.
Fig. 12. — Prémolaire de *Bos primigenius*.
Fig. 13. — Canine inférieure gauche de *Canis vulpes*.
Fig. 14. — Incisive de *Cervus capreolus*.
Fig. 15. — Dernière molaire inférieure de *Cervus tarandus*.
Fig. 16. — Molaire supérieure de *Bos primigenius*.
Fig. 17. — Radius droit de *Cervus tarandus*.
Fig. 18. — Petite pointe en silex très fine et entière ne mesurant pas deux centimètres de longueur.
Fig. 19. — Lame en silex, sorte de scie, munie de ses dentelures.
Fig. 20. — Lame de silex assez fortement incurvée, avec fines retouches sur l'un de ses bords.

1. *Bulletin de la Société archéologique et historique de la Charente*, cinquième série, tome VI, année 1883.

Fig. 21. — Pointe moustérienne entière en silex blanc.
Fig. 22. — Autre pointe moustérienne en silex gris foncé retaillée sur l'un de ses bords.
Fig. 23. — Râcloir en silex avec encoche accidentelle, d'un gris blanc veiné de brun.
Fig. 24. — Très belle lame en silex retaillée sur ses deux bords.
Fig. 25. — Grattoir entier en silex gris bleuâtre et retouché sur son bord droit.
Fig. 26. — Extrémité antérieure d'un grattoir pourvu de retouches.
Fig. 27. — Extrémité pointue d'un bois de *Renne*.

M. le docteur Charles BARROIS,

De Lille.

SUR LES FAUNES SILURIENNES ET DÉVONIENNES DE LA HAUTE-GARONNE, D'APRÈS LES DÉCOUVERTES DE M. M. GOURDON.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Les terrains paléozoïques des Pyrénées doivent être rangés parmi les formations géologiques les moins connues de notre pays. Jusque dans ces dernières années, nos connaissances étaient limitées à ce qu'avaient appris les observations de de Verneuil[1], de Leymerie[2] : nous savions que le *terrain silurien* était représenté dans la chaîne, par des calcaires à *Orthocères* et à *Cardiola interrupta;* le *terrain dévonien,* par des schistes à *Phacops* et par la faune coblencienne de Beost, près Laruns.

Les recherches poursuivies depuis 1880 par M. M. Gourdon, avec autant de persévérance que de succès, nous permettent d'indiquer actuellement la succession des faunes paléozoïques de la Haute-Garonne : les environs de Luchon comptent aujourd'hui parmi les régions les mieux explorées et les plus riches en fossiles de la France paléozoïque.

J'ai figuré à diverses reprises, dans les *Annales de la Société géologique du Nord*[3], les nouveaux fossiles découverts par M. M. Gour-

1. De Verneuil, *Bull. Soc. géol. de France,* 2e sér., t. XII, p. 73, 1854.

2. Leymerie, *Descript. géol. de la Haute-Garonne*; Toulouse, in-8°, 1882, avec un atlas de coupes et de fossiles.

3. *Note sur des fossiles de Cathervieille* (*Bull. Soc. géol. de France*), 3e sér., t. VIII, p. 266, 1 pl., 1880. — *Note sur les faunes siluriennes de*

don ; un exposé sommaire des connaissances acquises sur les faunes anciennes des environs de Luchon, sera accueilli avec bienveillance, je l'espère, par les géologues, membres de l'Association française, réunis à Toulouse.

TERRAIN CAMBRIEN.

La plus ancienne formation sédimentaire des Pyrénées est constituée par les schistes et phyllades cambriens récemment décrits par M. Jacquot[1], qui les a suivis dans toute la chaîne. Ces couches sont représentées en Espagne, dans la partie occidentale de la chaîne, par les *schistes de Rivadeo,* énorme masse de sédiments sans fossiles, surmontés des *schistes de la Vega* à faune primordiale, faune encore inconnue dans la partie française des Pyrénées. Les *dalles de Peña Blanca* du Mémoire de M. Jacquot, pourraient correspondre aux *schiste* : et *calcaires de la Vega.*

TERRAIN SILURIEN.

Silurien inférieur.

Le Silurien inférieur représenté dans les monts Cantabriques : 1° par des grès, schistes et poudingues ; 2° par le grès de Cabo-Busto à scolithes, n'a pas encore été signalé dans les Pyrénées.

D'après M. Caralp[2], le silurien inférieur y serait représenté par des schistes carburés avec graptolites dendroïdes de l'horizon des couches d'Arenig. La découverte récente de la *Lingula Lesueurii* dans l'Hérault, par M. de Rouville, rend toutefois probable l'extension de l'étage du *grès à scolithes* d'une extrémité à l'autre de la chaîne, puisqu'on l'a reconnu à ses deux extrémités.

Silurien moyen.

1° Étage des schistes d'Angers.

Le silurien moyen représenté à l'ouest, dans les monts Cantabriques, par les *schistes de Luarca* à *Calymene Tristani,* et à l'est,

la Haute-Garonne (*Ann. Soc. géol. du Nord*), t. X, p. 151, 2 pl., 1883. — *Note sur les ardoises à Nereites de Bourg-d'Oueil* (*Ann. Soc. géol. du Nord*), t. XI, p. 219, 1 pl., 1884. — *Note sur la faune de Hount-de-Ver* (*Ann. Soc. géol. du Nord*), t. XIII, p. 124, 2 pl., 1886.

1. E. Jacquot, *Comptes rendus Académie Sc.,* 9 mai 1887.

2. Caralp, *Soc. d'hist. naturelle de Toulouse,* 16 février 1887.

dans l'Aveyron[1] et l'Hérault[2], par les *schistes à Asaphes,* est encore inconnu dans les Pyrénées. On peut également supposer que les *schistes ardoisiers* signalés à ce niveau par M. Caralp, fourniront la faune des schistes d'Angers.

2° Étage des calcaires à Echinosphaerites.

La couche fossilifère la plus ancienne des environs de Luchon est formée par les calcaires schisteux à Echinosphaerites de Montauban de Luchon, et de la montagne de Cazarilh, découverts par M. Gourdon en 1883, et que nous avons rapportés, à cette époque, au sommet du silurien moyen (couches de Caradoc).

Les calcaires schisteux à *Echinosphaerites* ont actuellement fourni à M. M. Gourdon les espèces suivantes :

Tiges d'encrines.
Zaphrentis (?)
Favosites (?)
Echinosphaerites cf. balticus[3], Eichw.
Hemicosmites rugatus (?)[4] Forbes.
Orthis sp.
Platystoma sp.
Trinucleus cf. Goldfussi, Barr.

Quoique l'état de conservation de ces fossiles rende impossible leur détermination précise, il ne saurait y avoir de doute sur leurs relations générales, qui permettent, dans le cas présent, de ranger ces couches au sommet de la faune seconde, avec les couches de El Horno (Asturies), et de Caradoc (Angleterre).

Depuis que nous signalions, en 1883, l'importance stratigraphique pour les Pyrénées, de ce niveau, que Salter[5] considérait comme l'un des plus caractéristiques de la série silurienne d'Angleterre, nos déterminations ont reçu des confirmations inattendues, qui rendent capitale l'importance de ce repère dans la série paléozoïque des Pyrénées. M. Caralp[6] a retrouvé ce niveau et fixé sa position à la partie supérieure du silurien moyen, au-dessus des schistes ardoisiers. M. von Kœnen[7] reconnut en 1886, dans l'Hérault, à Grand-Glanzy, le même étage à *Echinosphaerites;* le bon état de conservation des fossiles recueillis dans ce gisement par M. de Rouville, a

1. Bergeron, *Bull. Soc. géol. de France,* 3e sér., t. XII, p. 121, 1883.
2. De Rouville, *Monog. géol. de Cabrières,* Montpellier, 1887.
3. *Ann. Soc. géol. du Nord,* t. X, 1883, pl. VI, fig. 4 *a*.
4. *Ann. Soc. géol. du Nord,* t. X, 1883, pl. VI, fig. 4 *b*.
5. Salter, *Catalogue of Cambrian and silurian fossils;* Cambridge, 1873, p. 46.
6. Caralp, *Soc. d'hist. nat. de Toulouse,* 16 février 1887.
7. Von Kœnen, *Neues Jahrb. für Mineralogie,* 1886; Bd. 2, p. 246, pl. VIII, IX.

permis à M. von Kœnen d'en donner une liste, et de faire mieux connaître les caractères de l'étage à *Echinosphaerites* du midi de la France, avec ses *Orthis* caractéristiques, et ses curieux genres de Cystidées (*Caryocystites, Corylocrimus, Juglandocrimus*)[1].

Silurien supérieur.

1° Schistes à Nereites de Bourg-d'Oueil.

Les ardoises de Bourg-d'Oueil ont fourni une série de traces curieuses, que nous avons pu assimiler aux *Nereites Sedgwickii*, Murch., *N. Ollivantii*, Murch, *Hyolites cf. simplex*, Barr., du silurien supérieur d'Angleterre, de Thüringe et du Portugal. Nos déterminations ont été récemment revues par M. de Saporta[2], qui a donné de nouvelles figures de ces fossiles problématiques.

La position stratigraphique de ce niveau est encore incertaine; la place que nous lui attribuons, basée sur les seules vraisemblances paléontologiques, ne saurait être que provisoire, en attendant une confirmation stratigraphique. Nos considérations ne sont cependant pas dépourvues de fondement, puisqu'elles ont permis de signaler[3] à M. Gourdon les riches gisements de graptolites qu'il vient de découvrir.

2° Ampélites à graptolithes.

M. Maurice Gourdon vient de découvrir aux environs de Luchon

1. L'identité de notre *Echinosphaerites cf. balticus* de la Haute-Garonne, avec le *Caryocystites Rouvillei* de l'Hérault me paraît certaine; M. von Kœnen insiste même sur la ressemblance que j'avais déjà signalée, entre ces espèces et le *Sphaeronites stelluliferus* (Salter) d'Angleterre. L'état de conservation des échantillons de *Caryocystites Rouvillei*, figurés par M. von Kœnen, pas plus que ceux de *Echinosphaerites cf. balticus*, trouvés par M. Gourdon, et que j'ai figurés, ne me paraissent suffisants pour distinguer ces formes des *Echinosphaerites balticus*, Eichw; quand cette différence sera établie, l'*Echinosphaerites* de la Haute-Garonne devra porter le nom de *E. Rouvillei*. Actuellement, on ne peut encore ranger avec certitude cette espèce nouvelle, dans le genre *Caryocystites* (= *Echinosphaerites* p. p. auct.).

Les *Hemicosmites rugatus* (?) de la Haute-Garonne rappellent l'espèce anglaise décrite par Salter (*Mem. geol. Survey*, t. III, p. 288, pl. XX, f. 12), par la grandeur de ses plaques poreuses rayonnées; les échantillons recueillis jusqu'ici par M. Gourdon ne sont pas suffisamment bien conservés, pour permettre de distinguer parmi ces formes, comme on peut s'y attendre, les nouveaux genres de cystidées *Juglandocrimus*, *Corylocrimus*, établis par M. von Kœnen.

2. De Saporta, *Bull. Soc. géol. de France*, 3e sér., t. XIV, 1886, p. 413, pl. XIX, XX.

3. *Ann. Soc. géol. du Nord*, t. XI, 1884, p. 226.

trois riches gisements de graptolites. Le plus riche se trouve à Montmajou, près Cier-de-Luchon, il nous a offert :

Monograptus priodon.
Monograptus Boecki.
Monograptus Roemeri.
Monograptus spiralis (?)
Rastrites peregrinus.
Retiolites Geinitzianus.

Le second gisement est situé entre les deux bandes d'affleurement des schistes calcarifères à *Echinosphaerites cf. balticus,* formant un pli synclinal, près du port de Mousquères, aux portes de Luchon et dans la montagne de Cazarilh ; il n'a fourni que des espèces difficilement déterminables. Le troisième gisement est dans la vallée d'Oueil, entre Sacourvielle et la tour de Castel-Blanquat ; il a fourni *Monograptus priodon ;* près de là, apparaît le terrain dévonien.

La faune de ces gisements de graptolites des environs de Luchon permet de les identifier aux gisements de Marignac à *Gr. sagittarius, Gr. priodon,* décrits par Boubée, de Verneuil[1] ; à ceux de Sentein (vallée d'Aran), Bachos, pic du Gar, découverts par M. Caralp[2] ; à ceux de Barrancos et San Domingos, étudiés dans le Portugal, par M. Delgado[3].

Dans ces régions, les ampélites à graptolites alternent avec des couches de schiste, grès et calcaire, qui forment bientôt un étage spécial, plus élevé dans la série, riche en céphalopodes, et connu depuis longtemps dans la chaîne pyrénéenne sous le nom de calcaire de Saint-Béat à Orthocères.

3° Calcaire de Saint-Béat à Orthocères.

La faune de ce niveau classique est relativement connue, des listes de fossiles en ayant été données par Barrande, Leymerie, MM. de Lapparent, de Tromelin et Lebesconte[4]. Les gisements des Pales-de-Burat, Marignac, Ladivert et Lez, près Saint-Béat, ont permis de rapporter cette faune, à l'étage E de la faune silurienne de Bohême. Les espèces suivantes m'ont été communiquées par M. M. Gourdon :

Ceratiocaris Bohemicus, Barr.
Orthoceras originale, Barr.
Orthoceras Bohemicum, Barr.
Orthoceras cf. styloïdeum, Barr.
Orthoceras cf. pseudocalamiteum, Barr.
Cyrtoceras sp.
Cardiola interrupta.
Scyphocrinus elegans, Zenk.

1. De Verneuil, *Bull. Soc. géol. de France,* 2e série, t. II, p. 401. 1845.
2. Caralp, *loc. cit.*
3. J.-F.-N. Delgado, *Terrenos paleozoïcos de Portugal, sobre a existencia do Terreno siluriano no Baixo Alemtejo ;* Lisboa, 1876 ; pp. 4-31.
4. De Tromelin et Lebesconte, *Comptes rendus de l'Association française,* réunion de Nantes, 1876.

Cette faune se présente dans la Haute-Garonne avec les mêmes caractères que dans tout le sud-ouest de l'Europe, telle qu'elle est connue dans l'Hérault, en Bretagne, et notamment en Bohême, dans la bande e_2 de Barrande, où se trouve le type.

TERRAIN DÉVONIEN.

1° Schistes de Cathervieille.

Les schistes et calcschistes argileux de Cathervieille qui forment, d'après Leymerie [1], la base du terrain dévonien, en recouvrant directement dans les vallées de la Pique et de l'Arboust les calcaires siluriens de Saint-Béat, ont fourni à M. M. Gourdon, une faune des plus remarquables.

Les gisements de Cathervieille, Hount-de-Ver, Hount-des-Bicoulous, contiennent une faune nouvelle, que j'ai considérée comme représentative des étages F. G. H. du silurien supérieur de Bohême. C'est la faune hercynienne des géologues allemands, que je regarde comme synchronique de notre étage gédinnien, et comme inférieure à la faune coblencienne.

L'étage des schistes de Cathervieille a fourni les espèces suivantes :

Dalmanites Gourdoni, nob.
Lichas Trochurus Gourdoni, nob. [2]
Bronteus Trutati, nob.
Bronteus Raphaeli, nob.
Phacops fecundus, Barr.
Phacops breviceps (?) Barr.
Cyphaspis Belloci, nob.
Harpes pyrenaicus, nob.
Orthoceras sp.
Cardiola sp.
Strophomena sp.
Platycrinide sp.
Zaphrentis profundè-incisa (?) Ludw.
Petraia undulata, F. Roem.
Pleurodyctium sp.
Cladochonus striatus, Gieb. sp.

2° Schistes de Laruns.

Les schistes de Béost, près Laruns, ont fourni à de Verneuil [3] la faune suivante, distincte de celle de Cathervieille, et qui représente dans les Pyrénées, l'étage Coblencien de la Meuse et du Rhin, les grauwackes de Néhou en Bretagne :

Orthis hipparionix, Schnur.
Orthis striatula, Schlt.
Spirifer paradoxus, Schlt.
Rhynchonella subwilsoni, d'Orb.
Atrypa reticularis, Linn.
Pleurodyctium problematicum.
Cyathophyllum turbinatum.
Favosites (?) *ramosa Lonsd.*
Caninia sp.

1. Leymerie, *Descr. géol. de la Haute-Garonne ;* Toulouse 1882, pp. 135, 303.

2. Les caractères de la glabelle et du pygidium de cette espèce l'éloigne, comme je l'ai indiqué, de tous les vrais *Lichas ;* or, c'est précisément pour cette section des Lichas, comme mon savant ami M. Lindström a bien voulu me le faire remarquer, que M. Beyrich a proposé son genre *Trochurus*.

3. De Verneuil, *Bull. Soc. géol. de France,* 2e sér., t. XII, p. 72. 1854.

C'est probablement à ce même niveau, qu'il faut rapporter la grauwacke dévonienne fossilifère, signalée par M. Noguès.

3° Calcaires de Castelnau-Durban.

M. de Lacvivier m'a communiqué un certain nombre de fossiles trouvés par lui à Castelnau-Durban, dans l'Ariège[1], et qui me paraissent appartenir à un niveau stratigraphique plus élevé, soit au sommet de l'étage Coblencien, ou à la base de l'étage Eifélien. J'ai pu reconnaître :

Merista plebeia, Sow.
Meristella nov. sp.
Athyris concentrica, von Buch.
Rhynchonella Daleidensis, Rœmer.
Rhynchonella parallelepipeda, Brown.
Spirifer aculeatus, Schnur.
Spirifer concentricus, Schnur.
Atrypa reticularis, Linn.
Orthis canaliculata var. acuta, Maurer.
Orthothetes umbraculum, Schlt.
Platystoma sp.
Zaphrentis sp.
Metriophyllum Bouchardi, Edw. et H.
Favosites fibrosa, Gold.
Alveolites subæqualis, Mich.

Cette assise me paraît synchronique des calcaires à polypiers de Cabrières, récifs coralliens de l'époque eifélienne, qui contiennent dans l'Hérault la riche faune, que j'ai pu récemment faire connaître, grâce à M. de Rouville[2], et que M. Frech a depuis étudiée d'une façon détaillée.

Les recherches de M. Joseph Roussel[3] et de M. de Lacvivier[4] sur les terrains dévoniens de l'Ariège, me portent à croire, dès à présent à l'absence, dans la chaîne pyrénéenne, des grands récifs coralliens, qui se développaient, dans le centre de l'Europe, aux époques givétienne et frasnienne. Ce fait constituerait la différence capitale entre les provinces ardennaises et pyrénéennes, pendant la seconde moitié de l'époque dévonienne. Le givétien est, en effet, représenté par des grès, dans les monts Cantabriques, et le frasnien par les calcaires argileux peu épais de Candas ; à l'est, dans l'Hérault, le dévonien moyen (Givétien) n'a pas encore été reconnu, et le dévonien supérieur n'est représenté que par des schistes et calcaires à *Goniatites* frasniennes et famenniennes.

Les divisions moyenne et supérieure du dévonien, ne sont pas représentées dans les Pyrénées, par les puissantes constructions coralliennes, qui leur donnent une si grande épaisseur, dans la région

1. De Lacvivier, *Bull. Soc. géol. de France*, 3e sér., t. XIV, 1886, p. 620.
2. *Ann. Soc. géol. du Nord*, t. XIII, p. 74.
3. J. Roussel, *le Dévonien et le Carbonifère de Larboust et de Saint-Antoine* (*Ariège*) ; Foix, imp. Gadrat, 1885.
4. De Lacvivier, *loc. cit.*, p. 620.

hercynienne; ces étages y paraissent représentés par des facies à Céphalopodes, minces comme tous les dépôts de cette nature, et probablement formés à d'assez grandes profondeurs. La superposition de divers étages à céphalopodes, montre que les conditions bathymétriques du bassin restèrent à peu près les mêmes, du dévonien au carbonifère; la persistance des mêmes conditions explique la constance des caractères lithologiques des formations, et montre pourquoi des sédiments identiques (griottes), ont fourni dans la chaîne pyrénéenne, plusieurs faunes distinctes, frasnienne, famennienne et carbonifère.

4° Marbre griotte.

Je n'ai pu déterminer les fossiles assez nombreux, mais mal conservés, trouvés par M. M. Gourdon dans les griottes de Bourg-d'Oueil.

Ces calcaires marbres griottes qui constituent un repère si précieux dans la série paléozoïque des Pyrénées, sont comparables au calcaire d'Etrœungt du massif des Ardennes, en ce qu'ils présentent, comme lui, un terme de passage du dévonien au carbonifère. MM. de Lacvivier, von Kœnen, Bergeron, Frech ont signalé dans les griottes des espèces dévoniennes; j'y ai, par contre, reconnu des formes carbonifères dans la partie occidentale de la chaîne; les recherches de MM. Stuart-Menteath et Roussel, dans les Pyrénées, ont confirmé la position stratigraphique que j'avais assignée à ces assises de griotte, immédiatement au-dessous des couches carbonifères à *Productus,* entre le frasnien et le carbonifère.

L'étage du calcaire carbonifère à *Productus,* qui recouvre directement le marbre griotte, dans les Pyrénées comme dans les Asturies, d'après les découvertes de MM. Roussel et de Lacvivier, atteindrait un développement considérable dans cette chaîne, d'après les recherches récentes de M. Lartet[1].

1. Lartét, *Comptes rendus Acad.*, 9 mai 1887.

M. P. de LORIOL,

Membre de la Commission de la carte géologique de Suisse.

SUR LES ÉCHINIDES CRÉTACÉS DU PORTUGAL.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Les Échinides que renferment les couches crétacées et jurassiques du Portugal, ont été jusqu'ici fort peu étudiés, et on n'en connaissait qu'un très petit nombre d'espèces. Pendant ces dernières années, les recherches très actives de la commission géologique du Portugal ont donné lieu à de nombreuses découvertes. Les Échinides crétacés m'ont été envoyés pour les décrire. Leur publication n'est que commencée, mais j'ai terminé leur étude et je voudrais faire part à la section, en quelques mots, des résultats généraux auxquels elle m'a conduit.

Le nombre des espèces déterminées se monte à quatre-vingt-sept. Elles proviennent exclusivement des couches comprises entre le *néocomien inférieur*, qui paraît correspondre au valangien, et les gisements supérieurs de l'étage cénomanien, classés par M. Choffat dans le carentonien de Coquand. Je n'ai vu aucun oursin provenant de zones plus élevées dans la série.

Le nombre des espèces déjà décrites se monte à trente-cinq, les autres sont nouvelles.

Les Échinides réguliers sont plus nombreux que les irréguliers. Parmi les premiers, se sont les genres *Pseudodiadema* et *Diplopodia* qui l'emportent au point de vue des espèces et des individus; parmi les derniers les genres *Toxaster*, *Enallaster*, et surtout *Hemiaster*, se montrent au premier rang.

Dans le néocomien inférieur, nous retrouvons quelques espèces bien connues qui se rencontrent généralement dans l'étage valangien, le *Cidaris muricata*, le *Cidaris pretiosa*, le *Rhabdocidaris tuberosa*.

Dans le néocomien moyen, ou Hauterivien, j'ai reconnu également plusieurs espèces caractérisant le même niveau dans le bassin de Paris; je citerai, entr'autres, le *Pseudocidaris clunifera*, le *Codiopsis Lorini*, l'*Holectypus macropygus*, le *Collyrites ovulum*. Une espèce ntéressante, le *Cidaris Maresi*, spéciale, jusqu'ici, au néocomien de l'Algérie, se retrouve en Portugal au même niveau. Quelques espèces

qui, ailleurs, se recueillent dans l'étage urgonien, se montrent déjà, ainsi le *Cidaris malum*, l'*Orthopsis Repellini*, le *Goniopygus peltatus* ; j'ai déjà nommé le *Pseudocidaris clunifera*.

Ce sont les couches cénomaniennes qui se montrent les plus riches en Échinides ; j'en ai déterminé cinquante-deux espèces. Les *Pseudodiadema*, en premier lieu, puis les *Hemiaster*, se montrent particulièrement abondants en espèces et surtout en individus. Je citerai parmi les espèces connues : *Pseudodiadema Guerangeri*, Cotteau, *Diplopodia variolaris*, *Heterodiadema lybicum*, *Orthopsis granularis*, *Goniopygus Menardi*, *Cottaldia Benettiæ*, *Holectypus excisus*, *Anorthopygus orbicularis*. Les espèces nouvelles sont nombreuses : je mentionnerai un *Archiacia* de grande taille. Un fait particulier, c'est la présence de quatre espèces du genre *Toxaster* et de trois du genre *Enallaster*, nouvelles et bien distinctes, provenant toutes, sauf une, des couches inférieures au cénomanien. Aucun échantillon ne pourrait être rapporté au *Toxaster complanatus*, si abondant dans l'étage néocomien, en France, en Suisse, etc., mais qui paraît manquer aussi complètement dans le néocomien de l'Algérie. L'une des espèces d'*Enallaster*, l'*Enallaster Delgadoi* assez abondante, se trouve dans des gisements qui appartiennent aux couches inférieures de l'étage cénomanien. C'est donc la plus récente connue, avec une autre, du cénomanien de Syrie, que j'ai décrite récemment, et avec laquelle on recueille aussi ce même *Enallaster Delgadoi*.

Quant aux *Hemiaster*, ils sont très nombreux en individus dans les différents niveaux cénomaniens du Portugal. J'espérais, au premier abord, pouvoir en rapporter, au moins une bonne partie, aux espèces connues maintenant si nombreuses, grâce aux découvertes des dernières années. Mais, après l'étude très attentive que j'en ai faite, il ne m'a pas été possible de rapporter un seul exemplaire à l'une des espèces africaines, ni, du reste, à aucune autre connue ailleurs. J'ai été obligé de créer, pour ces *Hemiaster* du Portugal, neuf espèces, qui toutes sont nouvelles, sauf une seule, l'*Hemiaster scutiger*, déjà décrit par Forbes, mais, comme les autres, spécial au Portugal. Elles appartiennent exclusivement, comme la presque totalité des espèces algériennes, au groupe des *Mecaster* de M. Pomel, dans lequel les ambulacres postérieurs ne sont pas beaucoup moins longs que les antérieurs pairs, la plaque madréporique séparant les plaques génitales postérieures : ce groupe, commode pour le classement des espèces, ne paraît pas avoir, en réalité, une valeur générique, ainsi que l'a montré récemment M. Gauthier.

Cette abondance des *Hemiaster*, lors même que les espèces ne sont pas les mêmes, bien que voisines, tend à rapprocher la faune échini-

tique cénomanienne du Portugal de celle de l'Algérie ; toutefois, il y a lieu de s'étonner que ce rapprochement ne soit pas plus étroit, car le nombre des espèces d'Échinides spéciales à ces deux faunes est, en réalité, peu considérable. Je ne vois que deux espèces portugaises qui, jusqu'ici, étaient regardées comme spéciales au cénomanien de l'Algérie, le *Micropedina olisiponensis* et le *Pedinopsis Desori,* et, encore, M. Seguenza a cité un exemplaire de cette dernière espèce dans le cénomanien du sud de l'Italie. Le *Micropedina olisiponensis*, décrit par Forbes, des environs de Lisbonne, avait été nommé plus tard, par Coquand, *Codiopsis Cotteaui ;* j'ai pu m'assurer que les deux espèces n'en font qu'une. On peut presque ajouter à ces deux espèces cénomaniennes spéciales l'*Heterodiadema lybicum,* qui, bien que recueilli en France dans deux localités voisines du littoral de la Méditerranée et aussi en Palestine, est cependant une espèce essentiellement africaine. Quelques espèces connues se retrouvent encore à la fois dans le cénomanien du Portugal et dans celui d'Algérie, ainsi le *Goniopygus Menardi,* l'*Holectypus excisus,* l'*Holectypus cenomanensis,* l'*Anorthopygus orbicularis,* mais ce ne sont pas là des espèces algériennes proprement dites : on les retrouve dans beaucoup de gisements cénomaniens de l'Europe.

Cependant, si à ces espèces cénomaniennes on ajoute le *Cidaris Maresi,* espèce néocomienne très particulière et, jusqu'ici, spéciale à l'Algérie, on peut bien considérer la faune échinitique crétacée du Portugal comme contribuant, d'une manière assez sensible, à relier celle de l'Europe à celle du nord de l'Afrique, et, on peut même le dire, plus étroitement que celle du midi de la France.

Les recherches se poursuivent activement par les soins de la Commission géologique du Portugal, mais des régions considérables sont encore presque inexplorées, et il est à prévoir, d'après les résultats obtenus, qu'elles fourniront encore un contingent d'espèces considérable à ajouter à celles des gisements crétacés déjà étudiés. Dans le nombre il s'en trouvera très probablement encore qui viendront augmenter le chiffre de celles qui servent déjà de trait d'union avec la faune échinitique africaine.

L'étude des mollusques, entreprise par M. Choffat, n'est pas encore assez avancée pour qu'il soit possible d'utiliser les documents qu'elle pourra fournir.

M. G. COTTEAU,

Correspondant de l'Institut, à Auxerre.

ÉCHINIDES ÉOCÈNES D'ARAGON (ESPAGNE).

— Séance du 26 septembre 1887. —

Notre collègue, M. Maurice Gourdon, de Bagnères-de-Luchon, nous a communiqué, il y a quelques mois, une belle et nombreuse série d'Échinides crétacés et tertiaires recueillis dans les Pyrénées. — Parmi les espèces crétacées, plusieurs sont intéressantes et rares dans les collections, *Cidaris Ramondi,* Leymerie; *Cyphosoma pseudo-magnificum,* Cotteau; *Hemipneustes Leymeriei,* Hébert; *H. Pyrenaicus,* Hébert, etc., mais elles ont été, depuis longtemps, décrites et figurées, et il me paraît inutile d'en parler de nouveau.

Les Échinides que je désire aujourd'hui signaler à l'attention de la section sont éocènes; ils ont été recueillis en Espagne, dans l'Aragon, et proviennent d'un gisement qui ne nous paraît pas avoir été exploré avant M. Gourdon.

Nous avons déterminé quatorze espèces : sur ce nombre plusieurs sont déjà connues et nous aideront à fixer l'horizon stratigraphique des couches qui les renferment; les autres, et nous insisterons surtout sur ces dernières, sont tout à fait nouvelles. Nous allons rapidement passer en revue les unes et les autres, en suivant l'ordre adopté dans la *Paléontologie française*.

N° I. — MARETIA ARAGONENSIS, Cotteau, 1887. — Cette espèce, dont nous connaissons plusieurs exemplaires, nous a paru nouvelle. Sa forme générale la rapproche un peu du *Maretia Des Moulinsi,* du terrain numulitique de Biarritz (Éocène supérieur); elle en diffère d'une manière positive par sa forme plus allongée, plus arrondie, moins émarginée en avant par sa face supérieure plus déprimée, plus uniformément bombée, par son sillon antérieur plus atténué, presque nul vers l'ambitus, par ses aires ambulacraires plus étroites, munies d'une zone interporifère moins large, par ses aires postérieures relativement plus allongées, par ses petits tubercules plus inégaux, par ses gros tubercules plus abondants, remplissant les deux aires interambulacraires paires postérieures, tandis que chez le *Maretia Des Moulinsi,* ces tubercules, toujours moins nombreux, sont limités à la région antérieure de ces mêmes aires.

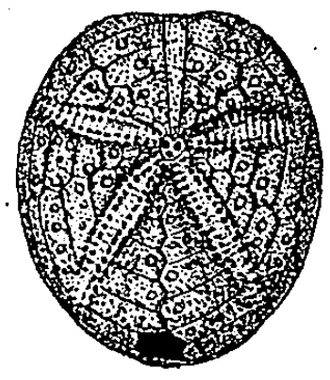


Fig. 1.
Maretia aragonensis, Cotteau.

Loc. — Pabla de Noda (Aragon, Espagne). Coll. Maurice Gourdon.

Le genre *Maretia* commence à se montrer à l'époque éocène, où il est assez abondant; il persiste à l'époque miocène et existe encore à l'époque actuelle.

N° II. — MACROPNEUSTES (N. Sp.). — Cette espèce n'est représentée que par un seul exemplaire. Trop incomplet pour être décrit et figuré, cet individu unique présente des caractères qui nous engagent à le réunir aux *Macropneustes* : forme allongée; sillon antérieur accusé; aires ambulacraires excavées, divergentes; gros tubercules disséminés sur les aires interambulacraires et paraissant limitée par une fasciole péripétale. Cet individu constitue certainement une espèce nouvelle et s'éloigne de tous les autres *Macropneustes* par sa forme très allongée, anguleuse et profondément échancrée en avant, par sa face supérieure carénée, surtout dans la région postérieure, rapidement déclive sur les côtés, par ses aires ambulacraires antérieures sensiblement recourbées et arrondies, caractère qui n'existe chez aucun Macropneustes et qui pourrait bien, lorsque l'espèce sera mieux connue, nécessiter, pour ce curieux échinide, la création d'une coupe générique nouvelle.

Loc. — Montagne de Ranin (Aragon, Espagne). Très rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° III. — LINTHIA HEBERTI (Cotteau), Dames, 1877. — En 1863, nous avons fait connaître cette espèce recueillie à Biarritz, dans le terrain éocène supérieur, par MM. Pellat et le comte de Bouillé; elle a été décrite d'abord dans nos *Échinides des Pyrénées* et plus tard dans la *Paléontologie française*. Plusieurs exemplaires appartenant à différents âges nous ont été communiqués par M. Gourdon; ils possèdent bien la physionomie du type. Leur face supérieure est haute, renflée en avant, obliquement déclive en arrière, subcarénée dans la région postérieure. Quelques différences, cependant, sont à noter entre les exemplaires d'Espagne et ceux de Biarritz : chez les premiers, l'appareil apical paraît un peu plus excentrique en avant; les aires antérieures et postérieures présentent au milieu une zone interporifère plus large. Les individus d'Espagne sont, en général, mieux conservés que ceux rencontrés à Biarritz, presque toujours brisés et comprimés. Le périprocte n'était pas connu; les échantillons de M. Gourdon nous indiquent qu'il était de forme subcirculaire, légèrement acuminé à sa partie supérieure.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon, Espagne). Assez commun. Éocène. Coll. Maurice Gourdon, ma collection.

N° IV. — LINTHIA ARIZENSIS (d'Archiac), Cotteau, 1886. — C'est avec quelque doute que nous réunissons au *Linthia arizensis* les exemplaires nombreux que nous avons sous les yeux; ils s'en rapprochent assurément par leur taille peu développée, oblongue, subhexagonale, par leur face supérieure médiocrement renflée, obliquement déclive en avant, ayant sa plus grande épaisseur dans la région postérieure, par leurs tubercules espacés à la face supérieure. Ils en diffèrent un peu par leur forme plus épaisse, plus oblongue, moins héxagonale, par leur sillon antérieur moins large vers l'ambitus. Ces différences ne manquent pas d'une certaine importance; elles se reproduisent avec constance dans nos exemplaires. Cependant elles ne nous ont pas paru suffisantes pour séparer quant à présent les deux espèces. Le véritable *L. arizensis* est beaucoup plus rare que la variété d'Espagne.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Commun. Coll. Maurice Gourdon, ma collection.

N° V. — LINTHIA ARAGONENSIS, Cotteau, 1887. — Cette espèce est de taille assez grande, arrondie, un peu rétrécie et émarginée en avant, dilatée au milieu. La face supérieure est renflée, légèrement conique, élevée et brusquement déclive dans la région antérieure, un peu oblique en arrière, verticalement tronquée dans la région postérieure, presque plane en dessous. Le sommet est excentrique en avant. Les aires ambulacraires, paires sont relativement très longues, droites, linéaires, étroites et médiocrement excavées, inégales; les aires antérieures divergentes et sensiblement plus longues que les autres. Son sillon extérieur moins excavé et ses aires ambulacraires plus étroites et plus longues empêchent de confondre cette espèce avec le *L. Heberti*, qu'on rencontre dans la même localité.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° VI. — LINTHIA (N. Sp.). — Deux exemplaires nous paraissent appartenir à cette espèce, qu'il ne nous a pas semblé possible de réunir à un des nombreux *Linthia*, que nous connaissons soit en France, soit ailleurs; sa forme est oblongue, son sommet excentrique en avant. Son sillon antérieur, très accusé, entoure assez fortement l'ambitus; ses aires ambulacraires paires sont excavées, inégales, les postérieures un peu moins longues que les autres. Par sa forme oblongue et son sillon antérieur très apparent, cette espèce rappelle le *Linthia Cotteaui;* elle en diffère par sa taille plus forte, par son sommet plus excentrique en avant, par ses aires ambulacraires postérieures relativement plus longues. Ce sont deux types voisins, mais qui cependant nous ont paru distincts. Nous attendrons, pour décrire et figurer l'espèce, que de nouveaux exemplaires soient mis à notre disposition.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° VII. — SCHIZASTER ROUSSELI (Cotteau, 1887). — C'est encore avec quelque doute que nous rapportons à cette espèce deux exemplaires de *Schizaster* recueillis par M. Gourdon; ils en sont très voisins par leur forme épaisse et renflée, par leur sillon antérieur profond et se rétrécissant vers l'ambitus, par leur sommet excentrique en arrière, mais ils en diffèrent un peu par la forme et la disposition de leurs aires ambulacraires paires antérieures qui paraissent plus étroites et se recourbent plus légèrement en arrière, comme dans le *Schizaster Studeri;* mais, chez cette dernière espèce, la taille est beaucoup plus forte, plus accuminée dans la région postérieure, le sommet beaucoup plus excentrique, les aires ambulacraires plus flexueuses et sensiblement plus recourbées.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° VIII. — SCHIZASTER VICINALIS, Agassiz, 1847. — Nous n'avons sous les yeux qu'un seul exemplaire de cette espèce; il est comprimé et assez mal conservé, mais il présente bien les caractères du type : aspect cordiforme, sommet ambulacraire très excentrique en arrière, sillon antérieur large, profond, fortement caréné sur les bords, face postérieure saillante et carénée, aires ambulacraires, paires antérieures très flexueuses, beaucoup plus longues que les autres, qui sont courtes et rapprochées. L'exemplaire est comprimé et pourrait bien appartenir au *Schizaster rimosus;* cependant le sillon paraît plus large que dans cette dernière espèce.

Loc. — Montagne de Ranin (Aragon). Très rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° IX. — TRACHYASTER GOURDONI, Cotteau, 1887. — Cette espèce constitue un type nouveau et très remarquable. Nous n'en connaissons qu'un seul exemplaire, mais il est parfaitement caractérisé par sa forme épaisse et renflée, élargie au milieu, un peu acuminée en arrière, par son sommet excentrique en avant, par l'étroitesse de ses aires ambulacraires et l'irrégularité du fasciole, qui descend très bas et se montre tantôt large et bien accentué, tantôt étroit, à peine visible, disparaissant au milieu des tubercules. Sa forme générale, son sillon antérieur, son appareil apical muni de quatre pans génitaux rapprochent cette espèce du *Trachyaster*, Pomel, parmi lesquels nous la plaçons provisoirement. Elle s'en éloigne, cependant, par la disposition de son fasciole, qui n'est pas flexueux et se trouve à une distance relativement très grande de l'extrémité des aires ambulacraires, tandis que, chez les *Trachyaster* et autres genres voisins, le fasciole est péripétale, c'est-à-dire qu'il circonscrit de très près, comme l'indique son nom, l'extrémité des aires ambulacraires. Cette curieuse espèce nous paraît destinée à former le type d'un genre nouveau ; mais comme nous ne connaissons jusqu'ici qu'un seul exemplaire, dont la conservation laisse encore beaucoup à désirer, nous avons préféré le réunir provisoirement au genre *Trachyaster*.

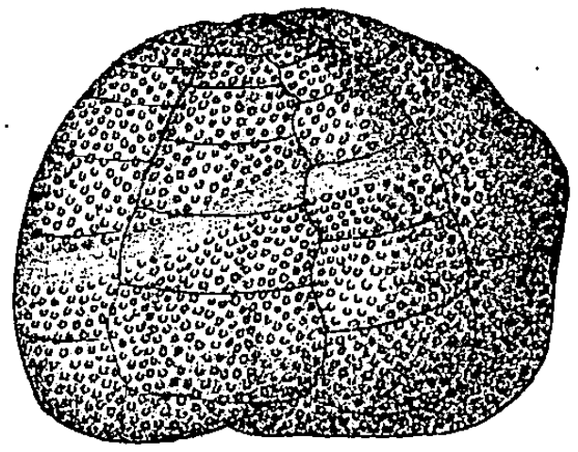


Fig. 2.

Trachyaster Gourdoni, Cotteau.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Très rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° X. — CYCLASTER GOURDONI, Cotteau, 1887. — Les *Cyclaster* véritables et tels qu'ils sont aujourd'hui circonscrits, sont rares en espèces et en individus ; nous en connaissons deux espèces de France, représentées seulement par quelques exemplaires, et quatre espèces étrangères également très rares dans les collections. L'espèce recueillie par M. Gourdon, et dont nous n'avons sous les yeux qu'un seul exemplaire, tout en présentant parfaitement les caractères du type, diffère du *Cyclaster declivis*, dont elle se rapproche le plus, par sa taille plus petite, par sa forme plus renflée, plus cylindrique, aussi épaisse en avant qu'en arrière, par ses aires ambulacraires plus superficielles et par son fasciole beaucoup moins distincts.

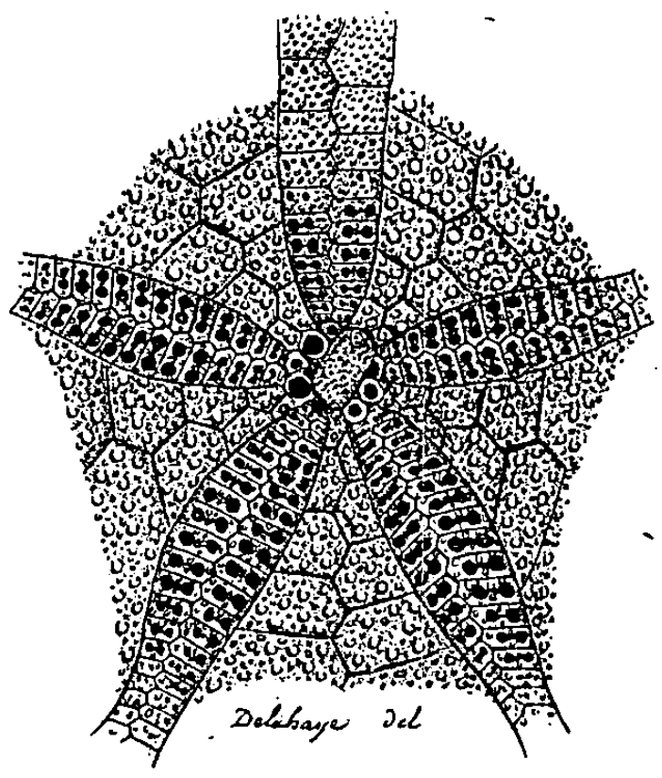


Fig. 3.

Cyclaster Gourdoni, Cotteau.

Loc. — Pobla di Noda (Aragon). Très rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° XI. — AMBLYPYGUS DILATATUS, Agassiz. — L'espèce est bien connue ; l'exemplaire de M. Gourdon est remarquable par sa forme oblongue, par sa face supérieure déprimée, par son pésistome subpentagonal et oblique, par son périproçte très grand, acuminé aux deux extrémités, et encore plus

éloigné du pésistome qu'il ne l'est dans les exemplaires de l'Ariège que j'ai figurés.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Rare. Coll. Maurice Gourdon, ma collection.

N° XII. — Echinolampsis ellipsoidalis, Agassiz. — Cette espèce, l'une des plus caractéristique du terrain éocène supérieur de Biarritz, sera toujours parfaitement reconnaissable à sa forme allongée, arrondie en avant, un peu rétrécie en arrière, uniformément bombée en-dessus, à son sommet très excentrique en avant, à ses aires ambulacraires étroites, un peu renflées, les aires postérieures beaucoup plus longues que les autres. L'exemplaire de M. Gourdon est absolument identique aux échantillons de Biarritz.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Rare. Coll. Maurice Gourdon.

N° XIII. — Conoclypeus Leymeriei, Cotteau, 1856. — Nous considérons cette espèce comme différente du *Conoclypeus conoideus*, auquel Desor la réunit dans le *Synopsis des Échinides fossiles*. L'exemplaire d'Espagne diffère du type de la Haute-Garonne par sa taille plus petite, par ses aires ambulacraires non déprimées près du sommet, par sa face supérieure moins conique. Cependant la physionomie générale est la même et l'exemplaire de M. Gourdon nous paraît une simple variété du *C. Leymerici*.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Très rare. — Coll. Maurice Gourdon.

N° XIV. — Rhabdocidaris Pouechi, Cotteau, 1863. — Lorsque nous avons signalé cette espèce dans les *Échinides fossiles des Pyrénées*, nous n'en connaissions qu'un fragment, suffisant pour caractériser l'espèce, mais trop incomplet pour la décrire dans tous ses détails. Depuis cette époque, plusieurs échantillons, d'une admirable conservation, ont été recueillis dans l'Ariège et aussi en Espagne, dans la province d'Alicante, et notre sixième fascicule des *Échinides nouveaux ou peu connus* contiendra la description complète et détaillée de cette espèce. Un des exemplaires recueillis par M. Gourdon est remarquable par sa taille un peu plus forte, par ses aires ambulacraires plus déprimées et plus profondément creusées au milieu, ce qui donne aux tubercules interambulacraires un aspect beaucoup plus saillant. Malgré sa forme étrange, cet échantillon ne nous a paru qu'une variété du *Rhabdocidaris Pouechi*. Les zones porifères, les granules qui recouvrent les aires ambulacraires, les tubercules interambulacraires et les granules qui les accompagnent offrent la même disposition que dans les exemplaires types.

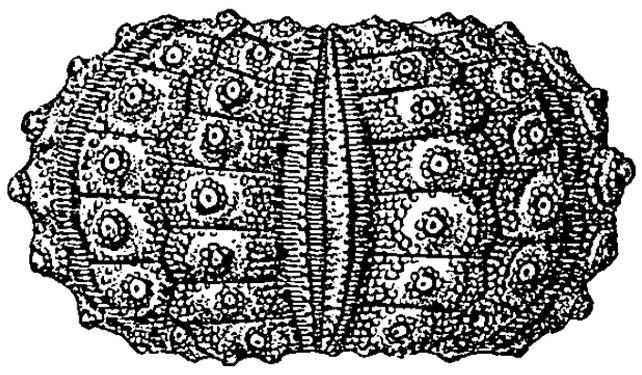


Fig. 4.

Rhabdocidaris Pouechi, Cotteau.

Loc. — Pobla de Noda (Aragon). Assez rare. Coll. Maurice Gourdon.

Sur les quatorze espèces que nous venons de signaler, huit : *Linthia Heberti* et *L. arizensis, Schizaster Rousseli* et *S. vicinalis, Amblypygus dilatatus, Echinolampas ellipsoidalis, Conoclypeus Leymerici* et *Rhabdocidaris Pouechi,* se sont déjà rencontrées dans le terrain Éocène moyen ou supérieur de la région pyrénéenne. Les six

autres espèces sont nouvelles et nous montrent combien est variée la faune échinitique éocène. Il a suffi à notre collègue de quelques heures de recherches pour recueillir quatorze espèces d'oursins, appartenant à dix genres différents, et sur ce nombre six sont nouvelles et n'ont été signalées dans aucune autre localité.

A la suite de la note sur les Échinides éocènes d'Aragon (Espagne), M. Cotteau fait connaître deux types nouveaux sur lesquels il appelle toute l'attention de la section :

Le premier est le CODIOPSIS REGALIS, Arnaud, remarquable par la disposition de ses granules interambulacraires et la structure de son appareil apical. Certains exemplaires de cette espèce ont tout à fait l'aspect des *Cœlopleurus*, en raison des cordons granuleux et verticaux qui sillonnent les aires interambulacraires, mais ils diffèrent très nettement de ce dernier genre par leur appareil apical qui est celui des *Codiopsis* et ne présente jamais, à travers les plaques génitales et ocellaires, les Cordelettes disposées en étoile caractérisant les *Cœlopleurus*. Le *Codiopsis regalis* se rencontre à Maine-Roy (Charente), dans l'étage danien.

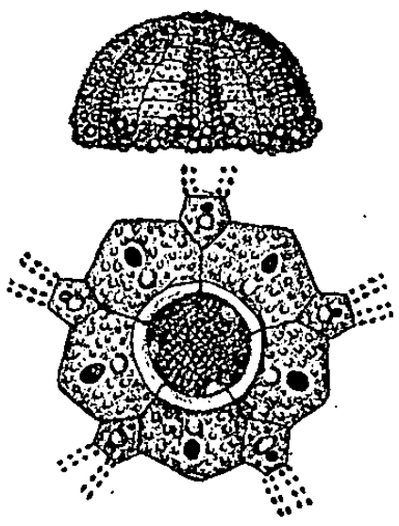


Fig. 5.
Codiopsis regalis, Arnaud.

Le second de ces types est le MICROSOMA CONICA, Cotteau, provenant de Callera, province d'Alicante (Espagne). Cette petite espèce appartient à un genre nouveau, voisin des *Echinolampas*, mais cependant bien distinct. Elle sera toujours parfaitement reconnaissable à sa forme circulaire et conique, à son sommet apical central, à ses aires ambulacraires subpétaloïdes, ouvertes à leur extrémité, à ses tubercules très fins, à la double carène atténuée qui marque le milieu des aires interambulacraires, à son péristome enfoncé et pentagonal, à son périprocte petit et arrondi.

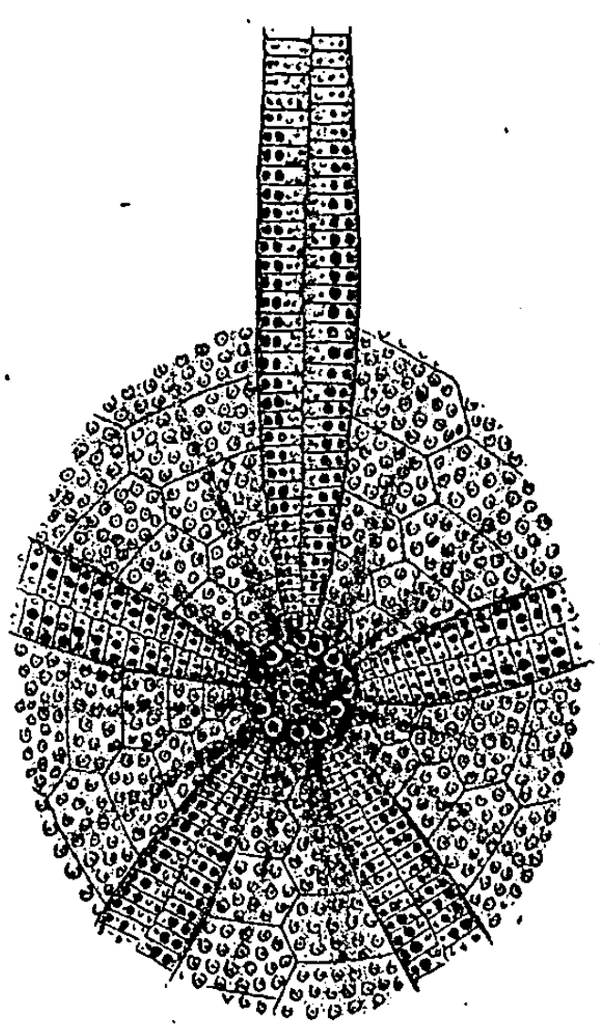


Fig. 6.
Microlampas conicus, Cotteau.

M. A. BOISSELLIER,

Agent administratif principal de la Marine, à Rochefort.

SUR LES PLISSEMENTS DU SOL DANS LE MASSIF VENDÉEN, LE DÉTROIT DU POITOU ET LE BASSIN DE LA CHARENTE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

J'ai l'honneur de présenter à l'Association française une carte géologique du bassin de la Charente (pl. XV), à l'échelle de $\frac{1}{320\,000}$ que j'ai dressée, à titre de renseignement, pour le Service de la carte géologique détaillée de la France. (Ministère des Travaux publics.)

Cette carte, sur laquelle je n'ai figuré que les formations sédimentaires, a pour limites, à partir de l'Océan, le Massif vendéen, le Détroit du Poitou, le Plateau Central et s'étend vers le sud jusqu'à Blaye dans la Gironde. Elle comprend, en outre, le petit bassin jurassique et houiller de Chantonnay-Saint-Laur (Vendée).

Dans cette région, l'ère moderne est représentée par des dunes ou des cordons de galets, par des alluvions marines ou fluviatiles qui ont comblé les golfes et les estuaires du littoral et par des alluvions plus anciennes contenant des dépôts de tourbe dans les vallées, ou formant un limon caillouteux sur les plateaux peu élevés voisins de la mer.

Le tertiaire est peu développé. Cependant le sable des Landes se montre, au sud-ouest, sur une assez grande étendue, recouvrant des sables sidérolithiques dans le Saintonge, des calcaires éocènes miliolithiques dans le Médoc, ainsi qu'un petit dépôt miocène dans l'île d'Oléron. Au nord-est, les sables sidérolithiques constituent des lambeaux qui paraissent en rapport avec les failles et les cassures du sol et qui sont d'autant plus étendus qu'ils se rapprochent du Poitou.

La craie inférieure n'existe pas dans cette région. La série crétacée commence par le Cénomanien, auquel le Turonien, le Sénonien et le Danien succèdent régulièrement. Toutefois, après le dépôt de la craie supérieure, une grande faille s'est produite qui a séparé l'île de Ré de l'île d'Oléron en ouvrant le pertuis d'Antioche. Il s'est formé un pli anticlinal dont la voûte rompue et dispersée ensuite, a fait place à une large vallée qui se prolonge jusqu'à plus de 100 kilomètres de la mer dans la direction du sud-est. Au fond de cette vallée anticlinale,

on voit, depuis Saint-Froult jusqu'à Jonzac, le Portlandien, le Cénomanien et le Turonien dans une position anormale, au milieu d'étages plus récents dont les assises sont fortement redressées. La Seudre et la Charente coulent parallèlement dans des plis-synclinaux, de chaque côté de la vallée.

Pour ne pas surcharger cette carte de trop nombreux contours, je n'ai fait que six divisions dans la série jurassique :

1° Le Portlandien et le Virgulien, c'est-à-dire les zones à *Corbula inflexa, Ammonites gigas* et *Am. longispinus;*

2° Le Ptérocérien et l'Astartien : zones à *Ammonites Cymodoce* et à *Am. Achilles;*

3° Le Corallien : zone à *Ammonites bimammatus* et *Marantianus;*

4° L'Oxfordien et le Callonien : zones des marnes à spongiaires, des *Am. canaliculatus* et *plicatilis,* des petites Ammonites pyriteuses et des Am. *Anceps, Backeriæ* et *macrocephalus;*

5° Le Bathonien et le Bajocien : zones à *Am. linguiferus;* à Am. *Humphresi, Sauzei* et *Murchisonæ;*

6° Le Lias, que caractérise des marnes à *Am. Toarcensis, opalinus, serpentinus* et *bifrons,* au-dessous desquelles on rencontre des couches à *Pecten æquivalvis* et *Gryphea cymbium;* puis des calcaires à belemnites, reposant sur des calcaires compactes ou dolomitiques qui passent à des cargneules à des arkoses ou à des jaspes. Du minerai de plomb argentifère se voit à Melle dans ces calcaires.

Le Lias repose normalement sur des schistes, satinés, verdâtres ou rougeâtres, fortement injectés de quartz. Il est tantôt en concordance, tantôt en discordance avec ces schistes, dont il contient parfois quelques fragments. Ce n'est que dans le bassin de Chantonnay-Saint-Laur que des grès houillers s'interposent entre le lias et ces schistes que l'on dit cambriens.

Les grès houillers n'affleurent que dans cette étroite vallée de Saint-Laur, d'où l'on extrait la houille à des profondeurs qui varient de 2 mètres à 180 mètres.

Les schistes cambriens forment la ceinture du Bocage vendéen. On les retrouve au fond de presque toutes les vallées de fracture qui sillonnent le jurassique des Deux-Sèvres. Ils paraissent quelquefois métamorphosés par de la granulite.

Je n'ai encore rencontré le gneiss, les micaschistes et les schistes amphibolites, que sur un point, situé au bord de la Vendée, à l'extrémité du pli anticlinal de Mervent à Bournezeau.

La granulite, au contraire, se présente en masses considérables, au milieu du Bocage vendéen et sur différents points de la Plaine, où

elle perce à travers les schistes et les dépôts jurassiques qui ont été plissés ou soulevés.

L'un des plissements les plus remarquables de la région est celui qui traverse du nord-ouest au sud-est le détroit du Poitou. Là on observe deux plis anticlinaux parallèles, qui relient le massif vendéen au plateau central. Ces plis, dont les crêtes sont jalonnées par des affleurement de lias, forment une vallée synclinale, ou plutôt une sorte de bassin jurassique intermédiaire entre le bassin de Paris et celui de la Gironde. Le Callovien et l'Oxfordien y compris les marnes à spongiaires occupent, dans ce bassin, une étendue de plus de 500 kilomètres carrés. On y rencontre également quelques lambeaux de l'étage corallien recouverts par des dépôts sidérolithiques. M. Toucas a trouvé, près d'Avon, l'*Ammonites bimammatus* et j'ai recueilli près de Chey des ammonites du même niveau.

Pour retrouver dans le bassin parisien le Corallien et les Marnes à spongiaires, il faut faire environ 40 kilomètres au nord-est, et pour les rencontrer dans le bassin girondin, 20 kilomètres au sud-ouest; le deuxième barrage étant beaucoup plus étroit que le premier.

Sur le versant sud-ouest du second barrage, le Lias et l'Oolite inférieure se montrent à travers des sables sidérolithiques assez épais (Celle, Melle); puis toute la série des étages jurassiques et crétacés s'échelonne ensuite, à niveaux décroissants, jusqu'à la mer, sans autre plissement important que celui de Saint-Froult, qui a fait reparaître, comme je l'ai dit, le jurassique au milieu de la craie supérieure.

Mais si l'on se dirige au nord-ouest, suivant la direction des plis du détroit, on remarque que ceux-ci se continuent dans le Bocage vendéen où ils constituent plusieurs petits bassins houillers et jurassiques (Chantonnay, Saint-Laur) séparés de la Plaine par des schistes et des îlots de granulite qui les entourent de tous les côtés. Sur les bords du bassin de Chantonnay, le lias succède aux schistes, plongeant comme eux vers le centre de la cuvette qui est occupé par des calcaires oolitiques. Mais près de La Caillière, le lias fait défaut et des assises calloviennes renfermant *Am. Anceps, Am. Backeriæ* et *Am. macrocéphales* paraissent butter contre les schistes cambriens.

A cet endroit, d'après M. Devilaine, les grès houillers ont été rencontrés dans un sondage à 50 mètres de profondeur.

Dans d'autres petits bassins qui ne contiennent que du lias, comme celui des Ouillères, les calcaires dolomitiques reposent sur la tranche des schistes cambriens.

Des observations qui précèdent, je crois pouvoir conclure que des plissements très importants se sont produits, après l'époque Corallienne, dans le massif vendéen et le détroit du Poitou et, pendant la

période tertiaire (éocène?), dans le bassin de la Charente; que les premiers ont pour cause apparente une éruption de granulite, qu'ils sont probablement du même âge que l'autre, et contemporains du soulèvement des Pyrénées.

La coupe figurée planche XV qui traverse du nord-est au sud-ouest le détroit du Poitou et le bassin de la Charente, perpendiculairement à la direction de tous leurs étages géologiques, montre auprès du ruisseau le Bramerit un quatrième pli beaucoup moins prononcé que les autres. C'est une sorte de dos d'âne que forme le Portlandien, sur une ligne de failles qui passe par le Pertuis Breton, entre l'île d'Yeu et l'île de Ré.

Tous les plis et toutes les failles principales de la région ont une direction qui coïncide, comme celle-ci, avec une découpure importante du littoral ou qui lui est parallèle.

La ligne dont il s'agit se confond aussi avec la limite inférieure du Cénomanien, à partir du point où cet étage, qui transgresse sur le Kimmeridien, cesse de recouvrir les assises portlandiennes.

La coupe montre également la puissance des étages jurassiques traversés par le puits artésien de l'Hôpital maritime de Rochefort. Les épaisseurs indiquées correspondent assez bien à celles que l'on peut mesurer plus exactement à la surface du sol. Toutefois, le Lias qui n'a que 20 à 30 mètres et le Trias qui n'affleure nulle part, sur les bords du bassin de la Charente, mesurent ensemble, dans le puits artésien, environ 300 mètres.

M. V. GAUTHIER,

Professeur au Lycée de Vanves.

TYPES NOUVEAUX D'ÉCHINIDES CRÉTACÉS.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Des explorations récentes ont fait découvrir dans le sénonien d'Algérie des types nouveaux d'Echinides, d'autant plus intéressants qu'ils n'ont jamais été rencontrés en Europe. Déjà, dans nos *Echinides de l'Algérie*, nous avons fait remarquer quelles différences importantes séparent la faune de la craie supérieure, où abondent

les *Micraster* et les *Echinocorys*, de celle des couches correspondantes dans l'Afrique septentrionale, où les *Micraster* et les *Echinocorys* sont presque inconnus, mais où vivaient des myriades d'*Hemiaster*, qui ne le leur cèdent guère en taille. Il n'y a presque point de types communs entre les deux pays. Les découvertes postérieures à la publication de notre ouvrage n'ont fait qu'augmenter la divergence et prouver combien les couches africaines sont plus riches en Échinides que les bancs de la craie blanche du nord de la France. J'ai pensé être agréable à mes collègues de l'Association en leur présentant deux types nouveaux, qui ajouteront à la nomenclature échinitique deux genres inédits.

Genre GUETTARIA, Gauthier. 1887.

Test de forme ovale, subconique, médiocrement élevé, profondément échancré en avant par le sillon ambulacraire, tronqué en arrière, à bord inférieur presque tranchant et dessous plat.

Sommet légèrement excentrique en avant.

Appareil apical allongé. Les deux plaques ocellaires paires antérieures très développées, pentagonales, se rejoignent au centre et séparent entièrement les plaques génitales; les pores alignés avec les pores génitaux; les deux plaques ocellaires postérieures plus petites, resserrées, avec pores non en ligne. Le madréporide n'occupe que la plaque génitale antérieure de droite, qui est à peine plus développée que les autres.

Ambulacre impair différent des pairs, portant des pores petits, obliques et séparés dans chaque paire par un granule.

Ambulacres pairs superficiels, apétaloïdes, formés de zones inégales, qui s'écartent de plus en plus l'une de l'autre à mesure qu'elles s'éloignent du sommet. Elles n'atteignent pas le bord et sont continuées par des paires de pores ronds, plus distantes, et placées près de la suture inférieure des plaques. Dans chaque ambulacre la zone antérieure est plus étroite que la postérieure et composée de pores ronds, bien ouverts et visibles partout. Les zones postérieures ont les pores externes plus allongés que les internes.

Le sillon antérieur n'existe pas près du sommet et jusqu'aux deux tiers de la distance de l'apex au bord. A cet endroit, il se creuse tout à coup très profondément, formant au pourtour une échancrure considérable, mais étroite. Cette échancrure se prolonge en dessous en un profond sillon, toujours étroit, à bords verticaux, atteignant presque le tiers de la longueur totale du test. Le sillon se termine par un bord semi-circulaire, non élargi, au bas duquel se trouve l'ouverture ovale, arrondie ou légèrement ovale, et presque verticalement placée.

Le périprocte est situé à la face postérieure, assez grand, peu élevé, dans un enfoncement semblable à celui des *Hemipneustes*.

Des tubercules fortement scrobiculés, très gros relativement et peu nombreux, occupent à la face supérieure les cinq aires interambulacraires et même la partie élargie des aires ambulacraires. A la face inférieure, ils couvrent de chaque côté une large bande, qui s'étend du bord antérieur jusqu'aux aires ambulacraires postérieures. Celles-ci sont larges et couvertes seulement de granules; au milieu, l'aire interambulacraire impaire

produit un plastron, très nettement dessiné, mais étroit, qui porte les mêmes gros tubercules.

Il y a un fasciole marginal.

Rapports et différences. — Le genre *Guettaria* se rapproche du genre *Cardiaster* Forbes par sa forme, son appareil apical et son fasciole marginal; il s'en sépare complètement par le profond sillon inférieur au fond duquel s'ouvre le péristome, par les gros tubercules qui couvrent la partie supérieure, et par la cavité où se trouve le périprocte. Ce dernier caractère, ainsi que la disposition de l'appareil apical le rapprochent des *Hemipneustes;* mais sa forme, ses gros tubercules, son péristome au fond d'un sillon, son fasciole marginal l'en éloignent entièrement. On ne saurait non plus l'assimiler à l'*Holaster sulcatus* Cotteau (*Lampadocorys,* Pomel) dont le péristome et le sillon buccal ont quelque analogie avec lui; il s'en distingue par son sillon inférieur beaucoup plus long et plus étroit, par ses gros tubercules, par la présence, à la face inférieure, d'un plastron bien caractérisé.

Le genre *Guettaria* ne comprend jusqu'à présent qu'une espèce; les exemplaires connus proviennent du sénonien d'Algérie.

GUETTARIA ANGLADEI, Gauthier. 1887.

Pl. XVI, fig. 1-4.

Longueur,	55mm.	Largeur,	50mm.	Hauteur,	25mm.
—	57	—	52	—	29
—	88	—	72	—	?

Espèce de moyenne et grande taille, de hauteur peu considérable, ovale, subconique, à bord tranchant, plate en dessous, tronquée et sinueuse en arrière où se dessine une sorte de rostre bilobé, très profondément et étroitement échancrée en avant par le sillon ambulacraire.

Apex à peu près central ou légèrement porté en avant.

Appareil allongé, à plaques génitales disjointes par les ocellaires paires antérieures. Celles-ci sont au moins aussi développées que les plaques génitales, et les pores qu'elles portent sont alignés régulièrement avec les autres; la plaque génitale antérieure de droite, qui porte le madréporide, est à peine plus grande que les plaques voisines.

Ambulacre impair différent des autres; il montre deux zones porifères égales, étroites, formées de petites paires assez rapprochées de pores ronds, séparés par un granule et obliquement disposés. Il n'y a pas de sillon ambulacraire à la partie voisine du sommet jusqu'aux deux-tiers de la distance du bord. Là, le test se fend tout à coup et un sillon étroit et très profond s'ouvre subitement, échancrant le bord à une profondeur de 8 millimètres. Le canal ainsi produit se poursuit en dessous, toujours étroit et profond, à parois verticales jusqu'au péristome, qui se trouve éloigné du bord antérieur de 16 à 17 millimètres dans les exemplaires moyens; dans notre plus grand exemplaire, le sillon buccal mesure, à la partie inférieure, 30 millimètres de long, 6 de large et 6 de profondeur.

Ambulacres pairs entièrement superficiels, longs, presque droits, les antérieurs légèrement courbés en avant, tandis que les postérieurs s'infléchissent en arrière. Zones porifères s'écartant de plus en plus à mesure qu'elles s'éloignent du sommet, inégales, les postérieures étant plus larges que les antérieures, surtout en avant, car l'inégalité est moins grande dans les ambulacres postérieurs. Zones antérieures formées de pores ronds ou légè-

rement allongés, nettement visibles jusqu'au sommet. Zones postérieures assez larges, à pores externes linéaires et allongés, à pores internes semblables mais plus courts. L'espace interzonaire, assez développé et granuleux, s'élargit en se rapprochant du bord.

Toute la face supérieure est couverte d'une granulation assez grossière et serrée. De gros tubercules, assez distants l'un de l'autre et disséminés sans ordre apparent, émergent de cette granulation. Ils couvrent les cinq aires interambulacraires, et l'on en voit aussi quelques-uns au bas des aires ambulacraires. Ces tubercules, crénelés et perforés, sont entourés de scrobicules peu profonds, dont ils n'occupent pas exactement le milieu. A la face inférieure, ils sont très serrés et forment une large bande de chaque côté du test et au milieu du plastron. Entre ces bandes, les avenues ambulacraires postérieures dessinent deux rubans granuleux. Malheureusement, le mauvais état de nos exemplaires ne nous permet pas d'étudier plus complètement ces curieux tubercules, qui paraissent exceptionnels à l'époque crétacée.

Péristome ouvert en grande partie dans la paroi verticale qui termine le profond sillon dont nous avons parlé, ovale, sans lèvre saillante. Nous avons eu beaucoup de peine à le dégager sur la plupart de nos exemplaires, le test étant presque toujours comprimé latéralement à l'endroit du sillon, par suite de la profondeur de celui-ci. En cherchant à nettoyer un de ces exemplaires, nous avons mis à découvert au fond du sillon, et d'un côté seulement (l'autre côté porte une cassure), une rangée de tubercules de moyenne grosseur, bien alignés selon l'axe du sillon, parfaitement réguliers, au nombre de douze, et même plus, car nous avons dû en briser quelques-uns. Nous ne connaissons rien d'analogue dans aucun Échinide, et nous ne sommes pas éloigné de croire que c'est quelque corps étranger qui s'est appliqué là. Mais quel corps étranger porte douze tubercules contigus et si régulièrement alignés? Deux autres exemplaires, dont nous sommes parvenus à dégager complètement le péristome, ne nous ont rien montré de pareil.

Périprocte grand, situé assez bas à la face postérieure, et dans un enfoncement du test, comme pour les *Hemipneustes*.

Le fasciole marginal nous paraît faire le tour du test; mais nous ne saurions affirmer qu'il traverse le sillon antérieur.

Remarque. — L'appareil apical n'est bien conservé que sur un seul des exemplaires que nous avons eus entre les mains, et il montre une anomalie assez inattendue que nous signalons ici : les plaques ocellaires paires antérieures portent, séparées par le pore ocellaire, deux autres pores bien plus grands, bien distincts, et aussi largement ouverts que les pores génitaux. C'est sans doute une monstruosité; mais le fait se présente avec une telle régularité sur chaque plaque que nous croyons devoir y insister. Aucun autre Échinide ne présente cette disposition. Ces deux pores, symétriquement placés de chaque côté de l'appareil, ne sont certainement pas dûs à une détérioration accidentelle dans la fossilisation; ils existaient du vivant de l'animal. C'est peut-être un supplément aux pores génitaux. Dans un *Hemiaster* sénonien que nous avons décrit ailleurs[1] sans mentionner ce fait.

1. Cotteau, Peron et Gauthier, *Échinides fossiles de l'Algérie*, 6e fascicule, p. 69, pl. V.

l'*H. latigrunda*, un assez grand nombre d'exemplaires nous ont présenté cinq pores génitaux, bien qu'il n'y eût que quatre plaques. Dans ce cas, il y en a trois d'un côté, tantôt à droite, tantôt à gauche, et deux de l'autre. Le pore supplémentaire, exactement semblable aux autres, n'est point porté par une plaque ocellaire; cela ne serait guère possible dans le genre *Hemiaster*, où ces plaques sont très réduites; mais il est toujours près de l'une d'elles, sur le bord d'une plaque génitale qui, dès lors, en porte deux. Peut-être l'anomalie que nous signalons ici n'est-elle qu'une monstruosité analogue. M. Lovén fait remarquer[1] qu'on ne saurait soutenir qu'il y ait des plaques génitales : ce sont, dit-il, les glandes reproductives qui s'attachent intérieurement sous ces plaques costales; mais ces plaques ne portent pas nécessairement le pore qui correspond à la glande. On le voit dans certains genres, rares d'ailleurs, tels que les *Goniopygus*, dont l'ouverture sexuelle aboutit dans l'interambulacre même; il en est encore ainsi dans un certain nombre de Clypéastridées. Nous sommes d'accord avec l'illustre professeur suédois, et nous ne pensons pas que jamais aucun auteur ait attribué aux plaques dites génitales la vertu reproductive. Plusieurs écrivains, trouvant ce terme impropre, ont même essayé d'une autre appellation, plaques oviducales; terme excellent, s'il était complet, mais qui a le tort de ne pas s'appliquer suffisamment bien aux deux sexes. Pour en revenir au cas qui nous occupe, on pourrait voir dans cette multiplication des pores sexuels le résultat de l'existence exceptionnelle d'un nombre de glandes génératives plus grand qu'il n'est ordinairement. Cette anomalie intérieure se sera sans doute manifestée par la présence insolite de pores supplémentaires, et il nous semble que c'est un cas analogue, dans un organe différent, à celui de la multiplication ou de la diminution pathologique des ambulacres, comme nous en avons signalé, il y a quelques années, dans les Mémoires de l'Association, et, bien avant nous, M. Cotteau, dans plusieurs ouvrages.

Localités. — Guettar-el-Aïch, Aïn Zenata (Algérie), département de Constantine. Ces intéressants Échinides proviennent des couches sénoniennes à Inocérames, où l'on a déjà rencontré le *Micraster aïchensis*. Les premiers exemplaires ont été recueillis par M. Anglade et par M. Heinz, qui ont bien voulu me les communiquer. M. Roussel, ingénieur à Béja, nous a envoyé l'exemplaire d'Aïn-Zenata; c'est le plus grand de tous.

Collections Anglade, Heinz, Roussel, Gauthier.

Explication des figures : Pl. XVI, *fig.* 1, *Guettaria Angladei*, dessus; *fig.* 2, dessous; *fig.* 3, appareil apical grossi; *fig.* 4, sillon inférieur et péristome.

1. *On Pourtalesia*, p. 77.

Genre ENTOMASTER, Gauthier. 1887.

Test subcordiforme, de grande taille, renflé à la partie supérieure, élargi en avant, rétréci et tronqué en arrière, à bord à peine arrondi, avec dessous plat, sauf une légère saillie à la partie postérieure du plastron interambulacraire. Partie antérieure fortement creusée par le sillon impair, qui commence loin de l'apex et se rétrécit en se creusant au bord inférieur.

Sommet apical excentrique en avant. Appareil allongé, mais peu distinct sur nos exemplaires.

Ambulacre impair différent des autres ; les paires de pores peu développées et assez écartées les unes des autres, sauf près du sommet, montrent deux pores virgulaires obliquement disposés.

Ambulacres pairs superficiels, longs, formés de zones porifères égales, s'écartant progressivement l'une de l'autre, comme dans les *Holastéridées*. Pores allongés, à peu près égaux, se disposant en chevrons dans la partie inférieure de l'ambulacre.

Péristome placé près du bord antérieur, réniforme; peu développé, muni sans doute d'une lèvre saillante en arrière ; mais l'état de nos exemplaires rend ce caractère incertain.

Périprocte assez grand, transverse, placé très bas à la partie postérieure d'une aréa restreinte.

La partie inférieure montre, entre les deux avenues ambulacraires postérieures, le plastron caractéristique des spatangoïdes.

La face supérieure porte de gros tubercules scrobiculés, crénelés et perforés, assez distants les uns des autres. Ils montent jusque près du sommet dans les aires interambulacraires, mais ils n'apparaissent que plus bas dans les aires ambulacraires. A la face inférieure, ils sont moins nombreux et un peu moins développés.

Nous ne discernons aucune trace de fasciole, bien que la présence d'un fasciole marginal ne soit pas impossible.

Rapports et différences. — Comme le genre *Guettaria* que nous venons de décrire, c'est du genre *Cardiaster* Forbes que les *Entomaster* se rapprochent le plus. Ils s'en distinguent par les gros tubercules qui couvrent toute la partie supérieure, par leur périprocte transverse, et probablement par l'absence de fasciole marginal. Ils diffèrent des *Guettaria* dont ils ont les gros tubercules par la position et la forme de leur péristome, par l'égalité de leurs zones ambulacrairess, par les tubercules de leur face inférieure beaucoup moins développés et autrement disposés. L'*Holaster sulcatus* Cotteau (*Lampadocorys* Pomel) présente à la face supérieure une assez grande analogie pour le sillon impair; mais le genre *Entomaster* a la bouche moins éloignée du bord, un véritable plastron bien circonscrit, une forme moins renflée, et, d'ailleurs, les gros tubercules qui couvrent toute la face supérieure dans notre nouveau genre, aussi bien les aires ambulacraires que les interambulacraires, établissent une distinction générique suffisante.

Le genre *Entomaster* n'est représenté jusqu'à présent que par une espèce qui appartient à l'étage sénonien d'Algérie.

ENTOMASTER ROUSSELI, Gauthier. 1887.

Pl. XVI, fig. 5-6.

Longueur,	70mm.	Largeur,	66mm.	Hauteur,	35mm.
—	70	—	69	—	45

Espèce subcordiforme, large, assez renflée, mais de hauteur variable,

subtronquée en arrière où elle se rétrécit sensiblement, profondément échancrée en avant par le sillon impair, à peu près plate en dessous.

Le point culminant est au sommet apical, qui est excentrique en avant; de là, le test s'incline doucement vers la partie postérieure, tandis qu'il tombe subitement en avant.

Appareil allongé, analogue à celui des *Holaster*, mais dont il ne nous est pas possible de discerner les détails. Il ne nous paraît pas douteux que les pores ocellaires soient alignés avec les pores génitaux.

Ambulacre impair superficiel près du sommet et jusqu'à moitié de la distance qui sépare celui-ci du bord antérieur. Paires de pores médiocrement serrées, occupant la partie inférieure des plaques qui les portent. Pores virgulaires, obliquement disposés, séparés par un granule dans chaque paire. A mi-distance du bord, alors que les plaques sont très développées et, par conséquent, les paires de pores éloignées l'une de l'autre, le test se déprime tout-à-coup en un large et profond sillon, fortement évasé, dont les parois montrent encore quelques paires de pores. Au bord antérieur, ce sillon se rétrécit; mais il devient plus profond. Le péristome se trouve immédiatement à l'endroit où le sillon tourne à la face inférieure, ce qui ne l'empêche pas, vu la profondeur du sillon, d'être assez éloigné du véritable pourtour antérieur.

Ambulacres pairs superficiels, apétaloïdes, s'élargissant à mesure qu'ils s'éloignent du sommet. Les antérieurs sont plus longs que les postérieurs. Zones porifères égales; pores allongés, égaux, formant d'abord près du sommet des paires horizontales, serrées, puis de plus en plus distantes, placées à la base des plaques. Les pores prennent alors une disposition oblique. Ils sont visibles presque jusqu'au bord dans les ambulacres antérieurs; ils descendent moins bas dans les postérieurs, où ils présentent d'ailleurs la même disposition. L'espace interzonaire, étroit près de l'apex, s'élargit peu à peu; à 17 millimètres du bord, dans les ambulacres antérieurs, il atteint 8 millimètres de large, et c'est à cet endroit que se montrent les premiers gros tubercules. Ils montent plus haut dans les ambulacres postérieurs qui sont moins longs, et ils y apparaissent à mi-distance entre le bord et le sommet.

Aires interambulacraires larges, portant sur toute leur surface de gros tubercules scrobiculés, crénelés et perforés, irrégulièrement disposés. L'espace intermédiaire est occupé par des tubercules plus petits, entre lesquels devait se trouver une granulation assez fine, que l'état de nos exemplaires ne nous permet guère de distinguer.

A la face inférieure, de gros tubercules, analogues à ceux dont nous venons de parler, peu serrés, occupent les environs du péristome et les bords latéraux jusqu'aux avenues ambulacraires. Celles-ci paraissent lisses et enveloppent un plastron bien déterminé, couvert aussi de gros tubercules.

Péristome réniforme, sans doute bordé en arrière par une lèvre saillante, qui manque sur le seul de nos exemplaires où il soit visible. Il est de petite dimension et s'avance jusqu'au bord du sillon, de sorte que la lèvre était peut-être visible de la partie supérieure, comme cela arrive dans certains *Micraster*. Il est placé néanmoins à 10 millimètres de l'extrémité des deux promontoires entre lesquels se creuse le sillon.

Périprocte assez grand, transverse, placé très bas, à 6 millimètres au-dessus du bord postérieur, au sommet d'une aire anale réduite et déprimée jusqu'en bas.

Nous possédons quatre exemplaires de cette intéressante espèce;

mais un seul est réellement en état suffisant de conservation. Ils ont été recueillis par M. Roussel, ingénieur à Béja (Tunisie), qui a bien voulu nous les communiquer par l'intermédiaire de M. le Mesle, et à qui nous nous faisons un plaisir de dédier l'espèce. Ils proviennent de l'étage sénonien d'Aïn-Zenata, à vingt-trois kilomètres à l'est de Souk-Ahras, dans des couches de calcaires blanchâtres, qui renferment des Inocérames, et aussi le *Guettaria Angladei*.

Collections Roussel, Gauthier.

Explication des figures : Pl. XVI, *fig.* 5, *Entomaster Rousseli*, face supérieure ; *fig.* 6, péristome grossi.

M. David LEVAT,

Ingénieur civil des mines, directeur général de la Société « le Nickel ».

ÉTUDE SUR LES GISEMENTS DE NICKEL, DE COBALT ET DE CHROME DE LA NOUVELLE-CALÉDONIE.

— Séance du 29 septembre 1887. —

La géologie de la Nouvelle-Calédonie a déjà été l'objet de travaux importants. M. Garnier a reconnu, dès 1867, l'existence du nickel et du cobalt dans la colonie. En 1873, M. Heurteau exécutait un voyage d'exploration minière et géologique dont les résultats sont consignés dans un rapport détaillé publié par les *Annales des mines*.

Depuis cette époque, les travaux d'exploitation des mines de nickel, de cobalt et de chrome s'étant considérablement développés, permettent de se rendre un compte assez exact des particularités de ce genre de gisement. Le but de cette étude est de les faire connaître à notre section de géologie.

Sans insister sur la géologie générale de la Nouvelle-Calédonie, je rappellerai que cette île, qui mesure environ 300 kilomètres de longueur et 50 kilomètres de largeur en moyenne, se divise en trois régions très distinctes, à savoir :

Au Nord, des terrains schisteux anciens, non fossilifères, composés de schistes généralement de couleur claire, talqueux ou quartzeux. Ces terrains forment le soubassement de l'île et sont recouverts :

2° Sur la côte Ouest, par des terrains secondaires et tertiaires, à la base desquels se rencontrent des schistes houillers encore mal définis dans lesquels on a reconnu récemment l'existence de couches de houille.

3° Sur la côte Est et dans le Sud, par des serpentines qui recou-

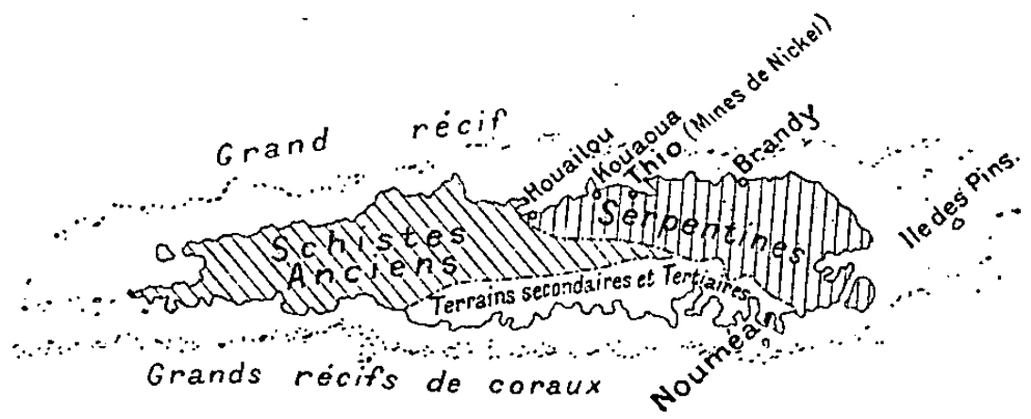


Fig. 1.

vrent à elles seules près du tiers de la surface de l'île, et au sein desquelles se rencontrent exclusivement les gîtes qui font l'objet de cette note.

La carte géologique de la Nouvelle-Calédonie sera probablement publiée dans peu de temps par M. Pelatan, ingénieur civil des mines, qu'un séjour prolongé dans la colonie a mis à même de dresser d'une manière très complète.

Les schistes du nord de l'île sont caractérisés par de magnifiques forêts d'essences tropicales; les mouvements de terrain sont assez doux et dirigés dans le sens général de l'orientation de l'île, soit NO-SE. Les serpentines, au contraire, se distinguent par leur profil tourmenté, et une maigre végétation de broussailles donne à cette région un aspect désolé. D'immenses nappes d'argile rouge, que couronnent des amas de minerai de fer, couvrent le flanc des montagnes. Ce sont les exutoires des sources hydrothermales qui ont traversé et décomposé les serpentines en donnant naissance, comme je l'explique plus loin, aux gîtes qui nous intéressent.

Le contact des serpentines et des schistes anciens est métamorphisé de telle manière qu'on passe de la roche serpentineuse franche avec beaux cristaux de diallage, aux schistes satinés quartzeux par une série insensible de roches vertes plus ou moins plissées, qui forment le contact. J'ai été frappé de la ressemblance de ces roches de passage avec celles du même genre qui se rencontrent en Ligurie et en Toscane, et qui ont fait l'objet des intéressantes études de MM. les ingénieurs Mazzuoli et Lotti, publiées par le *Bulletin de la Société géologique de Rome*.

Le nickel se rencontre uniquement sous forme de silicate hydraté magnésien, d'un beau vert pomme quand il est pur, déposé sous forme d'enduit ou de concrétions striées ou mamelonnées dans les fissures de la serpentine. Ce silicate n'est pas un produit de décomposition secondaire. Il n'existe pas dans la Nouvelle-Calédonie de nickel sulfuré ou arsenié, et le mode de gisement du minerai indique clairement qu'il a été déposé par les eaux dans l'état même où il se trouve en ce moment.

Des échantillons purs de minerai de nickel m'ont donné la composition moyenne suivante :

Nickel.	26
Magnésie.	13
Fer.	3
Silice.	45
Eau.	13

C'est là une teneur exceptionnelle; en général, les minerais contiennent, après triage et lavage, de 10 à 12 % de nickel, la gangue étant d'ailleurs de la serpentine plus ou moins décomposée. Mais en dehors du minerai de nickel proprement dit, les serpentines de Nouvelle-Calédonie contiennent presque toutes du nickel, et j'ai pu rapporter une série d'échantillons de serpentine ne présentant pas de trace de fissures tapissées de minerai de nickel et contenant cependant 1, 2, 3, et jusqu'à 5 % de nickel. Il serait intéressant qu'une étude micrographique permît de reconnaître si cette teneur en nickel est due à une imprégnation de la roche, visible seulement par un fort grossissement, ou si réellement le protoxyde de nickel vient remplacer partiellement le protoxyde de fer dans la constitution des serpentines de Calédonie. Je penche à croire qu'il en est ainsi, car la teneur en fer diminue dans la serpentine dès que le nickel y paraît, et le total des deux métaux reste à peu près constant.

Le minerai de nickel se rencontre exclusivement, ai-je dit, au sein des serpentines, mais il n'y est pas distribué d'une manière arbitraire. Il se rencontre toujours au contact ou dans le voisinage du contact des serpentines avec les argiles rouges, jamais dans ces argiles même.

L'existence de ce que j'ai appelé des « vasques » d'argile rouge constitue certainement le phénomène le plus curieux de la géologie néo-calédonienne, tant par son étendue que par son importance au point de vue minier.

J'ai déjà dit que ces argiles étaient des produits de décomposition

hydrothermalé des serpentines. L'analyse de ces argiles montre qu'elles contiennent tous les éléments de la serpentine, plus du fer, du manganèse, du cobalt, du chrome, etc. De nombreuses fissures dirigées NE-SO soit perpendiculairement à la direction générale de l'Ile, ont donné passage à des sources métallifères qui ont été primitivement ferrugineuses et manganésifères. Ces eaux, en traversant les schistes inférieurs, s'y sont chargées d'argile puis elles ont rongé les serpentines et épanché les matières en suspensions sur les bords et dans l'intérieur des entonnoirs ou « vasques » ainsi produits. Les bords de ces vasques sont garnis de roches à demi-dissoutes noyées dans la masse argileuse, que les prospecteurs nomment « sugar-rock » à cause de leur ressemblance avec du sucre à moitié fondu. C'est un indice minier très recherché.

Les couches de boues épanchées sur les bords et dans l'intérieur des vasques forment des strates de couleur et de nature variables. Avec le manganèse se trouve constamment associé le cobalt. Enfin, les eaux ferrugineuses ayant finalement prédominé, d'immenses amas de fer hydraté formés de granules cimentés par une pâte ferrugineuse, couronnent ces épanchements qui prennent dès lors de profil de la figure 2 que j'ai relevé à la mine « Persévérance » près Houaïlon.

Lorsque plusieurs fissures de ce genre sont étagées sur le flanc

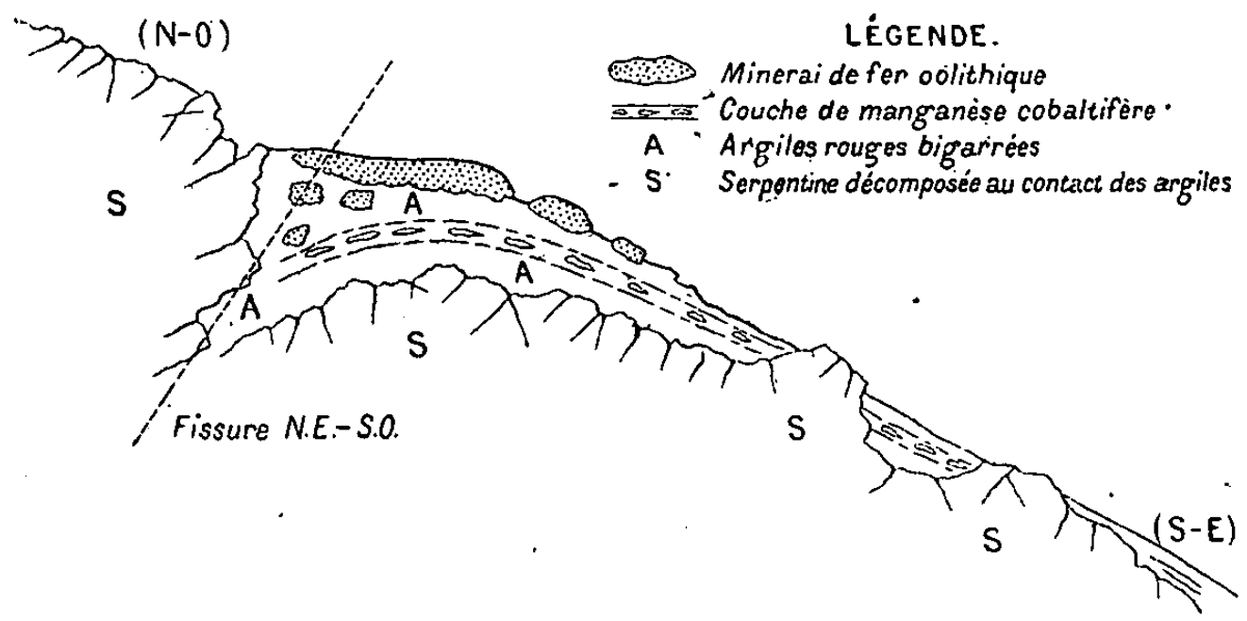


Fig. 2.

d'une montagne, on voit depuis le large une série de taches noires au centre, rouges à la périphérie, disposées en escaliers, qui donnent à la région un profil caractéristique.

On trouve dans les argiles, tous les produits de la décomposition des serpentines qui leur ont donné naissance. Ainsi, dans le sud de

la colonie, où les serpentines contiennent beaucoup de grains de fer chromé, les argiles rouges offrent des strates parfois assez puissants, de grains de fer chromé, roulés et arrondis, auxquels les mineurs donnent le nom de chrome d'alluvion, bien qu'en réalité ce ne soit pas une alluvion au sens ordinaire du mot : c'est une alluvion thermale, de dimension limitée. A la mine « Gasconne » les serpentines sont très chromifères; il y a même de vrais filons de fer chromé qui sont exploités au sein de la roche dure et comme on extrait aussi du chrôme d'alluvion, on voit nettement au contact de l'argile rouge, la couche de fer chrômé subitement interrompue et ses débris stratifiés dans l'argile, à quelques mètres au-dessous (*fig.* 3).

La même coupe explique comment il se fait qu'une exploitation de cobalt peut être subitement arrêtée par la disparition complète en

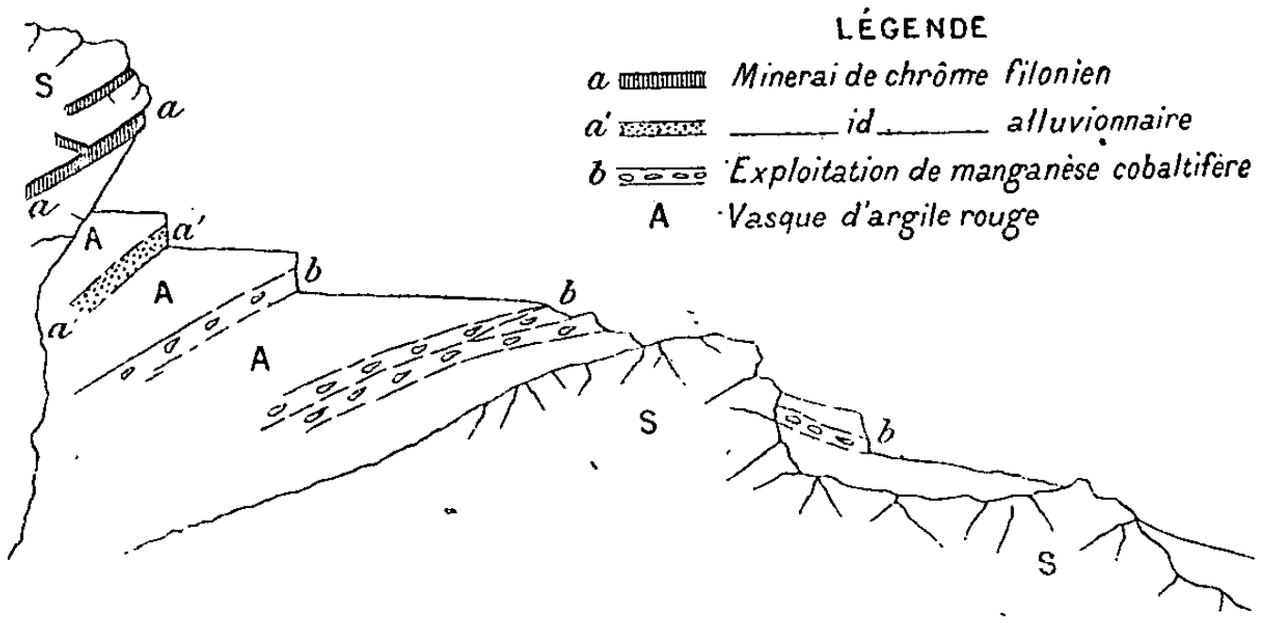


Fig. 3.

tous sens, de la couche minéralisée. Ce sont des poches superficielles dépendant d'une « vasque » parfois assez éloignée, qui ont fait croire que les gîtes de cobalt étaient discontinues, incertains, sans origine géologique connue, tandis que leur formation est, on le voit, très facile à expliquer.

Ainsi, en résumé, le cobalt, toujours associé au manganèse, se rencontre exclusivement dans les argiles rouges. C'est un dépôt qui affecte une forme pélagienne et son origine est exclusivement hydrothermale.

Le chrome au contraire préexiste dans les serpentines. L'arrivée des eaux thermales et la décomposition des serpentines qui en a été la conséquence, a produit des couches de fer chromé détritique; il y a eu là une simple action mécanique.

Le nickel dépend d'un ordre de phénomènes ultérieurs.

Après l'arrivée des eaux thermales cobaltifères et la production des vasques d'argile rouge, le retrait de ces argiles a produit sur les faces restées intactes de la serpentine, des fissures et des éboulements dirigés suivant les clivages naturels de la roche. C'est alors que sur certains points, ou plutôt sur certaines lignes, aujourd'hui bien déterminées, sont arrivées les eaux nickelifères qui ne pouvant pénétrer la masse imperméable des argiles et trouvant une issue naturelle le long des parois, dans les brèches et fissures produites par le retrait, ont déposé le silicate hydraté magnésien en stockwerk dans ces fentes, formant une sorte de ciment bréchiforme, qui constitue les gîtes de nickel tels qu'on les exploite. On trouve donc le minerai au toit ou au mur des vasques, plus abondamment au toit qu'au mur, ce qui montre que l'action mécanique de destruction des parois, a été le principal facteur de l'enrichissement. Il n'y a pas de minerai de nickel dans le sein de l'argile, le contact est absolument net. Lorsque les eaux nickelifères ont couru longtemps entre la paroi et l'argile, elles ont laissé de belles plaques striées, moulées sur l'argile et sur les grains de fer qu'elle contient qui sont du plus bel effet.

Les figures 3, 4 et 5 donnent des coupes de divers gîtes de nickel. Aucun de ces croquis n'est théorique je les ai tous pris avec leurs dimensions sur le terrain même.

La figure 4 est un exemple du type dit symétrique. L'axe de la

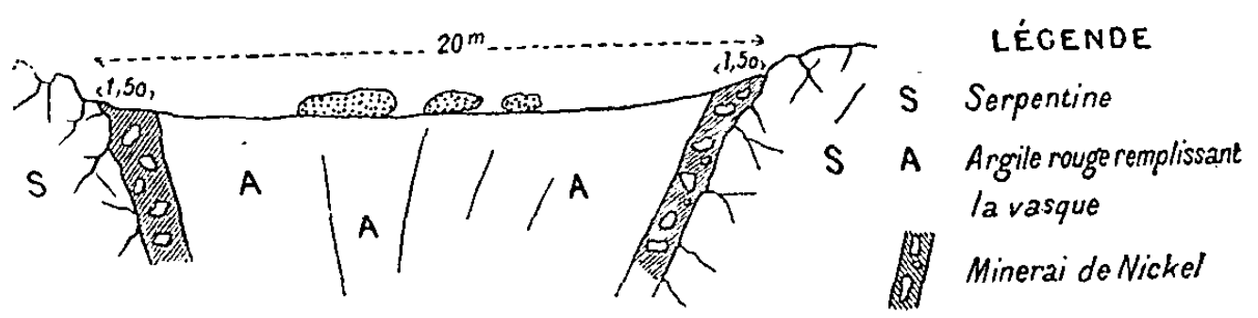


Fig. 4.

vasque étant vertical, la puissance du minerai au toit et au mur est la même à peu de chose près. Cette mine (mine Poncelet) est située dans le district de Brandy, un des plus importants au sud de l'île.

La figure 5 est un type de gîte développé au toit. La mine Méfau ou il a été relevé est constituée par un énorme stockwerk de minerai dans la serpentine, entièrement exploitable en carrière.

La figure 6 est un gîte dit filonien (mine Pauline, district de Thio). La serpentine du toit s'est fissurée seulement sur quelques points, produisant des fentes de plusieurs mètres de large, remplies de riche minerai de nickel exploité aussi en carrière. C'est le mode de gisement

le plus favorable pour les exploitants à cause de la richesse naturelle du minerai concentré dans les larges fissures. C'est dans les serpentines les plus saines, les plus cornées et cassantes, que se produit ce genre de gisement.

Les travaux souterrains ne sont avantageux que pour exploiter les

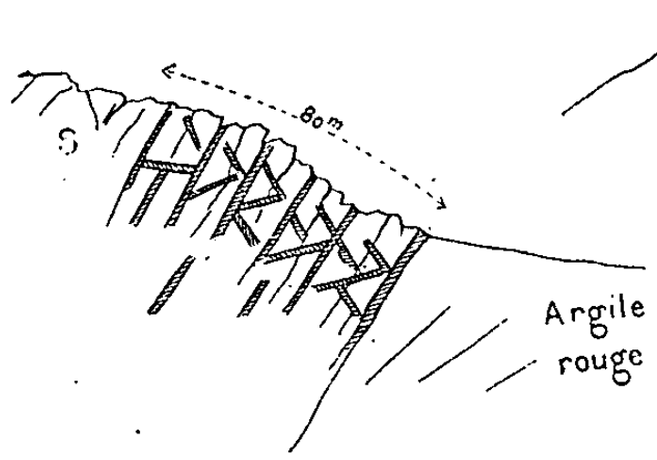


Fig. 5.

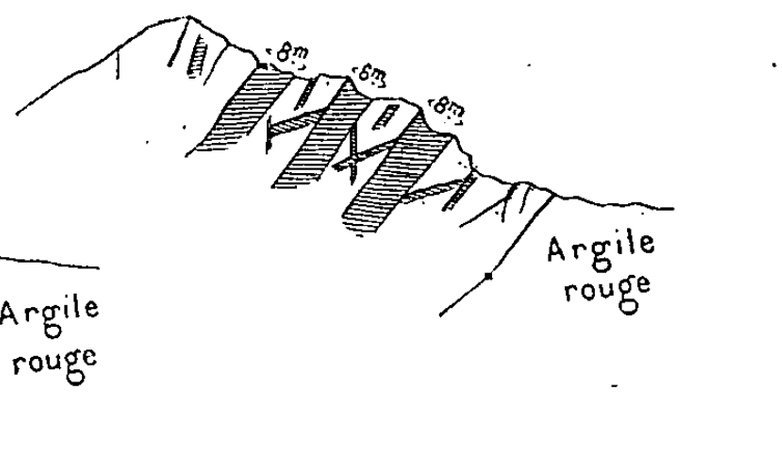


Fig. 6.

gîtes filoniens dans la roche dure, tandis que l'abattage en carrière convient aux stockwerks un peu développés. De plus, on s'égare facilement sur de faux toits et de faux murs quand on s'avance en galerie, tandis qu'à ciel-ouvert on reconnaît de suite la direction des enrichissements. Les gîtes de nickel étant situés sur le sommet des montagnes, à des altitudes variant de 400 à 600 mètres, il est facile, au moyen de travaux préparatoires un peu prévoyants, d'aménager un grand nombre d'entre eux en carrière pendant des années.

Les districts nickelifères se répartissent sur une série de lignes NE-SO partant de la côte Est et s'enfonçant vers l'intérieur. Ces lignes ont en général 600 à 800 mètres de large. Sur leur parcours, les bords des vasques à argile rouge sont plus ou moins enrichis en minerai de nickel. En dehors de ces lignes, il n'y a que des enrichissements locaux et sans continuité. Les principales lignes de nickel passent, en allant du N. au S., à : Honailou, Koua, Kouaoua, Canala Thio et Brandy. Les têtes de ces lignes, dans le voisinage du littoral, sont seules exploitées pour le moment. La direction de ces lignes d'enrichissement est très persistante. L'une d'elles, celle de Brandy, traverse l'Ile en écharpe, soit 60 à 65 kilomètres environ, et aboutit au mont d'Or sur la côte Ouest, où se trouvent aussi des mines de nickel. Le minerai est pauvre, il est vrai; mais, géologiquement parant, la continuité existe et nul doute qu'en suivant la ligne de ce listrict dans l'intérieur on ne découvre à 15, 20 et 30 kilomètres de a côte Est, de riches gisements de nickel. L'intérieur de la colonie

est encore peu connu, dans cette partie là, au point de vue minier : c'est la réserve pour l'avenir. D'ailleurs, en s'en tenant à une bande littorale de 10 à 12 kilomètres de largeur, on a déjà reconnu une quantité de nickel qui peut être considérée comme industriellement inépuisable, quelle que soit l'impulsion donnée depuis quelque temps à la consommation de ce nouveau métal.

La question de continuité des gîtes de nickel en profondeur ne peut pas encore recevoir une réponse basée sur des faits. La mine Santa-Maria, qui est, à ma connaissance, le gîte qui a été travaillé le plus profondément, est actuellement à 84 mètres au-dessous du niveau de ses affleurements supérieurs : on est encore en plein stockwerk riche. Néanmoins, j'opine à penser, étant donné le mode de formation que j'ai exposé plus haut, que les gîtes de nickel doivent perdre leur puissance en profondeur puisque le retrait des argiles, cause du dépôt de nickel, a diminué aussi à la base des vasques. Il doit même y avoir, toutes choses égales d'ailleurs, une corrélation entre la diminution de puissance des gîtes de nickel en profondeur et le diamètre des vasques à argile dont ils dépendent. Il y a là une loi empirique que le développement des travaux permettra seul de formuler et qui aura, dans la pratique, une réelle importance. Quoi qu'il en soit, on peut compter, en s'en tenant aux épanouissements superficiels seuls, sur des quantités presque indéfinies de minerai.

On voit, comme conclusion, que les gisements qui font l'objet de cette note présentent les caractères généraux suivants :

1° Ils sont essentiellement dépendants des terrains serpentineux de la côte Est et Sud de la Nouvelle-Calédonie.

2° Les minerais de cobalt associés au manganèse se présentent sous forme de couches ou dépôts pélagiens sur les bords des vasques d'argile qui traversent, sur un grand nombre de points, les serpentines. Ces minerais ne contiennent en général que 2 à 3 % de cobalt, mais ils sont très répandus et d'une exploitation généralement très facile, consistant parfois en un simple ramassage.

3° Les gîtes de chrome sont de deux sortes : soit en filons dans la serpentine, soit en couches stratifiées dans les vasques d'argile ; ce second mode de gisement provenant de la démolition des filons par les sources hydrothermales.

4° Les gîtes de nickel sont de formation postérieure aux deux précédents. Ils sont situés exclusivement au contact ou dans le voisinage du contact des vasques d'argile avec la serpentine et jamais au sein de ces argiles.

Ils sont réunis sur un certain nombre d'alignements NE-SO dont la largeur ne dépasse généralement pas 600 mètres. Ces alignements

sont persistants dans toute la région serpentineuse de la Nouvelle-Calédonie.

Enfin, la formation de ces gîtes étant due au retrait des argiles déposées dans les vasques, leur continuité et leur puissance en profondeur paraît dépendre de celle des argiles rouges qui leur ont donné naissance.

M. Octave LIGNIER,

Professeur à la Faculté des sciences de Caen.

OBSERVATIONS SUR LA STRUCTURE DES LÉCYTHIDÉES.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Dans une note publiée en 1884[1], je signalais incidemment la présence de faisceaux libéro-ligneux dans l'écorce de la tige de *Gustavia augusta*. L'année suivante, MM. Costantin et Dufour[2] reconnurent l'existence de faisceaux analogues dans l'écorce de toutes les Lécythidées. Pour ces auteurs, la présence de faisceaux libéro-ligneux corticaux, jointe à l'absence de liber interne dans tous les faisceaux libéro-ligneux et à l'absence de massifs sécréteurs, doit être considérée comme un caractère suffisant pour séparer les Lécythidées des Myrtacées glanduleuses (Myrtées, Leptospermées et Chamælauciées). Les Napoléonées, qui présentent les caractères anatomiques des Lécythidées, doivent être fusionnées avec elles. Les *Fœtidia* sont bien des Lécythidées ; les *Sonneratia*[3], les *Catostemma* et les *Cupheanthus* doivent, au contraire, en être éloignés. Faute d'échantillons, MM. Costantin et Dufour n'ont pu se prononcer sur la place des *Petersia*, genre remarquable par la présence de ses massifs glandulaires.

Par ces quelques indications bibliographiques, on voit que les publications antérieures se sont bornées à indiquer les particularités de structure que présente une section intranodale de Lécythidée, et à

1. O. Lignier, *Recherches sur les massifs libéro-ligneux de la tige des Calycanthées*. (*Bull. de la Soc. Bot. de France*, t. XXXI, 1884, p. 128.)

2. J. Costantin et L. Dufour, *Contributions à l'étude de la tige des Lécythidées*. (*Bull. de la Soc. Bot. de France*, t. XXXII, 1885, p. 115.)

3. Mes recherches personnelles sur ce genre me permettent de confirmer l'opinion de MM. Costantin et Dufour.

signaler celles de ces particularités qui peuvent servir de caractéristiques familiales. Elles laissent de côté la structure des autres parties de la tige ainsi que la structure de la feuille. Je me propose dans cette note de faire connaître la structure du tissu libéro-ligneux de ces deux organes, tige et feuille, dans son entier, et d'en déduire la valeur morphologique des faisceaux corticaux. Ces résultats sont tirés d'une étude commencée dès l'année 1882 et que je me propose de publier prochainement *in extenso*[1].

Parcours des faisceaux libéro-ligneux. — Dans un précédent mémoire j'ai montré[2] que ce qu'il faut considérer tout d'abord dans le parcours des faisceaux d'une plante : c'est l'arrangement du système foliaire[3].

Je commèncerai donc, dans l'exposé qui va suivre, par montrer la structure d'un système libéro-ligneux foliaire considéré indépendamment des rapports qu'il contracte dans la tige avec ses voisins, et pour cela je décrirai d'abord la structure de ce système foliaire sur une section transversale du pétiole. Je montrerai ensuite, d'une part, la façon dont ses faisceaux descendent dans la tige, et, d'autre part, le mode suivant lequel ils pénètrent et se dispersent dans le limbe.

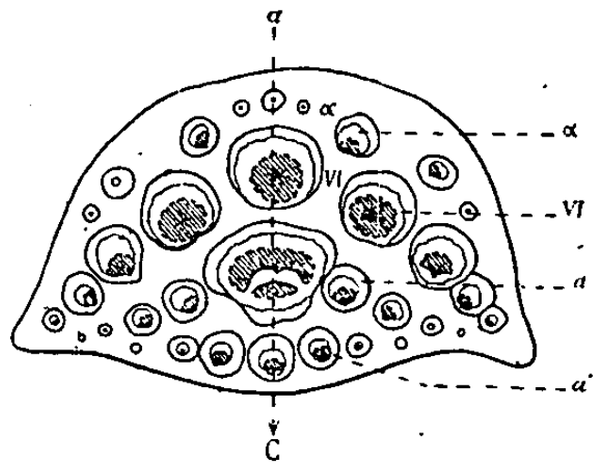


Fig. 1.

Section transversale du pétiole de *Gustavia Leopoldi*, montrant quatre rangs de faisceaux libéro-ligneux.
VI, faisceaux principaux; *a*, faisceaux antérieurs; α, faisceaux postérieurs.

I. — Une section transversale du pétiole des Lécythidées (*fig.* 1) rencontre un grand nombre de faisceaux qui sont très régulièrement

1. Je dois à M. Bureau, professeur administrateur du Muséum de Paris, un certain nombre d'échantillons secs qui m'ont été de la plus grande utilité pour mes recherches. Je le prie d'agréer à ce sujet l'expression de ma vive reconnaissance. Je dois aussi à M. Marcus Hartog quelques échantillons, parmi lesquels des germinations de *Gustavia Leopoldi*, pour lesquelles je lui renouvelle mes remerciements.

2. O. Lignier, *Recherches sur l'anatomie comparée des Calycanthées, des Mélastomacées et des Myrtacées*, p. 433. (*Arch. Bot. du Nord de la France*, 4e année, 1887.)

3. J'appelle *système libéro-ligneux foliaire* l'ensemble des faisceaux libéro-ligneux qui *dépendent* d'une même feuille, comprenant sous cette dénomination non seulement la partie de ces faisceaux qui circule à l'intérieur de la feuille, mais encore celle qui descend dans la tige, jusqu'au niveau où chacun d'eux s'insère sur un ou plusieurs faisceaux d'un des systèmes foliaires sous-jacents. Ce niveau d'insertion peut d'ailleurs varier considérablement d'un faisceau à l'autre.

rangés sur plusieurs [1] arcs concentriques. Dans chacun de ces arcs les plus gros faisceaux sont les plus rapprochés du plan de symétrie de la feuille, les plus petits sont les plus latéraux.

L'un de ces rangs, que j'appellerai rang *principal,* existe dans tous les genres et chez toutes les espèces ; il comprend toujours les plus gros faisceaux de la section. Ses faisceaux sont en nombre impair : ce sont les faisceaux *principaux*.

En avant du rang principal, c'est-à-dire entre lui et la face intérieure du pétiole, se trouvent 1, 2 ou 3 rangs de faisceaux *antérieurs ;* en arrière, c'est-à-dire extérieurement, il existe 1 ou 2 rangs de faisceaux postérieurs. Les faisceaux des rangées antérieures et postérieures sont en nombre pair dans chacune d'elles [2]. Ceux dont se compose chaque rangée antérieure sont d'autant plus petits que la rangée est plus rapprochée de la face antérieure ; pour les rangées postérieures c'est le contraire qui se produit.

L'orientation des faisceaux principaux et antérieurs est toujours normale. Les faisceaux postérieurs ont, au contraire, leurs trachées initiales tantôt à l'intérieur (*Gustavia*), tantôt en dehors (*Barringtonia, Stravadium, Fœtidia*).

Les gros faisceaux de la section ont la structure de faisceaux unipolaires larges ; ils incurvent leurs bords vers l'intérieur, de manière à être semi-annulaires, annulaires ou concentriques. Les petits faisceaux ont la structure de faisceaux unipolaires étroits. Ils sont tous enveloppés par une gaîne fibreuse puissante [3] et sont presque toujours dépourvus de liber interne mou.

1. On en trouve quelquefois jusqu'à six chez *Gustavia augusta.*

2. Dans chacune de ces rangées il peut cependant y avoir apparence de faisceau médian par la réunion des deux faisceaux les plus rapprochés du plan de symétrie de pétiole.

3. La moitié interne de cette gaîne scléreuse doit très probablement être considérée comme représentant le liber interne des Myrtacées glanduleuses. En effet, les tissus s'y forment de la même façon que dans la moitié externe de la gaîne ; or, l'origine de celle-ci est nettement libérienne. En outre, on observe chez *Couratari guyanensis* que la moitié interne de la gaîne scléreuse des faisceaux, très épaisse à certains niveaux de la feuille, y renferme des cordons d'un tissu mou dans lequel se trouvent des tubes grillagés, et qui, par conséquent, est bien caractérisé comme liber. Or, cette structure est identique à celle du liber interne de la feuille du *Calothamnus quadrifida* et du *Fabricia lævigata* (*loc. cit.*, p. 399), dans lequel la gaîne scléreuse représente du liber sclérifié.

II. — En descendant du pétiole vers la tige, on voit (*fig.* 2, 3 et 4) :

1° Que les trois plus gros faisceaux *principaux* (ou plus rarement un seul) rentrent séparément dans la couronne libéro-ligneuse normale. Les autres faisceaux de la rangée principale descendent dans le parenchyme cortical parallèlement à la couronne normale. Plus inférieure-

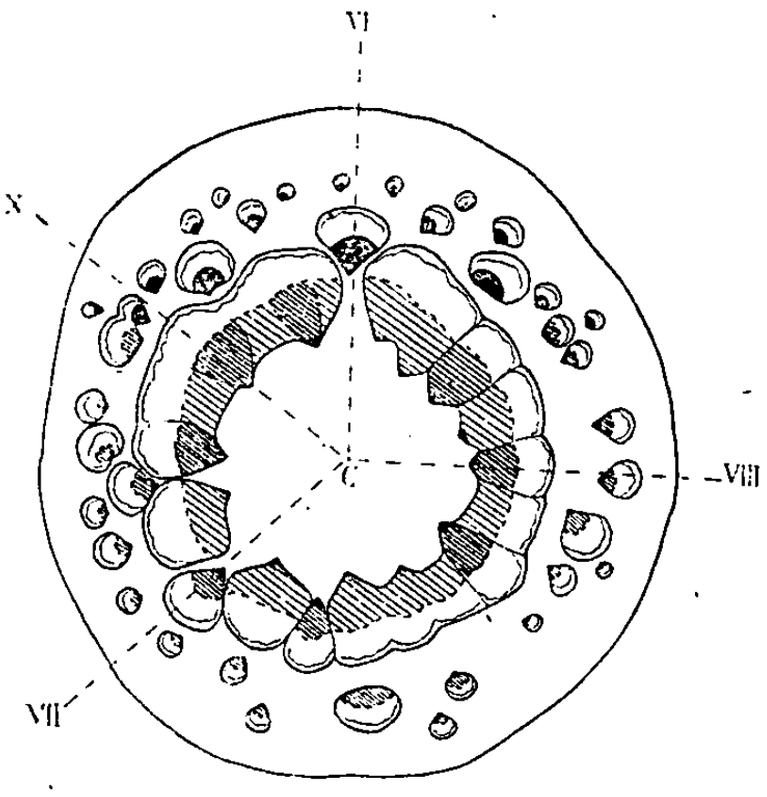


Fig. 2.

Section transversale pratiquée à la base d'un nœud de la tige de *Gustavia augusta*. — Les faisceaux qui appartiennent au système foliaire sortant (VI) sont teintés en noir. — CVI, CVII, ... traces des plans de symétrie des systèmes foliaires successifs VI, VII...

ment tous ces faisceaux principaux s'insèrent latéralement sur les faisceaux des systèmes foliaires qui leur sont directement sous-jacents [1], ceux de la couronne normale s'insérant sur les faisceaux de cette couronne et ceux de l'écorce sur ceux de l'écorce.

2° Qu'à la base du pétiole et à la partie supérieure du nœud les faisceaux des rangs *antérieurs* du système foliaire s'accolent successivement et latéralement les uns aux autres en commençant par ceux du rang le plus antérieur. Les faisceaux qui résultent de ces accolements successifs s'accolent à leur tour aux bords des faisceaux du rang principal. Deux seulement de ces faisceaux antérieurs restent isolés ; ils decendent dans l'écorce de chaque côté du faisceau principal médian.

Ces rapprochements et ces accolements successifs des faisceaux

1. L'insertion de chacun de ces faisceaux se fait très généralement sur des faisceaux différents dans les différentes espèces. Cette insertion varie même le long d'un rameau dont la symétrie subit des variations.

antérieurs du système foliaire produisent le réseau, en apparence si compliqué, que l'on observe dans la partie supérieure du nœud[1].

3° Qu'à la base du pétiole les faisceaux des rangs *postérieurs* s'accolent plus ou moins les uns aux autres[2]. Les faisceaux ainsi formés descendent ensuite dans le parenchyme cortical de la tige et se terminent inférieu-

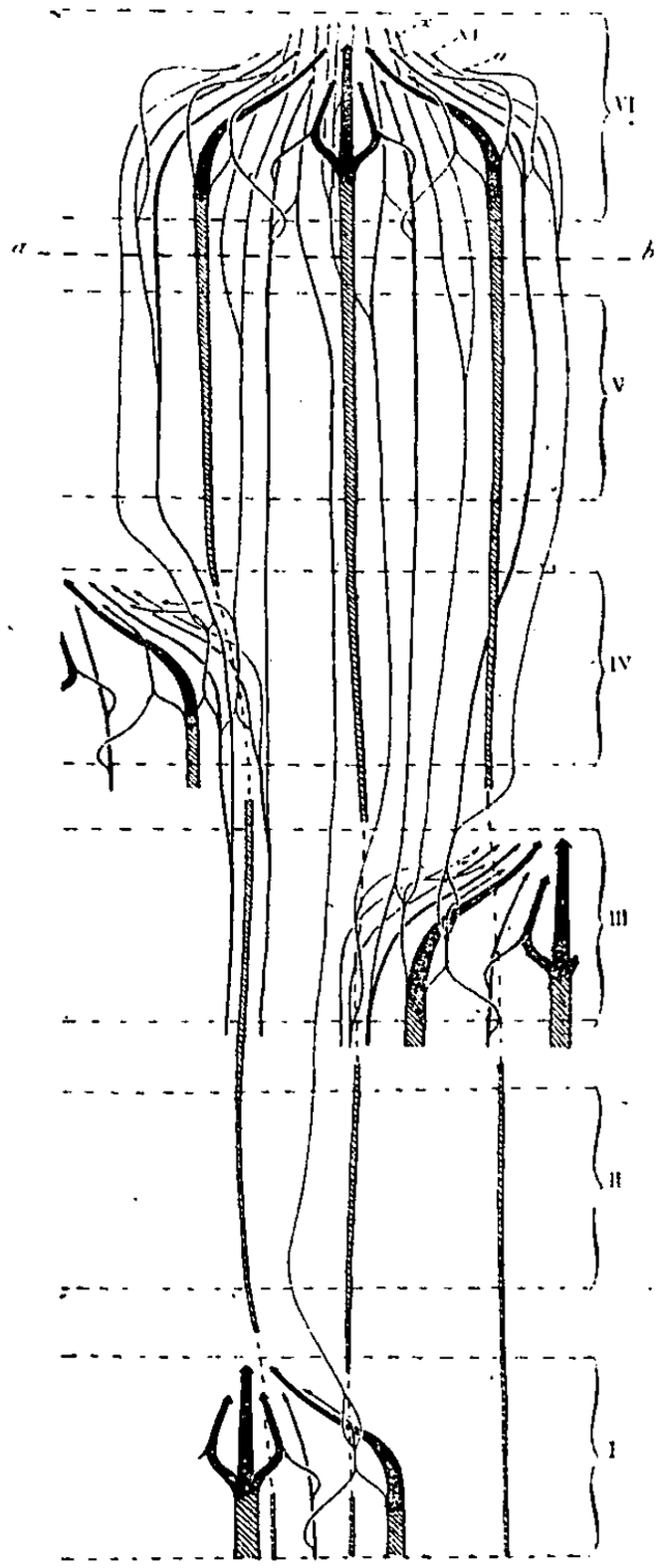


Fig. 3.

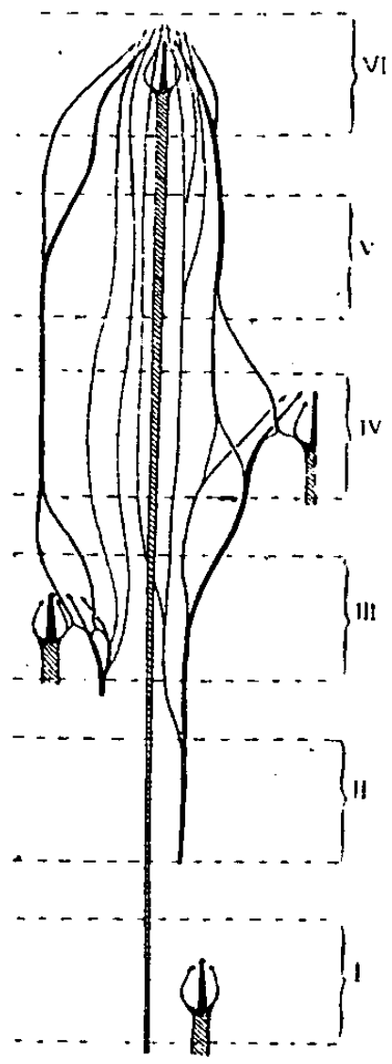


Fig. 4.

Fig. 3. — Parcours des faisceaux dans la tige de *G. augusta* montrant les rapports du système foliaire VI avec les systèmes foliaires sous-jacents. — Les chiffres I, II, III.. , indiquent les nœuds auxquels sortent les systèmes foliaires I, II, III,... — Les faisceaux corticaux sont teintés en noir ; les faisceaux de la couronne portent des hachures.

VI, *a*, α, faisceaux sortants du système foliaire VI ; un seul rang des faisceaux *a* et des faisceaux α a été représenté afin de ne pas compliquer la figure.

Fig. 4. — Parcours des faisceaux dans la tige de *Barringtonia acutangula*. — Mêmes observations que pour la figure 3.

1. La complication du réseau est encore accrue par l'insertion sur les faisceaux qui le composent des faisceaux corticaux appartenant aux systèmes foliaires susjacents.

2. Chez quelques espèces les faisceaux postérieurs manquent dans le

rement soit le long des entre-nœuds en s'accolant aux faisceaux principaux, soit aux nœuds inférieurs en s'insérant sur les faisceaux foliaires rentrants.

4° Que chez les espèces dont les faisceaux postérieurs du pétiole sont orientés bois en dehors et liber en dedans (*Barringtonia, Stravadium, Fœtidia*) les faisceaux principaux et les faisceaux antérieurs, — sauf ceux qui rentrent dans la couronne normale, — tournent sur eux-mêmes de 180°, à la base du pétiole; la torsion est tantôt dextre, tantôt sénestre, suivant les faisceaux considérés. Les faisceaux postérieurs descendent sans subir de torsion. Il résulte de là que chez ces espèces *tous* les faisceaux corticaux de la tige ont leur bois vers la surface et leur liber vers l'intérieur (*fig.* 5).

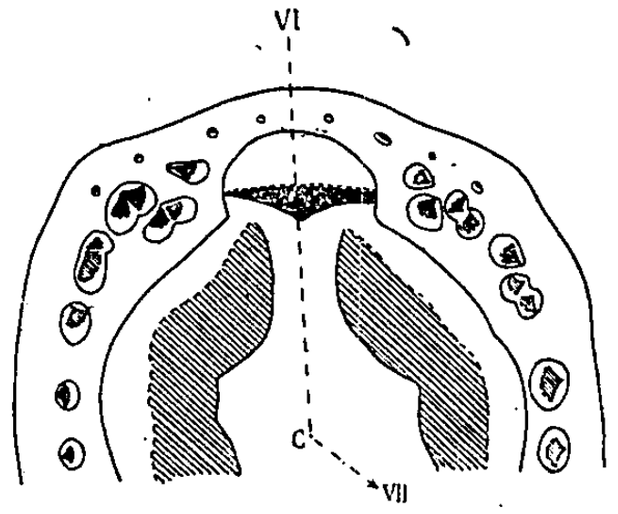


Fig. 5.

Moitié antérieure d'une section transversale intranodale de *Fœtidia mauritiana*. — Mêmes observations que pour la figure 2.

III. — *a*. Tous les faisceaux libéro-ligneux du pétiole pénètrent directement dans la nervure médiane en se rapprochant peu à peu les uns des autres mais sans arriver en contact.

Le système libéro-ligneux de la nervure principale s'étend ensuite sans modifications brusques de la base au sommet de cette nervure, mais ils s'épuisent peu à peu en émettant les faisceaux des nervures secondaires. Ces derniers se forment aux dépens des faisceaux marginaux[1] des arcs libéro-ligneux de la nervure principale. S'ils sont petits, ils se constituent entièrement aux dépens de l'arc principal, s'ils sont plus gros, ils reçoivent un gros lobe détaché de l'arc principal et de petits lobes détachés des arcs antérieurs et des arcs postérieurs[2].

pétiole et existent cependant dans la tige. Dans ce cas, ou bien ces faisceaux apparaissent à la base de la feuille dans le parenchyme cortical et grossissent peu à peu en descendant dans la tige (*Barringtonia racemosa, Fœtidia mauritiana*), ou bien ils se détachent au nœud des bords des faisceaux principaux rentrants (*Lecythis ollaria*). Ce cas ne diffère du cas normal que par le niveau où les faisceaux postérieurs apparaissent ou deviennent indépendants.

1. Chaque fois que le faisceau marginal d'un des arcs de la nervure principale est presque épuisé, il se rapproche du faisceau de la même rangée, qui est immédiatement voisin et s'y accole sur son bord. C'est alors ce dernier qui fournit les faisceaux des nervures latérales suivantes.

2. Le plus souvent, les faisceaux postérieurs s'affaiblissent peu à peu en

D'ordinaire, quand un faisceau sortant se détache d'un faisceau de la nervure principale, il se sépare *de son bord*. Cependant ceux qui sont fournis par de gros faisceaux annulaires ou presque annulaires de cette nervure, s'en détachent *latéralement* en divisant le faisceau annulaire en un arc postérieur et un arc antérieur plus petit (ce dernier peut n'être représenté que par ses deux extrémités) [1].

b. Les nervures latérales ne possèdent le plus souvent qu'un seul faisceau. Cependant chez quelques espèces (*Gustavia*) les plus grosses nervures latérales peuvent renfermer, en outre, à leur base, un petit faisceau antérieur orienté normalement. Le système libéro-ligneux de la base de ces nervures rappelle celui de l'extrémité de la nervure principale.

c. Les faisceaux libéro-ligneux du limbe forment un réseau plus ou moins complexe dans les mailles duquel on trouve assez fréquemment des terminaisons en pointe libre à éléments courts et souvent globuleux.

Il existe également de ces terminaisons en ampoules au sommet de la nervure médiane et à la base des petites dents marginales du limbe.

CONCLUSIONS.

1° L'agencement des faisceaux qui composent le système libéro-ligneux foliaire des Lécythidées est très constant. Il diffère notablement de celui des Myrtacées proprement dites (Myrtées, Leptospermées, Chamælauciées). Ce caractère s'ajoutant à ceux que fournissent les graines et les fleurs, il y a lieu, pensons-nous, d'élever la tribu des Lécythidées au rang de famille ; ce sera la famille des Lécythidacées [2].

2° L'orientation normale ou inverse des faisceaux corticaux de la tige ne présente en elle-même qu'une importance secondaire. Cette orientation permet cependant de diviser les Lécythidées proprement

montant le long de la nervure et s'y terminent en pointe libre, ou bien ils se rapprochent des faisceaux principaux auxquels ils s'accolent.

1. Le fractionnement de chacun de ces gros faisceaux est donc comparable à celui du système libéro-ligneux foliaire des Myrtacées glanduleuses (*loc. cit.*, p. 407) et à celui de chacun des gros faisceaux annulaires des Mélastomacées (p. 309).

2. Il n'y a pas lieu de rapprocher les Calycanthées des Lécythidacées à faisceaux corticaux renversés. Les Lécythidacées appartiennent en réalité au même groupe de familles que les Myrtacées, c'est-à-dire à un groupe tout différent de celui qui renferme les Calycanthées et les Monimiacées (*loc. cit.*, p. 435).

dites en deux tribus : celle des BARRINGTONIÉES (*Barringtonia, Stravadium, Fœtidia...*) à faisceaux corticaux renversés, et celle des LÉCYTHIDÉES (*Gustavia, Lecythis, Couroupita, Bertholletia...*) à faisceaux corticaux orientés normalement[1].

3° Les NAPOLÉONÉES (*Napoleona, Asteranthos*) doivent rentrer dans la famille des Lécythidacées, dont elles constituent une troisième tribu. Celle-ci est caractérisée par l'absence de faisceaux postérieurs et de faisceaux antérieurs, et par le petit nombre de ses faisceaux principaux (*fig.* 6). — Il n'existe, par suite, que très peu de faisceaux corticaux sur une section transversale intranodale. Ces faisceaux sont orientés normalement.

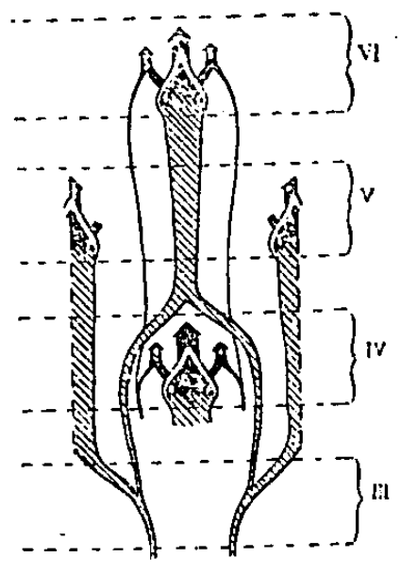


Fig. 6.

Parcours des faisceaux dans la tige de *Napoleona Whitfieldii*. — Mêmes observations que pour la figure 3.

4° Les faisceaux des rangs postérieurs et ceux des rangs antérieurs du système foliaire des Lécythidacées sont des lobes détachés des bords des faisceaux principaux, et leur existence correspond à un grand élargissement de ces derniers.

5° Les faisceaux corticaux de la tige représentent des faisceaux foliaires qui ne rentrent pas dans la couronne normale (*fig.* 2). Ils sont de deux sortes : les uns sont des faisceaux marginaux de l'arc libéro-ligneux *principal,* les autres sont des faisceaux postérieurs et antérieurs dont la présence a une moindre importance puisqu'ils sont dus à l'élargissement des faisceaux principaux.

Quelle valeur faut-il attribuer aux faisceaux principaux corticaux? Représentent-ils simplement des faisceaux d'ailes adnées à la tige[2]? Assurément cette explication semble suffisante au premier abord; malheureusement elle ne rend pas compte de tous les faits. Ainsi, tantôt les deux faisceaux principaux qui sont situés immédiatement de chaque côté du faisceau médian, sont corticaux (Barringtoniées, *Napoleona Whitfieldii*), tantôt ils rentrent dans la couronne normale (Lécythidées), c'est-à-dire que tantôt ils seraient faisceaux d'ailes, tantôt ils seraient faisceaux de tige. Or, la comparaison du

1. Il est à remarquer que ce classement concorde avec la distribution géographique. Les Lécythidées sont originaires de l'Amérique, tandis que les Barringtoniées vivent dans l'Ancien Monde et en Australie.

2. Je dois cette hypothèse à M. Marcus Hartog qui, ayant fait une étude encore inédite sur les Lécythidées, a eu l'obligeance de me communiquer son opinion relativement à la valeur morphologique de leurs faisceaux corticaux.

système foliaire dans les différentes espèces montre que ces deux faisceaux sont toujours rigoureusement homologues quelle que soit leur position. De même, chez *Asteranthos brasiliensis* (*fig.* 7), des deux faisceaux principaux marginaux d'un même système foliaire, l'un reste cortical tandis que l'autre rentre dans la couronne normale, et les faisceaux marginaux des systèmes foliaires successifs qui rentrent ainsi dans la couronne normale sont tous situés d'un même côté de la tige. Ce côté est moins développé que le côté opposé.

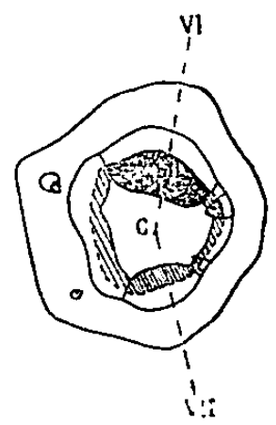


Fig. 7. Section transversale intranodale d'une très jeune tige d'*Asteranthos brasiliensis*.

Lorsque, d'autre part, on étudie la différenciation des tissus sous le point de végétation du bourgeon terminal, on voit très nettement que la différenciation des faisceaux principaux précède toujours celle de la couronne normale. De telle sorte qu'au lieu de juger de la position des faisceaux principaux par rapport à cette couronne normale, il y a lieu de juger de la position de la couronne normale par rapport aux faisceaux principaux [1].

Les faisceaux corticaux des Lécythidacées sont donc des faisceaux foliaires ordinaires qui, par suite de leur position sur un arc largement ouvert et de leur grand écartement les uns des autres, n'ont pas été englobés dans la couronne libéro-ligneuse normale de la tige [2].

1. Je pense que cette façon de comprendre la structure de la tige des Lécythidacées peut être susceptible de nombreuses applications chez les Dicotylédones et les Monocotylédones.

2. C'est en somme à cette même explication que je suis arrivé relativement aux faisceaux corticaux des Calycanthées et des Mélastomacées.

M. Paul MAURY,

Docteur ès sciences, à Paris.

OBSERVATIONS SUR LE GENRE « CHEVALLIERA » GAUDICHAUD, ET DESCRIPTION D'UNE ESPÈCE NOUVELLE.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

Ch. Gaudichaud étant mort avant d'avoir pu donner la description des plantes qu'il récolta pendant le voyage de la *Bonite* (1836-1837) et surtout des espèces et des genres qu'il avait jugés être nouveaux, et qu'à ce titre il a fait représenter dans l'*atlas* du voyage, les botanistes ont souvent été embarrassés, soit pour tenir compte de ces genres ou espèces dans une classification ou énumération quelconque, soit pour leur rapporter des plantes récoltées depuis et paraissant s'en rapprocher. En 1866, l'éditeur du *Voyage de la Bonite*, M. Arthus Bertrand, a cherché à combler la lacune qui existe dans la relation de ce voyage. Pour cela, il chargea M. Charles d'Alleizette, inspecteur des plantations de la ville de Paris, de rédiger une explication des planches de l'*atlas*[1]. Mais cette explication n'est, en somme, qu'une simple nomenclature des figures représentées sur chaque planche et ne peut en aucune façon renseigner sur les caractères botaniques des espèces de Gaudichaud.

Tout cela explique le doute dans lequel les botanistes sont restés au sujet du genre *Chevalliera*, qui fait l'objet de cette étude.

Ce genre a été créé par Gaudichaud en l'honneur de F.-F. Chevallier, auteur de la *Flore générale des environs de Paris*, pour deux espèces de Bromeliacées, de la province de Minas-Geraes, au Brésil. Ces deux espèces, désignées sous les noms de *Chevalliera sphærocephala* et *Ch. ornata*, sont représentées sur les planches LXI et LXII de l'*atlas* et ne sont pas autrement connues. Je ne crois pas, en effet, qu'elles aient été retrouvées ni décrites d'après des échantillons vivants ou desséchés.

Il est assurément à regretter que Ad. Brongniart, qui s'occupait d'une monographie des Bromeliacées et avait réuni de nombreux

1. *Voyage de la Bonite, Explication des planches de l'Atlas de Botanique*, par M. Ch. d'Alleizette. Paris, 1866, 1 vol. in-8°.

documents pour ce travail, n'ait pas eu le temps de mettre son projet à exécution. Il devait tenir de Gaudichaud de nombreux renseignements sur son genre *Chevalliera*, et, dans tous les cas, il aurait donné une description des espèces de ce genre d'après les échantillons-types conservés dans l'herbier du Muséum d'histoire naturelle. Toute incertitude sur ces espèces et leur genre eût ainsi disparu.

J'ai cru devoir profiter de l'excellente occasion qui m'était offerte par l'arrivée dans les serres du Muséum d'un magnifique échantillon vivant, envoyé du Brésil par M. Glaziou, et appartenant manifestement au genre *Chevalliera*, pour faire une étude complète de ce genre et donner une description des espèces de Gaudichaud d'après ses échantillons types.

Pour Gaudichaud, le genre *Chevalliera* était caractérisé par une inflorescence en épi serré ou strobiliforme, par des bractées épaisses, courtes, appliquées contre les fleurs, concaves, nettement prolongées en un assez long mucron ; par un tube court surmontant l'ovaire et formé des sépales et des pétales soudés entre eux à leur base ; enfin par des ovules nombreux, appendiculés à la chalaze et attachés dans l'angle supérieur interne des loges. Le caractère le plus saillant est assurément la forme de l'inflorescence et de ses bractées.

Ce genre ainsi défini a été admis successivement par Beer [1], Koch [2], Grisebach [3] et Ed. Morren [4]. En 1874, M. G. Wallis rapporta de la Nouvelle-Grenade une espèce de Bromeliacée, que Ed. Morren, en 1877, dans une lettre à M. J.-H. Veitch, attribua à ce genre et nomma *Chevalliera Veitchii*. La même année, J.-G. Baker, dans le *Botanical Magazine* [5] donnait la description de cette espèce dont il faisait un *Æchmæa* et qu'il plaçait à côté de l'*Æchmæa Mariæ-reginæ* Wendland (in *Hamb. Gartenzeit.*, XIX, 1863, p. 32). Pour la première fois l'autonomie du genre *Chevalliera* était donc mise en doute. En 1879, J.-G. Baker, dans son *Synopsis of genus Æchmæa* [6], réunissait définitivement les deux genres et ne conservait le mot *Chevalliera* que comme titre d'une section des *Æchmæa*. Disons tout de suite que ni Ed. Morren [7], ni Bentham et Hooker [8] n'ont reconnu le

1. Beer, *Die Famil. der Bromeliaceen*, 1857, pp. 22 et sq.
2. Koch, *Wochenschr. für Gartneri*, 1860, p. 84.
3. Grisebach, *Flor. West Ind. Isl.*, 1884, p. 591, et *Fendler. Bromel.* in *Gott. Nachricht*, I et II.
4. *Belgique Horticole*, 1878, p. 177.
5. *Bot. Mag.*, nº 6329.
6. Trimen, *The Journal of Botany*, 1879, p. 164.
7. *Genera*, III, p. 663.
8. *Bel. Hort.*, l. c., p. 179.

bien fondé de cette réunion, au moins pour les deux espèces de Gaudichaud.

C'est en s'appuyant seulement sur la forme de la fleur, la situation de l'ovaire, la disposition générale de l'inflorescence que J.-G. Baker a pu réunir dans le même genre *Æchmæa*, les *Hohenbergia*, *Pothuava*, *Pironneana*, *Chevalliera*, *Echinostachys*, etc. Mais si cette fusion est justifiée pour presque tous ces types, elle ne saurait être admise pour les *Chevalliera*. Il y a certainement là une confusion due au défaut de description, et par suite à l'adjonction à ce genre de deux espèces qui, bien que voisines, en sont cependant très distinctes, les *Æchmæa Veitchii* et *Mariæ-reginæ*.

Les caractères du *Chevalliera*, tels qu'ils paraissent avoir été compris par Gaudichaud, sont suffisamment distincts pour ne permettre aucune confusion, et, en essayant de les bien définir ici, je ne ferai que me ranger à l'opinion d'autres botanistes. En effet, Koch, dans sa classification des Bromeliacées inferovariées avait rangé les *Chevalliera* dans la classe des PHYLLANTHÉES avec les *Ananas*, *Agallostachys*, *Hohenbergia* et *Acanthostachys*, tandis qu'il plaçait les *Æchmæa* dans la classe des PLAGIANTHÉES avec les *Disteganthus*. Pour Éd. Morren, les *Chevalliera* et les *Æchmæa* présentent des caractères différentiels des plus nets comme on peut en juger par le tableau suivant :

Chevalliera.	*Æchmæa.*
Sépales acuminés,	Sépales simplement aigus,
Pétales épigynes en tube court à la base,	Pétales à base indurée, sans tube,
Anthères à connectif mutique,	Anthères à connectif prolongé,
Stigmates convolutés,	Stigmates dressés,
Ovules pendants près du sommet des loges et appendiculés à la chalaze,	Ovules à placentation axile et à chalaze émoussée,
Inflorescence en épis serré,	Inflorescence en panicule,
Bractées courtes et appliquées contre les fleurs.	Bractées amples et au moins aussi longues que les fleurs.

Enfin, Bentham et Hooker en rapprochant les deux espèces primitives de *Chevalliera* des *Ananas* ont, une fois de plus, témoigné de leur profond sentiment des caractères génériques et des affinités.

Néanmoins, les caractères des *Chevalliera* ont besoin d'être précisés, car il ne me paraît guère possible, depuis le *Synopsis* de J.-G. Baker, de s'en tenir à la diagnose proposée par Ed. Morren. En effet, on retrouve dans plusieurs *Æchmæa* le tube court formé, au-dessus de l'ovaire, par la concrescence des sépales et des pétales. De

même les stigmates convolutés, les ovules attachés au sommet des loges, l'inflorescence en épis ne sont pas distinctifs des *Chevalliera*. On a pensé à chercher un caractère dans le prolongement chalazien des ovules, et M. J. Poisson [1] a observé que ce prolongement en forme d'éperon ou de spatule de bon nombre d'*Echmæa* ne s'accroît pas sensiblement, tandis que dans les *Hohenbergia* et *Acanthostachys* il prend un accroissement considérable. Mais ces deux derniers genres étant réunis au premier, ce caractère ne conserve plus sa valeur.

Reste donc la forme de l'inflorescence et des bractées florales, et ce serait peu en vérité si à cela ne venait se joindre la forme des pétales, des étamines, de l'ovaire, la consistance coriace du fruit et la disposition des ovules. Les caractères tirés de ces divers organes me paraissent former un ensemble tel qu'il est difficile de ne pas lui accorder une réelle valeur générique. Cette valeur est surtout rendue manifeste par l'étude et la comparaison des deux espèces primitives de Gaudichaud et de celles qui ont été, depuis, rapportées au genre *Chevalliera*:

L'*Echmæa Veitchii*, de Ed. Morren, par ses bractées florales larges, lancéolées, dentées, non appliquées contre la fleur, ses étamines à anthères basifixes (d'après la figure donnée par la *Belgique Horticole*, 1878, p. 177), ses stigmates pétaloïdes, ondulés, dressés, ses ovules à prolongement chalazien très court, ne saurait en aucune façon appartenir au genre *Chevalliera*, qui ne présente pas ces caractères. A plus forte raison encore, l'*Æchmæa Mariæ-reginæ* Vendl., dont les bractées florales sont petites, lancéolées et membraneuses, dont les sépales sont si irrégulièrement inéquilatères, dont les étamines sont adhérentes aux pétales jusque vers le milieu de leur filet, dont les stigmates, enfin, sont linéaires et papilleux.

A. Grisebach a attribué au genre *Chevalliera* deux espèces qui n'en sont pas moins différentes que les espèces précédentes. Le *Ch. lingulata* Griseb [2], qui n'est autre que le *Bromelia lingulata* L. ou *Hoplophytum lingulatum*, de Beer, est devenu, pour J.-G. Baker, l'*Æchmæa lingulata*. Le *Ch. grandiceps* Griseb [3] diffère des véritables *Chevalliera* par son inflorescence en épi, composé d'épis secondaires de cinq à huit fleurs, par ses fleurs distiques, munies à leur base de deux bractéoles, par ses stigmates linéaires étalés; il paraît plutôt se rapprocher de la section *Amphilepis*, du genre *Echmæa*.

Les *Chevalliera* sont beaucoup plus voisins de l'ancien genre *Echis-*

1. Voir *Bull. de la Soc. Bot. de France*, XXIV (1877). p. 286.
2. *Flora British West Indian Islands*, p. 591.
3. *Symbolæ ad Floram argentinam*, in-4°, 1879, p. 329.

nostachys, de Brongniart, notamment de l'*Æchmæa* (ECHINOSTACHYS) *hystrix*, Ed. Mor., que des autres *Æchmæa*. L'*Æ. hystrix* présente, en effet, une inflorescence strobiliforme à bractées longuement mucronées, appliquées contre l'ovaire, comparables à celles des *Chevallieva*, enfin des ovules à prolongement chalazien bien développé. Mais il en diffère par ses étamines adhérentes aux pétales dans la moitié de la longueur du filet, par la forme des sépales et des anthères. Enfin, le genre *Chevallieva* me paraît devoir prendre place entre les *Ananas* et les *Æchmæa* formant un passage des plus net entre ces deux genres.

Ce sont ces diverses considérations qui m'ont conduit à maintenir distinct le genre de Gaudichaud et à proposer pour lui et ses trois espèces les caractères suivants :

CHEVALLIERA Gaud., *Voy. de la Bonite*, Atlas, pl. LXI et LXII; Beer, *Die Fam. der Bromel.*, 1857; Koch, *Wochenschr. für Gartneri*, 1860; Ed. Morren, *Belg. Hort.*, 1878, p. 177.

Sepala supra ovarium libera, lata, inæquilateralia, acuminata, contorta vel imbricata, persistentia. Petala libera, contorta, epigyna, squamulis 2 instructa, parum acuminata, exserta, marcescentia. Stamina 6, 3 petalis alterna libera, 3 petalis opposita iisque basi adnata. Antheræ lineares, corollâ breviores. Ovarium loculis 3, ∞-ovulatis. Stylus filiformis stigmatibus oblique dilatatis et contortis. Ovula ab apice loculorum pendula ad chalazin appendiculata. Fructus pollicaris, carnulosus, indehiscens. Semina numerosa oblonga et leviter incurvata, subteretia, appendiculata. — Herbæ brevicaules, foliis confertis, rosulatis, rigidis, spinescentibus; pedunculo terminali; floribus in spica strobiliformi congestis, sessilibus; bracteis mucronatis, laxis, longiore instructis.

Species 3 brasilienses.

Inflorescentia
- globosa. — Bracteæ florales in acumine robusto breveque sensim attenuatæ, → *Ch. sphærocephala.*
- oblonga vel cylindrica.
  - Bracteæ florales in acumine longo, flexibili, productæ, → *Ch. ornata.*
  - Bractæ florales in acumine longo, rigido, attenuatæ, → *Ch. gigantea.*

Ch. Sphærocephala Gaud., *Voy. de la Bonite*, Atlas, pl. LXI. — Herba acaulis, foliis rosulatis, ensiformibus, acuminatis, longis (?), spinis marginalibus numerosis, brevibus, erectisque; bracteis scapi pluribus, lanceolatis spinosis, subcoraceis, ad 20 cent. longis; inflorescentia strobiliforme, globulosa 11-12 cent. longa lataque; bracteis floralibus deltoideis, 2 ½-3 cent. longis, crassis, in acumine breve robustoque sensim attenuatis; calice et corolla cum ovario concrescentibus, sepalis coriaceis, inæquilateribus, cuspidatis; petalis lanceolatis, parum cuspidatis, ligulatis; seminibus fuscis, rugosis, oblongis.

Brasil, *Rio-de-Janeiro*, Gaudichaud, nº 369, in Herb. Mus. Par. !

N.-B. — Cette espèce, parfaitement distincte de la suivante, ne peut pas davantage être confondue avec le *Ch. gigantea*, la forme des bractées et de l'inflorescence, les dimensions de ses différentes parties l'en différencient nettement. Toutefois, les échantillons de l'Herbier du Muséum qui s'y rapportent n'étant pas absolument complets, il peut planer quelque doute sur la valeur de ses caractères tant qu'on n'aura pas retrouvé la plante vivante.

Ch. ornata Gaud., *Voy. de la Bonite*, Atlas, pl. LXII. — Planta acaulis, foliis confertis, ensiformibus, 40-50 cent. longis, sensim accuminatis, spinis marginalibus minutis, numerosis, rigidis; bracteis scapi pluribus (!), lanceolatis, inermibus, acuminatis, basi dilatatis et scapum amplectantibus, superioribus brevioribus; inflorescentia elongata, cylindrica, conferta, 15 cent. longa, 5-6 cent. lata; bracteis floralibus, 3 cent. longis, obovatis, (sub) coriaceis, in acumine fere bracteæ dimidio longiore, flexibile productis; calice et corolla cum ovario concrescentibus, 25 mm. longis, sepalis coriaceis, lanceolatis, valde mucronatis, inæquilateribus; petalis lanceolatis, liguIatis, cupidatisque; seminibus ovatis, ad apice attenuatis, ad chalazin appendiculatis, tegumento fusco, rugosoque.

Brasil, *Sainte-Catherine*, Gaudichaud, nº 129; in Herb. Mus. Par. (!)

Espèce parfaitement caractérisée et qui peut être prise comme type du genre.

Ch. gigantea sp. n. — Planta acaulis, foliis confertis, basi 15-20 cent., medio 10-12 cent. latis, 2m-2m50c longis, ensiformibus, acuminatis; spinis marginalibus crassis, deltoideis, patentibus; bracteis scapi lanceolatis, acuminatis, coriaceis, 30-40 cent. longis, spinis rigidis, erectis, magnifice coccineis; inflorescentia juniore subglobosa, 12 cent. lata; fructifera elongata, cylindrica, conferta, 60 cent. longa et cum scapo ad 1m40c elata; bracteis floralibus dilatatis, subalatis, crassis, in acumine longo productis, viridis; calice et corolla cum ovario concrescentibus, sepalis coriaceis, inæquilateribus, nervosis, mucronatis, parte superiore rufis, inferiore albido-viridis; petalis longe exsertis, lanceolatis cum margine alatoidea, apice mucronulatis, cæruleis; stylo in 3 stigmatibus dilatatis, fimbriatis, contortisque diviso; seminibus pluribus, oblongis, obtusis, ad chalazim longe appendiculatis, tegumento brunneo, minute rugoso.

Brasil, prope *Rio-de-Janeiro;* ex dono Glaziou in calidariis Hort. Par. — Fructus ejusdem in collectione carpologica Herb. Mus. Par., servati sub nº 478 a Weddel sine indicatione et sub nis 5800, 5801, 5802, a Glaziou, apud *Bartaccha* in prov. *Minas Geraes*, anno 1865, lecti, proveniunt.

Magnifique plante offrant dans son port quelque analogie avec les grandes espèces de *Vriesia*. L'échantillon que possède maintenant le Muséum est pourvu de deux inflorescences, l'une en voie de floraison, l'autre fructifiée, portées sur deux ramifications différentes de la souche.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XVII.

Fig. 1. — Port du *Chevalliera gigantea* montrant en *a* l'inflorescence en voie de développement, en *b* l'inflorescence entièrement développée et fructifiée.
Fig. 2. — Une fleur détachée de l'inflorescence et vue par la face supérieure et postérieure.
Fig. 3. — Bractée florale vue par sa face inférieure ou antérieure.
Fig. 4. — Un pétale vu par sa face interne et montrant ses deux appendices frangés entre lesquels est située l'étamine.
Fig. 5. — Partie supérieure du style pour montrer les stigmates.
Fig. 6. — Un ovule (très grossi); en *a* papilles du placenta, en *b* appendice de la chalaze; *m*, micropyle.

M. Ed. BONNET,

A Paris.

LA TOPOGRAPHIE BOTANIQUE ET LES HERBORISATIONS DE P. DE TOURNEFORT DANS LES PYRÉNÉES ET DANS LE MIDI DE LA FRANCE, D'APRÈS DES DOCUMENTS INÉDITS.

— Séance du 23 septembre 1887. —

La présence de l'Association Française à Toulouse fournira, sans aucun doute, aux membres de la section de botanique, l'occasion de faire quelques herborisations dans les Pyrénées; si ces courses ne sont pas très fructueuses, en raison de l'époque tardive choisie pour la réunion du Congrès, du moins nos confrères pourront-ils suivre les traces des maîtres illustres qui les ont précédés sur ces riches montagnes.

Je n'ai pas l'intention de dresser la liste chronologique des explorateurs dont les recherches ont contribué à nous faire connaître la flore pyrénéenne; mais, entre tous les noms célèbres qui se pressent sous ma plume, je choisirai le plus connu, celui de Tournefort et j'énumérerai les découvertes, encore inédites, faites il y a deux siècles dans les Pyrénées et dans le Midi par le père de la botanique française.

A trois reprises différentes, Tournefort herborisa dans les Pyrénées: une première fois pendant l'année 1681 en même temps qu'il visitait la Catalogne; une seconde fois pendant l'automne de 1685 et enfin en 1688 alors qu'il se rendait dans la péninsule Hispano-Portugaise pour explorer cette riche région. Les résultats de ces recherches botaniques furent soigneusement consignés dans un travail manuscrit que Louis Reneaume, après la mort prématurée de Tournefort, devait publier avec d'autres mémoires inédits sous le titre de *Topographia botanica* [1]. Depuis cette époque, il a plusieurs fois été question de cette Topographie botanique qui n'a jamais existé que dans le projet de Reneaume; mes recherches, parmi les nombreux documents que

1. Cf. : *Extrait ou abrégé du projet de M. Reneaume sur les manuscrits de feu M. de Tournefort, par M. Terrasson* (in Mém. Acad. des Sciences 1709, p. 345.)

possède le Muséum de Paris, me permettent d'affirmer que jamais Tournefort n'a donné ce titre à aucun de ses manuscrits; du reste, les termes mêmes du projet de Reneaume que je reproduis ici confirment mon opinion : « Le premier ouvrage, dit l'abbé Terrasson, sera un in-4° intitulé : *Topographia botanica cum nctis;* cet ouvrage sera tiré du second, du troisième, du quatrième et du cinquième volume des manuscrits de notre auteur [1]. Le premier de ces quatre contient les herborisations aux environs de Paris..... Le second est la nomenclature des plantes observées par l'auteur tant en France qu'en Espagne et en Portugal; outre cela, un Mémoire des plantes des Pirénées et de la Provence, qui lui avoit été communiqué par M. le premier Médecin [2]; et un autre qui venoit de M. Laugier, fameux botaniste. Joignant à cela les herborisations que M. Reneaume a faites lui-même dans la Sologne et dans le Berry, et celles de M. Chomel dans l'Auvergne; plaçant là le Corollaire des Plantes étrangères que l'auteur avoit apportées du voïage de l'Orient, et toutes les autres qui seront fournies par des botanistes scavants et fidèles de tous les endroits du monde..... » Comme on le voit, par ce qui précède, la Topographie botanique, telle que l'avait conçue Reneaume, n'aurait été qu'un assemblage d'auteurs variés parmi lesquels Tournefort occupait la première place. S'il est fâcheux que le Projet présenté à l'Académie n'ait jamais été mis à exécution, il est encore plus regrettable que quelques-uns des manuscrits confiés à Reneaume [3], notamment la Nomenclature des plantes des Pyrénées et d'Espagne aient été égarés: de ce dernier du moins, le Muséum possède, à défaut de l'original, une copie littérale faite par Antoine de Jussieu sur le manuscrit de Tournefort [4].

C'est donc cette copie qui a servi de base au présent travail et mon premier soin a été de la comparer avec l'*Extrait de la Topographie botanique* publié par Picot de Lapeyrouse dans son *Histoire abrégée des plantes des Pyrénées* (tome I, p. xxxviiij). On sait que Lapeyrouse avait eu communication par Lemonnier, d'une Topographie

1. Tournefort.
2. Fagon.
3. Tournefort avait légué tous ses manuscrits à l'abbé Bignon qui les confia à L. Reneaume pour les mettre en ordre et les publier; ces documents, sauf quelques-uns qui furent perdus, passèrent ensuite dans la bibliothèque d'Antoine de Jussieu; après la mort d'Adrien de Jussieu, dernier représentant de cette dynastie botanique, les manuscrits de Tournefort sont devenus la propriété du Muséum d'Histoire Naturelle.
4. Opinion basée sur l'examen des nombreux documents botaniques du dix-huitième siècle conservés au Museum. Outre la copie d'Ant. de Jussieu, le même établissement possède encore un extrait de la main de Commerson,

botanique de Tournefort (cf. loc. cit., p. xxiij) ; ce manuscrit, dont on ignorait la destinée, a été retrouvé il y a quelques années entre les mains des héritiers du floriste pyrénéen et acquis par M. C. Roumeguère ; revendu peu de temps après au Dr Julio Henriquès, professeur de botanique à l'Université de Coimbre, ce document paraît désormais perdu pour la France. De ce manuscrit je ne puis rien dire ne le connaissant que par les renseignements et un extrait que m'a communiqués le Dr Henriquès et par deux *Notices* publiées sous l'inspiration de M. Roumeguère, dans le *Journal d'histoire naturelle de Bordeaux* (1 p. 45) et dans le *Botanisches Centralblatt* (10 p. 145). Toutefois, il résulte des communications du professeur de Coimbre, que le volume dont il est possesseur contient d'autres mémoires [1] que la Nomenclature des Plantes des Pyrénées, d'Espagne et de Portugal, ce qui explique que ce manuscrit soit plus étendu que la copie d'Ant. de Jussieu ; cette dernière, en effet, n'est que la reproduction du second volume décrit par Reneaume et, comme celui-ci, elle se termine par le mémoire de Fagon. Quant aux Notices du *Journal de Bordeaux* et du *Botanisches Centralblatt*, je ne puis les accepter que sous bénéfice d'inventaire, un certain nombre d'assertions qu'elles contiennent n'étant pas étayées de preuves suffisantes [2].

La comparaison de l'Extrait donné par Lapeyrouse, avec le manuscrit d'Ant. de Jussieu est intéressante à plus d'un titre ; d'abord il existe entre ces deux documents une concordance remarquable et c'est à peine si, dans les quarante-quatre pages de texte du Floriste pyrénéen, j'ai pu relever quelques interversions sans importance ;

1. C'est ce que confirme le titre cité par M. Roumeguère : « Topographie botanique ou Catalogue des plantes observées en divers endroits depuis l'année 1676 jusques en 1696 par M. Pitton de Tournefort de l'Académie Royale des Sciences. » Ce titre, d'après les Notices, serait de la main de Lemonnier. Comme je l'ai dit plus haut, le premier voyage de Tournefort dans les Pyrénées eut lieu en 1681.

2. Je cite ci-après, en les faisant suivre d'observations, quelques passages de ces Notices : « Le premier volume à répandre sera un in-folio ». Le projet de Reneaume dit formellement que ce volume devait être un in-quarto. « Cette copie, de la main de de Jussieu, si toutefois elle existe encore..... » Pour ne conserver aucun doute sur l'existence de cette copie, il suffisait de consulter le *Catalogue de la Bibliothèque des de Jussieu*, publié à Paris par Labitte. « Cet original... était possédé par Banks avant d'échoir à Lemonnier. » Aucun manuscrit de Tournefort ne figure sur le *Catalogue de la Bibliothèque de Banks*, par Dryander. « C'est avec admiration que le bibliophile parcourt ces pages d'une belle écriture bien harmonique... » Les manuscrits et l'herbier de Tournefort m'ont suffisamment familiarisé avec l'écriture de ce botaniste pour que j'hésite à lui appliquer les qualificatifs employés par M. Roumeguère ; la phrase que je viens de citer conviendrait bien mieux à l'écriture de Vaillant ou à celle de Danty d'Isnard.

mais cette concordance, qui n'existe que pour les passages imprimés, n'empêche cependant pas que Lapeyrouse n'ait omis, soit avec intention, soit involontairement, un certain nombre d'espèces indiquées par Tournefort dans les Pyrénées; par contre, l'auteur de l'*Histoire abrégée* attribue au versant français quelques plantes que notre manuscrit mentionne d'une façon précise sur le revers espagnol; enfin, les espèces éliminées par Lapeyrouse, comme étrangères à sa région, fournissent matière à une liste aussi intéressante que variée. Afin de ne pas reproduire ici toutes les plantes déjà mentionnées dans l'Extrait de Lapeyrouse, ce qui serait parfaitement inutile, je prierai le lecteur de vouloir bien se reporter à l'*Histoire abrégée des plantes des Pyrénées* (p. xxxviiij) et je me bornerai à y ajouter, d'après le manuscrit du Muséum, un complément limité aux espèces françaises[1]; j'ai fait suivre les phrases diagnostiques alors en usage, de la synonymie linnéenne d'après la concordance des anciens auteurs et la comparaison des échantillons de l'herbier de Tournefort[2].

Il m'a paru utile de terminer mon travail par l'énumération de vingt-neuf dessins inédits d'Aubriet représentant un choix de plantes de France; ces originaux, exécutés les uns à l'encre de Chine, les autres à la sanguine, sont aussi remarquables par l'exactitude que par la perfection artistique; ils font partie d'une collection considérable faite par Aubriet sous la direction de Tournefort et dont un certain nombre seulement a été utilisé pour les *Institutiones*, pour le *Voyage en Orient* et dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*[3]. Cette liste forme donc le complément naturel de la Nomenclature des plantes des Pyrénées et du Midi de la France; les phrases qui accompagnent ces figures ont été mises par Antoine de Jussieu; j'y ai ajouté, après vérification, la nomenclature binaire correspondante.

1. M. le professeur Henriquès doit publier, d'après le manuscrit qu'il possède, l'itinéraire de Tournefort en Portugal.

2. Je n'oserais affirmer que la synonymie donnée par Lapeyrouse fût toujours parfaitement exacte; il dit (p. lxiij), par exemple, à propos du Gentianella omnium minima C. B. : « Petite espèce inconnue, dont il n'y a qu'un échantillon unique dans l'herbier de Tournefort ». Il est facile de reconnaître dans cet échantillon une forme naine du Gentiana campestris L., espèce commune dans les Pyrénées.

3. C'est dans cette collection que Desfontaines a puisé les matériaux de l'ouvrage publié en 1808, sous le titre de : *Choix de plantes du Corollaire des Instituts de Tournefort.*

Supplément a l'Extrait de la Topographie botanique de Tournefort

(Cf. *Hist. abrég. des plantes des Pyrénées*, p. xxxviiij.)

Auprès de Pézénas, de Béziers et de Narbone [1] :

Sisymbrium Erucæfolio aspero, Inst. = **Sisymbrium sp.**
Echium creticum, latifolium, rubrum, C. B. = **Echium creticum**, L.

Dans la plaine de Coursac, près Narbone :

Hesperis parvoflore, sylvestris, C. B. = **Malcolmia africana**, R. Br.

Aux environs de Narbone :

Abrotanum fœmina, foliis Ericæ, C. B. = **Santolina incana**, Lam.
Convolvulus argenteus, Altheæfolio, C. B. = **Convolvulus argyreus**, D. C.
Paronychia hispanica, Clus. = **Paronychia argentea**, Lam.
Astragalus monspessulanus, J. B. = **Astragalus monspessulanus**, L.
Acacia trifolia, C. B., frequens. = **Calycotome spinosa**, Link.
Cistus mas, folio Chamædrys, C. B., auprès de la baie de Fontfrède à deux lieues de Narbone. = **Cistus crispus**, L.
Cistus Ledon, creticum, J. B. = **Cistus Laurifolius**, L.

Ad oram maritimam prope Canet oppidum.

Crithmum seu fœniculum maritimum, minus, C. B. = **Crithmum maritimum**, L.
Kali minus, album, semine splendente, C. B. = **Suæda maritima**, Dumort.
Kali geniculatum, sempervirens, C. B. = **Salicornia fruticosa**, L.
Kali geniculatum, annuum, C. B. = **Salicornia herbacea**, L.
Caryophyllus maritimus, foliis aculeatis, an ? Clus. = **Dianthus brachyanthus**, Boiss.
Absinthium Seriphium, gallicum, C. B. = **Artemisia maritima**, L.
Limonium maritimum, majus, C. B. = **Statice Limonium**, L.
Atriplex folio hastato seu deltoïde, Mor. H. R. Bles. = **Atriplex hastata**, L.
Atriplex Halimifolio, C. B. = **Atriplex Halimus**, L.
Halimus seu Portulaca marina, C. B. = **Atriplex portulacoïdes**, L.
Polygonum maritimum, foliis Serpylli, C. B. = **Scleranthus annuus**, L.
Polygonum maritimum bacciferum, minus, C. B. = **Ephedra distachya**, L.
Polygonifolia per terram sparsa, J. B. = **Corrigiola littoralis**, L.
Paronychia hispanica, Clus. = **Paronychia argentea**, Lam.
Plantago augustifolia, paniculis Lagopi, C. B. = **Plantago Lagopus**, L.
Leucojum maritimum, folio sinuato, C. B. = **Matthiola sinuata**, R. Br.
Leucojum maritimum, angustifolium, C. B. = **Malcolmia littorea**, R. Br.
Centaurium minus, spicatum, purpureum, C. B. = **Erythræ spicata**, Pers.
Trifolium cochleatum, maritimum, tomentosum, C. B. = **Medicago marina**, L.
Eruca maritima, siliquâ cuspidi hasta simili, C. B. = **Cakile Serapionis**, Lob.

1. J'ai soigneusement reproduit, dans ces listes, l'orthographe du manuscrit.

Anchusa puniceis floribus. C. B. = **Alkanna tinctoria**. Tausch.
Crithmum maritimum, spinosum, C. B. = **Echinophora spinosa**. L.
Eryngium maritimum, C. B. = **Eryngium maritimum**, L.
Soldanella maritima, minor. C. B. = **Convolvulus Soldanella**. L.
Sideritis Salviæfolio Donati, Park. = **Stachys maritima**, L.
Gramen Sparteum, spicatum, folis mucronatis, longioribus, sive spica seculina, C. B. = **Psamma arenaria**, R. et S.
Gramen arundinaceum, maritimum, acutissimum. C. B. = **Sporobolus pungens**, Knth.
Rubia maritima, C. B. = **Crucianella maritima**, L.
Gnaphalium maritimum, C. B. = **Diotis maritima**, Coss.
Narcissus maritimus, C. B. = **Pancratium maritimum**, L.
Peplis maritima, folio obtuso, caule rubro et viridi, C. B. = **Euphorbia Peplis**, L.
Tithymalus maritimus, C. B. = **Euphorbia Paralias**, L.
Reseda foliis Calcitrapæ, H. R. Bles. = **Reseda alba**, L.
Plantago trinervia, folio augustissimo. C. B. = **Plantago lanceolata**. L. var. **maritima**, Gr. et Godr.

Assez communément partout le Roussillon :

Absinthium vulgare, J. B. = **Artemisia Absinthium**, L.
Artemisia major, vulgaris, C. B. = **Artemisia vulgaris**, L.

Allant à Port-Vendres, autrefois Venus Pyrenaica. (Cf. loc. cit. p. xl.)

Alsine perennis, radice crasso, rotundiore folio; in scopulis. = **Frankenia pulverulenta**, L.
Fucus folliculaceus, serrato folio, C. B. = **Sargassum bacciferum**, Ag.
Fucus maritimus, Gallopavonis pennas referens. C. B. = **Padina pavonia**. Gaill.

Dans la Catalogne, depuis Bellegarde jusqu'à Barcelone. (Cf. loc. p. liij à lvj; faire à la liste de Lapeyrouse les modifications et les additions suivantes) :

Thymelea foliis Polygalæ glabris, C. B., autour de Gironne, Boscara et Figuiero in cæduis. = **Passerina Thymelæa**, D. C.
Tuberaria major, Myconi, Lugd., in sylvosis allant de Gironne à la mer vers Callela. = **Helianthemum Tuberaria**, Mill.
Aloe americana, foliis in oblongum aculeum abeunte. C. B., touttes les hayes en sont faites. = **Agave americana**, L.
Asclepias flore albo, C. B. = **Vincetoxicum officinale**, Mœnch.
Sium mimum, Alp. exot., in sepibus umbrosis. = **Cardamine impatiens**. L.
Doronicum radice Scorpii, C. B. = **Doronicum Pardalianches**. Willd.
Cruciata hirsuta, C. B. = **Galium cruciata**, Scop.
Valeriana sylvestris, major, C. B. = **Valeriana officinalis**, L.
Jacobæa Raphani aut Erucæ divisura, C. B. = **Senecio erucifolius**, L.
Caryophillus arvensis, glaber, flore majore, C. B. = **Stellaria Holostea**, L.
Trifolium acetosum, corniculatum, C. B. = **Oxalis corniculata**. L.
Lamium purpureum vel album, non fœtens, folio oblongo. C. B. = **Lamium maculatum**, L.
Filix mas, aculeata, major. C. B. = **Aspidium aculeatum**, Dœll.

Vitex foliis angustioribus, Cannabis modo dispositis, C. B., ubi vis ab oppido Matarone ad arcem Bellegarde. = **Vitex Agnus-castus**, L.

Cyperus rotundus, esculentus, angustifolius, C. B., Matth. = **Cyperus esculentus**, L.

Le Lentisque et le Terebinthe sont très communs par toutte la Catalogne.

CATALOGUE DES PLANTES QUE JE TROUVAI DANS LES PYRÉNÉES DE BIGORRE..., etc. (Cf. Lapeyrouse, p. lvij.)

Dans les montagnes d'Aigueçluse (p. lxv.) :

Gnaphalium alpinum, folio oblongo, magnoflore, C. B. = **Leontopodium alpinum**, Cass.

Gentiana major, lutea, C. B. = **Gentiana lutea**, L.

Gentiana major, flore punctato, C. B., plus commune que l'autre. = **Gentiana punctata**, L.

Hypericum Nummulariæ folio, C. B. = **Hypericum nummularium**, L.

Ledum alpinum, foliis ferrea rubigine nigricantibus, C. B. = **Rhododendron ferrugineum**, L.

Lunaria racemora, minor et vulgaris, C. B. = **Botrychium Lunaria**, Sw.

DÉNOMBREMENT DES PLANTES QUE J'AI TROUVÉES DANS MON VOYAGE D'ESPAGNE ET DE PORTUGAL... (Cf. Lapeyrouse, p. lxxvij).

Autour des murailles de Poitiers :

Linaria flore pallido, rictu aureo, C. B. = **Linaria vulgaris**, Mœnch.

Cymbalaria, Matth. = **Linaria Cymbalaria**, Mill.

Dans les grandes landes, près du petit Niort, allant à Blayes :

Rhus myrthifolia, belgica, C. B.; en quantité. = **Myrica Gale**, L.

Dans les grandes landes de Bourdeaux, je remarquai en courant la poste :

Quercus foliis mollilanugine pubescentibus, C. B., Robur 1., Clus., qui est fort commun dans la Xaintonge. = **Quercus Tozza**, Bosc.

Cytisus 2, Clus, surtout à d'Ax. = **Adenocarpus complicatus**, Gay.

Erica humilis, cortice cinereo, Arbutiflore, C. B. = **Erica cinerea**, L.

Erica major, floribus herbaceo purpurascentibus, C. B. = **Erica mediterranea**, L.

Erica vulgaris, glabra, C. B. = **Calluna vulgaris**, Salisb.

Erica scopària, foliis deciduis, C. B. = **Erica scoparia**, L.

Erica hirsuta, anglica, C. B. = **Erica ciliaris**, L.

Genista spinosa, major, longioribus aculeis, C. B. = **Ulex europæus**, L.

Genista spinosà, brevioribus aculeis et longe humilior; meslée avec l'autre. = **Ulex nanus**, Sm.

Ascyrum supinum, villosum, palustre, C. B. = **Elodes palustris**, Spach.

Virgà aurea, angustissimo folio, humillima. = **Solidago macrorhiza**, Lange.

Allium sphærocephalon, autumnale, flore ex albido. = **Allium ochroleucum**, W. et K.

Chamecistus aquitanicus, halimifoliolis, crispis et sub-hirsutis. = **Cistus alyssoides**, Lam.

Gramen minimum, sparteum, foliis rigidiusculis. = **Nardus stricta**, L. (?)

(Un certain nombre de plantes portées sur la liste de Lapeyrouse sont indiquées, dans le manuscrit, comme appartenant au versant espagnol, notamment : Genista Spartium..., etc., et les espèces suivantes jusqu'à Polium Pyrenaicum..., etc., inclus p. lxxix, circa Pampelonam; Erica myrtifolia cantabrica, même page, circa Tolosam oppidum Cantabriæ; Prumo sylvestri affinis..., etc..., p. lxxx, inter Victoriam et Mirandam del Ebro in Castilia; Ilex major Clus., p. lxxx, et les espèces suivantes jusqu'à la fin de la liste, p. lxxxi, inter civitatem Burgos, Lerma et Gumiel de Izan.)

MÉMOIRES TOUCHANT LES PLANTES DES PYRÉNÉES, CÉVENNES, PROVENCE ET AUTRES LIEUX QUE M. FAGON A EU LA BONTÉ DE ME COMMUNIQUER. (Cf. Lapeyrouse, p. lxxxi.)

Calceolus Mariæ, ad Saint-Eremic dans le bois de la coste exposée au nord. = **Cypripedium Calceolus**, L.

Melampyrum coma cærulea, C. B., ibid. = **Melampyrum nemorosum**, L.

Rubus incanus, dans le mont de Saint-Loup. = **Rubus tomentosus**, Borckh.

Verbascum foliis sub rotundis, flore Blattariæ, C. B., ibid. = **Verbascum Boerhavii**, L.

Quinquefolium minus, alterum, C. B., à Saint-Eremic. = **Potenilla caulescens**, L.

Cytisus foliis angustis incanis, quasi complicatis, C. B., ibid. = **Adenocarpus complicatus**, Gay.

Elychrysum sylvestre, flore oblongo, C. B., proche Fontfrede par de là Narbonne. = **Stæhelina dubia**, L.

Polygonum montanum, minimum, niveum, ibid. = **Paronychia capitata**, Lam.

Paronychia hispanica, Clus., proche Agde. = **Paronychia argentea**, Lam.

Tribulus aquaticus, C. B., ibid. = **Trapa natans**, L.

Ruta sylvestris, major, C. B., ibid. = **Ruta graveoleus**, L.

Ruta sylvestris, minor, C. B., ibid. = **Ruta montana**, Clus.

Erica juniperifolia, dense fruticans, Narbonensis, Lob., ibid. = **Erica multiflora**, L.

Carduus pumilus, elegans, magnoflore purpureo, que l'on prend pour l'Atractylis purpurea, dans le grand chemin allant de Béziers à Narbone, dans un endroit sabloneux. = **Atractylis humilis**, L.

Genista minima, Lugd., ibid. = **Genista pilosa**, L.

Daucus pratensis, millefolii palustris folio, C. B., ibid. = **Bunium verticillatum**, Gr. et Godr.

Convolvulus maritimus, minimus; à une lieue de Narbone allant vers les montagnes. = **Convolvulus Soldanella**, L.

Alisma Math., ibid. = **Arnica montana**, L.

Anthyllis maritima, lentifolia, C. B., ibid. = **Anthyllis maritima**, Shweigg.

Crithmum seu fœniculum maritimum, majus, apiiodere, C. B., proche-d'Agde. = **Crithmum maritimum**, L.

Reseda Linariæfolio, C. B., ibid. = **Reseda glauca**, L. (?)

Thymelea foliis Polygalæ, glabris, C. B., dans les vignes. = **Passerina Thymelæa**, D. C.

Serpillum foliis Thymi, C. B., dans les landes proche Narbone. = **Thymus nervosus**, Gay.

Polygonum maritimum, minus, foliolis Serpilli, C. B, ibid. = **Frankenia lævis**, L.

Sedum minus 9, Clus., au mont Ventoux. = **Androsace villosa**, L.
Sedum alpinum 3, Clus., ibid. = **Androsace villosa**, L.
Sedum minus, alpinum 6, Clus. = **Draba aizoides**, L.
Sedum minus 12, Clus. = **Draba aizoides**, L.
Sedum alpinum, ericoides, purpureum. = **Saxifraga oppositifolia**, L.
Argemone alpina, Coriandrifolio, C. B. = **Papaver alpinum**, L.
Thymus erectior, longiorefolio; allant du mont Ventoux à Bedoin. = **Thymus vulgaris**, L. var. (?).
Chamæfilix alpina, saxatilis. = **Cheilanthes odora**, Sw. (?)
Poligala alpina, rotundifolia, repens. = **Illecebrum verticillatum**, L. (?).
Coronopus maritima, major, caulium summitate foliosa; allant de Saint-Chamas au Martegue, le long de l'estang de Berr, sur les costes où se trouve le Tastonraire. = **Plantago maritima**, L.
Equisetum arborescens; venant de Salon à Orgon, dans les rochers. = **Equisetum Telmateya**, Ehrh. (?).
Chamæpytis spuria, multifidofolio, Lamiiflore, C. B., à Bormes. = **Teucrium pseudochamæpitys**, L.
Stæchas cauliculis non foliosis, C. B., ibid. = **Lavandala Stæchas**, L.
Onobrychis Tragachantæfolio, floribus in globum congestis; dans les rochers venant de Salon à Orgon. = **Astragalus sesameus**, L. (?).
Onobrychis incana, foliis longioribus, C. B., ibid. = **Onobrychis Caput-Galli**, Lam.
Gallium maritimum, hirsutum, flore rubro; un peu par delà Narbone, dans les sables. = **Galium maritimum**, L. forma.
Alaternus folio Ilicis; sortant de Béziers pour aller à Narbone. = **Rhamnus Alaternus**, L.
Carduus sphærocephalus, annuus, Cam.; ibid. = **Echinops Ritro**, L.
Robur 1, Clus.; dans les petites landes, en allant de Captieux au Roc Marsan et ailleurs. = **Quercus Tozza**, Bosc.
Erica hirsuta, anglica, C. B. = **Erica ciliaris**, L.
Erica Coris foliis 4, Clus.; ibid. = **Erica scoparia**, L.
Cistus alissoides, aquitanicus, Halimifolio. = **Cistus Alyssoides**, Lam.
Cistus alissoides, Leucoifolio. = **Cistus alyssoides**, Lam. var.
Cistus alissoides 2, Clus. = **Cistus alissoides**, Lam. (?).
Cicer montanum, lanuginosum, erectum, C. B.: proche Grenoble dans les ravines. = **Oxytropis pilosa**, D. C.
Chrysanthemum alpinum 1, Clus.; ibid. = **Senecio incanus**, L.
Saniculæ alpinæ aliquatenus affinis, J. B.; en montant au mont d'Or, du costé d'Orcival, dans les molières. = **Saxifrago stellaris**, L.
Jacobæa pannonica 2, Clus. = **Senecio brachychætus**, D. C. (Cineraria arvernensis Rouy.)
Viiis idea foliis oblongis, albicantibus, C. B.; au mont d'Or, dans le sommet appelé le Capucin. = **Arctostaphylos alpina**, Spreng.
Linum sylvaticum, angustis et densioribus, foliis, C. B.; ibid. = **Linum tenuifolium**, L.
Polygonum Chamecystifolio, cauliculis ad genicula echinatis; dans les petites landes, parmi les Bruyères, environ deux lieues au-delà de Captieux. = **Paronychia echinata**, Lam.
Arenaria J. B.; ibid. = **Spergula nodosa**, Fenzl.
Sedum pyrenaicum, augustissimofolio, flosculis carneis, umbellatis; à Aigecluse et au pic du Midy. = **Androsace carnea**, L.
Perfoliata amygdaloides, pumila santonica... = **Bupleurum protractum**, Hoffm. et Lnk. (?).

LISTE DES DESSINS INÉDITS DE PLANTES DE FRANCE, EXÉCUTÉS PAR AUBRIET SOUS LA DIRECTION DE TOURNEFORT.

Alcea maritima, Galloprovincialis, Geraniifolio, Inst. 98. = **Malva Tournefortiana**, L.

Campanula alpina, Tenceriifolio, angulato. Inst. 110. = **Campanula rhomboidalis**, L.

Veronica Nummulariæfolio, Pirænaica, Inst. 175. = **Veronica nummularia**, Gouan.

Betonica alpina, latifolia, major, villosa, flore luteo, H. R. Par. = **Betonica alopecuros**, L.

Alisson Pyrenaicum, perenne, mimum, foliis trifidis, Inst. 217. = **Draba pyrenaica**, L.

Brassica Alpina, perennis, Inst. 220. = **Brassica Richeri**, Vill.

Leucoium maritimum, caule folioso. = **Alyssum arenarium**, Lois (?).

Helianthemum Massiliense, Coridis folio, Inst. 240. = **Fumana lævipes**, Spach.

Geranium Pyrenaicum, foliis cineraceis, radice crassa, magnoflore variegato. Inst. 267, = **Geranium cinereum**, Cav.

Geranium Chrysantemi creticifolio, Neapolitanum, Bocc. Mus. = **Erodium ciconium**, Willd.

Imperatoria Pyrenaica, tenuifolia, Inst. 317. = **Angelica Razulii**, Gouan.

Narcissus maritimus Illyricus, C. B. = **Pancraticum Illyricum**, L.

Phalangium. = **Simethis planifolia**, Gr. et Godr.

Astragalus Alpinus, procerior, alopecuroides, Inst. 416. = **Astragalus alopecuroides**, L.

Astragalus Alpinus, foliis Viciæ, ramosus et procumbens, flore glomerato, oblongo, cæruleo, Inst. 417. = **Astragalus Onobrychis**, L.

Astragalus Alpinus, Tragacanthæfoliis. = **Astragalus vesicarius**, L.

Tragacantha Alpina, sempervirens, floribus purpurascentibus, Inst. 417. = **Astragallus dristatus**, L.

Jacea folio Cerinthes, e rupe Victoriæ, Inst. 445. = **Serratula nudicaulis**, D. C.

Petasites minor, alter, Tussilaginisfolio, H. R. Par. = **Petasites niveus**, Baumg.

Petasites minor, Alpinus, folio anguloso, crassiori, Inst. 451. = **Petasites niveus**, Baumg.

Hieracium Pyrænaicum, Lampsanæ Dodonæifoliis, Inst. 472. = **Crepis lampsanoides**, Fœl.

Sonchus asper, laciniatus, folio Dentis Leonis, C. B. Pin 184. = **Sonchus asper**, Vill.

Jacobæa maritima, Senecionis folio, crasso et lucido, Massiliensis, Inst. 486, potius Hispan. fol. minorib. differt. = **Senecio crassifolius**, Willd.

Leucanthemum Alpinum, foliis Coronopi, Inst. 493. = **Leucanthemum coronopifolium**, Gr. et Godr.

Chamæmeleum maritimum, Absinthiifolio, Inst. 494. = **Anthemis maritima**, L. forme naine.

Leucanthemum Alpinum, foliis profunde incisis, Inst. 493. = **Leucanthemum alpinum**, Lam.

Cedrus folio Cupressi, media, majoribus baccis, C. B. Pin. 487. = **Juniperus phœnicæa**, L.

Thymelæa Pyrenaica, Juniperifolia, ramulis surrectis, Inst. 594. =

Passerina tinctoria. Pouss. (C'est à tort que Pousset (*Chloris Narbon.*, cfr. Timb. *Reliquiæ Pourr.*, p. 134) rapporte la phrase des Institutiones au Daphne calycina Lap. et Lapeyrouse (*Hist. abrég.*, p. 213) à son Passerina juniperifolia (P. calycina Gren. et Godr.); la plante figurée par Aubriet est, sans aucun doute, le P. tinctoria Pourr.; on sait que cette espèce, qui existe en plusieurs points des Pyrénées espagnoles, n'a pas été retrouvée sur le versant français.)

Cytisus argenteus, Linifolius, insularum Stœchadum, Inst. 648. = **Genista linifolia**, L.

Cytisus Monspessulanus, Medicæfolio, siliquis dense congestis et villosis, Inst. 648. = **Genista candicans**, L.

M. BATTANDIER,

Professeur à l'École de médecine d'Alger.

NOTES CRITIQUES SUR QUELQUES ESPÈCES MÉDITERRANÉENNES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

1° ÆTHIONEMA THOMASIANUM J. Gay, *Ann. Sc. nat.*, 3e série, vol. IV, p. 81 (1845).

Vers la fin de juin 1887, dans une ascension que nous faisions en commun à Lella-Khadidja, pic le plus élevé de la chaîne du Djurdjura, MM. les Drs Chabert, Trabut, Soulié, M. Benoît, préparateur à l'École de médecine, et moi, M. le Dr Chabert trouva au-dessous du sommet, à 2,000 mètres d'altitude environ, dans une grande coulée de pierrailles calcaires, un *Æthionema* qui nous intrigua vivement. Malgré toutes nos recherches, nous ne pûmes en découvrir que trois pieds. M. le Dr Chabert, à qui sa haute situation dans l'armée laisse peu de loisirs, et qui avait son herbier à Chambéry, voulut bien me confier la détermination de cette plante. Nos échantillons étaient en fruits: je n'ai pu voir ni les pétales ni les étamines, mais la plante était tellement caractérisée par ses grappes compactes subglobuleuses, par ses silicules uniloculaires monospermes, largement ailées, émarginées au sommet et à la base, et par ses graines lisses, que je ne pouvais avoir affaire qu'à l'*Æ. Thomasianum* ou à une espèce nouvelle. Nos échantillons, comparés avec ceux du Val-de-Cogne (localité de l'*Æ. Thomasianum*), distribués par M. E. Burnat à la Société dauphinoise sous le n° 3197, étaient entièrement identiques. Inutile d'ajouter que

la description originale de Gay s'y adaptait tout aussi parfaitement. Malgré l'absence des pétales et des étamines, je suis persuadé de l'identité des deux plantes.

Il peut paraître bizarre qu'une plante des hautes montagnes du Piémont se retrouve sur le versant sud d'un pic algérien qui ne dépasse pas 2,300 mètres ; mais il s'agit d'une plante difficile à voir, qui peut exister ignorée sur d'autres montagnes. D'ailleurs, la neige persiste jusqu'au milieu de juin dans sa localité algérienne. En général, celles de nos plantes alpines qui ne sont pas spéciales à l'Algérie se retrouvent soit en Espagne, soit en Sicile. Tout dans notre flore du littoral accuse une communication ancienne avec l'Europe par Gibraltar et par la Sicile. Cependant le *Colobachne Gerardi* Lk. *Alopecurus Gerardi* Villars, que nous avons abondamment trouvé, M. le Dr Trabut et moi, sur un autre pic de la même chaîne, le Djebel-Aïzer, et que M. Hackel a reconnu identique à la plante d'Europe, ne se retrouve ni en Espagne ni en Sicile. Il en est de même du *Ribes petræum* Wulf. Cette dernière espèce descend même assez bas sur le versant nord du Djurdjura, tandis que le *Colobachne Gerardi* reste au voisinage de la neige qui persiste toute l'année dans quelques anfractuosités du Djebel-Aïzer. Le *Festuca frigida* Hackel, qui forme dans le Djurdjura une variété à peine distincte du type, est encore dans le même cas, et il s'agit là de plantes bien visibles. Le *Doronicum scorpioides* Willd., si commun dans toute la région atlantique à partir de 1,000 mètres, ne semble se retrouver qu'en Autriche : mais cette plante a été si souvent confondue, soit avec l'*Arnicum scorpioides* D. C. à cause de la similitude des noms, soit avec les espèces voisines *D. Pardalianches*, *D. Austriacum*, etc., que je suis loin d'être fixé sur sa répartition géographique.

Le *Colobachne Gerardi* qui s'attache au seul point de notre sol où la neige persiste toute l'année ; l'*Æthionema Thomasianum*, dont quelques rares pieds végètent encore sur notre pic le plus élevé ; le *Festuca frigida*, le *Ranunculus Aurasiacus* Pomel, espèce très voisine du *R. Villarsii* D. C., et quelques autres de nos plantes alpines qui se limitent aux emplacements où la neige demeure longtemps, semblent être les derniers survivants d'une végétation aujourd'hui disparue, qui dut régner sur ces montagnes à une époque où leurs cimes étaient couronnées de neiges éternelles.

2° POLYGALA ROSEA, *Desf. Flor.*, atl. II, p. 128, tab. 176. — Durieu de Maisonneuve ayant pris pour cette plante le *Polygala nicæensis* de Risso, très commun dans la région d'Alger, son opinion fut acceptée par presque tous les botanistes. Pour quelques-uns, le *P. rosea* Desf. se limiterait à une forme du *P. nicæensis*, à bractées un peu lon-

gues et à fleurs roses ou non. (Willkomm, *Illustrat. flor. hisp.*, tab. XXII, α.) Ajoutons toutefois que cette opinion, erronée je crois, n'a été admise ni par Boissier ni par M. Pomel. Pour eux, le *Polygala rosea* est la plante redécrite en Espagne par M. le Dr Cosson sous le nom de *P. Boissieri*. (Cosson, *Notes crit.*, p. 100.) Lorsque M. le Dr Cosson décrivit cette plante, il n'était pas encore venu en Algérie, et il ajoute à sa description cette note très intéressante : « Trompé par la figure donnée par Desfontaines dans le *Flora atlantica*, qui représente une plante à ailes fructifères très larges, je n'avais pas hésité, à l'exemple de M. Boissier, à rapporter la plante d'Espagne au *P. rosea* Desf.; mais l'identité du *P. rosea* avec le *P. nicaeensis* Risso m'ayant été démontrée par les observations de Durieu de Maisonneuve, ainsi que par la *Flore française* de MM. Grenier et Godron; je suis amené à décrire cette plante comme nouvelle, etc... » (Cosson, *loc. cit.*)

J'ignore quelles raisons Durieu de Maisonneuve pouvait apporter à l'appui de son opinion ; mais il est certain que :

1° La planche du *Flora atlantica* représente bien le *P. Boissieri* et non le *P. nicæensis*. Le port de la plante, ses larges feuilles spatulées au bas des tiges, sa capsule stipitée largement ailée, etc., ne sauraient laisser de doute à cet égard.

2° Desfontaines place sa plante à Tlemcen ; or, précisément dans la région montagneuse qui va de Daya à Garrouban, et dont Tlemcen est à peu près le centre, le *P. nicæensis* se trouve remplacé par le *P. Boissieri*. (Pomel, *Nouv. mater.*, p. 212.) Sa station se continue ensuite à travers le Maroc jusqu'en Espagne.

3° Le *P. nicæensis* n'est jamais rose en Algérie. C'est à peine si à de rares intervalles l'on peut découvrir un pied de cette teinte, à moins que l'on ne considère comme *P. nicæensis* le *P. versicolor* Pomel, plante de l'Aurès, que Desfontaines ne pouvait avoir en vue.

J'eusse voulu compléter cette étude par un examen de l'herbier de Desfontaines ; les circonstances ne me l'ont pas permis ; mais quelle que soit la plante étiquetée aujourd'hui *P. rosea* dans cet herbier, les raisons ci-dessus n'en conserveraient pas moins leur valeur. Je crois donc que le nom de *P. Rosea* Desf. doit être restitué au *P. Boissieri*, et que ce dernier nom doit disparaître.

3° Centaurea Fontanesi Spach inédit, Durieu de Maisonneuve, *in Revue* de Duchartre, vol. II, p. 429. — Durieu donne deux caractères pour séparer cette plante du *C. sphærocephala* L. : 1° le périanthe fortement laineux ; 2° les achaines un peu plus ventrus et privés d'aigrette. Il l'indique sur le littoral, d'Alger à la frontière du Maroc. Je crois que l'on a confondu sous ce nom de *C. Fontanesi* deux plantes

distinctes : celle d'Alger et celle d'Oran. En effet, on trouve communément à Alger, sur les bords de la mer et sur les collines du Sahel, une forme du *C. sphærocephala* L., à péricline très aranéeux et à feuilles tomenteuses blanchâtres. Cette plante a été distribuée dans les *exsiccata* de la Société dauphinoise, nº 2938, sous le nom de *C. Fontanesi,* avec le visa de M. le Dr Cosson. Ses achaines sont tous munis d'une aigrette et ne diffèrent en rien de ceux du *C. sphærocephala* avec lequel elle vit. Ces deux plantes sont, d'ailleurs, réunies par tous les intermédiaires possibles. Il y a douze ans que j'examine près d'Alger les plantes de ce groupe : je puis affirmer qu'il n'y a pas à Alger un seul pied à achaines chauves. Dans la région d'Oran, au contraire, on trouve la plante à achaines chauves ; mais tous les pieds que j'ai pu voir, soit d'Oran, soit de Mostaganem, où j'en ai examiné beaucoup, soit au jardin botanique du Muséum, à Paris, soit dans les herbiers, avaient le péricline parfaitement glabre. Cusin et Ansberque, dans leur *Herbier de la flore française,* figurent aussi comme *C. sphærocephala* une forme à achaines chauves. Quoi qu'il en soit, il est évident que ce caractère existe et qu'il ne s'applique qu'à la plante d'Oran, en Algérie du moins. Si tranché qu'il soit, il me semble difficile de baser une espèce sur ce caractère unique. Je crois que l'on pourrait tout au plus faire une sous-espèce de la plante d'Oran, et une forme de celle d'Algér.

Aux environs d'Alger, les *C. sphærocephala* L. et *aspera* L. se présentent indifféremment avec des feuilles décurrentes ou non décurrentes. Au Nador de Médéa, on trouve une forme du *Centaurea aspera* dans laquelle la décurrence est telle, sur certains pieds, que la tige est ailée dans toute sa longueur comme dans le *C. napifolia,* tandis qu'elle est faible ou nulle sur d'autres. Dans le *C. sphærocephala,* les appendices décurrents de la base des feuilles, sans être aussi développ´s, peuvent dépasser 25 millimètres. Entre les pieds à feuilles décurrentes et ceux à feuilles non décurrentes, il y a tous les degrés imaginables. Ce caractère de la décurrence des feuilles sur lequel on a basé non seulement des espèces, mais des sections du genre *centaurea,* n'a donc pas de valeur. Je crois bien que le *C. sonchifolia* L. pourrait être réuni aussi comme variété au *C. sphærocephala ;* toutefois, je n'ai pas assez étudié sur le vif le *C. sonchifolia.*

4º Cerinthe gymnandra Gasparini. *Rendic. Ac. Sc. nap.*, 1, p. 72. — Voilà une excellente espèce que l'on veut absolument aujourd'hui réunir au *C. aspera* Roth, dont elle diffère au moins autant que le cerisier du prunier ou le poirier du pommier. Les uns, comme Arcangeli (*Flor. it.*, p. 483), n'y voient qu'une forme à anthères exsertes du *C. aspera ;* Caruel le cite à peine. Nyman dans son *Conspectus* el

Ball dans le *Spicilegium florae Maroccanae* daignent en faire une variété : Reichembach, qui le figure à peu près, ajoute dans le texte : « *A praecedente differt antheris anthesi, ob dentes corollae reflexos, exsertis.* » Seul, M. le Dr Cosson le maintient comme espèce dans le *Catalogue des plantes de Kabylie,* de M. Letourneux.

Par contre, un certain nombre de botanistes distinguent le *C. aspera* Roth du *C. major* L. Pour moi, j'avoue n'avoir pu distinguer les divers échantillons que j'ai vus sous ces deux noms dans les herbiers, qu'ils vinssent d'Espagne, de France ou d'Italie. Dans le *Prodrome*, De Candolle semble décrire sous le nom de *C. aspera* le *C. gymnandra*. Ce n'est qu'à lui, en effet, que peuvent s'appliquer ces mots : « *Calicis lobi vix inaequales..... corolla duplo longior..... antherae corollam vix superantes.* »

Le *C. gymnandra* paraît très rare en Europe. L'herbier de Turin n'en contient qu'un très petit spécimen venant de l'île d'Ischia ; s'il eût existé en Sicile, Gussone ne l'aurait certainement pas méconnu. En Algérie, au contraire, il est très abondant. Il y occupe deux régions bien distinctes, à savoir : Tout l'Atlas, de la Tunisie au Maroc, et les sables maritimes, de Tunis à Mostaganem. Il manque dans la plaine et dans le Sahel, où il est remplacé par le *C. aspera*, et sur le bord de la mer, de Mostaganem au Maroc, il cède le pas à une troisième espèce dont je donnerai plus loin les caractères. Bien que ces divers *Cerinthe* se mélangent sur les confins de leurs aires respectives, ils ne présentent jamais ni hybrides, ni intermédiaires. Leurs caractères spécifiques restent entiers, nets et tranchés. Voici les principaux parmi ces caractères (pl. XVIII) :

C. Aspera Roth. *C. major* L. (?) Bractées ovoïdes très accrescentes, à la fin cordiformes ; calice fructifère à divisions très inégales, la plus externe, large, cordiforme ; corolle de 18 millimètres ; étamines insérées au tiers inférieur de la corolle, filets un peu plus courts que les anthères ; anthères incluses, très rarement un peu exsertes ; fruits noirs, très gros pour le genre, toujours formés de deux achaines ne présentant aucune trace de suture sur le dos arrondi et fortement gibbeux. La courbe dorsale faisant plus d'un quart de cercle, le fruit semble presque carré. Le bec seul est bilobé.

C. Gymnandra Gasparini. Bractées d'abord plus grandes, plus étroites, mais peu accrescentes et à la fin plus petites ; calice fructifère peu accrescent à divisions linéaires, l'externe un peu plus large, jamais cordiforme : corolle de 30 millimètres un peu contournée en S, un peu gibbeuse en dessus ; étamines insérées vers le tiers supérieur de la corolle, les deux supérieures un peu plus bas que les autres ; anthères toujours nettement exsertes quoique brièvement, bien plus

longues que leurs filets, fruits cylindriques acuminés, non gibbeux, au moins cinq ou six fois plus petits, grisâtres ou noirâtres, généralement réduits par avortement à une seule graine. Lorsque les deux achaines se sont développés, ils demeurent séparés par un sillon très net sur le dos du fruit.

C. ORANENSIS species nova. — Port élevé, plus grêle que les précédents, feuilles et bractées plus petites ; bractées arrondies au sommet devenant, en herbier, d'un beau bleu indigo ; calice peu accrescent à lobes subégaux, jamais cordiformes ; corolle de 16-17 millimètres ; étamines insérées au milieu de la corolle à anthères longuement exsertes bien plus longues que les filets ; style ne dépassant jamais les anthères, contrairement à ce qui a lieu dans les deux précédents ; fruits petits, luisants, élégamment marbrés, ovoïdes, toujours formés de deux achaines, ni gibbeux, ni sillonnés sur le dos. Bord de la mer, à Mostaganem, d'où il s'étend jusqu'au Maroc d'après M. Pomel. — Mars, mai.

Le *C. gymnandra* a toujours la corolle blanche tachée de rouge noirâtre. Les deux autres peuvent avoir cette même couleur, mais la corolle peut devenir jaune. Cette dernière teinte est très habituelle dans le *C. oranensis*. Le *C. aspera* peut devenir d'un jaune pâle uniforme sans taches marquées [1].

EXPLICATION DE LA PLANCHE XVIII.

A. *Cerinthe aspera* Roth.
B. *Cerinthe gymnandra* Gasparini.
C. *Cerinthe oranensis* species nova.
a^1, b^1, c^1. Calices fructifères étalés.
a^2, b^2, c^2. Sépale postérieur accru.
a^3, b^3, c^3. Corolle dans son port normal.
a^4, b^4, c^4. Corolle fendue et étalée.
a^5. Achaines du *C. aspera* vus de côté.
b^5 et c^5. Achaines des *C. gymnandra* et *oranensis* vus de côté et de dos.

1. Qu'il me soit permis, en terminant, d'exprimer ici toute ma reconnaissance à M. le professeur Gibelli, pour l'aimable complaisance qu'il a mis à me communiquer les *Cerinthe* de l'herbier royal de Turin.

M. L. TRABUT,

Professeur à l'Ecole de médecine d'Alger.

OBSERVATIONS SUR UNE CELLULE ÉPIDERMIQUE ABSORBANTE, SUR LE RÉSEAU RADICIFÈRE ET LES BOURGEONS DORMANTS CHEZ L'HALFA (STIPA TENACISSIMA L.).

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Ayant dans le courant de cette année entrepris une étude détaillée de la végétation de l'halfa, graminée dont l'exploitation pour l'industrie constitue aujourd'hui une source considérable de revenus pour le nord de l'Afrique et l'Espagne, j'ai eu l'occasion de noter quelques faits assez intéressants, touchant la physiologie et la constitution anatomique de cette plante. Je me propose dans cette note d'attirer l'attention sur :

a) *La structure générale du rhizome.*

b) *La nature d'une cellule courte et mince de l'assise épidermique paraissant jouer un rôle important dans la nutrition de la plante.*

c) *Le développement très évident du réseau radicifère.*

d) *Le rôle des bourgeons dormants et racines latentes dans la reconstitution des peuplements épuisés.*

Le rhizome de l'halfa s'éloigne assez du type ordinaire des graminées, il est formé par des entrenœuds courts, séparés par les insertions circulaires et obliques des gaînes. (Pl. XIX, *fig.* 1).

Le premier fait qui frappe l'observation est la présence du bourgeon non à l'aisselle même de la feuille-mère, mais à l'extrémité supérieure de l'entre-nœud. (Pl. XIX *fig.* 1, 2, 4 *b*).

Au-dessous de ce bourgeon entre lui et la feuille, on voit sur le rhizome, soit 2-3 racines adventives, soit de petites dépressions qui correspondent à des racines latentes susceptibles de se développer bien plus tard.

L'épiderme du rhizome ainsi que celui des parties aériennes est formé d'éléments pouvant se classer sous trois formes différentes certainement en rapport avec des fonctions spéciales.

a) Les grandes cellules allongées à parois épaisses ponctuées. (Pl. XIX, *fig.* 5, 6, 7, 8, 9 *e*).

b) Les cellules courtes épaisses présentent la même constitution,

mais le plus souvent justaposées à une cellule courte et mince d'une nature toute particulière. (*Fig.* 5. 6. 7. 8. 10 *e'*).

c) Les cellules *courtes et minces* qui méritent d'attirer l'attention. Ces cellules minces (pl. XIX, *fig.* 5, 6, 7, 8, 11 *e''*) se rencontrent aussi bien sur le rhizome que sur l'une et l'autre face des feuilles, elle est facile à observer sur l'épiderme de la face inférieure. Sur une plante vivante, on peut constater que cette cellule, qualifiée par moi d'*absorbante*, conserve son protoplasma granuleux, et suivant que l'on examine la feuille turgescente, c'est-à-dire plane, ouverte, ou au contraire repliée et privée d'eau, elle est gonflée, turgescente dans le premier cas, en collapsus et presque complètement effacée dans le second ; les deux parois, supérieure et inférieure, ne laissent alors qu'une faible distance entre elles et limitent en apparence une fente étroite (*fig.* 7 *e''*). Sur les feuilles vivantes, ces cellules paraissent à la loupe comme autant de petits points blancs ressemblant à des stomates.

La fonction de ces cellules minces (c. absorbantes), paraît être l'absorption de l'eau, qui peut ainsi facilement imbiber la feuille pendant les rosées ou les pluies légères du soir si fréquentes pendant l'été sur les hauts-plateaux. Alors que le sol reste sec, les feuilles directement mouillées deviennent turgescentes, se déroulent, ou mieux s'ouvrent et assimilent pendant les premières heures de la journée. J'ai retrouvé ces cellules minces chez d'autres espèces du genre *Stipa ;* mais le plus grand nombre des graminées examinées à ce point de vue ne m'a présenté que des cellules longues ou courtes, mais également épaissies sur leur face libre.

La coupe du rhizome d'halfa est remarquable par le développement qu'y prend le réseau radicifère que M. Mangin a décrit avec précision dans son travail sur l'origine et insertion des racines adventives. (*Ann. Sc. nat.*, 1882). Sur une coupe transversale au niveau d'une racine adventive, c'est-à-dire au milieu d'un entre-nœud (pl. XIX, *fig.* 3 *rr.*), on voit nettement entre l'écorce et le cylindre les faisceaux du réseau qui se partagent en rameaux divergents, s'anastomosent et finalement constituent un anneau entourant la périphérie du cylindre central, y envoyant de nombreuses anastomoses. Ce réseau radicifère se voit aussi très bien sur une coupe longitudinale (pl. XIX, *fig.* 2, 4 *rr*), les faisceaux sont alors coupés transversalement ; chaque entre-nœud du rhizome présente ainsi, dans sa partie moyenne, un manchon de faisceaux horizontaux en relation avec les racines, les bourgeons et les faisceaux communs.

Tout dans chaque entre-nœud est organisé pour un prompt développement des racines adventives. Ces organes sont ébauchés dès le

début de la formation de l'entre-nœud. il suffit que les conditions extérieures favorables soient réalisées pour que la racine perce le parenchyme cortical qui est déjà en partie résorbé à son niveau.

Chaque entre-nœud porte à sa partie supérieure un bourgeon qui sur un grand nombre reste dormant (pl. 1, 2, 4, *b*) tandis qu'ailleurs il se développe et forme des innovations. Le rôle de ces bourgeons dormants est important au point de vue de la reproduction des peuplements d'halfa, ravagés par des abus d'arrachages; des fragments de rhizomes âgés de plusieurs années et restés en terre donnent dans ces conditions de jeunes pousses à feuilles très courtes et semblables à de petites plantes issues de germination. Une de ces pousses se ramifie rapidement et suffit pour reconstituer une touffe exploitable dix ou quinze ans après. L'incinération des touffes par les incendies en été, en détruisant une grande partie des rameaux, favorise le réveil de ces bourgeons dormants. Mais les incinérations méthodiquement pratiquées quand le sol est humide. ne détruisent que les feuilles et les parties déjà mortes, les innovations respectées reproduisent de nouvelles feuilles qui quatre ou cinq ans après cette opération, poussent assez longues pour être exploitées comme halfa de premier choix.

Ces bourgeons dormants, assurent ainsi la conservation de cette précieuse graminée, qui donne du reste fort peu de graines. Il suffit, en effet, qu'une touffe conserve en terre un fragment des nombreux rameaux souterrains qui la constituent, pour qu'elle puisse se régénérer à la longue. Il est à remarquer que sur les touffes vierges et très anciennes ces bourgeons sont restés indéfiniment dormants et qu'au contraire leur réveil est provoqué par toutes les mutilations graves telles que l'arrachage des innovations entières pour en nourrir les chevaux, la cueillette sans interruption pendant de nombreuses années de toutes les feuilles des innovations, la destruction de nombreux rameaux par une larve, qui ronge le centre des innovations, les incendies, et la destruction par les influences climatériques.

Aussi sur beaucoup de points du département d'Oran où l'exploitation abusive semblait avoir complètement détruit l'halfa, voit-on aujourd'hui de jeunes touffes à feuilles très courtes et issues de ces bourgeons. Mises à l'abri de cueillettes incessantes, ces jeunes souches suffiraient pour reconstituer, lentement il est vrai, les peuplements rapidement épuisés par une exploitation abusive.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XIX.

Fig. 1. Rhizome de l'Halfa.
Fig. 2. Coupe longitudinale d'un fragment de rhizome.
Fig. 3. Coupe transversale d'un rhizome au niveau d'une racine adventive.

Fig. 4. Coupe longitudinale d'un entre-nœuds grossi.
Fig. 5. Epiderme du rhizome.
Fig. 6. Coupe longitudinale du même.
Fig. 7. Epiderme de la face inférieure de la feuille.
Fig. 8. Coupe longitudinale du même.
Fig. 9. Cellule longue de l'épiderme.
Fig. 10. Cellule courte de l'épiderme.
Fig. 11. Cellule courte et mince ou cellule absorbante.

Dans toutes les figures :

b) bourgeons dormant.
i) innovations.
r) racines adventives.
f) gaines de feuilles.
rr) réseau radicifère.
e) cellule épidermique longue.
e') cellule épidermique courte.
e'') cellule épidermique courte et mince (cellule absorbante).

M. le Docteur de **FERRY** de **LA BELLONE**,

A Apt (Vaucluse).

SUR UN HYPOGÉ CONSOMMÉ AU JAPON COMME CONDIMENT.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

J'ai reçu de Tokio, en février 1887, envoyé par M. Ussèle inspecteur adjoint des forêts, en mission dans l'Extrême-Orient, un flacon renfermant une certaine quantité de tubercules.

Ces tubercules étaient conservés dans un mélange de vinaigre, de poudre d'épices et de piment. Leur consistance molle témoignait d'une longue macération et le poli de leur surface attestait qu'ils avaient été fortement nettoyés.

Ces hypogés, consommés au Japon au même titre que les capres, les cornichons ou les piments le sont chez nous, sont connus sous le nom *Boukourion*. Ils sont récoltés, en mars, au pied des Akamatsou (pinus densiflora) et on les y recherche par un procédé en usage chez les maraudeurs de truffes de Provence. Ce procédé consiste à enfoncer dans le sol une tige mince et raide jusqu'à la rencontre d'une résistance particulière qui décèle en général le tubercule convoité. On n'a plus alors qu'à l'extraire.

L'examen interne de ce Boukouriou — nom générique de tous les champignons au Japon — y révèle la présence de vacuoles dont la paroi interne est tapissée d'une frange d'hyménium supportant des spores sur des basides.

Ces spores ovales et biocellées, un peu étranglées à leur partie moyenne, rattachent ces hyménogastrées au genre Rhizopogon et c'est bien l'avis de M. le Dr Quélet à qui j'ai soumis quelques-uns des échantillons reçus.

Des Boukouriou frais et n'ayant reçu aucune préparation auraient permis de faire une détermination exacte. M. Ussèle a bien voulu s'occuper de m'en faire expédier du Japon et je les recevrai probablement avec de vraies tubéracées de l'Hymalaya dont il m'anonce l'envoi.

M. Quélet est d'avis que le Boukouriou se rapproche d'une variété de rhizopogon *rufescens* et il estime que le nom de M. Ussèle, qui a bien voulu le chercher et nous le faire connaître, devait lui être donné.

C'est, en conséquence, sous le nom de *Rhizopogon Usselii,* que j'ai l'honneur de présenter au Congrès de Toulouse, le Boukouriou du Japon.

M. Lucien **BEILLE**,

Préparateur d'histoire naturelle à la Faculté de médecine et de pharmacie de Bordeaux

---

DE LA LIMITE ALTITUDINALE DU CHATAIGNER SUR LES PENTES OUEST ET SUD-OUEST DU MASSIF CENTRAL DE LA FRANCE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Au milieu de la moitié méridionale de la France s'étend un ensemble de pays élevés que l'on désigne généralement sous le nom de *Plateau central* ou de *Massif central*. Nous préférerions cette dernière dénomination pour plusieurs raisons : d'abord cette région, fortement accidentée, est loin d'être un plateau; et puis, ce sont les géologues qui, à la suite d'Élie de Beaumont, ont surtout employé et vulgarisé la désignation de Plateau central, en la limitant plus ou moins à l'étendue des terrains primitifs, ce qui est inexact puisque les hauts pays calcaires du Rouergue en font naturellement partie. Quoi qu'il

en soit, ce massif central se dessine en relief très net, entre les grandes plaines du bassin du Rhône à l'Est, du bassin de la Loire au Nord, des bassins de la Charente et de la Garonne à l'O. et au S.-O., et des plaines du Languedoc au Midi. Il occupe à peu près les départements du Tarn, de l'Aveyron, de la Lozère, du Cantal, de la Haute-Loire, de la Loire, du Puy-de-Dôme, de la Creuse, de la Haute-Vienne et de la Corrèze, soit 60,000 kilomètres carrés ou 6,000,000 d'hectares.

Présentant des pentes abruptes au Sud et à l'Est, ce massif descend en pente plus douce au Nord et à l'Ouest. Tout son régime hydrographique dépend presque en entier du bassin de la Loire et de celui de la Garonne. Au premier, se rattachent les grandes vallées dirigées au Nord de la Loire, de l'Allier et de la Creuse; du second, les vallées dirigées à l'ouest de la Dordogne, du Lot, du Tarn et de l'Agoût; la vallée de la Vienne, dirigée aussi à l'ouest, tant qu'elle coule dans le Massif central, remonte vers le nord et la Loire, dès qu'elle tombe dans les plaines du Poitou.

Toutes ces grandes vallées, largement ouvertes, entament longuement et sillonnent le Massif central, comme de vastes dépressions séparées par de puissantes rides.

Il suffit, du reste, de jeter les yeux sur une carte d'Europe en relief pour s'apercevoir tout de suite que le massif central de la France forme une région bien détachée, entre les Pyrénées et les Alpes, ou mieux entre les hautes terres de la péninsule espagnole au sud et le puissant massif alpin au centre de l'Europe.

La nature et la situation intermédiaire de cette région étaient importantes à constater, surtout au point de vue qui doit nous occuper. celui de la géographie botanique.

On sait, d'une façon générale, que sur les flancs des montagnes et autour des massifs montagneux s'étagent différentes zones de végétation. Ces zones sont caractérisées par la croissance en société et la présence dominante d'une essence forestière. Elles sont séparées les unes des autres par la limite supérieure de ces essences dominantes. Nous nous sommes donc demandé si on pouvait établir de pareilles zones autour du massif central de la France et quelles espèces qui pouvaient nous servir à les limiter, et l'observation nous a démontré que ces espèces étaient, comme sur le flanc nord des Pyrénées et le flanc sud des Alpes, le hêtre et le châtaigner, le hêtre constituant la masse des forêts des régions les plus élevées et ne laissant à découvert que certaines sommités isolées, le châtaigner formant tout autour du Massif central une ceinture fermée, ne dépassant jamais une certaine altitude et envoyant des prolongements dans l'intérieur de toutes les grandes dépressions formées par les vallées.

Dans la zone du hêtre du Massif central de la France, nous trouvons une végétation à part, une flore montagnarde pour ainsi dire, nettement déterminée, qui s'étend ici en large surface comme dans le centre et le nord de l'Europe, où elle est encore si bien représentée, et qui ne se dispose pas en pente raide et restreinte comme dans les Alpes et les Pyrénées, où elle ne peut atteindre un pareil développement. La zone du châtaigner, elle, occupe les abords et les pentes du massif central et constitue l'extrême limite à laquelle peuvent parvenir les plantes des plaines françaises. Il y avait donc grand intérêt pour la distinction de ces deux flores, de provenances diverses, à établir la limite exacte de la croissance du châtaigner autour du massif central. Les botanistes du Midi savent, à quelques mètres près, la limite altitudinale de la croissance de l'olivier, qui leur indique la fin de la flore méditerranéenne. Le châtaigner jouant pour nous le même rôle que l'olivier au point de vue de la flore de nos plaines de l'Ouest, on pouvait regretter que nous n'ayons pas de renseignements plus exacts sur la hauteur qu'il atteint. C'est ce travail de détermination de la croissance limite du châtaigner que j'ai entrepris, grâce à l'appui généreux de l'Association française pour l'avancement des sciences. Je vais faire connaître le résultat de mes recherches sur les pentes ouest et sud-ouest du massif central, me réservant l'année prochaine de faire des recherches analogues sur les autres côtés.

Quatre grandes vallées, avons-nous dit, en dehors de celle de la Vienne, échancrent le Massif central du côté O. et S.-O. Ce sont, du nord au sud, les vallées de la Dordogne, du Lot, du Tarn et de l'Agoût, séparées les unes des autres par autant de groupes montagneux et élevés (pl. XX).

Voyons comment se comporte le châtaigner dans sa marche vers le fond de ces vallées et sur les flancs de ces groupes montagneux. Mais disons tout d'abord qu'il est généralement possible de distinguer dans le pays occupé par cet arbre deux zones différentes. La première de ces zones est occupée par ce qu'on peut appeler la *grande châtaigneraie*, caractérisée par ce fait que le châtaigner est à l'état de grands bois naturels et occupe les gorges aussi bien que les plateaux, si ceux-ci sont à une altitude assez basse. Dans la deuxième zone, qu'on pourrait appeler zone de la *châtaigneraie cultivée*, les châtaigners, moins nombreux, sont localisés et plantés en petits bosquets autour des villages et des habitations. Cette deuxième zone, liée à la première sans interruption, s'avance à une altitude plus élevée ; mais le châtaigner y vient très bien et la châtaigne mûrit généralement. Au-delà de ces deux zones on pourrait encore en trouver une troisième, que j'appellerai *zone possible*, où le châtaigner ne donne

jamais de fruits mûrs ; mais comme dans tous ces points, les châtaigners sont en nombre insignifiant relativement au hêtre, je crois devoir la laisser de côté ici et m'en tenir aux points où l'arbre vient bien et où la châtaigne mûrit le plus généralement.

Considérons tout d'abord les pays élevés qui s'étendent entre la Vienne et la Dordogne. Cet ensemble, entrecoupé seulement par les gorges de la Corrèze, de la Vezère et de ses affluents, est commandé par le massif des Monédières (920 au point culminant) et va en s'abaissant graduellement dans la direction du S.-O.

Partons de la vallée de la Vienne, à Eymoutiers, où s'arrête la châtaigneraie cultivée, et dirigeons-nous du Nord au Sud, puis de l'Ouest à l'Est pour aller à Egletons, qui se trouve au pied des plateaux de la haute Corrèze. D'Eymoutiers, cette ligne de culture passe par Sainte-Anne (603), Domps (576), à l'ouest de Chamberet (618), au Chastagnac (599), et atteint à Treignac (560) la vallée de la Vezère. Grâce à la dépression occupée par ce cours d'eau, le châtaigner remonte la vallée jusqu'à la Brumerie (617), en se tenant surtout sur la rive droite. De Treignac, le châtaigner, contournant le massif des Monédières, suit à peu près du nord au sud une ligne qui passe par le Pueuch (605), Feugeas (631), Chouzeix (622), Saint-Augustin (550), Meyrignac (590), et va aboutir au nord de Corrèze (573), que baigne la rivière de ce nom. Le châtaigner occupe les gorges de ce cours d'eau et s'avance jusqu'à Pradines (663), à 20 kilomètres au nord de Corrèze, et, dans les affluents de droite, jusqu'au Chastagnol (620) et Agnoux (610). De Corrèze, la ligne de châtaigners cultivés passe à Bouysse (566), au nord de Vitrac (613) et remonte jusqu'au Monteil la petite vallée de la Monaune ; de là, il prend la direction de Terroux (620), la Guillaumie (630), et arrive à Egletons (621) qui, nous l'avons dit, se trouve au pied des plateaux du bas Limousin. En résumé, au pied de ces plateaux le châtaigner cultivé s'avance jusqu'à l'altitude moyenne de 608 mètres.

Revenons à la vallée de la Vienne et voyons comment se comporte, au pied du massif des Monédières, ce que nous avons appelé la grande châtaigneraie.

Pour trouver les grands bois de châtaigners nous sommes obligés de parcourir une vingtaine de kilomètres en aval d'Eymoutiers et d'aller vers Malleon (378) ; de Malleon, la grande châtaigneraie passe par Châteauneuf (388), Saint-Meard (480), Saint-Germain-les-Belles (445), Uzerche (380), Seilhac (509), Saint-Martial-de-Gimel (510) et Marcillac (520) à une vingtaine de kilomètres au sud d'Egletons. On peut voir, d'après cela, que les deux lignes de la châtaigneraie cul-

tivée et de la grande châtaigneraie sont à peu près parallèles; mais, tandis qu'au pied des plateaux du bas Limousin la limite de la grande châtaigneraie n'atteint que 470 mètres d'altitude, la châtaigneraie cultivée, au contraire, arrive à l'altitude moyenne de 608, soit 130 mètres au-dessus de la première.

Allons maintenant d'Egletons à La Roquebrou, en nous dirigeant tout d'abord vers Bort, et voyons comment se comporte le châtaigner dans le fond de la dépression formée par le bassin de la Dordogne.

D'Egletons, la ligne de la châtaigneraie cultivée passe par Darnels (580), les Bouygues (583) et arrive à la vallée profonde et étroite de la Lusège. Le châtaigner, après s'être avancé dans ces gorges jusqu'au Chassan (600), c'est-à-dire une dizaine de kilomètres, va à l'ouest des Bouygues, à la Mazière-Basse (549), passe à Haut-Cheissac (600), Augères (625), La Védrenne (620), les Chassagnoles (560), Roche-le-Peyroux (629) et atteint à ce point les gorges de la Dordogne. les traverse par Marèges (480), Enval (500) et va aboutir à Champagnac-les-Mines (616). Il redescend alors à peu près du nord au sud parallèlement et sur la rive gauche de la Dordogne, et passant à Veyrières (640), Arcles (603), Brageac, dans la vallée de l'Auze, Tourniac (640), Rilhac-Xaintrie (645), Cros-de-Montvert (577), Roufliac (577), traverse la vallée de la Cère et va jusqu'à Siran (625).

En prenant la moyenne altitudinale de tous les points ci-dessus, nous trouvons que, dans le bassin de la Dordogne, le châtaigner cultivé atteint l'altitude de 600 mètres.

Si nous reprenons la grande châtaigneraie à Marcillac et que nous la suivions dans le bassin de la Dordogne, nous voyons qu'elle passe au Buisson (580), Lapleaue (516), Saint-Pantaléon (555), La Tronche (540), remonte du S. au N. en se localisant absolument dans les gorges profondes et bien abritées de la Dordogne et arrive ainsi jusqu'à Vermillard (550), à 8 kilomètres de Roche-le-Peyroux, où nous avons vu tout à l'heure la châtaigneraie cultivée, atteint ce cours d'eau, descend alors sur la rive gauche parallèlement à la ligne de la châtaigneraie cultivée, remonte la vallée d'Auze jusqu'à Charafrage (560), Maugant (580), Darazac (588), Saint-Privat (573), Sexcles (520), Leobazel (580) et atteint à la Mativie (568) la vallée de la Cère.

En résumé, nous voyons que dans le bassin de la Dordogne les deux lignes limitant la châtaigneraie cultivée et la châtaigneraie sauvage figurent deux angles obtus et à côtés parallèles, dont les sommets sont sur la Dordogne à Roche-le-Peyroux (629) et Vermillard (550) et dont les côtés, allant vers le sud et le sud-ouest, sont à l'altitude moyenne de 600 et 550 mètres.

La partie du massif central comprise entre la Roquebrou (en face de Siran et sur la Cère) et Montsalvy, à peu de distance du Lot, est commandée par les hauts sommets du Cantal dont le point culminant est 1856 au Plomb-du-Cantal et peut en être considérée comme une des pentes extrêmes. Le châtaigner occupe toute la partie sud de ce pays et on peut y suivre distinctement les deux limites de la châtaigneraie cultivée et de la grande châtaigneraie. De Siran (625), on voit que la ligne de la châtaigneraie cultivée se dirige à l'ouest de Saint-Gerons (513), descend au sud vers Glénat (587), passe au Rouget (610), les Escarbachères (670), reste au-dessous des plateaux de Saint-Mamet (750), va de là à la Salvetat (759), l'Enseigne (722), le Castaigné-Haut (704), la Capelle-del-Fraysse (764), la Bramarie (775), Mas-del-Rey (752), et atteint à Ladinhac les gorges du Goul. Son altitude moyenne, dans cette partie du massif central, est de 687 mètres.

La grande châtaigneraie part des gorges de la Cère, à la Mativie, passe à Comiac (541), Lentilhac (532), Boisset (578), Leinhac (623) et arrive à Senezergues (547), à l'ouest de Montsalvy; son altitude moyenne, dans cette partie du massif central, est de 550 mètres, soit à une altitude inférieure de 137 mètres à l'altitude de la châtaigneraie cultivée dans les mêmes régions.

Voyons maintenant comment se comporte la châtaigneraie dans le bassin du Lot.

Le Lot coule au sud du pays que nous venons de parcourir parallèlement à la Cère et dans la direction E.-O. A sa droite, il reçoit de nombreux affluents, dont le plus important est la Truyère, qu'il prend à Entraygues. Ces deux cours d'eau forment un angle obtus comprenant entre ses côtés les montagnes de Laguiole et de l'Aubrac, dont ils reçoivent de nombreux affluents; de plus, la Truyère reçoit à sa droite le Goul, affluent important qui s'enfonce très avant dans les montagnes du Cantal. Tous ces cours d'eau, qui coulent au fond de gorges profondes et très encaissées, constituent le bassin du Lot. Dans ces vallées comme dans toutes les dépressions profondes, la châtaigneraie prend un facies spécial; elle est absolument localisée dans les gorges, qu'elle occupe jusqu'à une certaine altitude, et le nombre de ses représentants sur les plateaux est nul ou insignifiant. Il n'y a plus ici de distinction possible entre la châtaigneraie sauvage et la châtaigneraie cultivée. (Nous avons figuré par un trait spécial cette limite sur la carte jointe à ce rapport.)

Prenons le châtaigner au sud puis à l'est de Monsalvy, cherchons sa limite dans la vallée de la Truyère, puis dans la vallée du Goul; contournons après cela le côté ouest et sud des montagnes de l'Aubrac et

allons aboutir ainsi à la vallée du Lot. Au-dessous de Montsalvy, les gorges des affluents du Lot sont couvertes de châtaigners depuis leur naissance jusqu'au point où elles débouchent dans ce cours d'eau. Il en est de-même dans la Truyère, où on le voit couvrir toutes les gorges, plus de 30 kilomètres au nord d'Entraygues, à Laussac (662). Dans le Goul, il pénètre aussi très profondément, et grâce à la température relativement douce qui règne dans ces bas-fonds, on le voit s'avancer jusqu'à Labrousse (778), le Dat (810), Carlat (780), Cros-de-Ronesque (738), Messillac (683), atteignant ainsi dans ces régions la plus haute altitude à laquelle j'ai pu jusqu'ici l'observer. Il s'avance aussi très haut dans les vallées qui vont de l'Aubrac à la Truyère; c'est ainsi qu'on le retrouve à Lestard (720), Belloc (730) Souls (750) dans les gorges de la Couzonne; Tessonnières (760), la Roque (720), Albesquies (798) dans les gorges du Selvet. Le même fait se retrouve dans les gorges des affluents directs du Lot : on le voit à Layrac (680) dans la vallée de l'Amajou; à Tesq (780) et à Saumon (730) dans les gorges de la Coursane; à Alvicante (760), en contre-bas d'Aunac (748); au Bans (750) dans les gorges de la Boraldette; à l'Estrade (730) dans les gorges de la Boralde. Castelnau-de-Mandailles (620), Crespiac (720) et se localise à partir de ce dernier point dans la vallée du Lot, qu'il ne quitte plus et qu'il remonte jusqu'à Saint-Laurent-d'Olt, 677 mètres.

Son altitude moyenne, dans le bassin du Lot, est ainsi de 732 mètres.

Le châtaigner se trouve très répandu dans la partie du département de l'Aveyron située au sud du bassin du Lot, c'est-à-dire autour du massif montagneux central : le Levezou, les Palanges et leur prolongement ouest, le Ségala.

Ce ne sera plus désormais seulement sur de vastes étendues de pays granitiques dont l'altitude s'élève graduellement vers un point donné que nous étudierons la châtaigneraie; nous aurons à compter ici avec un nouvel élément, le calcaire, qui oppose toujours au châtaigner, quelle que soit son altitude, une barrière infranchissable.

Reprenons la châtaigneraie à Saint-Laurent-d'Olt et marchons parallèlement à la vallée du Lot et de l'est à l'ouest. D'abord cantonnée dans la vallée du Lot jusqu'aux environs d'Estaing, à 10 kilomètres d'Espalion, la châtaigneraie la dépasse au sud et va contourner à l'ouest le causse de Coucourrès, atteint Marcillac-d'Aveyron, traverse la Dourdou, s'avance jusqu'à l'est du causse de Montbazens, couvre les environs d'Auzits, de Cransac, d'Aubin, d'Asprières, va à l'ouest jusqu'au causse de Villefranche et entre par Malleville et Compolibat, dans la vallée de l'Aveyron, qu'il occupe par Clairvaux, Balzac, Druelle, Rodez, jusqu'à la limite du causse central de l'Aveyron.

Ainsi placée dans ces pays dont l'altitude ne dépasse pas 500, la châtaigneraie couvre, hors le calcaire, tous les endroits où l'homme ne lui a pas substitué d'autres cultures.

Il est donc impossible de chercher ici une limite altitudinale supérieure pour la châtaigneraie; mais, dans la partie que nous allons examiner, nous allons revoir cette limite se montrer de nouveau très nettement.

La partie du département de l'Aveyron comprise entre les vallées de l'Aveyron et du Tarn est occupée par un ensemble de pays montagneux qu'on désigne sous le nom de *massif montagneux central de l'Aveyron*.

La partie sud de ce massif est constituée par la chaîne du Levezou, dont le point culminant est le S^{al} du Pal (1160). Faisant, au nord, un angle aigu avec la chaîne du Levezou, se trouve la chaîne des Palanges, comprise entre les vallées de l'Aveyron et du Viaur, et conservant l'altitude moyenne de 900-1000. Prolongeant les Palanges à l'ouest et compris, entre les mêmes vallées de l'Aveyron et du Viaur, se trouvent les plateaux schisteux du Ségala, dont les deux points les plus élevés sont Saint-Jean, près Rieupeyroux (804) et Lagarde, près Carcenac-Peyrales (812).

Voyons donc comment se comporte la châtaigneraie, d'abord sur les flancs nord du Segala, ensuite sur les flancs ouest, puis sud. Les deux lignes de la châtaigneraie sauvage et de la châtaigneraie cultivée, que nous avions pu suivre dans la Corrèze et le Cantal, se retrouvent ici et affectent les dispositions suivantes.

Les flancs nord-ouest, est et sud des plateaux du Ségala sont creusés d'un grand nombre de vallées très profondes ; toutes ces vallées sans exception sont couvertes de forêts de châtaigners, qui les occupent depuis leur naissance jusqu'au point où elles se jettent dans l'Aveyron ou le Viaur. L'altitude limite (660) peut être assignée à ces grandes forêts de châtaigners. Pour la châtaigneraie cultivée, nous la voyons encore très fertile sur les plateaux de Luc (682), près de Moyrasès (710), Limayrac (708), Colombiès (718), Roucoulès (699), la Peyrière (690), Lou Garriguet (705), Grammont (670), Manhac (690), Ceignac (725) et Junelles (680), situé à l'ouest des Palanges et à l'est du Ségala. La moyenne altitudinale est ici de 698, soit 40 mètres au-dessus de la châtaigneraie sauvage.

Voyons maintenant comment se comporte la châtaigneraie sur les flancs des Palanges et du Levezou, c'est-à-dire entre la vallée du Viaur et celle du Tarn.

Des flancs ouest du Segala, les grandes forêts de châtaigners remontent la vallée de Viaur jusqu'aux environs de Framajoux vers (610),

et redescendant alors cette même vallée passent par Sainte-Juliette, Cassagnes-Begonhès (596), La Selve (592), Requista (600) et atteint alors la vallée du Tarn, qui est absolument couverte de châtaigners jusqu'aux environs du Truel (640), 20 kilomètres à l'ouest de Saint-Rome-du-Tarn. La moyenne altitudinale est ici de 606.

De Junelles, à l'ouest du Segala, nous pouvons suivre dans la vallée du Viaur, une ligne de châtaigners cultivés jusqu'aux environs de Pont-de-Salars (692); nous retrouvons encore les châtaigners cultivés dans le Vioulou, affluent de gauche du Viaur, jusqu'à Bauregard (690) et Tremouille (680); puis après cela, elle suit une ligne brisée, qui passerait par le Bastier (695), où nous commençons à trouver le hêtre, Arvieu (700), Auriac (687), Founols (725), Durenques (723); puis, sur le versant sud du Levezou, nous le voyons passer par Caunac (710), Mas Nau (645), Recoulès (705), la Fumade (690) et suivre la vallée du Tarn à peu près parallèment aux grandes forêts dont nous avons parlé ci-dessus et 60 mètres au-dessus d'elles, jusqu'à la rencontre de la vallée de la Maye, qui limite à l'ouest les plateaux du Larzac, puis descendre cette petite vallée jusqu'à Saint-Rome-de-Tarn, où commence la région des Causses que le châtaigner ne dépasse pas.

Les chiffres ci-dessus nous fournissent pour la limite altitudinale de la châtaigneraie cultivée sur les flancs des Palanges et du Levezou, altitude 692, supérieure de 92 mètres à ce que nous avons appelé la châtaigneraie sauvage.

Le massif montagneux du sud de l'Aveyron est constitué par les montagnes de Lacaune, vaste assemblage de mamelons confusément groupés se rattachant d'une part à la montagne Noire à l'ouest, aux plateaux du Larzac à l'est; leur point culminant est au sud de Murasson (1260). Ce massif montagneux est relié au massif montagneux central par un ensemble de pays à basse altitude dont le fond est constitué géologiquement par le grès bigarré et sur lequel se trouvent des plateaux calcaires plus élevés. Dans ces montagnes prennent naissance plusieurs cours d'eau dont les plus importants sont le Rancé, la Dourdou et la Sorgue, affluents de gauche du Tarn. Voyons comment se comporte ici la châtaigneraie.

De Saint-Rome-du-Tarn la châtaigneraie suit une ligne brisée contournant les plateaux calcaires qui se trouvent au N.-O. de Saint-Affrique; elle passe ainsi par le Fraysse (630), en bas du hameau les Costes-de-Guyon vers 600, et, se dirigeant du nord au sud, coupe la Dourdou à Valres, se maintient à l'ouest de ce cours d'eau et, suivant Rebourguil (621), la Trivalle (560) et Combret, entre dans le massif

de Lacaune par la petite vallée du Vianon, qu'il remonte jusqu'au hameau des Cambons à l'altitude (633), va à l'ouest et au nord par Sabadel (668) et Prohencoux (644), et suit sur le flanc nord des montagnes de Lacaune une ligne tracée à peu près à 700 mètres d'altitude et allant de Prohencoux à Fayet, sur le Dourdou.

A Fayet se trouve le confluent des trois vallées, de la Dourdou, du Cabol et de Niéjouls. La châtaigneraie pénètre profondément dans ces petites vallées et nous avons pu la suivre dans les gorges du Cabol jusqu'à l'altitude (680), dans celles de Niéjouls jusqu'à Tauriac (670), et enfin dans les gorges de la Dourdou jusqu'au petit village de Brusques (640).

Dans toutes ces vallées, le châtaigner croît en abondance dans les endroits les plus bas et les mieux exposés, et comme dans le bassin du Lot les deux lignes de la châtaigneraie cultivée et de la châtaigneraie sauvage se confondent.

La châtaigneraie cultivée, qui tapisse le fond des vallées que nous venons de parcourir, se relie à celle qui occupe le bassin de l'Orb, c'est-à-dire à celle qui tapisse les flancs Est du massif central. Il en est de même au sud du massif de Lacaune, dans la vallée du Thoré, affluent de l'Agoût; de même aussi dans la trouée de Naurouse. De telle sorte que les massifs de Lacaune et de la montagne Noire forment deux îlots de végétation de hêtres entourés par la végétation du châtaigner.

Nous pouvons ainsi conclure que sur les versants ouest et sud-ouest du Massif central la zone de végétation du châtaigner s'élève à l'altitude moyenne de 660 mètres pour la châtaigneraie cultivée et de 560 mètres pour la châtaigneraie sauvage, soit une différence de 100 mètres environ entre les deux lignes limites. Nous ferons remarquer cependant que dans la vallée de la Dordogne le châtaigner s'élève moins haut que dans les vallées du Lot et du Tarn : dans la première les deux limites s'élèvent respectivement à 600 et 550 mètres, tandis que dans les autres, les deux lignes fusionnées s'élèvent ensemble à plus de 700 mètres. Il en est de même, si on considère les massifs montagneux de séparation, sur le massif des Monédières (Limousin), le châtaigner cultivé s'élève à 600 mètres et le châtaigner sauvage à 470 seulement, tandis que sur le Levezou (Rouergue) la première ligne atteint 700 mètres et la seconde 660 mètres.

Dans un travail ultérieur, nous nous occuperons de la limite altitudinale du châtaigner sur les côtés Est et Nord du Massif central.

M. le Docteur QUÉLET,

Président honoraire de la Société mycologique de France,
à Hérimoncourt (Doubs).

QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE FRANCE[1].

— Séance du 26 septembre 1887. —

Lepiota pyrenæa, Quél. Compact, dur, couvert d'un *voile tomenteux granuleux, souci ocracé.* Stipe long (0m,1), épais (0m,03-4), obclaviforme, plein, blanchâtre à la base; anneau infère, membraneux, ample, *soyeux* et *blanc* en dessus comme le sommet du stipe, *radié cannelé*, granuleux furfuracé en dessous. Peridium convexe (0m,06-10), crevassé aréolé par le sec. Chair tendre, *crème*, puis *abricot*, douce et parfumée. Lamelles sinuées libres, étroites, pruineuses, crème, abricot. Spore en amande (0mm,01-12), finement grenelée, *hyalin paille.* (Pl. XXI, *fig.* 1.)

Automne. — Forêts de hêtres des hautes Pyrénées, vallée de Bagnères-de-Luchon. Il a l'aspect de *amiantina*, qui en est une miniature. Il rappelle *A. aureus*, Mattusch. *Fr. Ic. sel.*, t. 101, surtout par son anneau infère.

Gyrophila Schumacheri, Fr. Stipe charnu, un peu bulbeux, finement pelucheux, *strié* et *blanc.* Peridium convexe plan (0m,05-8), orbiculaire, glabre, *gris cendré*, puis gris perle, blanchissant. Chair épaisse, spongieuse, blanche, un peu rosée à l'air, inodore et douce. Lamelles à peine émarginées, puis subdécurrentes, blanches, puis crème fuligineux. Spore ellipsoïde (0mm,009), finement ponctuée, glauque.

Fin automne. — Dans les clairières graminеuses. Il a l'habitus de *amethystina.*

Mycena atrocyanea, var. *Maingaudii*, Quél. Stipe grêle, fistuleux, *bistre*, blanchâtre au sommet, hérissé et blanc à la base. Peridium campanulé, *sillonné, brun bistre*, avec un mamelon noir. Lamelles uncinées, grisâtres, blanches au bord, *rougissant* au toucher ainsi que la chair. Spore pruniforme (0mm,01-012), guttulée et hyaline.

Automne. — En troupe dans les bois de chênes et de trembles de l'ouest. (Maingaud).

Hylophila circinans, Quél. Stipe grêle, fibrocharnu, *blanchâtre*, avec des fibrilles frisées ou des flocons retroussés, subbulbeux. Peridium campanulé convexe (0m,02), lubrifié, *ocracé bistre*, avec une bordure enroulée, pubescente et blanche. Chair épaisse au centre, inodore, sapide, blanche. Lamelles serrées, sinuées, crème, puis *rouillées*, avec l'arête *crénelée* et *blanche*. Spore pruniforme oblongue (0mm,011-12). (Pl. XXI, *fig.* 4.)

1. Ce mémoire peut être considéré comme le seizième supplément de l'ouvrage : *Les Champignons du Jura et des Vosges.*

Été. — En cercles sous les epicéas des pâturages montagneux du Jura. Il est affine à *sacchariolens*.

HYLOPHILA FESTIVA, Fr. Stipe creux, allongé, droit, à peine fibrilleux, crême fauvâtre, changeant. Peridium campanulé (0m,02-4), *olive*, pâlissant, puis roussâtre ou bai. Lamelles libres, ventrues, serrées, *crême olivâtre*, puis fauve rouillé ou pourpré. Spore pruniforme (0mm,008-9), ponctuée, fauve.

Été. — Sur l'humus des bois de conifères des montagnes. Cette belle espèce suédoise a été trouvée dans le Tyrol (Bresadola), puis dans la Forêt-Noire (Quélet).

GEOPHILA VERSICOLOR, With. ? *scobinacea*, Fr. Stipe grêle, fistuleux, courbé, bulbeux, farineux au sommet, fibrilleux, blanc; anneau fibrilleux et fugace. Peridium convexe (0m,03-5), finement strié et *pelucké*, blanchâtre, *verdoyant*, puis *violeté* sur la marge. Chair humide, blanchâtre, *rosée* à l'air; odeur agréable. Lamelles sinuées, crénelées, blanches, puis *olivâtres* et violet bistre. Spore ellipsoïde ou réniforme (0mm,008), baie. (Pl. XXI, *fig.* 5.)

Printemps-été. — Cespiteux sur les vieilles souches, frêne, saule, etc. Très affine à *Battarræ*.

COPRINUS PYRENÆUS, Quél. Stipe long (0m,1-15), creux, à moelle soyeuse, à base ovoïde et entourée d'un anneau étroit et fugace, *fibrilleux* et *blanc*. Peridium ellipsoïde, allongé (0m,1), strié, *gris perle* sous un *voile* de *fibrilles blanches*, libres et denses. Lamelles libres, d'un blanc incarnat puis brun bistre. Spore ovoïde ou ellipsoïde (0mm,012-18), parfois sphérique, guttulée, brun bistre. (Pl. XXI, *fig.* 6.)

Automne. — En troupe sur les talus des chemins des hautes Pyrénées, sous le port de Vénasque, dans la vallée de Luchon. Se distingue de *atramentarius* par son voile.

PAXILLUS IONIPUS, Quél. Peridium conchoïde, *ocracé olivâtre*, atténué en stipe court, bulbeux, cotonneux, *améthyste* ou *lilacin*. Chair humide, douce, jaune paille. Lamelles décurrentes, rameuses, veinées en travers, crême olivâtre, puis cannelle foncé. Spore ellipsoïde (0mm,007-8), jonquille bistré.

Automne. — Cespiteux imbriqué sur les vieilles souches de pin sylvestre, Vosges. Paraît intermédiaire entre *griseotomentosus* et *lamellirugus*.

LACTARIUS TITHYMALINUS, Scop. Kromb., t. 39, f. 5-9. Stipe plein, puis creux, ferme, pubescent, *crême jonquille*, puis *orangé*, cotonneux et blanc à la base. Peridium convexe, puis cyathiforme (0m,04-7), lubrifié, souvent tacheté et finement zoné, *jaune* ou *orangé*, avec une bordure pubescente et *blanche*. Chair compacte, souci pâle, vireuse et balsamique; lait blanc et âcre. Lamelles fourchues, étroites, jonquille, puis souci. Spore sphérique (0mm,009), finement grenelée, citrine.

Automne. — Dans les forêts de mélèzes, Alpes-Maritimes (Barla), Jura.

RUSSULA INSIGNIS, Stipe court, grêle, pruineux, blanchâtre, *rouge* à la base. Peridium convexe puis en coupe (0m,03-4), *sillonné* jusqu'au disque, *grisâtre* ou *bistré*, *bordé* de fins *flocons sulfurins* et fugaces. Chair mince, blanchâtre, douce. Lamelles étroites, blanc crême.

Été. — Dans les forêts de hêtres, Jura, Gironde (Forquignon.)

CRATERELLUS AURATUS, Quél. *Jonquille doré.* Stipe fluet, souvent aplati, court (0m,01), pruineux, subbulbeux. Peridium campanulé convexe, puis

déprimé et flexueux (0m,005-10), membraneux, glabre, pruineux. Hymenium marqué de nervures fines et rares, pruineux. Spore ellipsoïde oblongue (0m,008-10), subréniforme, hyaline. (Pl. XXI, *fig.* 7.)

Automne. — Vallée de Luchon, sur micaschistes et sous les châtaigniers (Fourcade).

DICTYOLUS JURANUS, Quél. et Pat. Peridium cupulaire (0m,001-2), puis festonné, ténu, villeux aranéeux, *blanc de neige,* naissant d'un mycelium aranéeux. Plis radiés, rameux, *larges,* espacés, minces, blanc de lait, puis crème; arête mousse et pubérulente. Spore ovoïde, pruniforme (0mm,006-7), finement grenelée et blanche. (Pl. XXI, fig. 8.)

Été. — Sur le bois de sapin pourrissant, haut Jura (Patouillard). Affine à *bryophilus* auquel il ressemble beaucoup.

XEROCOMUS SULFUREUS, Fr. Stipe fibrocharnu, fusiforme, glabre, *jaune,* naissant d'un mycelium jaune d'or. Peridium convexe (0m,05-6), villeux, *jonquille,* tacheté de *mèches soyeuses* plus foncées. Chair ferme, jonquille, bleuissant, rougissant sous les tubes. Tubes adnés, courts, et pores composés *sulfurins,* tachetés de rouille, verdoyants à la fin. Spore fusiforme (0mm,008), ocracée. (Pl. XXI, *fig.* 9.)

Été. — Dans les aiguilles et brindilles de pin, Alpes, Tyrol (Bresadola).

LEPTOPORUS TEPHROLEUCUS, Fr., Rostk., t. 26. Peridium triquètre (0m,05-6), *gris* cendré ou chamois, avec une bordure *blanche* qui *noircit* au toucher. Chair épaisse, tendre, puis dure, douce, *blanc de neige,* avec de fines zones concentriques, grises ou bistrées. Tubes fins, longs (0m,01-015) et pores petits, arrondis puis dentelés, *blancs.* Spore ovoïde (0mm,006), hyaline.

Automne. — Cespiteux sur les souches, pin, Fontainebleau (G. Bernard).

LEPTOPORUS WYNNEI, Bk. and Br., variété de *fragilis,* Fr. Peridium conchoïde (0m,01-3), lobé, rameux, submembraneux, fibrilleux, rayé, blanc crême, puis fauve rouillé ou safrané vers la base, à la fin brun fauve. Pores ténus, anguleux, fimbriés, *blanc de neige,* puis fauvâtres. Spore sphérique blanche.

Automne. — Cespiteux et incrustant les herbes, mousses et feuilles mortes, à l'instar de certains *théléphora.*

CERIOPORUS MONTANUS, Quél. Stipe épais, très court, villeux, blanchâtre. Peridium en éventail, rameux, lobé (0m,3-5), onduleux, *velouté, chamois* pâle. Chair spongieuse, fragile, *blanche, amère.* Pores pentagones (1-2mm), puis labyrinthés, dentés, minces, pubescents, *blanc crème.* Spore sphérique (0mm,006-8), aculéolée, blanche. (Pl. XXI, *fig.* 10.)

Été. — Cespiteux à la base des troncs de sapin des forêts montagneuses, Jura, Alpes-Maritimes (Barla).

CLAVARIA FIMBRIATA, Pers. Grêle (0m,02), tenace, *blanc,* puis ocre incarnat. Tronc entouré de rameaux filiformes, divisé au dessus en rameaux comprimés, *dilatés* et *fimbriés* au sommet. Spore pruniforme oblongue (0mm,008-9), finement grenelée et hyaline. (Pl. XXI, *fig.* 12.)

Automne. — Cespiteux sur l'humus des sapinières montagneuses, Vosges. Ressemble aux formes grêles de *cristata,* avec une forme de spore très différente.

EXOBASIDIUM RHODODENDRI, Quél. Peridium en coussinet globuleux, puis chiffonné (0m,01-2), spongieux, très mou et *blanc* à l'intérieur. Hymenium

périphérique, pruineux floconneux, *opalin laiteux*, puis paille, et enfin châtain. Spore réniforme ou difforme (0mm,012-18). Conidie baculiforme (0mm,012), incurvée ou droite.

Quél., Ench. p. 214.

Été. Sur les feuilles et rameaux du Rhododendron ferrugineum, dans les Pyrénées, au port de Vénasque. Il ressemble d'abord à *Tremella hyalina*, puis à une galle de feuille de chêne.

Tuber rufum, Vitt., t. 1. f. 1. Globuleux oblong (0m,02), bosselé, bai, *rougissant* par le frottement. Voile finement chagriné ou aréolé en petites verrues aplaties, polygones, radiées rayées. Peridium mince, dur, fragile, glauque, séparable. Hymenium ferme, élastique, tendre, blanchâtre, puis bistré, souvent chocolat clair ou incarnat violeté, marbré de nombreuses et *très fines veines* diversement contournées et d'un *blanc hyalin*, sapide, odeur de fraise et de musc. Thèque à 4-5 spores. Spore ellipsoïde (0mm,03-4), *alvéolée réticulée*, fauve doré.

Fin automne. — Terrains argilo-sableux de la Provence (Dr de Ferry de la Bellone). Diffère peu d'*oligosporum*.

Tuber Requieni, var. : *stramineum*, Ferry et Quél. Globuleux ou oblong (0m,015), *lisse, blanc d'ivoire*, puis *paille* avec taches purpurines, pruineux, puis luisant. Peridium mince, dur, tenace, hyalin, couleur de corne, peu séparable. Hymenium tendre, puis dur, blanchâtre, chamois, puis rosé chocolat, finement marbré de *veines blanches*, bordées de *veines hyalines*. Odeur de musc et moutarde plus forte que celle de *rapæodorum*. Spore ellipsoïde (0mm,025-03), *hérissée d'aiguillons serrés*, fauve doré. (Pl. XXI, *fig.* 13.)

Automne. — Terrains argilo-sableux des Pyrénées et de la Provence (Dr de Ferry de la Bellone).

Tuber panniferum, Tul. Hyp., t. 3, f. 3. Globuleux bosselé (0m,02-3), avec une cavité basilaire. *Voile tomenteux laineux*, épais, persistant, *brun fauve* ou *rouillé*. Peridium mince, dur, très adhérent, finement muriqué, bistre, gris glauque en dedans. Hymenium ferme, blanchâtre, puis chamois clair, marbré de fines veines gris de corne et de veines blanches sinueuses et fimbriées. Thèque 6-8 spores. Spore ellipsoïde (0mm,02-3), *hérissée* de *longs aiguillons*, brun fauve. Odeur faible analogue à celle de *æstivum*.

Automne-hiver. — Terrains argilo-calcaires, aux environs d'Apt (Dr de Ferry de la Bellone).

Tuber Bellonæ, Quél.[1]. Globuleux bosselé (0m,03-7), noir. Voile à verrues pentagones, sillonnées. Hymenium *chamois cendré*, marbré de fines veines *blanches* et *obscures*, comme *mesentericum ;* odeur *bitumineuse*. Spore (1 à 4 par thèque) *sphérique* (0mm,02-4), *largement réticulée*, fauve.

Automne. — Terrains argilo-siliceux de Vaucluse (Dr de Ferry de la Bellone). Intermédiaire entre *bituminatum*, Br. et *mesentericum*, Vitt.

Mitrula alba, W. Sm. Stipe blanc ou blanc crème. Peridium ovoïde ou subglobuleux, blanc hyalin, subdiaphane. Parmi les *Mitrula paludosa*, dont il n'est qu'un accident de coloration, dans les marais des Vosges (Forquignon).

1. Dédié à M. le Dr de Ferry de la Bellone, dont les études micrographiques sur les tubéracées éclairent cette importante partie de la mycologie.

PEZIZA (aleuria) ATROVIOLACEA [1], Delile, Man. et fig. inéd., 1824, d'après M. de Seynes, *Vég. inf.*, p. 84; *Planchonis*, Dunal, Dess. inéd., 1841, nº 23, d'après M. Boudier, *Soc. myc. de Fr.*, 1887, p. 92, pl. 8; *violascens*, Cke, *Myc.*, *fig.* 83 (non desc.); Pezize *pensée*. Peridium cupulaire, puis flexueux (0m,01-015), finement chagriné, *bleu lilas*, radicant par des filaments soyeux et blanchâtres; chair céracée coriace, bleu lilas. Hymenium d'un *violet bleuissant* et velouté de pensée, très agréable. Spore *sphérique* (0mm,01-011), guttules agglomérées au centre, hyalin améthyste. (Pl. XXI, *fig.* 14.)

Automne. — Terrains sablonneux de la région méditerranéenne (Barla). Elle teint le papier d'une belle couleur violette.

LACHNEA CARNOSA, *Bull.*, t. 396, f. 1. Peridium urcéolé puis cupulaire (0m,005-7), très épais, floconneux, *blanc de neige;* chair *blanche*, tachée de *rose rouge*. Hymenium creux, *rose incarnat*. Spore fusiforme (0mm,015-18), biocellée, rosée. (Pl. XXI, *fig.* 15.)

Été. — Sur le bois pourri, Alpes, Tyrol (Bresadola). Il est affine à *leucotricha*.

Dans la figure de Bulliard, l'hymenium pubescent et le voile grisâtre sont peut-être l'effet d'une mucédinée.

ERINELLA MONTANA, Quél. et Pat., *Tab. analyt.*, nº 589. Stipe (0m,002-4), villeux et concolore. Cupule festonnée (0m,005-6), *villeuse*, incarnat ocracé clair; marge pubescente et *blanche*. Hymenium *jaune d'or* ou un peu orangé. Spore ellipsoïde fusiforme (0mm,01-012). (Pl. XXI, *fig.* 17.)

Été. — Groupé sur les aigrettes des capitules desséchés du Cirse laineux, Jura, sur la Dôle. (*Société mycologique de France.*)

STICTIS HEMISPHÆRICA, Fr. Peridium semi-immergé, ovoïde (0mm,5-7), tronqué à la base, céracé charnu, bistre, s'ouvrant en fentes étoilées. Hymenium uni, céracé, *hyalin améthyste*. Spore linéaire fusiforme (0mm,04-5), septée guttulée, hyaline.

Automne. — Sur les cones du cèdre du Liban, Saintonge (P. Brunaud).

TROCHILA TINI, Dub. Peridium globuleux lenticulaire (0mm,3-4), immergé, puis libre, membraneux, *noir*, s'ouvrant en lanières ou tombant en poussière. Hymenium céracé, convexe, puis creux, crême olive. Spore ovoïde ou ellipsoïde (0mm,008-9), hyaline.

Été-automne. — Sous les feuilles sèches de la Viorne-Tin., Saintonge (P. Brunaud). Il a l'aspect d'un *sphærella*, puis d'un *urceola*.

CORDYCEPS FORQUIGNONI [2], Quél. Stipe subfiliforme, court (0m,003-6), pruineux, *crême*, floconneux et blanc à la base. Capitule campanulé cylindrique 0mm,5-7), avec la base *lacérée*, *libre* et embrassant le sommet du stipe, pruineux, *crême*, puis *jonquille pâle*. Perithèces ellipsoïdes très petits, produisant un pointillé à peine plus foncé que la surface du stroma. Thèque et pores capillaires. Conidie ovoïde, très petite (0mm,008). (Pl. XXI, *fig.* 18.)

Été. — Sur une mouche coprophile, *musca rufa* ou *dasyphora pratorum* des sapinières des Vosges (Forquignon). Affine à *myrmecophila*.

1. Une pezize a été décrite par M. Bresadola, *Fung. trid.*, 1882, t. 29, f. 2, sous ce nom qui ne convient du reste pas à cette jolie espèce-ci, et qui peut être modifié heureusement en ne conservant que le radical.

2. Dédié à mon excellent ami L. Forquignon, professeur à la Faculté des sciences de Dijon.

TABLE DES ESPÈCES.

Les espèces ou variétés nouvelles sont marquées d'un astérisque.

Lepiota * pyrenæa.
Gyrophila Schumacheri.
*Mycena * Maingaudii.*
Hylophila * circinans.
— festiva.
Geophila versicolor.
Coprinus * pyrenæus.
*Paxillus * ionipus.*
Russula * insignis.
Lactarius tithymalinus.
Craterellus * auratus.
Dictyolus * juranus.
Xerocomus sulfureus.
Leptoporus tephroleucus.
— *Wynnei*.
Cerioporus montanus.
Clavaria fimbriata.
Exobasidium rhododendri.
Tuber rufnm.
— panniferum.
— * stramineum.
— * Bellonæ.
Mitrula alba.
Peziza atroviolacea.
Lachnea carnosa.
Erinella * montana.
Stictis hemisphaerica.
Trochila tini.
Cordyceps * Forquignoni.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XXI.

1. Lepiota pyrenæa.
2. Gyrophila miculata, *As. fr.*, 1885, p 1.
3. Dryophila graminis, *As. fr.*, 1886, p. 3.
4. Hylophila circinans.
5. Geophila versicolor.
6. Coprinus pyrenæus.
7. Craterellus auratus.
8. Dictyolus juranus.
9. Xerocomus sulfureus.
10. Cerioporus montanus.
11. Sarcodon violascens, *As. fr.*, 1882, p. 13.
12. Clavaria fimbriata.
13. Tuber stramineum.
14. Peziza violacea.
15. Lachnea carnosa.
16. Phialea glandicola, *As. fr.* 1886, p. 7
17. Erinella montana.
18. Cordyceps Forquignoni.

M. Jules POISSON,

Aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle.

SUR UN NOUVEAU GENRE DE CELTIDÉES.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

La petite famille des Celtidées, distinguée par Endlicher[1] pour trois genres de plantes (*Celtis* Tournef., *Sponia* Commers. et *Mertensia* H. B. K.), n'a pas paru suffisamment distincte des familles avoisinantes aux botanistes modernes pour lui conserver son autonomie. Elle a été fondue par E. Planchon[2] dans la monographie des Ulmacées qu'il a fait paraître au *Prodromus* de De Candolle, en maintenant toutefois les Celtidées comme sous-ordre et avec l'adjonction de quatre autres genres : (*Parasponia* Miq., *Gironiera* Gaud., *Aphananthe* Planch.; *Chætacme* Planch.), genres anciens ou nouveaux qui n'étaient pas ou ne pouvaient pas alors être compris par Endlicher dans cette famille.

La fusion des Celtidées devint plus complète quelques années plus tard, et, dans deux publications capitales, on voit cette famille disparaissant et confondue avec les Ulmacées[3] dans l'une d'elles, et dans l'autre le titre est conservé, cependant, comme tribu de l'immense famille des Urticées, telle que la comprennent les auteurs du *Genera plantarum*[4]. On sait que dans ce dernier ouvrage, sous le titre d'Urticées, sont comprises aussi les Morées, Artocarpées, Cannabinées, Ulmacées, etc. Ainsi constituée, cette vaste famille, ou plutôt classe, renferme des plantes aux caractères les plus variées.

Mais en considérant le groupe des Celtidées, tel qu'on l'admettait autrefois comme famille propre ou tribu, on peut rappeler que les caractères des Celtidées sont les suivants : Arbres ou arbustes à feuilles alternes, stipulés, à fleurs monopériantées, dioïco ou mōnoïco-polygames; à ovaire uniloculaire et uniovulé, à ovule suspendu, campylotrope et par conséquent à micropyle regardant le sommet de la

1. Endlicher, *Gen. plant.*, p. 275 (1840).
2. *D. C. Prod.*, XVII, p. 150 (1873).
3. H. Baillon. *Hist. des Pl.* VI, p. 184 (1877).
4. Bentham et Hooker, *Gen. pl.* III, I, p. 343.

loge. Enfin, le fruit est une drupe peu charnue surmontée longtemps par le stigmate bifide. Une exception à la configuration habituelle du fruit se remarque dans le curieux genre *Pteroceltis* décrit par Maximowicz [1]. C'est bien par le port, les feuilles et même le fruit un vrai *Celtis*, avec cette différence toutefois, que ce fruit porte une aile circulaire, d'avant en arrière, et dont l'aspect rappelle assez le fruit de l'Orme. Dans le genre *Samaroceltis*, que nous signalons aujourd'hui, le fruit est également ailé mais d'une façon toute différente. Il rappelle beaucoup certains fruits de Malpighiacées ou bien encore d'Erables ou de *Securidaca*. L'aile est fortement nerviée et a entraîné à son sommet les vestiges d'une des branches stigmatiques. En regard de cette aile s'en trouve une petite, dont la formation, vraisemblablement, est due à la seconde branche stigmatique qui l'aura provoquée. Il y a donc de véritables Celtidées qui n'ont plus des fruits drupacés, lesquels ont servi de caractère distinctif pour former un sous-ordre « Fructus drupaceus (carne interdum parca) », mais de vraies samares comme on en remarque dans les exemples précités.

Ce caractère de fruits ailés n'est donc pas précisément nouveau dans la famille qui nous occupe, ce qui l'est davantage, c'est la structure de l'ovule et partant de la graine. En effet, dans notre nouveau genre, l'ovule est droit ou franchement orthotrope. Ce caractère est démontré par la graine dont le point d'attache est diamétralement opposé à la radicule. D'ailleurs, en explorant soigneusement le tégument, on n'y trouve aucune trace de raphé et l'examen de plusieurs graines prouve suffisamment que l'on est en présence d'un fait normal et non d'un cas tératologique.

L'aspect de l'échantillon unique que possède l'herbier du Muséum est celui d'une Rhamnée, aussi l'avait-on *a priori* attribué à cette famille. Cependant, en compulsant les *Celtis* américains de la section *Momisia* on retrouve des plantes ayant l'aspect buissonneux du nouveau genre que nous décrivons, mais aucune n'a des feuilles de *Rhamnus* comme lui. Pour lever le doute qui restait en étudiant cette plante, il sagissait d'examiner, par un procédé anatomique élémentaire, si l'on était bien en présence d'une Celtidée; une section transversale de la feuille, vue au microscope, a mis de suite en évidence des cystolithes tout à fait comparables à ceux des *Celtis* [2].

1. *Bull. Acad. Sc. Pétersb.* XVIII, p. 292, etc.

2. Dans quelques préparations réussies, il a été facile de voir sur la feuille adulte, cependant, que, en regard de certains cystolithes, un poil court faisait saillie à l'épiderme; ce qui donnerait raison, au moins dans ce cas particulier, à l'opinion de M. Chareyre qui, en étudiant la formation des cystolithes dans les Aspérifoliés, concluait que tout cystolithe est lié à la formation d'un poil épidermique.

Voilà donc la petite famille de Celtidées pourvue d'un type discordant et tel qu'on en rencontre dans les Artocarpées, quant à la direction et la forme de l'ovule. Depuis les *Conocephalus*, *Coussapoa*, *Cecropia*, etc., qui ont leurs ovules orthotropes, en passant par les *Pourouma* et autres genres qui les ont hémitropes, on arrive à la majorité des représentants de ce groupe ayant des ovules anatropes.

Cette plante, qui prendra le nom de *Samaroceltis rhamnoides*, a été recueillie par l'heureux et infatiguable collecteur M. Balansa, dans les environs de l'Assomption, au Paraguay, pendant son séjour dans ce beau pays.

SAMAROCELTIS.

Flores ut videtus hermaphroditi (fortassis polygami?) in summis ramulis axillares.

Fructus juveniles vestigia perianthii staminumque prope basim retinentes.

Fructus maturus siccus alatus unilocularis, semine ex apice loculi appenso.

Embryo rectus exalbuminosus, radicula infera, cotyledonibus conduplicatis.

S. RHAMNOIDES sp. nov.

Arbuscula 2-3 — metralis; ramis subtortuosis cylindricis; cortice rugoloso lenticellis magis minusve prominulis consperso, in supremis ramis puberulo.

Folia alterna breviter petiolata, ad apices ramorum nonnihil approximata, stipulata elliptico-lanceolata et mucronulata pollicaria (3-3 $\frac{1}{2}$ centim. longa, 1 $\frac{1}{2}$-2 lata) glabra, in nervis tamen pubescentia, membranacea glaucescenti-viridia integerrima vel sub apice obsolete denticulata penninervia; nervis in pagina inferiore prominulis, in nervulos sensim solutis demumque secus marginem evanidis; limbo in utràque paginâ punctis prominentibus crebris (sub lente tantum conspicuis) cystolithisque totidem respondentibus consperso; petiolo vix 3 millim. longo.

Pedicellus fructiferus puberulus, apicem pedunculi axillaris occupans et circa basim cicatricibus florum delapsorum insignitus.

Fructus samaroideus nonnihil compressus, nervis (costulisve) quatuor notatus, quorum duo laterales bifidi, cæteri duo in reticulum abeuntes. Ala summum fructum coronans membranacea, 2 $\frac{1}{2}$ centim. circiter lata, aliquantulum falciformis, inæquilatera, nervulorum reticulo instructa et ad basim ala altera minuta (obsoleta) sibi opposita stipata.

Semen loculum totum occupans, suspensum, cordiforme, testa exili, raphe deficiente.

Embryo rectus, radicula deorsum spectante, cotyledonibus crassis, albumine nullo.

Planta a clar. Balansa prope urbem Assumptionis Paraguayæ reperta, et in Herb. Mus. Par. sub numero 2054 inscripta.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XXII.

1. Rameau grandeur naturelle.
2. Jeune fruit avec traces de périanthe et d'androcée.
3. Fruit grossi.
4. Cotylédon.
5. Cotylédon coupé transversalement.
6. Section transversale de la feuille.

M. G. POUCHET,

Professeur au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.

LA COULEUR DES EAUX DE LA MER ET LES PÊCHES AU FILET FIN.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Au cours du dernier voyage scientifique de l'*Hirondelle*, où le prince Albert de Monaco m'avait offert la plus gracieuse et la plus généreuse hospitalité, mon attention a été appelée sur la couleur de la mer. Je l'ai notée journellement en ayant soin de ne pas m'en rapporter dans la plupart des cas au témoignage de mes yeux seuls.

Malgré les nombreuses opinions émises jusqu'ici sur la couleur bleue ou verte de la mer, il ne semble pas qu'aucune solution absolument satisfaisante du problème ait été donnée. Mais peut-être ne la cherchait-on point où elle est. Mes études longtemps poursuivies sur les péridiniens m'ont conduit, au cours de ce voyage à travers l'Atlantique-Nord, à une explication nouvelle. Elle m'a été suggérée par un fait particulier que j'ai pu observer et vérifier tout à l'aise.

C'était le 21 juin dans des eaux nettement bleues. On voyait du bord un grand nombre de méduses paraissant vertes (*Pelagia noctiluca*). Tirées de l'eau elles étaient jaunes. Leur couleur verte dans la mer était donc une combinaison de leur couleur jaune propre, et de la couleur bleue de l'eau. Or, il existe dans l'Océan ou au moins dans certaines parties de l'Océan, en quantité prodigieuse, de la matière jaune allant du jaune clair au jaune brun et au rouge (série xanthique). C'est la diatomine et ses dérivés, répandus en abondance dans mille espèces de végétaux monocellulaires, d'algues microscopiques, individuellement invisibles, mais qui, en suspension dans ces

eaux jusqu'à une certaine profondeur (actuellement indéterminée), combinent peut-être leur coloration à celle des eaux pour produire en grand, partout où ils sont suffisamment abondants, le phénomène qu'offrait la *Pelagia*, et faire l'eau verte. L'eau bleue serait celle où cette vie végétale fait défaut, ou tout au moins est considérablement réduite.

On peut à ce propos se demander s'il ne conviendrait pas d'étendre la qualification de végétaux à toute une classe d'êtres communément rangés jusqu'ici avec les animaux. Nous voulons parler des Foraminifères et des Radiolaires. Sans doute, les termes *animal* et *végétal* sont essentiellement conventionnels et taxonomiques. En réalité, le règne organique est *un* et ne souffre point de division fondamentale. Il n'en est pas moins vrai que ces dénominations d'*animal* et de *végétal* répondent à deux modes vitaux un peu différents et c'est précisément à ce point de vue qu'il serait peut-être logique de rapprocher des végétaux les êtres dont nous parlons. On peut y voir des végétaux unicellulaires dépourvus de paroi cellulosique. Leurs charpentes calcaires ou siliceuses peuvent être comparées à des productions raphidiennes. L'absorption de matières étrangères solides dans leur substance vivante, quand elle se produit, ne diffère pas de ce que nous montrent les plasmodies des myxomycètes. Ajoutons ce dernier caractère que les êtres en question, comme les végétaux, ne présentent jamais de cils vibratiles proprements dits, comparables à ceux des Infusoires. Enfin, une dernière analogie est qu'ils offrent communément dans leur substance, des dépôts de diatomine ou de ses dérivés bruns et rouges. Et à cet égard, nous pouvons les ranger à côté des végétaux microscopiques, Algues, Diatomées, Péridiniens, etc... comme agents de la coloration verte des eaux de la mer.

Dans cet ordre d'idées la couleur des eaux se trouverait donc ramenée, comme cela a été d'ailleurs déjà indiqué, à un facteur biologique. Elle dépendrait simplement de la nature, de l'abondance absolue et relative des formes microscopiques qui les peuplent à la surface et plus ou moins profondément [1].

Il convient de se représenter les eaux de la mer comme soutenant en quelque sorte des nuages de diverses poussières vivantes qui se

1. Sous ce rapport, il est évident que la pêche au filet fin pratiquée seulement à la surface ne pourra pas toujours renseigner d'une manière suffisante. Au voisinage du Banc de Terre-Neuve, sur des eaux nettement vertes, la pêche de surface était extraordinairement pauvre en formes végétales; elle n'était pas d'ailleurs plus riches en formes animales. Mais nous ne doutons pas que les pêches profondes eussent donné un dépôt notable de végétaux. On sait en tous cas que la diatomine est soluble dans l'eau.

déplacent horizontalement, montent ou descendent sous des influences que nous ne savons pas encore déterminer, portés par les courants, ou poussés par les vents, cherchant ou fuyant la lumière, en quête d'un optimum thermique [1]. Les pêches au filet fin, pratiquées à quelques milles les unes des autres en plein Océan, présentent parfois les caractères les plus tranchés. Elles peuvent aussi différer selon l'heure en un même lieu. Il est très certain que la nuit en général appelle à la surface des populations de Crustacés copépodes plus ou moins lucifuges, qui s'enfoncent pendant le jour dans la profondeur. Mais il n'en est pas toujours ainsi. Une pêche faite le 14 juillet aux Açores (eaux bleues) n'a donné que des Copépodes et pourtant nous avons pu constater qu'ils étaient un peu lucifuges. Une autre pêche du 20 juillet (eaux bleues) à 5h15 du soir est encore plus caractéristique par le nombre de Copépodes recueillis.

D'autres fois, au contraire, ce sont des végétaux monocellulaires, Bacillariés, Péridiniens, Radiolaires que le filet fin rapporte en abondance. Le dépôt est alors caractéristique. Il est formé de flocons jaunâtres (couleur de la diatomine); on y trouve très peu de Crustacés ou de Mollusques : la vie végétale y domine. Ce sont les eaux côtières de l'Atlantique-Nord, les eaux vertes, peut-être toutes les eaux des mers froides et peu salées [2].

1. Les limites de ces nuages vivants sont parfois singulièrement nettes, comme le montre l'exemple suivant. Le 1er août, l'*Hirondelle* est mise en panne dans un but spécial. Pendant ce temps un de mes compagnons et moi faisons de chaque bord une pêche au filet fin, avec des engins pareils. Tandis qu'après le même temps de pêche l'un de nous ramenait un seul Copépode d'une espèce déterminée, l'autre en prenait des quantités considérables. Le premier avait pêché du côté où le navire dérivait; sa récolte représentait donc l'état normal de la surface de la mer. Il faut admettre que la coque, en dérivant, produisait un remous ascendant de l'eau qui avait passé sous sa quille, et faisait remonter avec elle une faune cantonnée à 2 ou 3 mètres au-dessous de la surface et qui était ainsi venue s'y faire prendre. Une pêche pratiquée à une soixantaine de mètres, a montré que jusqu'à cette profondeur tout au moins, les mêmes Copépodes étaient très abondants.

2. Sur les côtes de Norwège, nous nous rappelons avoir vu, de Tromsoë au Varangerfjord, la mer pleine de végétaux pélagiques visibles à l'œil nu, en abondance extraordinaire, au point que nous avions fait photographier un bocal rempli d'eau directement puisée à la mer. Ces végétaux rendaient au bout de quelques minutes le filet fin qui s'en remplissait, tout brun; il devenait vert dès qu'on l'exposait à l'air. Des Laminaires, recueillies dans le Varangerfjord, nous ont d'ailleurs présenté le même phénomène, verdissant rapidement à l'air. — Wyville Thomson, dans ses rapports sommaires sur l'expédition du *Challenger*, note aussi l'abondance des végétaux microscopiques dans les mers froides, mais sans signaler le rapport que cette abondance peut avoir avec la couleur des eaux.

Dans les eaux où domine la vie animale, au contraire, la couleur de ce dépôt varie ; il peut être brunâtre (certains Copépodes, Mollusques), ou bleu d'azur (autres Copépodes, Doliolums), ou même rosé (autres Copépodes, Ptéropodes). Ce sont en général les eaux bleues [1], peut-être toutes les eaux des mers chaudes. On notera que les eaux, en apparence les plus pures, sont souvent celles où la vie est la plus intense, celles où les formes végétales plus ou moins inertes, font place à l'activité de formes animales supérieures.

En haute mer, le dépôt des pêches au filet présente parfois à peu de distance un caractère nettement tranché. Les pêches du 23 juillet — lat. 42°, long. 42° — donnent un dépôt jaune bien caractérisé ; celles du 24 — lat. 41°, long. 43° — un dépôt bleu par les Copépodes. Le 26 juillet — lat. 41°15′, long. 43° — dans des eaux « peu bleues, légèrement verdâtres [2] », le filet fin ramène comme forme dominante des quantités de Bacillariés. Le dépôt est conservé comme type d'eaux où domine la vie végétale. Il est probable, toutefois, que celle-ci ne s'étendait pas profondément, ce qui explique la couleur intermédiaire de l'eau. Aux dates indiquées, en effet, du 23 au 26 juillet, nous avions couru avec des vents contraires sur la limite des eaux bleues et des eaux vertes. Le 31 juillet, dans des eaux nettement vertes, non seulement les pêches de surface mais aussi une pêche pratiquée à 50 ou 60 mètres de profondeur, rapportent exclusivement des végétaux ; ils sont même beaucoup plus nombreux dans le fond qu'à la surface. Un second coup de filet donné à la même profondeur, le soir du même jour, ramène également, comme forme dominante, des Globigérines et des végétaux monocellulaires [3].

En examinant ces pêches profondes, on peut remarquer qu'elles ne sont d'aucun profit pour l'étude de l'évolution des végétaux qu'on y trouve. Tous paraissent arrêtés dans une période d'état. Aucun ne présente de traces de segmentation indiquant un processus évolutif. Nous avons constaté le même fait dans une autre série de pêches pratiquées à la même profondeur vers le 1er août.

1. Il est à remarquer que ces colorations nettement tranchées, jaunes, bleues, roses, des dépôts recueillis par le filet fin, ne se retrouvent plus au rivage. Nous parlons spécialement de Concarneau, où nous avons pratiqué des centaines de ces pêches. Le dépôt y est certainement gris, sans doute par suite du mélange des matières inorganiques et des détritus de toutes sortes qui s'y rencontrent.

2. Expression de notre journal.

3. Ces pêches à 60 mètres présentent toutefois une notable quantité de Nauplius ; on peut supposer que les adultes de l'espèce étaient plus profondément enfoncés ou s'étaient éloignés sous quelque influence (actinique, thermique ?) indéterminée.

En somme voici pour notre voyage, pendant les mois de juin, juillet, août 1887, la distribution des eaux bleues et vertes, animales et végétales dans l'Atlantique-Nord, pl. XXIII, telle que nous l'avons relevée en faisant route de Lorient aux Açores, des Açores à Saint-Jean de Terre-Neuve, de Saint-Jean à New-York et de New-York au Havre :

Le 11 juin — environ par lat. 46°, long. 18° — à 300 milles de toute terre et par 3,000 mètres de fond, les eaux sont nettement vertes. Le 12 juin — environ par lat. 45°, long. 19° — nous notons leur couleur comme douteuse, tendant à devenir bleue. Le 15 juin — par long. 42°30′, lat. 21° — nous sommes définitivement dans les eaux bleues, que nous ne quitterons plus jusqu'aux Açores [1], et des Açores jusqu'à moitié route du banc de Terre-Neuve. En ce point — lat. 41°, long. 41° — la mer paraît moins bleue; le soir, cependant, on note qu'elle est nettement bleue. Du 23 au 26, nous courons NE-SO et SO-NE; nous sommes sur la limite des eaux vertes [2]. A partir du 26 juillet — lat. 41°, long. 43° — nous ne les quittons plus. Au retour, de New-York à la pointe du Banc de Terre-Neuve et de celui-ci aux Scilly, la mer est verte : sa couleur est notée et contrôlée chaque jour. Dans la Manche, la coloration verte devient beaucoup plus intense. A l'arrivée en rade du Havre, pendant le jusant, nous franchissons la limite subite de ces eaux vertes et des eaux jaunes de la Seine.

Il semble en conséquence que la limite des eaux vertes pour l'Atlantique-Nord, à l'époque de notre voyage, puisse être tracée par un arc de cercle ouvert vers le S., ou plutôt vers le SSE, les extrémités de cet arc de cercle se trouvant environ par 43° lat. N du côté de l'Europe et 41°30′ du côté de l'Amérique [3].

Notons, en terminant, que les Sargasses ne sont point exclusivement limitées aux eaux bleues : elles s'avancent certainement à plusieurs centaines de milles dans les eaux vertes. A l'aller, nous les avons rencontrées depuis lat. 40°, long. 37°30′ environ, jusqu'au voisinage du bord oriental du Banc de Terre-Neuve. Nous n'en voyons point de Saint-Jean à Halifax, ni de Halifax à Boston, à l'entrée des golfes Saint-Laurent et de Maine. Cependant elles ne sont pas loin, car au

1. Le 15 et le 16 juillet, en rade de Horta (Fayol), l'eau est sale, verdâtre; le filet fin rapporte presque exclusivement des Radiolaires.

2. Voir ci-dessus.

3. Cette limite coïnciderait assez bien avec celle des eaux de densité 1,0270 (Voir Buchanan, *Report on the specific gravity etc...* dans les Rapports du *Challenger*). On en pourrait conclure que les eaux d'une densité supérieure à ce chiffre sont peu favorables à la vie végétale.

retour nous les trouvons déjà au sud des bancs Saint-Georges, par le 70e degré de longitude; et nous continuons d'en voir, excepté sur la pointe du grand Banc, jusqu'au 48e degré lat. N et au 39e degré long. environ, c'est-à-dire jusqu'au méridien même où nous les avions rencontrées en quittant les Açores.

L'absence de Sargasses à l'est de cette ligne, dans les eaux européennes de l'Atlantique, tout au moins au-dessus du 50e parallèle, est assez incapable dans l'hypothèse du transport des eaux superficielles du Gulf Stream jusqu'à nos côtes?

Nous joignons à cette note une carte où sont indiquées les limites des eaux bleues et des Sargasses d'après notre journal : planche XXIII.

M. Ed. TIMBAL-LAGRAVE,

Pharmacien, à Toulouse.

SUR DES NARCISSES PEU CONNUS DE LA FLORE DES PYRÉNÉES FRANÇAISES

— Séance du 28 septembre 1887. —

Tous les floristes connaissent les nombreux services qu'a rendus M. Bordères, botaniste à Gèdre (Hautes-Pyrénées). C'est lui, en effet, qui a découvert dans les Hautes-Pyrénées une foule d'espèces très intéressantes, connues de la plupart d'entre vous; cette fois, M. Bordères nous a communiqué trois espèces du genre *Narcissus*, qu'il n'avait pas encore vues dans sa région, qu'il parcourt depuis longtemps. M. Bordères nous a spécialement autorisé à publier nos observations, dont voici le résultat :

1° *Narcissus rupicola*, L. Dufour in Rœm. et Sch. Syst., VII, p. 958 (1808); Graels. Ram., 1, p. 17, tab. 7; Willk. et Lang. Prod., Hisp., 1, p. 152.

N. apodanthus, Boiss. et Reut., Diagn. pl. n. C., p. 25 (1815); *N. infundibulum, Lois. monog. Nar. indig.*, p. 40. (?)

Voici comment M. Graells, dans sa première Ramillète, résume les caractères du *Narcissus rupicola* qu'il avait récolté lui-même avec L. Dufour, en 1854 :

« Fleurs sessiles à lobes échancrés et pourvus d'une pointe ou petite dent, au centre de l'échancrure; les lobules de la couronne (*Nectaire L.*) sont

aussi échancrés et, sur les bords, un peu rejetés en dehors, comme un calice (en entonnoir); le pistil est prismatique et surpasse les trois filets inférieurs sans atteindre la hauteur des supérieurs; il a le stigmate intérieurement peluché, trilobé, et chaque lobe élargi vers l'extrémité et comme tridenté; le bulbe est ovoïde, de la grosseur d'un œuf de moineau, avec des tuniques extérieures gris cendré clair et les intérieures blanches; de cet oignon ou bulbe naissent trois feuilles canaliculées en dessus et striées anguleuses en dessous, ainsi que le scape, qui est un peu comprimé et ne porte qu'une fleur, rarement deux; celles-ci sont inodores pendant le jour, mais elles exhalent la nuit une odeur très agréable, surtout quand elles sont nombreuses. Sa floraison commence, comme on l'a dit, aux premiers jours de mars, quand les neiges couvrent encore la région inférieure des sierras, et se continue ensuite selon l'altitude; mais ce n'est qu'en juillet qu'on peut voir les fleurs sur les rochers les plus élevés de Fenatura et sur toute la chaîne de la sierra de Gredos, et à cette époque les fruits sont non seulement mûrs mais ouverts même et répandus dans la zone montagneuse inférieure. » (Graells, *loc. cit.*, page 19.)

Le *Narcissus rupicola* fut découvert, en avril 1808, par Léon Dufour, dans les environs de Buitrago; il le décrivit et l'envoya en 1815 à Roemer, qui le communiqua à Schultes, et celui-ci le publia, en 1830, dans son *Systema vegetabilium*, en l'accompagnant de la diagnose suivante, que je traduis textuellement :

« Spathe uniflore, scape strié, nectaire (couronne) deux fois plus court que les pétales ordinairement à six lobes, feuilles canaliculées subtrinerviées. (L. Dufour.)

« Espèce très rare, à odeur agréable; feuilles glaucescentes, souvent aussi longues que le scape, larges de 4 millimètres; scape à peu près cylindrique, atteignant presque 1 pied: fleurs médiocres, jaune pâle à tube allongé, à divisions obovées. Paraît très voisin du *N. trilobus*, et peut-être est-ce la même plante. »

Dans les fentes des rochers de Buitrago, en Castille.

Reuter, après avoir vu cette plante sans nom dans l'herbier royal de botanique de Madrid, en 1841, la publia en 1842 sous le nom de *N. apodanthus*. Mais ces auteurs n'ont pas assez insisté sur la forme en entonnoir de la couronne qui à elle seule distingue cette plante de toutes les autres formes du groupe *Juncifolius* dans lequel on a trouvé le *N. juncifolius* Lagasca et *N. Requieni* Rœm. et Schultz. Dès 1810, Loiseleur-Deslonchamp publia un *Narcissus infundibulum*, p. 39, dont la description conduit au *N. rupicola* Duf. Mais Loiseleur nous dit qu'il ne connaissait pas son lieu natal; il l'a décrit sur un échantillon conservé dans l'herbier Lamark, puis dans le jardin de M. de Saint-Germain; si ce rapprochement est exact, la note de L. Dufour datant de 1808 a encore la priorité.

M. Bordères a trouvé ce narcisse avec le *N. Juncifolius* Lagasca dans les prairies de Saugué de Gavarnie, à 1,400 à 1,500 mètres d'al-

litude, sur le terrain granitique, le 26 mai 1887, où ils sont, dit-il, franchement spontanés.

2° *Narcissus juncifolius* Lagas., *Gen. et Sp.*, p. 13, 1816; *N. assoanus*, L. Duf., *In Schult. syst. veg.*, 7e part., 2, p. 962; *N. jonquilla* V., *uniflora Asso*, *N. jonquilla*, Lapey., *Hist. abr. pyr.*, 178.

Sous le nom de *N. juncifolius*, les botanistes réunissent deux plantes, comme le font Willk. et Lange, *Prod. fl. hispa.*, v. 1, p. 154, tandis que Graells, *Ram.* 1, p. 24, hésite à faire ce rapprochement: après avoir parlé des caractères de la plante de Lagasca, il dit qu'il ne peut pas la réunir avec celle de Requien, qui a été décrite en 1827 et qui doit porter un autre nom puisque le nom de *juncifolius* appartient par droit de priorité à Lagasca; il se range, au contraire, à l'opinion de Rœmer qui adopte le nom de *juncifolius* pour la plante de Lagasca; et, en suivant les règles de la nomenclature, il appelle le *juncifolius* de Requien *Narcissus Requieni* Roemer, et le distingue par la courte diagnose suivante :

« Spathe uniflore, nectaire (couronne) campanulé, à lobes crispés, à peu près égal aux pétales; feuilles demi-cylindriques subulées, Hab. Bœtica. »

La plante de Requien a le spathe unibiflore à fleurs plus petites, à nectaire campanulé plus petit, plus évasé, à lobes émarginés égalant les sépales, plus arrondis, mucronés, le pistil inclus dans le tube; la plante est plus petite.

Le *N. Requieni* est le plus répandu en France; il a été indiqué à Gèdres, tandis que celui de Lagasca n'avait pas été encore trouvé dans notre région pyrénéenne.

Aux caractères que nous venons d'indiquer, nous pouvons en ajouter deux qui ont à notre sens une grande valeur. Dans le *N. juncifolius* Lagasca, le scape est uniflore, comme on l'a dit, mais la fleur est déprimée et plus large que longue, les sépales elliptiques aigus, et le style est longuement exserte hors de la couronne qui est à lobes plissés; enfin, la plante est plus élevée et les feuilles plus larges et en gouttière plus saillante, obtuses.

Dans le *N. Requieni* Rœm., le scape a une ou deux fleurs, les fleurs sont petites, globuleuses, les sépales arrondis, mucronés, jaune pâle, la couronne plus foncée à lobes plissés et le style complètement inclus dans le tube du calice; les feuilles plus fines à gouttière peu visible aiguës.

Ces deux plantes habitent des stations et des altitudes d'ailleurs bien différentes. Il faut espérer que de nouvelles recherches viendront élucider complètement l'opinion que nous proposons à l'encontre de celle émise par les savants auteurs du prodrome de la flore

espagnole, qui semblent avoir décrit dans leur livre le *Juncifolius* de Requien. Ils paraissent même ne pas connaître celui de Lagasca, car ils attribuent à leur *Juncifolius* le style inclus dans la couronne, caractère spécifique du *N. Requieni* Roemer, que ces savants auteurs n'ont pu observer, soit qu'ils ne l'aient pas vu, soit qu'ils ne lui aient pas attaché la valeur qu'il mérite.

Le troisième, *Narcissus moschatus* L. à fleurs blanches a été exclu de la flore pyrénéenne française par Grenier et Godron ; M. Bordères l'a récolté dans une localité près de la frontière, en Aragon, au sommet du val d'Arasses, à une altitude de 2,400 mètres, sur un sol calcaire ; c'est la variété à fleur blanche que l'on nomme *N. albus* Hav., qui a la couronne blanche plus allongée que le type à fleur jaune, que l'on réunit avec lui, peut-être avec raison cette fois.

M. Paul MAURY,

Docteur ès sciences, à Paris.

ANATOMIE COMPARÉE DE QUELQUES ESPÈCES CARACTÉRISTIQUES DU SAHARA ALGÉRIEN

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

Les recherches dont j'expose ici les premiers résultats ont été entreprises dans le but de déterminer comment un certain nombre de plantes, adaptées à un milieu bien défini, subissent son influence, c'est-à-dire dans quelles limites varie leur structure. On conçoit l'importance de ce point de vue et l'intérêt qui s'attache aux conclusions d'une telle étude. En effet, l'anatomie comparée nous a surtout fait connaître, d'abord la structure générale des végétaux, puis les relations ou les différences des structures spéciales. Elle ne s'est pas encore préoccupée, au moins jusqu'à ces dernières années, d'établir le caractère d'un ensemble de plantes vivant dans les mêmes conditions de climat et de sol.

De nombreuses et importantes expériences ou observations nous ont appris qu'en changeant de milieu le végétal modifie sa structure et nous ont fait connaître quelles modifications anatomiques apporte l'influence de tel ou tel milieu. Mais cette notion même ne permet-elle pas, jusqu'à un certain point, de penser que l'adaptation de plantes

diverses à un milieu défini peut uniformément modifier leur structure et ainsi atténuer, masquer, détruire même, les caractères distinctifs de groupes élevés ou même d'espèces. Tous ceux qui se sont occupés d'anatomie comparée savent que cette crainte est chimérique et je ne l'aurais pas mentionnée si elle n'apportait un réel empêchement à l'introduction des caractères de structure dans la systématique. On n'a pas hésité jusqu'ici à nettement distinguer avec l'aide des seuls caractères externes les diverses espèces qui, habitant la même station, présentent un facies identique. Pourquoi voudrait-on que ces mêmes espèces si elles méritent réellement ce titre ne présentassent aucun caractère distinctif interne? Mais cette première question, que ces recherches peuvent contribuer à résoudre, n'est pas leur raison d'être.

M. de Candolle, dans un remarquable article[1] sur les groupes physiologiques des plantes, a parfaitement fait ressortir l'intérêt qui s'attache à la connaissance de l'anatomie comparée d'un ensemble de plantes vivant dans les mêmes conditions, en des points bien déterminés du globe. Une structure analogue coïncide-t-elle avec un facies analogue? Les divers groupes se distinguent-ils par des structures différentes? Quels sont les caractères anatomiques des divers groupes? Quelles variations s'opèrent dans les caractères d'un même groupe? Telles sont les questions que soulèvent naturellement les considérations qu'il présente. Toutes ces questions intéressent aussi bien la botanique systématique, qui peut espérer trouver dans leur solution un critérium important d'arrangement, que la géographie botanique dont la préoccupation ne saurait être la seule constatation du nombre des espèces habitant tel ou tel point du globe, mais aussi leur acclimatement, leurs migrations, leur groupement.

Le présent mémoire est loin de prétendre répondre à ces questions et les résoudre. C'est un premier essai d'étude dans une voie que je crois nouvelle et féconde; essai dont l'idée date déjà de plusieurs années et qui se trouve en quelque sorte devancé par le remarquable travail que M. G. Volkens vient de publier sur la flore du domaine Égypto-Arabique[2]. La présente étude bien qu'analogue à celle de M. Volkens en diffère cependant par le point de vue plus spécial, plus limité. Ce motif et aussi le fait que ces recherches-ci ont été achevées sans avoir eu connaissance de celles-là, m'ont déterminé à

1. Alph. de Candolle, *Les Groupes physiologiques dans le règne végétal, Arch. des sc. phys. et nat.*, Genève, 1874 et *Revue scientifique*, 16 octobre 1875.

2. *Die Flora des Ægyptisch-Arabischen Wüste auf grundlage anatomisch-physiologischer Forschungen dargestelt*, von Dr G. Volkens, Berlin, in-4°, 156 p., 18 t., 1887.

exposer tout au long les points sur lesquels je me suis rencontré avec M. Volkens. La concordance de nos résultats sera la preuve de leur valeur, leur discordance montrera ce qui est encore douteux et susceptible de nouvelles études. On ne s'étonnera donc pas de ne trouver nulle part de rapprochement ou de discussion entre les faits que j'expose et ceux qui ont déjà été énoncés par M. Volkens ou même d'autres botanistes. Ce mémoire ne doit être considéré que comme un rapide et simple exposé d'observations.

Les plantes du Sahara m'ont paru éminemment favorables pour un essai de ce genre. En effet, elles forment un groupe physiologique bien défini par leur facies, leur mode de végétation, leurs dimensions, leur durée. Elles sont toutes des xérophiles et en même temps d'absolues héliophiles. Pour bien limiter les conclusions que je désirais tirer de leur étude anatomique, j'ai dû me borner à n'examiner que les espèces réellement caractéristiques du milieu Saharien. J'ai établi une telle liste au moyen des comptes rendus d'herborisations dans le Sahara publiées dans les *Annales des Sciences naturelles* et le *Bulletin de la Société botanique de France* par MM. Reboud et Cosson [1]. Les précieuses indications verbales de M. le Dr Bonnet, ainsi que les deux mémoires qu'il a publiés sur les plantes récoltées au cours des missions Flatters et Choisy [2] m'ont permis de restreindre mes recherches aux espèces désertiques seules.

Comme on le verra, je n'ai pu me dispenser de faire entrer dans ma liste un certain nombre d'espèces vivant absolument dans le désert mais aussi absolument localisées dans les stations salées. La comparaison de leur structure avec celle des autres espèces nous fournira quelques remarques importantes.

1. V. E. Cosson, *Compendium Florae atlantica*, I, 1881, p. 32. — *Rapport sur un voyage botanique en Algérie, d'Oran au Chott El-Chergui, entrepris en 1852, sous le patronage du ministère de la guerre* (*Ann. Sc. nat.*, 1853). — *Bull. Soc. Bot. de France*, II, 1885, p. 242, 537, 785; III, 1856, passim; IV, 1857, 381, 469, et passim. — *Le Règne végétal en Algérie*, conférence de l'Association scientifique de France, 3 avril 1879.

2. Ed. Bonnet, *Enumération des plantes recueillies par le Dr Guiard dans le Sahara* (*Nouv. arch. du Muséum*, 2e sér., V, 1882, p. 129.) — *Plantes recueillies par Pascal Jourdan dans le cours de la Mission de M. l'ingénieur Choisy, dans le Sahara algérien.* (*Le Naturaliste*, 1883.)

I.

ANATOMIE DES ESPÈCES.

Crucifères.

ESPÈCES ÉTUDIÉES : *Henophyton deserti* Coss., *Savignya ægyptiaca* DC.' *Hussonia ægiceras* Coss. et DR., *Moricandia suffruticosa* Coss. et DR., *Farsetia lincaris* Decne et *F. ægyptiaca* Tur., *Senebiera lepidioides* Coss. et DR., *Zilla macroptera* Coss.

L'épiderme de la tige se présente tantôt avec de grandes cellules irrégulières et à cuticule très peu épaisse ou presque nulle comme dans *Senebiera lepidioides,* tantôt, et plus généralement, avec des cellules assez régulières, à cuticule plus ou moins épaisse et à parois latérales également épaisses comme dans *Savignya ægyptiaca* et *Moricandia suffruticosa*. Dans ce cas, on observe souvent la présence d'un hypoderme *(M. suffruticosa, Hussonia ægiceras)* ou une tendance à l'épaississement des cellules sous-épidermiques. Les stomates, assez grands, sont irrégulièrement disséminés et dirigés longitudinalement. Il n'existe de poils épidermiques que dans les deux *Farsetia*.

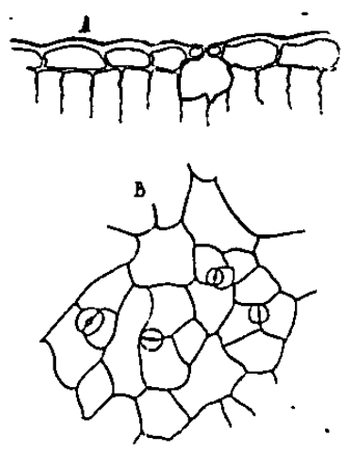


Fig. 1.

Hussonia ægiceras, épiderme de la feuille : A, coupe transversale; B, face.

Le parenchyme cortical est tantôt nettement palissadique avec trois à cinq rangs de cellules assimilatrices *(Farsetia lineraris* et *ægyptiaca, Hussonia ægiceras)* et alors les cellules externes sont plus allongées que les internes; tantôt ses cellules les plus externes sont collenchymateuses sur trois ou quatre rangs et les plus internes renferment de la chlorophylle *(Moricandia suffruticosa),* disposition qui donne à la plante un aspect glauque caractéristique; tantôt enfin, toutes les cellules sont à peu près isodiamétriques à parois plus ou moins collenchymateuses *(Zilla macroptera)* ou non *(Savignya ægyptiaca)*.

Le péricycle a partout des éléments sclérifiés; mais tandis qu'il est complètement scléreux dans *Henophyton deserti,* dans les autres espèces il est divisé en un certain nombre d'arcs scléreux.

Le bois forme un anneau lignifié complet avec vaisseaux en files dans toutes les espèces sauf dans *Henophyton deserti* où les vaisseaux sont disposés en fer à cheval et en faisceaux séparés par des rayons médullaires assez larges. Les cellules de la moelle sont larges et quelquefois épaissies *(Moricandia suffruticosa, Farsetia linearis)*.

Les feuilles de toutes les espèces sont à structure centrique; il en résulte que l'épiderme des deux faces est muni de stomates assez uniformément disséminés, en général petits sauf pourtant dans *Senebiera lepidioides* où ils sont plus grands. Leur forme est du type caractéristique bien connu de cette famille. Partout aussi, les cellules épidermiques sont très irrégulières : les unes très grandes, les autres petites, à contour plus ou moins sinueux et à parois minces n'étant revêtues extérieurement que d'une très mince couche de cuticule. Les cellules palissadiques en général une fois plus longues que

larges (sauf dans *Farsetia linearis* où elles sont deux à trois fois plus longues que larges) et à parois latérales ondulées, sont disposées sur plusieurs rangs (deux à trois dans *Hussonia ægiceras*, quatre à cinq dans *Moricandia suffruticosa)* souvent plus nombreux du côté supérieur de la feuille. On observe aussi un allongement plus considérable des cellules de la face supérieure. Le rapport de nombre des cellules palissadiques aux cellules épidermiques est très variable; il est, en effet, de 3 à 5 pour 1 dans *Henophyton deserti*, de 4 à 7 pour 1 dans *Savignya ægyptiaca* et *Moricandia suffruticosa*, de 5 à 9 pour 1 dans *Hussonia ægiceras*, de 4 à 8 pour 1 dans *Senebiera lepidioides*.

Entre les deux parenchymes palissadiques, le mésophylle est formé de plusieurs assises de cellules presque isodiamétriques au milieu desquelles sont ramifiés en réseau les faisceaux libéro-ligneux constituant les nervures. Il n'y a, le long de ces nervures, aucune fibre de soutien; tout au plus, peut-on constater en dehors du liber de la nervure principale un arc collenchymateux. Ces ramifications sont toutes dans un plan parfaitement parallèle aux deux faces de la feuille et se terminent par des cellules spiralées assez grandes autour desquelles on en observe d'autres, très grandes, à parois unies, jouant évidemment le rôle de réservoirs d'eau. Il n'y a aucune lacune dans le mésophylle, sauf les chambres stomatiques sous-épidermiques.

Il n'existe de poils que dans les *Farsetia*. Ces poils, soit de la tige, soit de la feuille, sont unicellulaires, en navette, étalés à la surface de l'épiderme et portés par un court pedicelle. Leur paroi est, à l'extérieur, tuberculeuse ou granuleuse surtout sur la face supérieure.

Papavéracées.

Espèce étudiée : *Hypecoum Geslini* Coss. et Kral.

L'épiderme de la tige présente des cellules assez régulières à cuticule épaisse et stomates assez nombreux profondément situés. Le parenchyme cortical comprend de six à sept assises de cellules dont quelques-unes des plus externes renferment de la chlorophylle. Le péricycle a de trois à cinq assises de cellules faiblement épaissies. Les faisceaux libéro-ligneux sont isolés les uns des autres par des rayons larges. L'ensemble offre bien le caractère du type herbacé.

Le pédoncule floral se distingue de la tige par son épiderme à cuticule plus épaisse, par son parenchyme cortical moins large et tout entier chlorophyllien, par son large anneau péricyclique scléreux enchassant un cercle externe de petits faisceaux libéro-ligneux.

La feuille est très découpée et peu épaisse. Presque toutes les cellules épidermiques sont allongées dans un sens, irrégulières, à parois et à cuticule minces. Les stomates, peu nombreux, sont grands, orientés dans le sens longitudinal et ont leurs deux cellules situées sous les cellules épidermiques voisines et non au niveau de la surface. Le mésophylle présente des palissades aux deux faces, formées de cellules irrégulières et plissées latéralement.

Capparidées.

Espèces étudiées : *Capparis spinosa* L., *Cleome arabica* L.

La tige de ces deux espèces présente des différences notables au milieu desquelles il est cependant facile de reconnaître des caractères communs tels que la sclérification par ilots réguliers ou irréguliers du péricycle, la

disposition en files des vaisseaux ligneux assez larges au milieu d'un parenchyme à éléments plus épaissis dans *Cap. spinosa* que dans *Cl. arabica* ; enfin la dimension et la forme presque semblables des cellules médullaires.

Dans le *Cl. arabica* l'épiderme revêtu d'une cuticule peu épaisse à surface rugueuse, est formé de cellules à parois épaisses et donne naissance à des poils plurisériés, courts, capités et glanduleux. Une assise hypodermique est interposée entre l'épiderme et le parenchyme cortical de cinq à sept assises de cellules isodiamétriques et contenant de la chlorophylle. Tout le parenchyme renferme des cristaux simples, ou groupés en petit nombre, d'oxalate de chaux. Dans *Cap. spinosa* l'épiderme est formé de grandes cellules à parois peu épaisses et ne présente pas de poils. Les cellules corticales ont des parois collenchymateuses et laissent entre elles de très petits méats. On n'observe aucun cristal dans cette espèce.

Les différences qui existent dans la tige se retrouvent au même degré dans la feuille. Dans *Cl. arabica* les parois des cellules épidermiques sont moins épaisses que dans l'épiderme de la tige. On retrouve les mêmes poils et les mêmes stomates en assez grand nombre aux deux faces. Le mésophylle, palissadique aux deux faces, est plus épais à la face supérieure (4 à 5 rangs de cellules) qu'à la face inférieure (3 rangs). Au centre il est formé de cellules incolores au milieu desquelles courent les nervures dont les ramifications se terminent par quelques cellules vasiformes peu grandes. Dans *Cap. spinosa* la paroi externe des cellules épidermiques est fortement épaissies et revêtue d'une cuticule superficiellement striée en réseau. Les stomates sont placés au fond de puits creusés dans la paroi épaisse des cellules voisines. Il n'y a pas de poils. Le mésophylle, centrique, a des palissades moins allongées, plus larges que dans l'espèce précédente et les cellules vasiformes sont de grandes dimensions. Les faisceaux vasculaires ne sont accompagnés d'aucune fibre de soutien dans l'une et l'autre espèce.

En résumé, pour ces plantes je ne signale rien qui ne soit déjà connu par les remarquables recherches de M. J. Vesque sur les Capparidées et si j'ai insisté sur quelques détails c'est qu'ils m'ont paru importants, comme on le verra plus loin, pour le point de vue où je me place.

Résédacées.

ESPÈCES ÉTUDIÉES : *Randonia Africana* Coss. ; *Caylusea canescens* Saint-Hil.

L'épiderme de la tige est revêtu d'une couche assez épaisse de cuticule à surface striée. Les cellules épidermiques sont grandes, assez régulières entre elles, à parois externe et interne épaisses. Le parenchyme cortical est formé, dans *R. africana*, de quatre assises de cellules palissadiques très développées, une ou deux fois plus longues que larges. Dans *C. canescens* les cellules corticales sont presque isodiamétriques et à parois légèrement collenchymateuses. Dans les deux espèces, au voisinage de l'endoderme, on trouve de grandes cellules gommeuses, plus abondantes dans *C. canescens*. Le péricycle est interrompu ou en paquets à éléments très sclérifiés dans *R. africana* ; il est continu à éléments larges et moins épaissis dans *C. canescens*. La zone ligneuse est continue, à vaisseaux étroits et éléments très épaissis dans *R. Africana*, à vaisseaux larges et cellules ligneuses peu épaissies dans *C. canescens*. La moelle a des cellules larges dans *C. canescens*, étroites dans *R. Africana*.

L'épiderme de la feuille est formé, dans les deux espèces, de cellules assez régulières à paroi externe épaisse, et revêtue d'un cuticule à stries longitudi-

nales dans *C. canescens*, rayonnantes du milieu de la cellule jusqu'à la périphérie dans *R. Africana*. Les stomates sont, dans les deux cas, assez nombreux, grands, disséminés aux deux faces. L'épiderme de *C. canescens* présente le long des nervures de gros poils unicellulaires, longs, obtus à leur extrémité, mous, à cuticule striée longitudinalement. Le parenchyme palissadique existe aux deux faces dans les deux cas, il est formé de trois à quatre rangées de cellules deux ou trois fois plus longues que larges. Dans le parenchyme central incolore, on trouve de grandes cellules gommeuses isolées ou réunies en paquets, plus abondantes dans *C. canescens* que dans *R. Africana*.

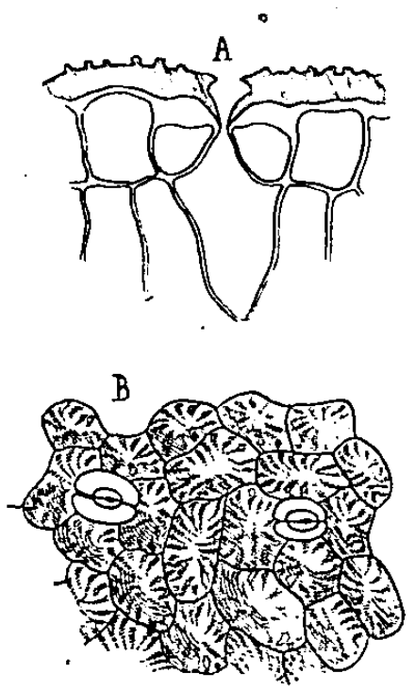


Fig. 2.

Randonia africana, épiderme de la feuille : A, coupe transversale montrant l'épaisseur de la cuticule ; B, surface.

Cistinées.

Espèce étudiée : *Helianthemum Lippii* Boiss.

La racine de cette espèce présente des ilots scléreux péricycliques en dehors des faisceaux libériens. Les vaisseaux ligneux ont un diamètre moyen double de ceux de la tige.

La tige a un épiderme à parois cellulaires épaissies et à poils fasciculés, à rayons peu nombreux, unicellulés, terminés en pointe mousse. Les cellules corticales ont leurs parois épaissies et repliées en dedans. L'endoderme à parois légèrement épaissies est plus ou moins lignifié. Le péricycle, formé de cinq à six rangs de cellules, présente vers l'intérieur des paquets de trois ou quatre fibres scléreuses. Les vaisseaux ligneux sont disposés en files au milieu des éléments lignifiés du bois.

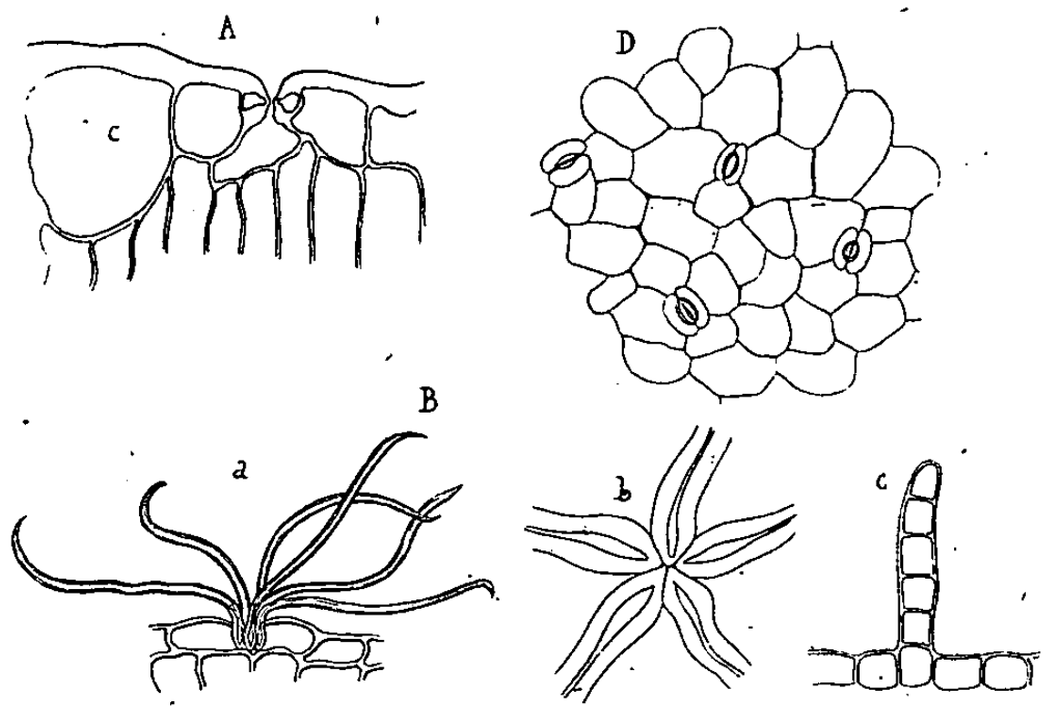


Fig. 3.

Helianthemum Lippii. A, coupe transversale de l'épiderme avec grande cellule *c* ; B, un poil étoilé vu de profil en *a*, de face en *b* ; C, un poil uniserié ; D, surface de l'épiderme.

Les feuilles enroulées en dessous sont pourvues d'un épiderme à cellules hautes, à cuticule rugueuse, à stomates grands, disséminés aux deux faces,

à poils fasciculés nombreux, surtout à la face inférieure, et à rayons allongés, flexueux, peu aigus. Le mésophylle est palissadique aux deux faces, mais les palissades de la face supérieure sur trois ou quatre rangs sont une ou deux fois plus longues que larges, tandis qu'à la face inférieure les palissades sont presque isodiamétriques. Dans le parenchyme central à larges cellules incolores, les ramifications vasculaires se terminent par des groupes de cellules vasiformes assez développées.

Tamariscinées.

Espèce étudiée : *Tamarix articulata* Vahl.

Les rameaux aphylles de cette espèce sont conformés pour remplir le rôle assimilateur des feuilles absentes. Leur épiderme à cellules curvilignes, petites, à parois épaisses, est revêtu d'une forte cuticule et présente des stomates situés au-dessous du niveau de la surface, orientés horizontalement et disposés en files en différents points de la tige. On trouve encore dans l'épiderme des appareils sécréteurs spéciaux enfoncés assez profondément au milieu du parenchyme cortical. Ce parenchyme est palissadique vers la périphérie, à cellules petites une ou deux fois plus longues que larges et au nombre de quatre ou cinq pour une cellule épidermique. Dans sa région moyenne, l'écorce renferme des cellules vasiformes ponctuées, assez développées, réunies en paquets. Enfin, dans sa partie tout à fait intérieure, elle est formée de cellules grandes, incolores. Le péricycle comprend des massifs scléreux volumineux, alternes avec d'autres plus petits. Les faisceaux ligneux, séparés par d'étroits rayons médullaires, présentent des vaisseaux larges au milieu d'un parenchyme plus ou moins lignifié. Les cellules de la moelle, peu volumineuses, ont des parois faiblement épaissies.

Géraniacées.

Espèces étudiées : *Erodium glaucophyllum* Ait., *Monsonia nivea* J. Gay.

Dans la racine, le péricycle présente ses ilots plus fortement sclérifiés dans *E. glaucophyllum* que dans *M. nivea*. Les vaisseaux ligneux de la racine ont un diamètre moyen double des vaisseaux de la tige dans *E. glaucophyllum*, près de trois fois plus grand dans *M. nivea*.

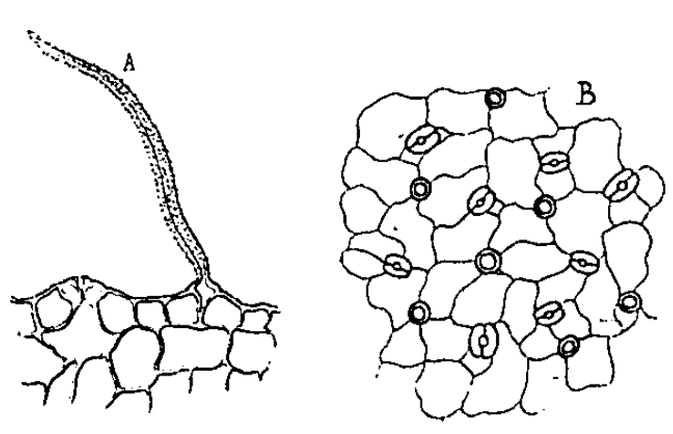


Fig. 4.

Erodium glaucophyllum : épiderme de la feuille : en A, coupe transversale; en B, surface montrant les stomates et la base des poils.

Ces deux espèces sont acaules et à feuilles et pédoncules étalés à la surface du sol. A défaut d'échantillons complets pour étudier la tige, je n'ai examiné que la structure des pédoncules floraux. L'épiderme est formé de petites cel-

lules à parois épaisses. Dans *M. nivea,* il est muni de poils courts, unicellulaires, claviformes. Sous l'épiderme est une assise d'hypoderme, à cellules grandes, surtout dans *E. glaucophyllum*. Le parenchyme cortical, plus épais dans *E. glaucophyllum* que dans *M. nivea,* renferme de la chlorophylle. Le péricycle, entièrement sclérifié, forme un large anneau dans lequel les faisceaux vasculaires de *E. glaucophyllum* sont enchâssés, les uns grands, à liber en arc convexe en dedans, concave en dehors; les autres, plus petits, à liber en arc convexe en dehors, concave en dedans.

L'épiderme des feuilles a des cellules sinueuses, irrégulières entre elles, à cuticule peu épaisse, à parois latérales ponctuées, grandes dans *M. nivea*. Les poils sont unicellulaires, cylindriques, à extrémité arrondie, mous, appliqués et très nombreux. Le mésophylle présente, du côté de la face supérieure, des palissades très développées, à parois latérales ondulées, environ trois à quatre fois plus longues que larges et sur deux rangs dans *E. glaucophyllum;* six à sept fois plus longues que larges et sur un seul rang dans *M. nivea*. A la face inférieure, les palissades, bien moins différenciées, sont presque isodiamétriques et disposées sur quatre à cinq rangs. Au centre, les cellules incolores sont peu différenciées de la couche inférieure. A la face inférieure des faisceaux vasculaires on trouve un grand nombre de cristaux agglomérés en masses sphériques.

Zygophyllées.

Espèces étudiées : *Fagonia fruticans,* Coss., *F. sinaïca* Boiss., *Zygophyllum Geslini* Coss.

Les cellules épidermiques de la tige sont larges ou hautes, à parois externe et à cuticule plus ou moins épaisse. Les poils, dans les deux *Fagonia,* sont droits, courts, arrondis à l'extrémité ou claviformes, entourés à la base de cellules épidermiques annexes épaissies. Dans *Z. Geslini,* les poils sont couchés, fusiformes, pédicellés par leur milieu. Le parenchyme cortical des *Fagonia* est palissadique, celui de *Z. Geslini* est incolore ou ne contient qu'une faible quantité de chlorophylle. Au dos de chaque faisceau libérien

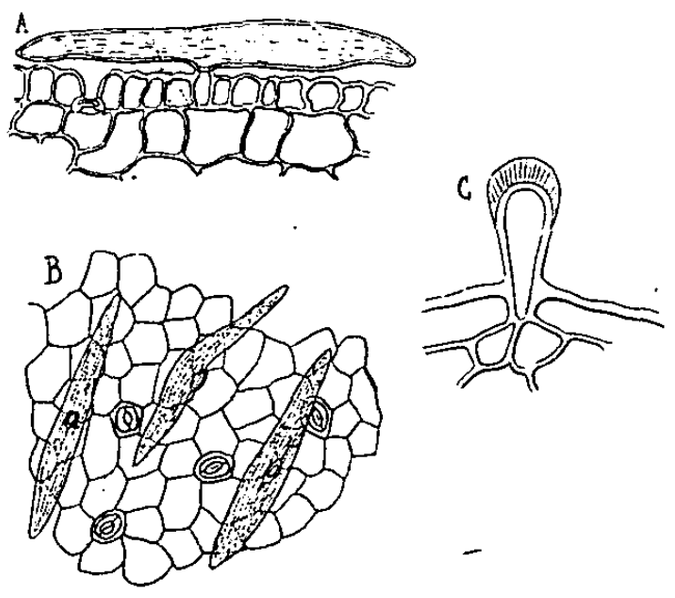


Fig. 5.

Zigophyllum Geslini, épiderme de la feuille : A, coupe transversale; B, surface; C, un poil de la feuille de *Fagonia fruticans.*

on trouve un paquet de fibres péricycliques fortement sclérifiées. La zone ligneuse, peu large, est formée de vaisseaux peu nombreux, en files, au milieu d'éléments très épaissis. Les cellules de la moelle ont des parois épaissies.

Les feuilles des *Fagonia* sont planes à épiderme sinueux, avec des stomates nombreux et grands. Les poils sont courts et gros, semblables, du reste, à ceux de la tige. Dans *Z. Geslini* dont les feuilles sont courtes, très épaisses et bi-convexes, les cellules épidermiques ont des parois très épaissies; les stomates sont enfoncés au niveau inférieur de l'épiderme; les poils sont fusiformes, pédicellés, mous, à parois minces. Dans cette espèce, les palissades, deux ou trois fois plus longues que larges, sont disposées sur trois ou quatre rangs. Le parenchyme cortical, très développé, est formé de grandes cellules incolores, au milieu dèsquelles les faisceaux vasculaires rangés en une seule ligne un peu courbe sont dépourvus d'éléments scléreux de soutien. Dans tout le mésophylle, on trouve de nombreux et petits cristaux cubiques ou rhomboédriques, isolés ou groupés. Dans les *Fagonia*, le mésophylle a, vers la face supérieure, deux ou trois assises de palissades une ou deux fois plus longues que larges, à parois latérales ondulées; vers la face inférieure, trois ou quatre rangées de cellules presque isodiamétriques, à chlorophylle. Au centre, le parenchyme à grandes cellules incolores est parcouru par les faisceaux libéro-ligneux munis, en dehors du liber, d'un faisceau de fibres faiblement épaissies.

Il convient de faire remarquer la structure spéciale du *Z. Geslini*, caractérisée par l'abondance du parenchyme et influencée par les stations salées où vit exclusivement cette plante.

Rhamnées.

Espèce étudiée : *Zizyphus Lotus* L.

La tige ne présente aucune différenciation spéciale. Comme dans la plupart des espèces étudiées jusqu'ici, sous un épiderme à cuticule épaisse et à cellules petites, on trouve un parenchyme cortical à cellules isodiamétriques, assimilateur dans sa jeunesse.

Les cellules épidermiques de la feuille, surtout celles de la face supérieure, sont très hautes, parfois dédoublées, peu larges, à paroi externe épaisse, à parois latérales minces. Elles sont bien caractéristiques d'un épiderme aquifère. Les stomates, assez nombreux, ont une surface parfois plus grande que celle des cellules épidermiques voisines. Les palissades de la face supérieure, disposées sur trois ou quatre rangs, sont deux ou trois fois plus longues que larges; celles de la face inférieure, plus courtes, leur font insensiblement suite sans interposition de cellules incolores, sauf autour des faisceaux vasculaires, qui sont rapprochés de la face inférieure. Dans tout le mésophylle, on trouve des cristaux agglomérés en boules. On compte de quatre à dix cellules palissadiques pour une cellule épidermique.

Le point intéressant de cette structure est la forme de l'épiderme et la réduction du parenchyme central incolore.

Légumineuses.

Espèces étudiées : *Crotalaria Saharæ* Coss., *Argyrolobium uniflorum* Jaub. et Spach., *Trigonella anguina* Del., *Psoralea plicata* Del., *Genista Saharæ* Coss., *Retama Duriæi* Spach, *Astragalus Gombo* Coss. et DR.

La racine de l'*Astr. Gombo* présente une large écorce contenant de nom-

breuses fibres épaissies, isolées ou réunies en faisceaux de deux, trois ou quatre. Les vaisseaux du bois, très larges, ont un diamètre un peu supérieur à celui des vaisseaux de la tige.

L'épiderme de la tige est formé de cellules à peu près égales entre elles, peu développées et à parois fortement épaissies, comme dans *G. Saharæ*, *Arg. uniflorum*, *R. Duriæi*, mais le plus souvent minces. Les poils sont parfois très nombreux (*Astr. Gombo*), partout ils sont allongés, coniques, simples, supportés par une ou deux cellules basilaires, mous, à parois minces et à surface externe perlée. Ils sont très courts et localisés dans les rainures de la tige dans *R. Duriæi*. On trouve une assise hypodermique bien développée dans *G. Saharæ*, *C. Saharæ* et *Arg. uniflorum*.

Le parenchyme cortical présente, suivant les espèces, diverses différenciations. Dans *G. Saharæ*, il est formé de quatre à cinq rangs de cellules nettement palissadiques. Les palissades sont moins nettes dans *P. plicata*. Ailleurs (*Arg. uniflorum*, *C. Saharæ*), on ne trouve que des cellules isodiamétriques à parois minces sur cinq ou six rangs, contenant de la chlorophylle. Dans *Astr. Gombo*, les cellules corticales sont toutes plus ou moins collenchymateuses. Dans *R. Duriæi*, la tige étant pourvue de sillons longitudinaux, les cellules à chlorophylle sont localisées autour de ces sillons, au fond desquels on trouve exclusivement des stomates et des poils. Les parties saillantes, entre deux sillons voisins, sont renforcées par un faisceau sclé-

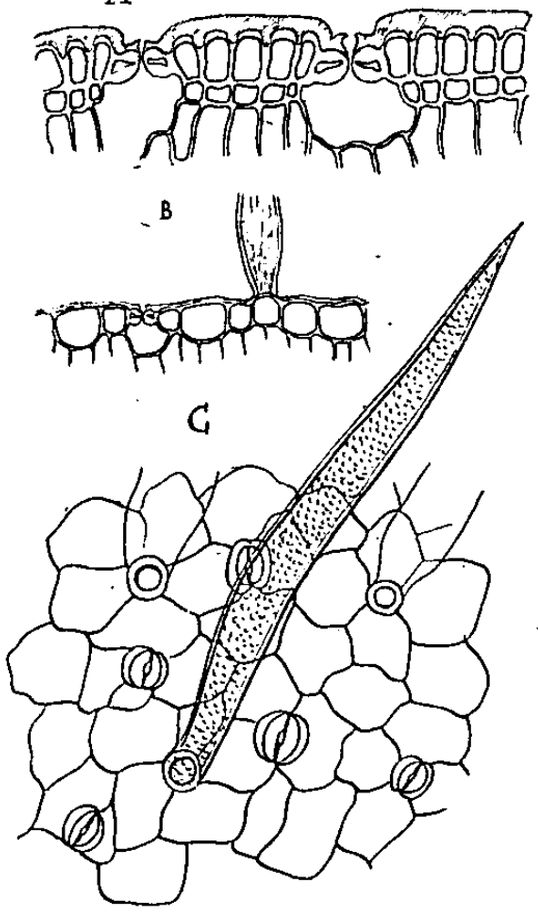


Fig. 6.

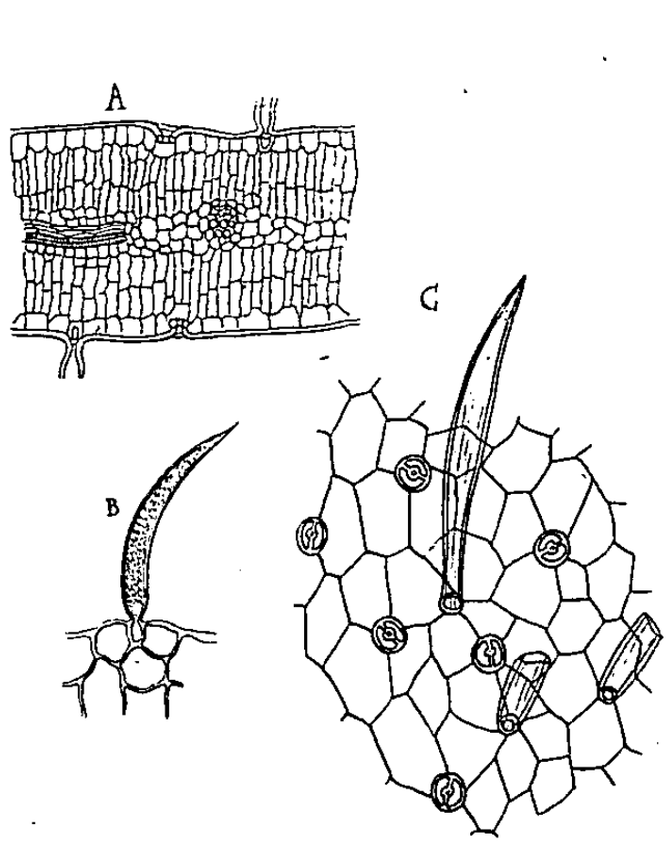


Fig. 7.

Fig. 6. — *Genista Saharæ* : A, coupe transversale de l'épiderme de la tige avec cuticule épaisse et hypoderme ; B, coupe transversale de l'épiderme de la feuille ; C, surface du même.

Fig. 7. — *Argyrolobium uniflorum* : A, coupe transversale de la feuille ; B, épiderme du même plus grossi ; C, surface de l'épiderme.

reux. Cette-structure a déjà été indiquée par G. Volkens[1], et j'ai moi-même fait connaître pour le *Plumbago aphylla* une disposition tout à fait analogue[2]. Il est à remarquer que cette disposition qui appartient à presque tous les *Genista* aphylles ne se rencontre pas dans le *G. Saharæ*. On trouve dans le parenchyme cortical de presque toutes les espèces de petits cristaux plus ou moins nombreux. Dans *P. plicata* les cristaux sont très longs, le plus souvent parallèles au plus grand axe de la cellule dont ils ont la longueur, parfois aussi disposés en travers.

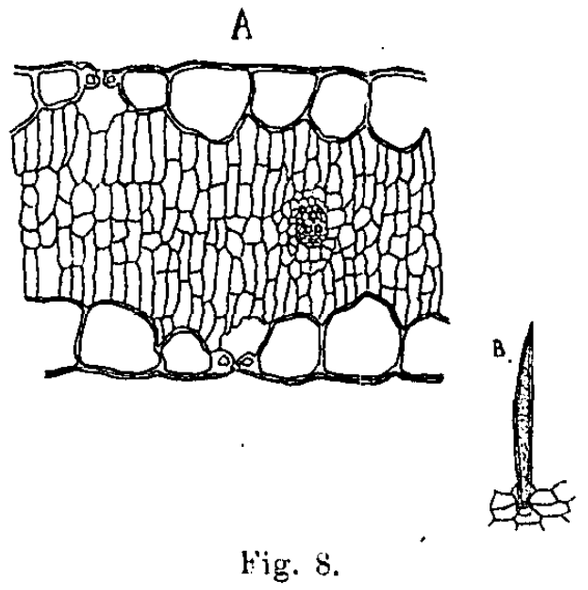


Fig. 8.

Crotalaria Saharæ : A, coupe transversale de la feuille à grandes cellules épidermiques ; B, un poil isolé.

Dans toutes les espèces, le péricycle a de trois à quatre rangs de cellules épaissies en face les faisceaux libériens seulement. Il est donc partout interrompu.

Le bois forme partout une zone continue, sauf dans *Astr. Gombo*, où les faisceaux, à très larges vaisseaux et éléments peu lignifiés, sont séparés les uns des autres par des rayons médullaires plus ou moins larges. Dans cette zone ligneuse les vaisseaux, en général assez grands, sont disposés en files au milieu d'éléments plus ou moins lignifiés. La moelle présente des cellules tantôt épaissies (*Arg. uniflorum, G. Saharæ*), tantôt, au contraire, à parois minces (*R. Duriæi, Astr. Gombo*).

L'épiderme des feuilles est, en général, formé de cellules à parois latérales

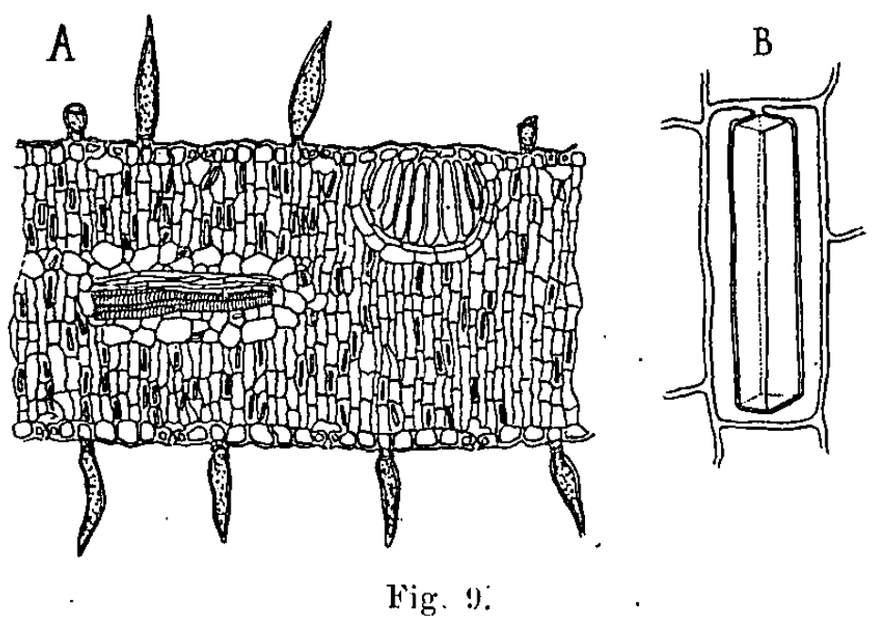


Fig. 9.

Psoralea plicata : A, coupe transversale de la feuille, montrant une glande et les cristaux répandus dans le parenchyme ; B, une cellule cristallifère isolée.

et inférieures peu épaissies, grandes et inégales dans *C. Saharæ, G. Saharæ, Astr. Gombo, Arg. uniflorum ;* régulières et à faces externe et interne bombées dans *T. anguina ;* plus ou moins irrégulières dans *P. plicata*. Le carac-

1. G. Volkens, *Zur Kenntniss der Beziehungen zwischen Standort und anatomischen Bau der Vegetationsorgane* (*Jahrb. Kgl. bot. Gart. zu Berlin*, 1884, *Band* III).

2. *Ann. Sc. nat.*, 7e sér., 1886, t. IV, p. 17, pl. I, *fig.* 9.

tère commun de cet épiderme est d'être parfaitement disposé pour l'emmagasinement de l'eau. Les poils épidermiques sont semblables à ceux de la tige, ils ne présentent d'espèce à espèce que de légères différences résidant dans la forme ou le nombre des granulations superficielles, leur dimension, etc. Dans *Astr. Gombo,* ils sont localisés sur les nervures des feuilles âgées. Les stomates sont également disséminés aux deux faces et leur dimension est presque égale à celle des cellules épidermiques voisines; ils sont dépourvus de cellules annexes et s'ouvrent au niveau supérieur de l'épiderme.

Le mésophylle est palissadique aux deux faces et ne présente de différenciation en cellules incolores médianes qu'autour des faisceaux vasculaires. Les palissades, disposées sur plusieurs rangs (deux seulement dans *Astr. Gombo*), sont toujours nettement développées vers la face supérieure, sauf dans *G. Saharæ* où, par suite de la position relevée de la feuille contre le rameau, ce sont les palissades de la feuille inférieure qui sont mieux développées. Leur dimension est variable, elle est le plus considérable dans *Astr. Gombo.* Leurs parois latérales sont toujours ondulées, sauf dans *T. anguina.* Vers la face inférieure, le parenchyme est formé de plusieurs rangs de cellules soit isodiamétriques, soit un peu plus hautes que larges. Les faisceaux libéro-ligneux, dépourvus d'éléments mécaniques de soutien, sont accompagnés de grandes cellules incolores et sont, en général, terminés par des cellules spiralées ou réticulées, grandes, vasiformes, très nettes dans *Arg. uniflorum* et *G. Saharæ,* par exemple. Dans *P. plicata,* les cellules incolores, disposées sur quatre ou cinq rangs, forment des bandes qui vont du faisceau vasculaire à l'épiderme supérieur et inférieur à travers le parenchyme palissadique. Ce parenchyme se présente donc, lorsqu'on considère la surface de la feuille, comme découpé en fragments limités par les mailles du réseau vasculaire.

Les cristaux d'oxalate de chaux abondent dans tout le parenchyme de la feuille de *G. Saharæ, C. Saharæ.* Dans *P. plicata,* ce sont des prismes allongés suivant le plus grand axe des cellules ou quelquefois placés en travers.

La feuille de cette dernière espèce se distingue des autres par la présence de glandes épidermiques volumineuses qui ont été étudiées par de Bary dans le *P. hirta.*

En résumé, les diverses espèces dont je viens de parler offrent de nombreux caractères communs, dont les principaux sont la dimension et l'épaississement des cellules épidermiques, la sclérification partielle du péricycle, le petit nombre de cellules incolores dans le mésophylle.

Rosacées.

Espèce étudiée : *Neurada procumbens* L.

L'épiderme de la tige a des parois peu épaisses; en revanche, il est garni de nombreux poils fasciculés, munis de deux cellules de base, longs, flexibles, à parois épaissies. Sous l'épiderme, on trouve deux assises de cellules un peu plus longues que larges contenant de la chlorophylle. Le parenchyme cortical se compose de neuf à dix assises de grandes cellules incolores et renferme le long de l'endoderme un certain nombre de cellules gommeuses bien développées. Le péricycle ne possède aucun élément épaissi. Dans les cellules du parenchyme péricyclique et interfasciculaire, au niveau du liber, se rencontrent d'assez gros oursins de cristaux. Les faisceaux ligneux, à vaisseaux

larges et éléments peu épaissis, sont séparés par des rayons médullaires de différentes dimensions. Au centre, la moelle est presque tout entière remplacée par un large canal gommeux dans lequel font saillie, comme des tilles, les cellules de bordure.

L'épiderme de la feuille à parois externes un peu plus épaisses que les autres et à cellules grandes et souvent inégales, donne naissance à de nombreux poils semblables à ceux de la tige. Les stomates sont grands, orientés dans tous les sens et dépourvus de cellules annexes. Les palissades de la face supérieure, deux ou trois fois plus longues que larges, sont disposées sur deux ou trois rangs auxquels fait suite un parenchyme médian incolore à grandes cellules. Vers la face inférieure, les palissades, plus petites, moins longues, sont disposées sur un plus grand nombre de rangs. Les faisceaux vasculaires qui parcourent le parenchyme incolore sont accompagnés en haut et en bas de cristaux groupés en oursins.

Ombellifères.

ESPÈCES ÉTUDIÉES : *Deverra chlorantha* Coss. et DR., *D. scoparia* Coss. et DR.

La section de la tige de ces deux espèces se montre dentée comme une roue d'engrenage. L'épiderme a des cellules plus régulières dans *D. chlorantha* que dans *D. scoparia*, mais, dans les deux, les parois sont très

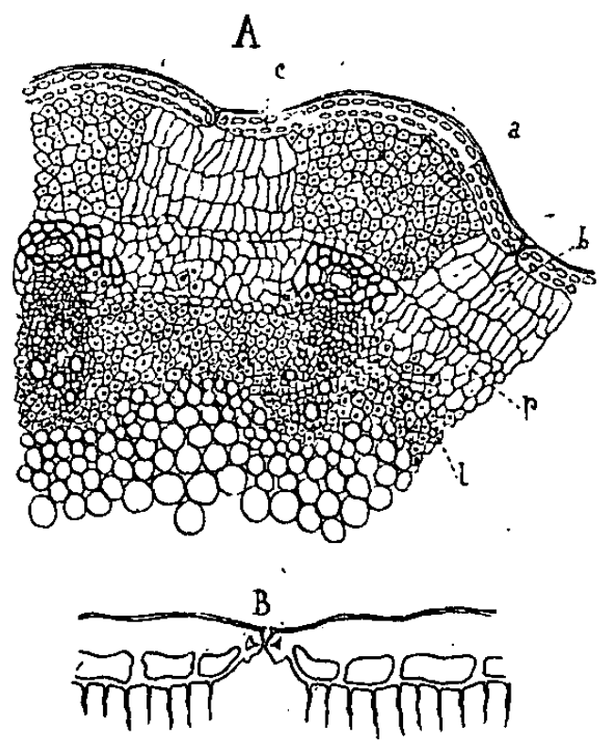


Fig. 10.

Deverra chlorantha : A, section transversale de la tige : *c*, épiderme ; *b*, parenchyme en palissades ; *a*, ilot scléreux ; *p*, péricycle ; *l*, bois ; B, coupe transversale de l'épiderme de la feuille.

épaisses. L'hypoderme très différencié est simple ; en quelques points, cependant, il est formé de deux assises. Les stomates sont tous réunis dans les sillons de la tige. Dans ces points le parenchyme cortical est formé de trois assises de palissades une ou deux fois plus longues que larges. Les lignes saillantes sont renforcées par un faisceau scléreux à section triangulaire, la base étant appliquée contre l'épiderme et le sommet dirigé en dedans. Dans le péricycle, au dos de chaque faisceau libérien se trouve un large canal

sécréteur. Les faisceaux ligneux primitivement disjoints sont réunis par la formation de faisceaux intermédiaires, et la lignification des rayons médullaires en une zone continue, peu large. Les vaisseaux sont disposés en fer à cheval dans chaque faisceau. La moelle a des cellules larges et peu épaissies.

Les feuilles sont petites et à bords repliés en dessus. L'épiderme possède une paroi externe excessivement épaisse, revêtue extérieurement d'une cuticule également assez épaisse. Les stomates sont nombreux aux deux faces et situés au niveau supérieur. Le parenchyme est palissadique aux deux faces et ses cellules, disposées sur trois rangs, sont deux ou trois fois plus longues que larges. Au centre le parenchyme est incolore, à cellules presque isodiamétrique, à plus grand axe horizontal. Chaque faisceau vasculaire est accompagné d'un canal sécréteur en dehors du liber et se termine par un paquet de cellules vasiformes.

Pas de poils ni sur la tige ni sur la feuille : pas d'élément mécanique de soutien dans la feuille.

Composées.

Espèces étudiées : *Asteriscus graveolens* DC., *Tanacetum cinereum*, *Tourneuxia variifolia*, *Lomatolepis glomerata* Coss. et DR., *Nolletia chrysocomoides* Cass., *Rhanterium adpressum* Coss. et DR., *Anvillea radiata* Coss. et DR., *Zollikoferia resediifolia* Coss.

L'épiderme de la tige est formé de cellules de dimensions en général moyennes et à parois épaisses, surtout dans *N. chrysocomoides* et *Z. resediifolia*. La cuticule, peu épaisse, est striée dans *N. chrysocomoides*. Les stomates s'ouvrent au niveau de la cuticule. Les poils sont simples, pluricellulés, les uns unisériés, les autres bisériés. Les premiers sont longs, formés d'une cellule de base et de trois cellules externes, dont la dernière est très allongée en cône aigu à parois épaisses et à surface lisse dans *Ast. graveolens* et *R. adpressum*, à parois minces dans *Anv. radiata* et *T. cinereum*. Les poils bisériés sont formés de sept à huit rangs, de deux cellules chaque, et ont l'aspect d'une massue courte et très renflée.

Sous l'épiderme on trouve une assise hypodermique nette dans *R. adpressum* et *Z. resediifolia;* peu développée dans *T. cinereum*. Le parenchyme cortical est tout entier palissadique dans *R. adpressum* et *Z. resediifolia*. Dans cette dernière espèce, les palissades sont disposées sur trois ou quatre rangs, ont des parois latérales ondulées et sont une ou deux fois plus longues que larges. Dans *R. adpressum*, il y a trois rangs de palissades à parois non ondulées. Dans *T. cinereum* on compte de quatre à cinq rangs de cellules corticales tantôt allongées, tantôt isodiamétriques, à chlorophylle. Dans les autres espèces l'écorce est tout entière formée de cellules arrondies à parois souvent épaisses comme dans *Ast. graveolens*.

Sous l'endoderme bien net, le péricycle présente, au dos de chaque faisceau libérien, un arc scléreux composé de trois à cinq assises, de chaque côté duquel, dans *Ast. graveolens* et *R. adpressum*, on trouve un canal sécréteur d'origine endodermique. *Z. resediifolia* est la seule espèce dans laquelle je n'ai pas observé de péricycle épaissi, aussi y trouve-t-on au dos de chaque faisceau libérien deux, trois ou quatre laticifères. Dans *Anv. radiata*, outre ses arcs scléreux, le péricycle présente une lignification peu prononcée de tous ses éléments.

Le bois forme partout une zone continue avec vaisseaux en files au milieu d'éléments fortement lignifiés dans *N. chrysocomoides*, *Ast. graveolens*, *Anv. radiata* et *R. adpressum*, tandis que dans *Z. resediifolia* et *T. cinereum*, les faisceaux ligneux ne sont réunis que par la lignification de tout le

conjonctif interfasciculaire. La moelle présente des cellules grandes et à parois minces dans *R. adpressum*, *N. chrysocomoides*, *T. cinereum*,

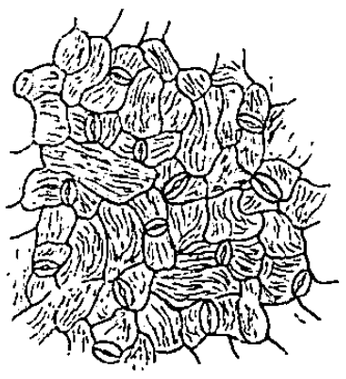


Fig. 11.

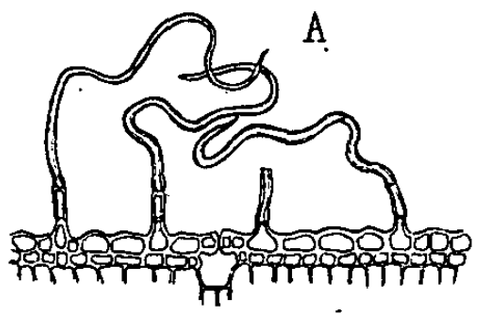


Fig. 12.

Fig. 11. — *Nolletia chrysocomoides* : surface striée de l'épiderme de la feuille.
Fig. 12. — *Rantherium adpressum* : coupe transversale de l'épiderme avec hypoderme et longs poils sinueux.

Z. resediifolia, à parois plus ou moins épaisses dans *Anv. radiata* et *Ast. graveolens*.

Les vaisseaux ligneux de la tige de *T. cinereum* ont un diamètre moyen égal au quart du diamètre des vaisseaux de la racine.

L'épiderme de la feuille, en général composé de cellules grandes à parois latérales et inférieures plus ou moins minces, présente une cuticule striée dans *N. chrysocomoides* et une paroi externe très épaisse, sauf dans *Ast. graveolens*, où la minceur de cette paroi est compensée par une abondance de poils. Au contraire, dans *Z. resediifolia*, où toutes les parois sont épaisses, on ne trouve pas de poils. Les poils sont de deux sortes, comme dans l'épiderme de la tige et peuvent se rencontrer à la fois sur la même espèce. En général, ces poils sont plus développés que dans la tige. Les unisériés sont pourvus d'une grande cellule de base et de cellules annexes et sont tantôt rigides (*N. chrysocomoides*), tantôt mous, flexibles et alors beaucoup plus longs et moins gros (*R. adpressum*, *Tour. variifolia*, *T. cinereum*). Les poils glanduleux biséries sont parfois pédicellés nettement (*Ast. graveolens*) ou sessiles et enfoncés dans une sorte de crypte épidermique (*T. cinereum*, *Anv. radiata*). Les stomates grands et sans annexes sont nombreux aux deux faces et orientés en tous sens au milieu des cellules à surface polygonale (*L. glomerata*, *Z. resediifolia*, *R. adpressum*) ou sinueuse (*Ast. graveolens*, *Anv. radiata*, *T. cinereum*) de l'épiderme.

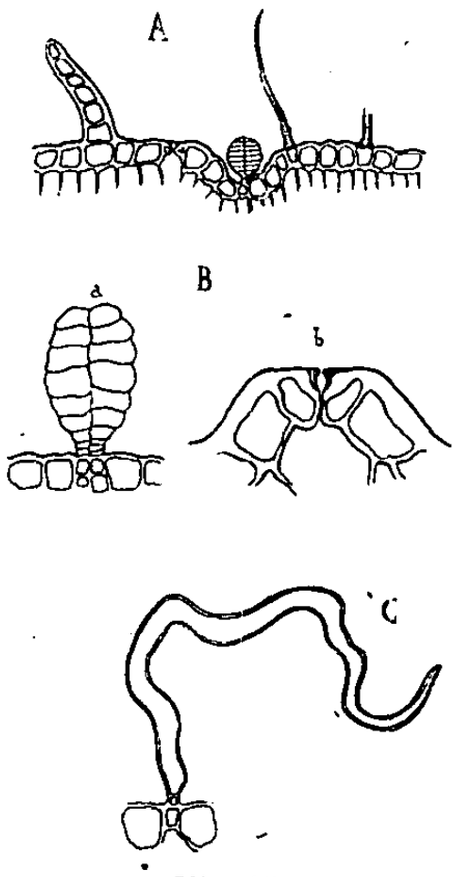


Fig. 13.

A, coupe transversale de l'épiderme avec poils de trois sortes de *Anvillea radiata*; B. en *a*, poil biserié; en *b*, stomate saillant de *Asteriscus graveolens*; C, poil flexueux de *Tourneuxia varii folia*.

Le mésophylle est partout palissadique aux deux faces de la feuille, et en général les palissades de la face supérieure sont ou plus longues ou disposées sur plus de rangs qu'à la face inférieure, d'où une différence d'épaisseur sensible entre les deux parenchymes palissadiques. Les faisceaux libéro-

ligneux se ramifient exactement dans le plan de la feuille et sont entourés de grandes cellules incolores généralement bien différenciées. Ils se terminent par des cellules spiralées courtes, souvent grandes, pouvant même devenir vasiformes comme dans *N. chrysocomoides, T. cinereum*, etc. Ces faisceaux, toujours dépourvus de fibres mécaniques de soutien, sont accompagnés d'un canal sécréteur volumineux situé au-dessous du liber (*R. adpressum, L. glomerata*). On trouve de nombreux petits cristaux dans tout le parenchyme de *Tourn. variifolia*.

Donc le caractère général d'adaptation de ces diverses espèces est la fréquence des poils épidermiques, la présence d'un mésophylle toujours nettement centrique, l'abondance du parenchyme incolore. Toutefois, il convient de faire remarquer que la valeur de ce caractère est très relative, et que de l'ensemble des espèces étudiées se dégage plutôt une sorte de caractère négatif, vague, indéfini, montrant une aptitude à se fléchir facilement au gré d'influences variables.

Asclépiadées.

Espèces étudiées : *Dœmia cordata* R. Br., *Solenostemma Argel* Hagne, *Calotropis procera* R. Br.

L'épiderme de la tige, revêtu d'une cuticule striée à la surface, est formé de cellules grandes à parois externe et interne épaisses, à parois latérales minces. Dans *D. cordata* et *S. Argel*, on trouve des poils simples unisériés, à cellule basilaire accompagnée d'annexes, à cellule terminale très allongée, conique, à parois épaisses. Les stomates formés par simple bipartition d'une cellule épidermique sont grands et orientés en tous sens. Sous l'épiderme on trouve un hypoderme bien développé dans *D. cordata*. Pas de poils dans *C. procera*.

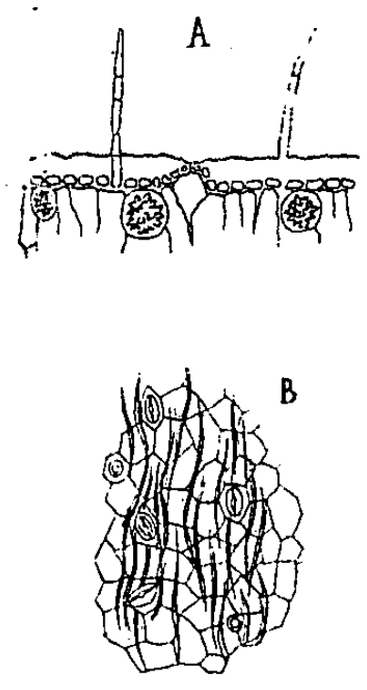


Fig. 14.

Solenostemma Argel : épiderme de la feuille : en A, coupe transversale ; en B, surface avec cuticule ridée.

L'écorce, très large (trente assises de cellules dans *C. procera*), présente plusieurs rangs de cellules à parois collenchymateuses vers la périphérie. Elle renferme des laticifères et de nombreux cristaux groupés en oursins.

Le péricycle n'est épaissi qu'en face des faisceaux libériens. Dans *C. procera* les paquets scléreux sont allongés dans le sens radial au lieu de l'être dans le sens tangentiel comme dans les deux autres espèces.

Les faisceaux libéro-ligneux, primitivement isolés les uns des autres, sont réunis en une zone continue, peu large par la lignification du parenchyme interfasciculaire. Dans tous les cas, les éléments lignifiés restent toujours larges. On trouve un faisceau libérien interne aux faisceaux normaux. La moelle, partout très volumineuse, est formée de cellules grandes à parois minces. Dans tout le parenchyme non épaissi on rencontre des laticifères.

Les cellules épidermiques de la feuille ont des parois épaisses surtout dans *S. Argel*. Elles sont hautes et présentent une faible surface polygonale. Les stomates dont l'ostiole est situé au niveau de la cuticule, sauf dans *S. Argel*, où elle est enfoncée à cause de l'épaisseur de la paroi externe, sont nombreux et ont une surface sensiblement égale ou supérieure à celle des cellules épidermiques voisines. Les poils de *D. cordata* et *S. Argel* sont semblables

mais plus développés que ceux de la tige; leur cellule basilaire est très grande.

Le mésophylle de *C. procera* et *S. Argel* présente aux deux faces des palissades disposées sur quatre et trois rangs. Dans *D. cordata*, il n'y a qu'un seul rang de palissades à la face supérieure, quatre à cinq fois plus longues que larges; à la face inférieure il y en a deux rangs. Le parenchyme incolore est bien différencié, sauf dans *D. cordata*. Les faisceaux vasculaires sont terminés par des cellules spiralées courtes, renflées, vasiformes. Les laticifères sont répandus dans tout le parenchyme. Dans aucune de ces espèces on ne rencontre de fibre de soutien.

Borraginées.

Espèces étudiées : *Heliotropium undulatum* Vahl., *H. fruticosum*, *Lithospermum callosum* Vahl., *Trichodesma africana* R. Br.

Dans l'épiderme de la tige la cuticule est le plus souvent striée, parfois rugueuse (*T. africana*). Les cellules épidermiques ont des parois tantôt entièrement épaissies, tantôt (les deux *Heliotropium*) les parois latérales restent minces. Ces cellules sont irrégulières, plus larges que hautes en général, peu grandes sauf dans *L. callosum*. Partout on trouve des poils pluricellulaires, unisériés, simples, à cellule basilaire parfois très développée et accompagnée de cellules annexes à parois très épaisses, à surface striée. La cellule de base est généralement glandulaire. La cellule supérieure a des parois excessivement épaisses, mamelonnées ou perlées à la surface. Le poil, assez court, est rigide ou très peu flexueux. Les stomates sont un peu enfoncés au-dessous de la surface épidermique.

Le parenchyme cortical se compose dans *T. africana* d'une assise externe de cellules petites à parois minces, à laquelle font suite deux ou trois assises de cellules grandes à parois collenchymateuses, puis, intérieurement, trois autres assises de cellules de même dimension mais à parois minces. Dans *L. callosum*, il y a deux ou trois assises externes de cellules à parois minces, puis six ou sept assises à parois légèrement collenchymateuses. Dans *H. undulatum* on trouve extérieurement une ou deux assises de palissades deux fois plus longues que larges, puis quatre assises de grandes cellules collenchymateuses. Enfin, dans *H. fructicosum* on retrouve une seule assise externe à parois minces et treize ou quatorze assises collenchymateuses.

Dans *H. undulatum*, seulement, on observe un péricycle à éléments très épaissis sur deux ou trois rangs au dos des faisceaux libériens. Dans les autres espèces, le péricycle est tout entier parenchymateux. L'endoderme se subérifie généralement et, par suite de la formation d'une couche de liège en cet endroit, toute l'écorce est exfoliée. Dans le parenchyme libérien de *H. undulatum* il existe de nombreux cristaux.

Le bois forme une zone étroite, interrompue par des rayons médullaires dans *H. fruticosum*, contenant des vaisseaux généralement larges (sauf dans *H. fruticosum*), et disposés en files radiales. Les éléments ligneux sont larges et peu épaissis. La moelle est formée de grandes cellules quelquefois à parois épaisses. Les vaisseaux de *L. callosum* ont un diamètre moyen égal au quart de celui des vaisseaux de la racine.

La cuticule de la feuille est épaisse, finement granuleuse dans *L. callosum* et susceptible de se détacher, par macération, en grands lambeaux. Les cellules épidermiques ont une paroi externe excessivement épaisse dans *L. callosum* et *H. fruticosum*, plus mince dans les deux autres espèces. Les

parois latérales sont toujours minces. Ces cellules ont une surface petite, polygonale irrégulière, non sinueuse. Dans *H. fruticosum,* l'épiderme supérieur diffère de l'épiderme inférieur par ses dimensions et l'épaississement de ses parois. Les poils sont semblables à ceux de la tige mais plus développés, rigides et couchés, souvent entourés à la base de cystolithes. Les stomates sont aussi grands en surface que les cellules épidermiques.

Le mésophylle de *H. fruticosum* s'écarte du type que nous avons reconnu

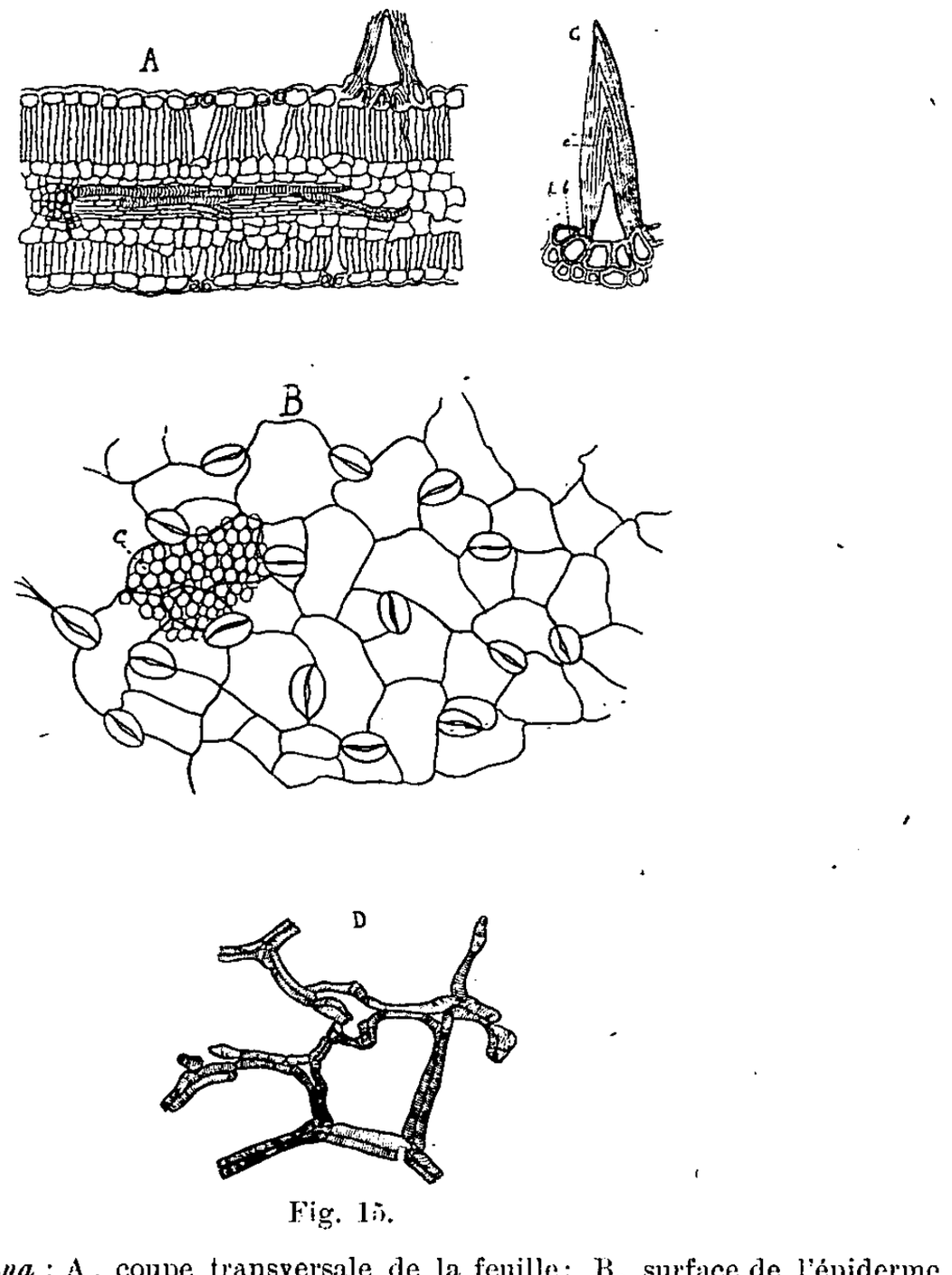


Fig. 15.

Trichodesma africana : A, coupe transversale de la feuille; B, surface de l'épiderme montrant en *c* le rapport de ses cellules aux cellules palissadiques sous-jacentes; C, un poil isolé avec couches d'épaississement en *e* et cellules de base en *b*; D, une maille du réseau vasculaire de la feuille.

jusqu'ici dans toutes les espèces étudiées, en ce qu'il est nettement bifacial. Il y a deux rangs de palissades vers la face inférieure et un parenchyme lacuneux à la face inférieure séparés par un parenchyme médian incolore peu différencié. Du reste, par tous les caractères de sa feuille, l'*H. fruticosum* se montre absolument mégatherme. Dans les trois autres espèces les palissades existent aux deux faces sur un seul rang et très longues à la face supérieure de *T. africana,* sur deux ou trois rangs dans les autres. Les ramifications des vaisseaux vasculaires, accompagnées de cellules incolores aquifères, se terminent par des cellules spiralées peu élargies.

Solanées.

Espèce étudiée : *Hyoscyamus Falezlez* Coss.

Dans la tige les cellules épidermiques sont grandes, irrégulières, bombées aux deux faces, à parois externe et interne épaisse, latérale mince. Les poils sont pluricellulaires, unisériés, à cellule basilaire grande et cellule terminale arrondie glanduleuse.

Le parenchyme cortical se compose de deux assises sous-épidermiques de cellules à parois minces et contenant de la chlorophylle, de trois ou quatre

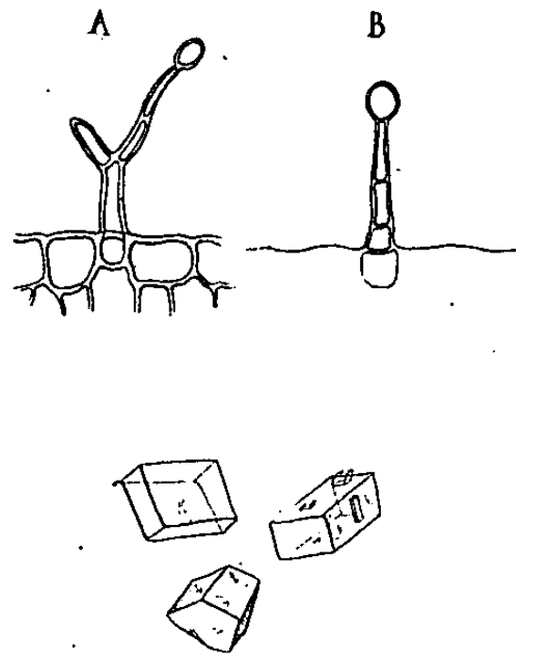


Fig. 16.

Hyoscyamus Falezlez : A, poil épidermique ramifié; B, autre poil simple glanduleux; C, gros cristaux de parenchyme.

assises moyennes de grandes cellules collenchymateuses, enfin de deux ou trois assises internes de grandes cellules à parois minces. Le péricycle est épaissi seulement en face des faisceaux libériens.

La zone ligneuse large renferme de gros vaisseaux en file au milieu d'éléments larges à éléments peu épaissis. Les grandes cellules de la moelle sont souvent épaissies.

La feuille possède un épiderme à parois cellulaires peu épaissies. Les cellules sont grandes, bombées polygonales, les poils sont nombreux et semblables à ceux de la tige. Les stomates sont grands et nombreux, à axe perpendiculaires aux cloisons des cellules épidermiques. Le mésophylle est palissadique aux deux faces sans différenciation nette en parenchyme incolore. Les faisceaux vasculaires, terminés par des paquets de grosses cellules spiralées, sont accompagnés d'énormes cristaux prismatiques en parallélipipèdes à bases rectangles. Les grosses nervures sont renforcées de deux faisceaux fibreux en dehors du bois et du liber.

Labiées.

Espèce étudiée : *Marrubium deserti* de Noé.

Les cellules épidermiques de la tige ont des parois minces : elles sont peu hautes, larges en surface, polygonales. On trouve des poils très nombreux et de deux sortes. Les uns, ramifiés, émettent de longs rameaux unicellulaires

minces flexueux ; les autres, glanduleux, sont formés d'un pédicelle unisérié de trois ou quatre cellules et d'une tête sphérique quadricellulaire. Les stomates sont grands et font un peu saillie au-dessus de la surface de l'épiderme.

Le parenchyme cortical comprend extérieurement deux ou trois assises de cellules un peu allongées radialement et contenant de la chlorophylle ; intérieurement autant d'autres assises incolores. Le péricycle est épaissi en face des faisceaux libériens seulement. Les vaisseaux et les éléments du bois sont relativement larges. On trouve dans presque toutes les cellules du parenchyme de petits cristaux bacillaires réunis en grand nombre en faisceaux.

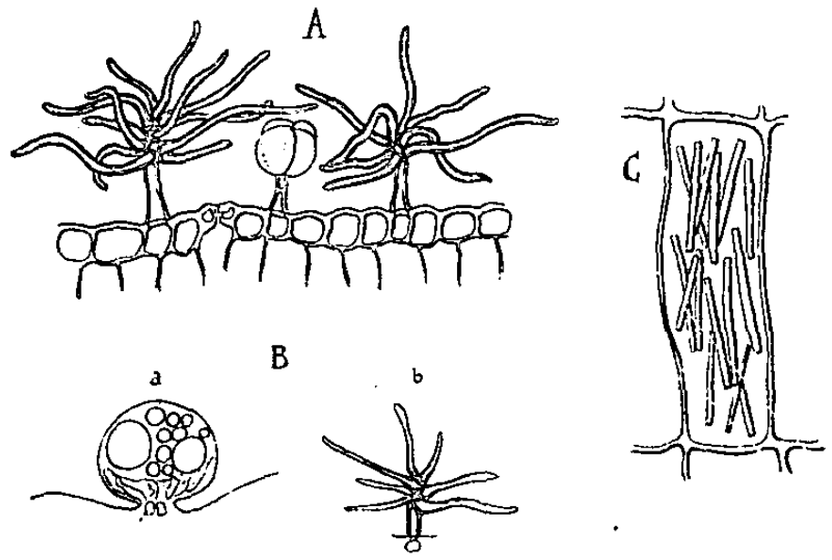


Fig. 17.

Marrubium deserti : A, coupe transversale de l'épiderme de la tige avec poils de deux sortes, ramifiés et glanduleux ; B, poils de la feuille : *a*, glanduleux, *b*, ramifié ; C, cellule avec cristaux bacillaires.

La feuille a un épiderme à cellules sinueuses, peu hautes, à paroi externe. Les poils sont de trois sortes : les uns courts, petits unisériés, simples ; les autres semblables aux deux types de la tige. Les poils glandulaires ne sont pas aussi longuement pédicellés, ils sont appliqués contre la surface de l'épiderme. Les poils étant moins nombreux que dans la tige, la paroi externe de l'épiderme s'est épaissie. Le mésophylle présente deux rangées de palissades aux deux faces. Le parenchyme médian incolore est peu différencié. Dans toute la feuille on trouve de nombreux cristaux semblables à ceux de la tige.

Plantaginées.

Espèce étudiée : *Plantago ciliata* Desf.

Je n'ai étudié de cette espèce que le pédoncule floral et la feuille. Le pédoncule est revêtu d'un épiderme à cuticule striée, à cellules peu hautes, à paroi externe épaisse. Cet épiderme donne naissance à de très nombreux poils unisériés, simples, pourvus d'une cellule basilaire et d'une articulation vers le milieu de leur longueur. Le parenchyme cortical est formé de cinq ou six rangs de cellules isodiamétriques, dont les plus externes renferment de la chlorophylle. Le péricycle, entièrement sclérifié, forme un large anneau dans lequel sont enchassés les faisceaux libéro-ligneux.

Les cellules épidermiques de la feuille ont une paroi externe épaisse et sont larges, polygonales, bombées extérieurement et intérieurement. Les poils

sont semblables à ceux de la tige et très nombreux. Les stomates sont petits et à axe perpendiculaire aux cloisons des cellules épidermiques. Les palissades sont disposées sur deux ou trois rangs aux deux faces, avec lacunes. Pas de parenchyme médian incolore distinct, pas de fibres mécaniques de soutien.

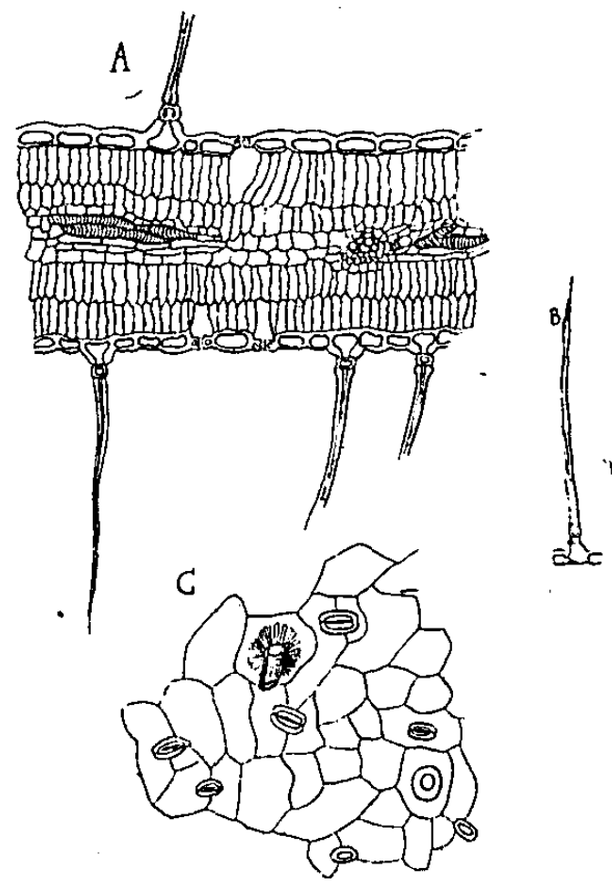


Fig. 18.

Plantago ciliata : A, coupe transversale de la feuille; B, un poil isolé; C, surface de l'épiderme avec stomates et bases de poils.

Salsolacées.

Espèces étudiées : *Echinopsilon muricatus* Moq., *Caroxylon tetragonum* Moq., *Anabasis articulata* Moq.

L'adaptation de ces plantes aux stations salées leur donne une structure toute spéciale et ne pouvant guère se comparer à celle qui vient d'être décrite pour toutes les espèces précédentes. Leur étude est cependant intéressante au point de vue des modifications que peut apporter dans des végétaux influencés par les mêmes conditions climatériques la présence dans le sol d'une substance chimique spéciale.

L'épiderme de la tige est formé de cellules petites à parois revêtues extérieurement d'une cuticule épaisse dans *C. tetragonum* et *E. muricatus*. Cet épiderme est muni de poils rameux dans la première de ces deux espèces, simples, quelquefois articulés et à paroi spinulescente dans la seconde. Sous cet épiderme on trouve dans *E. muricatus* une assise hypodermique à parois épaisses. Le parenchyme cortical comprend quatre à cinq assises de cellules un peu collenchymateuses dans *E. muricatus*, neuf ou dix assises à parois minces dans *C. tetragonum*. — Dans *A. articulata* l'épiderme est composé de quatre ou cinq rangs de cellules à parois fortement épaissies. Les cellules de l'assise externe font saillie au dehors sous forme de papilles. Les stomates se trouvent au fond de puits creusés dans cet épiderme et ont leur ouverture à peu près au niveau de l'assise interne. Sous l'épiderme se trouve une

assise hypodermique de cellules incolores, isodiamétriques, renfermant des oursins qui prennent parfois une dimension énorme. Le parenchyme cortical est composé : 1° d'une assise de palissades étroites, quatre ou cinq fois plus longues que larges, à parois latérales ondulées; 2° d'une assise sous-palissadique à cellules isodiamétriques, à parois épaissies et ponctuées; sous cette assise courent de nombreux faisceaux vasculaires à terminaisons élargies et dépourvus d'arc scléreux de soutien; 3° du parenchyme cortical proprement dit, formé de huit ou neuf rangs de cellules grandes, incolores, dont certaines renferment de gros oursins.

Dans *E. muricatus* le péricycle présente des ilots scléreux en face chaque faisceau libéro-ligneux. Dans *C. tetragonum* et *A. articulata* on trouve quelques cellules épaissies au milieu des éléments en voie de subérisation de la partie externe du péricycle. Dans les trois espèces, les assises internes du péricycle sont le siège d'un méristème secondaire qui donne un parenchyme dont tous les éléments épaississent plus ou moins leurs parois et englobent les faisceaux libéro-ligneux. Il en résulte un cylindre central plus ou moins compact au centre duquel la moelle, nulle dans *C. tetragonum*, renferme des cellules scléreuses et des cystolithes dans *A. articulata*. Dans *E. muricatus* la moelle est volumineuse et non épaissie.

Les feuilles, encore grandes et larges dans *E. muricatus*, sont très réduites dans les deux autres espèces. Dans *E. muricatus*, sous l'épiderme, analogue à celui de la tige, on ne trouve pas de parenchyme palissadique continu. Les palissades sont localisées autour des faisceaux libéro-ligneux du côté externe et forment, par conséquent, des ilots au milieu du mésophylle. Dans *C. tetragonum* et *A. articulata*, la structure de la feuille est identique à celle de la zone corticale de la tige. Les palissades se retrouvent dans toute la périphérie de ces feuilles plus ou moins globuleuses.

Dans ces plantes l'influence du milieu désertique ne saurait se distinguer de l'influence de la station salée. L'une et l'autre s'ajoutent pour fournir un résultat très distinct de celui que fournit l'influence désertique seule. On ne saurait donc, au sujet de cette dernière, rien déduire de la structure de ces espèces, mais la connaissance de leur organisation peut permettre de limiter l'influence du milieu saharien proprement dit.

Amarantacées.

Espèce étudiée : *Erva javanica* Juss., var. *Forskalii* Webb.

Dans la tige les cellules épidermiques sont étroites et peu épaissies. On trouve en revanche un grand nombre de poils ramifiés. Le parenchyme cortical comprend une assise sous épidermique incolore; au-dessous, alternativement un amas de cellules collenchymateuses et une bande de palissades peu allongées; enfin, intérieurement, une assise de cellules arrondies incolores. Le péricycle est épaissi et interrompu de loin en loin par quelques cellules à parois minces. La zone ligneuse est étroite et formée par lignification du parenchyme interfasciculaire.

La feuille est revêtue d'un épiderme à grandes cellules sinueuses, à stomates nombreux et grands, à poils ramifiés semblables à ceux de la tige. Le mésophylle est palissadique aux deux faces avec des lacunes entre les palissades larges et disposées sur deux rangs. De distance en distance on trouve de très grandes cellules glandulaires dans le parenchyme. Les faisceaux vasculaires, entourés de grandes cellules incolores, sont accompagnés de gros oursins.

Polygonées.

ESPÈCE ÉTUDIÉE : *Calligonum spinosum* L'Hérit.

Les rameaux aphylles de cette espèce présentent un épiderme excessivement épais, à parois externes également très épaisses. Certaines cellules font saillie en dehors sous forme de poils très courts. Les stomates sont enfoncés au niveau inférieur de l'épiderme et ont une direction presque horizontale, les cellules épidermiques ayant une surface rectangulaire très peu allongée dans le sens longitudinal. Sous l'épiderme il y a deux ou trois rangées de palissades deux fois environ plus longues que larges, interrompues en différents points par des paquets scléreux hypodermiques. Sous l'endoderme, le péricycle épaissit ses assises internes et forme une zone scléreuse large au milieu de laquelle sont enfermés les faisceaux libéro-ligneux. Dans l'épiderme on trouve de nombreux cristaux prismatiques et dans tout le parenchyme de très gros oursins.

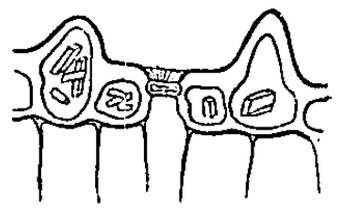


Fig. 19.

Calligonum spinosum : coupe transversale de l'épiderme avec cellules cristallifères.

Thyméléacées.

ESPÈCE ÉTUDIÉE : *Passerina microphylla* Coss. et DR.

La tige a un épiderme à cellules assez régulières, à parois externe et interne épaisses. Les poils, très nombreux, sont en navette, portés sur un long pédicelle et unicellulaires, sauf à la base, qui est formée d'une ou deux cellules superposées. Sous l'épiderme il y a trois assises de palissades puis, en dedans, quatre ou cinq assises de cellules isodiamétriques incolores. Le péricycle présente les faisceaux réticulés de fibres épaissies et incolores spéciales à cette famille. La zone ligneuse est étroite, à éléments larges, et les faisceaux présentent un liber médullaire.

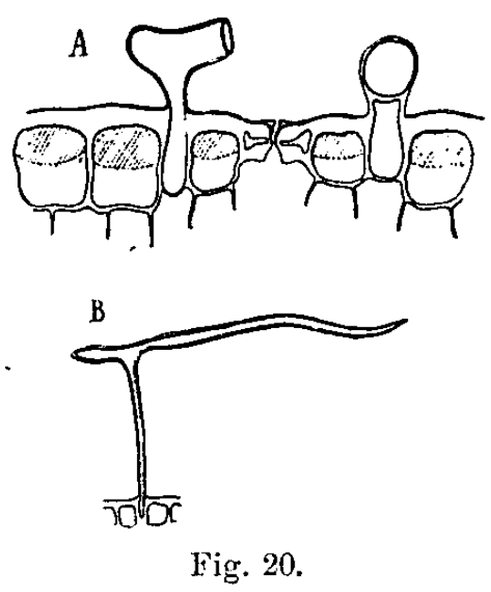


Fig. 20.

Passerina microphylla : A, coupe transversale de l'épiderme avec cellules gommeuses et poils pédicellés; B, un poil isolé.

Dans la feuille l'épiderme est formé de grandes et hautes cellules peu sinueuses, à paroi externe épaisse, à poche gommeuse sous cette paroi. Les stomates, nombreux et grands, s'ouvrent au niveau de la surface. Les poils sont moins nombreux que dans la tige. Les palissades sont disposées sur

deux ou trois rangs aux deux faces de la feuille. Au milieu, le parenchyme peu différencié renferme les faisceaux libéro-ligneux accompagnés d'un faisceau scléreux inférieur.

Euphorbiacées.

Espèces étudiées : *Euphorbia cornuta* Pers., E. *Guyoniana* Boiss. et Reut.

L'épiderme de la tige est formé de cellules à cuticule et à parois externes très épaisses, à stomates grands, et ne présente pas de poils. Sous l'épiderme, après une assise hypodermique, on trouve deux ou trois rangs de cellules palissadiques courtes dans *E. Guyoniana ;* deux ou trois rangs de cellules presque isodiamétriques avec peu de chlorophylle dans *E. cornuta,* puis cinq ou six rangées de cellules parenchymateuses incolores. Le péricycle est formé de grandes cellules, épaissies seulement en face des faisceaux libériens, et renferme de nombreux laticifères. La zone ligneuse est peu large, interrompue par des rayons médullaires dans *E. cornuta.*

L'épiderme de la feuille a des cellules polygonales régulières à paroi externe et cuticule très épaisses, des stomates grands et pas de poils. On trouve aux deux faces des palissades sur trois rangs dans *E. Guyoniana,* deux seulement dans *E. cornuta,* et grandes. Les faisceaux libéro-ligneux, sans arc de soutien, sont accompagnés de quelques cellules incolores aquifères. Partout on rencontre des laticifères plus ou moins nombreux.

Gnetacées.

Espèce étudiée : *Ephedra alata* Dene.

Les rameaux aphylles de cette espèce sont revêtus d'un épiderme à cellules grandes, à paroi externe et cuticule épaisses, à contenu résineux dans leur partie supérieure. Ces cellules ont uue surface polygonale peu étendue et sont bombées en dehors. Les stomates sont enfoncés au niveau inférieur de l'épiderme ; ils sont grands et tous orientés dans le sens longitudinal. Le parenchyme cortical comprend de quatre à cinq assises de cellules toutes allongées dans le sens radial, plus petites, à parois plus minces et contenant de la chlorophylle vers la périphérie. Certaines de ces cellules renferment de la résine. Immédiatement sous l'épiderme et en différents points du parenchyme cortical, on trouve des faisceaux de fibres étroits très épaissis, allongés radialement. Le cylindre central se compose de faisceaux libéro-ligneux distincts, pourvu de quelques fibres péricycliques en dehors du liber, et joints en une zone peu nette par la lignification du parenchyme interfasciculaire. La moelle est formée de grandes cellules à parois épaisses.

II.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Les considérations auxquelles pourraient donner lieu les faits que je viens d'exposer sont nombreuses et mériteraient d'être examinées en détail. Dans ce mémoire, aussi résumé que possible, je ne puis aborder leur examen et dois surtout me borner à énumérer les conclusions qui me paraissent immédiatement découler de ces recherches.

1° *Caractères généraux.* — Les plantes qui viennent d'être passées en revue présentent un ensemble de caractères de structure communs qui attirent de suite notre attention et qu'il convient, tout d'abord, de résumer en les précisant.

A. L'épiderme, soit de la tige, soit des rameaux ou des feuilles, est peut-être la partie des plantes sahariennes qui présente le plus de variation. Malgré cela, il se montre partout uniforme dans la même espèce pour la tige et les deux faces de la feuille. Sa surface est généralement très cuticulisée, ses parois externe et interne sont épaisses, les latérales sont, le plus souvent, minces. Les stomates sont rarement saillants au-dessus de la surface; ils sont, au contraire, dans un grand nombre de cas, enfoncés au niveau inférieur. Ces stomates sont également grands et nombreux. L'absence des poils est compensée par un épaississement plus considérable de la paroi ou un agrandissement des cellules épidermiques. Les poils de types variés sont, le plus souvent, simples et unisériés.

B. La zone corticale de la tige ou des rameaux et le mésophylle de la feuille présentent une uniformité frappante dans toutes les espèces. Sous l'épiderme, se trouve très fréquemment une assise hypodermique à parois épaisses. Sous cet hypoderme sont disposées, dans la tige, des assises ou nettement palissadiques ou à parois minces et chlorophylliennes, moins souvent incolores et à parois collenchymateuses. Le péricycle se présente partout avec des îlots de fibres plus ou moins sclérifiées; il est interrompu.

Le mésophylle est toujours centrique, c'est-à-dire à palissades aux deux faces. Ces palissades sont le plus souvent disposées sur plusieurs rangs, étroites, longues, et ne laissent aucun vide entre elles. Souvent l'épaisseur du parenchyme palissadique est plus considérable vers la face supérieure que vers l'inférieure. Entre les deux couches de palissades se trouve un parenchyme à cellules grandes, isodiamétriques et incolores au milieu duquel se ramifient les faisceaux vasculaires. On ne trouve aucune cellule à parois épaisses ou scléreuse dans le mésophylle.

C. Le cylindre central de la tige ou des rameaux se montre uniformément constitué, outre un liber sans caractère spécial, d'une zone ligneuse formée de faisceaux primitivement séparés, puis réunis par formation, par un cambium continu, d'un parenchyme ligneux secondaire, ou par lignification du parenchyme conjonctif interfasciculaire. Dans tous les cas, les cellules du bois sont larges et relativement peu épaissies. Les vaisseaux se présentent partout étroits, d'un diamètre sensiblement moindre que le diamètre des vaisseaux de la racine, sauf dans une seule exception, le *Neurada procumbens*. Les cellules

de la moelle, ordinairement larges, sont très souvent un peu épaissies.

D. Le système vasculaire de la feuille présente une très grande uniformité dans toutes les espèces étudiées. Les ramifications des vaisseaux restent toujours dans le plan horizontal, sont formées de vaisseaux assez larges, se terminent par des cellules courtes et grosses, spiralées, réunies en paquets, prenant parfois de grandes dimensions qui leur méritent le nom de réservoirs vasiformes, sont très souvent accompagnées de grandes cellules incolores gommeuses, enfin sont toujours dépourvues de fibres mécaniques de soutien. Les faisceaux vasculaires sont très ramifiés et anastomosés entre eux.

2° *Caractères de groupes conservés.* — De la constance des dispositions anatomiques qui viennent d'être énumérées, il résulte une telle uniformité de structure qu'il est possible d'en conclure que, à ce point de vue, le milieu saharien a imprimé aux diverses plantes étudiées un facies, un cachet spécial aussi net que celui que l'on a fait remarquer depuis longtemps dans leur port, leur aspect extérieur. Mais ce caractère commun ne masque, dans aucun cas, les caractères spéciaux de genres ou de familles. Ces caractères spéciaux résident dans la forme des stomates et des poils ; la présence ou l'absence et la situation des cristaux dans les tissus ; la présence ou l'absence d'un appareil sécréteur et sa différenciation ; la disposition générale du bois et la constitution de la moelle.

Que les caractères spéciaux soient parfois très fortement atténués, c'est là une conséquence d'une adaptation de plus en plus parfaite, et qui doit inévitablement se produire dans quelque milieu que ce soit. Mais cette modification se produit-elle, pour les espèces du même groupe, de la même manière dans tous les milieux ? Il est probable, il est même certain que non ; toujours est-il qu'il nous est actuellement encore impossible de définir exactement cette modification pour les plantes et pour le milieu qui nous occupent, car les documents comparatifs d'autres milieux nous manquent.

Quoi qu'il en soit, de ce premier résultat que les caractères spéciaux ne sont point détruits et que leur attribution à leurs groupes respectifs est parfaitement nette et de ce fait que dans la structure générale constante que nous venons d'observer il existe une certaine variation, il ne paraît pas impossible d'indiquer dès à présent quels caractères semblent propres au milieu saharien.

3° *Caractère saharien.* — Si l'on veut bien se rappeler la structure de certaines espèces étudiées : *Zizyphus Lotus, Capparis spinosa, Heliotropium fruticosum, Zygophyllum Gestini, Echinopsilon musicatus, Caroxylon tetragonum, Anabasis articulata,* et la

comparer avec celle de toutes les autres, on remarquera bien vite qu'elle en diffère : par la distinction des deux parenchymes palissadiques supérieur et inférieur, celui-ci étant formé de cellules plus larges, moins longues, avec lacunes et méats nombreux, par la constitution des épidermes, le supérieur présentant une paroi externe plus épaisse et des cellules moins sinueuses, enfin par la diminution ou l'absence totale du parenchyme médian incolore, d'une part dans les trois premières espèces; par l'abondance du parenchyme, l'épaississement de l'épiderme, la réduction du système vasculaire de la feuille et du système foliaire lui-même, d'autre part, dans *Zygophyllum Gestini* et les Salsolacées. Ces plantes, en effet, bien que répandues dans le Sahara n'y sont pas absolument localisées *(C. spinosa, Z. Lotus, H. fruticosum)* ou y vivent dans des stations exceptionnelles *(Zyg. Gestini,* les Salsolacées), ce qui explique leur structure différente. Nous avons donc là quelques termes de comparaison, quelques indications pour la définition par élimination, des caractères de structure propres aux plantes sahariennes.

Ces caractères paraissent devoir être les suivants : faible épaississement des parois épidermiques; épiderme identique aux deux faces de la feuille; hypoderme formé d'une seule assise de cellules; parenchyme cortical en partie palissadique ou simplement assimilateur; péricycle à îlots scléreux; vaisseaux de la racine d'un diamètre plus grand que celui des vaisseaux de la tige; palissades aux deux faces de la feuille: parenchyme médian incolore avec cellules gommeuses; ramifications vasculaires dans le plan horizontal de la feuille et dépourvues d'éléments scléreux de soutien.

4° *Variations dans la structure.* — Il est facile d'observer dans cette structure des variations d'ordre secondaire. J'ai déjà dit que l'épiderme était le tissu qui se montrait le plus sujet à ces variations. En effet, en dehors de la disposition des stomates et de la présence ou l'absence de cristaux ou d'appareils de secrétion, on constate que les cellules affectent des dimensions diverses avec des parois plus ou moins épaissies; que les poils offrent des formes bien différentes les unes des autres, depuis les simples et unicellulaires qu'on rencontre dans diverses espèces jusqu'aux poils très ramifiés du *Marrubium deserti,* par exemple. Le tissu assimilateur est également susceptible de variations. Les palissades peuvent acquérir une plus grande longueur aux dépens du nombre de leurs assises; elles peuvent devenir plus larges et alors leurs parois latérales sont moins ondulées. Il paraît y avoir aussi balancement entre la quantité de cellules incolores et gommeuses et la dimension des cellules spiralées terminales des faisceaux vasculaires ou cellules vasiformes. Enfin, les cristaux se

montrent soit groupés en oursins, et c'est le cas le plus fréquent, soit isolés, en grand nombre et petits, en petit nombre et très gros.

Il y aurait à examiner sous quelles influences spéciales se produisent ces variations; si elles appartiennent à des espèces parentes et si par conséquent elles ont la valeur d'un caractère héréditaire.

5° *Appropriation à la vie saharienne.* — Pour terminer cette trop rapide exposition de conclusions qui mériteraient d'être discutées une à une, il est nécessaire d'indiquer, brièvement encore, l'appropriation des divers caractères que nous venons de reconnaître à la vie saharienne.

La courte durée de végétation de certaines espèces se traduit par la réduction de la tige, ces espèces sont acaules. Dans ce cas, les feuilles radicales en rosettes peuvent acquérir des dimensions assez grandes. Elles restent plus ou moins molles et ont un épiderme à grandes cellules peu épaissies avec ou sans poils. L'assimilation est très active au début de la végétation, puis les feuilles se ridents et se fanent; les fleurs et les fruits sont produits sur les réserves.

Les mêmes phénomènes se retrouvent chez les espèces annuelles herbacées, gamopétales notamment, où les feuilles sont souvent très développées.

Les espèces à longue durée, bisannuelles ou vivaces, font également d'abondantes réserves au début de leur végétation et les amassent dans des tubercules souterrains ou dans le parenchyme des rameaux aphylles. Le type aphylle, caractéristique de nombreuses espèces vivaces, se montre comme parfaitement propre pour une longue durée et une végétation peu active : les dépenses sont, par suite d'une stricte économie, parfaitement en rapport avec les faibles recettes.

De la nécessité de se garder contre une transpiration très intense résulte la forme de l'épiderme souvent aquifère, la présence des poils, l'abondance de cellules incolores et de réservoirs dans le mésophylle, la vascularisation très grande et la différence de dimension entre les vaisseaux de la racine et ceux de la tige. Dans les gros vaisseaux de celle-là, protégée par sa situation même contre l'évaporation, s'emmagasine une grande quantité d'eau que les petits vaisseaux de celle-ci distribuent avec économie aux diverses parties de la plante.

Enfin l'intensité considérable et la diffusion parfaite de la lumière sont causes de la disposition centrique des feuilles et de la présence des stomates aux deux faces. Cette structure favorise un travail chimique très grand et par suite une évaporation énorme, d'où la nécessité des dispositions régulatrices précédentes.

M. D. CLOS,

Professeur à la Faculté des sciences de Toulouse.

DE LA DIMIDIATION DES ÊTRES ET DES ORGANES DANS LE RÈGNE VÉGÉTAL

— Séance du 29 septembre 1887. —

Il est un phénomène ou méconnu ou mal interprété jusqu'ici et qui, cependant, n'est pas rare en morphologie végétale : c'est la réduction soit d'un être, soit d'un organe axile ou appendiculaire à une de ses moitiés.

I. — Dimidiation des êtres.

La dimidiation a été depuis longtemps constatée dans les degrés les plus inférieurs des deux règnes organiques, où elle devient un des principaux modes de multiplication asexuée. Aux Diatomées et aux Desmidiées appartiennent des êtres formés de deux *hémisomates* qui, à un moment donné de leur existence, se séparent pour se reconstituer en entier. Ce phénomène, si commun chez les infusoires ciliés, paraît être la conséquence d'une surnutrition, l'individu, incapable de dépasser le summum de développement ou de taille assigné à son espèce, se partageant en deux rejetons destinés à se compléter, puis à se fendre à leur tour [1].

M. Van Thieghem signale chez les Phanérogames un fait qui n'est pas sans analogie avec les précédents : un embryon dicotylé fendu suivant sa longueur en deux moitiés, entraînant chacune soit un cotylédon soit deux moitiés de cotylédons, germe et reprend dans chaque moitié ses caractères normaux, cicatrisant ses sections et fermant en un anneau complet le demi-cercle formé par l'arc générateur libéroligneux de la tige et de la racine. (*Traité de Bot.*, 904.) Ne faut-il pas considérer aussi comme normalement dimidiés les embryons macropodes réduits à l'axe ou hypocotyle : tels ceux des *Lecythis, Bertholletia,* ceux des Orchidées et des *Monotropa,* tous également dépourvus de gemmule et de cotylédons?

1. Toutefois M. Balbiani faisait remarquer, en 1861, qu'Ehrenberg a dans plus d'un cas confondu la fissiparité avec la conjugaison, pour laquelle deux de ces êtres inférieurs s'accolent longitudinalement.

II. — Dimidiation des organes.

En 1844, Flourens publiait ses *Études sur les lois de la symétrie dans le règne animal,* où il démontrait, contrairement à l'opinion de Bichat, que les organes de la vie organique ne sont pas moins soumis à la symétrie que ceux de la vie animale, tels les poumons, les branchies, les trachées. Mais il n'en est pas moins vrai que chez les reptiles, et notamment chez quelques Sauriens et presque tous les Ophidiens, un poumon est très petit par rapport à l'autre, et que parfois même il finit par disparaître (Amphisbènes, Rouleaux).

Il y a donc dans le règne animal des organes dimidiés *par défaut*.

Nous allons trouver les analogues dans le règne végétal, où la dimidiation est aussi, du moins chez les êtres supérieurs, presque toujours longitudinale.

A. — Organes élémentaires.

Ne peut-on pas, à la rigueur, considérer comme demi-organes : 1° les deux cellules réniformes de l'appareil stomatique, nées, comme on sait, de la partition d'une cellule-mère par une cloison médiane dédoublée ; 2° la cellule terminale du filament cloisonné d'une conferve née aussi d'un cloisonnement et destinée à s'accroître et à se compléter ; 3° les *hémispores* qui, dans les Conjuguées, sont destinées à s'unir et à se fondre d'ordinaire en un seul corps reproducteur ; 4° les *azygospores,* dont la destination est la même, mais qui se sont arrêtées dans leur marche ?

B. — Organes composés.

§ 1. — *Dimidiation des organes axiles.*

J'ai vu des cladodes fertiles de *Ruscus aculeatus* représentés par deux lobes inégaux, distincts presque jusqu'à leur base, le petit groupe floral naissant de l'angle qu'ils forment.

La dimidiation des organes axiles est une conséquence du progrès de développement :

1° Chez certaines *racines* pivotantes, où le pivot se partage au sommet, grâce à un double point végétatif, en deux axes secondaires, cas si fréquent chez les *Rumex* et nombre d'Ombellifères (Carotte, Persil, etc.) ;

2° Chez certaines *tiges :* Lycopodiacées ;

3° Chez des axes de divers degrés de l'inflorescence : Saxifragées du groupe *Bergenia, Spiræa Filipendula,* presque toutes les Crucifères, etc.

§ 2. — *Dimidiation des organes appendiculaires.*

Ces sortes d'organes peuvent être réduits à une de leurs moitiés longitudinales par deux causes toutes différentes, tantôt par *défaut* de développement, tantôt par *excès* de lobation; et lorsqu'ils sont groupés en nombre pair en verticilles, ceux-ci peuvent également être réduits par défaut à moitié des éléments que réclamerait la symétrie.

Feuilles. — 1° *Dimidiées par défaut :*

α. *Normalement.* — L'inflorescence du *Pittosporum undulatum* porte des feuilles florales ou bractées, les unes complètes, d'autres dimidiées soit entièrement, soit dans une partie variable de leur longueur (*fig.* 1, 2, 3 et 4); et il suffit d'examiner dans une école de botanique un certain nombre d'arbres ou d'arbustes pour apercevoir



Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

de ci de là quelques feuilles d'un développement moindre, plus ou moins courbées en faux et bordées du côté intérieur soit par la nervure médiane, soit par une très mince bande ou des fragments de parenchyme accolés à cette nervure. Le Jujubier m'a offert à cet état la feuille en apparence terminale d'un de ses nombreux rameaux caducs.

β. *Anormalement.* — Le *Rhodotypos Kerrioides* (arbuste de la famille des Rosacées) aux feuilles opposées, m'a parfois montré soit une des feuilles de la paire la plus voisine de la fleur terminale soit les deux réduites à une moitié et prenant l'apparence de faux (*fig.* 5).

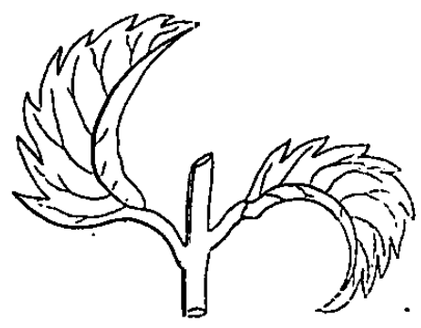


Fig. 5.

Fermond a représenté, dans son *Essai de Phytomorphie* (t. I, pl. IV, ff. 6 et 7, pl. VI, f. 17), des feuilles de vigne et de *Syringa vulgaris* réduites aussi à la moitié de leur limbe.

Une feuille de *Polystichum Filix-mas* manquait presque entièrement d'une de ses moitiés longitudinales; et une de Scolopendre officinale, qui était dans le même cas, s'était contournée en faux autour de la nervure médiane.

A l'aisselle d'une feuille de *Lamium amplexicaule* était un bourgeon normal, et à côté de lui un autre bourgeon qu'*aisselait* une demi-feuille bordée par la nervure médiane.

J'ai sous les yeux des feuilles de Laurier noble falciformes, et dont le côté intérieur est très réduit par suite du dépôt d'œufs d'insectes dans un repli du bord de cette moitié.

2° *Dimidiées par lobation.* — Le genre *Bauhinia* en fournit les plus beaux exemples. J'ai démontré jadis la fausseté de la théorie, encore aujourd'hui professée, qui voit dans chaque feuille de *Bauhinia* la soudure de deux folioles [1]. Les *B. rufescens* (*fig.* 6, et Lamarck, *Illustr.*, t. 329) et *Outimouta* Aubl. (*Guyan.*, t. 144) montrent avec une parfaite évidence les deux moitiés de la feuille — les auteurs diraient les deux folioles devenues libres — très inéquilatères et sans nervure médiane, tandis que cette nervure est des plus manifestes, s'étendant jusqu'à la fissure de séparation chez les *B. aurita* L., *chinensis* Vog., *tomentosa* L., *macrostachya* et autres.

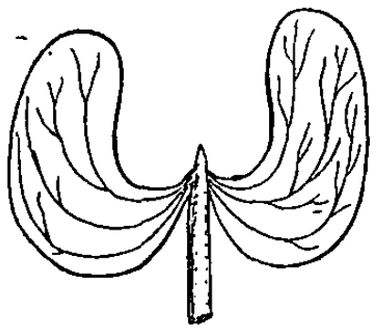


Fig. 6.

La nature des feuilles palminerves ou peltinerves paraît inconciliable avec la dimidiation.

Folioles. — Que l'on examine les innombrables petites folioles de chaque feuille surdécomposée des *Acacia lophantha* et *Julibrissin*, et on les verra parcourues dans leur longueur par une seule nervure tout près de leur bord rectiligne ou supérieur et parallèle à lui. Là toutes les folioles sont également dimidiées. Ailleurs, chez le *Pistacia palæstina* par exemple, une des paires des folioles de la feuille pinnée se montre, et avec des dimensions beaucoup moindres et réduite à une de ses moitiés longitudinales, bordée par la nervure médiane.

Stipules. — Par leur position de chaque côté de la feuille, les stipules ont fréquemment une tendance à perdre la symétrie binaire et à voir prédominer une de leurs moitiés. Rosacées, Pomacées, Légumineuses, Passiflorées, Salicinées offrent, à côté de stipules à nervure médiane, — cas le plus habituel, — de nombreux exemples où

1. Voir *Mém. de l'Acad. des scienc., inscr. et bell.-lettr. de Toulouse*, 7e série, t. X, pp. 112 et suiv.

celle-ci est déplacée, et quelques-uns où la principale nervure est très rapprochée d'un des bords de la stipule ou même totalement marginale; ces organes deviennent alors fréquemment falciformes. Telles celles :

1° Du *Sanguisorba canadensis,* ressemblant chacune à une moitié des folióles de l'espèce, à cette différence près qu'elles sont réfléchies et en faux (*fig.* 7);

2° Des *Crataegus punctata* et *Azarolus* (*fig.* 8 et 9):

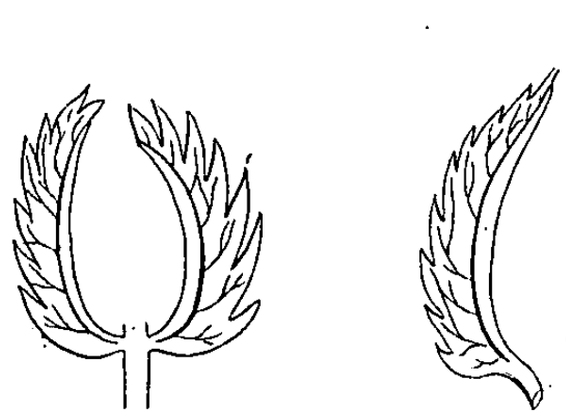


Fig. 7.

Fig. 8.



Fig. 9.

3° De la Fève, des *Crotalaria verrucosa* et *Wallichiana* (*fig.* 10 et 11), comme le montre si bien, pour la seconde espèce, la figure qu'en donne R. Wight (*Icon. Plant. Ind. orient.*, III, tab. 982), des *Medicago Lupulina* et autres ;

4° Des *Tacsonia tomentosa* et *longiflora,* du *Passiflora caerulea* (*fig.* 12 et 13, et Cav. *Icon.*, tab. 275, 277, 278). M. Masters écrit, dans

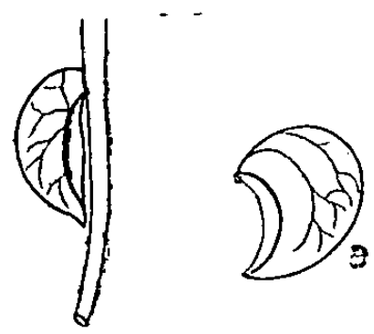


Fig. 10.

Fig. 11.



Fig. 12.



Fig. 13.



Fig. 14.

la description des *Passiflora Raddiana* et *Miersii* :« Stipulæ dimidiato-oblongæ »[1];

5° Des *Salix caprœa, undulata, stylosa, aurita* var. *longifolia* Ser., *cinerea* var. *ovalifolia* Ser.

6° Du *Cissus auriculata* (Wight, *Icon.*, I, tab. 145);

7° Du *Belangera speciosa* (*fig.* 14).

1. Il y a lieu de faire remarquer que dans le *Passiflora racemosa* les stipules très développées foliacées sont symétriques avec leur principale nervure médiane ou submédiane.

Bractées. — Une Convallariée, fréquemment cultivée, le *Smilacina stellata* Desf. offre un magnifique exemple de dimidiation des bractées. Sur les nombreuses tiges florales nées du rhizome trois m'ont présenté la bractée inférieure — la seule existant à l'inflorescence, car la grappe est de *partition* — contournée en faux, la nervure qui aurait été médiane, bordant la tranche intérieure de ce demiappendice. Les trois cas étaient identiques (*fig.* 15).

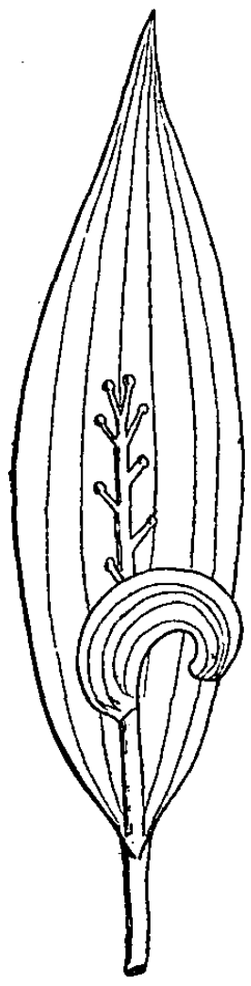


Fig 15.

Sépales. — Ne faut-il pas voir un sépale subdimidié dans le troisième appendice semibarbu (*semiberbis*) de plusieurs espèces de Rosiers et notamment des *Rosa centifolia, gallica, canina?*

Un calice de *Vinca minor* m'a montré, en plus de ses cinq segments, un petit appendice falciforme et dimidié interposé à deux d'entre eux.

Pétales. — A. *Dimidiation normale.*

1° *Pétales dimidiés par défaut.* — Les *Hypericum* ont les deux moitiés de chaque pétale en général inégales, inégalité qui va presque jusqu'à la dimidiation dans quelques espèces, notamment dans les *H. dolabriforme* Vent. (*Jard. de Cels,* t. 45), et *cuneatum* (*fig.* 16, et Jaub. et Sp., *Illustr. pl. orient.,* t. 25).

Les deux pétales de la carène d'un assez grand nombre de Papilionacées sont aussi asymétriques considérés isolément, toutes leurs nervures partant du bord inférieur. Bien que représentant chacun un pétale entier, ils tendent, par suite de leur rapprochement et de leur connation fréquente qui, parfois, a fait considérer la carène par quelques anciens phytographes comme formée d'un seul pétale, à prendre les caractères de la dimidiation. Dans le *Wistaria chinensis,* ailes et pièces de la carène ont toutes également les nervures rattachées à une principale submarginale.

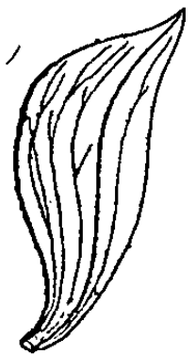


Fig. 16.

2° *Pétales dimidiés par lobation.* — Un des plus beaux exemples est offert par les *Stellaria media, uliginosa,* etc., aux pétales bipartis; j'ai constaté que chaque demi-pétale de la seconde espèce est parcouru de la base au sommet par deux nervures longitudinales.

B. *Dimidiation tératologique.* — J'ai vu des pétales de Lis blanc et de Tulipe de Gesner réduits à une de leurs moitiés longitudinales, et parfois émettant une étamine du bord correspondant à leur nervure médiane, étamine tantôt complète, tantôt réduite à l'anthère sessile,

Corolle et androcée. — La corolle monopétale peut être réduite, dans une de ses parties, à la moitié soit du limbe (*Ajuga*), soit du tube et du limbe (*Arnica, Dahlia, Gaillardia,* etc.), second cas où elle est qualifiée par M. Baillon d'*hémiligulée*. (*Traité de Bot. médic.*, 131.)

La corolle polypétale est aussi dimidiée dans l'*Ornus dipetala* (fig. in Hooker, *Bot. of Beech.*, t. LXXXVII), où la fleur, dont le calice est quadridenté, a ses pétales réduits à deux, conclusion qui s'applique également dans cette espèce à l'androcée dimère. Ce caractère de l'androcée est à peu près général aux Oléinées.

Ne doit-on pas tenir aussi pour dimidié l'androcée des *Diplandra* et *Semeiandra* (Œnothérées), dont la fleur, à quatre parties au calice et à la corolle, n'a que deux étamines ?

Étamines. — La dimidiation de l'organe mâle peut porter soit sur l'anthère seule, soit sur l'anthère et le filet.

La tendance à l'écartement des deux loges de l'anthère, si manifeste dans nombre de genres de Labiées où ces loges ont, par excès de divergence à la base, leur fente de déhiscence sur une même ligne horizontale, atteint son plus haut degré chez le Charme, où le filet bifide a chaque branche terminée par une demi-anthère ; et on peut en rapprocher les étamines des *Tetracera* (Dilléniacées) et des *Popowia* (Anonacées), où les deux loges sont fortement écartées par l'interposition d'un énorme renflement terminal du filet en connectif.

Dans le genre *Canna,* l'anthère est à toute époque réduite à une de ses moitiés ; et les anthères uniloculaires et réniformes des Malvacées sont dans le même cas.

Ne faut-il pas considérer comme dimidiées chacune des quatre étamines latérales et uniloculaires des deux phalanges des Fumariacées ? les huit à une loge aussi appartenant aux deux androphores des Polygalées ? les quatre grandes des Crucifères provenant chacune, au rapport de de Candolle, d'Aug. de Saint-Hilaire, d'A. Moquin-Tandon et de Webb, et plus récemment d'Eichler, du dédoublement d'un mamelon primitif, interprétation que semble confirmer le genre *Atelanthera* où les anthères de ces étamines sont uniloculaires? A l'état tératologique, *Matthiola incana* et *Silene conica* ont montré aussi chacun une demi-anthère et un demi-filet, « ce qui réalisait parfaitement l'état normal de ces organes dans les Polygalées (A. Moquin-Tandon, *Élém. de Térat. végét.*, 297) ». La disjonction accidentelle des loges de l'étamine a été offerte par *Tulipa Oculus-solis* et *Lilium pyrenaicum*. (*Ibid.*)

Pistils. — L'ovaire du pistil des Labiées et des Borraginées, dans

lequel tous les botanistes s'accordent aujourd'hui à voir quatre hémicarpelles ou hémachaines, est un des plus notables exemples de dimidiation d'organes.

Aux yeux des botanistes qui, arguant de la position des stigmates chez les Crucifères, considèrent le pistil de celles-ci comme tétracarpellé, avec avortement habituel (sauf dans le genre *Tetrapoma*) de deux carpelles, ce pistil est dimidié; et il l'est aussi, selon plusieurs morphologistes, chez les Graminées, où l'ovaire paraît réduit à une seule feuille carpique, alors que les deux styles semblent en réclamer deux. Il est vrai que les observations organogéniques de M. Licopoli sur le développement de ce pistil ne lui ont montré qu'un seul mamelon originel.

Si le légume des *Astragalus* est monocarpellé, on doit considérer comme deux hémicarpelles les deux moitiés du fruit qui, chez l'*A. didymocarpus*, se séparent à la maturité, emportant chacune une graine et tout à fait semblables, à en juger par les figures afférentes à cette curieuse espèce. (In Hooker, *Bot. of Beech.*, t. LXXXI.)

Théoriquement, le pistil des *Gayophytum* et *Trapa* réduit à deux loges, les autres verticilles ayant le type quaternaire, est dimidié.

Tendance a la dimidiation. — Le *Rubia peregrina* offre fréquemment sur ses rameaux et mêlés aux feuilles normales, de plus petits appendices semilunaires et dont la principale nervure est très rapprochée du bord le plus court.

La même disposition s'observe sur un certain nombre des sépales pétaliformes de l'Hortensia.

Fausse dimidiation. — On l'a déjà dit plus haut, quelques organes pairs ou doubles affectent parfois, et comme exceptionnellement, le caractère d'organes dimidiés lorsqu'ils se trouvent rapprochés et destinés à former par leur union une partie bien distincte : tels sont les deux pétales dont l'ensemble constitue la carène des Papilionacées (*Spartium, Genista sagittalis*) et parfois même les ailes (*Colutea arborescens, Ornithopus, Hedysarum*).

Dans l'opinion, aujourd'hui à bon droit répudiée, que les Cucurbitacées des genres *Cucumis, Citrullus, Ecbalium, Bryonia,* etc., n'ont que deux étamines et demie, le troisième élément de l'androcée plus petit que les deux autres représentait une moitié d'étamine.

Dimidiation transversale. — La dimidiation transversale des organes est si rare chez les plantes vasculaires que je n'ai pas cru devoir m'en occuper dans cette note. On voit parfois des feuilles de Laurier-rose comme étranglées vers leur milieu, et le *Pothos scan-*

dens figuré par Wight (*Icones*, III, t. 776) a sa feuille comme formée de deux limbes superposés.

Ce premier essai sur la dimidiation, tout informe qu'il est, éveillera sans doute l'attention sur une disposition organique jusqu'ici délaissée. J'ai lieu de penser que des recherches poursuivies dans le même sens permettront d'arriver à des résultats importants pour la morphologie végétale.

M. JOUBIN,

Docteur ès sciences, préparateur du laboratoire de Roscoff.

STRUCTURE ET DÉVELOPPEMENT DES GLANDES SALIVAIRES DES CÉPHALOPODES.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

Des descriptions succinctes des glandes salivaires chez les Céphalopodes ont été données par divers auteurs; ces travaux sont plus ou moins anciens, aucun n'a consacré un travail d'ensemble à l'étude de ces organes si parfaits dans les Céphalopodes.

Chez le poulpe (*Octopus vulgaris*), M. Livon, en 1878, a rapidement décrit les glandes salivaires; il a trouvé une première paire volumineuse située dans la cavité abdominale; une seconde paire placée sur les côtés du bulbe buccal; enfin, une glande impaire et médiane qui est logée sous la langue, dans la cavité comprise entre cet organe et la mandibule cornée inférieure.

M. Livon n'a pu trouver le canal excréteur de cette glande; cela tient à ce qu'en effet cette glande n'en a pas, et cela pour une raison que cet auteur n'a pas reconnue; c'est que cette glande est formée d'une foule de culs-de-sacs, indépendants les uns des autres, et s'ouvrant tous isolément dans la poche comprise entre la langue et la mandibule inférieure.

J'ai étendu du poulpe à tous les autres céphalopodes dibranchiaux de nos côtes la découverte de cette glande sublinguale. Je dois à l'amabilité de M. Vayssière d'avoir pu examiner un bulbe buccal de Nautilus micrombilicatus; chez cet animal la langue est divisée en trois lobes foliacés, et sur ceux-ci je crois avoir retrouvé quelque

chose d'analogue à la glande sublinguale; mais n'ayant eu qu'un seul individu, je ne veux pas en tirer de conclusions trop certaines.

Chez les Céphalopodes décapodes, on trouve la paire de glandes abdominales et la sublinguale; il n'est pas décrit de glandes bulbaires. J'ai cependant retrouvé ces glandes, et même très volumineuses; mais au lieu d'être extérieures elles sont plongées entre les fibres musculaires entrecroisées du bulbe; en outre. elles sont réunies en une seule masse impaire comprise entre l'œsophage et le sac radulaire. à l'orifice duquel elle vient s'ouvrir.

Je la considère comme l'homologue des glandes extra-bulbaires des octopodes, non seulement pour des raisons anatomiques. mais aussi par l'étude de l'embryogénie.

Chez le nautile on retrouve, très réduites, mais morphologiquement avec les mêmes rapports, une paire de glandes bulbaires; il n'y a pas de glandes abdominales.

Chez les Octopodes. les glandes abdominales reçoivent chacune une petite artère; de même les glandes bulbaires; cela fait quatre artères qui se réunissent deux à deux, de chaque côté, pour former deux petits troncs partant des deux premières branches de l'aorte. Ces quatre artères pénètrent dans les glandes, et immédiatement s'y divisent en une quantité de branches, ou plutôt d'espaces, qui enveloppent les acini glandulaires. Les glandes de ces animaux étant dépourvues de gaine celluleuse, le sang, après avoir circulé entre les acini, arrive à la périphérie par autant de petits orifices qu'il y a d'espaces interaciniens, et tombe comme par les trous d'une pomme d'arrosoir dans le grand sinus veineux. Chez les Décapodes, les artères des glandes abdominales sont beaucoup plus nombreuses et ces glandes étant enveloppées dans une gaine, le sang est collecté dans des sinus qu'elle renferme, et de là ramené par deux gros troncs dans la grande veine.

Les glandes salivaires peuvent au point de vue histologique se ramener à deux types, de glandes muqueuses. La première produit un ferment à gros grains. la seconde un ferment très petit mêlé à des boules de mucus. On peut rattacher au premier type les cellules des glandes bulbaires des octopodes et décapodes, et la sublinguale; au second type, les glandes abdominales. Je suis arrivé à extraire en quantité suffisante les ferments de ces glandes en suivant la méthode ordinaire par l'alcool et l'eau. Avec 150 élédones, on obtient environ 30 centigrammes du ferment sec de la glande abdominale et 10 centigrammes de celui de la glande bulbaire. On peut, en outre, constater que la glande abdominale n'est pas une glande en grappes, mais en tubes, et que les extrémités périphériques de ces tubes sont entourées de fibres musculaires en anneaux.

J'ai étudié l'embryogénie des glandes salivaires chez la Sèche, la Sépiole, le Calmar, l'Argonaute et le Poulpe. Chez le Calmar, les phénomènes du développement sont assez faciles à suivre avec soin. A Banyuls ou à Roscoff, on peut, grâce à l'installation des laboratoires, suivre toutes les phases de l'évolution de ces embryons.

Chez le Calmar, l'invagination buccale apparaît de bonne heure et se creuse de plus en plus en formant un petit canal descendant entre l'ectoderme et le sac vitellin. Un peu plus tard, une bifurcation dorsale de ce canal apparaît : c'est le premier rudiment des glandes salivaires abdominales; ce canal s'allonge, se bifurque dans le sens latéral, et chacune des branches va former une des glandes salivaires par des divisions successives de ce canal en lobules qui se groupent et s'accollent.

La glande salivaire sublinguale se développe d'une invagination se produisant dans la cavité buccale. L'épithelium du côté dorsal, en se plissant, forme la glande, du côté ventral il sécrète la mandibule cornée.

La paire de glandes extra-bulbaires des octopodes et la glande impaire intra-bulbaire des décapodes, se développent par une invagination de l'œsophage (sous la radula), qui ne tarde pas à se bifurquer et à produire deux glandes en dehors du bulbe chez le Poulpe; chez la Sèche au contraire, le canal reste unique et se développe en une grosse glande très anfractueuse enfouie dans la masse musculaire du bulbe.

MM. H. de LACAZE DUTHIERS et G. PRUVOT,

A Paris.

SUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA PHILINE APERTA.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Les Philines pondent sur le sable des masses glaireuses ovoïdes qui atteignent jusqu'à 7 centimètres de long et ne renferment alors pas moins de cent cinquante mille œufs en une seule file, pelotonnés presque régulièrement dans l'intérieur de la masse. Et la ponte se répète certainement un assez grand nombre de fois pendant la belle saison puisque pour un seul mois, du 5 août au 5 septembre, qua-

rante-deux individus conservés en captivité nous ont fourni, malgré cette condition anormale, soixante-dix-sept pontes.

La ponte est émise sur le côté droit de la tête du parent, les œufs, à mesure de leur expulsion par l'orifice génital étant entraînés dans le sillon qui sépare le lobe droit du pied du capuchon céphalique, en vertu du vif courant ciliaire qui y règne. Ce sont surtout les parois de ce sillon qui secrètent l'enveloppe glaireuse. Moulée sur lui, celle-ci forme d'abord un cordon cylindrique creux au centre qui, grâce au mouvement de rotation imprimé à l'ensemble à mesure qu'il chemine, simule par la torsion de cette cavité centrale des sortes de chalazes unissant tous les œufs en chapelet. Les tours de ce cordon, d'abord aisément séparables, ne tardent pas à se gonfler beaucoup au contact de l'eau ambiante et à se souder intimement à la partie déjà émise. Le cordon continue quelque temps à se former encore après que l'émission des œufs a cessé, et la mère, en s'éloignant, le laisse derrière elle dans le sable où il sert à assujettir la ponte.

Segmentation. — Le vitellus sphérique et de 0,1 millimètre se divise d'abord en deux, puis quatre sphères égales et, dès ce stade, apparaît la symétrie bilatérale de l'embryon, deux sphères opposées se touchant suivant une ligne dont la longueur sépare les extrémités internes des deux autres. Un nouveau plan de division perpendiculaire aux deux précédents détache à la fois des quatre sphères primitives quatre cellules beaucoup plus petites et formées exclusivement de protoplasma. Elles ne se touchent pas au centre, et quatre nouvelles petites cellules détachées encore à la fois des grosses sphères viennent se placer entre elles, réunies juste au point d'émission des globules polaires, qui se trouve ainsi défini comme pôle formatif. Puis l'épibolie continue et le rudiment d'ectoderme formé par les huit petites cellules enveloppe de plus en plus les quatre sphères vitellines, tant par la division de ses propres éléments que par la formation de cellules nouvelles qui se détachent des grosses sphères à mesure que le protoplasma s'élabore dans leur intérieur au détriment du vitellus nutritif.

Quand la calotte ectodermique est composée de vingt cellules et forme à peu près un hémisphère autour de quatre grosses sphères primitives, une de celles-ci, une des deux opposées qui sont unies au centre suivant une ligne, mais que rien jusqu'ici n'avait permis de distinguer de ses congénères, éclaircit notablement son contenu et se divise en deux, puis quatre cellules, qui sont l'ébauche du mésoderme.

D'après la suite du développement, on peut constater que la sphère qui s'est ainsi divisée correspond à la partie inférieure de l'embryon·

Celle qui lui était opposée est et restera supérieure, mais les deux latérales se rapprochent l'une de l'autre en tournant autour de la sphère supérieure, du côté du pôle nutritif, de façon qu'elles forment encore par leur ensemble un triangle, mais dont le plan est à peu près perpendiculaire à celui qu'elles formaient précédemment. Il en résulte que l'axe primitif de l'ébauche embryonnaire qui passait par le pôle nutritif et le pôle formatif est maintenant brisé presque à angle droit, le pôle formatif et les globules polaires qui en marquent la position, tant que les mouvements de l'embryon sont nuls ou se se bornent à quelques oscillations, sont maintenant situés à l'extrémité supérieure et un peu dorsalement (point qui correspond exactement au centre du voile futur), et le pôle nutritif se trouve reporté au milieu de la face ventrale.

C'est là que se forme immédiatement après le blastopore. A cet effet, les trois sphères endodermiques, encore à nu de ce côté, détachent de leur substance autant de cellules qui, par leurs divisions, complètent l'ectoderme du côté ventral et limitent une fente longitudinale qui se rétrécit peu à peu, terminée vers le tiers supérieur du corps par la dernière cellule née de la grosse sphère correspondante et s'évasant largement en bas. L'embryon montre alors la forme d'un cœur de carte à jouer à pointe supérieure et émoussée. Puis les cellules ectodermiques se rapprochent et se soudent vers le milieu de la fente qu'elles divisent ainsi en deux parties, une supérieure, la bouche définitive de l'animal, l'autre inférieure, évasée, qui donnera naissance à la coquille et représente ce que les auteurs ont appelé la *glande coquillière* ou l'*invagination préconchylienne*.

Ectoderme. — Tous ces phénomènes s'accomplissent en moyenne en cinquante heures, et, vers ce moment, apparaît autour de l'extrémité supérieure une rangée unique de cils vibratiles, ébauche du voile céphalique. Celui-ci se développe d'abord par l'allongement des cellules qui portent les cils, puis par une sorte de pincement du tégument au-dessous d'elles. Il est légèrement incliné sur le dos, s'échancre de bonne heure au-dessus de la bouche, et montre plus tard en son centre deux longs cils vibratiles animés de mouvements latéraux, juste en arrière desquels un épaississement de l'ectoderme forme le rudiment des ganglions cérébroïdes. Enfin, il se forme bientôt au-dessous du bord libre du voile un sillon limité inférieurement par un bourrelet épais et tout tapissé de fins cils vibratiles, qui correspond à la couronne postorale des rotifères.

Le pied paraît d'abord comme une proéminence mal définie de l'ectoderme au-dessous de la bouche, puis s'aplatit de haut en bas en

chassant peu à peu de son intérieur la portion du sac endodermique qui remplissait presque entièrement sa cavité, s'effile en pointe mousse et acquiert deux lobes latéraux peu accusés. Sa face supérieure se recouvre alors en totalité de cils vibratiles très fins et très serrés, tandis que la face inférieure secrète un opercule papyracé mince et transparent.

Les otocystes sont d'abord situés très superficiellement sur les côtés de la bouche, entre le champ du voile et le pied. Ce n'est que plus tard qu'ils se trouvent englobés dans la base de ce dernier. L'otolithe unique, très petit d'abord, se forme le premier. Il appartient à l'ectoderme et prend naissance certainement dans une de ses cellules, car on peut, dans les cas favorables, apercevoir au début, à une faible distance autour de lui, un mince contour circulaire qui ne peut être qu'une enveloppe cellulaire. Puis, les cellules voisines forment la paroi de la vésicule auditive en se groupant autour de lui et en s'aplatissant. Plus tard, les plus profondes de ces cellules forment, par leur multiplication, un petit amas, origine du ganglion pédieux, d'où on voit partir plus tard un filet qui longe le bord du pied. Ce rudiment ganglionnaire coiffe en dedans l'otocyste et le met supérieurement en contact avec le noyau nerveux cérébroïde, de sorte que le système nerveux représente alors un fer à cheval ouvert en bas et embrassant dans sa concavité l'origine de l'œsophage.

A l'inverse de ce qui se passe d'ordinaire chez les Gastéropodes, on ne rencontre pas d'yeux céphaliques chez l'embryon de la Philine, mais un œil larvaire asymétrique et très volumineux se développe également aux dépens de l'ectoderme sur le côté droit du corps, au voisinage du point où apparaîtra l'anus. Il suit dans son développement la même marche que les otocystes. Le cristallin se forme dans une cellule ectodermique à laquelle les cellules voisines forment peu à peu une enveloppe ; elles se chargent de granulations pigmentaires d'abord rouge vif, puis noir foncé, et, quand l'organe est complètement constitué, il se montre enchâssé du côté interne dans un petit amas cellulaire que nous ne pouvons considérer que comme le rudiment du centre nerveux inférieur.

L'invagination coquillière, à peine perceptible au début, s'agrandit rapidement et forme au-dessous de la masse endodermique une poche communiquant avec le dehors par un orifice inférieur. Elle montre constamment dans sa cavité une masse blanc crétacé à la lumière directe, faisant effervescence avec les acides, et qui constitue les matériaux de formation de la coquille. Celle-ci, dans sa portion initiale qui n'est pas encore enroulée, est composée de petites lamelles calcaires soudées par leurs bords ; ce qui donne à l'ensemble un

aspect vermiculé sous un fort grossissement. Mais dès que la dévagination de la glande a eu lieu et que le repli palléal a commencé à se montrer dorsalement, celui-ci reste seul chargé de l'accroissement de la coquille ; alors elle présente un aspect plus compact et montre, au lieu des fines sutures irrégulières précédentes, des stries d'accroissement parallèles au bord libre.

Endoderme. — Dès que la fente blastoporienne a fait son apparition, les trois grosses sphères vitellines entrent en division à peu près simultanément, et forment bientôt une masse cellulaire irrégulière et bosselée qui commence à se différencier vers le quatrième jour. Elle se creuse d'abord d'une cavité centrale par simple refoulement des éléments à la périphérie, puis se divise en quatre lobes d'abord à peu près semblables et également remplis de granulations vitellines qui formeront l'estomac, le foie et l'intestin. Ce dernier, d'abord sphérique et situé à droite, se tapisse de cils vibratiles, s'allonge et forme deux anses dont la dernière embrasse dans sa concavité l'œil larvaire, en avant duquel elle remonte presque jusqu'à son sommet. L'anus est une formation tardive dont la place n'est indiquée jusqu'après l'éclosion que par une petite fossette munie de trois à quatre cils vibratiles, juste au-dessus de l'œil, de sorte que l'intestin est à peu près en totalité d'origine endodermique, et il en est de même de l'œsophage, qui est produit par étirement de la partie supérieure du sac endodermique à mesure que celui-ci est refoulé dans la région inférieure du corps.

Le lobe médian devient l'estomac, arrondi, composé d'une seule couche de cellules cubiques transparentes et ciliées. Il montre peu à peu à l'intérieur, en bas et un peu dorsalement, un épaississement de sa paroi en forme d'éperon légèrement recourbé, tout couvert de petites épines rigides qui doivent peut-être être regardées comme l'origine des pièces calcaires stomacales de l'adulte. Les deux autres lobes non ciliés conservent jusqu'à la fin l'aspect jaunâtre dû à l'accumulation des granulations vitellines. Ils sont aussi formés d'une seule couche de cellules et, tandis que le plus ventral, qui deviendra le lobe droit du foie, se réduit progressivement au point de devenir difficilement perceptible, le lobe dorsal, le futur lobe hépatique gauche, se différencie de plus en plus, régularise sa forme et se charge de granulations pigmentaires très petites et d'un noir foncé.

Mésoderme. — Tous les organes précédents commencent à apparaître à peu près simultanément vers la soixantième heure, et à ce moment le mésoderme qui formait d'abord par division de la grosse

sphère vitelline inférieure un simple amas de cellules dorsales et inférieures se développe latéralement en deux lames qui remontent le long du sac endodermique. Leurs extrémités supérieures qui se montrent dans le champ du voile, comme deux croissants concentriques à son bord, ne tardent pas à se diviser en deux couches, dont l'interne nous a paru destinée à donner naissance au rein céphalique larvaire, masse allongée qui s'étend juste au-dessus de l'otocyste et communique avec le dehors par un petit orifice vibratile à la jonction du repli palléal et du tégument latéral du corps. La couche externe, elle, ne pouvant suivre le voile dans son accroissement rapide, se creuse de vacuoles qui s'étendent de plus en plus et finissent par se fusionner en une cavité unique à travers laquelle les éléments mésodermiques étirés perdent peu à peu leur apparence cellulaire pour devenir les muscles moteurs du voile. Ils sont sur deux plans superposés et vont, pour la plupart, se réunir à la base du pied.

La cavité générale se forme partout par le même processus et non par un clivage régulier du mésoderme. Un grand muscle columellaire la traverse à gauche du tube digestif, inséré en bas au fond de la coquille, et s'épanouissant en haut en éventail; quelques-unes de ses fibres s'attachent à la base du pied et ont pour mission de le relever, ainsi que l'opercule, tandis que les autres se continuent directement avec les muscles propres du voile qu'elles servent à rétracter à l'intérieur de la coquille. C'est donc par excellence l'organe défenseur de l'embryon, grâce auquel il peut s'enfermer dans la coquille et défier les attaques de ses ennemis. Mais il n'a qu'une existence transitoire.

L'embryon veligère est complètement formé à partir du cinquième jour, et l'éclosion, qui est très précoce chez cette espèce, a lieu du sixième au septième jour en moyenne.

Pendant la période qui suit, il n'apparaît aucun organe nouveau. La taille même de l'embryon ne s'accroît que peu. Seulement, les tissus se différencient de plus en plus, et les granules vitellins qui étaient répandus partout, surtout dans le foie et les cellules du bord du voile disparaissent peu à peu. La cavité palléale s'approfondit et, comme conséquence, la coquille se développe de plus en plus, jusqu'à former un tour et demi environ. Par contre, le pied et le voile s'atrophient progressivement, et de ces deux processus inverses il résulte que, du seizième au dix-septième jour après l'éclosion, l'embryon qui jusque-là nageait activement dans l'eau ambiante, ne peut plus s'y soutenir et tombe au fond, où il reste immobile. C'est à cette époque, croyons-nous, qu'a lieu la métamorphose, et elle doit s'accompagner de la chute de la coquille larvaire, car le tégument ecto-

dermique en est maintenant à peu près complètement détaché, n'y adhérant plus que par le point correspondant à l'insertion du muscle coquillier, et, de plus, ce dernier est presque complètement atrophié. Il ne forme plus qu'une petite bandelette à peine visible, insuffisante pour déterminer la contraction du voile et du pied. Aussi les embryons qui, jusqu'alors, s'enfermaient subitement sous leur opercule à la moindre alerte, sont-ils exposés maintenant sans défense aux attaques des Infusoires, qui les dévorent jusque sur le porte-objet du microscope, et les détruisent jusqu'au dernier en quelques heures. Nous n'avons pas encore réussi à leur faire franchir ce passage dangereux.

Le cœur, la branchie, le bulbe buccal, le corps de Béjanus, les organes génitaux n'ont pas encore apparu.

M. le Docteur G. FERRÉ,

Professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Bordeaux.

VARIATIONS DU RYTHME RESPIRATOIRE CHEZ LE LAPIN RABIQUE.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

J'ai eu l'occasion de pratiquer, depuis le mois de novembre dernier, des inoculations rabiques chez le lapin. Le nombre des animaux que j'ai inoculés jusqu'ici, s'élève à quatre-vingt-dix-neuf. Ces inoculations ont été faites dans le but de contrôler l'existence de la rage chez le chien et même chez l'homme, ou bien dans le but de faire des séries continues de plus en plus virulentes, suivant les préceptes de Pasteur.

Dès le début de ces inoculations, je remarquai que la respiration, quoique restant régulière, allait en se ralentissant à mesure que l'animal s'acheminait vers la mort. Ce ralentissement respiratoire était donc continu et progressif. Il suivait, du reste, la marche que suivent les accidents paralytiques. Je n'ai pas besoin de rappeler ici la succession de ces derniers : généralement, le lapin rabique présente tout d'abord de la raideur dans son train postérieur, puis de la parésie dans cette même partie du corps; cette parésie gagne bientôt tout le corps et finit par se transformer en paralysie absolue.

Les troubles respiratoires dont je viens de parler, peuvent être constatés sur toutes les séries de tracés que j'ai l'honneur de soumettre aux membres du Congrès. Comme ce ralentissement respiratoire peut être attribué à des troubles d'origine centrale, d'origine bulbaire, il m'a paru intéressant de rechercher à quel moment débutait ce ralentissement. C'est le résultat de ces recherches que je viens soumettre à votre appréciation.

Les recherches ont porté sur dix lapins inoculés après trépanation suivant la méthode indiquée par Pasteur. Sur quatre de ces lapins, j'ai constaté que le ralentissement respiratoire coïncidait avec l'apparition des accidents paralytiques. Il est vrai que pour ces quatre animaux, je n'ai pris le tracé respiratoire que le jour de l'apparition de ces accidents. Mais je pense, d'après l'examen des tracés, que si j'avais recherché le début de ce ralentissement quelques jours auparavant, je l'aurais trouvé.

En effet, chez les six autres animaux, ce ralentissement progressif et continu a commencé au moins un jour avant l'apparition des accidents paralytiques. Je suis en mesure de le démontrer avec les tracés respiratoires que j'ai portés à notre section. Je vous soumettrai seulement une série de ces tracés qui représentent les phases successives de la respiration d'un lapin rabique. Tous ces tracés ont été pris sur le même cylindre animé de la même vitesse, et les portions figurées correspondent toutes au même laps de temps. Cette série a déjà été présentée à la Société anatomique de Bordeaux et publiée dans le *Journal de médecine de Bordeaux* (6 août 1887)[1].

Sur cette figure, le tracé I représente le tracé respiratoire normal de l'animal, pris avant l'inoculation. Le nombre des mouvements respiratoires compris dans l'étendue du tracé est alors de 23. On y peut facilement remarquer la progression du ralentissement respiratoire : La normale, en effet, étant de 23, le nombre des mouvements respiratoires devient successivement égal à partir du sixième jour, à 14, 10, 9, 6 et tombe définitivement à 4, la veille de la mort. Le ralentissement progressif et continu est donc bien manifeste.

Sur cette série de tracés, on peut remarquer que le ralentissement est bien manifeste à partir du sixième jour. Or, les troubles moteurs n'ont commencé que le huitième jour. Par conséquent, chez cet animal, le ralentissement a précédé de deux jours les troubles de la motilité. Sur les tracés pris chez les cinq autres animaux, on pourrait constater cette précession des accidents respiratoires et pour fournir une moyenne nous conviendrons que le ralentissement respiratoire

1. Voir *C. R. de la Soc. d'anat. et de physiol. de Bordeaux*, 1887.

s'est produit au moins un jour avant l'apparition des phénomènes paralytiques.

Ainsi donc, chez six animaux, le ralentissement continu et progressif précède au moins d'un jour l'apparition des phénomènes moteurs; sur les quatre autres, il coïncide avec ces derniers phénomènes; mais comme je l'ai déjà dit, le ralentissement avait dû être antérieur. De telle sorte que, d'une manière générale on peut affirmer que chez le lapin rabique, inoculé par trépanation, il se produit un ralentissement continu et définitif au moins un jour avant l'apparition des accidents paralytiques.

Chez cet animal, la respiration est aussi presque constamment régulière.

Quelle conclusion tirer de ces faits?

La voici : comme ce ralentissement doit être imputé à des troubles d'origine centrale (bulbaire), il en résulte que chez le lapin, comme chez l'homme, comme chez le chien, les symptômes de la rage, les troubles intellectuels étant mis de côté, débutent par des phénomènes d'ordre bulbaire. Chez l'homme, chez le chien qui présentent généralement la forme violente de la rage, ces accidents bulbaires se traduisent par des contractions spasmodiques d'ordre variable : chez le lapin, où les accidents ont tous la plupart du temps, la forme torpide, l'accident bulbaire se traduit à l'extérieur par du ralentissement respiratoire. Et encore ce dernier symptôme doit-il être recherché avec les appareils enregistreurs.

Cette similitude du début des accidents rabiques, peut servir, je le crois, à démontrer l'unité pathogénique de la rage.

Avant de terminer cette communication, je désirerais insister sur quelque autres faits ayant trait à la respiration du même animal. Chez deux de ces dix lapins, j'ai pu constater avant le ralentissement définitif débutant la veille des accidents moteurs, la production d'un premier ralentissement avec retour presque à la normale avant la diminution finale des mouvements respiratoires. Ce fait peut-être constaté sur la nouvelle série de tracés que je mets sous les yeux des membres du Congrès. (Voir la figure à la page 652.)

Chez le lapin, dont vous voyez les tracés et qui a été atteint le huitième jour par les accidents paralytiques, on voit se produire le cinquième jour un ralentissement qui cesse le sixième jour et reparaît le septième jour pour devenir définitif et présenter alors les phases observées précédemment (page 650).

Ce fait qui est peut-être très fréquent et que nous n'avons encore constaté que chez deux animaux, peut très probablement être rangé dans la catégorie de ceux qui ont été déjà constatés par M. Pasteur et

que j'ai eu l'occasion de constater dans la série des inoculations que j'ai faites. Ces faits sont les suivants : il arrive parfois chez le chien, chez le lapin, et autres vertébrés que les accidents rabiques apparaissent, qu'ils s'amendent et disparaissent pendant un certain laps de temps pour reparaître et déterminer la mort.

Le premier ralentissement respiratoire ne pourrait-il pas être comparé à la production d'accidents légers suivis de rémission, survenus dans ces formes particulières de l'envahissement rabique?



Tracé I. — Tracé respiratoire pris avant l'inoculation. Le nombre des mouvements respiratoires contenus dans le tracé = 15.

Tracé II. — Tracé respiratoire du même pris cinq jours après l'inoculation. Le nombre des mouvements respiratoires = 11. Début du ralentissement primordial.

Tracé III. — Tracé du même pris six jours après l'inoculation. Nombre des mouvements respiratoires = 6. Maximum du ralentissement primordial.

Tracé IV. — Tracé du même au septième jour. Nombre des mouvements respiratoires = 15. La respiration retourne presque à la normale.

Tracé V. — Tracé du même au huitième jour. Nombre des mouvements respiratoires = 9. Début du ralentissement définitif. L'animal a commencé à présenter de la raideur du train postérieur ce même jour, le soir.

Quoi qu'il en soit, nous conclurons des faits que nous avons exposés, que :

1° Chez le lapin atteint de rage paralytique, inoculé par trépanation, il se produit dès le début de la période d'état, comme dans la rage des rues, des phénomènes bulbaires ;

2° Ces accidents bulbaires, qui se traduisent par un ralentissement respiratoire, continu et progressif, avec conservation de la régularité de la respiration, précèdent l'apparition des phénomènes paralytiques et suivent la marche lente et progressive de ces derniers ;

3° Chez quelques animaux, il peut se produire un ralentissement primordial suivi bientôt du ralentissement définitif. Ces faits sont comparables très probablement à ce que l'on observe pour certains animaux chez lesquels une légère atteinte de symptômes rabiques précède une rémission suivie d'accidents définitifs ;

4° Les faits que nous avons signalés viennent à l'appui de la théorie de l'unité pathogénique de la rage.

M. C. VANLAIR,

Professeur à l'Université de Liège.

DE L'INFLUENCE DES CONDITIONS MÉCANIQUES SUR LA RÉGÉNÉRATION DES NERFS.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Ranvier a signalé le premier, il y a quelques années, l'action des conditions de milieu sur la distribution des fibres nerveuses de nouvelle formation. Ayant opéré le râclage de la cornée, il a vu les fibres nerveuses régénérées affecter une disposition tout autre que celle des fibres primitives, disposition en rapport avec la résistance et la forme des nouveaux éléments de la cornée.

J'ai pu moi-même confirmer la rigueur absolue du principe découlant de ce fait par une série d'observations portant sur la régénération *tardive* des nerfs périphériques. Des sections et résections nerveuses ayant été pratiquées sur les nerfs du membre postérieur du chien dans des conditions variées, j'ai attendu des mois et des années avant d'extraire les nerfs et de procéder à leur examen.

Suivant les conditions dans lesquelles l'opération avait été effectuée, la régénération a été tantôt presque nulle, tantôt seulement imparfaite ; mais toujours la reproduction s'est trouvée en rapport non avec l'ordre, la qualité ou la situation du nerf, mais avec les facilités plus ou moins grandes offertes à la progression des fibres nouvelles. Les faisceaux nerveux issus du bout central, les seuls qui concourent à la régénération, sont venus ranimer intégralement les régions anervées toutes les fois qu'on a pris soin de leur ménager une voie facile à suivre. Ils se sont, au contraire, arrêtés après un court trajet chaque fois qu'ils ont rencontré devant eux un obstacle leur opposant une

certaine résistance. Malgré leur direction longitudinale et la laxité du tissu qui s'y rencontre, les interstices musculaires, les gaînes vasculo-nerveuses elles-mêmes ne parviennent pas à remplir l'office de conducteurs ; les uns et les autres constituent pour les fibres nouvelles des voies impraticables. Seuls, parmi les moyens *artificiels*, les *drains d'osséine de Neuber* et les *tubes de caoutchouc* ont permis la formation de prolongements nerveux funiculaires de 5 à 6 centimètres de longueur. Mais le tuteur *naturel*, le tuteur par excellence est constitué par le *bout périphérique :* lui seul est capable de conduire centrifugalement les fibres nouvelles depuis le point de la section *jusqu'à l'extrémité terminale du nerf*. Il est toutefois indispensable, pour que ce résultat soit obtenu, que la portion périphérique du nerf sectionné reste très rapprochée du moignon central et soit maintenue dans la même direction que lui, ou bien qu'elle lui soit unie par un pont *tubulaire*. Il faut, en un mot, que le bout périphérique soit rencontré axe pour axe ou à peu près par un certain nombre de fibres venues du point central. Ce nombre n'a pas besoin d'ailleurs d'être bien considérable, car j'ai constaté que la multiplication des fibres nouvelles continuait à se faire dans la longueur même du segment périphérique.

Mais il est deux faits qui démontrent d'une manière plus évidente encore l'intervention des conditions mécaniques dans le processus régénérateur, et notamment l'influence qu'elles exercent sur la marche centrifuge des fibres. Le premier a été observé par moi chez les animaux soumis au procédé de la *tubo-suture*. Chez ceux où j'avais fait usage de drains d'os décalcifié, j'ai vu pénétrer des quantités de fibres nouvelles non seulement dans la cavité intérieure du drain, mais encore dans les *canaux de Havers* sillonnant ses parois ; l'osséine s'était en quelque sorte métamorphosée partiellement en tissu nerveux. Sans se soucier de l'étrangeté de ce milieu, les fibres nerveuses s'étaient engagées sans hésiter dans les canalicules microscopiques de la substance osseuse, canalicules que la macération dans l'acide avaient préalablement vidés de leur contenu.

Le second fait est celui-ci : après avoir sectionné le sciatique très bas, presque au niveau du jarret, j'ai inséré l'extrémité centrale du nerf dans un tube de Neuber jusqu'à une certaine profondeur et l'y ai fixée par des fils de catgut. Une incision profonde ayant été pratiquée ensuite dans la masse musculaire avoisinante, le nerf et le tube appendu à son extrémité ont été couchés dans le fond du sillon creusé par le scalpel et maintenus par plusieurs sutures dans cette position anormale. Après une attente de plusieurs mois, j'ai pu constater qu'un prolongement nerveux, dont la longueur égalait et dépassait même un peu celle du tube, avait crû *dans l'intérieur même de*

la masse musculaire. Ici encore, au lieu de pousser directement vers la périphérie, le nerf s'était laissé docilement conduire dans la voie artificielle que je lui avais assignée à l'avance.

Il est donc bien certain que l'on peut, pour ainsi dire, gouverner à sa guise un nerf nouveau et lui imprimer n'importe quelle direction en lui faisant traverser n'importe quel tissu ou n'importe quel organe.

Si l'on peut ainsi faire dévier à volonté un prolongement nerveux de sa direction originelle, sera-t-il possible, par contre, de conduire *sûrement* le prolongement en question jusqu'à son terminus physiologique en lui faisant suivre son trajet primitif?

Lorsque les deux bouts du nerf divisé sont convenablement juxtaposés ou qu'ils ont été réunis par un tube conducteur, on voit les fibres nerveuses émanées du bout central pénétrer entre les gaînes de Schwann affaissées, le segment périphérique se frayer un chemin dans ces espaces prismatiques et y progresser avec une assez grande rapidité. Mais la question est de savoir si ces fibres vont en réalité jusqu'à la périphérie et si, après l'avoir atteinte, elles y affectent *exactement* la même distribution que les fibres primitives.

Pour résoudre cette question, j'ai procédé de la manière suivante :

Ayant constaté que, chez le chien, les régions cutanées respectivement desservies par les différentes branches du sciatique et par le saphène présentaient à droite et à gauche une symétrie à peu près parfaite, c'est-à-dire qu'elles occupaient sur les deux membres la même situation et la même étendue, j'ai pratiqué sur le membre droit la section du saphène et du poplité externe. Cela fait, j'ai déterminé avec le plus grand soin la circonscription restée sensible, délimitant ainsi le domaine innervé par le sciatique interne. Puis, dans la même séance, j'ai procédé sur l'autre membre, le membre gauche, à la section du sciatique poplité interne seul. L'animal ainsi opéré a été abandonné à lui-même pendant plus d'un an. Au bout de ce temps, la sensibilité avait reparu dans la région primitivement anesthésiée du membre gauche. Sur ce membre, j'ai fait alors la section du saphène et du sciatique poplité externe, ce qui eut pour résultat l'insensibilisation d'une partie de l'extrémité. Or, la région ainsi réanesthésiée correspondait exactement, comme forme et comme étendue, à la circonscription restée sensible sur le membre droit après la destruction du poplité externe et du saphène. Le nerf reproduit avait donc pris exactement la place du nerf primitif. Il va sans dire que le nerf a été examiné après coup et trouvé rempli de fibres vivantes.

Du moment où l'on peut ainsi obtenir à son gré, ou bien des dérivations comme celles que j'ai réalisées, ou bien au contraire des restaurations aussi complètes, aussi parfaites que celles dont il vient

d'être question, il faut bien admettre que la récrescence des nerfs ne s'effectue point, comme on serait tenté de le croire, d'après un plan préétabli. C'est uniquement la résistance des milieux à traverser qui règle et le degré de croissance et la distribution des fibres nouvelles.

M. H. NICOLAS,

Conducteur des ponts et chaussées, à Avignon.

ÉTUDES COMPARATIVES SUR QUELQUES HYMÉNOPTÈRES DU MIDI DE LA FRANCE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Je n'entreprendrais pas cette étude comparative sur quelques Anthophores, Halictes et Xylocopes, si j'avais trouvé dans les ouvrages divers sur les Hyménoptères la description fidèle des mœurs de ces intéressants insectes.

J'ai tout d'abord suivi pendant plusieurs années l'évolution des espèces susdites ; c'est seulement après ces données certaines que j'ai consulté divers auteurs pour comparer mes résultats.

Sans entrer dans le détail des descriptions extérieures qui servent à classer les Hyménoptères, nous affirmons que certains caractères particuliers de développement offrent toujours des ressources pour le groupement en familles ou en genres. En nous basant exclusivement sur les mœurs de ces animaux, nous serons en mesure de présenter des arrangements qui justifieront la classification méthodique. Nous verrons alors que l'unité du régime alimentaire, le choix exclusif des proies chassées, la construction du nid, les phases surtout du développement larvaire seront autant de facteurs à introduire pour aider à cette classification.

Nos Anthidiums qui nidifient de façons si diverses, les uns choisissant des helix vides pour s'y établir et clôturant avec un opercule formé de résine (*Anthidium septendentatum*) ; les autres enfouissant leurs nichées dans une ouate douillette enlevée aux tiges de certaines plantes [1] (*Anthidium diadema*), et, enfin, d'autres encore élevant au-

1. Stachys germanica et S. Siberica ; Balbotta fœtida, et le dessous velouté des feuilles de vigne.

dessus du nid un entassement considérable de menues pierrailles, de brindilles de toutes sortes pourraient conduire, par ces seules considérations, à des remaniements dans le groupement actuellement adopté.

Nos catalogues placent les Anthophores à côté des Xylocopes; la comparaison de leur développement montre de tels rapports, des similitudes si frappantes qu'on ne peut que les réunir dans un même groupe.

Voici pour les unes. Les Anthophores se creusent des trous peu profonds, quelques centimètres à peine, dans des talus argileux souvent criblés de milliers d'ouvertures pareilles, ou bien s'ouvrent des galeries dans les vieux murs en pisé[1] de nos campagnes, qu'elles aménagent à leur convenance. A un couloir central débouchent les cellules, en forme de dé à coudre renversé, au nombre de quatre, rarement plus; elles aboutissent toujours à cet unique passage et à sa partie inférieure, puis le miel un peu liquide est déposé au fond de ces cellules ou godets rendus étanches par un enduit visqueux blanchâtre qu'elles sécrètent; l'œuf est enfin pondu sur ces provisions, toujours suffisantes pour conduire les larves à leur complet accroissement.

Voici pour les autres. La Xylocopa violacea s'établit des passages dans les vieux bois; des séries de cellules étagées, adossées longitudinalement, sont successivement remplies d'un miel pulvérulent pour recevoir l'œuf couché tout au long sur cette partie sucrée (comme celui des Anthophores).

Mes tentatives sur les Anthophores pour leur faire accepter les roseaux qui séduisent une foule d'autres Hyménoptères ont été inutiles jusqu'à ce jour; cependant elles les visitent, s'y enferment par des temps d'orage, les acceptent comme refuge pour y passer la nuit, semblent s'y familiariser momentanément et c'est tout.

La Xylocopa, au contraire, s'est empressée d'y loger sa jeune famille; moins rebelle, elle a bientôt compris qu'elle n'aurait que quelques menus travaux à exécuter pour transformer ce local improvisé en une demeure somptueuse pour les siens.

C'est un succès, sans doute, auquel je ne m'attendais pas.

J'ai pu suivre ma *Xylocopa violacea* dans les moindres détails, voici ce que je relève dans mes notes :

Le roseau choisi par le Xylocopa a 0^m20 de longueur : huit belles

1. Dans ce cas il n'y a pas de symétrie, l'Anthophore étant obligée d'éviter les durs galets qui existent dans ces bétons maigres.

De tels obstacles sont fréquents, inévitables, et forcent l'insecte à modifier son genre de galeries suivant les exigences qui se présentent.

cellules l'occupent presque en entier; son diamètre primitif est de 12 millimètres, après les travaux du laborieux insecte il a 16 millimètres. Cette augmentation de 4 millimètres est due à l'usure, c'est donc une épaisseur de 2 millimètres enlevée à l'intérieur. travail énorme[1] pour l'Hyménoptère; mais en rongeant son local, en grattant les murs à l'intérieur, il a les matériaux nécessaires à la construction des cloisons séparant les cellules, l'excédant sera rejeté. La paroi au dedans, pulvérisée sous les puissantes mandibules en fine poussière, le logement s'agrandit d'autant. La partie utilisée forme comme une bourse obturatrice, mince tampon de feutre sec séparant chaque cellule; le superflu, désormais inutile, est abandonné au dehors.

Vers le 15 mai les Xylocopa violacea sont à l'œuvre; au 1er juin 1886 huit cellules sont achevées dans ce premier roseau, la femelle en prend un autre où elle dépose quatre œufs encore : c'est donc environ douze pontes par saison, chiffre vérifié pour d'autres Xylocopa et certains Hyménoptères.

Le 10 juin 1886 la dernière des huit larves attaque ses provisions.

Le 25 juin 1886 cette dernière larve est transformée en nymphe plutôt pseudo-insecte.

Le 10 juillet 1886, dans le deuxième roseau où j'ai trouvé quatre cellules, l'état d'avancement est le même.

On peut donc établir : 1° que la ponte comprend environ quarante jours, du 15 mai au 25 juin; 2° que la transformation des larves en pseudo-insecte compte vingt jours, du 25 juin au 15 juillet; 3° et que dix journées suffisent pour amener le pseudo-insecte en insecte parfait, du 15 au 25 juillet. En tout environ deux mois et demi, du 15 mai au 25 juillet.

L'œuf cylindrique, de 8 à 10 millimètres de longueur sur 1 $\frac{1}{2}$ à 2 millimètres de diamètre, est un peu arqué; sa couleur au sortir de l'ovaire, est d'un blanc laiteux un peu luisant pour paraître opaque. Comme pour tous les œufs d'Hyménoptères, l'éclosion se produit sans qu'on puisse préciser le moment.

Quelques soupçons de rides se montrent d'abord; ces stries, futurs anneaux, deviennent plus sensibles : c'est déjà la larve, et il faut une attention toute spéciale pour observer alors une fine pellicule repoussée en arrière. Ce n'est que l'enveloppe froissée de l'œuf qu'on n'a pas vu s'évanouir. La larve alors attaque sans autre préambule ses provisions. Bien développée, celle-ci blanche, dodue, laisse aper-

1. La surface attaquée par l'Hyménoptère n'est pas moins égale à un carré de 0m,10c de côté, creusée de 2 millimètres d'épaisseur. Le volume extrait représente donc un cube de 3 centimètres de côté.

cevoir des stigmates apparents à chaque anneau : sa taille est peu variable, de 22 à 25 millimètres de longueur.

Bientôt va commencer pour elle le travail le plus important de la transformation.

La larve étendue, légèrement courbée, a quelques tressaillements; insensiblement et brutalement tout à la fois, elle se déforme; deux étranglements la sectionnent en trois parties : tête, thorax, abdomen. L'accentuation se prononce pour aboutir à montrer l'ébauche la plus rudimentaire d'insecte.

Sous cette forme on dirait une peau remplie de liquide en circulation où se mouleront intérieurement tous les membres de la Xylocopa : l'Hyménoptère se pressent, indéfini, il existe déjà; l'outre, remplie de sucs en mouvements, active le dénouement final et chaque minute compte un pas de plus pour arriver au terme prévu.

A ce moment tombe une pellicule qui accuse plus franchement encore l'insecte.

Vous reconnaissez alors des bourrelets au-devant des yeux qui seront les antennes, un autre sur l'axe qui deviendra la trompe aux pièces multiples. Le thorax possède des appendices où se cachent les pattes. L'abdomen montre les anneaux esquissés largement.

Un fait caractéristique de cette période entomologique réside dans les appareils reproducteurs.

Ces organes se distinguent et s'observent extérieurement à l'extrémité de l'abdomen ; ils disparaissent avant leur transformation finale.

Ce corps, véritable laboratoire, s'est maintenu rigide.

Aucun mouvement extérieur n'a trahi les bouleversements intérieurs qui s'accomplissent.

L'agitation commence. La Xylocopa dans un frisson, accuse les premiers symptômes de la vie aérienne, des plissements se produisent, c'est une troisième pellicule soyeuse qui se détache, dernière enveloppe à abandonner.

Enfin sur le thorax se produit une déchirure; peu à peu cette fine étoffe est ramenée à l'arrière et tombe toute froissée. L'insecte parfait est dès lors libéré.

La Xylocopa n'a plus qu'à lustrer ses ailes, maintenant tout est dit pour elle.

Contrairement à ce qui a été écrit sur elle, nous reconnaissons[1] :

1. *Les Insectes*, de Brehm (p. 599, col. 2) sur la Xylocopa violacea, on trouve la phrase suivante : « *Puis elle se tisse un cocon et opère sa nymphose* ». Où a-t-il vu cela ? A part les citations de Réaumur, tout le reste n'est qu'une fantaisie tudesque.

1° Qu'elles ne font qu'une ponte ;

2° Qu'elles ne tissent pas de cocons ;

3° Que la nymphose n'existe pas, puisque de la larve nous passons à une grossière mais fidèle reproduction de l'insecte parfait ;

4° Que les enveloppes, fragiles dépouilles qui protègent ces diverses transformations, n'étaient pas connues, mais qu'elles peuvent remplacer les cocons résistants qui abritent tant d'autres Hyménoptères, ou bien représenter la forme nymphale ;

5° Que les Xylocopes accomplissent la même année toutes leurs évolutions ; qu'elles se libèrent dans la saison qui les a vu naître ;

6° Que les jeunes femelles conservent le souvenir du lieu de leur naissance, où elles reviennent ;

7° Enfin, que l'ordre d'éclosion peut varier puisque dans mes roseaux la première pondue en bas est la dernière à sortir : il faut attendre que les cellules supérieures soient complètement dégagées.

Les Anthophores parcourent à peu près les mêmes étapes, le temps seul pour les accomplir peut varier.

L'*Anthophora pilipes* se montre le 15 février par exception ; en juin on n'en voit plus une seule : en réduisant, trois mois, mars, avril et mai sont consacrés à la ponte. Trois autres, juin, juillet et août, sont nécessaires à leur rapide transformation. Si vous fouillez leurs colonies en septembre, vous les trouvez dans leurs cellules tout à fait développées.

Prêtes à sortir, elles attendent six mois cependant que les chauds rayons du printemps viennent les inviter à briser leurs godets terreux. La *Melecta,* parasite favori, se trouve dans les mèmes conditions. Elle aussi, quoique préparée, ne fera rien pour se libérer avant cette époque, et, d'ailleurs, qu'irait-elle faire si celui qu'elle exploite ne sort pas de chez lui ?

L'*Anthophora parietina,* si commune à Carpentras, sur les talus de la route de Mazan, qui sont tellement criblés d'innombrables trous qu'on croirait voir d'immenses éponges, présente toutefois quelques variantes pour les époques d'évolution.

Le 4 octobre 1883, nous fouillons ces talus, de grandes quantités de cellules deviennent notre butin. Celles brisées nous donnent un nombre tout aussi considérable de larves nues et blanches. Le 6 février 1884 ces mêmes larves commencent à subir quelques changements ; au 30 mars c'est le pseudo-insecte, comme nos Xylocopa. En avril elles se colorent ; mai se passe de même. Aux premiers soleils de juin toutes s'évadent, parcourent les champs, s'accouplent et préparent de

nouvelles générations. La *Melecta* parasite suit une marche identique [1].

L'*Anthophora personata*, la plus forte de nos régions, apparaît au printemps comme l'*A. pilipes*, et, comme elle, si vous allez en septembre ouvrir leurs cellules, vous les trouverez toutes parées et effarouchées de votre indiscrète information [2].

Une *Anthophora albigena*, plus solitaire, ne m'a pas encore permis de pénétrer chez elle, j'ignore tout.

Le 8 juillet 1885, sous un galet au viaduc du chemin de fer, en Durance, je découvre un nid avec une seule cellule; en septembre 1887 elle vole encore pendant les derniers beaux jours qui nous séparent des rigueurs de l'hiver.

Ces espèces nous amènent aux conclusions suivantes :

Elles n'ont pas de cocons. La nymphose leur est étrangère. La ponte est unique; mais, tandis que la *Xylocopa violacea* termine la même année et passe les froides journées d'hiver en plein champs, blottie un peu partout, les *Anthophora pilipes* et *Anthophora personata*, quoique tout à fait développées dans leurs chambrettes, gardent leurs cellules, attendant le printemps suivant pour les abandonner et quitter le lieu de leur naissance. Enfin, l'*Anthophora parietina* ne subit ses dernières métamorphoses qu'à la belle saison qui suit, et tout l'hiver la voit en nymphe au fond de sa blanche cellule.

Généraliser, on le voit, serait imprudent, puisque le cycle évolutif de l'*Anthophora parietina* s'éloigne sensiblement des deux autres et de la Xylocopa.

On considère les Bombus, Vespa, Fourmis, etc., comme espèces sociales vivant en parfaite communauté. A ce point de vue les Anthophores ne peuvent rentrer dans ce cadre. Si vous les retrouvez réunies, groupées sur un point, c'est au même titre que la *Chalicodoma rufescens*, dont les nids acquièrent des volumes considérables. Le souvenir du lieu de leur naissance les ramène toutes au même endroit. Ce sont donc des colonies populeuses dont chaque famille vit indépendante. La *Xylocopa* est solitaire; toutefois, suivant certaines conditions, elle arriverait à se réunir comme les Anthophores.

Mais il existe des espèces intermédiaires qui font le passage entre celles reconnues solitaires et les réellement sociales dont le vrai type est l'Apis.

1. Je n'ai pu m'assurer encore si cette *Melecta* est la même que celle qui vit aux dépens de l'anthophora pilipes *Melecta punctata*. Lepelletier.

2. Voir notre article dans la *Revue scientifique* (23e année, nº 11, 11 septembre 1886, p. 33).

Les Halictes offrent cette particularité curieuse, qui n'a jamais été signalée : qu'un même couloir donne accès à plusieurs habitations ; une porte unique ouvre sur plusieurs galeries, où quelques femelles travaillent isolément. Si les lieux sont propices, c'est une foule de trous pratiqués sans ordre à la surface du sol, ayant chacun de nombreuses galeries.

Une pareille disposition exige une surveillance particulière ; un portier est nécessaire, et c'est ce qui arrive, car l'on voit toujours à chacune de ces ouvertures, souvent rapprochées, une des leurs à ce poste difficile, cédant l'entrée à la femelle qui arrive si elle est de la maisonnée, la refusant si elle doit taper à la porte à côté.

Le couloir unique est étroit, et deux locataires ne pourraient passer s'ils allaient en sens inverse : cette difficulté est résolue. Après l'ouverture un renflement existe, c'est le vestibule où le croisement des habitués s'effectue sans gênes ni retards. Celui qui garde la porte s'efface, l'autre rentre ; immédiatement après il reprend son poste d'observation : je ne sais s'il est confié à tour de rôle à chacune des femelles.

J'ai fouillé ces galeries pour plusieurs Halictes et toujours j'ai vu les mêmes précautions prises.

Elles sont profondes de 30 à 40 centimètres de développement vertical. Les cellules semblent être réparties autour de cet axe commun. Elles sont courtes, renflées ; une boule de miel occupe la partie en bas, la plus large, sur laquelle repose un œuf. En juin et juillet les travaux commencent ; si vous les visitez en septembre, ce qui n'est pas toujours commode, vous trouvez l'insecte à divers états d'avancement, quelques-uns sont parfaits, mais tous le seront avant les froids.

Ici encore pas de cocons.

M. BEAUREGARD,

Aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.

SUR LA DIGESTION CHEZ LES VÉSICANTS.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Mes études ont été faites sur la cantharide ordinaire (*C. Vesicatoria*). A cet effet, je renfermais dans une cage en toile métallique les cantharides qui m'étaient envoyées des environs d'Avignon et je

les nourrissais en mettant à leur disposition de petits lilas en pot, ou à défaut, des branches de lilas que je renouvelais chaque jour avec soin. De cette manière je suis arrivé à conserver ces insectes vivants et en parfaite santé pendant plus de trois semaines. Il est à remarquer que dans ces circonstances, les individus mâles paraissent, en général, vivre moins longtemps que les femelles, si bien qu'à la fin il n'y a plus dans la cage que des individus femelles.

Si l'on prend une cantharide bien vivante au moment où elle est en train de se repaître des feuilles de lilas, on constate toujours, en ouvrant son tube digestif que l'œsophage et le post-intestin sont gorgés de matières alimentaires, tandis que l'intestin moyen est comparativement beaucoup moins rempli. Le contenu de ces diverses parties de l'appareil digestif présente d'ailleurs, à l'examen microscopique des différences assez sensibles. Les matières renfermées dans l'œsophage et dans le post-intestin sont de composition à peu près identique. Elles consistent en parcelles de tissu végétal dont les cellules n'ont point subi d'altération appréciable. La chlorophylle paraît également intacte. Le contenu de l'intestin moyen est tout autre. C'est un liquide verdâtre, qui doit sa couleur à quelques grains de chlorophylle. Il renferme en outre de nombreuses granulations blanchâtres mêlées aux produits de secrétion des follicules et des cellules glandulaires dont j'ai parlé dans un précédent mémoire. (Voir *Journal de la Physiologie et de l'Anatomie,* 1886.) On ne peut s'expliquer ces différences, qu'en admettant que les matières alimentaires après avoir abandonné dans l'intestin moyen les substances assimilables, ne séjournent pas dans cette partie du tube digestif et passent de suite dans le post-intestin. Tandis que, d'autre part, l'œsophage avant de déverser une partie de son contenu dans l'intestin moyen, se gorge de matières alimentaires et joue dans toute sa longueur le rôle d'une sorte de réservoir ou jabot.

L'examen des réactions que donne au papier de tournesol le contenu des diverses parties du tube digestif m'a conduit à des résultats assez inattendus. Comme dans mes premières expériences faites en ouvrant le tube digestif d'animaux en pleine digestion, je trouvais constamment le contenu de l'œsophage, celui du post-intestin et surtout celui de l'intestin moyen très fortement acides, je voulus me rendre compte de ce fait qui était en désaccord avec les conclusions posées par Plateau dans ses « *Recherches sur les phénomènes de la digestion sur les insectes* ». On sait, en effet, que suivant cet auteur, « tous les sucs du tube digestif chez les insectes, sont alcalins et *jamais acides* ». — Je commençai par établir que le suc des feuilles de lilas est fortement acide. Ainsi pourrait s'expliquer le résultat que

j'obtenais. Mais je ne m'arrêtai pas là, et je mis à une diète absolue pendant vingt-quatre et quarante-huit heures des cantharides bien vigoureuses. Au bout de ce temps le résultat obtenu fut le même. Une seule fois le contenu de l'intestin moyen (que j'avais ligaturé à ses deux extrémités) fut trouvé neutre, mais l'animal, grâce à cette opération, avait pour ainsi dire cessé de vivre lorsque je l'examinai et il m'est impossible de tenir grand compte de cette observation. En réalité, après quarante-huit heures de diète, le contenu de l'intestin moyen est toujours acide; il l'est moins franchement que lorsque l'examen se fait au moment même de la digestion, mais il rougit encore franchement le papier de tournesol. Les nombreuses observations que j'ai relevées ne me permettent aucun doute à cet égard. Faut-il en conclure que contrairement à ce qui a lieu chez beaucoup d'insectes, les sucs digestifs des cantharides (et également ceux des meloe, comme l'expérience me l'a montré) sont acides. Je ne sais. Mais quand même on voudrait faire intervenir pour expliquer cette acidité la présence du suc acide du lilas, il n'en reste pas moins vrai que la digestion en tous cas s'opère, ici, en présence de liquides acides. Ce qui semble prouver que la réaction du milieu importe peu sur la digestion chez les Insectes.

M. Édouard CHEVREUX,

Au Croisic (Loire-Inférieure).

NOUVELLES ESPÈCES DE CRUSTACÉS AMPHIPODES DU SUD-OUEST DE LA BRETAGNE.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

Les recherches à la côte et les dragages auxquels je me suis livré dans le courant de l'été dernier, m'ont permis d'accroître le nombre des espèces de mon *Catalogue des Crustacés amphipodes marins du Sud-Ouest de la Bretagne* [1]; en outre, une heureuse circonstance m'a procuré l'occasion d'avoir un aperçu de la faune des profondeurs que les faibles moyens d'investigation dont je dispose ne me permettent

1. *Bulletin de la Société zoologique de France,* XII[e] vol., pages 288-340, planche V.

pas d'atteindre. En mai dernier, avant d'entreprendre sa troisième campagne scientifique dans l'Océan atlantique, S. A. le Prince Albert de Monaco, ayant fait une sortie de quelques jours au large de Lorient, a bien voulu m'offrir une place à bord de l'*Hirondelle*. Afin de vérifier le fonctionnement des appareils, un coup de chalut fut donné, à environ 80 milles dans le S.-O. de l'île de Groix, par une profondeur de 180 mètres. Le résultat de cette opération a été très remarquable au point de vue de l'abondance et de la diversité de forme des Amphipodes recueillis; vingt-sept espèces ont été obtenues; quatre d'entre elles sont entièrement nouvelles[1] et quatre autres n'avaient pas encore été signalées sur nos côtes de l'Océan. J'ai réuni, dans la liste suivante ces huit espèces à celles que j'ai récemment draguées avec l'*Actif*.

1. Ichnopus spinicornis Boeck. — Dragage de l'*Hirondelle*. Cette espèce, signalée sur les côtes de Norwège par Boeck et G.-O. Sars, et dans l'Adriatique par Heller, n'avait encore été trouvée ni sur les côtes de France, ni sur celles d'Angleterre.

2. Aristias tumidus Kröyer *(Anonyx)*. — J'ai dragué cette espèce à plusieurs reprises en juillet dernier sur les fonds de Corallines qui s'étendent, entre 10 et 23 mètres de profondeur, dans l'Est des îles Glénans. J'en ai aussi trouvé dernièrement quelques spécimens dans une intéressante série d'Amphipodes, provenant du laboratoire de Luc-sur-Mer, que M. Topsent a bien voulu m'envoyer en communication; l'espèce habite donc aussi nos côtes de la Manche.

3. Lepidepecreum clypeatum mihi. — Dragage de l'*Hirondelle*.

4. Acidostoma obesum Sp. Bate (*Anonyx*). — J'ai dragué cette amée, pour la première fois, deux spécimens de cette curieuse forme, si remarquable par la faculté qu'elle possède de se rouler en boule comme un sphérome; l'un, aux environs du Croisic, dans les sables coquilliers du N.-E. de Basse-Kikerie, 12 mètres, et l'autre sur les fonds de Corallines des îles Glénans.

5. Phoxus maculatus mihi. — Dragage de l'*Hirondelle*.

6. Stegocephalus christianiensis Boeck. — Dragage de l'*Hirondelle*. Cette espèce n'avait encore été trouvée que dans les mers de Norwège.

7. Amphilochus longimanus mihi. — Dragage de l'*Hirondelle*.

8. Metopa rubrovittata G.-O. Sars. — Dragage de l'*Hirondelle*. Forme des côtes occidentales de Norvège.

9. Monoculodes gibbosus mihi. — Dragage de l'*Hirondelle*.

10. Dexamine dolichonyx Nebeski. — Trouvée sur la plage du Croisic, dans des algues. Le mâle se reconnaît immédiatement à l'échancrure si caractéristique du bord antérieur de la main des pattes de la seconde paire; la femelle, très voisine de *D. thea* Boeck, s'en distingue surtout par ses

1. On trouvera la description des espèces nouvelles du dragage de l'*Hirondelle* dans un travail spécial, qui a paru postérieurement au Congrès de Toulouse. Voir : Edouard Chevreux, *Sur les Amphipodes provenant d'un dragage de l'*Hirondelle *au large de Lorient*. (*Bulletin de la Société zoologique de France*, janvier 1888.)

yeux plus grands et ses épimères dentelés. Cet Amphipode n'avait encore été trouvé que dans l'Adriatique.

11. LILLJEBORGIA KINAHANI Sp. Bate (*Phœdra*). — Draguée sur le banc de Houat, sable coquiller, 14 mètres.

Cette forme, décrite par Sp. Bate sous le nom de *Phœdra Kinahani*, d'après un spécimen dragué sur un banc de Nullipores, près de Glascow, n'a jamais été signalée depuis. Je me suis rangé à l'opinion de Boeck [1], qui pense qu'elle doit appartenir au genre *Lilljeborgia*. Elle est en effet très voisine de *L. pallida* Sp. Bate, et n'en diffère guère que par sa petite taille, et par la forme de la main de ses deux premières paires de pattes thoraciques; sa coloration est à peu près semblable à celle de l'espèce voisine, la partie antérieure du corps étant teintée de violet, tandis que la partie postérieure est d'un blanc rosé. Le telson, que l'auteur anglais n'a pu observer complètement, est fendu jusqu'à la base.

12. AMPELISCA BREVICORNIS mihi [2]. — Draguée en baie du Croisic, sable vaseux, 15 mètres.

13. AMPELISCA SARSI nov. sp. — Draguée rarement sur les fonds de vase des environs du Croisic, par 15 à 20 mètres.

Femelle. — Tête très allongée, tronquée carrément à l'extrémité, dépassant un peu le troisième article du pédoncule des antennes inférieures. Bord latéral du troisième segment de l'abdomen légèrement prolongé en arrière, arrondi; quatrième segment à peine carèné. Antennes supérieures beaucoup plus courtes que le pédoncule des inférieures, ces dernières atteignant les deux tiers de la longueur du corps. Griffe des pattes des troisième et quatrième paires aussi longue que les deux articles précédents réunis. Pattes des cinquième et sixième paires moins allongées que celles d'*A. lævigata* Lillj. Premier article des pattes de la septième paire ne dépassant pas le bord inférieur du second; troisième article ne présentant pas de prolongement.

Mâle. — Antennes inférieures plus longues que le corps. Quatrième segment de l'abdomen déprimé à sa partie antérieure et surmonté, à sa partie postérieure, d'une carène gibbeuse très élevée. Cinquième et sixième segments carènés. Branches des pattes sauteuses de la dernière paire garnies intérieurement de longues soies ciliées.

La forme de la tête de cette espèce pourrait la faire confondre avec *A. lævigata* Lillj., mais on l'en distingue facilement par l'examen du bord latéral postérieur du troisième segment de l'abdomen; les pattes thoraciques de la septième paire sont aussi bien différentes; enfin, la taille de notre espèce est plus petite, et ne dépasse pas 7mm.

J'ai dédié cette nouvelle espèce au savant zoologiste norvégien G.-O. SARS, en témoignage de mon admiration pour ses beaux travaux sur les crustacés du nord de l'Europe.

14. STIMPSONIA CHELIFERA Sp. Bate. — J'ai trouvé une abondante colonie de cette forme des mers d'Angleterre sur l'île Dumet, à un niveau assez élevé, dans les algues qui garnissent les bords des flaques habitées par l'*Echinus lividus*.

15. UNCIOLA STEENSTRUPI Boeck. — Dragage de l'*Hirondelle*. Espèce des mers de Norwège.

1. Voir Boeck, *De Skandinaviske og Arktiske Amphipoder*, Christiania, page 497.

2. Voir Edouard Chevreux, *Crustacés amphipodes nouveaux, dragués par l'*HIRONDELLE *pendant sa campagne de* 1886. (*Bulletin de la Société zoologique de France*, tome XII, 1887).

16. CRATIPPUS CRASSIMANUS Heller [1]. — J'ai trouvé plusieurs spécimens de cette forme méditerranéenne dans des éponges draguées près de Concarneau, à l'entrée de la baie de la Forest, par 19 mètres fond de vase. J'ajouterai à la description de Heller que les pattes de la première paire, qui manquaient chez le spécimen qu'il a observé, sont très longues et grêles, et ne portent pas de griffe à leur extrémité. La femelle, qu'Heller n'a pas vue, diffère du mâle par la forme de la main des pattes de la deuxième paire, qui est beaucoup plus petite, de forme plus allongée, et dont le bord inférieur ne porte pas de dents, et se confond avec le bord postérieur.

La couleur de mes exemplaires était orange, leurs yeux rouges, leur taille 5mm.

17. ÆGINA CAPILLACEA nov. sp. — Corps extrêmement grêle et allongé, absolument lisse. Deuxième, troisième et quatrième segment du thorax croissant régulièrement en longueur; cinquième segment excessivement grand, plus long d'un tiers que le précédent. Antennes supérieures atteignant à peine la moitié de la longueur du corps. Pattes de la deuxième paire fixées, dans les deux sexes, tout près de celles de la première paire, au bord antérieur du deuxième segment du thorax; premier article très long; main ovale allongée, paume lisse chez la femelle, et munie chez le mâle, d'une dent aiguë, tout près de l'articulation de la griffe, qui est mince, recourbée et aussi longue que la main. Pattes des trois dernières paires très longues et grêles. Longueur, 9mm.

Draguée à l'entrée de la baie de la Forest, vase molle grise, 19 mètres.

M. F. LAHILLE,

Licencié ès sciences physiques et naturelles, à Toulouse.

ÉTUDE SYSTÉMATIQUE DES TUNICIERS.

— Séance du 29 septembre 1887. —

Les naturalistes qui se sont occupés des *Tuniciers* savent combien dans ce groupe les déterminations sont tout particulièrement difficiles. Cela provient, en partie, de ce que depuis Savigny les Ascidiologues se sont contentés de faire quelques monographies ou descriptions plus ou moins restreintes, sans se préoccuper des formes étrangères à leur sujet. Aussi les caractères vraiment essentiels n'ont-ils pas été toujours mis en lumière. Dans son remarquable travail sur la *Ciona,*

1. Voir Heller, *Beiträge zur nägheren Kenntniss der Amphipoden des Adriatischen-meeres*, page 50, pl. IV, fig. 12 et 13.

mon excellent ami Roule le reconnaît lui-même implicitement, lorsqu'il dit, à la page 188 : « Dans toute classification, on ne peut trop, pour établir des divisions dans un petit groupe, se borner à l'étude de ce petit groupe seul. Il est encore nécessaire d'examiner les formes voisines, de rechercher leurs rapports avec celles que l'on étudie, et d'en déduire ainsi, si c'est possible, le caractère le plus important dont on puisse se servir comme d'une base solide pour établir les principales divisions. »

C'est après de longues études faites principalement aux laboratoires de Banyuls et de Roscoff, et après l'examen de la plupart des formes des *Tuniciers,* que je viens en proposer une nouvelle classification. « J'ai pu souvent me tromper. La vérité échappe à de bien plus habiles et je sens que, dans les sciences, la conviction est toujours combattue par la crainte de l'illusion. J'ai une autre inquiétude également fondée. Je pourrais présenter comme nouveaux des faits qui ne le seront point. Il est facile d'observer la nature ; il est difficile, dans un temps où les sciences sont si généralement cultivées, de suivre les travaux des observateurs. Je me suis encouragé, en pensant que les hommes les plus instruits étaient aussi les plus indulgents, et que leurs conseils pourraient faire acquérir à mes recherches le degré de précision et d'intérêt dont elles sont susceptibles. » (Savigny, 1er Mém., p. 15.)

Je ne désire qu'une chose : recevoir le plus de critiques possible, afin de modifier et de perfectionner peu à peu l'essai que je présente aujourd'hui, car il en est des idées comme des fruits de la terre, il leur faut le temps pour se développer et mûrir.

I. — Critique de la classification actuelle.

Jusqu'à présent, on s'est contenté d'une classification toute artificielle dont il faut rapidement montrer le peu de valeur pour montrer la nécessité de lui en substituer une de plus rationnelle. Les bases de l'ancienne systématique du groupe se réduisent, en définitive, aux suivants :

Tuniciers	libres	très petits.		*Appendiculaires.*
		grands	colonie sous forme de chaîne.	*Thaliacés.*
			— de manchon.	*Pyrosomidés.*
	fixés	solitaires.		*Ascidies simples.*
		réunis	sur un stolon commun.	*Ascidies sociales.*
			dans une tunique commune	*Ascidies composées.*

Or :

1° L'état de liberté ou de fixation n'est pas un caractère naturel. (*Anthea* et *Mynias, — Cristatella* et *Plumatella, — Antedon, Comatula,* etc., etc.)

2° La taille des individus n'est pas un caractère naturel. (*Adansonia* et *Malva*, — *Ovis* et *Bos*, etc., etc.)

3° L'aspect général, la consistance, l'épaisseur ne sont pas des caractères naturels, surtout chez les *Tuniciers*, qui se sont adaptés à tant de conditions biologiques différentes et qui présentent de si nombreux cas de mimétisme (*Leptoclinum maculosum* et *Lamellaria perspicua*, — *L. Lacazii* et *Doris coccinea*, etc.). Si on s'en rapportait aux apparences, quelle place assignerait-on au *Kallima inachis* ressemblant à s'y méprendre à une feuille morte?

4° La blastogénèse n'est pas un caractère naturel. (Éponges simples et composées, — *Actinies* et *Zoanthes*, — *Caryophyllie et Astrée*, — *Loxosome* et *Membranipore*, etc., etc.) Quand certains individus des genres *Perophora*, *Clavelina*, *Circinalium*, etc., ne bourgeonnent point, cessent-ils d'appartenir à la même famille, au même genre et à la même espèce?

Je passe maintenant à la critique de caractères plus particuliers aux *Tuniciers* et auxquels on a attaché beaucoup trop de valeur.

5° Les trémas ovalaires ne sont pas caractéristiques des *Synascidies*. En effet, ils ont également cette forme chez *Cicna*, *Ascidiella*, etc. Chez la plupart des *Monascidies*, la disposition plus allongée des trémas provient d'une simple différence de taille. Des Synascidies (*Polycyclus* et *Pyrosoma*) présentent des trémas rectangulaires.

6° La métamorphose rapide de l'embryon n'est pas caractéristique des Ascidies composées. D'une manière générale, le développement est plus rapide; mais il existe de nombreux types (*Diazona*, *Botrylus*, etc.) qui se développent aussi lentement que les Monascidies. Bien plus, parmi ces dernières, il en est dont l'évolution est presque aussi rapide que celle des Diplosomiens. Kupffer (*Arch. f. mik. Anat.*, 1872) figure un têtard de *Molgula macrosiphonica* entièrement développé dans l'intérieur des membranes ovulaires.

7° La présence d'un anus ou cloaque commun (Savigny) n'est pas caractéristique des Synascidies. Quelques-unes n'en possèdent pas toujours (*Circinalium*, *Cystodites*; etc.), d'autres n'en possèdent jamais (*Diazona*, *Chondrostachys*, *Distoma*, etc.).

8° La présence d'une « masse commune gélatineuse » (*Delle Chiaje*) ou « tunique commune » (M. Edw.) n'est pas caractéristique des Synascidies. Dans les familles des *Distomidæ* et des *Styelæ*, on trouve tous les passages les mieux gradués entre les formes isolées et les formes coalescentes. Circinalium est même tantot simple, tantôt composé. Une véritable tunique commune existe réellement chez les Ascidies sociales. Elle y est seulement moins développée que chez certaines colonies à individus plus rapprochés les uns des autres.

9° La présence des stolons n'est pas caractéristique des Synascidies. Chez *Ascidiella aspersa, Rhopalona, Ciona,* ils sont parfois fort développés. Du reste, les tubes marginaux, les vaisseaux de la tunique et les villosités sont leurs homologues. On ne peut pas non plus opposer les Ascidies simples aux Ascidies composées en disant que chez les premières seules les stolons ne bourgeonnent pas, car il en est de même chez les Didemniens et les Diplosomiens.

Je rappellerai enfin à ce propos la conclusion d'une note que j'ai presentée, le 24 juin dernier à l'Académie, sur le système vasculaire colonial des Tuniciers. « La seule objection un peu sérieuse qu'on pouvait donc faire jusqu'ici à la réunion complète des Monascidies et Synascidies : l'origine entièrement blastogénétique du cormus et la présence générale d'un réseau vasculaire colonial étant écartées, il ne reste plus un seul motif pour séparer désormais ces deux ordres de Tuniciers. »

On n'a donc plus, ce me semble, aucun argument à opposer à l'abandon de la classification actuelle, et il faut se demander maintenant quelles pourront être les bases d'une classification plus rationnelle.

II. — Principes d'une classification naturelle.

Les classifications phytogénétiques seules sont vraiment naturelles. Mais l'absence de fossiles, le peu de connaissance que nous avons encore des Tuniciers adultes et de leurs modes de développement fort variés ne permettent pas de dresser scientifiquement leur généalogie. On ne peut que hasarder des hypothèses plus ou moins vraisemblables. Celles-ci sont néanmoins très utiles, car elles synthétisent nos connaissances et se rapprochent ainsi de la vraie méthode dont voici la définition, d'après un adversaire même du transformisme, d'après l'auteur des *Révolutions du globe*. « La vraie méthode voit chaque être au milieu de tous les autres ; elle montre toutes les irradiations par lesquelles ils s'enchaînent plus ou moins étroitement dans cet immense réseau qui constitue la nature organisée. » (Cuvier, *Introd. à l'Hist. des poissons.*) Lamarck lui-même n'aurait pas mieux dit.

Désirant toutefois, dans cette étude, demeurer dans le domaine des faits incontestables, et une analyse exacte devant, en outre, précéder toute synthèse, je me contenterai de rechercher les caractères les plus naturels des groupes artificiels (type, classe, ordre, famille. genre) de Tuniciers. Je ne puis, toutefois, m'empêcher de faire remarquer que, contrairement à l'opinion admise, il faut voir dans les formes simples la souche des formes composées. Un excès de

nutrition précédant de beaucoup l'apparition des organes sexuels se traduit forcément chez les Synascidies par des phénomènes blastogénétiques. Par suite de cette reproduction précoce, leur organisme subit un arrêt dans son développement et sa différenciation ; développement et différenciation qui se poursuivent, au contraire, chez les formes simples dont les larves peu nourries se développent lentement. Par suite, enfin, une forme simple d'organisation supérieure et une forme composée d'organisation inférieure peuvent parfaitement provenir d'une souche commune et dérivent, dans tous les cas, d'une forme simple. J'ai observé chez les Tuniciers une foule de faits démontrant une fois de plus ces lois de physiologie générale.

Les taxonomistes possèdent deux moyens d'arriver à la découverte de l'importance relative des caractères qu'il est alors facile de subordonner les uns aux autres, en établissant ainsi des groupements naturels.

Premier procédé. — *Les caractères les plus généraux et les plus constants d'un groupe naturel par évidence et reconnu comme tel par tous les classificateurs seront les caractères les plus importants de ce groupe.*

Appliquant immédiatement ce procédé aux Tuniciers, nous voyons que leurs caractères fondamentaux sont les suivants :

Type : *Tunicata* (Lamarck 1816)	caractère	embryonnaire	larve non ciliée, munie d'une queue natatoire.
	—	extérieur	production ectodermique de tunicine.
	—	anatomique	tube digestif antérieur transformé en organe respiratoire.
	—	physiologique	renversement de la circulation.

Le même procédé appliqué aux Vertébrés nous fait découvrir chez ces animaux un caractère anatomique identique et, de plus, l'existence constante d'une notochorde chez les représentants de cet embranchement. Si donc, la queue des larves des Tuniciers renferme une production homologue à cette notochorde, ces animaux doivent être rangés à côté des Vertébrés, dans le même embranchement, qui devient alors celui des Chordata. La persistance ou la disparition chez les Tuniciers de cet organe taxonomiquement si important permettra de les diviser en deux classes naturelles :

Urochordata	à chorde persistante.	*Perennichordata* [1].
	à chorde caduque.	*Caducichordata*.

1. Les noms de ces deux classes sont hybrides et devraient être remplacés par ceux de : *Bebaiochordata* (βεβαιος, « persistant »), et *Ptosimochordata* (πτωσιμος, « caduc »).

Pour ne rien préjuger ici de ces homologies repoussées par des naturalistes de valeur, il est peut-être plus sage de changer les noms de ces deux classes qui se trouveront alors fondées sur un caractère ne laissant plus de place à la critique et tout aussi important : la persistance ou la disparition de la forme larvaire.

Tunicata	à forme larvaire persistante.	*Copelata* [1].
	à forme larvaire non persistante.	*Acopelata*.

Deuxième procédé. — *Les caractères sont d'autant plus importants que sont importants les organes qui les fournissent.*

Appliquant ce second procédé aux Tuniciers, on voit de suite que de tous leurs organes, celui qui les caractérise le mieux et qui est le plus important de tous est encore leur branchie. « Incontestablement, la branchie est l'organe dominateur dans l'organe Ascidie; incontestablement aussi, elle peut former des caractères de premier ordre quand il y a lieu de déterminer quelques grandes divisions. » (M. de Lacaze-Duthiers, *Mon. des Molgulidés*, p. 480.)

C'est, en effet, un organe essentiel, très développé, facile à observer, présentant les plus nombreuses variations et offrant donc toutes les conditions qu'on peut désirer rencontrer dans un organe qui doit servir de base à la taxonomie.

Les ordres naturels des Tuniciers sont donc établis d'après la constitution intime de la branchie en appliquant de nouveau le premier procédé qui nous a déjà servi.

La classe des Copelata est si homogène et si naturelle que, chez les intéressants animaux qu'elle renferme, l'organe respiratoire présente une forme constante, étant toujours réduit à deux anneaux ciliés. Les Copelata formeront donc l'ordre unique des Ditremata.

Si on considère certaines familles de la classe des Acopelata, reconnues naturelles par tout le monde, les Didemnidæ, par exemple, on constate qu'ici la superficie respiratoire peut être représentée par une surface cylindrique. Il en est de même chez la plupart des formes inférieures. Tous les Tuniciers dont la branchie sera constituée sur ce plan très simple formeront donc un premier ordre naturel : les Aplousobranchiata (απλους, « simple »).

L'accroissement de la surface respiratoire augmente l'intensité des courants d'eau apportant aux Tuniciers fixés l'oxygène et la nourriture. Ce développement si favorable aux individus s'est donc produit entraînant avec lui le perfectionnement de tout l'organisme; de telle

1. Χωπηλατης, « rameur ».

sorte que la classification basée sur la complication de la branchie *est aussi basée sur la complication de tout l'animal*. Elle est, par suite, des plus naturelles. Examinons donc par quels procédés pouvait se produire cet accroissement de surface.

1° Le cylindre respiratoire pouvait tout d'abord s'allonger en conservant son plan primitif. C'est ainsi que des Didemnidés à trois rangées de trémas on passe aux Distomiens et aux Clavelines qui en possèdent de très nombreuses, mais dont la branchie présente toujours la même constitution simple. Ce sont toujours des Aplousobranchiata.

2° Mais un organe, pour si utile qu'il soit, ne peut s'allonger indéfiniment. La surface d'oxydation (ou de chauffe) devait donc s'accroître suivant un autre plan, celui des chaudières tubulaires. Le groupe si naturel des Phallusiadæ nous montre la réalisation de ce procédé. Dans l'intérieur du cylindre branchial, et communiquant avec lui par de petits sinus, se trouvent des tubes longitudinaux fort nombreux, dont j'ai étudié et décrit la formation dans une note à l'Académie (28 juin 1886). Tous les Tuniciers qui possèderont une branchie pareille constitueront un second ordre : les Phlébobranchiata (φλεψ, « vaisseau »).

3° Enfin le troisième moyen qui permet d'augmenter une surface sans accroître le volume a été employé dans la construction industrielle des tubes et poèles à ailettes. On le retrouve dans des familles naturelles par tout le monde, les Cynthidæ et les Styelidæ, par exemple. Dans tous les cas, la branchie présente de véritables ailettes longitudinales. Celles-ci naissent par suite d'un simple plissement de la paroi interne de la branchie, tandis que les replis méridiens intéressent également la paroi externe et remplissent encore mieux le but à atteindre. Tous les Tuniciers dont la branchie présente ainsi des ailettes longitudinales forment le troisième et dernier ordre naturel : les Stolidobranchiata (στωλιδω, « plisser »). En résumé, voici les ORDRES des Acopelata tels que je les comprends :

Acopelata	branchie sans côtes longitudinales et sans sinus longitudinaux.	*Aplousobranchiata.*
	branchie à sinus anastomiques longitudinaux.	*Phlebobranchiata.*
	branchie à côtes longitudinales.	*Stolidobranchiata.*

Toutes les autres particularités de la branchie pourront servir à la création de genres naturels, mais ils s'effaceront forcément devant les particularités si générales et de premier ordre que j'ai essayé de mettre en lumière.

En examinant diverses familles naturelles des Tuniciers, il est aisé de remarquer que plusieurs d'entre elles présentent des caractères

communs importants, obligeant de les rapprocher les unes des autres dans des divisions inférieures aux ordres et qui forment donc des sous-ordres. Je ferai observer à ce propos que la multiplication des groupes n'est nuisible que si elle se base sur des caractères de peu de valeur, car alors elle complique sans aucun profit la détermination des individus. En outre, je dois avertir que mon intention n'est pas d'offrir en ce moment une clef dichotomique pour la détermination rapide des Tuniciers. Par suite, je m'attache exclusivement aux caractères naturels, sans me préoccuper ici de la facilité plus ou moins grande des déterminations.

Si l'on recherche, à l'aide des deux procédés indiqués ci-dessus et employés simultanément, les caractères positifs les plus constants qui se retrouvent dans des familles naturelles voisines, on arrive à constituer les huit SOUS-ORDRES suivants :

Ditremata	raphé ventral et cœur	absents.	*Kowaleskiadæ.*
		présents.	*Appendiculariadæ.*
Aplousobranchiata	stolons	non génitalifères.	*Didemniadæ.*
		génitalifères.	*Polycliniadæ.*
Phlebobranchiata	viscères	inférieurs à la branchie.	*Cioniadæ*
		latéraux à la branchie.	*Phallusiadæ.*
Stolidobranchiata	orifice buccal	à quatre lobes ou arrondi.	*Cynthiadæ.*
		à six lobes.	*Molguliadæ.*

III. — FAMILLES DES TUNICIERS.

Les sous-ordres des Kowaleskiadæ et Appendiculariadæ ne renferment chacun qu'une seule famille et, pour n'avoir plus à reparler ici des Appendiculaires, voici les caractères essentiels des quatre genres connus :

Kowaleskiadæ	caractères de la famille :		*Kowaleskia*	(Fol 1871).
Appendiculariadæ	capuchon céphalique.		*Fritillaria*	(Chamisso 1818).
	pas de capuchon	intestin droit.	*Appendicularia*	(Mertens 1831).
		intestin replié.	*Oïkopleura*	(Fol 1871).

La morphologie enseigne que, généralement, les parties d'un organe sont en nombre constant si ce nombre est peu élevé. On peut utiliser ce principe pour diviser les Didemniadæ en s'appuyant, en outre, sur des caractères tirés des organes si importants de la reproduction.

Didemniadæ	1-2 rangées de trémas.	*Doliolidæ.*
	3-4 rangées de trémas, follicules testiculaires rares.	*Didemnidæ.*
	4 ou davantage, nombreux follicules testiculaires.	*Distomidæ.*

Les Didemnidæ se distinguent encore des Distomidæ par un caractère très important : la blastogénèse directe.

Les Didemniadæ ont le corps presque toujours divisé en deux

masses. Le stolon génitalifère, propre aux Polycliniadæ, forme généralement chez ces derniers une troisième masse, et les caractères tirés de ce stolon ainsi que de la position relative de l'estomac et du rectum permettent de diviser ce sous-ordre en quatre familles :

Polycliniadæ	cœur à l'extrémité du stolon	pas de muscles stoloniaux. — Estomac à gauche du rectum.	*Polyclinidæ.*
		muscles stoloniaux. — Estomac à droite du rectum.	*Aplididæ.*
	cœur indépendant du stolon.	branchie réduite.	*Salpidæ.*
		branchie normale.	*Pyrosomidæ.*

Les Salpidæ sont en apparence bien éloignés des Aplididæ, surtout si on compare le Salpa Africana, par exemple, avec un Aplidium quelconque. Mais si on étudie, en revanche, le genre Orthocæla, on voit les différences diminuer très notablement, surtout si on tient compte des lois générales de l'adaptation à la vie pélagique. Les Salpidæ n'en constituent pas moins une famille naturelle toute spéciale dont les caractères sont bien tranchés.

Les Pyrosomidæ ne possèdent qu'une seule rangée de trémas et se rapprochent des Didemniadæ par plusieurs caractères importants. Leurs ressemblances avec les Cynthiadæ sont très probablement de simples analogies. Les Salpidæ et Pyrosomidæ dérivent directement des formes inférieures.

Les Cioniadæ comprennent une seule famille, les Cionidæ, dont les caractères sont ceux du sous-ordre lui-même.

Les Phallusiadæ se subdivisent en trois familles basées sur la position des viscères par rapport à la branchie. Ce caractère est très naturel, et il se lie toujours à la disposition du système musculaire de l'adulte dont le développement asymétrique précède et entraîne l'asymétrie des viscères, qu'il suit aussi quelquefois.

Phallusiadæ	viscères sur la gauche.	*Ascididæ.*
	viscères sur la droite.	*Corellidæ.*
	viscères sur le dos.	*Corynascididæ.*

Les sous-ordres des Cynthiadæ et des Molguliadæ se subdivisent à l'aide de caractères importants fournis encore par la branchie. C'est ainsi que plusieurs familles ne possèdent pas de *véritables replis méridiens,* comprenant sous cette désignation tous les replis tels qu'on les rencontre chez les types des sous-ordres (*Cynthia* et *Molgula*) et présentant chacun plusieurs côtes longitudinales. Il peut arriver parfois chez certains types que le repli disparaisse, mais, dans ce cas, son existence antérieure est toujours indiquée par des groupes de côtes fort rapprochées les unes des autres. Le nombre des replis joint à la complication des tentacules sert à former six familles.

Cynthiadæ	pas de vrais replis méridiens.		*Polystyelidæ.*
	vrais plis méridiens	8 au plus, tentacules simples.	*Styelidæ.*
		plus de 8, tentacules composés.	*Cynthidæ.*
Molguliadæ	pas de vrais replis méridiens.		*Eugyriidæ.*
	vrais replis méridiens.		*Molgulidæ.*

J'ai terminé l'exposition des caractères essentiels des familles; il ne me reste plus qu'à donner maintenant les caractères de leurs genres. Je les expose tous dans un même tableau sans discuter les suppressions ou modifications de diagnose que je crois devoir proposer. Tout cela m'entraînerait à de trop longues dissertations.

Enfin, je dois faire remarquer que la disposition des genres en tableau ne permet pas d'indiquer leurs vrais rapports; il ne faudra donc tenir aucun compte de rapprochements purement fortuits. Les dispositions typographiques arborescentes ou réticulaires permettent seules d'indiquer les relations plus ou moins étroites qui unissent entre elles des formes diverses.

Je n'ai qu'un but : essayer d'arriver à une classification naturelle des Tuniciers; je n'ai qu'un moyen : l'étude consciencieuse et approfondie des différents types; je n'ai qu'un désir : corriger les erreurs que j'ai pu commettre.

IV. — Tableau des genres [1].

Doliolidæ	une seule paire de muscles en S sur les côtés du corps.			*Anchinia* (Eschscholtz 1835).
	nombreux anneaux musculaires autour du corps.			*Doliolum* (Quoy et Gaim. 1825).
Didemnidæ	1 follicule testiculaire.	3 rangées de trémas	pas de spicules.	*Didemnoides* (Drasche 1883).
			spicules.	*Didemnum* (Savigny 1816)
		4 rangées de trémas.		*Leptoclinum* (Milne-Edw. 1842).
	2 follicules testiculaires			*Diplosoma* (Mac-Donald 1859).
	plusieurs follic. test.	6 lobes buccaux	4 rangées de trémas.	*Diplosomoides* (Drasche 1883).
			6 rangées de trémas.	† *Eucœlium* (Savigny 1816).
		5 lobes buccaux.		*Cœlocormus* (Herdman 1856).
Distomidæ	orifice buccal à 6 lobes	org. reproducteurs à droite	pas de spicules	languette cloacale.	*Distaplia* (Della Valle 1880).
				tube cloacal.	*Distoma* (Gærtner 1774).
			spicules discoïdes.		*Cystodites* (Drasche 1883).
		organes reproducteurs à gauche.			† *Colella* (Herdman 1886).
	orifice buccal arrondi ou à $n \times 4$ lobes.				*Clavelina* (Savigny 1816).
Polyclinidæ	languettes branchiales.				*Glossophorum* (Lahille 1886).
	pas de languettes branchiales.				*Polyclinum* (Savigny 1816).
Aplididæ	branchie réduits.				*Pharyngodictyon* (Herdman 1886).
	trémas normaux	languettes branchiales			*Pleurolophium* (Giard 1874).
		pas de languettes	6 lobes buccaux	cœnobiums simples et isolés.	*Synoïcum* (Phipps 1774).
				cœnobiums composés	stolon plus court que le corps.	*Aplidium* (Savigny 1816).
					stolon plus allongé.	*Amaroucium* (M. Edw. 1842).
				cœnobiums nuls.	*Sigillina* (Savigny 1816).
			8 lobes buccaux	cœnobiums simples et isolés quelquefois nuls.	*Circinalium* (Giard 1872).
				cœnobiums composés.	*Parascidia* (M. Edw. 1842).

1. Les genres précédés du signe † me paraissent basés sur des caractères insuffisants.

Salpidæ	intestin allongé.		*Orthocœla* (Mac-Donald 1864).
	viscères formant un nucléus.		*Salpa* (Forskàl 1776).
Pyrosomidæ	tube digestif horizontal.		*Pyrosoma* (Le Sueur 1815).
Cionidæ	organes reproducteurs, dépassant l'intestin.		*Tylobranchion* (Herdman 1886).
	org. reprod. dans l'anse intestinale	pédicule œsophago-rectal presque nul.	*Ciona* (Flemming 1828).
		pédicule toujours considérable	pas de blastogénèse. † *Rhopalona* (Philippi 1843).
			blastogénèse. *Diazona* (Savigny 1816).
Ascididæ	branchie droite	OB $n \times 6$ languettes de Lister	languettes branchiales. *Perophora* (Wiegman 1535).
			sinus anastomotiques nombreux. *Perophoropsis* (Lahille 1886).
		OB 8 côte dorsale	ganglion au contact du pavillon vibratile. *Ascidiella* (Roule 1884).
			ganglion éloigné du pavillon vibratile. *Ascidia* (Linné 1766).
	branchie recourbée.		*Phallusia* (Savigny 1816).
Corellidæ	trémas courbes.		*Corella* (Hancork 1870).
	trémas droits	opercule en D.	*Rhodosoma* (Ehrenberg 1828).
		pas d'opercule.	*Abyssascidia* (Herdman 1880).
Corynascididæ	languettes de Lister et sinus anastomiques longitudinaux.		*Corynascidia* (Herdman 1880).
	côte dorsale — pas de sinus anastomiques longitudinaux.		*Hypobythius* (Moseley 1876).
Polystylidæ	org. reprod. pairs	organes ♂ et ♀ disposés sans ordre.	*Goodsiria* (Cunningham (1871).
		organes ♂ autour des organes ♀	pas trace de plis. *Botryllus* (Gærtner 1774).
			plis méridiens rudimentaires. † *Polycyclus* (Lamarck 1815).
	organes reproducteurs impairs.		*Symplegma* (Herdman 1886).
Styelidæ	branchie réduite.		*Bathyoncus* (Herdman 1880).
	trémas normaux	nuls	org. reprod. pairs polycarpes ♂ et ♀ sans ordre. *Alderia* (Lahille 1887).
			unisexués ♂ autour des ♀. *Styela* (Savigny 1816).
			polycarpes hermaphrodites. *Polycarpa* (Heller 1877).
	infundibuliums		org. reprod. impairs situés à droite. *Styelopsis* (Traustedt 1880).
			situés à gauche. *Pandocia* (Savigny 1816).
		présents.	*Glandula* (Traustedt 1880).
Cynthidæ	branchie réduite	spicules branchiaux — languettes de Lister.	*Culeolus* (Herdman 1880).
		pas de spicules — côte dorsale.	*Fungulus* (Herdman 1880).
	trémas normaux	pédoncule très long — languettes de Lister.	† *Boltenia* (Savigny 1816).
		corps sessile ou presque	languettes de Lister pas de spicules branchiaux. *Cynthia* (Savigny (1816).
			et gouttière dorsale spicules échinés. *Herdmania* (Lahille 1887).
			côte dorsale sans gouttière. *Microcosmus* (Heller 1877).
Eugyridæ	infundibuliums	nuls — trémas courbes.	*Chelyosoma* (Eschricht 1842).
		présents	organes reproducteurs pairs. *Paramolgula* (Trausted 1885).
			organes reproducteurs impairs. *Eugyra* (Al. et Hancock 1870).
Molgulidæ	infundibuliums	nuls — trémas droits.	*Ascopera* (Herdman 1880).
		présents	org. reprod. pairs lobes buccaux arrondis larves anoures. † *Anurella* (de Lacaze-Duthiers 1877).
			larves urodéles. *Molgula* Forbes 1853).
			lobes buccaux laciniés. † *Clenicella* (de Lacaze-Duthiers 1877).
			organes reproducteurs impairs. *Eugyriopsis* (Roule 1885).

M. Edgard HÉROUARD,

A Paris.

LES HOLOTHURIES DE ROSCOFF ET DE BANYULS-SUR-MER.

— Séance du 29 septembre 1887. —

ESPÈCES TROUVÉES DANS CES DEUX STATIONS.

A Roscoff.	A Banyuls.
Pedata.	
Aspidochirotæ.	
	Holothuria Poli, D. Ch.
Holothuria Catanensis, GR...	Holothuria Catanensis, GR.
	Holothuria tubulosa, GM.
	Holothuria impatiens, Lam.
	Stichopus regalis, Cuv.
Dendrochirotæ.	
Colochirus Lacazii. N. sp.	
Oenus minutus, Fabr.	Oenus minutus, Fabr.
Oenus lacteus, Forb.	
	Cucumaria Kirchsbergii, Hell.
	Cucumaria Planci, Brdt.
Cucumaria Lefevrii, Barr.	
	Cucumaria tergestina, Sars.
	Cucumaria pentactes, L.
	Semperia Barroisi, Lpt.
Thyone fusus, Mull.	Thyone fusus, Mull.
	Thyone auranthiaca, Cost.
Apneumona.	
Synaptidæ.	
Synapta inhærens, Mull.	
	Synapta digitata, Mont.

FORMATION DES CORPUSCULES CALCAIRES.

Chez les Holothuries de la famille des Dendrochirotes, chaque corpuscule se forme par dépôt calcaire sur les parois latérales de cellules hexagonales disposées sur une seule couche. La calcification commence par intéresser seulement quatre cellules adjacentes et débute le plus souvent par leurs parois de contact, de telle sorte qu'au début le corpuscule a la forme d'un X. Quand les parois latérales de ces

quatre cellules ont eu le temps de se calcifier entièrement, on a alors une lame calcaire percée de quatre trous, un au centre de chaque cellule. Ces trous sont dûs aux noyaux des cellules, qui ont empêché par leur présence le dépôt calcaire d'arriver jusqu'au centre de celles-ci.

J'appellerai les quatre cellules ayant servi de base au dépôt calcaire les *quatre cellules fondamentales du corpuscule,* et, par extension, *corpuscule calcaire fondamental* celui qui prend naissance par calcification des parois de ces quatre cellules, et dont nous pouvons citer comme type le corpuscule qui se rencontre normalement chez le Colochirus Lacazii, n. sp.

Une fois le corpuscule calcaire fondamental formé, la calcification calcaire gagne de proche en proche les cellules hexagonales voisines.

Les saillies qui se rencontrent à la surface des corpuscules résultent du dépôt calcaire, qui est plus abondant le long des arêtes des cellules hexagonales.

De ce que l'origine de formation est semblable pour toutes les espèces, il n'en résulte pas pour cela que la forme des corpuscules soit partout la même. La grandeur soit relative, soit absolue des *cellules fondamentales*, la forme des saillies calcaires, l'accroissement du corpuscule s'opérant plus spécialement sur certains points, sont, au contraire des données qui, variant suivant des espèces différentes, restent fixes pour une même espèce, ce qui donne au corpuscule une importance capitale dans la détermination.

SYSTÈME SANGUIN DU COLOCHIRUS LACAZII.

Le système sanguin est entièrement séparé du système aquifère.

Le système sanguin, appelé viscéral, n'est qu'une partie d'un système sanguin lacunaire, desservant toutes les parties du corps de l'animal.

En effet, il aboutit à son extrémité céphalique par l'intermédiaire des tractus pericœsophagiens, d'une part : dans un système de lacunes creusées dans la paroi de l'anneau aquifère, et d'autre part, dans les lacunes du tissu conjonctif qui entoure l'anneau calcaire, et qui se continuent elles-mêmes dans une grande lacune périphérique creusée dans la paroi du corps.

A son extrémité anale, le système sanguin viscéral se continue dans la paroi du cloaque et rejoint, par l'intermédiaire des tractus péricloacaux, la grande lacune périphérique.

La partie céphalique et l'extrémité anale du système sanguin viscéral sont donc en communication par l'intermédiaire de cette grande lacune de la paroi du corps.

Revenons aux lacunes creusées dans la paroi de l'anneau aquifère. Dans son ensemble, ce système lacunaire affecte la forme d'un anneau sanguin diffus periœsophagien, qui se prolonge dans cinq lacunes radiales semblables entre elles. Si nous prenons une de ces lacunes en particulier, nous voyons qu'elle est creusée d'abord dans la paroi séparant le vaisseau aquifère du sinus periœsophagien dépendant de la cavité générale, qu'elle pénètre ensuite, à la hauteur du collier nerveux, dans la lamelle conjonctive séparant le canal périnervien du vaisseau aquifère radial et qu'elle envoie latéralement des branches courant sur la face interne des nerfs des tentacules et des tubes ambulacraires.

M. Jules KÜNCKEL D'HERCULAIS,

Aide-naturaliste au Muséum de Paris.

DISTRIBUTION GÉOGRAPHIQUE DES INSECTES COLÉOPTÈRES A MADAGASCAR. — COMPARAISON DE SA FAUNE AVEC CELLE DES AUTRES RÉGIONS DU GLOBE [1].

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Situé dans la zone intertropicale, Madagascar possède cependant, grâce à son étendue et à la configuration de son sol, un climat varié; sur les côtes règne la chaleur des tropiques; dans les vallées et sur les plateaux de l'intérieur la température s'abaisse et reste modérée pendant la bonne comme pendant la mauvaise saison; dans les parties les plus élevées des régions montagneuses, on a pu constater un minimum thermométrique de 4°. Couvrant une superficie de plus de 590,000 kilomètres carrés, supérieure de beaucoup à celle de la France, ayant des côtes plates et marécageuses à végétation tropicale, des plaines stériles, des montagnes granitiques arides ou couvertes de forêts dont les sommités atteignent plus de 2,500 mètres (2,630 mètres), la grande île offre toutes les conditions naturelles

1. Ce Mémoire n'est qu'un résumé d'une préface plus étendue qui doit accompagner l'*Histoire naturelle des Coléoptères,* par M. Künckel d'Herculais dans le grand ouvrage de M. Alfred Grandidier intitulée *Histoire physique, naturelle et politique de Madagascar;* voy. Compt. Rend. de la 16e session. 1re part., p. 266.

favorables au développement des formes végétales et animales les plus diverses et même les plus dissemblables.

Les entomologistes qui sont familiarisés avec la faune française savent combien nos différentes montagnes sont riches en espèces caractéristiques, combien notre littoral méditerranéen est peuplé de types spéciaux; on peut présumer sans nul doute qu'il existe à Madagascar des faunules adaptées aux climats, aux altitudes, à la nature géologique et aux productions du sol. Malheureusement, sauf de rares exceptions, les naturalistes qui ont abordé la terre malgache ou qui ont pénétré dans l'intérieur n'ont ni précisé les lieux où ils ont recueilli les insectes dont ils ont enrichi les collections européennes, ni relaté les conditions dans lesquelles ils avaient fait leurs captures; nous constatons avec regret que la grande majorité des insectes qui figurent dans les Musées nationaux ou dans les collections particulières ne portent comme indication d'origine que cette désignation générale : Madagascar. Si nous avons quelques renseignements, c'est que nous pouvons, dans certains cas, déterminer les territoires de chasses par les obligations de séjour qui étaient imposées aux chercheurs par les fonctions ou les relations commerciales, par les nécessités politiques ou les devoirs religieux.

Commerson[1] est le premier voyageur naturaliste qui dès le siècle dernier (1770) ait visité la grande île, considérée déjà comme terre française, et y ait recueilli un petit nombre d'insectes coléoptères; ce sont eux qu'Olivier a décrit dans son *Entomologie*[2] et dont quelques spécimens existent encore au Muséum de Paris[3]. Justin Goudot est certainement le naturaliste auquel on doit les plus belles récoltes de Coléoptères; toutes ont été faites sur le versant oriental de l'île; acquises vers 1830 en grande partie par le Muséum de Paris[4] et par celui de Berlin, répandues pour le surplus dans les collections particulières françaises et étrangères, elles ont fourni des matériaux d'étude,

1. Philibert Commerson est ce savant naturaliste explorateur, mort à l'âge de quarante-six ans, dont Lalande et Cuvier ont fait le plus bel éloge.

2. A. G. Olivier, *Entomologie* ou *Histoire naturelle des Insectes*. Paris, 1789-1808. In-4°, 6 vol. text. 2 vol. atlas.

3. A l'origine, les collections entomologiques « étaient exposées, moins pour donner des notions de cette branche de la zoologie, que pour offrir aux yeux des objets de curiosité. » (Deleuze, *Histoire et Description du Musée royal d'Histoire naturelle* (p. 564). Il n'est pas surprenant que dans ces conditions le temps, la lumière et les insectes destructeurs aient éclairci les rangs.

4. Elles sont inscrites sur le Catalogue d'entrée des Collections entomologiques de l'année 1834 sous le n° 4177.

en France, à Audouin et Brullé, à Laporte de Castelnau, à Gory, à Percheron, à M. Emile Blanchard; en Allemagne, à Klug, à Burmeister. Bernier a découvert quelques types fort curieux (Coll. du Mus. de Paris). Le chirurgien de la marine Ch. Coquerel a fait (1845-1864) d'excellentes chasses à Nossy-bé, à Sainte-Marie et sur les côtes de Madagascar; elles ont été étudiées par lui et par M. L. Fairmaire. Pollen et Van Dam (1867) ont récolté des insectes; Snellen a étudié les Coléoptères. M. A. Grandidier dans ses longues pérégrinations (1865-1870) à travers la grande île a recüeilli des matériaux principalement sur la côte occidentale; ces matériaux déposés au Muséum nous permettent de tirer d'intéressantes déductions. Le révérend W. Deans Cowan a chassé autour de Fianarantsoa (ville de l'intérieur, située dans la partie méridionale de l'île). M. Kingdon et le R. Joy ont exploré le voisinage d'Antananarivo (capitale du pays des Hova, l'Imerina située à peu près au centre de l'île); les Coléoptères ramassés par ces naturalistes ont été envoyés à Londres; presque toutes les espèces étaient nouvelles et ont été décrites par MM. Waterhouse et Janson; les types sont conservés dans le Musée de Londres et dans la collection Janson. On doit à Ebenau (1877) Hildebrandt (1880) des envois importants étudiés en Allemagne. M. Lucas von Heyden a étudié particulièrement les collections expédiées de Nossy-bé par M. Ebenau; il est le seul naturaliste qui ait tenté de donner un aperçu sommaire de la Faune des Coléoptères de Madagascar; reconnaissant avec franchise le mérite des travaux des entomologistes français, ainsi que l'importance et la supériorité des collections françaises conservées au Muséum d'Histoire naturelle de Paris ou chez les particuliers, il s'est borné à signaler la répartition géographique d'un certain nombre d'espèces recueillies par le voyageur allemand; les indications qu'il donne sont souvent fort intéressantes. M. A. Raffray, alors consul à Tamatave (1882) a parcouru les alentours de son poste; lui-même et M. Fairmaire ont décrit les espèces nouvelles. M. Humblot, naturaliste des plus zélés, a remis ses collections au Muséum de Paris qui possède encore des chasses de quelques autres voyageurs.

S'il nous est impossible de connaître le mode de répartition des insectes coléoptères dans les diverses régions de Madagascar, avec les données fournies par les voyageurs, nous pouvons constater que la faune du versant oriental n'est pas la même que celle des contrées occidentales; mais pour saisir les différences qui existent entre ces deux faunes, il convient d'envisager la faune de l'île entière prise dans son ensemble par rapport à celle des autres régions du globe.

Il n'est point de grande famille de Coléoptères qui n'ait de représen-

tants à Madagascar; les espèces se rapprochent les unes des types africains, les autres des types indo-malaisiens, quelques-uns rappellent les formes européennes ou américaines, d'autres ont une physionomie particulière et sont essentiellement propres à l'île malgache.

Passons en revue les différents groupes de Coléoptères.

Parmi les Cicindélides, les Cicindèles proprement dites qui sont répandues sur toute la surface du globe, sont représentées par une vingtaine d'espèces, mais les *Megalomma* (3 espèces), les *Pogonostoma* (12 espèces) sont cantonnés à Madagascar. Parmi les Carabides, citons les *Omophron*, dont le type européen vit enfoui dans les sables sur les rives de nos cours d'eau et qui ont un représentant, (*O. Madagascariensis* Chaud); ce sont certainement des insectes des climats tempérés, car la plupart des représentants de ce genre vivent au Japon, dans l'Amérique du Nord, au Cap, quelques-uns seulement dans les pays chauds (Égypte, Sénégal). M. Grandidier a découvert un magnifique *Calosoma* (*C. Grandidieri*), mais les Calosomas sont cosmopolites. Les *Drypta*, les *Pheropsophus* voisins des *Aptinus*, les *Lebia*, les *Chlœnius*, les *Harpalus* rappellent nos espèces indigènes. Les *Thyreopterus* qui ont de grandes affinités avec les *Mormolyces* de Malacca, Java et Sumatra, avec les *Catascopus* répandus dans toutes les régions intertropicales, surtout en Malaisie, forment un genre nombreux richement représenté à Madagascar. Les genres *Graphipterus, Anthia, Polyhirma,* qui ont de nombreuses espèces sur le continent africain, manquent totalement à Madagascar. Les *Scarites* sont représentés par des Scarites par les genres *Dyscherus, Storthodontus, Crepidopterus* créés par de Chaudoir; les *Teflus*, insectes africains par excellence, font absolument défaut; les *Eudema* nombreux dans les régions intertropicales de l'Afrique et de l'Asie n'ont qu'une ou deux espèces malgaches. Les Féronies sont remplacées par des *Drimostoma* dont certaines espèces se rencontrent en Nouvelle-Hollande et en Nouvelle-Zélande, par les *Distrigus*, aux espèces plutôt des Indes orientales et de Ceylan, et surtout par les *Eucamptognatus* aux reflets métalliques, ainsi que par les *Homalosoma*, grands et beaux insectes aux élytres cannelées, dont les autres espèces ne se trouvent qu'en Australie et en Nouvelle-Zélande.

Les eaux douces renferment quelques Dytiscides qui appartiennent pour la plupart à nos genres européens, *Cybister, Hydaticus, Laccophilus, Hyphidrus,* des Gyrimides dont les uns se rangent dans notre genre *Gyrinus*, les autres dans les genres exotiques *Dineutes, Orectochilus;* mais les insectes aquatiques ont une aire de distribution géographique trop étendue, — le *Gyrinus striatus* de l'Europe méridionale se retrouve à Madagascar. le *Cybister tripunctatus* voyage

du Cap en Égypte, gagne la Sicile et la Sardaigne et passe de Madagascar aux Indes et aux Philippines, — pour donner des renseignements sur les faunes locales.

Les Staphilinides ont des représentants dans différents genres qui sont familiers aux Entomologistes européens, *Aleochara, Homalota, Conurus, Staphilinus (Creophilus), Philonthus, Xantholinus, Leptacinus, Pœderus, Stenus, Oxytelus* dont les nombreuses espèces appartiennent pour la plupart à la faune des régions à climat tempéré; quelques genres seulement sont franchement tropicaux *Osorius, Holotrochus, Eleusis, Leptochirus, Lispinus,* un seul genre est exclusivement Malgache, c'est le genre *Chasolium* Cast. (*C. Ernestini,* Cast.). Ces insectes ont été peu recherchés et il est probable qu'on découvrira une foule d'espèces nouvelles.

Les Silphides n'ont jusqu'à présent qu'une seule espèce madécasse, le *Sylpha metallescens.*

Les Histérides sont dans le cas des Staphilinides, et les espèces malgaches sont réparties dans les mêmes genres que les espèces européennes, *Hister, Carcinops, Saprinus,* dont les représentants sont d'ailleurs répandus dans les deux hémisphères; toutefois, il est des genres intéressants comme celui qui porte le nom d'*Apobletes* dont les espèces appartiennent aux régions intertropicales, celui qui a reçu l'appellation de *Sternaulax* qui est cantonné à Madagascar et à la Nouvelle-Zélande, celui que de Marseul a baptisé *Sphæricosoma* qui est exclusivement madécasse.

Les Nitidulides comptent des espèces appartenant aux genres cosmopolites (*Carpophilus, Pria*), intertropicaux (*Stelidota, Æthina*), presque exclusivement Africains (*Lardites*), ou Malgaches (*Cillæus*).

Les *Ino*, parmi les Cucujides, se rencontrent à la Nouvelle-Guinée, à la Guadeloupe et à Madagascar.

Les Coléoptères, qui offrent un véritable intérêt, sont les Lamellicornes.

Les Cétonides sont richement représentées dans la grande île, et certaines d'entre elles ne ressemblent à aucune de leurs congénères des autres régions du globe, soit par la forme, soit par la coloration. Les *Bothrorrhina* (3 espèces) tiennent la place des *Ceratorrhina,* des *Tmesorrhina,* des *Chordodera,* si nombreux dans l'Afrique intertropicale, des *Rhomborrhina* qui abondent dans l'Asie méridionale, des *Heterorrhina* des régions intertropicales de ces deux anciens continents. Une série de genres sont exclusivement madécasses, tels sont les genres *Heterophana, Callipechis, Doryscelis, Chromoptilia, Stenotarsia, Rhinotarsia, Liostraca, Epixanthis, Euchilia, Parachilia, Anochilia, Bricoptis, Dirrhina, Pantolia,*

Coptomia aux nombreuses espèces, *Pogonotarsus*, *Euchræa* dont les espèces ont une physionomie propre, l'une d'entre elle l'*E. celestis* possède un magnifique vêtement de velours noir, relevé de velours vert ou bleu, rehaussé de jaune d'or qui rappelle la livrée du plus beau Papillon de Madagascar, le plus resplendissant peut-être de tous les Lépidoptères, l'*Urania Riphœus*.

Quelques genres de Mélolonthidès appellent l'attention; leurs élytres sont revêtues de fines écailles généralement blanches, quelquefois jaunâtres ou rousses, qui les recouvrent entièrement ou accusent des dessins variés, ce sont les *Encya*, les *Proagostemus*, les *Tricholepis*, mais ces insectes par leur facies, comme par leurs caractères se rapprochent de certains Mélolonthines, tels que les *Leucopholis*, les *Lepidiota* qui habitent les Indes et les îles de la Sonde. Les *Hoplia*, en général de l'hémisphère nord, les *Serica*, cosmopolites, comptent de nombreuses espèces; les *Microplus* sont africains et madécasses; les *Dicentrines*, les *Hopliopsis*, les *Emphania* sont malgaches. Les *Adoretus* qui pullulent dans les Indes et dans l'Afrique méridionale ont leurs représentants à Madagascar.

Parmi les Scarabéides, il est un genre qui mérite examen, c'est le genre *Hexodon* qui ne ressemble à aucun autre par sa forme générale et les traits de son organisation; à lui seul, il imprime à la faune de l'île un caractère spécial. Créé par Olivier, sur les individus rapportés par Commerson, ce genre renferme seulement quelques espèces qui, sur la foi des auteurs, ont été confondues entre elles. Ayant eu la bonne fortune de retrouver dans les collections du Muséum les types d'Olivier, nous avons pu établir la synonymie et reconnaître avec certitude l'existence de quatre espèces anciennes nettement définies : *H. reticulatum*, Oliv.; *unicolor*, Oliv.; *Montandoni*, Buquet; *Hopei*, Kollar. M. Grandidier a rapporté une espèce nouvelle, l'*H. rotundatum*, Künckel.

Les *Oryctes* sont presque cosmopolites, aussi ne faut-il pas s'étonner que plusieurs d'entre eux habitent Madagascar; mais si notre type indigène se développant dans la tannée n'est pas nuisible, d'après les observations de Coquerel, les espèces malgaches, à l'état de larve comme à l'état adulte, perforent les troncs des Palmiers, des Cocotiers surtout, et causent un préjudice considérable en les faisant rapidement périr. Les *Heteronychus*, Coléoptères des pays intertropicaux, comptent quelques espèces dans la grande île; les *Lonchotus* sont madécasses. Des *Ochodæus*, qui rappellent notre espèce indigène et celles qu'on trouve disséminées un peu partout, des *Orphnus*, un *Phæocrous*, voisin des autres espèces qui sont clairsemées dans les régions intertropicales, l'*Hybosorus arator* de notre pays, un *Trox*,

d'un genre qui est presque cosmopolite, représentent les Géotrupides en terre malgache. Parmi les Coprides, des *Aphodius*, des *Oniticellus* sont des espèces insulaires. Dans le groupe si intéressant des Ateuchites, M. Alfred Grandidier, plus heureux que ses devanciers, a découvert sur la côte occidentale deux *Ateuchus* (*Scarabæus*) rappelant ceux qui vivent en Europe et surtout en Afrique ; à ce groupe appartient le genre *Epilissus*, cantonné à Madagascar, dont nous avons fait la revision et accru notablement le nombre des espèces.

Les Lucanides sont si rares dans la grande île qu'ils n'y ont qu'un seul représentant faisant partie du genre *Cladognathus* qui, sur soixante espèces, en compte huit africaines et trente-deux asiatiques, malaisiennes et océaniennes. Les *Nygidius*, de l'Afrique, des îles de la Sonde, de Formose, ont une espèce malgache ; les *Figulus*, répartis entre l'Afrique, les Indes, les îles de la Sonde et les îles Polynésiennes sont aussi madécasses. Les Passalines comptent deux *Leptaulax*, dont les espèces sont des régions intertropicales de l'ancien continent.

La grande famille des Buprestides est richement représentée à Madagascar ; c'est surtout le genre *Polybothris*, qui fait une remarquable figure, car plus de soixante-dix espèces y ont été recueillies. Beaucoup de ces somptueux insectes aux magnifiques reflets métalliques se font remarquer par leur forme arrondie, qui rappelle celle des Cassides et contribuent ainsi à donner à la faune de l'île une physionomie propre. Les genres et les espèces africaines n'y ont que des rares représentants. Les *Julodis*, par exemple, du sud et du nord de l'Afrique, du bassin de la Méditerranée, de l'Asie occidentale (Perse, Arménie, Syrie), les *Sternocera* de l'Afrique et de l'Asie intertropicale n'existent pas dans l'île ; seul le genre *Chrysochroa* des pays de l'ancien continent situés sous les tropiques figure dans les catalogues avec une espèce malgache. Il est des genres dont la distribution géographique offre des particularités fort curieuses dont les motifs nous échappent ; les *Chalcophora*, répandus sous les mêmes latitudes que les genres précédents, ont une espèce européenne, une autre de l'Amérique du Nord, une troisième madécasse ; les *Polycesta*, dont seize espèces sont américaines sur vingt-trois, compte une espèce malgache ; les *Actenodes* sont dans le même cas : sur vingt-cinq espèces, vingt et une sont américaines et quatre madécasses : apparentés au *Coræbus*, bien connu des entomologistes européens, on trouve dans la grande île un *Melibæus* et trois *Discoderes* ; le genre *Aphanisticus*, dont les espèces habitent les régions tropicales de l'ancien continent, l'Océanie et le sud de l'Europe, a trois espèces malgaches ; les Trachys, dont les très nombreuses espèces (soixante-

huit décrites) semblent jetées çà et là un peu partout, dans l'Inde, surtout dans les îles de la Sonde et l'archipel de la Nouvelle-Guinée, quelques-unes dans l'Afrique et l'Europe (onze à treize), comprend cinq espèces madécasses.

La petite famille des Monommides compte à Madagascar quinze espèces de *Monomma* sur vingt connues.

Parmi les Eucnémides le genre intertropical *Pœcilochrous* est représenté par une espèce ; le genre *Fornax,* qui ne renferme qu'une seule espèce africaine et dont les nombreux représentants sont disséminés dans la presqu'île indo-chinoise, les îles de la Sonde, l'Océanie et l'Amérique, depuis les États-Unis jusqu'au Brésil, possède quelques espèces madécasses ; les espèces du genre *Plesioformax* sont réparties entre Madagascar, Bourbon, le Mexique, la Guyane et le Brésil ; celles du genre *Scython* sont madécasses, indo-malaisiennes, océaniennes. Il est certain que Eucménides de la grande île ont des affinités étroites avec ceux qui se plaisent dans les régions intertropicales de la Malaisie de l'Océanie et de l'Amérique.

Si nous examinons la distribution géographique des Elatérides, nous constatons des faits qui ne sont pas dépourvus d'intérêt. Le genre *Adelocera,* dont les nombreux représentants sont partagés entre l'Europe, l'Asie boréale et tropicale, la Malaisie, l'Océanie, l'Amérique boréale et tropicale, n'en compte qu'un seul en Afrique (Égypte), mais en a plusieurs à Madagascar : notre genre Lacon, dont la grande majorité des espèces se plaît dans les pays qui sont situés à l'est de la grande île et dont quelques rares types sont Africains, possède plusieures espèces madécasses. Les genres cosmopolites *Heteroderes, Cardiophorus* existent à Madagascar : les *Pleonomus,* semés un peu partout en Espagne, en Mongolie, dans l'Inde septentrionale, en Boukharie, dans l'Afrique australe, s'y trouvent aussi. Les *Cryptohypnus,* qui habitent de préférence l'Europe, l'Asie septentrionale, l'Amérique du Nord et même les régions boréales, ont un représentant malgache. Les *Cardiotarsus* d'Afrique, de Ceylan, de Bornéo, de Chine sont aussi madécasses. Chose inexplicable, les *Elastrius* sont malgaches, mais une espèce se retrouverait aux Açores. Les *Tylotarsus,* les *Ctenicera,* les *Pseplius* sont africains et madécasses. Les *Melantho,* les *Iphis,* les *Piézophyllus,* les *Dorygonus* et le singulier genre aux palpes immenses, que Candèze a nommé *Merostoma,* sont exclusivement confinés dans l'île.

Parmi les Dascillides, le genre *Eucinetus,* de l'Europe et de l'Amérique du Nord, est représenté à Madagascar : le genre *Dæmon* est seulement malgache.

L'étude de la répartition des Malacodermides nous apprend que le

Cœnia, sur dix espèces, en compte cinq de l'Amérique du Nord, une de Ceylan et quatre de Madagascar, et que, parmi les Lampyrines, les *Luciola* cosmopolites sont également malgaches.

Les Clérides renferment des espèces madécasses faisant partie des Opilo, genre cosmopolite, des *Cylidrus* et des *Eburifera,* genres intertropicaux, mais principalement océaniens, des *Pallenis,* des *Phlœocopus,* genres africains. Les *Stenocylidrus* et *Platyclerus* sont exclusivement malgaches.

Le genre *Atractocerus,* qui renferme d'étranges Lymexylonides aux élytres rudimentaires, aux ailes toujours étendues, et dont les espèces habitent les régions intertropicales de l'ancien et du nouveau continent, possède deux espèces originaires de Madagascar.

La grande île paraît pauvre en Ténébrionides, et la plupart des genres qui ont de si nombreux représentants sur la terre africaine y font absolument défaut. Les genres cosmopolites *Phaleria, Uloma, Allecula, Cistela,* les genres intertropicaux *Hopatrinus, Platydema, Ceropria, Toxicum, Nyctobates, Tetraphyllus, Camaria, Amarygmus, Strongylium* comptent quelques espèces Malgaches. Les genres particuliers à Madagascar sont les genres *Nycteropus, Camariodes, Holobrachys, Tinophyllus, Sphærocaulus, Asididius, Nesogena, Hypercalcha.* Deux espèces de *Lagria* représentent la famille des Lagriides, quelques *Anthicus,* celle des Anthicides; on y rencontre des Mordellides. Le *Meloe Chevrolati* est l'unique type du genre Meloe, si répandu dans les régions tempérées de l'hémisphère nord.

Nous allons aborder l'étude de familles dont la distribution géographique, par suite de leurs mœurs, est intimement liée avec celle des végétaux; nos connaissances actuelles ne nous permettent pas de saisir la relation de ces Coléoptères avec les différentes plantes qui croissent à Madagascar. Quoi qu'il en soit, nous pouvons toujours envisager les rapports et les différences qui existent entre la faune de l'île et celle des autres régions du globe.

Parmi les Curculionides, les *Anemerus* africains ont une espèce malgache; les *Calocalus* sont australiens et madécasses, les *Chlorophollus,* cochinchinois et malgaches. Dans le genre *Brachycerus,* qui comprend plus de deux cents espèces, quelques-unes sont européennes, la grande majorité est africaine, un petit nombre est madécasse. L'immense genre *Lixus,* répandu dans l'ancien et le nouveau continent, existe à Madagascar. Les *Apoderus,* si nombreux et si singuliers de forme, les mâles et les femelles ayant chacun une physionomie propre, habitent l'ancien ainsi que le nouveau continent et ont plusieurs types malgaches; les *Attelabus* du monde entier.

excepté de l'Océanie, sont également madécasses. Les *Alcides,* fort nombreux surtout dans les régions intertropicales de l'Asie, de la Malaisie, qui arrivent même jusqu'aux îles Arou et en Australie, sont en petit nombre en Afrique, mais habitent Madagascar. Les *Desmidophorus* de l'Inde, de Ceylan, des îles de la Sonde sont aussi malgaches. Le genre *Ocladius,* des régions tropicales de l'Afrique et de l'Océanie, le genre *Camptorrhinus,* qui a des représentants un peu partout, même en Europe, sont aussi malgaches. Les *Rhina* se trouvent en Afrique (Sierra-Leone, Mozambique), à Madagascar comme au Mexique, au Brésil, à Cuba, à Haïti. Les *Dryophtorus* ont été capturés en Europe, à Madagascar aussi bien qu'à Ceylan, à la Nouvelle-Calédonie, à Lifu, à la Nouvelle-Zélande, aux Sandwich, dans l'Amérique du Nord. Les *Proeces* ont été trouvés à Taïti et dans l'île qui nous occupe. Les *Cossonus*, les *Rhyncolus* sont de partout et de Madagascar. Les genres exclusivement madécasses sont les suivants : *Holonychus, Stigmatotrachelus* (quinze à vingt espèces). *Lithinus, Cycloteres, Cecractes, Eutichetus, Cybebus, Lagenoderus, Cnemopachus, Panoptes.*

Parmi les Scolytides, nous trouvons les *Diamerus,* du Sénégal et de Madagascar, les *Eutomus* de Cayenne et de la grande île, les *Cryphalus,* les *Tomicus,* les *Platypus* Européens, Indiens, Australiens, Américains ; le genre *Misotoma* est seul Malgache.

Dans les Brenthides, les *Trachelizus* se trouvent à Madagascar, aux îles de la Sonde, aux îles océaniennes, dans l'Amérique intertropicale, les *Eupsalis* se rencontrent dans l'Afrique du sud, à Madagascar aussi bien que dans l'Amérique boréale et au Brésil. Les *Ceocephalus* habitent l'Afrique intertropicale, Madagascar et Ceylan. Les *Centrophorus,* les *Storeosomus,* les *Rhytidophlœus* sont africains et malgaches.

Une dizaine de genres sont cantonnés exclusivement à Madagascar ; mais ils ne renferment guère chacun qu'une ou deux espèces.

Les Anthotribides renferment des Coléoptères africains, madécasses, indiens, océaniens et sud américains (*Phlœobius,* 3 sur 17), malais et malgache (*Cedus*), bourbonien, mauricien et madécasse (*Caramistes*), africains et malgaches (*Phlœotragus, Tophoderes*), exclusivement malgaches (*Mecotarsus, Diastatotropis, Eczesaris*).

Parmi les Cérambycides, on ne rencontre que quelques espèces de Prionides à Madagascar, toutes rangées dans des genres spéciaux, *Hoploderes* (3 espèces), *Closterus* (1 espèce) ; dans les Cérambycides proprement dits viennent se classer au voisinage de nos Cerambyx, le genre *Teraschema* (1 espèce) et auprès de nos *Toxotus* trois genres absolument caractéristiques de la Faune malgache, les genres *Sagri-*

dola, Mastodontera, Astelida; près de nos *Callimus* a été placé le genre *Anomoderus* (1 espèce); les *Philematium* se trouvent un peu partout en Afrique; une espèce du continent a été trouvé dans l'île; les *Euporus* tous Africains comptent une espèce madécasse; nos genres *Callidium, Clytus* (celui-ci presque universellement répandu) possèdent chacun une espèce malgache: les *Leptocera* de Bourbon, de Maurice, de Ceylan, de l'Océanie, sont aussi de Madagascar (2 espèces); placé dans leur voisinage, le genre *Thaumasocerus* est exclusivement malgache; apparenté aux *Cometes* tous de l'Amérique du Sud est le genre *Phelocalocera*. Parmi les Lamiines, il est des genres africains et madécasses, tels sont *Lophoptera, Sternotomis, Tragocephala, Callimation, Phymatosterna, Phrynota,* un genre dont les espèces sont dispersées un peu partout, excepté en Europe, le genre *Apomecyna* qui compte une espèce Malgache; des genres *Oopsis*, de Mayotte, de la Malaisie et de Madagascar, *Sphenura* de l'Inde, de l'Indo-Chine, de la Malaisie, de l'Océanie, ces trois derniers genres ne renfermant qu'un très petit nombre d'espèces madécasses, et une quinzaine de genres exclusivement malgaches, créés chacun pour une espèce unique. La faune des Cérambycides paraît avoir plus de genres ayant de l'affinité avec la faune africaine que les autres familles.

Les Chrysomélides, Coléoptères phytophages par excellence, à l'état de larve comme à l'état adulte, suivent fatalement la distribution géographique des végétaux, mais ils ne paraissent pas abondants à Madagascar. Parmi les Sagrines, les *Sagra,* qui sont cantonnés dans les régions chaudes de l'Afrique, de l'Inde et de la Chine, dans l'Indo-Chine et les îles de la Sonde n'y font pas défaut (2 espèces sur 41). Les Donacines ne sont pas représentées. Dans les Criocérines, les *Lema* dont les quatre cents espèces sont répandues à travers l'ancien et le nouveau continent on peut compter une dizaine d'espèces madécasses; les *Crioceris* qui ont une aire de distribution géographique non moins étendue existent sur la terre malgache; les *Brachydactyla* sont de Malaisie et de la grande île. Parmi les Megalopodines, les *Temnaspis* habitent l'Inde, les îles de la Sonde, le Japon, la Chine boréale et Madagascar. Les Clytrines manquent ainsi que les Chlamydines. Dans les Cryptocéphalines, l'immense genre *Cryptocephalus* (700 espèces environ) dont on trouve des représentants sur presque toute la terre, compte actuellement deux espèces madécasses. Les Lamprosomines comprennent les *Trichostola* relégués à Madagascar et à Bourbon, et les *Colasposoma* qui, à de rares exceptions près, sont tropicales. Les catalogues ne mentionnent aucune Chrysoméline. Les Halticines semblent rares dans la grande île; jusqu'à présent on ne signale qu'une espèce du genre *Myrcina* qui possède une autre

espèce du Vieux-Calabar. Les Galérucines renferment deux espèces d'*Aulacophora* dont les types sont répartis entre les diverses régions intertropicales de l'ancien continent et de l'Océanie, deux espèces de *Galerucella* genre répandu dans le monde entier, une espèce du genre indien et madécasse *Alphidia*, une espèce du genre tropical américain *Cephalolia*, ainsi que du genre océanien *Oxycephala*. Les Hispines comprennent six espèces de *Cœlænomenodera*, genre malgache, une espèce d'*Hispa* genre dont les nombreux représentants habitent l'ancien continent et l'Océanie. Parmi les Cassidines, nous trouvons à Madagascar des *Hoplionota* des régions intertropicales de l'Afrique et de l'Asie, de la Malaisie et de l'Océanie, des *Aspidosomorpha* des régions tropicales de l'Afrique et de l'Inde, de la Malaisie, de l'Océanie et même de l'Amérique du Sud, des *Cassida* répandus partout excepté en Océanie, des *Laccoptera* des pays tropicaux de l'ancien monde, des *Coptocycla* des régions de l'ancien et du nouveau continent situées sous les tropiques.

Les Erotylides sont représentés à Madagascar par des *Megalodacne* tous tropicaux (Afrique, Asie, Amérique), des *Episcaphula*, des *Thallis*, habitants les régions chaudes de l'Afrique, de la Malaisie et de l'Océanie; notre genre européen *Triplax* se trouve partout et dans l'île qui nous occupe.

On n'a signalé jusqu'à présent que quelques Endomychides, les uns apparentés à des espèces de la Malaisie et de l'Amérique du Sud et groupés dans le genre *Trochoidens*, les autres voisins des représentants du genre *Eneymon* de la Malaisie et de l'Océanie, mais exclusivement de Madagascar et rangés dans le genre *Cymones*.

Des Coccinellides existent à Madagascar; elles appartiennent aux *Chilomenes* (2 espèces) de l'Afrique, de l'Inde, de la Malaisie, de l'Océanie, aux *Leis* (1 espèce) africains, asiatiques, malaisiens, océaniens, aux *Chilocorus* (1 espèce) européens, africains, indiens, malaisiens, océaniens, américains, aux *Exochomus* de l'Europe, de l'Afrique et de l'Amérique du Nord, des *Segmnus*, des *Epilachna*, genres presque cosmopolites, des *Vedelia* indiens, malaisiens et nord-américains. Les genres *Elpis*, *Cyrtocaria*, *Cyrtaulin*, ont été créés pour des espèces malgaches.

Les conclusions qui se dégagent de l'étude de la distribution géographique des Coléoptères à Madagascar et de la comparaison de sa faune avec celle des autres régions du globe seront longuement développées et discutées dans l'*Histoire naturelle des Coléoptères*[1] dont

1. Vingt-cinq planches ont été publiées en 1887; les autres paraîtront successivement, chaque année, par fascicules de vingt-cinq.

la rédaction m'a été confiée et qui fait partie de l'*Histoire physique, naturelle et politique de Madagascar* que publie M. Alfred Grandidier; c'est à cette œuvre monumentale que nous renverrons pour l'examen des planches qui devront singulièrement fixer les idées, tous les types rencontrés sur la grande île s'y trouvant représentés. Voici résumées à grands traits les conclusions de notre travail.

Placé au voisinage de l'Afrique, Madagascar ne renferme qu'un nombre relativement faible de genres et d'espèces apparentés aux genres et aux espèces qui peuplent ce continent; la grande majorité des genres et des espèces ont une affinité étroite avec les genres et les espèces qui habitent les Indes, la Malaisie et même l'Océanie; d'après l'étude des collections rapportées par les voyageurs, d'après la reconnaissance sur la carte de leurs territoires de chasse, on reconnaît que les formes africaines se rencontrent de préférence dans les régions occidentales et les formes indiennes, malaises et océaniennes plutôt sur le versant oriental. La grande terre malgache possède un certain nombre de genres et d'espèces qui donnent à la faune une physionomie caractéristique.

Les conclusions, auxquelles on est amené par l'étude de la répartition des insectes coléoptères, pourront être modifiées dans les détails par les découvertes d'espèces nouvelles, lorsque les explorateurs entreprendront des chasses méthodiques et parcourront les régions encore inconnues; mais les déductions générales ne seront certainement pas modifiées, car elles reposent sur l'observation d'un nombre considérable d'espèces, et concordent avec celles qui découlent de l'examen de la distribution géographique des autres groupes du règne animal.

M. le Docteur **PRUNIÈRES**,

De Marvéjols.

CASTORS DU LAC SAINT-ANDÉOL, DU KANSAS (ÉTATS-UNIS) ET DES TERRITOIRES INDIENS DE L'AMÉRIQUE DU NORD.

— Séance du 24 septembre 1887. —

La question des Castors du lac Saint-Andéol fut débattue en 1872 devant la Société d'anthropologie de Paris, et consécutivement devant la plupart des Sociétés savantes de l'Europe. Elle fut encore, la même

année, portée devant le Congrès de Bordeaux ; et depuis cette époque, aucun vrai savant n'a soulevé d'objections sur cette question.

Mais il n'en a pas été de même devant la science des salons, devant la science *des prétentions lozériennes :* c'est ainsi que deux ans après, en 1874, un de ces Congrès d'archéologie fondés par M. de Caumont dût se tenir à Rodez; un de mes collègues de la Société d'anthropologie m'adressa lettre sur lettre, pour me prier d'y assister : Les Castors de Saint-Andéol devaient être pourfendus, pulvérisés ! Et, dès que je parus au Congrès, l'attaque commença. Mon adversaire, qui connaissait le lac pour avoir fait à pied sec, quelques promenades sur ses rives, nia et renia les Castors. Je ne tardai pas à m'apercevoir qu'il était inutile de chercher à convaincre quelqu'un *dont le siège était fait*. Il semble cependant que ce personnage ne nie plus aujourd'hui aussi carrément les Castors, car il écrivait, il n'y a que quelques mois, dans le *Premier bulletin de la section du Club-Alpin de la Lozère et des Causses :* « que sous ces poutres...?? « on a supposé d'abord l'existence d'un temple sur pilotis ; puis, une « cité lacustre ; *enfin, M. le docteur Prunières a retrouvé la trace* « *de la dent des Castors. Tout cela peut être vrai et il est probable* « *que les trois suppositions ont un fondement et ont pu parfaite-* « *ment exister en se succédant !!!* »

Ces prétendues poutres sont des chênes qui ont perdu leurs branches, et qu'on trouve dans tous les anciens marais de l'Aubrac.

D'autres nient plus carrément, ainsi dans le numéro d'aujourd'hui même, du journal *le Courrier de la Lozère,* etc., etc.

En présence de ces *criailleries,* dans le pays même du lac des Castors, j'ai continué mes fouilles, et entrepris des recherches comparatives diverses. C'est surtout de ces recherches *comparatives* que je vous demande la permission de vous entretenir.

I.

Au lac, pendant les plus beaux jours de l'été, j'ai renouvelé, chaque année, mes anciennes fouilles dans les blancs-fonds. J'y ai amené deux pêcheurs des bords du Lot habitués à plonger dans les gouffres les plus profonds, mais qui, à Saint-Andéol, ne consentent à rester que trois ou quatre heures au plus, par jour, dans les eaux glaciales du lac. Je me suis donné des dragues, et M. de Framond, propriétaire riverain d'une grande partie du lac, a mis à ma disposition un petit bateau du haut duquel les dragues fonctionnent une grande partie du jour.

J'ai extrait ainsi des charretées de bois des anciennes constructions des Castors, des pilotis, des bois rongés, des copeaux, etc.

Voici, à gauche, sur le bureau, de nombreux bocaux remplis de ces bois divers qui sont noirs, extrêmement ramollis, et cependant couverts d'incisions aussi fraîches de conservation que celles qu'on peut graver, chaque jour, sur le beurre de table.

En même temps, j'ai pu étudier les dents des Castors modernes, leurs mœurs, leurs bois rongés, etc., sur deux points bien éloignés l'un de l'autre de l'Amérique du Nord.

Et voici de même, sur le bureau, à côté des précédents, pour que vous puissiez les comparer ensemble, de nombreux bois semblables mais encore verts, et qui n'ont été coupés, taillés, rongés que le printemps dernier par les Castors actuels.

Vous pourrez comparer entr'eux ces bois d'âges si différents, pilotis et bois rongés, troncs d'arbres, branches, copeaux, etc., etc., et surtout les milliers d'incisions caractéristiques qui ne diffèrent de largeur que suivant la taille et l'âge de l'animal : voici, pour rendre compte de ce fait, deux crânes de Castor d'âge bien différent.

En 1882, j'ai déjà présenté au Congrès de la Rochelle, des bois semblables rongés par les Castors du Kansas. Il y a seulement quelques années, cette partie du Kansas était déserte et les Castors y construisaient leurs villages lacustres, sur des nappes d'eau régularisées par leur digues. Mais les Européens sont arrivés, ont bâti une ville, et les Castors, encore aussi nombreux qu'avant, sont devenus terriers. D'ailleurs, ils ne se laissent prendre que très rarement aux pièges qui leur sont tendus. J'ai raconté à la Rochelle, les ravages qu'ils font, chaque nuit, sur les plantations de M. Firmin, propriétaire de vastes prairies sur les bords de la rivière qui arrose la petite villa de Florence. M. Firmin a eu la bonté de m'envoyer de nouveaux bois rongés : en voici des échantillons de toutes les grosseurs. Un de ces échantillons, et j'en ai de bien plus gros, est un tronc de $0^{m},20$ de diamètre. Les Castors dérangés n'ont pu finir la section : les deux bouts sont encore unis par un morceau de bois du centre, de la grosseur du doigt.

A l'ouest du Kansas, les Castors étaient encore constructeurs dans ces dernières années. L'avant-dernière année il s'est établi là soixante-quinze Européens, m'écrit M. Firmin; l'année dernière ils étaient deux mille cinq cents avec une petite ville de mille habitants ayant église, écoles, télégraphe, etc... Et les Castors ne bâtissent plus.

Vous voyez ici des têtes de ces Castors, envoyées par M. Firmin avec des bois rongés, coupés, etc.

Dans les territoires indiens du nord du Canada, de l'extrême nord

de l'Amérique, les Castors bâtissent encore leurs villages lacustres. Un jour, M. l'abbé Benoit, professeur de sciences au collège de Marvéjols, me communiqua une lettre d'un de ses amis qui évangélise les pauvres Indiens des territoires situés entre la baie d'Hudson, le lac des Rennes et celui de l'Esclave. Le bon missionnaire racontait que, dans un long voyage qu'il venait de faire sur la neige en compagnie de quelques Indiens, il avait vécu de tranches de Castor grillées. Je fis immédiatement écrire au père Bonald et voici encore une belle tête de Castor et le bois fraîchement rongé qu'il m'a envoyés.

C'est ainsi qu'en variant mes démarches, je suis parvenu à me procurer tous les bois actuels fraîchement coupés que j'ai déposés sur le bureau en face de mes bois si vieux, si ramollis, de Saint-Andéol.

Parmi les bois récents, voici des bois tendres : saules, peupliers, aulnes, etc., et voici, en même temps, des bois durs, du chêne, du frêne, de l'ormeau, du mûrier, du noyer, etc.

Je ne m'en suis pas tenu là : à Saint-Andéol, chaque coup de drague amène des copeaux, ou petites buchettes présentant sur la face convexe, des entailles convexes aussi, et supplémentaires des entailles concaves des bois. Vous pouvez voir que c'est identiquement la même chose pour les copeaux actuels de l'Amérique dont certains tiennent encore au tronc.

A Saint-Andéol, je recueille beaucoup de branches et de *branchilles* coupées par la dent des Castors; voici ces branches et branchilles; et voici à côté, un paquet de petits rameaux verts, tout récemment écorcés, et coupés aux deux bouts, comme ceux de Saint-Andéol, par les Castors modernes du Nouveau Monde.

Beaucoup de ces petits bois ont été rongés et coupés par les incisives de *jeunes* Castors. Ces incisives sont parfois si étroites qu'on croirait à celles de gros rats; et à ce sujet, veuillez me permettre une digression : j'ai apporté ici, sur le bureau, de nombreux flacons pleins, les uns de têtes et d'incisives de rats recueillies dans les dolmens; d'autres de fragments d'os humains provenant des mêmes dolmens, et entamés par ces rongeurs. Les incisives de ces rats sont rouges et tranchantes comme celles des Castors. La forme de leur tranchant est à peu près la même; il n'est donc pas étonnant que leurs incisions soient à peu près identiques. Aussi, toutes ces incisions, vues à une forte loupe, ressemblent fort exactement non seulement à celle des petits Castors, mais encore à celles des Castors de grande taille.

J'ai, d'un autre côté, en outre apporté ici, deux ou trois rondelles crâniennes des plus belles : on n'a qu'à les comparer aux branches et branchilles dont je parle, et aussi aux os rongés, pour ne plus songer à l'action des rongeurs sur le bord de ces rondelles.

N.-B. — J'ai déposé, sur le bureau, avec les têtes de nombreux rats, des noisettes, noix, amandes, du savon, etc., que je soumis jadis à leur action... et surtout une petite boîte en étain que j'avais remplie de lard rance grillé. Je prends la liberté de recommander ces pièces à votre attention.

II.

J'ai cherché, dans les blancs-fonds du lac Saint-Andéol, au milieu des restes de leurs villages lacustres dont le sous-sol du lac est parfois comme pavé, les squelettes, ou au moins quelques os des Castors. Je n'ai rien trouvé ; mais je n'ai pas trouvé davantage d'autres os, pas même un *seul fragment d'os,* reste de ces repas homériques qu'on faisait, dans l'antiquité et jusque dans ce siècle, sur les bords du lac, le jour de sa fête ! Encore, dans mon enfance, j'y ai vu jeter des manches de gigot, des os de porc, de volaille, etc. C'était bien pis dans l'antiquité. Grégoire de Tours nous dit : « *Veniebant autem cum plaustris... mactantes animalia et per tridum epulantes* ».

La fête antique durait trois jours; et encore, dans les derniers siècles, jusqu'à la Révolution, les pèlerins s'y rendaient par milliers ! Dans une très intéressante monographie sur l'ancienne baronnie de Peyre, M. Affre, archiviste de l'Aveyron, raconte ce qui suit : « Le « 8 juillet 1640 (jour de la fête de l'Epine) *plus de 4,000 personnes* « étaient en dévotion au lac Saint-Andéol; et si le fait est parvenu à « notre connaissance c'est grâce au procès criminel intenté à une « poignée d'individus coupables d'avoir provoqué de graves désordres « au milieu de cette multitude..... et ce ne fut qu'après s'être gorgés « de viandes et de vins, qu'ils se décidèrent (les perturbateurs) à « reprendre le chemin de Saint-Laurent d'Olt. »

Que sont devenus les os de tous ces repas pantagruéliques? Après boire, on les jetait certainement dans le lac comme aujourd'hui... Ils ont fondu là, comme ils fondent dans toutes les terres de l'Aubrac *privées de sels calcaires* : pendant que les cavernes des Causses, que leurs dolmens et leurs tumuli conservent si beaux les os des sépultures antiques, les tumuli de l'Aubrac, et encore le cimetière chrétien qui entoura jusqu'au dix-septième siècle, l'église de la Montagne, ne renferment point d'os ! Dans ces tumuli, je n'ai trouvé que des tessons et du charbon, et, dans une seule tombe du cimetière chrétien, tombe qui était le long du mur de l'ancienne église, c'est à peine si j'ai encore trouvé deux ou trois lamelles d'os semblables à de la dentelle !

Mais si je n'ai point trouvé d'os dans les bas-fonds du lac Saint-Andéol, j'y ai recueilli des sous, des bronzes dévorés par le vert-de-gris; quelques semblants de paquets de linge ou d'effets méconnais-

sables; des tessons, des bâtons de bergers, etc., etc., en un mot rien d'intéressant.

On m'a souvent demandé, et notre maître, M. de Mortillet, me demandait encore il n'y a qu'un instant, à quelle époque je faisais remonter les constructions des Castors dans le lac Saint-Andéol.

A cette question, voici ma réponse :

1° La grande voie romaine d'Agrippa, de Lyon à Toulouse, passait non loin de Saint-Andéol sur des gazons vierges, où elle est admirablement conservée : la station *ad Silanum* était en face du lac; et ni Pline, ni Ælien qui dit que le Castor se coupait les testicules pour les laisser ramasser au chasseur et gagner le temps de fuir, ne se sont doutés de l'existence des Castors constructeurs;

2° Grégoire de Tours, qui décrit si minutieusement la fête du lac, ne raconte aucune légende sur les primitifs habitants de la ville du lac, bien oubliés alors;

3° L'Aubrac, qui ne conserve pas les os, conserve admirablement les bois; j'ai des bois sous glaciaires de l'Aubrac qui passent parfois au lignite et qui sont quelquefois si souples, sur le même tronc, qu'on pourrait peigner leurs fibres, comme du chanvre ou du lin.

J'ai des bois sous-basaltiques de l'Aubrac, de l'époque miocène ou pliocène, à moitié transformés en charbon plein de soufre, etc., par la lave en fusion, mais dont l'autre moitié n'ayant pu brûler faute d'air, est presque aussi saine que du bois moderne.

Les bois du lac, quand on les sort de l'eau, *sont mous comme de la pâte;* or, au Mazel-les-Eaux, dans une fontaine sacrée de l'époque gauloise, on a, dans ces dernières années, déplacé un énorme rocher pour trouver une nouvelle source. Au-dessous, étaient des déblais divers, des tessons, des feuilles surtout. On a creusé dans ces déblais très meubles; et à 4m50 de profondeur, on trouva une belle cuve en chêne pleine d'eau, et dans l'eau, à l'intérieur, étaient de très nombreux bracelets gaulois, etc., offerts à la divinité des eaux[1]. Or, le bois de cette cuve, que j'ai chez moi, *est aussi lourd, aussi compact* que le chêne moderne; tandis que le chêne de mes Castors est très léger une fois sec, et mou comme de la pâte quand on le sort du lac.

A côté de toutes ces négations, je pourrai peut-être apporter cependant un petit renseignement positif : c'est cette dent, unique dans mes fouilles, c'est cette trouvaille d'une *incisive de Castor travaillée pour la suspension,* et cueillie dans un petit dolmen de mon cimetière néolithique, décrit au Congrès de Nantes[2].

1. Ce bloc avait dû être roulé sur la source au moment de la prédication du christianisme.

2. Voir volume du *Congrès de Nantes*, page 916.

M. le Docteur **PRUNIÈRES**,

De Marvéjols.

MOBILIER DE TRENTE NOUVEAUX TUMULI, AU MILIEU DES DOLMENS DU CAUSSE DE SAUVETERRE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Il y a onze ans, au Congrès de Clermont, je donnai une première note sur les tumuli de la Lozère [1].

Sept ans après, en 1883, à Rouen, j'eus l'honneur de vous présenter les résultats de mes fouilles dans vingt tumuli situés au milieu des Dolmens du causse de Sauveterre [2].

Depuis Rouen, j'ai consacré autant que je l'ai pu, quatre nouvelles campagnes à cette étude; et ces nouvelles recherches n'ont pas modifié mes conclusions générales de Clermont.

Dans ces quatre ans, j'ai colligé des objets d'industrie semblables aux précédents, et encore des objets nouveaux qui nous font connaître peu à peu le mobilier funéraire de nos tumuli : c'est ainsi que vous pourrez voir, sur le bureau, provenant de ces quatre étés de fouilles, une très belle épée de bronze avec sa bouterolle et ses rivets aussi en bronze; quatre beaux rasoirs dont trois de la forme de celui que je présentai à Rouen et tous en bronze; un tout petit ciseau, très tranchant, ou simulacre de hachette, aussi en bronze; de belles pointes de javelots à douille, de belles fibules, de nombreux bracelets, anneaux, etc., aussi en bronze. Plusieurs vases en bronze ou en cuivre; un anneau en or; une bague en argent impur avec filet d'or; une monnaie gauloise en argent, etc., etc. Puis, des objets de toute sorte : ainsi, des bracelets, fers de lame, rivets, etc., etc., en fer; et enfin de nombreux vases en terre dont plusieurs très remarquables par les dessins géométriques gravés, creusés, sur leur surface externe.

Ces trente tumuli m'ont donné beaucoup d'os très beaux : crânes, fémurs, tibias, etc. Un de ces crânes a été largement entaillé, en travers, par un coup de sabre, et il est cicatrisé. Je publierai ailleurs l'ostéologie, car mon mémoire serait trop long.

1. Voir volume du *Congrès de Clermont*, p. 631 et suiv.
2. Voir volume du *Congrès de Rouen*, p. 632 et suiv.

De même, je ne dirai presque rien des dimensions de mes trente tumuli actuels dont les plus grands ont de 25 à 28 mètres de diamètre et de 1m30 à 1m50 de hauteur; et s'ils ne sont pas plus hauts, c'est parce que toute la terre, qui est ici extrêmement légère, a été successivement enlevée par la pluie des orages du causse : il n'y reste plus que la pierraille et les os!

Je dois d'ailleurs, avant toute description, une mention de reconnaissance aux aides qui m'ont prêté le plus grand et le plus intelligent concours dans ces fouilles au désert, à M. l'abbé Hermet, curé de Champerboux, et à M. l'abbé Pourcher, curé d'Inos. Non contents de me donner la plus cordiale hospitalité, ces messieurs ont voulu m'accompagner et fouiller avec moi. M. Gabrillargues, vicaire de Champerboux, lui aussi m'a encore souvent prêté son concours. J'ai d'ailleurs employé, à peu près uniquement, les mêmes ouvriers qui avaient exécuté mes fouilles de tumuli pour le Congrès de Rouen, et que je me suis attachés depuis de longues années.

Cela dit, je vais donner sommairement, sinon la description, *au moins la nomenclature* des principaux objets d'archéologie, recueillis dans mes trente derniers tumuli. Vous pouvez voir tous ces objets étalés sur les nombreuses tables qui m'entourent.

A. — Commune d'Esclanèdes.

N° 1. *Tumulus de Roche-Rousse.* — Beau tumulus, dans un champ cultivé, à gauche de la route neuve d'Uel-Bougo à Esclanèdes. Un seul sujet, dolichocéphale. Le squelette est tout entier en position, allongé, la tête à l'est, les pieds à l'ouest. La belle épée en bronze que voici, avec ses rivets et sa bouterolle aussi en bronze, était déposée à droite du squelette, la poignée à la hauteur de la hanche et de la main droite; la bouterolle à la hauteur de la tempe. Un beau vase noir, uni, large et peu profond, reposait derrière la tête. Je trouvai dans le tumulus, encore un grès dont une face est polie comme sur les pierres à écraser le grain.

N. B. — Les paysans de Roche-Rousse, qui sont venus assister à la fouille, me racontent qu'un de leurs voisins, démolissant assez récemment un autre monument semblable à celui que je fouillais, avait trouvé *un grand objet en cuivre semblable à un pain de sucre, évasé par le bas*, dont il a fait un filtre pour tamiser le lait de son troupeau!!! Serait-ce un casque?

B. — Commune de Sainte-Énimie.

N° 2. — Non loin de Champerboux, à gauche du chemin qui conduit à Sauveterre, beau et grand tumulus. A 0m75 de profondeur, couche de charbon épaisse de 3 à 4 centimètres, avec os brûlés, fragments informes de bronzes brûlés. Vase cassé et brûlé. Os d'un grand quartier de cerf au bord méridional de la couche de charbon, et non brûlés.

N. B. — Plus haut, vers Sauveterre, un pauvre champ présente, sur un de

ses bords, quelques caissons en pierre. Un de ces caissons a donné la monnaie d'argent gauloise que voici, à côté d'un squelette. Ces caissons étaient jadis recouverts par un tumulus qu'on a enlevé pour faire le champ.

C. — Hameau de Boissets.

N° 3 — Entre le hameau de Jouanas et celui de Boissets, dans la plaine, en allant vers les Lacs, est un premier tumulus qui a donné un sujet avec beau crâne; un vase remarquable avec dessins géométriques et deux bracelets en bronze couverts de lignes, chevrons, etc., etc.

N° 4. Dans un bas-fond, voisin du précédent. Une fois le tumulus déblayé, je trouvai le sol couvert, sur huit à dix mètres carrés, d'une épaisse couche de charbon, avec fragments d'os brûlés. De plus, de nombreux objets métalliques étaient mêlés à ce charbon. C'étaient : 1° des fragments, *en quantité incroyable,* de cuivre brûlé et laminé très mince, présentant des rivets en cuivre, des bords avec un orle, aussi en cuivre, etc. Les fragments recueillis font plus de deux litres; 2° près d'une centaine de grains de collier en cuivre ou en bronze; 3° de nombreux objets en fer. Certains de ces objets sont des sortes de clous ou de rivets aussi gros à la pointe, coupée carrément, qu'à la tête; les autres objets en fer ont des formes inconnues, *et jusqu'ici inexpliquées.* Ils devront être dessinés; 4° deux bagues, l'une en bronze, et une en argent trés impur, qui semble contenir beaucoup de plomb, et qui porte un filet d'or pur enchâssé dans l'anneau d'argent si impur. Serait-ce le cas de rappeler ici que l'ancien pays des Gabales était autrefois renommé par ses mines d'argent εχουσιη αργυρια οι Γαλατοι, dit Strabon; et que dès le douzième siècle avant notre ére, dit Amédée Thierry, les Phéniciens venaient exploiter les mines d'argent des Cévennes? Un filon de plomb argentifère n'est pas loin de ce tumulus. Cinq vases fragmentés et brûlés.

N° 5. — Tumulus assez petit, seulement de 11 mètres de diamètre. Inhumation. Beau rasoir en bronze, mais sans aucun anneau de suspension. Vase noir, uni, en fragments. Ce tumulus est au midi du hameau de Boissets.

N° 6. — Petit tumulus voisin des précédents. Incinération : Il a été trouvé un objet formé de deux lamelles de cuivre réunies par un anneau de cuivre, et dont la plus grande se termine par un crochet en cuivre... Moitié d'un autre objet semblable au précédent. Seraient-ce des boucles d'oreilles? Vase cassé, brûlé et grossier, etc.

N° 7. — Sur le sommet du tertre voisin, au midi, tumulus à inhumation, avec plusieurs sépultures. Beau bracelet en bronze; anneau en bronze; petites lames rectangulaires en bronze ou en cuivre avec des cercles, des gravures au repoussé. Gros grain de collier en ambre. Fragments de vases en terre, à beaux dessins géométriques, etc., etc.

D. — Tumuli de Dinas.

N° 8. — Petit tumulus à incinération après une sépulture à inhumation, dont les os sont rejetés en tas dans un coin. Le centre est occupé par un foyer avec os incinérés. Dans le charbon, débris d'un gros vase, grossier, sans dessins; fibule en bronze : grains de collier en verre bleu émaillé de petits cercles blancs. Avec les *os de l'inhumation,* fragment d'un bracelet en bronze.

N° 9. — Autre tumulus dans les terres de Dinas, voisin du grand Dolmen

de Dinas que je n'ai pu fouiller que par le haut, tous les côtés étant masqués par un splendide tumulus : La gelée avait cassé la table de ce beau dolmen longue de 5m50, large de 3m25 et épaisse de 0m30. Un menhir précède ce dolmen de quelques centaines de mètres. Je dois réserver, pour une publication où j'aurai plus de place, le résultat de cette grande fouille. Dans le tumulus voisin, sujet unique étendu sur le dos, la tête à l'est, les pieds à l'ouest. Beau vase à grands dessins géométriques, derrière la tête. Sur le bas-ventre, beau vase en cuivre de 0m13 de diamètre, en partie rongé par le vert-de-gris. Comme forme, ce vase et celui du tumulus de Mallet, nº 29, rappellent cinq vases semblables trouvés sur le causse Méjean, et qui ont figuré à l'exposition de 1878. Belle fibule en bronze. Plus loin, sous les pieds du sujet, dans une fissure de la roche étaient deux belles pointes de javelot, à douille, et dont l'une est évidemment en bronze, mais dont la deuxième en métal gris blanc sans traces de vert-de-gris, devra être analysée!

Nº 10. — Voisin du précédent, de l'autre côté du mur voisin. Beaucoup d'*os épars*, de charbon, de débris de vases et cette belle hachette verte, probablement en Jade. Je n'avais d'abord déblayé qu'un carré de 4 à 5 mètres de côté; comme les os continuaient vers le midi, je fis déblayer encore, et je trouvai *un petit caisson formé de grandes pierres mais sans table, et plein d'os*. A la surface de ce caisson, étaient en position, et accroupis ou assis, les squelettes de deux enfants n'ayant que vingt dents. Avec un de ces petits squelettes, étaient un petit bracelet uni, en bronze, et une toute petite bague aussi en bronze. Entre ces deux enfants était un squelette de vieillard aussi accroupi. Le reste de la cella était ensuite plein d'os sans suite [1].

Nº 11. — A quelques mètres du précédent, un autre tumulus a donné, au centre, un sujet inhumé de l'est à l'ouest, etc. Vase en terre uni, écrasé, sans ornements. Beau bracelet de fer passé au coude gauche du sujet.

E. — Commune de Prades.

Nº 12. — Dans la terre des Lacs, non loin de la maison de M. Valgalier, au sud-ouest, beau tumulus de 25 mètres de diamètre. Un seul squelette d'homme, inhumé. Crâne extrêmement épais, servant de nid aux rats. Deux petits vases noirs à fond arrondi, semi-sphérique. Os de jeune Sus, etc.

Nº 13. — Autre beau tumulus de 23 mètres de diamètre, non loin du précédent. Squelette de femme toujours de l'est à l'ouest. Beau vase à dessins géométriques. Bracelet de fer, ovale, au bras gauche. Os très sains comme dans le tumulus précédent, mais le crâne, protégé par une pierre, a servi aussi de nid aux rats.

Nº 14. — Très beau monument : Les os brûlés et mêlés au charbon sont à 1m35 de profondeur. Très belle fibule en fer et une en bronze. Trois bracelets, à nœuds, en bronze, mais fragmentés. Un petit anneau en or du poids de près de 3 grammes, bossué, inégal d'épaisseur, et couvert de petites ciselures fort barbares. Rasoir en bronze avec un anneau de suspension triangulaire. Grands fragments de très beau vase en terre avec dessins géométriques.

Nº 15. — Non loin du précédent, tumulus à inhumation; un seul sujet; os très sains, mais le crâne rongé a servi de nid aux rats. Un bracelet en bronze; beau vase avec dessins géométriques, et dont les fragments sont éparpillés dans la sépulture.

1. Comparer avec le tum. de Bombes, nº 30 ci-après.

N° 16. — Inhumation : Même état du crâne dont il ne reste que la calotte pleine de mousse. Vase à dessins, etc.; bracelet de fer au coude gauche. Tête à l'est, etc., etc.

F. — Tumuli de Jouanas.

N° 17. — Tumulus sur le chemin, à 500 mètres du hameau de Jouanas. 18 mètres de diamètre, hauteur 1m50. Inhumation. Un seul sujet dont le crâne très grand fut cassé par un ouvrier. Petit ciseau, ou simulacre de hachette en bronze. Beau rasoir en bronze au niveau du cou. Très beau vase avec dessins, aux pieds du sujet; et os de jeune Sus avec le vase fragmenté...

N° 18. — Voisin du précédent, mais très peu élevé. Ce tumulus, de grande étendue, est au sommet d'un mamelon élevé, d'où les terres on été entraînées par les eaux. Grosse et longue épingle en bronze. Vase à dessins, etc. Inhumation.

N° 19. — *Au centre,* ce tumulus a présenté un sujet inhumé avec bague en bronze formé d'un fil roulé trois fois sur lui-même. *A la circonférence,* nombreux petits caissons en pierre, avec un ou deux sujets inhumés dans chacun; petits objets en bronze et en fer, mais de peu d'importance. A la sépulture centrale, un vase à dessins géométriques.

G. — Commune de Chanac.

N° 20. — *Tumulus de la Rouvière.* — Un seul sujet inhumé, tête à l'est, etc.; dans la pierraille, et superficiellement, un bracelet formé d'un simple fil de bronze assez gros, correspondant au thorax du sujet. Un deuxième plus beau, au milieu des os de la main droite, toujours en bronze. Vase uni, écrasé. Squelette féminin de grande taille.

N° 21. — Grand tumulus sur les limites des communes de Chanac et de Laval, près de mon cimetière néolithique [1]. Magnifiques vases superficiels, à dessins géométriques, presque à la surface du tumulus, mais fragmentés. Un seul sujet inhumé la tête très haut non loin des vases : les pieds sur le sol primitif : sujet à demi assis. Lance en fer sous les vases, sur le thorax; deux belles fibules en bronze semblables, une sur l'épaule droite, l'autre au niveau de la hanche gauche. Divers petits objets en bronze.

N° 22. — A *deux* mètres du précédent, autre tumulus à inhumation : plusieurs sujets, les os du premier étant en désordre. Epingle de bronze de 8 centimètres de longueur. Petites lames de cuivre avec petits trous, petits cercles; fragments de poteries noires.

N° 23. — Petit tumulus dont le bord touche à un petit dolmen de mon cimetière néolithique. C'est ce petit dolmen qui me donna jadis, une *incisive* de castor présentée au Congrès de Nantes [2]. Le dolmen était à inhumation le tumulus à incinération. Belle bague de bronze dont l'anneau est plat, assez large, très festonné.

H. — Commune de Saint-Georges de Levéjac.

N° 24. *Causse de Soulages.* — Tumulus à inhumation : La fouille qui n'est que commencée, a donné à M. l'abbé Pourcher un beau rasoir en bronze,

1. Voir volume du *Congrès de Nantes*, p. 915.
2. Voir volume du *Congrès de Nantes*, pp. 902 et 916.

à tranchant convexe comme les précédents, mais avec un trou à une extrémité, comme pour la fixer à un manche.

I. — Commune du Massegros.

N° 25. *Dévèze du Massegros.* — Incinération. Vase très grand, très épais, à ornements rudimentaires, dont voici les fragments : La fragmentation semble antérieure à l'inhumation à cause des trous percés sur chaque fragment, en face les uns des autres, comme pour recevoir des liens.

N. B. — Dans un autre vase que j'ai exposé en 1878, les fragments étaient réunis par des fils de bronze restés dans les trous.

N° 26. *Dévèze d'Inos.* — Tumulus de Justin. Une grande dalle comme une de celles d'un dolmen du nord au sud. Un petit mur à l'extrémité méridionale de la sépulture : Sujets inhumés. Le dernier, qui est en position, porte un bracelet de fer. Vasé grossier écrasé.

N° 27. *Même Dévèze.* — Inhumation. Trois vases cassés, unis; grains de collier en cardium, en stéatite, beaux bracelets en bronze.

N° 28. *Beau tumulus de Bellas.* — Je l'ai fait découvrir sur 30 mètres carrés. Nombreux sujets; les uns inhumés; les derniers incinérés. Nombreux vases tous cassés, mais avec très beaux dessins géométriques. Un bracelet de fer mangé par la rouille, ou par le feu, et plus rien!

N B. — Un tumulus voisin avec sujet inhumé, a donné trois bracelets et une fibule en bronze.

N° 29. *Tumulus de Mallet.* — Fouille non terminée. Inhumation : Un beau crâne, une fibule, une bague, une épingle bronze. Enfin, un beau petit vase en bronze, de 10 centimètres de diamètre, à fond arrondi, *déposé comme une coupe à boire à l'intérieur d'un vase noir en terre fine.*

N° 30. *Tumulus de la dévèze de Bombes.* — Avant mon arrivée, M. l'abbé Pourcher avait commencé à faire déblayer ce grand monument. A mon arrivée, je fis découvrir le centre du tumulus sur 25 mètres carrés. Nous trouvâmes de nombreux petits os des mains, des pieds, etc.; des vertèbres, des tessons, mais rien qui indiquât un sujet entier. Ces os se continuant vers le sud, la fouille fut poussée plus loin, de ce côté; et tout à coup M. Pourcher arriva sur un caisson en pierre, fait comme la cella d'un petit dolmen. Ce caisson n'était recouvert que de terre et de gazon; et il était littéralement plein d'os humains, dont aucun ne faisait suite à ses voisins naturels. Trois crânes sans mâchoire inférieure, reposaient l'un à côté de l'autre, près de la dalle du nord. La fouille de ce caisson me rappela les *charniers*, les *ossuaires* du moyen âge, où on entassait les os des cimetières trop pleins. Cette fouille n'est pas terminée.

J'ai dit à Rouen, qu'à un moment donné, on ne savait plus où finissait le dolmen, ni où commençait le tumulus. La fouille du monument actuel m'a montré un fait nouveau et inspiré le désir, dans les tumuli-dolmens du dernier âge, dont je n'ai fouillé que la cella, de fouiller maintenant les terres tumulus environnant. Le tumulus entourant le dolmen des Dévézes[1] m'avait de même donné de belles pointes de flèches, une belle lance en silex, etc., assez loin de la cella.

1. Voir le volume du *Congrès de Blois*, p. 412.

M. le Docteur F. POMMEROL,

A Gerzat (Puy-de-Dôme).

NOUVELLES PIERRES A BASSINS ET A ÉCUELLES DÉCOUVERTES EN AUVERGNE.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Au cours de cette année, nous avons observé dans le Puy-de-Dôme un certain nombre de rochers travaillés qui nous ont paru assez intéressants pour mériter une étude et une description spéciales. Malgré la suspicion dont ces monuments sont frappés de la part de plusieurs savants de mérite, nous n'avons pas hésité à les faire connaître, persuadé qu'ils serviront un jour à élucider l'origine controversée des pierres à bassins et à écuelles.

I. *La Pierre aux trois Bénitiers.* — Elle est située dans un bois de sapins et de mélèzes, sur la pente septentrionale de la montagne de

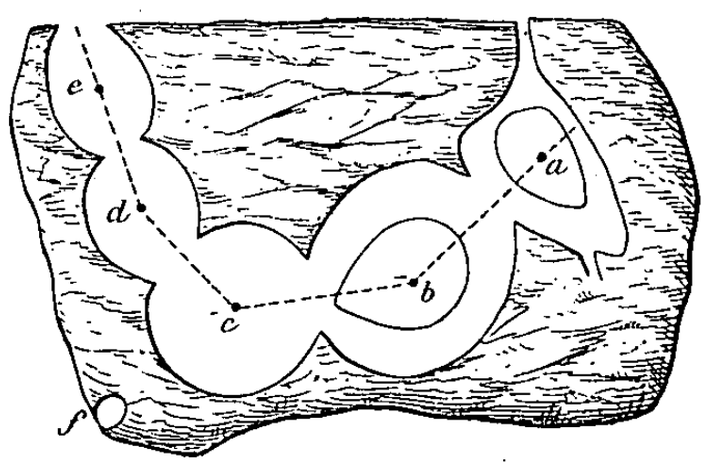


Fig. 1.

Champeaux, commune de Saint-Genès-Champanelle. Elle nous a été signalée par M. Welter, aujourd'hui procureur de la République à Alger. Elle consiste en un bloc de granit blanc formé de gros éléments, et s'élevant à une hauteur de 1^{m},20 du côté de la montagne, et de 7 mètres environ du côté de la vallée. Elle a la forme d'un tronc de pyramide irrégulièrement quadrangulaire. La face supérieure ou *plateforme* est creusée de cinq bassins disposés suivant une ligne demi-circulaire et communiquant ensemble par des échancrures exactement ménagées. (*Fig.* 1.) Ils ont une position étagée ou en gradins,

de sorte qu'en versant un liquide dans le bassin le plus élevé, ce liquide coule successivement dans chaque bassin inférieur et vient, en dernier lieu, se répandre sur la paroi extérieure du rocher qui est plane et verticale. (*Fig.* 2.) Le premier bassin présente deux petites

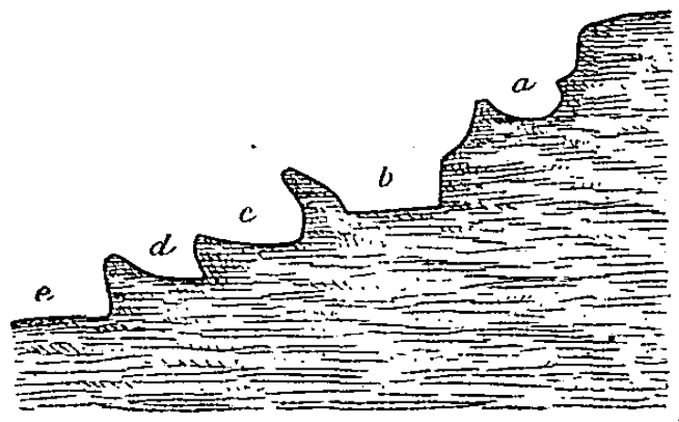


Fig. 2.

rainures ou rigoles : l'une se rend au bord de la plateforme; l'autre, située au point opposé, se perd à la surface même du rocher. (*Fig.* 1 *a*. Sa forme générale est sensiblement ovalaire, et le fond est déprimé en capsule plus ou moins sphérique. A la partie moyenne de la paroi on voit un étranglement manifeste succédant à un véritable évasement. (*Fig.* 3.)

Le second bassin présente de même une forme évasée ainsi qu'un rétrécissement sur la paroi interne. Il est arrondi supérieurement et

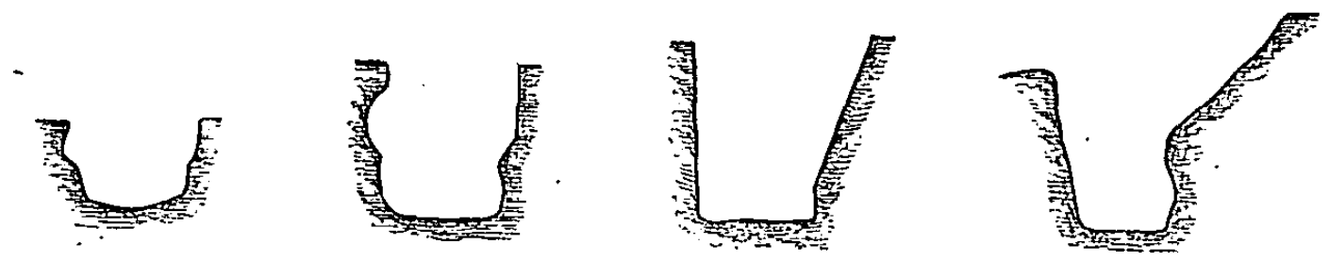


Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

ovalé près du fond qui est plat et horizontal. (*Fig.* 1, *b*; *fig.* 2, *b*; *fig.* 4.)

Le troisième, exactement circulaire, possède sur un côté une paroi verticale, et une paroi oblique sur le côté opposé. Comme le précédent, le fond est plat et horizontal. (*Fig.* 1, *c*; *fig.* 2, *c*; *fig.* 4.)

Le quatrième est évasé aux parties supérieure et inférieure; il est rétréci au milieu d'une de ses faces, tandis que l'autre face est sensiblement verticale. Le fond uni et horizontal est de forme ovalaire. (*Fig.* 1, *d*; *fig.* 2, *d*; *fig.* 6.)

Le cinquième est en partie fracturé sur une de ses faces; l'autre face est verticale, mais inférieurement elle devient oblique et se

creuse assez profondément dans la paroi du rocher. (*Fig.* 1, *e*; *fig.* 2, *e*; *fig.* 7.)

Tous ces bassins, avons-nous dit, sont étagés et communiquent les uns avec les autres par des échancrures creusées dans la paroi commune et généralement plus larges en haut qu'en bas. Le premier, le deuxième et le quatrième bassin ont un fond situé sur un niveau inférieur à celui de l'échancrure ou du déversoir correspondant. Aussi, au moment des pluies, l'eau séjourne un certain temps dans la cavité; c'est cette disposition qui a fait donner au rocher le nom de *Pierre aux trois Bénitiers*. (*Fig.* 2, *a, b, d.*)

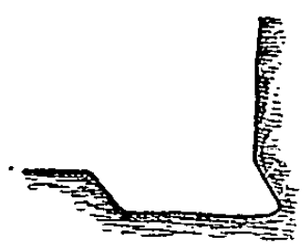


Fig. 7.

La profondeur des bassins varie de 27 à 80 centimètres; le bassin supérieur est le moins profond, tandis que les autres se creusent de plus en plus à mesure qu'ils s'approchent du bord de la plateforme.

Les diamètres supérieurs ont de 30 à 50 centimètres; les diamètres inférieurs sont généralement d'une dimension moindre.



Fig. 8.

Signalons enfin une petite écuelle située à l'un des angles de la face supérieure du bloc, près du troisième bassin; elle est de forme arrondie et à fond légèrement conique. (*Fig.* 1, *f*; *fig.* 8.)

Le rocher de Champeaux est un objet d'effroi pour les habitants des villages voisins. Des serpents monstrueux, disent-ils, peuplaient jadis le vallon et vivent encore dans les anfractuosités qui se trouvent à la base de la pierre, ainsi que dans une caverne des environs, où ils gardent avec un soin jaloux un magnifique collier de perles. Ils se nourrissent de sang humain, et malheur à l'imprudent qui s'égare la nuit près de ces lieux sinistres.

II, *La Pierre du Rei de Sol.* — Elle est située près du petit hameau appelé le Plan de James, à la base du *Rei de Sol,* montagne granitique qui fait partie de la chaîne du Forez, dans la commune de Lachaux. C'est notre collègue du Conseil général, M. Claussat, maire de Châteldon, qui nous l'a indiquée. Elle est constituée par un gros rocher fissuré, ayant de loin l'apparence d'un dôme; sa longueur est de $3^{m},50$, sa largeur et sa plus grande hauteur de $2^{m},50$. Elle se dresse au milieu d'une plaine aride couverte de genêts et de bruyères et parsemée de quelques bouquets de pins et de chênes. On remarque à la face supérieure du bloc un large bassin ovalaire ($1^{m},15$ sur $0^{m},80$), à parois irrégulières, qui communique latéralement avec une large fissure verticale. Cette cavité est naturelle, mais elle paraît avoir été

creusée artificiellement au point où elle rencontre la fissure. (*Fig.* 9, *b*; *fig.* 11.)

Au bord sud est un second bassin, à fond plat et horizontal, à contour ovale et légèrement renflé au milieu. (*Fig.* 9, *ab*; *fig.* 12.) Il communique avec la paroi verticale du rocher par une échancrure à base

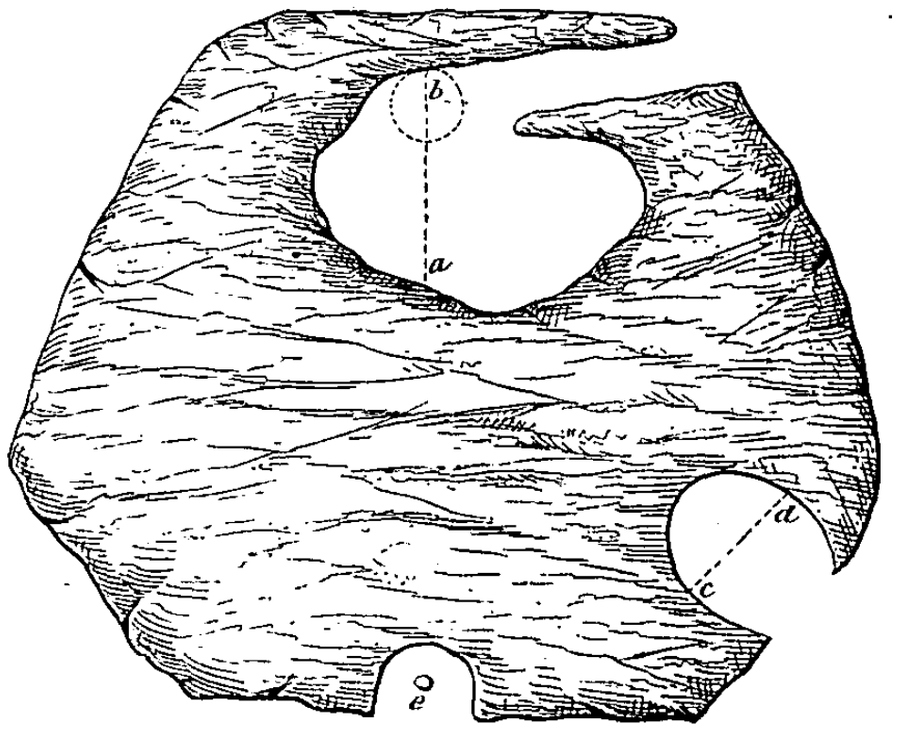


Fig. 9.

oblique, évasée supérieurement et de forme trapézoïdale. (*Fig.* 13.) Le diamètre maximum mesure 0m,85, le diamètre minimum 0m,73, et la profondeur 0m,70.

Au milieu de la face verticale du bloc, du côté de l'ouest, on voit une cavité demi-circulaire de 0m,30 de diamètre, à fond régulièrement uni et horizontal, au centre duquel existe une cupule arrondie de 5 centimètres de diamètre et de 2 centimètres de profondeur. Une des parois de la cavité est légèrement évidée, tandis que la paroi opposée est oblique. (*Fig.* 9, *e*; *fig.* 10.)

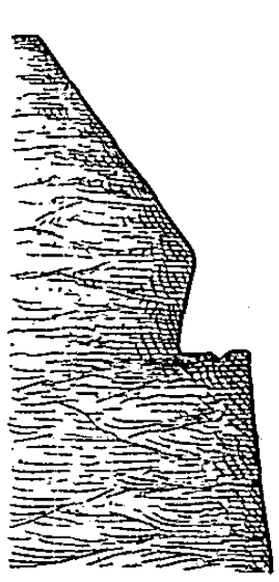


Fig. 10.

La légende qui a cours dans les environs prétend que le rocher à bassins du *Rei de Sol* servait autrefois aux sacrifices humains et aux sacrifices animaux, et que des fées habitaient dans une caverne, au sommet de la montagne.

III. *La Chaise au Roi.* — Entre les villages de Laforêt et de Fontbonne, dans la commune de Viscomtat, est une montagne tout hérissée de gros rochers; à l'ouest elle touche à la montagne de Pamol, au sud

à celle de Lhermitage. Elle est située en plein Forez, sur le versant oriental de la chaîne, en face de la vallée de Noirétable. Du côté nord, elle se termine en forme d'arête ou de promontoire dont le niveau est moins élevé que le sommet central. C'est là que gît, au milieu d'un énorme entassement de gros rochers granitiques, un curieux monu-

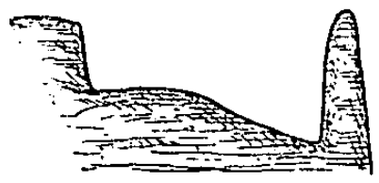


Fig. 11.

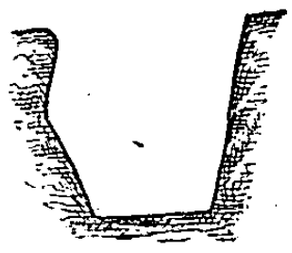


Fig. 12.

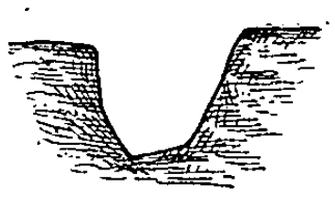


Fig. 13.

ment découvert par notre ami M. le docteur Planat, et qui porte dans le pays le nom de *Chaise au Roi*. Sur la paroi d'un des rochers, en vue de Noirétable, est un long gradin naturel et régulier qui, à certain endroit, a été creusé en un bassin incomplet, exactement circulaire, de 0m,37 de diamètre et de 0m,20 de profondeur. Une échancrure large et régulière s'ouvre dans la paroi antérieure ; la paroi postérieure est plus élevée que les bords latéraux. Si l'on s'assied dans le bassin, les jambes passent par l'échancrure, le dos s'appuie à la face postérieure du gradin, et les bras sur les parties latérales. C'est pour cela que le rocher a été comparé à un siège et a été désigné du nom de *Chaise au Roi*. (*Fig.* 14, 15 et 16.)

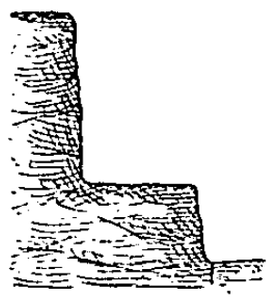


Fig. 14.

Sur le sommet des blocs voisins existent trois cavités en forme d'écuelles. L'une est régulièrement demi-sphérique (*fig.* 17, 18 et 19) :

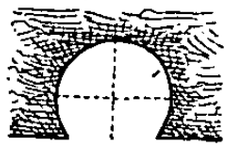


Fig. 15.



Fig. 15.

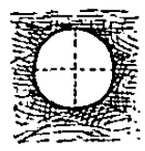


Fig. 17.

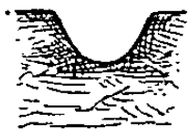


Fig. 18.

les deux autres, absolument semblables et placées près d'une arête rocheuse, se déversent à l'extérieur par une petite échancrure. (*Fig.* 20, 21 et 22.)

IV. *La Pierre de Loubeyrat*. — Elle est située au terroir des Collières, sur la pente nord d'une petite colline, à l'est et à 200 mètres environ de l'église de Loubeyrat, au milieu d'une pelouse bordée par un bois de sapins et un taillis de chênes. Elle consiste en un bloc de

granit qui a la forme d'une pyramide quadrangulaire, haute de 1m,50, et dont la base mesure 2 mètres de long sur 1 mètre de large. Sur la face tournée au sud, et à 50 centimètres du sol, on remarque une cavité dont le fond a la forme ovale, allongée, un peu déprimée à la partie postérieure et largement évasée en avant. (*Fig.* 23 et 24.) Une

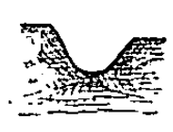


Fig. 19.

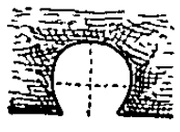


Fig. 20.



Fig. 21.



Fig. 22.

section verticale menée au travers et au milieu de la face inférieure présente en bas un évasement très marqué et un étranglement manifeste à la partie moyenne. (*Fig.* 25.)

Cette cavité n'a pas de paroi antérieure ; elle se déverse directement sur la face rocheuse ; l'intérieur est lisse, régulier, sans bosselures ni fissures. Elle a 20 centimètres de long, 17 centimètres de large, et sa hauteur prise du fond à la partie étranglée mesure 14 centimètres. Une petite écuelle, sans caractères bien tranchés, se remarque du côté Nord, sur une des arêtes supérieures de la pyramide.

Les cavités que nous venons de décrire présentent certaines particularités que nous devons faire remarquer. Sous le rapport de la forme, elles se divisent en deux groupes distincts : l'un comprend des cavités de grande dimension, de véritables bassins ; l'autre de simples écuelles. Les premières sont toujours incomplètes, c'est-à-dire que

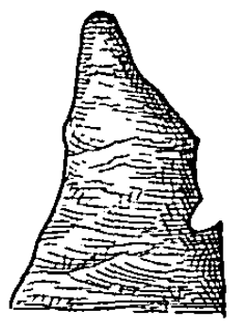


Fig. 23.



Fig. 24.



Fig. 25.

leurs parois sont échancrées plus ou moins profondément, de manière à se déverser sur la face même du rocher ou dans d'autres cavités. Les secondes, souvent situées en un point plus ou moins éloigné du bord rocheux, possèdent des parois complètes, sans communication avec les écuelles voisines. Nous noterons aussi comme une chose importante que les grandes et les petites cavités sont généralement associées sur les mêmes rochers ou le même groupe de rochers.

Tous ces faits démontrent avec évidence que les bassins et les écuelles en question ne sont pas un jeu de la nature, mais le résultat d'un travail intentionnel, une œuvre de l'homme. Les agents naturels paraissent incapables de creuser des cavités de forme presque géométrique et présentant sur la même pierre un fond tantôt sphérique, tantôt plat et horizontal. De même, il est encore plus difficile de rattacher à une cause accidentelle l'existence des cavités qui se trouvent sur la paroi verticale des rochers de Loubeyrat et du *Rei de Sol*. Du reste, celle qu'on voit sur le dernier bloc présente, à son centre, une petite cupule qui ne peut avoir été faite que par une main intelligente. Ajoutons que ces rochers travaillés sont presque toujours situés en des points culminants ou des points bien en vue; ils s'élèvent au-dessus des autres et dominent l'horizon. Si, d'un autre côté, nous considérons la disposition des bassins creusés sur la plateforme du rocher de Champeaux, nous voyons qu'ils sont respectivement placés à une égale distance, qu'ils sont étagés exactement les uns au-dessous des autres et établis suivant un axe demi-circulaire. Les agents naturels, les vents, les pluies, les gelées, les dislocations, les érosions ne sont pas à même d'accomplir des œuvres si compliquées, revêtant des formes régulières, caractéristiques. Du moment que nous admettons que ces cavités sont l'œuvre de la main humaine, nous devons nous demander à quels usages elles étaient destinées. A notre avis, nous nous trouvons en présence de véritables monuments religieux, et il n'est pas douteux que les bassins et les écuelles étaient pour recevoir des offrandes et des libations. Aux temps primitifs, le culte des rochers était en honneur; les Gaulois, spécialement, les tenaient en grande vénération. A l'époque romaine, au moyen âge, et même de nos jours, ils ont été et sont encore l'objet de nombreuses superstitions.

M. Émile **RIVIÈRE**,

A Paris.

DÉCOUVERTE DE DEUX STATIONS NÉOLITHIQUES DANS LES BOIS DE CHAVILLE ET DE FAUSSES-REPOSES (SEINE-ET-OISE).

— Séance du 26 septembre 1887. —

Il y a deux ans, au Congrès de Grenoble, je faisais part à la section d'Anthropologie de la découverte que j'avais faite quelque temps auparavant, le 23 mars 1884, d'une station de la pierre polie dans les bois de Clamart (Seine), — le Trou-au-Loup, — et du résultat des recherches que j'y avais poursuivies ultérieurement pendant plusieurs mois, lesquelles ne m'avaient pas donné moins de *neuf cents silex*, instruments ou éclats de toutes dimensions.

Aujourd'hui je vous demande la permission de vous faire connaître la découverte que j'ai faite cette année même de deux nouvelles stations du même âge, c'est-à-dire de l'âge de la pierre polie, cette fois encore dans les bois des environs de Paris et à peu de distance de cette ville, dans le département de Seine-et-Oise.

C'est le 17 avril dernier que j'ai trouvé la première de ces deux station. Celle-ci est située à l'entrée du bois de Chaville, dans la partie sise à droite de la route de Paris à Versailles, entre la voie du chemin de fer de la rive droite et les bois de Ville-d'Avray proprement dits ou de Fausses-Reposes. Elle est limitée à un carré dont les arbres sont assez clairsemés pour que l'on puisse y circuler aisément sans crainte des broussailles et dont le sol, recouvert çà et là d'un tapis de mousse peu épais, est sillonné de petits sentiers créés par les promeneurs, toujours nombreux le dimanche en cet endroit.

Cette partie du bois est appelée *Chemin-Vert*, d'où le nom que j'ai cru pouvoir donner à cette nouvelle station.

Le site m'avait frappé par son exposition, formant une sorte de terrasse, d'où la vue s'étend au loin sur les coteaux environnants. Aussi, tout en herborisant avec un de mes fils, je me demandais si ce point n'avait pas été occupé autrefois par quelque peuplade préhistorique semblable à celle dont j'avais découvert les produits de l'industrie

dans les bois de Clamart, lorsque je trouvai d'abord, au pied d'un arbre, un petit éclat de silex sur lequel l'existence d'un bulbe de percussion à la face inférieure et de quelques éclatements à la face supérieure dénotaient, d'une façon incontestable, qu'il était le résultat du travail de l'homme.

Cette petite trouvaille, qui répondait à ma pensée du moment, m'engageait à poursuivre immédiatement mes recherches aux environs, et bientôt celles-ci se trouvaient couronnées par la découverte d'autres silex taillés ou éclatés de main d'homme, et notamment d'un beau grattoir intact et parfaitement entier (*fig.* 1). Cette pièce, large,

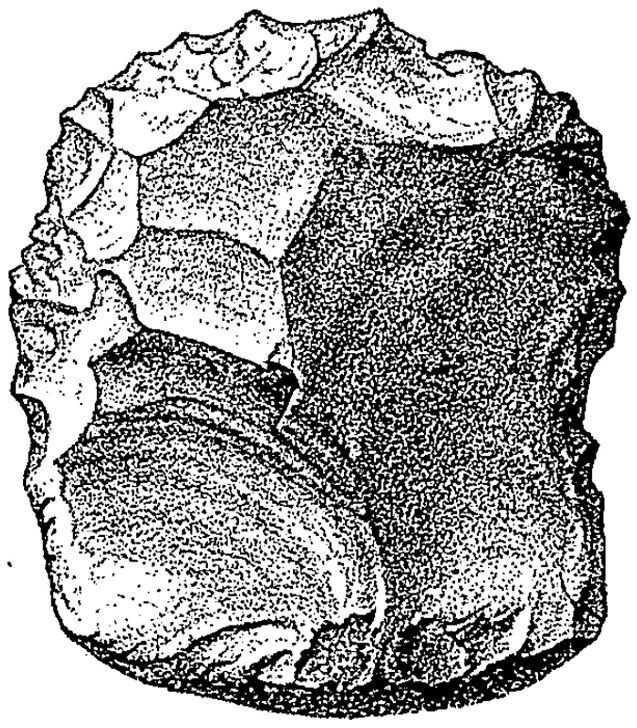


Fig. 1. — Grattoir en silex.

à peu près partout, de 5 centimètres et longue de 55 millimètres, présente aussi sur la face inférieure non retaillée, un très beau bulbe de percussion ; de plus, elle est très nettement retouchée par une série de petits coups à son extrémité antérieure ou tête, ainsi que sur la plus grande partie de ses bords. Son épaisseur est de 8 millimètres, sauf sur ses bords latéraux qui sont assez tranchants.

Dans cette première journée, mes recherches continuées au même lieu m'ont permis de trouver dans un espace restreint *vingt-sept* autres silex (instruments ou éclats). Je citerai, notamment, parmi ces pièces : 1° une petite lame longue de 41 millimètres et large de 19 millimètres dans sa partie la plus étroite, et de 26 dans sa partie la plus large, c'est-à-dire au niveau de la base, où elle a été brisée dans son temps, arrondie et retouchée en grattoir à son extrémité opposée ainsi que sur son bord gauche qui, à un moment donné, présente une sorte de ressaut sans aucune retouche.

2° Une très belle pièce comme dimensions et comme travail (*fig.* 2) ; sa largeur est de 65 millimètres, sa longueur de 64 centimètres; elle est irrégulièrement arrondie et intacte à sa base où la face inférieure est pourvue aussi d'un bulbe de percussion très prononcé ; elle est légèrement brisée sur cette même face à son extrémité opposée. Ses bords, sur une partie de leur extrémité opposée, sont pourvus de fines retouches.

Je ne dois pas omettre de signaler aussi parmi les pièces trouvées dans cette première journée un fragment de poterie grossière, épaisse, grisâtre à la surface et à pâte noire et siliceuse, sans aucun orne-

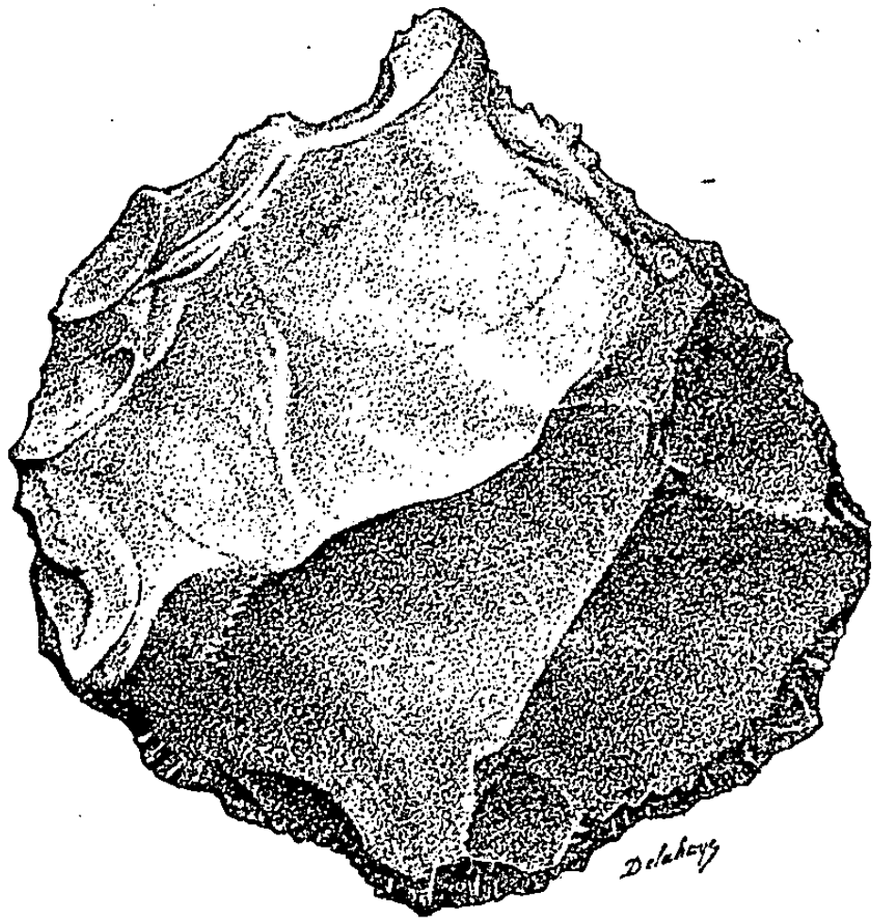


Fig. 2. — Instrument en silex.

ment, parfaitement semblable enfin aux poteries que l'on rencontre journellement dans les gîsements de l'âge de la pierre polie.

Ces différents silex étaient tous, de même que le petit morceau de poterie, ou à la surface du sol ou à peine engagés dans la terre dont ils émergeaient, de sorte que je n'ai eu besoin de faire aucune fouille pour les avoir. Ils étaient tous d'une teinte grise plus ou moins foncée. Quelques-uns — en très petit nombre — avaient subi l'action du feu et présentaient de nombreuses craquelures. Enfin, j'ajoute que ce sont tous des silex de la craie, ainsi que l'examen qu'en a bien voulu faire M. Stanislas Meunier, aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle de Paris, me l'a confirmé. Ils offrent d'ailleurs la plus grande ressemblance avec les silex que j'ai trouvés en 1884 et 1885 à

la station néolithique du Trou-au-Loup de Clamart, et proviennent, comme ces derniers, de la craie de Meudon.

Tel a été le résultat de cette première journée de recherches.

Dans les jours qui ont suivi, je suis retourné à plusieurs reprises au même endroit et, en explorant de nouveau avec soin la surface du sol, je suis parvenu à trouver encore plus de deux cents silex ou éclats, toujours dans l'espace restreint que j'ai indiqué plus haut. Je dois citer, parmi les pièces trouvées à cette époque, une sorte de percuteur ou broyon en meulière semblable à celle que l'on extrait journellement dans les bois même de Fausses-Reposes. Je dis : « dans l'espace restreint », car je n'ai absolument rien trouvé dans les autres carrés du bois avoisinant ma station du *Chemin-Vert,* voire même en fouillant le sol jusqu'à quelques centimètres de profondeur. Celle-ci est donc absolument limitée aux points que j'ai indiqués tout à l'heure.

C'est alors qu'étendant beaucoup plus loin mes investigations, j'ai découvert, à 1 kilomètre de là environ, le 5 juin dernier, une seconde station également de l'époque néolithique, située non plus sur la commune de Chaville et dans les bois de ce nom proprement dit, mais sur la commune de Ville-d'Avray, dans les bois de la Justice ou mieux de Fausses-Reposes.

Ici l'espace est un peu moins restreint, le site n'est plus le même ; il ne s'agit pas d'un plateau mais de pentes peu prononcées conduisant à cette partie du bois d'où l'on domine les étangs de Ville-d'Avray. Et c'est encore en plein bois, de même que dans les chemins qui entourent au nord et à l'ouest cette nouvelle station, que j'ai trouvé à la surface du sol où émergeant légèrement de la terre, tous les silex que cette seconde station m'a donnés.

Ces silex, en effet, étaient beaucoup plus abondants, ils étaient même tellement nombreux que certain jour, dans une seule après-midi, je n'ai pas recueilli moins de *cent trois pièces,* bonnes ou mauvaises, éclats ou instruments entiers ou brisés. Il est vrai de dire que ce jour-là nous avions une pluie battante et que, par suite, l'eau dont ils étaient recouverts donnait à ces silex un aspect brillant qui facilitait grandement mes trouvailles en permettant de les distinguer aisément sur la terre détrempée.

Je suis retourné également à maintes reprises à cette nouvelle station — station de Ville-d'Avray ou de Fausses-Reposes — et j'ai pu ainsi recueillir plusieurs centaines de silex (instruments ou éclats), notamment un certain nombre de petites lames, mais toutes toujours brisées à l'époque où elles ont été abandonnées sur le sol et sans aucune retouche sur les bords, mais ayant pour la plupart leur bulbe

de percussion. Celle que j'ai fait figurer ici (*fig.* 3) est intacte à sa base mais brisée à l'extrémité opposée par une cassure très nette. Elle mesure 34 millimètres de long sur 17 millimètres de large. Elle est mince et ses bords sont parfaitement tranchants; ils ne présentent aucune entaille comme le sont d'ailleurs tous les couteaux.



Fig. 3.
Lame en silex.

Dans cette seconde station, de même que dans celle du Chemin-Vert, je n'ai pas eu de fouilles à faire, tous les silex reposant sur le sol ou en émergeant par une pointe ou un bord quelconque, ainsi que je l'ai dit tout à l'heure; à peine ai-je parfois fouillé la terre avec un petit outil pour me rendre compte du milieu.

Du reste, plusieurs tranchées faites récemment par les agents des forêts au même endroit ou dans le voisinage très rapproché m'ont permis de constater, sur une assez longue étendue, l'absence de tout instrument en silex au-dessous de 4 à 5 centimètres de profondeur.

J'ajoute, en terminant, que dans mes deux nouvelles stations néolithiques, je n'ai jamais trouvé le moindre ossement humain ni aucun débris d'animaux.

Tels sont, Messieurs, les résultats des nouvelles découvertes que je désirais avoir l'honneur de vous faire connaître et que je compte poursuivre, grâce à l'Administration des forêts, qui a bien voulu m'accorder l'autorisation de faire des fouilles dans les bois de l'État, et je tiens vivement ici à lui exprimer toute ma reconnaissance, notamment à son directeur général, M. Gabé, et à M. de Mérandan, conservateur des forêts du département de Seine-et-Oise.

MM. Henry et Louis SIRET,

Ingénieurs, à Anvers (Belgique).

LES PREMIERS AGES DU MÉTAL DANS LE SUD-EST DE L'ESPAGNE.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Vous savez tous, Messieurs, combien l'Espagne offre encore de champ aux investigations de l'archéologie préhistorique. Dans vos travaux, vous vous êtes aperçus de la pénurie des données recueillies dans ce beau pays sur les premiers temps de l'humanité; pénurie d'autant plus fâcheuse, que la Péninsule ibérique est appelée par sa position géographique, autant que par les richesses de son sol, connues de temps immémorial, à répondre à un grand nombre des questions dont la préhistoire cherche encore la solution.

Nous avons fait dans le sud-est de l'Espagne un séjour de sept années. Notre profession d'ingénieurs nous a mis à même de parcourir avec profit une grande partie des provinces de Murcie et d'Almérie.

Tous nos loisirs ont été consacrés à l'étude des restes de ceux qui ont habité cette contrée avant la période historique, et quoique nous ne puissions prétendre avoir comblé la lacune que nous venons de signaler, nous osons dire que nos travaux apportent une somme considérable de matériaux nouveaux à l'étude du préhistorique.

La zone que nous avons explorée longe la Méditerranée sur une longueur de 75 kilomètres, entre Carthagène et Almérie. Sa largeur atteint parfois 35 kilomètres. Nous y avons fouillé quarante stations, se rattachant à trois époques parfaitement distinctes :

I. — Époque néolithique.
II. — Age de transition entre la pierre et le métal.
III. — Age du métal.

I. — Néolithique.

A cette période se rapportent quinze stations. Nous devons y distinguer deux industries assez nettement tranchées : la plus ancienne paraît se rattacher au magdalénien de M. de Mortillet et constitue peut-être un anneau précieux pour relier les temps quaternaires aux époques actuelles.

Elle est caractérisée par l'extraordinaire petitesse des outils en silex : on dirait des éclats, déchets de taille; mais on y reconnaît facilement les retouches et les formes d'un grand nombre des types d'outils connus : nuclei; lames servant à scier, couper, râcler; tranchets, grattoirs, poinçons et notamment des pointes de flèches des plus caractéristiques. Ce sont des portions de lames à trois faces dorsales, découpées en forme de trapèze. M. Cartailhac, dans son excellent ouvrage sur *les Ages préhistoriques de l'Espagne et du Portugal* les a parfaitement décrites parmi les outils des Kjoekenmoeddings portugais. On les a retrouvées en Italie dans les Abruzzes; en France, dans le dolmen de Saint-Laurent (Basses-Alpes) et jusqu'en Belgique.

A la même industrie, il faut rapporter des fragments d'oligiste ayant fourni une poudre rouge servant de matière colorante, et de la poterie d'une forme et d'une facture excessivement rudimentaire. Tous ces objets gisaient à la surface du sol ou à une très faible profondeur.

D'autres stations, bourgades et sépultures, appartiennent au néolithique pur. Une des bourgades nous a fourni des centres d'habitation bien marqués, caractérisés par de la terre noire remplissant des espaces circulaires ou polygonaux de 4 à 8 mètres de diamètre, entaillés dans le terrain sur une hauteur de 40 à 50 centimètres, et parfois entourés de pierres formant de grossiers murs.

Les sépultures ont d'ordinaire la même forme : ce sont aussi des espaces, rectangulaires ou polygonaux, plus petits que les habitations, entourés de pierres mises de champ. Le couvercle manque. Les demeures des morts semblent n'être qu'une miniature de celles des vivants. Le rite constant est l'inhumation; nous avons retrouvé de deux à quinze squelettes environ dans chaque tombeau; un crâne et quelques mâchoires étaient seuls bien conservés. Des haches, couteaux, pointes de flèches, pointes en os, grains de collier, accompagnaient ces restes.

Les objets que nous ont livré les stations de cette époque, se différencient peu de ceux des mêmes périodes trouvés dans les autres pays. Ce sont des haches polies en diorite, de 4 à 30 cent. de longueur, quelques-unes à peine ébauchées, d'autres martelées et prêtes pour le polissage; la plupart sont terminées, partiellement ou complètement polies. Aucune trace de manche n'a été trouvée.

Des outils en silex : lames servant à divers usages, poinçons, pointes de flèches; peu ou point de grattoirs. Des pointes de flèche avec talon et un seul aileron, simplement découpées dans des lames de couteaux sont à signaler.

Des percuteurs, des meules à broyer le grain, d'ordinaire en

micaschiste grenatifère; des pointes en os; des grains de collier de stéatite en forme d'olive, en coquilles marines perforées, pétoncles, cyprées, cônes, dentalides.

Des bracelets en pierre : schiste, calcaire bleu ou blanc. Nous avons pu suivre les phases du travail dans la confection de ces ornements.

Des bracelets en pétoncles, grandes coquilles, parfois fossiles dont on a usé tout le centre, ne laissant subsister que le pourtour. Des fragments semi-annulaires de la même substance sont percés aux extrémités pour servir d'ornements de colliers.

Un ornement en forme de croix ou de trèfle, découpé dans une plaque de schiste.

Des poids en terre cuite, plaques ovales ou rectangulaires munies de deux ou quatre trous usés par le passage d'une corde. Nous pensons qu'ils ont pu servir à tendre les fils dans les métiers à tisser primitifs.

La poterie de cette époque est en général bien faite, quoique souvent grossière; les fonds sont aplatis, les formes cylindriques ou tronconiques, parfois pansues. Quelques vases parmi les plus petits sont en terre noire très fine, soigneusement lissée; pour les autres poteries, la couleur et la qualité sont très variables. Plusieurs vases portent des trous disposés le long dé fentes, indices certains d'un raccommodage.

Une découverte intéressante permet de se rendre compte de quelques détails instructifs. Au fond d'une petite grotte nous avons trouvé un vase remarquable de forme à peu près sphérique, muni d'un col cylindrique et assez richement orné. De la terre qui le remplissait, nous avons pu extraire : des coquilles marines entières, des fragments de coquilles plus ou moins arrondis, des rondelles plates, obtenues par l'usure, d'autres percées d'un trou et de dimensions différentes constituant des grains de collier complètement terminés.

De petits fragments et des plaquettes en calcaire gris, et une rondelle trouée de la même substance.

De petites cypées forées de deux trous; avec cela, des rognons de silex brut, un nucléus dont de petites lames avaient été enlevées; des lames, retouchées ou non, ayant servi à débiter les coquilles en rondelles; des poinçons au moyen desquels ont été percés les grains de collier achevés; un petit silex trapézoïdal du type précédemment décrit; enfin, une petite hachette en pierre blanche à éclat soyeux et nacré, fort dure. Cette substance analysée, a été reconnue être de la *fibrolite*. Les haches faites de cette pierre sont abondantes en Espagne.

Plusieurs de ces objets portent des traces de matière colorante rouge. Nous voyons ici un mélange d'objets paraissant appartenir à deux civilisations distinctes. Tous les silex sont très petits; ils sont caractéristiques de notre première phase néolithique. La hachette, au contraire, mais surtout le vase, paraissent dénoter une industrie plus avancée. La forme de celui-ci est unique au milieu de nos 1,200 poteries. Nous croyons devoir l'attribuer à une influence étrangère qui se serait manifestée au début du néolithique. L'évolution dans les formes des pointes de flèche, semble également indiquer la présence simultanée de deux éléments. Nous signalerons notamment les pointes à un aileron, copies, dirait-on, d'une forme nouvelle, obtenue par un procédé de taille ancien.

II. — Age de transition.

Nous avons fouillé sept stations, bourgades ou sépultures appartenant à l'âge de transition. Leur situation topographique est la même qu'à l'époque précédente. Voici par quels faits principaux on peut caractériser cette période.

1° Emploi dominant de l'outillage néolithique;

2° Importation de bijoux en bronze d'un travail relativement avancé;

3° Métallurgie indigène, très primitive, produisant des outils en cuivre;

4° Incinération des morts, supplantant partiellement l'inhumation.

Faisons remarquer ici que jusqu'à présent on n'a jamais signalé de minerai d'étain dans la région qui nous occupe.

A côté de ces faits dominants, qui démontrent à l'évidence une influence étrangère, il en est d'autres qu'il faut attribuer aussi à cette influence : les habitations sont beaucoup mieux construites qu'à l'époque précédente; la poterie se perfectionne, des grains de collier en cornaline remplacent, avec le bronze, les ornements en stéatite et en coquillages.

Nous allons donner un court aperçu des trouvailles qui nous ont permis de formuler ces importantes conclusions.

Les demeures sont limitées par de vrais murs, faits de pierres brutes cimentées par de la boue. Leur plan est parfois assez compliqué.

Grâce à l'incendie qui en détruisit une partie, nous avons pu relever les faits suivants. Les toits étaient faits de roseaux jointifs reposant sur des poutres, et recouverts d'une épaisse couche d'argile.

Celle-ci, durcie par le feu de l'incendie, nous a conservé l'empreinte des roseaux ou des branches, ainsi que des cordages en sparte [1] tressé qui les rattachaient entr'eux. Entre les murs, des étais verticaux soutenaient le toit, et peut-être, dans certains cas le plancher d'un étage.

La chute du toit a enseveli un grand nombre des objets que les habitants n'ont pu emporter. Sur le sol, nous avons retrouvé leurs outils journaliers, mais les pièces précieuses, telles que les bijoux en bronze, y sont fort rares; cent cinquante pointes de flèches en silex des types néolithiques connus; trois cents lames de silex, dont un grand nombre sont retranchées sur les bords; vingt haches polies en diorite et fibrolite; cent pointes en os, rarement munies d'un chas.

Beaucoup de meules à broyer le grain, percuteurs, lissoirs, etc.

Des cornes en terre cuite munies d'un trou près de l'extrémité, et d'usage indéterminé. De nombreux fragments de céramique et quelques vases entiers. La pâte est généralement mieux faite qu'à l'époque précédente. Les formes sont simples, mais élégantes; quelques-uns sont ornés de chevrons en creux, parfois remplis de substance blanche.

Des ossements d'animaux : chèvre, cerf, sanglier, etc.

Des céréales dont la forme est conservée grâce à la carbonisation.

Les instruments suivants sont en cuivre :

Quinze poinçons : l'un d'eux encore muni de son manche en os.

Trois haches plates : deux ont une forme à peine différente de celle des haches en pierre; l'autre a le tranchant légèrement élargi. Nous verrons plus tard cette modification s'accentuer.

Deux pointes de flèche, simples lames plates triangulaires.

Un couteau formé également d'une lame plate, plus large au milieu et pointue à un bout, sans trous pour les rivets ou chevilles, et qu'on enfonçait sans doute dans la fente d'un manche de bois, si on ne l'employait pas simplement à la main.

Un bracelet en bronze, de forme ovale, fait d'une simple tige de section ovale dont les deux bouts se touchent. Des fragments d'os de l'avant-bras se trouvent encore dans la terre qui le contenait : on peut supposer qu'ils appartenaient à une personne tuée pendant l'incendie.

Des grains de collier en bronze, pétoncle, cônes, calcaire et cornaline.

Du minerai de cuivre; des scories cuivreuses; du cuivre fondu; des fragments de récipients ayant contenu le métal fondu.

L'analyse du minerai et des scories a montré que la moitié seule-

1. Plante appelée vulgairement *Jonc d'Espagne*.

ment du métal contenu était extrait lors de la réduction du minerai. Celui-ci provient de filons affleurant près des sites explorés.

Quant aux sépultures, elles sont, comme à l'âge précédent, constituées par des dalles limitant un espace polygonal dans lequel se trouvaient, empâtés par la terre, les ossements non incinérés avec les bracelets en bronze, les grains de collier en bronze, calcaire et cornaline, puis les débris d'os incinérés avec ceux des urnes cinéraires et de leurs couvercles. La forme de ces urnes n'est pas spéciale à notre région : on en retrouve d'analogues dans le reste de l'Europe. Elles sont bien faites et parfois décorées, et le fond est plat ou relevé. Nous avons retrouvé des restes d'au moins dix de ces vases dans une seule sépulture, avec de nombreux débris d'ossements non incinérés.

Avant de passer à la troisième période, insistons encore sur ce fait, que nous venons d'assister aux premiers tâtonnements métallurgiques d'un peuple qui se trouve en plein âge de pierre, et reçoit d'un civilisateur plus avancé des bijoux en bronze et en cornaline, l'usage d'incinérer ses morts et en même temps des leçons pour extraire le cuivre de ses minerais, dans l'art de bâtir, dans celui du potier et sans doute en d'autres encore.

Mais s'il est vrai que c'est à l'étranger que les peuples du Sud-Est de l'Espagne doivent les premiers grands pas qu'ils aient faits dans la voie du progrès, nous allons voir à quel niveau ils se sont ensuite élevés par leurs propres forces.

III. — Age du métal.

Il est caractérisé par les faits suivants :

1° Emploi général du cuivre et du bronze pour la confection des armes, des outils et des parures. Le cuivre est beaucoup plus répandu que le bronze. Quant au silex, on continue à l'employer pour faire des scies, à cause de sa dureté.

2° Découverte de l'argent natif des *Herrerias*, et utilisation du précieux métal dans la fabrication des parures et même des armes et des outils.

3° Construction d'habitations groupées, de bourgades bien défendues, véritables acropoles fortifiées par la nature et par des murailles défensives.

4° Retour à l'inhumation. Ensevelissement des morts dans le sol et à l'intérieur même des habitations.

Comme caractère accessoire, on peut ajouter le remarquable développement de la poterie, aussi bien pour l'exécution que pour la

forme, contrastant avec la simplicité des procédés employés : le tour était inconnu.

Avant de faire l'énumération et la description des objets livrés par les fouilles, nous avons à faire quelques remarques générales.

A l'époque précédente nous avons vu les indigènes s'initier à la métallurgie sous l'influence d'un peuple étranger, recevoir de lui des parures de bronze, adopter une partie de ses mœurs, et peut-être faire alliance avec lui. Au contact de cet étranger, ils se polissent, ils commencent à apprécier les richesses de leur sol qu'ils apprennent chaque jour à connaître. Bientôt leurs recherches leur font découvrir l'argent natif des Herrerias. Ce gisement, situé précisément au centre des stations où nous avons trouvé l'argent le plus couramment employé a été, il y a peu d'années encore, l'objet d'une exploitation des plus fructueuses : on y a trouvé des amas spongieux et brillants d'argent natif à quarante mètres de profondeur, dans des couches ferrugineuses qui arrivent à la surface : des restes gigantesques d'exploitations anciennes prouvent que le gîsement a dû être bien plus considérable. L'argent devait se trouver autrefois à la surface du sol et on peut à priori affirmer que les premiers métallurgistes qui ont parcouru le pays, n'ont pu manquer d'être frappés des qualités du précieux métal, et l'ont certainement employé dans la confection de leurs ornements. Les textes anciens confirment ce fait, et nos découvertes en sont le témoignage le plus évident.

On s'explique maintenant pourquoi à notre troisième époque, nous voyons l'homme asseoir son foyer sur le roc dur à gravir : c'est que ce sol, qui est le sien, contient une richesse immense que ses voisins ou des pirates étrangers viennent lui disputer. Avec cette richesse commencent les luttes qui ne laissent plus de repos à l'habitant de notre contrée. A grand peine il doit porter au sommet des collines escarpées, les pierres qui formeront sa maison : il doit compléter par des murailles de pierre et de boue les ceintures de rochers que la nature lui a préparées; il doit calculer la place qu'il occupe, serrer sa demeure contre celle de son voisin, et pour ne point abandonner le corps de son père mort à la profanation de l'ennemi, il partage avec lui son toit. Les routes commerciales ne devaient pas être sûres : aussi voyons-nous les produits indigènes devenir d'emploi plus général, en même temps qu'un retour aux mœurs primitives se manifeste.

C'est ainsi que l'incinération, coutume étrangère, disparaît; les bracelets en bronze de forme ovale ne sont plus importés comme à l'époque précédente; nous ne voyons plus arriver de perles en cornaline, et l'étain reste rare, au point que la proportion d'objets en cuivre pur est plus grande qu'à l'époque précedente.

D'une façon générale, nous assistons au développement d'une civilisation indépendante, et si les remparts de pierres brutes n'ont pu défendre ce peuple contre la force brutale d'un ennemi plus puissant, au moins lui ont-ils laissé le temps d'arriver à une civilisation très élevée, propre, originale, que nous ne pouvons nous lasser d'admirer dans les ruines qui nous redisent après tant de siècles d'oubli, son respect pour ses ancêtres, ses luttes, ses progrès, son art si primitif et déjà si beau; enfin son malheur.

Nos trouvailles se divisent en deux catégories : objets de mobilier domestique, trouvés sur le sol des maisons et dans leurs ruines, et objets provenant des sépultures. Ceux-ci naturellement sont les plus riches, et en général sont mieux conservés.

Voici d'abord les objets trouvés dans les demeures :

700 scies en silex. Le silex est ou bien de qualité ordinaire, ou bien formé d'éléments oolithiques soudés par une pâte. Dans le premier cas les scies sont fréquemment dentelées. Dans le second cas elles sont plutôt retouchées, ou même employées telles que l'éclatement les produisait : l'inégale dureté des éléments du silex produit des aspérités qui conviennent parfaitement au sciage.

Les scies étaient parfois tenues à la main, mais généralement emmanchées dans du bois avec l'intermédiaire de bitume. Le tranchant est presque toujours lustré par l'usage.

40 haches polies; objets plus anciens détournés de leur destination primitive.

300 pierres diverses : marteaux, pilons, polissoirs, lissoirs, brunissoirs, poids de filets, etc., etc.

900 outils en os et en ivoire : pointes, épingles, aiguilles, etc.

Des centaines de meules à broyer le grain. Ce sont des demi-ellipsoïdes dont la surface plane aurait été légèrement creusée. Nous les avons retrouvées souvent retournées l'une sur l'autre; en communiquant à la meule supérieure un mouvement de va et vient sur l'inférieure, on peut facilement broyer le grain en une farine grossière.

200 pierres à aiguiser, formées de plaquettes de schiste allongées, généralement munies d'un trou près de chaque extrémité.

Une grande quantité de céréales carbonisées, contenue dans des urnes ainsi que de la farine, des feuilles, des fleurs, des fruits et même des insectes également brûlés.

Des centaines de poids en terre cuite ronds ou rectangulaires munis de 1 à 4 trous souvent usés par le passage de cordes; la terre est poreuse et d'ordinaire très mal cuite. Les ronds ont de 8 à 15 centimètres de diamètre; les rectangulaires sont un peu plus longs, et presque toujours percés de 4 trous, dont deux seulement sont usés.

6 moules en grès micacé-tendre, servant à couler des haches plates, des couteaux et des barres ; les couvercles sont plats.

Une douzaine de creusets en terre cuite en forme d'épaisses calottes sphériques munies d'un bec; du bronze adhère encore à plusieurs d'entr'eux. Ces creusets devaient servir à la refonte du métal déjà réduit.

Nous voyons que le bronze se fondait déjà sur place. L'origine de l'étain reste douteuse : en présence de l'éloignement et de la rareté des mines stannifères, on est porté à se demander si le bronze que nous voyons aux mains de ces hommes n'a pas été enlevé par eux à l'ennemi dans des luttes qui devaient être fréquentes et où le vainqueur ramenait la dépouille du vaincu.

50 pointes de flèches en cuivre, dont la forme varie de la barre à extrémité en forme de feuille ou de losange. jusqu'aux pointes à aileron, copiant les formes néolithiques.

Environ 200 petites barres en cuivre ou bronze, de section carrée ou ronde. Des barres plus grosses destinées à la fabrication de ciseaux.

20 ciseaux en cuivre à section rectangulaire.

Quelques haches et couteaux : nous reparlerons de ces armes à propos des mobiliers funéraires.

Un grand nombre de fragments de poterie et quelques vases entiers.

Enfin de grossières petites représentations de vaches ou taureaux en terre cuite.

Les sépultures se trouvaient à l'intérieur des maisons. Celles-ci étaient souvent munies d'étages : le rez-de chaussée formait une sorte de souterrain en contrebas du sol environnant où l'on avait amoncelé des décombres, afin de former une rampe d'accès où se trouvait la porte. De l'étage on descendait au souterrain par de grossiers gradins faits dans les murs ou contre eux. Cette sorte de cave n'avait pas d'autre entrée; c'est là que l'on déposait les morts, dans le sol, au dessus de lui, contre les murs, encastrés sous les escaliers ou dans l'épaisseur même des murs.

Parfois, pour ensevelir les défunts, on utilisait une fente du rocher: d'autres fois on façonnait un caveau de pierres ou de dalles; mais le plus souvent les sépultures sont de grandes jarres en terre cuite.

Sur les 1,300 sépultures que nous avons fouillées il y avait plus de 1,000 urnes et environ 200 caveaux.

Les urnes d'adultes ont environ 1 mètre de long et 60 centimètres de diamètre à la panse; elles ont la forme d'un œuf dont le gros bout serait tronqué et remplacé par un évasement; d'ordinaire près du col.

elles portent des mamelons. Dans quelques cas nous avons constaté des trous forés au fond, sans doute pour l'écoulement et l'absorption par la terre des liquides résultant de la putréfaction.

Les sépultures d'enfants étaient souvent des vases d'usage domestique; leurs formes sont très variables.

Les urnes étaient généralement couchées, fermées par une dalle, par des pierres ou par une deuxième urne; le tout était entouré d'un petit massif de pierres et d'argile.

Les corps étaient repliés, les mains et les genoux ramenés au menton. Cette position, aussi bien que le choix de l'urne comme cercueil étaient déterminés par le manque de place et la nécessité d'éviter l'émanation des miasmes; en un mot, par le côté pratique de la question. Nous ne pouvons en aucune façon y voir une idée symbolique, un rappel de la position de l'enfant dans le sein de la mère.

L'examen de toutes ces urnes nous montre qu'elles ont été façonnées sans l'aide du tour : on les fabriquait en plusieurs pièces dans des moules creux; les pièces étaient rejointes avant la dessication complète : les traces des moules et des joints sont encore parfaitement visibles.

La pâte est bien cuite : elle contient de nombreux petits grains de pierre, micaschiste, quartz, grenat et mica.

En général, les infiltrations d'eau chargée de boue ont entièrement colmaté l'urne : parfois cependant ce remplissage s'est arrêté à mi-chemin ou n'a pas eu lieu du tout. Dans ce dernier cas, la position des corps et des objets a pu être bien relevée.

D'ordinaire, chaque sépulture contient un squelette; dans soixante cas environ, il y en avait deux, souvent un d'homme et un de femme.

Les sexes se distinguent parfaitement au mobilier. Près des hommes on retrouve en effet, lorsque la sépulture est complète, une hache et un poignard; un couteau et un poinçon caractérisent la femme, ainsi qu'une plus grande abondance de bijoux.

Les défunts étaient ensevelis avec leurs vêtements : des portions notables de toile de lin, conservée par l'incrustation de sels de cuivre; nous avons aussi quelques boutons en ivoire : un crâne d'homme porte l'empreinte très nette d'un tissu qui lui couvrait la tête; d'autres crânes conservent des traces de cinabre, restes de bandeaux de toile peints en rouge au moyen de cette substance : la face des boutons en ivoire qui adhérait aux habits est aussi fortement rougie par du cinabre, nous avons enfin des empreintes de toile dans de la boue durcie, recouvertes de pellicules de la même couleur.

Les tombeaux renfermaient aussi des aliments, témoins les nom-

breux ossements de chèvre et surtout de bœuf dont les tibias abondent.

Les poteries funéraires pouvaient également servir à contenir des aliments : les plus petites contenaient parfois de menus objets. Quelques-unes se trouvaient en dehors du cercueil, à côté ou au-dessus.

Nous ne décrirons pas les différentes formes de poteries ; signalons seulement les coupes à pied, forme caractéristique et d'une rare élégance. Un seul vase sur plus de mille est orné. Tous sont fabriqués à la main et au moyen de moules, comme les urnes ; aucun doute n'est possible à cet égard. La pâte est souvent rouge à l'intérieur, presque toujours noire à la surface, soigneusement lissée et parsemée de petites paillettes brillantes de mica blanc.

Nous avons recueilli plus d'un millier de vases complets.

Les haches sont toutes du type plat et en cuivre ; leur forme dérive de celle des outils que nous avons décrits précédemment : elles ont le tranchant plus élargi ; sur quatre-vingts spécimens deux seulement présentent de légers rebords obtenus par un martelage latéral. De nombreux restes de manches en bois ont été conservés.

Les tombes d'hommes contiennent parfois, au lieu de haches, ce que nous appelons, avec M. John Evans, des hallebardes. Ce sont des lames pointues à nervure centrale, à base brusquement élargie ; sur cette base, on voit trois à six rivets très solides, entre lesquels on distingue parfois des restes du manche. Celui-ci était perpendiculaire à l'axe de la pièce, et l'arme s'employait à la façon des haches, comme certaines armes irlandaises. Nous avons une douzaine de ces hallebardes ; l'une d'elles porte encore des fragments notables du manche en bois retenus par six gros rivets en argent.

Plus rarement, les haches étaient remplacées par des épées. Ce sont des lames de bronze de 55 à 65 centimètres de long, et dont la largeur maxima se trouve près de la poignée. Celle-ci était en bois ou en corne, et retenue par six rivets en cuivre ou en bronze. Nous ne possédons que trois épées ; on voit qu'elles étaient réservées à des personnages importants, sans doute des chefs. La matière dont ces pièces sont faites, leur dimension, la difficulté de leur fabrication, les placent bien au-dessus de toutes les autres armes. C'est surtout pour expliquer leur présence que l'hypothèse d'un butin de guerre est plausible.

Les couteaux ou poignards sont communs aux hommes, aux femmes, et même aux enfants. Nous en avons recueilli plus de trois cents d'un type invariable. La longueur de la lame varie entre 5 et 30 centimètres. L'extrémité est pointue ou arrondie ; la base présente le maximum de largeur. Le manche en bois y était fixé au moyen de

un à dix rivets en métal, parfois des chevilles de bois. Une dizaine de couteaux-poignards ont leurs rivets en argent.

L'outil caractéristique des tombes de femmes est le poinçon : tous sont formés de petites barres de quelques centimètres de longueur, de section carrée pour la partie entrant dans le manche, et arrondie près de la pointe; ils étaient fixés dans des manches en os et, plus fréquemment en bois. Nous avons plusieurs de ces poignées bien conservées : l'une d'elles est enveloppée dans une lame d'argent enroulée en hélice et fixée au bois par quatre petits clous de cuivre. Les poinçons qui ont été analysés sont tous en cuivre, un seul fait exception : il est en argent. Les sépultures ont livré environ deux cents de ces petits outils qui étaient fort communs.

Les ustensiles en pierre et en os sont exceptionnels à l'intérieur des tombes, et leur présence est souvent accidentelle; cependant quelques pierres à aiguiser y ont été déposées intentionnellement.

Les bijoux étaient plutôt réservés aux femmes. Les hommes en portaient cependant fréquemment. Nous avons pu ramasser plus d'un millier de bracelets, bagues, pendants d'oreilles, dont un grand nombre étaient encore fixés aux os des bras, des doigts et de la tête. Ce sont, à quelques rares exceptions près, de simples tiges de cuivre, bronze, argent ou or, à section ronde ou carrée, faisant de un à huit tours de spire; les extrémités des bagues et bracelets sont plus souvent libres que fermées; les bracelets sont toujours ronds, jamais ovales, ce qui les distingue nettement de ceux de l'époque précédente. Le plus riche de ces bracelets est une épaisse tige ronde en or dont les bouts se touchent; il pèse 115 grammes. Un autre analogue, en argent, a le même poids. Quelques-uns de ces bijoux sont faits de rubans aplatis et quelque peu travaillés. Sur plusieurs d'entre eux on reconnaît l'empreinte de cheveux et d'abondants débris de toile.

Les grains de collier sont excessivement abondants : nous en possédons plus de quatre mille, en os, ivoire, serpentine commune et noble, callaïs, test de coquilles, pétoncles, cônes, cyprées, vertèbres, terre cuite, bois, noyaux de fruits, cuivre, bronze, argent et or. Le fil de lin qui les reliait est, dans certains cas, parfaitement conservé. Les grains en os sont de simples fragments d'os longs. La perforation de ceux en serpentine s'obtenait au moyen d'une pointe que l'on faisait tourner à l'intérieur d'un petit cylindre probablement rempli d'eau et de sable. Dans la composition des colliers, la serpentine, d'un vert noir, alternait avec les grains blancs en os. Pas une seule perle en pierre dure n'a été rencontrée, ce qui rend très caractéristique la présence des grains en cornaline à l'époque de transition. La station la plus avancée de notre âge du métal nous a livré quelques

grains en pâte vitreuse d'un vert bleu ou blanchâtre. Ce sont encore là des objets dont la présence peut être attribuée au butin dérobé à l'ennemi.

Nous devons encore citer les peignes : nous en avons trouvé deux en bois et un en ivoire, tous les trois ont la même forme.

Quelques rares tombeaux ont fourni des fragments de mèches de cheveux, conservés grâce à la présence de sels cuivreux.

Enfin, les pièces les plus remarquables sont les diadèmes en argent, retrouvés sur les crânes de femmes. Nous en avons sept, deux sont de simples rubans fort minces et étroits; un autre est formé d'une bande de 3 centimètres de largeur ornée de huit à neuf séries de lignes formées par des points; les bouts sont réunis par deux rivets en cuivre. Les quatre autres diadèmes sont encore des rubans minces, s'élargissant peu à peu vers la place du front où ils se raccordent avec un appendice ou fleuron, simple plaque ronde. La gracieuse simplicité de ces diadèmes mérite toute notre admiration. Parmi ces ornements, deux sont encore placés sur la tête qui les portait. Un d'eux est posé sur le crâne avec l'appendice tourné vers le bas; il est retenu en place par la boue qui a rempli le tombeau; cette même boue renferme encore deux pendants, un en cuivre et un en argent et quelques grains de collier.

Un mot sur la composition chimique des objets en métal.

L'analyse a montré que les bronzes contiennent en moyenne environ 9 % d'étain, les chiffres extrêmes étant 5 et 13 %. C'est donc bien du bronze normal, les écarts s'expliquent par des imperfections ou des accidents.

D'après les mêmes analyses, nous possédons environ mille quatre cents objets en cuivre pur; six cents objets en bronze; quatre cents objets en argent; dix objets en or.

Si l'on considère le poids des métaux employés, on constate que la valeur relative est de : cuivre, 1; argent, 18; étain, 48; or, 333.

Abondance d'argent, rareté d'étain; ces deux faits, qui ressortent des chiffres précédents renferment le résumé d'une grande partie de l'histoire de notre peuple : le premier attira les étrangers sur ces côtes; il fut la cause de l'isolement, de la civilisation et de la défaite de ce peuple. Le second fait est une conséquence de la nature des relations avec l'étranger. Nous avons déjà traité cette question dans les lignes précédentes et nous en dirons encore quelques mots dans celles qui suivent.

En nous basant sur des faits et des calculs qu'il serait trop long de répéter ici, nous estimons que notre troisième époque a eu une durée fort courte, deux ou trois siècles au plus. Les bourgades auraient eu

une population de 100 à 500 habitants. Ces chiffres n'ont d'autre prétention que de fixer un peu les idées. La province où cette civilisation spéciale s'est étendue doit avoir été assez restreinte.

Nous avons retrouvé un grand nombre de demeures détruites par l'incendie; nous n'avons rencontré nulle part jusqu'à présent la civilisation qui aurait suivi celle que nous achevons de décrire : d'après nous, elle a été brusquement anéantie par un ennemi puissant. La crainte de cet ennemi est manifeste dans toutes les constructions, dans les remparts formidables dont notre peuple s'entourait, dans l'étroitesse des passages qui menaient à leurs demeures. Une de nos bourgades nous a montré deux galeries couvertes, partant de derrière une muraille défensive et plongeant dans le lit d'un torrent où nos préhistoriques s'approvisionnaient d'eau : un grand tas de remblais dérobait cette construction aux regards de l'ennemi.

Quel était cet ennemi? Nos fouilles n'ont pas résolu cette question. D'un autre côté nous savons par l'histoire que dès les temps les plus reculés les peuples d'Orient s'enrichissaient de l'argent d'Espagne : ils en ont retiré de telles quantités que des fables merveilleuses entourent les premiers temps de l'histoire de ce pays. Comme aujourd'hui, le seul point de cette côte qui ait produit de l'argent natif est précisément la région que nous avons explorée; il est permis de croire que les richesses devenues célèbres qui inondaient les marchés de Tyr, de Sidon, et peut-être d'autres villes plus anciennes, étaient précisément celles que nos préhistoriques défendaient contre la rapacité des pirates navigateurs.

Voici quelques renseignements sur les ossements humains que nous avons pu recueillir et parmi lesquels figurent quatre-vingts crânes bien conservés; leur étude a été faite par le Dr Victor Jacques, secrétaire de la Société d'anthropologie de Bruxelles : La moitié environ des crânes se rapportent au type de Grenelle, le tiers au type de Cro-Magnon, quelques autres à la race pyrénéenne occidentale. Les mélanges sont fréquents et les points de contact nombreux entre ces types. La taille semble petite.

M. Émile **RIVIÈRE**,

A Paris.

L'ÉPOQUE NÉOLITHIQUE A CHAMPIGNY (SEINE).

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Le travail que j'ai l'honneur de communiquer aujourd'hui à la section d'Anthropologie est l'étude comparative des recherches faites à Champigny (Seine) de 1867 ou 1868 à 1875 par un pisciculteur bien connu, Carbonnier, décédé il y a quelques années, et des découvertes faites depuis cette époque dans la même localité par un ingénieur distingué, ancien élève de l'École centrale, et actuellement directeur du syndicat chaufournier de cette commune, M. Le Roy des Closages.

Ces recherches et études, auxquelles j'ai moi-même pris part, par des fouilles faites, au même endroit en 1874, sont exclusivement consacrées à l'époque néolithique et n'ont aucun rapport avec une autre étude que j'ai entreprise il y a quelque temps déjà et que je poursuis activement, dans cette même commune de Champigny, mais sur d'autres points, je veux parler des sablières quaternaires que l'on rencontre notamment au lieu dit Le Plant de Champigny et dans les parages voisins de la Marne.

Je m'occuperai donc seulement aujourd'hui du néolithique, réservant pour la session d'Oran mon travail sur le quaternaire de Champigny qui n'est pas terminé.

C'est en 1875 que Carbonnier publia dans le *Bulletin de la Société académique de Brest*, et sous le titre de *Découverte d'une station préhistorique dans le département de la Seine*, une brochure dans laquelle il faisait connaître et le gisement néolithique de Champigny et les résultats des fouilles et recherches qu'il y avait faites, soit, au point de vue de l'industrie de l'homme préhistorique, un nombre d'armes et d'instruments en silex qu'il évalue à *plus de douze cents* « recueillis dans un même endroit ».

Le gisement néolithique de Champigny est situé sur un plateau qui commence à 500 mètres environ au nord du village proprement dit, près des fours à chaux et arrive presque en face de la station du che-

min de fer de l'Est, à Villiers-sur-Marne[1]. C'est autour des fours à chaux et plutôt même à l'est, là où l'on pratique l'extraction de la pierre que se trouve la station préhistorique, en un point nommé le Buisson-Pouilleux, tout proche du Pré-de-l'Étang. C'est là et sur une surface assez étendue, — il l'évalue à un kilomètre carré environ — que Carbonnier a recueilli les nombreux objets que sa veuve m'a permis tout récemment d'étudier, tant ceux qu'il a succinctement décrits en 1875 que les pièces qu'il a trouvées depuis cette époque, jusqu'au jour de sa mort survenue quelques années plus tard et qui sont inédites encore.

Ce sont : 1° De nombreuses lames dont quelques-unes sont réellement remarquables, notamment six lames en silex blanc bleuâtre, légèrement incurvées, mesurant de 18 à 23 centimètres de longueur sur 24 à 25 millimètres de largeur et toutes six provenant du même nucleus ; quatre d'entre elles se juxtaposent complètement, ne présentant d'écartement qu'au niveau du point où elles ont été successivement détachées les unes des autres, par suite de la légère perte de substance que la percussion a déterminée sur ce point :

2° Quelques autres lames parmi lesquelles je citerai celles qui figurent sous les nos 3 et 4 de la planche XXIV ;

3° Des grattoirs de dimensions assez différentes, généralement bien conservées, l'un d'eux est représenté par la figure 5 :

4° Quelques raçloirs faits avec de simples éclats retaillés sur un de leurs bords :

5° Un certain nombre de pointes de flèches de formes assez différentes, les unes à pédoncule (*fig.* 10, 11, 12), les autres à base arrondie (*fig.* 8). de pointes diverses (*fig.* 19) et de perçoirs ;

6° Un certain nombre de haches polies également en silex ;

7° De petits éclats de silex taillés de façon à pouvoir servir de tranchet, de ciseau, etc. ;

8° Enfin, plusieurs nuclei et quelques boules en silex dont la surface est plus ou moins fortement érodée, soit qu'elles aient servi de percuteurs, soit par l'action de la gelée.

Carbonnier a aussi trouvé plusieurs fragments d'anneaux en pierre, très intéressants par le ou les sillons et la perforation qu'ils présentent sur le dos, soit pour être portés suspendus comme amulettes, soit pour servir de bracelets (*fig.* 18), ainsi qu'une petite rondelle (*fig.* 15) percée d'un trou au centre et taillée dans le calcaire lacustre (calcaire de Brie ou calcaire de Champigny).

1. M. P. Carbonnier. — *Découverte d'une station préhistorique dans le département de la Seine*, Brest 1875.

Enfin, sa collection comprend encore un petit nombre de morceaux de poteries très grossières comme fabrication et comme ornementation, ainsi que quatre meules ou molettes en pierre qui devaient servir à broyer le grain.

Quant à la faune elle est des plus rares, tant comme débris que comme espèces animales; les quelques ossements que nous avons vus appartiennent aux cinq espèces animales suivantes : le cheval, le cochon domestique, le cerf élaphe, le chevreuil et le bœuf.

Or tous ces objets : silex, poteries et ossements auraient été trouvés tous çà et là dans la terre végétale qui recouvre immédiatement la pierre à chaux et presque en contact avec celle-ci, ils s'y trouvaient mélangés, dit Carbonnier, « à des cendres et à des morceaux de charbon, indiquant par là l'existence en ce point d'un véritable atelier, d'une station où l'homme dût vivre longtemps ».

D'ailleurs, ajoute-t-il, l'homme de l'époque néolithique ne pouvait choisir une situation plus convenable; ce lieu presque dénudé alors, sur un kilomètre carré de surface et qui domine les environs dans une grande étendue, était à l'abri de toute surprise. Il permettait aux habitants de découvrir au loin les animaux dont ils faisaient leur nourriture. Une source d'eau vive, abondante, située à 150 mètres de leur campement, — au lieu dit le Pré-de-l'Étang, — tout autour des parties boisées, la rivière de la Marne à moins d'un kilomètre de distance, tout concourait à rendre ce séjour agréable et l'existence facile. L'homme de ces temps pouvait s'y livrer à la chasse et à la pêche avec succès sans un grand déplacement. Enfin, si l'on considère, en outre, que la matière la plus précieuse pour les peuples d'alors, le silex, émerge sur les lieux mêmes à la surface du sol, on peut en conclure que les êtres humains qui, aux temps néolithiques, traversèrent ce lieu, s'y fixèrent volontiers.

A plusieurs reprises j'avais donc eu autrefois l'occasion de voir la collection Carbonnier, et depuis la mort de cet archéologue, je songeais souvent à reprendre les fouilles que j'avais faites moi-même au même endroit, d'accord avec lui, au mois de juillet 1874, lesquelles fouilles m'avaient donné aussi quelques silex taillés (éclats retouchés, lames, pointes, ainsi qu'une dent de *Sus*), lorsque j'appris au mois de janvier dernier, par M. Stanislas Meunier, aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle de Paris, que les recherches de Carbonnier avaient été continuées, depuis sa mort, par M. Le Roy des Closages, propriétaire des vastes terrains dans lesquels on exploite la pierre qui sert à la fabrication de la chaux.

Ayant été mis en relations avec cet ingénieur, ce sont ses recherches qu'il me reste maintenant à faire connaître d'après les rensei-

gnements qu'il m'a fournis et les documents qu'il a bien voulu me communiquer, ce dont je le remercie vivement ici.

Et tout d'abord je dois dire que ses découvertes ne se sont pas faites et ne se continuent pas dans les mêmes conditions que Carbonnier. En effet, tandis que celui-ci raconte dans sa notice, ainsi que je l'ai dit tout à l'heure, que ses trouvailles avaient lieu dans la terre végétale au fur et à mesure qu'on l'enlevait et la retournait pour arriver à extraire la pierre servant à la fabrication de la chaux, M. Le Roy des Closages m'a déclaré que presque tous les objets qu'il possédait : silex, poteries et ossements, étaient — fait très curieux — trouvés par ses ouvriers carriers, dans des sortes de cuvettes, d'excavations irrégulières, les unes naturelles, les autres qu'il considère comme faites de main d'homme. — Je n'ai pu, à mon vif regret, en voir aucune, les dernières qui avaient été découvertes n'existant plus au moment où je suis allé voir M. Le Roy des Closages. — Mais toutes étaient creusées, m'a-t-il dit, au dessous de la terre végétale, dont l'épaisseur varie, selon les places, entre 10 et 30 centimètres, dans la couche calcaire située immédiatement au-dessous et dont la puissance est de 2m20 à 2m40. Cette couche est située elle-même, d'après la coupe géologique que M. Le Roy m'en a donnée, au dessus d'un banc de calcaire d'eau douce renfermant quelques Lymnées et d'une hauteur de 3 à 5 mètres, qui surmonte à son tour un banc de silex d'une épaisseur de 70 centimètres à 1m50, au dessous duquel est une couche d'argile.

La dimension des excavations naturelles ou artificielles est très variable (depuis 1 mètre jusqu'à 2m50 de diamètre à la partie supérieure); leur profondeur varie aussi de 0m40 à 1m50. Leur forme est ronde, circulaire ou elliptique. Chacune d'elles — plus ou moins riche au point de vue archéologique — renferme des débris de matières charbonneuses, quelques rares ossements (on peut même dire que ceux-ci sont exceptionnels) et des silex taillés ou à l'état d'éclats, voire même des morceaux de poteries. Le milieu dans lequel se trouvent ces divers objets est un sable jaunâtre fin qui recouvre la terre végétale, tandis qu'au fond de la cuvette on trouve une alluvion siliceuse.

Quant aux objets eux-mêmes voici en quoi ils consistent :

A. Faune. — Celle-ci est représentée par un très petit nombre de dents et d'ossements de cheval, de cochon domestique, de cerf et de bœuf et par quelques bois de cerf et de chevreuil.

B. Industrie. — 1° *Poteries :* Elles sont assez nombreuses; toutes sont d'une pâte siliceuse grossière et plus ou moins épaisse; cependant quelques-unes portent une ornementation intéressante, assez bien faite, tandis que

d'autres sont absolument frustes; enfin les unes sont tout à fait noires ou d'un brun très foncé, tandis que quelques-unes offrent une teinte rougeâtre.

2° *Silex :* Les silex trouvés par M. Le Roy des Closages sont nombreux. Parmi eux il en est de fort beaux, parfaitement retaillés et d'un fini remarquable.

Je citerai parmi les pièces les plus intéressantes :

1° Une superbe lance, entière (*fig.* 1) en silex blanc, retouchée sur sa face supérieure légèrement convexe et sur ses bords; elle mesure 0m14 de longueur. Elle a été trouvée en 1884.

2° Une lame, à pointe intacte mais brisée à la base, mesurant environ. telle qu'elle, est 0m132 de longueur sur 0m037 de largeur (*fig.* 2.)

3° Cinq petites flèches, les unes en feuille de saule, très minces et très finement retouchées sur leurs deux faces (*fig.* 7), les autres à pédoncules (*fig.* 9); trois d'entre elles ont été trouvées au mois de mai de cette année, les deux autres en 1886.

4° Une série d'autres lames, quelques grattoirs et plusieurs percuteurs ou boules, et un racloir de grande dimension.

5° Plusieurs haches polies entières, très belles, d'autres brisées.

6° Une sorte de marteau ou casse-tête, poli, arrondi, de forme oblongue, percé à son centre d'un trou parfaitement rond mais irrégulier dans son mode de perforation pour être emmanché (*fig.* 14). La roche avec laquelle cette pièce a été fabriquée est identique à celle des grandes haches caraïbes de Maracaïbo. C'est un basalte où l'on reconnaît à la loupe le pyroxène augite, le feldspath labrador, et le péridot. Les points d'origine possible les moins éloignés sont la côte d'Essey (Vosges) et les environs de Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

7° Sept fragments d'anneaux en pierre de dimensions très différentes, plus ou moins larges et plus ou moins épais. L'un d'eux (*fig.* 16), en raison de la perforation que l'on remarque à chacune de ses extrémités semble bien indiquer qu'il a dû être porté suspendu soit comme amulette soit comme bijou. Il est en phyllade satiné avec paillettes de nacrite et ressemble à des variétés d'Angers. Sa largeur est de 0m015, sa circonférence de 0m136. Un autre, en roche schisteuse (chloritoschiste variété ollaire semblable à celle de Chiavenna dans les Alpes) (*fig.* 17), très plat, mesure 0m034 de largeur.

Tels sont les principaux résultats des recherches entreprises depuis plusieurs années déjà par M. Le Roy des Closages, et qui, non seulement confirment l'existence d'une station néolithique importante au Buisson-Pouilleux de Champigny, mais encore sont des plus intéressants par la disposition en cuvette des foyers de cette station, qu'ils soient naturels ou qu'ils aient été créés de main d'homme, tout au moins pour quelques-uns d'entre eux.

Quant à des ossements humains appartenant à cette station proprement dite, M. Le Roy des Closages, non plus que Carbonnier, n'en a jamais trouvé aucun. Les seuls débris humains qu'il ait découverts l'ont été à une assez grande distance de cette station, sur le bord d'une ancienne voie romaine; ils proviennent d'une sépulture d'une époque tout autre ainsi que les objets en bronze qui ont été trouvés

avec eux tels notamment qu'un très beau torque. Cette sépulture sera ultérieurement, de ma part, l'objet d'une autre communication.

Je dois ajouter qu'aucun instrument en os n'a jamais été découvert non plus dans les foyers de la station néolithique de Champigny par Carbonnier ni par M. Le Roy des Closages, ni par moi-même.

EXPLICATION DE LA PLANCHE XXIV [1].

Tous les objets sont dessinés de grandeur naturelle sauf la pièce portant le nº 3 qui est reproduite aux 3/4 de sa grandeur.

1. Lance en silex blanc bleuâtre, entière et très belle, retaillée sur presque toute sa face supérieure convexe. (L. R. d. C.)
2. Lame en silex blanc bleuâtre, retaillée sur les bords, brisée à la base. (L. R. d. C.)
3. Lame entière, en silex gris jaunâtre, sans aucune retouche sur les bords. Elle mesure 0m13 de longueur sur 0m044 dans sa plus grande largeur. (C.)
4. Petite lame en silex blanc, très mince, légèrement convexe sur sa face supérieure, sans aucune retouche.
5. Très beau grattoir en silex blanc, entier, retouché à son extrémité la plus large. (C.)
6. Petite lame pointue, entière, en silex gris, sans retouches. (C.)
7. Flèche entièrement retaillée sur ses deux faces et sur ses bords. (L. R. d. C.)
8. Flèche en silex blanc retouchée en partie sur sa face supérieure, ainsi que sur sa face inférieure mais seulement au niveau de son bord droit, à base arrondie taillée en biseau et très amincie. (C.)
9. 10. 11. 12. Très belles flèches à pédoncule en silex blanc bleuâtre, retaillées sur leurs deux faces et sur leurs bords. (C. et L. R. d. C.)
13. Flèche triangulaire en silex gris-bleu foncé d'un type très différent des précédentes, à faces planes et sans retouches, aux trois bords entièrement retaillés et à base légèrement incurvée. (C.)
14. Casse-tête ou marteau en basalte, de forme oblongue. (L. R. d. C.)
15. Petite rondelle très mince brisée, taillée dans un fragment de calcaire lacustre. (C.)
16. Demi-anneau plat à peu près entier en phyllade satiné, avec ses deux trous de suspension. (L. R. d. C.)
17. Demi-anneau beaucoup plus large, en chloritoschiste, brisé à l'une de ses extrémités, portant un trou de suspension à son extrémité opposée, et aminci au niveau de sa circonférence intérieure. (L. R. d. C.)
18. Portion d'un anneau en calcaire marbre avec trois sillons parallèles creusés sur sa face externe, portant aussi un trou de suspension à l'une de ses extrémités, tandis que l'autre extrémité est brisée. (C.)
19. Petite pointe de flèche en silex blanc retaillé sur l'un de ses bords et brisée à sa base. (C.)
20. Petite hache ébauchée, de forme amygdaloïde, en silex gris bleuâtre avec tache de rouille, non polie, mais retaillée sur ses deux faces à grands éclats, présentant une encoche accidentelle sur l'un de ses bords. (C.)

Abréviations : L. R. d. C. *signifie* fouilles Le Roy des Closages. — C. *signifie* fouilles Carbonnier.

M. l'abbé CAU-DURBAN,

A Bordes-sur-Lez (Ariège).

NÉCROPOLE D'AYER (BORDES-SUR-LEZ).

— Séance du 28 septembre 1887. —

Dans la partie méridionale de Bordes-sur-Lez, s'ouvre une longue et étroite vallée qui se prolonge jusqu'aux premiers ressauts du Mont-Vallier : la vallée du Riberot.

Sa situation topographique devait, de bonne heure, attirer l'attention des peuplades immigrantes; elle donne, vers le sud, accès en Espagne, par le col de Girette, et, au nord, elle se développe en petit plateau entouré de collines et baigné par deux cours d'eau.

Le séjour de ces anciennes peuplades, dont les nom et lieu d'origine sont encore à trouver, est attesté par des foyers, des sépultures sous roche et sous dolmen que j'ai eu l'honneur de décrire devant une autre assemblée, le Congrès de la Société française d'archéologie, tenu, dans l'Ariège, en 1884.

Aujourd'hui, je veux vous entretenir d'une autre découverte faite, il y a environ un an, sur les mêmes lieux et à côté de ces tombes primitives. C'est un cimetière à crémation de la fin de l'âge du bronze ou des débuts de l'âge du fer, ayant quelque analogie avec les sépultures d'Avezac et de la plaine de Rivière que mon savant collègue, M. Sacaze, a fait connaître à Reims, en 1883, à cette même association.

Cette découverte est due à la charrue d'un laboureur, qui amena, un jour, à niveau du sol quelques tessons de vieille poterie. Ayant eu la bonne fortune de passer, ce jour-là, dans ce coin de ma paroisse, j'examinai attentivement les fragments d'urne qui gisaient sur le sol, et, je n'eus pas de peine à reconnaître leur haute antiquité. Quelques débris d'os calcinés étaient encore adhérents à la paroi intérieure. C'était toute une révélation; j'avais mis la main, je l'espérais du moins, sur un cimetière à crémation. Les fouilles, que je fis immédiatement commencer, justifièrent mes prévisions. Je dois vous en communiquer le résultat en termes aussi succincts que possible.

I.

A un niveau, qui variait de 0m30 à 1m80 au-dessous du sol actuel, je découvris des enceintes de forme et d'étendue différentes. Sur dix-sept de ces enceintes, que j'ai pu facilement reconstituer, la plupart ont la forme circulaire, deux sont des parallélogrammes, trois ou quatre de petites *cella*, une prend la figure d'une demi-circonférence qui n'a pu se développer régulièrement, se heurtant sur une enceinte voisine.

Les murs étaient formés de galets recueillis dans les lits des ruisseaux voisins, placés à plat sur deux ou trois rangées: exceptionnellement, quelques murs étaient formés de pierres posées de champ.

Les petites *cella* ne mesuraient, dans œuvre qu'environ 30 centimètres, tandis que les grands cercles atteignaient jusqu'à 4 mètres. Les *cella* renfermaient une ou deux petites urnes; les grandes enceintes nous en donnaient plusieurs de grandes dimensions, tantôt juxtaposées, tantôt séparées par un galet.

Ces urnes étaient d'ordinaire placées au milieu des foyers, entourées des cendres et des charbons du bûcher: des charbons bien conservés nous ont même permis de déterminer les essences dont on s'était servi pour la crémation du défunt. Parfois, elles étaient plongées dans un trou creusé en terre et recouvertes de cendres. Deux fois seulement, nous avons trouvé autour des urnes des ossements qu'elles n'avaient pu contenir en entier.

Ces urnes étaient recouvertes de galets plats et larges provenant des berges voisines. Deux urnes cependant avaient pour couvert un plat à cône tronqué avec oreille de suspension.

II.

Ces urnes sont de formes et de dimensions différentes. Sur soixante environ que nous avons pu conserver intactes ou reconstituer, chacune a sa forme et son volume distincts. Leur hauteur varie de 0m05 à 0m30.

Ces poteries sont toutes faites à la main, cuites à l'air libre et d'une pâte rougeâtre enfermant des grains de quartz blanc. Plusieurs, avant de renfermer des cendres de morts, avaient servi aux usages domestiques comme l'indiquent de nombreuses traces de brûlures et de fumée. La forme de deux de ces urnes persiste encore aujourd'hui

dans les vases de bois dont se servent journellement les pâtres de nos vallées.

Je ne puis m'attarder à décrire les formes si multiples de ces poteries. Tantôt l'urne est rectangulaire à la panse, tantôt arrondie, cylindrique; généralement le col s'évase après un léger étranglement. Le pied varie aussi; tantôt il s'évase en petit bandeau, tantôt il se compose de petites saillies sur lesquelles il repose; le plus souvent, l'urne repose à plat sur le sol. Elles sont presque toutes munies d'oreilles; une offre une série de mamelons par lesquels on peut la saisir.

L'ornementation présente des dessins assez variés: généralement ces vases sont entourés d'une saillie circulaire en forme de corde ou portant des empreintes de doigts; quelques-unes sont striées en creux d'une suite de traits obliques; deux seulement portent des dents de loup.

Ces poteries sont habituellement faites d'une seule pièce. Un vase de fine pâte rouge, rehaussé de festons demi-circulaires s'appuyant sur une corde, est fait de trois pièces distinctes qui s'emboîtent. La remarque en avait déjà été faite pour les poteries d'Avezac.

III.

Le mobilier funéraire a été pauvre relativement au nombre de sépultures qui avaient été faites dans cette nécropole.

Au niveau des foyers, nous avons recueilli deux haches de pierre polie et une sorte de polissoir en bec de flûte. C'était peut-être l'instrument qui servait à donner aux urnes leur dernière forme.

Autour de trois urnes, disséminées dans la cendre, de nombreux débris de bronze tordus par la fusion. Ce sont des fragments de torques funiculaires, de bracelets, ruban bourrelet, cotelés obliquement, des boutons à belière, de petits tubes en spirales ayant appartenu à un collier.

Dans l'intérieur d'une urne, sur la première couche des ossements, nous avons trouvé un fragment de boucle et un bracelet à boutons de fer. Dans les cendres qui entouraient cette urne, nous avons recueilli trois grains d'ambre.

Nous devons ajouter que les diverses enceintes qui formaient cette station funéraire étaient entourées d'un long mur de clôture. Ce mur nous a fourni deux pierres à meule, semblables à celles dont se servaient encore les Aztèques, lors de la conquête du Mexique par l'Espagne. La pierre inférieure, de granit, mesure 0,34^c de long sur

0.20c de large; le rouleau qui devait écraser le grain, en brèche siliceuse, mesure 0,35c de long sur 0,13c de large. Les deux faces qui s'adaptent ont été polies par un long frottement et leur usure annonce que ce moulin à longtemps servi à la peuplade qui le possédait.

Tel est l'inventaire exact de cette intéressante découverte qui n'a pas encore peut-être dit son dernier mot, car je me propose de reprendre mes fouilles dans un avenir prochain.

Nous pouvons d'ores et déjà conclure que notre pays, l'Ariège, comme les départements voisins la Haute-Garonne et les Hautes-Pyrénées, possède une de ces anciennes nécropoles que l'on a justement attribuées à une période indéterminée qui a vu la fin de l'âge du bronze et les débuts de l'âge du fer; l'usage de la pierre polie persistait encore dans les peuplades indigentes de nos montagnes.

Nous ne chercherons pas, pour aujourd'hui, ni le nom ni l'origine de ces ancêtres dont nous venons avec une profonde émotion de recueillir les cendres et les souvenirs de leur civilisation. Nous avons voulu seulement signaler à votre attention cette découverte archéologique qui, avec les découvertes similaires de nos savants collègues, pourra apporter sa modeste contribution à l'histoire de nos anciens peuples pyrénéens.

M. le Docteur E. MAUREL,

Médecin principal de la marine.

DE LA LONGUEUR COMPARÉE DES DEUX PREMIERS ORTEILS DANS LES RACES MONGOLES

— Séance du 28 septembre 1887. —

On sait que le pied peut présenter des différences très marquées dans les races, différences de longueur, de largeur, de proportion entre la partie anté-malléolaire et la partie post-malléolaire, différence de fréquence de la présence de l'espace interdigital ou de la prédominance du premier orteil. Or, c'est seulement de cette dernière différence dont s'occupe le docteur Maurel.

Pendant un voyage fait en Cochinchine et au Cambodge en 1885, il a recueilli à cet égard une série d'observations sur les divers groupes ethniques qui composent la population si variée du Cambodge, et même en ne s'en tenant qu'à ces groupes, il était déjà arrivé à des

résultats intéressants. Mais cet intérêt n'a fait que s'accroître quand il a eu recueilli, comme terme de comparaison, des observations sur la population de la France.

Le travail du docteur Maurel porte donc d'abord sur un certain nombre de sujets pris surtout dans les départements limitrophes de la Manche, servant de termes de comparaison, et ensuite sur les divers groupes ethniques du Cambodge : Khmers, Annamites, Chinois, Thiams, Malais et Sauvages.

Pour les groupes Mongols, quelques-uns sont assez largement représentés, tels que les Khmers et les Annamites; d'autres, au contraire, sont moins nombreux; mais cependant, tous, sauf les Chinois, le paraissent assez pour en tirer des conclusions qui, sans être définitives, présentent cependant une grande probabilité.

La population française est représentée par trois cents sujets, les Annamites par cent, les Chinois par douze, les Khmers par quatre-vingt-quatre, les Malais et les Thiams par vingt et un et les Sauvages par quinze. Or, des chiffres du docteur Maurel, il résulte clairement que la prédominance du deuxième orteil, très rare chez nous, l'est au contraire beaucoup plus chez les peuples mongoliques. C'est là un premier fait intéressant digne d'être signalé, mais qui prend encore plus d'importance quand on voit le docteur Maurel se servir de ce fait pour élucider un des points les plus obscurs concernant la population du Cambodge, son origine.

Les populations sauvages, en effet, ainsi que les Thiams et les Malais ne présentent pas ce caractère, tandis que chez les races Mongoles et les Khmers on le trouve souvent.

Le docteur Maurel en conclut que les premiers, et surtout les sauvages, qui composèrent les populations primitives du pays, appartenaient au rameau indo-européen, ainsi que le prouvent du reste beaucoup d'autres caractères, et que les Khmers dont les ancêtres étaient également Indo-Européens, se sont fortement mongolisés.

Cette population serait donc par ce caractère comme par beaucoup d'autres, un groupe mongoloïde. Les conclusions du docteur Maurel, du reste, sont les suivantes :

1° Que le premier orteil est plus long dans toutes les races;

2° Que cette prédominance existe presque sans exception chez la population habitant le littoral de la Manche, qu'il a prise comme terme de comparaison;

3° Que dans les races mongoliques, au contraire (Annamites et Chinois), cette prédominance de longueur se perd assez souvent, et que dans les deux cinquièmes des cas, le deuxième orteil est plus long ou égal;

4° Que ce même caractère se retrouve dans les peuples fortement mongolisés, comme le Khmer;

5° Qu'au contraire, il fait défaut chez les Thiams et les peuples sauvages du Cambodge, ce qui contribue à prouver que ces peuples n'appartiennent pas au rameau mongolique, et qu'ils se sont peu mélangés avec ses représentants;

6° Qu'enfin, à la condition de considérer cette prédominance de longueur de l'un ou de l'autre orteil dans les groupes suffisamment nombreux, on peut lui accorder la valeur d'un caractère ethnique.

M. le Docteur MOTAIS,

A Angers.

RAPPORT DE LA MYOPIE ET DE L'HYPERMÉTROPIE AVEC L'INDICE CÉPHALIQUE ET L'INDICE ORBITAIRE.

— Séance du 28 septembre 1887. —

L'étiologie des anomalies de réfraction de l'œil, bien que présentant un haut intérêt, est loin d'être entièrement élucidée. Il entre d'ailleurs, dans cette question, un assez grand nombre d'éléments qui la rendent fort complexe et sa solution exige des recherches sur des points multiples.

C'est pourquoi je crois devoir apporter, comme document, les recherches suivantes sur le rapport de la myopie et de l'hypermétropie avec l'indice céphalique et l'indice orbitaire.

Ayant eu l'occasion de faire des recherches ophtalmiques sur les yeux de 97 ouvriers typographes et de 175 couturières de la ville d'Angers, j'ai déterminé en même temps les indices céphaliques et orbitaires.

Pour l'indice céphalique, j'ai suivi à la lettre les instructions craniologiques de la Société d'Anthropologie de Paris.

Pour l'indice orbitaire, j'ai pris, d'après les mêmes instructions, *le diamètre vertical* du milieu du rebord orbitaire inférieur (suture malo-maxillaire) au point correspondant du rebord orbitaire supérieur.

Quant au *diamètre horizontal*, j'ai dû modifier les données des instructions craniologiques pour le point de repère interne.

Comme point de repère externe, le rebord osseux est très facile à reconnaître avec le doigt ou la pointe du compas.

Mais en dedans, Broca recommande le *Dacryon*, point de contact du frontal, du maxillaire supérieur et de l'inguis. (*Revue d'anthropologie*, t. IV, pp. 577, 619; 1875.)

Le Dacryon est, en effet, un point fixe et facile à trouver sur le squelette. Sur le vivant, il n'y fallait pas songer. Dans les *instructions générales pour les recherches anthropologiques à faire sur le vivant*, Broca donne simplement cette indication pour mesurer ce qu'il appelle la largeur palpébrale ou longueur de l'œil : *mesurer de la commissure interne des paupières d'un œil à leur commissure externe*. Cette mesure peut être bonne pour la mensuration de l'ouverture palpébrale : mais chacun sait combien la fente palpébrable est variable et présente peu de rapports avec les dimensions de l'orbite.

J'ai donc dû chercher un autre point de repère, et j'ai choisi l'insertion du tendon direct du muscle orbiculaire.

1° Parce que cette insertion est suffisamment fixe et à une distance connue du rebord orbitaire interne : 2 millimètres. (Sappey, *Traité d'anatomie descriptive*, t. II, p. 100.).

2° Parce qu'elle est très aisée à découvrir en appuyant avec l'ongle de l'indicateur. Le léger tracé par l'ongle guide la pointe du compas.

En déduisant 2 millimètres de la mesure obtenue, j'avais les dimensions exactes du diamètre horizontal osseux.

Le diamètre vertical multiplié par 100 et divisé par le diamètre horizontal donnait l'*indice orbitaire*.

Les indices de 89 et au-dessus sont dits *megasèmes*, de 89 à 83 *mésosèmes*, de 83 et au-dessus *microsèmes*. (Broca, *loc. cit.*)

Toutes ces mesures étant prises avec soin et les indices calculés, j'ai relevé et classé, dans chaque série, le nombre des myopes et des hypermétropes et déterminé la proportion par cent.

Les tableaux suivants résument mes observations :

Rapport de l'hypermétropie et de la myopie sur l'indice orbitaire.

MICROSÈMES (Indice au-dessous de 83). 79		MÉSOSÈMES (Indice de 83 à 89). 142		MÉGASÈMES (Indice au-dessus de 89). 51	
Myopes	Hypermétropes	Myopes	Hypermétropes	Myopes	Hypermétropes
21	14	35	54	9	23
Proportion °/₀	Proportion °/₀	Proportion °/₀	Proportion °/₀	Proportion °/₀	Proportion °/₀
26.5	17.5	24.6	38	17.7	45

Rapport de l'hypermétropie et de la myopie avec l'indice céphalique.

DOLICHOCÉPHALES Indice au-dessous de 75. 22		Sous DOLICHOCÉPHALES Indice de 75 à 77.77. 43		MÉSATICÉPHALES Indice de 77 78 à 80. 114		sous BRACHYCÉPHALES Indice de 80 ou 83.33. 52		BRACHYCÉPHALES Indice au-dessus de 63.33. 41	
Myopes	Hypermétropes.	M	H	M	H	M	H	M	H
5	3	12	4	27	24	5	11	2	9
% 27.7	% 13.5	% 27.9	% 9.5	% 23.7	% 21	% 9.6	% 2.5	% 4.8	% 19.3

Les conclusions ressortent très nettement d'un coup d'œil jeté sur ces tableaux :

1° La proportion des myopes est plus élevée dans la *microsémie*, plus faible dans la *mégasémie*.

2° L'Hypermétropie, au contraire, augmente dans la *mégasémie* et diminue dans la *microsémie*.

3° La proportion des myopes est plus élevée dans la *Dolichocéphalie*.

4° La proportion des Hypermétropes est plus élevée dans la *Brachycéphalie*.

5° Dans la mésosémie et dans la mésaticéphalie, les proportions des myopes et des Hypermétropes se rapprochent.

M. Ch. BOSTEAUX,

Maire de Cernay-lès-Reims.

LES FOUILLES DU CIMETIÈRE GAULOIS DES CHAMPS-CUGNIERS, COMMUNE DE PRUNAY (MARNE).

— Séance du 28 septembre 1887. —

Comme les années précédentes, j'ai l'honneur de soumettre à la section d'anthropologie le résultat de mes fouilles dans le pays rémois si riche en archéologie gauloise.

Le cimetière gaulois du lieu-dit appelé les Champs-Cugniers a été,

en 1887, le centre de mes recherches. Il est situé sur un petit plateau dépendant de la commune de Prunay, canton de Beine, à 2 kilomètres au nord-est du village, près de la route qui va de Reims à Bar-le-Duc. Deux fermes, celle de la Marquise, à l'est, sur la route, et celle des Deux-Maisons, à l'ouest, à l'intersection de la route de Bar-le-Duc avec le chemin de Prunay à Nauroy servent de limite à ce quartier. Entre deux est une résidence de chasse qui nous sera un repère nécessaire par la suite. (Voir le plan *fig.* 1.)

Le sommet de cette petite éminence de terrain comprend une superficie d'environ 10 hectares; nous avons découvert ce cimetière le

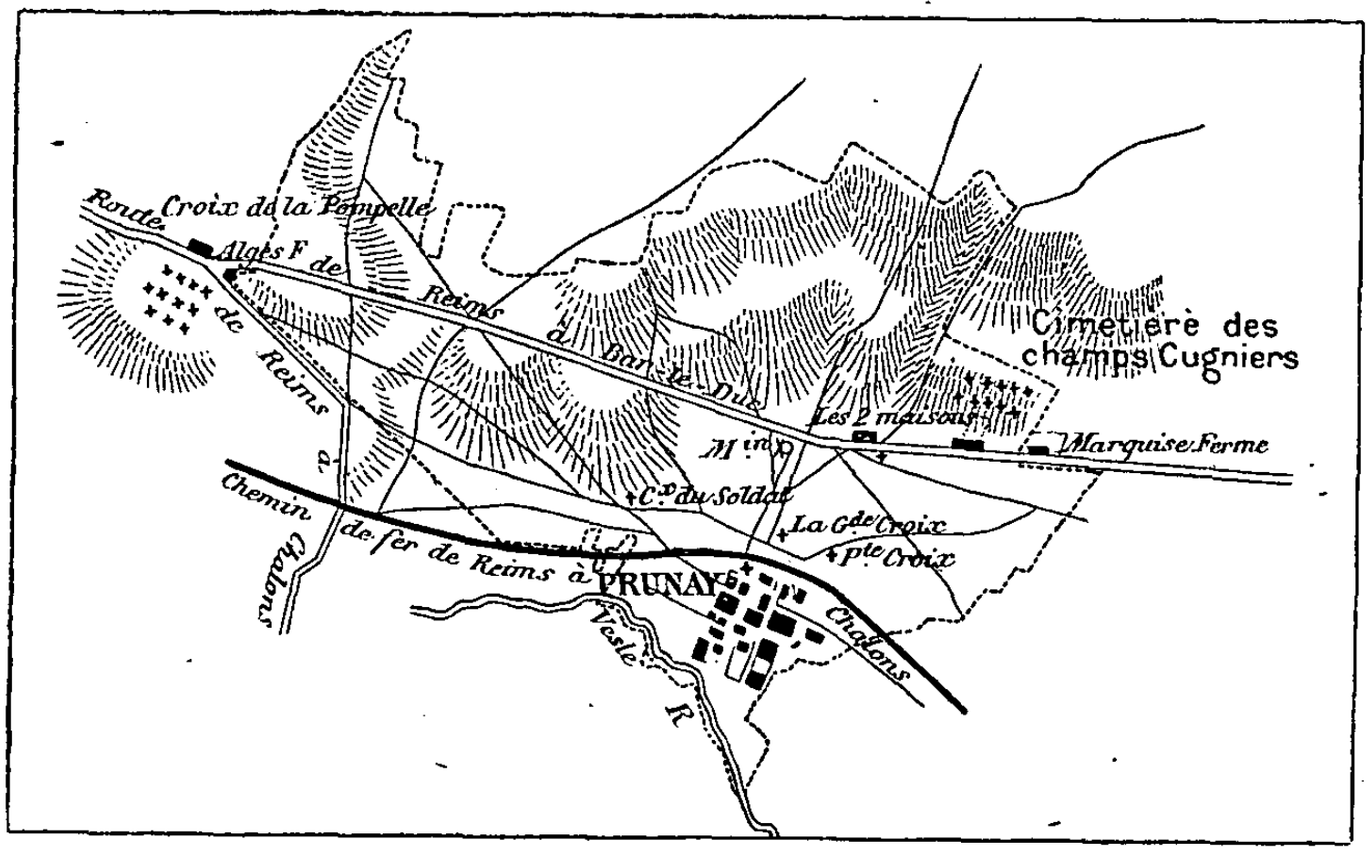


Fig. 1.

26 décembre 1885. La plupart des sépultures, envahies par des lapins, étaient devenues de véritables terriers, remplies qu'elles étaient de cendres noires où ils pouvaient fouir comme dans un sol sablonneux.

Le nombre des tombes fouillées jusqu'à ce jour s'élève à une centaine environ. Les recherches ont été pratiquées par M. Coyon, archéologue à Beine, et moi, et par M. Savary, garde-chasse de M. Vasnier.

L'emplacement de ce cimetière était limité à l'ouest et au sud par deux lignes tirées à angle droit et formées par les tombes elles-mêmes, espacées entre elles d'une distance de 15 mètres en 15 mètres, la ligne de l'ouest s'étend sur une longueur de 700 mètres, et l'espace intérieur entre ces deux lignes se trouve rempli par des groupes de sépultures de famille espacés les uns des autres.

L'orientation des tombes est, comme dans les autres cimetières gaulois déjà fouillés, de l'est à l'ouest; elles sont taillées dans la craie et leur profondeur varie toujours de 0m,60 à 1m,20; le squelette est toujours recouvert de cendres noires; ce qu'il y a de curieux dans ce cimetière, c'est qu'aucune pierre ne recouvre le squelette.

MOBILIER DES TOMBES.

Le mobilier de ces tombes gauloises est toujours à peu près le même; les pièces sont plus ou moins ornées des mêmes dessins en spirales et toujours artistement ciselées.

Il a été recueilli jusqu'à ce jour, dans ce cimetière, huit torques en bronze et un collier composé de branches de corail intercalées de perles d'ambre et de verroterie. De ces huit torques, j'en ai découvert trois reproduits dans les photographies ci-jointes. Mon collègue M. Coyon en possède trois, dont deux à tampons artistement ciselés; le troisième, à petit tampon en forme d'embouchure d'instrument, est assez grossièrement buriné. Deux autres torques, également à tampons ciselés, ont été trouvés par M. Malinet, de Prosnes, qui les a vendus.

Le collier en corail se compose de trente-huit branches de cette substance à l'état naturel; l'extrémité la plus forte de chaque branche a été aiguisée à plat et percée d'un petit trou pour y passer le fil qui a dû les réunir; les perles comprennent six grains d'ambre et sept grains de verroterie irrisée de diverses couleurs métalliques.

Ces torques ont été recueillis au cou de squelettes qui n'étaient accompagnés d'aucune arme.

Les autres ornements de parures retrouvés sont quinze bracelets, dont onze en bronze, quatre en fer, et un en lignite; je possède huit de ces bracelets, dont deux ciselés, et M. Coyon en a trois, dont un est ajouré et les deux autres ont des dessins en relief admirables.

Un autre bracelet a été découvert par M. Savary, il accompagnait le collier en corail; ce bracelet est composé de treize grains d'ambre à l'état brut et percés d'un trou, ainsi que deux petites pierres.

Il a été aussi recueilli onze fibules en bronze et quatre en fer. Parmi les onze que j'ai découvertes, celles qui accompagnent le torque à tampons et qui supportent la chaînette sont artistement ciselées; une autre avait une rosace en corail qui a disparu. Les quatre en bronze de M. Coyon sont aussi très rares; une, de forme très délicate, a 12 centimètres, et deux autres sont encore ornées de leurs rosaces en corail.

Le corail a dû être, pour les Gaulois de la Marne, une matière précieuse et recherchée; on avait cru à tort que ces rosaces dont les fibules et quelquefois les ornements qui accompagnent les accessoires des tombes à chars étaient de pâte émaillée; c'était bien le corail taillé qui était serti ou incrusté dans les pièces de bronze. Pour se trouver ainsi dans notre région très éloignée du littoral méditerranéen, le corail a dû être importé chez nous, soit après les expéditions des Gaulois en Italie, soit par le commerce qui déjà rapprochait entre eux les Gaulois de la Marne et les populations du midi de la Gaule.

CÉRAMIQUE.

Les poteries recueillies dans le cimetière des Champs-Cugniers sont de deux sortes : les unes en terre noire, lustrée, ornées de dessins en creux faits

à l'ébauchoir, et les autres en terre jaune, de nature plus tendre. Ordinairement, les vases sont de forme très élancée et, souvent, leur partie supérieure est peinte en rouge, avec des dessins en spirale ou des grecques de couleur noire. Malheureusement, ces beaux vases étant faits de pâte plus tendre que la poterie noire, on ne peut guère les extraire intacts de ces tombes. Le dessin ci-joint reproduit en demi-grandeur un spécimen; les parties blanches du dessin indiquent les applications de teinte noire sur fond rouge.

ARMES.

Au cimetière de Prunay, comme dans tous les autres de notre région, toutes les tombes qui renfermaient des armes n'ont pas donné de torques. Nous y avons trouvé, M. Coyon et moi, sept épées, de 45 à 65 centimètres, avec fourreaux en fer, et avec chacune d'elles deux petits anneaux plats en bronze ou en fer.

Sept lances longues de 15 à 34 centimètres. J'ai recueilli aussi dans une sépulture double un couteau de chasse à lame recourbée, de 38 centimètres; les couteaux ordinaires sont assez nombreux. Un rasoir et une paire de ciseaux ou forces ont été recueillis par M. Coyon.

Une chose digne de remarque, qui s'observe pour tous les cimetières gaulois chez les Rèmes, c'est leur disposition topographique; chaque cimetière domine toujours deux autres cimetières voisins et ordinairement éloignés l'un de l'autre d'environ 3 kilomètres; leur disposition formait comme un chapelet de points de repère toujours accollés sur un versant ou un contre-fort de nos collines champenoises.

D'ici quelques années, les recherches que nous poursuivons pourront aider à reconstituer complètement l'état du pays rémois à l'époque de l'indépendance gauloise.

NOTES EXTRAITES DE MON JOURNAL DES FOUILLES CONCERNANT LA DESCRIPTION DU MOBILIER DE PLUSIEURS TOMBES À TORQUES DES CHAMPS-CUGNIERS.

Le 1er novembre 1886, je pratiquai l'ouverture d'une tombe; elle avait 1 mètre de profondeur sur $0^{m},60$ de largeur; elle était entourée d'un fossé circulaire creusé également dans la craie et rempli de terre. Ce fossé, de $0^{m},50$ de profondeur, avait 10 mètres de diamètre; le squelette, étendu de son long, portait au cou un torque torse en bronze de grand diamètre, orné de deux petits tampons réunis en un seul. Sur sa poitrine étaient deux fibules en fer, au bras gauche un bracelet en bronze ciselé, près de sa main droite un hanap en poterie peinte en rouge, et à ses pieds deux vases en terre noire fermés chacun avec un couvert. (Voir *fig.* 2.)

Le 21 novembre 1886, les sondages me firent découvrir une tombe double; elle avait 2 mètres de largeur à la tête, $2^{m},20$ de longueur, $1^{m},30$ aux pieds, et $1^{m}20$ de profondeur; cette tombe était aussi entourée d'un fossé circulaire de 12 mètres de diamètre. Ayant commencé à dégager cette tombe par la droite, je mettais à découvert le

squelette d'un guerrier; à en juger par le mobilier qui l'accompagnait, il avait sa lance près de l'oreille gauche, une fibule en bronze était sur sa poitrine, son épée de fer dans son fourreau à son côté droit,

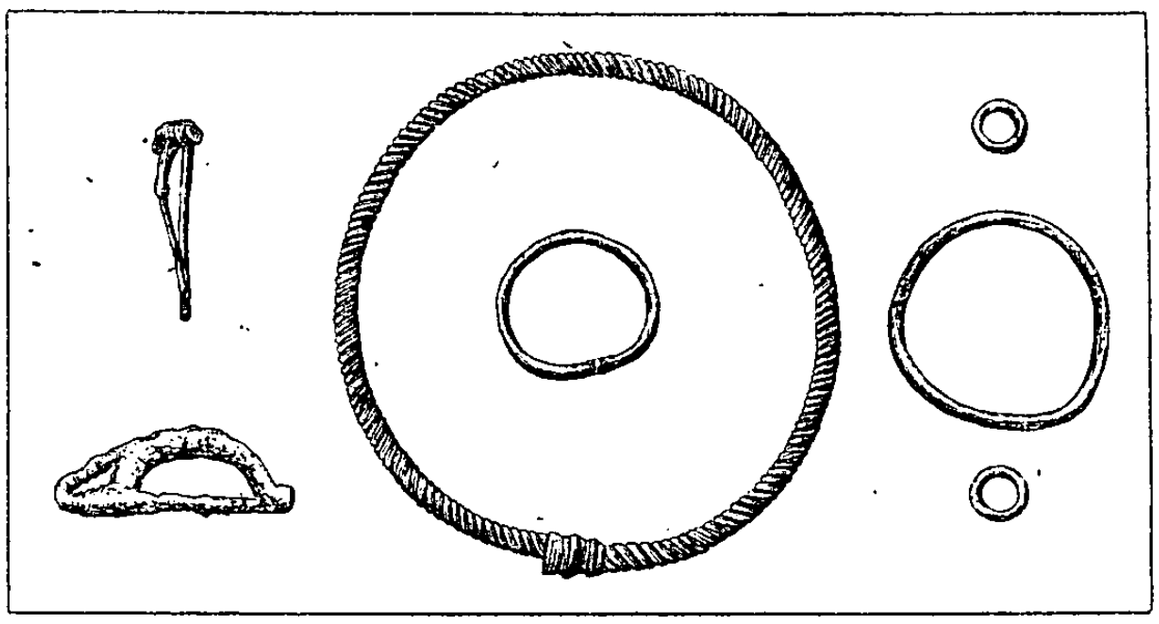


Fig. 2.

près de la poignée de l'épée se trouvaient deux petits anneaux plats ayant sans doute servi à assujettir l'épée à la ceinture. Le long de la jambe droite se trouvait un long couteau de chasse et quelques ossements de porc ; près de ces armes se trouvaient, le long des parois de

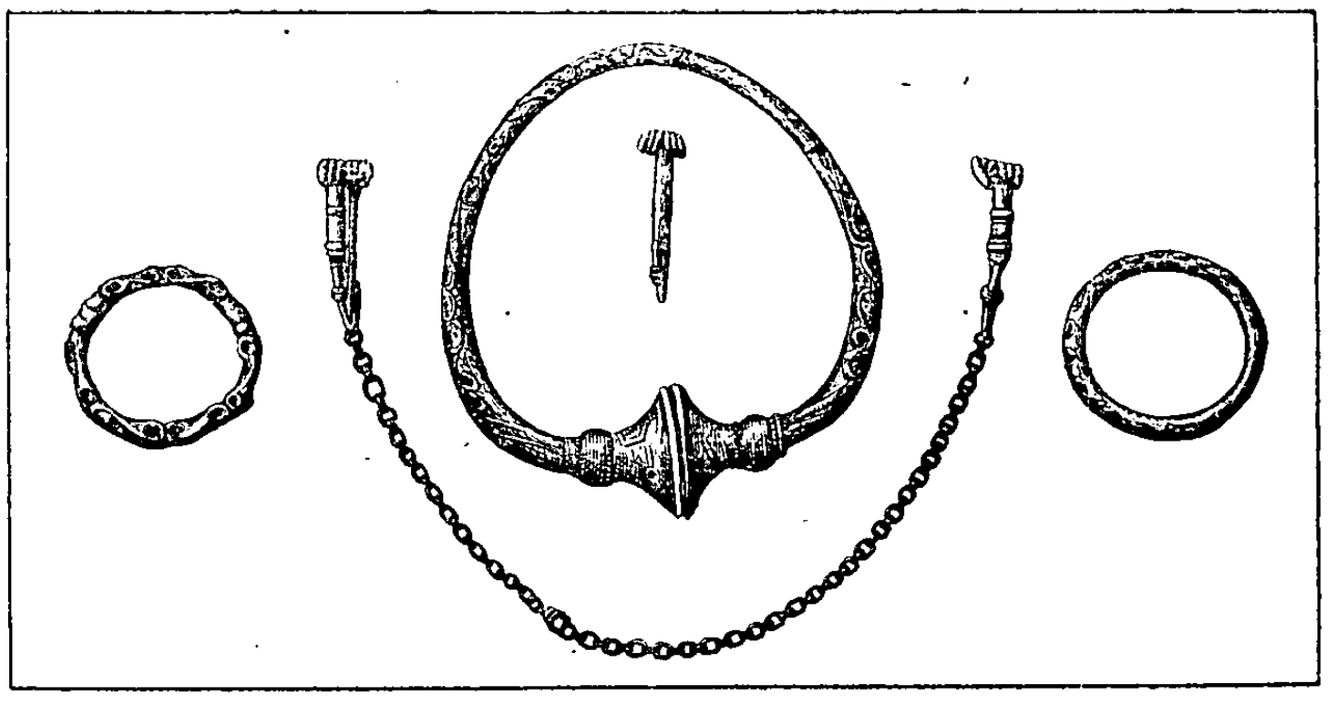


Fig. 3.

cette tombe, six grands vases en terre noire et rouge dont quatre étaient intacts.

Lorsque j'arrivai à découvrir les pieds de ce guerrier, je fus tout surpris de voir les ossements des pieds d'un autre sujet croisé sur le

premier; je continuai à dégager la tombe entièrement et je me trouvai en présence d'un autre squelette, probablement de la femme du guerrier; la position de ces deux corps représentait un V dont le point de jonction était les pieds des deux sujets.

Ce deuxième squelette portait au cou un torque en bronze à tampons ornés d'admirables ciselures en relief, et deux fibules en bronze ciselées, reliées ensemble par une chaînette en bronze; ces deux fibules reposaient, une sur chaque clavicule, et une troisième était sur la poitrine. Les bras portaient aussi deux jolis bracelets en bronze ornés de spirales en relief (*fig.* 3). Cette tombe double éveilla toute mon attention : 1° d'abord le squelette du deuxième personnage avait ses pieds sur ceux du guerrier; 2° rien n'avait été dérangé dans le mobilier accompagnant ce guerrier, ce qui prouverait que les deux inhumations ont eu lieu ensemble, et qu'il n'y aurait rien de surprenant de se trouver en présence d'une mort volontaire de la femme gauloise, ayant voulu accompagner son époux dans la tombe en se donnant la mort.

Une singulière sépulture (*entre autres*).

Le 30 novembre 1886, je pratiquai la fouille d'une tombe ayant la forme d'un triangle ayant 1 mètre sur chaque face, sur 1^{m},20 de profondeur. Le squelette dont je découvris la tête la première avait été enterré accroupi, la face regardant le soleil levant; il avait pour tout mobilier une petite lance sur ses genoux, et les débris d'un grand vase à ses pieds.

La tombe au collier en corail.

Le 10 juin 1887, M. Savary mettait cette tombe à découvert dans le jardin de la propriété de chasse de M. Vasnier; elle avait 1^{m},20 de profondeur; le squelette portait au cou ce collier de corail, et au bras gauche un bracelet composé de treize grains d'ambre et de deux pierres. Il avait à ses pieds les débris de trois beaux vases en terre fine; ils étaient ornés de dessins. Il a été impossible de les reconstituer.

M. NICOLAS,

Conducteur des ponts-et-chaussées, à Avignon.

RECHERCHES PRÉHISTORIQUES FAITES AUX ENVIRONS D'AVIGNON, ANNÉE 1887.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Je viens vous faire connaître le résultat de mes dernières découvertes dans les grottes diverses que j'ai explorées.

Avant tout, je dois vous donner, pour ce qui concerne la belle grotte de la Masque, dont je vous ai esquissé rapidement les premières fouilles, s'arrêtant en 1886 à la ligne MN du plan fourni à ce moment-là (Voir p. 661 du *Congrès de Nancy*), le complément des travaux de déblaiement qui se sont opérés depuis, puisque non seulement les déblais ont été repris et continués dans la salle basse E, à une grande profondeur, en arrière de cette première limite MN, au travers des masses énormes de molasse qui l'encombraient, mais encore nous avons déblayé en partie celle à coté, D, à droite, où des blocs suspendus semblaient menacer les visiteurs.

Pour éviter toute méprise et maintenir l'ordre d'exécution des fouilles, voici la description sommaire des travaux faisant suite à ceux déjà mentionnés dans mon premier mémoire.

Dans la salle basse E, les nouveaux déblais amènent au jour de nombreux ossements et d'autres éclats de silex. Poussé aussi loin que possible, l'enlèvement des terres ne s'arrête que lorsque les ouvriers rencontrent des pierres d'un volume considérable que nous ne pouvons même plus ni dévier ni contourner.

En partie brisés, tous les os augmentent et complètent les espèces déjà énumérées dans notre précédent mémoire.

Leur relevé donne :

1° Homme (*Homo*). Un humérus, perforé, d'un jeune individu ; fragments de crâne, rotule ; os des membres et des extrémités ; radius, cubitus, vertèbres cervicales ; molaires et incisives isolées nombreuses.

2° Hyène (*Hyæna crocuta*), race *Spelea*. Fragments de mâchoires et de mandibule, dents isolées, une phalange, un métacarpe avec forte exostose, et une tête presque entière, actuellement restaurée.

3° Ours (*Ursus Bourguignati*). Espèce méridionale de l'*Ursus arctos* probablement) Race d'ours bien différente de l'ours de caverne, et des plus

intéressantes; elle paraît particulière au bassin du Rhône en ce qui concerne la faune quaternaire. Fragments de mâchoire supérieure et des mandibules; canines et molaires isolées, calcanéum; phalanges, dont une avec exostose; partie du radius; portion du bassin.

4° Ursus arctos (var. *Pyrenens*, représenté par deux canines). Ces deux espèces peuvent être les mêmes en l'absence d'autres ossements.

5° Felis (*Sp.*). Taille d'une très petite panthère. Fragments de mandibule. Espèce à étudier.

6° Rongeurs, de la famille des *Arvicola*, ayant laissé des traces de ses dents sur une corne de cerf.

7° Cerf (*Cervus elaphus* ou *Corsicanus*, à étudier). Base de bois; portion de crâne avec la naissance des bois, vertèbres, tibia, métatarse; plusieurs calcaneum et astragales, phalanges, molaires isolées, cubo-scaphoïde; dents diverses d'individus de taille ordinaire, et corne d'une grande, avec très forte phalange.

8° Chevreuil. (*Cervus capreolus*). Corne de forte taille d'un vieil individu. Fragments de mâchoires et mandibules d'individus à divers âges: tibia, radius, astragales, phalanges, omoplate.

9° Cheval (*Equus caballus*). Dentition supérieure avec fragment de palais, tibia, astragale, métatarse, phalanges; 1re, 2e et 3e vertèbres; deux métacarpes de taille ordinaire et un sabot d'individu de petite taille.

10° Bovide. Bœuf de la taille de nos bœufs actuels, représenté par un os iliaque.

11° Bovide de grande taille. Humérus, tibia, omoplate, radius, astragale, métatarse de deux proportions bien différentes, phalanges, etc.

En l'absence de cornes et de dents, il est impossible de se prononcer et de décider auxquelles des espèces *Bison priscus* ou *Bos primigenius* ces restes appartiennent. Plutôt *Bos* que *Bison*.

12° Mouton (*Ovis aries*). Fragment de mandibule; une molaire inférieure.

13° Chamois (*Rupicapra Europea*, chamois des Alpes). Demi mandibule.

14° Loup (*Canis lupus*). Plusieurs fragments de mâchoires et de mandibules, deux métacarpiens, canines et molaires isolées, humérus.

15° Rhinocéros (*Rhinoceros tichorhinus?*). Le fragment d'omoplate qui peut lui correspondre est trop imparfait pour en donner une détermination certaine. Dans tous les cas, l'espèce est indéterminable. Ce n'est donc que pour mémoire que nous le rappelons ici.

16° Armes en silex assez nombreuses, disséminées dans la masse des terres. Nous n'avons rien trouvé de plus récent quoique, ainsi que nous allons le voir bientôt, la salle à côté ait fourni une autre période.

Ces espèces, sauf le Mouton, offrent un facies propre à l'époque Moustérienne.

Nous avons ensuite attaqué la salle tout à côté que de grands ménagements, pour éviter des accidents, recommandaient à notre attention.

Nous dûmes enlever avec beaucoup de prudence et sans recourir à la mine un quartier de rocher qui masquait l'entrée de cette salle.

Ces précautions nous permettent de vider en partie cette salle D des terres qu'elle contient, mais, par leur nature, différentes des autres déblais.

Des ossements se rencontrent aussi sans ordre: des débris nom-

breux de poteries se montrent à nous; les belles armes en silex qui les accompagnent révèlent un autre âge; puis la découverte d'une petite hache vient fixer l'époque.

Dans une même grotte, deux excavations contiguës : l'une, E, est du moustérien, et l'autre, D, de la pierre polie.

Le contenu de ce niveau supérieur offre :

1° Sanglier (*Sus scrofa*). Fragment de mâchoire et quelques os des phalanges.

2° Chat (*Felis catus*). Demi-mandibule, peut-être plus récente.

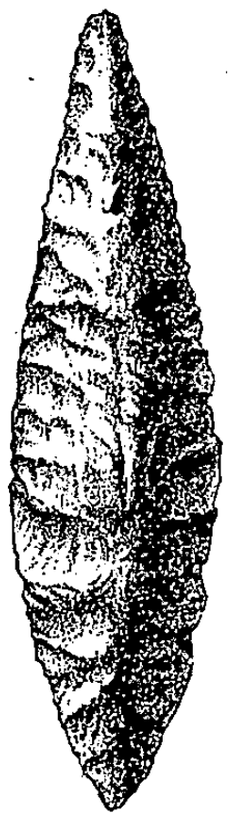


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

3° Lièvre (*Lepus timidus*). Quelques fragments de tête.

4° Lapin (*Lepus cuniculus*). Fragment de mandibule.

5° Renard (*Canis vulpes*). Demi-mandibule.

6° Chien (*Canis familiaris*). Pièces diverses.

7° Cerf (*Cervus elaphus*). Plusieurs bois, dents et mâchoires (ou *Corsicanus?*).

8° Chevreuil (*Cervus capreolus*). Nombreux débris de mâchoires et dents isolées.

9° Cheval (*Equus caballus*). Sabot de forte race.

10° Bovide. Bœuf de grande taille. Quelques ossements brisés des membres.

11° Homme (*Homo*). Humérus d'un jeune individu, débris de crânes de vieux sujets, dents nombreuses isolées, une faible portion du menton avec deux incisives, une partie d'un autre humérus et divers ossements, dont plusieurs sont profondément calcinés

12° Armes. Une hache polie ébréchée; 5 beaux couteaux entiers dont deux en silex noir, trois en silex jaunâtre et un en silex rubané de 13 centimètres de longueur; dix autres extrémités, talons de couteaux, deux belles flèches en feuille de saule (*fig.* 1); un autre en feuille de laurier (*fig.* 2); un autre (*fig.* 3), de forme plus raccourcie, à pédoncule court; quatre pointes de

javelot; deux armes forme poignard (*fig.* 4), en silex noir; une dent fossile d'*Oxyrhina hastalis* non percée; plusieurs débris de poteries dont un fragment ornementé de points enfoncés séparés par des sillons contournant la poterie.

Toutes ces armes sont parfaites, surtout celles en feuilles, dont la symétrie remarquable et les fines retouches sont admirables de perfection.

Parmi les mollusques retrouvés dans ces fouilles, j'ai pu constater l'*Helix lapicida; Hylinia?...* plus des *Cyclostoma elegans* de forte taille.

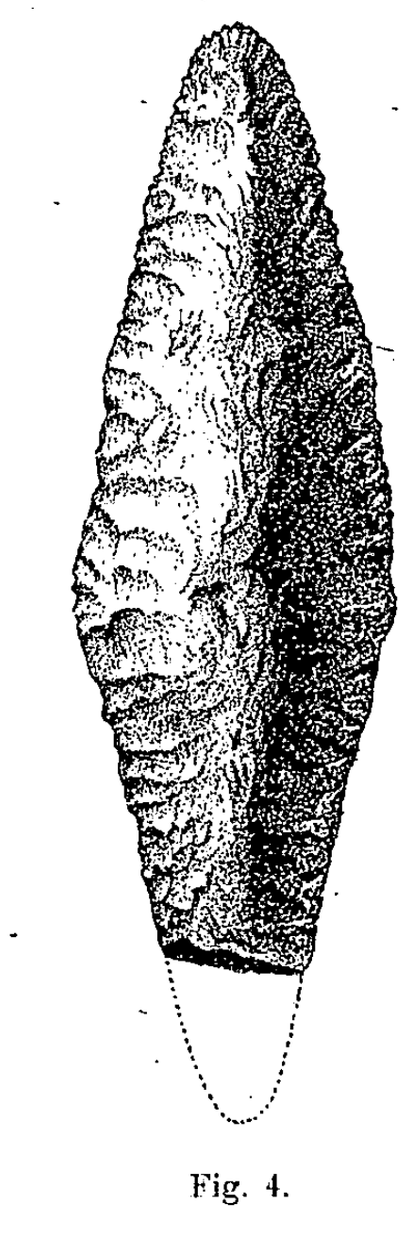


Fig. 4.

Ces espèces sont communes aux deux salles.

La salle E était comblée totalement; une ouverture basse et étroite en dissimulait l'entrée, peut-être avant l'âge de la pierre polie.

Cette observation a son importance; ne vient-elle pas démontrer que les grands mouvements qui agitèrent cette région sont au moins aussi anciens que le Moustérien sinon plus?

Ces immenses dislocations qui éboulèrent les assises de molasse et fissurèrent la masse de ces dépôts dans leur ébranlement colossal remontent au loin dans le passé[1]. Nous trouvons, en dessous des blocs ou intercalés entre eux, et dans les fissures, les restes de la faune Moustérienne. Mais il est probable que l'effondrement s'était déjà produit puisque les dépôts de cet âge recouvrent et remplissent tout.

L'Ouvèze n'a jamais coulé à cette hauteur, bien que les dépôts de cette rivière se trouvent à un niveau plus inférieur, aux Beaumettes, par exemple, où les grottes et abris contiennent des graviers du torrent qui caractérisent les crues d'alors.

En somme, la situation des lieux a certainement subi de grands changements, mais c'est avant le premier âge de notre grotte (Moustérien). Les autres furent des périodes de calme et de lentes transformations.

Rappelons aussi que, en aval de la grotte de *la Masque* et avant le pont d'Entrechaux, plusieurs abris sous roche aux dimensions impo-

1. A Gordes, montagne près d'Arles; aux Baux, près Saint-Remy; à Buous, près Apt; à Sauveterre, près Avignon, et presque partout où cet étage helvétien existe, des effondrements tout aussi considérables se montrent dans ces couches molassiques.

santes, de près de 100 mètres de longueur, rendaient cette station propice aux hommes. Des sources jaillissaient sous ces immenses auvents de pierre. Plus haut, d'autres abris, moins importants, se montrent sur les deux rives, et dans l'un d'eux une source persiste à couler ses eaux fraîches et limpides en minces filets.

Partout de nombreux silex confirment dans les visites fréquentes qu'on devait y faire.

La grotte de *la Masque*, la première qui nous ait offert les restes de la faune Moustérienne avec éclats de silex, à côté des belles armes de la pierre polie, restera une des plus importantes de notre région [1].

Sans abandonner les environs, certains centres préhistoriques très voisins sont à signaler; c'est, d'ailleurs, par suite de ces stations rapprochées, que je fus conduit aux grottes. Une des plus productives est celle du quartier de *Bonpasset*, à 800 mètres à l'ouest du village de Faucon; sur une étendue de quelques cents mètres, les champs sont couverts de silex taillés.

Nous sommes ici certainement sur les bords d'un petit lac au terrain marécageux; la nature du sol noirâtre, cendreux, l'explique suffisamment. C'est aux alentours de ce réservoir qu'on les retrouve répandus à profusion, depuis le simple éclat jusqu'à de belles lames brisées par la culture du sol.

Des forêts de chêne devaient ombrager les rives.

La richesse de l'humus qui forme une couche de près de deux mètres de profondeur, suivant les légères ondulations de la surface, joint à l'abondance de *Cyclostoma elegans* de taille vraiment remarquable, à quelques *helix* voisines de l'*H. arbustorum*, et autres groupes *H. nemoralis* donnent à cette assertion une légitime autorité [2].

Un peu au nord-est de la même localité, au vallon de Gournier, j'ai

1. Hâtons-nous de remercier M. Maillet (Joseph), propriétaire au Pont-d'Entrechaux, qui a bien voulu nous permettre de fouiller cette grotte; de même, M. Clément Saint-Just, d'Entrechaux, autre propriétaire, vint nous accorder une autorisation semblable, après quelques explications sur le but que nous nous proposions en poursuivant ces recherches. Je dois enfin à la famille Gardiol frères, dont l'aîné est maire de Saint-Romain, de non moins vifs témoignages de reconnaissance pour l'empressement qu'ils ont mis à nous aider et à suivre avec le plus grand intérêt nos découvertes, qui leur furent quelquefois confiées.

2. M. Mouret (Ulysse), propriétaire de Bonpasset, instituteur à Avignon, a secondé mes recherches en m'offrant la plus gracieuse hospitalité pour étudier sur place ces terrains. J'ai relevé plusieurs coupes sur la nouvelle route en construction en ce moment-là, et l'exploration des champs m'a rendu possesseur de nombreux silex. Qu'il reçoive ici mes remerciements sincères et l'expression des sentiments de ma reconnaissance.

recueilli, engagés dans un talus. de très beaux silex et débris de poteries.

Aujourd'hui, pour avoir voulu dévier les eaux qui couraient sur un terrain plus résistant, un ravin profond et tortueux s'est creusé de 20 mètres dans les argiles pliocènes en moins de cent ans. Les plus anciens du village se rappellent avoir assisté à l'origine de ces corrosions.

Voici, à 5 kilomètres à l'est de Faucon, Mollans, où de grands abris sous roche appelés *Evier*, je ne sais trop pourquoi, avaient attiré mon attention. Taillés naturellement par érosion dans la molasse qui surmonte la hauteur. ils devaient offrir de grands avantages pour les populations errantes qui y séjournaient momentanément. La roche à pic est nue, les sources sont taries, quelques silex encore, et c'est tout.

Non loin de Mollans, au bord du Toulourenc, la grotte de Notre-Dame-des-Anges a reçu notre visite ; nous y trouvons de nombreux silex.

Au moment des pluies, les eaux sortent abondantes par cette ouverture. Nous nous sommes engagé dans ce long couloir. Bientôt une rumeur sourde se fait entendre ; plus nous avançons, plus elle augmente d'intensité et devient distincte. Ce sont des courants d'eau souterrains qui s'infiltrent et suivent leurs pentes intérieures. Après un parcours d'environ 60 à 80 mètres, une nappe d'eau nous arrête, elle fuit en tourbillonnant et se précipite bruyamment dans des cavernes ignorées.

Sans quitter la vallée de Toulourenc remontons ce cours d'eau. véritable torrent.

A Reilhanette une grotte s'ouvre à gauche ; une exploration superficielle sans résultat met à découvert un sous-sol noirâtre qui promet. Nous y reviendrons.

Près d'Aurel, à la limite du département, nouvelle caverne fouillée rapidement. En dessous, de grosses pierres nous arrêtent ; c'est en dessous, cependant, que la vraie couche préhistorique existe.

Dans la combe si pittoresque d'Aulan, quelques rares grottes se montrent, l'ascension est des plus laborieuses. Comme dans les autres, des éboulements recouvrent le véritable sol à fouiller.

La nouvelle route, qui de Montbrun vous conduit à Barret, nous amène tout près d'une autre que nous visitons. La pente est rude. nous arrivo s exténués.

L'entrée, des plus étroites, est encombrée d'un grand cône d'éboulement qu'il faudrait enlever ; malgré cela, nous entrons en rampant et nous pénétrons dans une première salle recouverte d'une forte

épaisseur de stalagmites. Pour avancer il faut de nouveau se coucher cette fois sur un sol humide et boueux et franchir une deuxième porte basse derrière laquelle se trouve une nouvelle salle. Veut-on pousser plus loin? c'est encore un pertuis surbaissé sur un terrain visqueux et glissant qu'il faut braver; l'eau suinte de partout : les parois ruissellent, les salles se succèdent ainsi en s'approfondissant dans le massif montagneux, vous avancez toujours et toujours vous descendez trop rapidement sans atteindre l'extrémité.

Une exploration dans les Alpines, du côté de Saint-Remy, m'a fait découvrir plusieurs grottes qu'il conviendrait d'exploiter.

Enfin, à Roquemaure, de nouvelles recherches ont été faites, amenant chaque fois quelques résultats.

Je suis heureux de témoigner ici toute ma vive reconnaissance à M. Depéret, docteur ès sciences, professeur de géologie et paléontologie à la Faculté de Marseille; il a bien voulu, sur ma demande, se charger de la tâche laborieuse de classer tous les ossements que j'ai recueillis dans ces grottes et m'a prêté dans cette circonstance son gracieux et bienveillant concours. qu'il reçoive donc mes bien sincères remerciements.

M. Ernest **BREMOND** fils,

Médecin du lycée Condorcet, à Paris.

ACTION EUTROPHIQUE DU TRAITEMENT TÉRÉBENTHINE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

En 1884, au Congrès de l'Association, à Blois, j'ai exposé les recherches à la suite desquelles j'ai pu indiquer quelle est l'action chimique. qui engendre les réparations de constitution observées chez les leucorrhéiques et dysménorrhéiques, soumises au traitement thérébenthiné. Cette méthode consiste dans la pénétration du médicament au travers de l'enveloppe cutanée, au point de produire la saturation. Nous avons démontré que les phénomènes physiologiques observés étaient dûs à la transformation de l'oxygène des globules sanguins en ozone par la térébenthine, dans le torrent circulatoire; ce résultat est conforme aux notions de la chimie. Les malades soumis à cette

méthode présentent des augmentations d'oxyhémoglobine, constatées au moyen de l'hématoscope, du docteur Hinocque, de trois et quatre pour cent.

Ce fait nous a conduit à appliquer ce procédé contre la plus puissante des maladies destructives de l'organisme, la phtisie pulmonaire. Notre expérimentation a été entourée de toutes les constatations que commandent les récentes découvertes. A des périodes très avancées, nous avons pu, sinon guérir le malade, du moins prolonger une vie consacrée au travail, chez d'autres les bacilles ont disparu, les phénomènes morbides ont disparu, les sécrétions se sont taries et le poids du corps a subi une augmentation qui a persisté, même après la cessation du traitement. Nous apportons les résultats de ce traitement, en indiquant les augmentations de poids, relevées avec toutes précautions pour assurer leur sincérité. Ces chiffres démontrent l'action reconstituante du traitement térébenthiné; ils ont été obtenus dans des hôpitaux et chez des malades de la ville, ils sont la réalisation clinique des espérances que nos expériences, exposées à Blois, nous avaient permis de concevoir.

Toute autre médication étant supendue, grâce à des assimilations plus actives, nous avons obtenu des augmentations de $3^{k},300$ chez une jeune phtisique et de 5 kilogrammes chez une autre, dont le traitement a été interrompu deux fois par la mort d'un frère et d'une sœur. Une jeune fille, dont la mère est morte peu de temps après lui avoir donné le jour, pesait au début de son traitement, 21 décembre 1886, $47^{k},900$. Bien qu'elle dût effectuer tous les deux jours un trajet, nécessitant une heure de marche, pour suivre son traitement, elle pesait, après soixante séances, le 22 juillet 1887, $52^{k},750$, et cependant elle avait cessé son traitement depuis 44 jours. Au début, ses crachats contenaient 60 ou 80 bacilles chaque fois qu'on déplaçait la plaque sous la lentille à immersion; le 22 juillet, il fallait de longues observations pour retrouver un bacille par plaque; en outre les sécrétions étaient devenues rares et les fibres élastiques des poumons, indices de l'existence d'une caverne, avaient disparu; ses règles, suspendues avant le traitement, avaient reparu, effet que nous avons constaté dans chaque traitement, même chez celles trop malades pour espérer la guérison.

S'il survient au début du traitement une interruption, il se produit un arrêt dans la période ascensionnelle : un malade soigné à l'hôpital Rothschild, chez lequel aussi les bacilles ont disparu, pesait 49 kilogrammes au début, et à la fin, après soixante séances, 55 kilogrammes: bien qu'au cours du traitement il y ait eu un recul de 500 grammes par suite d'une interruption: il a conservé le poids acquis après sa

sortie de l'hôpital et la cessation du traitement. (*Gazette des hôpitaux*, 23 mars 1886; observation publiée par l'interne de service.) Il en fut de même pour une demoiselle qui n'avait rien modifié dans ses habitudes du monde, ni pour sa nourriture et interrompu toute autre médication; elle était héréditaire par sa mère; après sa soixantième séance, malgré une interruption causée par une ovarite, elle avait acquis une augmentation de 6 kilogrammes.

Mais si on renouvelle les interruptions, le traitement perd toute son action. Un jeune homme, qui n'avait aucun antécédent héréditaire, dont la maladie était due à une contagion récente, bien que dès le début il ait augmenté de 2 kilogrammes, s'arrêta pour cause d'une légère hémoptisie; nous lui avions cependant indiqué les propriétés hémostatiques de la térébenthine, que nous avons constatées bien des fois. Malgré un nouvel arrêt, il avait un accroissement de 4 kilogrammes sur le poids initial, lorsqu'il crut devoir interrompre son traitement, pour gagner le littoral méditerranéen; il y perdit tout ce qu'il avait regagné et faillit mourir l'an dernier d'un hydro-thorax. Ces observations montrent qu'il faudra, pour obtenir une guérison, des soins prolongés et assidus; en effet, ce traitement n'agit pas comme antiseptique, mais comme reconstituant, et modifie le terrain où évolue le parasite, grâce à des oxydations plus puissantes et des assimilations plus parfaites.

Ce phénomène a été encore plus rapide et plus évident dans un cas concernant un confrère: il était atteint d'une gastrite, et, malgré un traitement adapté et l'usage prolongé de l'hydrothérapie, avait perdu 7 kilogrammes de son poids; après un traitement régulier de trois mois et très intermittent pendant trois autres mois, il a regagné 10 kilogrammes; il n'y avait pas à lutter contre la spécificité dans ce cas. Les augmentations de poids qui surviennent lorsque cette méthode est appliquée aux diverses formes du rhumatisme chronique indiquent des oxydations organiques plus puissantes; si le ralentissement de la nutrition a amoindri la constitution le poids du corps augmente : un malade, âgé de 67 ans, atteint de névrite au bras, avec commencement d'atrophie du deltoïde, a regagné 2 kilogrammes en dix séances, tandis qu'un autre malade qui pesait 105 kilogrammes a perdu dans le même espace de temps 5 kilogrammes, qui représentaient des résidus de conserve.

Cette méthode respecte les organes digestifs, produit manifestement une importante modification des assimilations intimes. Ce sera un moyen qui pourra être employé chaque fois qu'il sera survenu une diminution dans la faculté des échanges qui sont la fonction fondamentale de l'hématose.

M. Marius CARRE,

Chirurgien en chef de l'hôpital d'Avignon.

OBSERVATION DE LAPAROTOMIE CHEZ UNE PERSONNE TUBERCULEUSE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Obs. — Une jeune fille de vingt-deux ans me consulta, en janvier 1886, pour une anémie. Elle avait la respiration obscure au sommet droit. Peu après, dyssenterie rebelle, puis ascite à développement rapide, qui nécessita la parencentèse au commencement du mois de mai : 10 litres de liquide. Je constatai à ce moment, dans le côté gauche de l'abdomen, un empâtement dont je soupçonnais la nature tuberculeuse. L'ascite ne reparut pas : la malade se rétablit graduellement; mais elle devint sujette à des crises de constipation douloureuse, d'abord éloignées, mais qui se rapprochèrent en augmentant de durée et d'intensité. Il se produisait un rétrécissement continu et progressif des voies digestives. Au mois d'octobre, l'action des purgatifs paraissait épuisée, et les crises duraient cinq à six jours, semblant déjà menacer la vie de la malade par inanition et par excès de douleur. Enfin, le 29 novembre, après une période de constipation de treize jours, la malade se trouvant épuisée, en proie à une fièvre intense, à des douleurs constantes et insurmontables, consentit à l'opération précédemment proposée.

Incision, sur la ligne médiane, de 18 centimètres. L'intestin est énormément distendu et violacé. Je sectionne une bride épiploïque, du volume de l'index, étranglant l'intestin à la jonction du colon ascendant et du colon transverse. Trois ponctions capillaires de l'intestin n'amènent pas son affaissement. L'intestin est distendu par une bouillie liquide que je ne peux faire refluer par le bout inférieur, malgré des pressions répétées. Je constate qu'il existe des adhérences péritonéales qui compriment et rétrécissent l'intestin, au niveau de l'S iliaque, et des tubercules dans les ganglions mésentériques et les ovaires. Je ne vis d'autre solution que de pratiquer un anus contre nature, au-dessus de l'obstacle. Alors, seulement, l'intestin put être réduit après s'être vidé. Suture du péritoine et des parois abdominales, avec toutes les précautions antiseptiques.

Les suites immédiates furent excellentes. Réunion par première intention de la plaie abdominale vers le quatrième jour; à ce moment, l'anus nouveau fonctionnait très bien, et des gaz échappés par l'anus normal faisaient espérer le rétablissement ultérieur des fonctions du rectum. Vers le sixième jour la malade fut prise de fièvre violente, de toux, et je constatai des signes de bronchite d'abord à gauche, et bientôt généralisée, qui emporta la malade le quatorzième jour après l'opération.

En présence de ce résultat, je me demande si la laparotomie n'est

pas contre indiquée chez les sujets tuberculeux. Je ne le pense pas. Sur onze cas de laparatomie pratiquée pour une péritonite tuberculeuse, neuf fois d'après Truc, la guérison a eu lieu sans complication pulmonaire. Spencer Wells, de Saint-Germain, citent également chacun un cas de guérison.

D'un autre côté peut-on dire que ce soit le traumatisme, le choc opératoire qui ait amené le développement de la granulie aiguë qui a enlevé la malade? Sans me prononcer sur ce point, je crois qu'il faut faire intervenir comme des facteurs plus sérieux, l'abaissement subit de la température qui se produisit les jours qui suivirent l'opération, et l'affaiblissement excessif de la malade.

M. ANDRÉ,

A Toulouse.

UN CAS DE CHROMYDROSE ROSE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Le 25 mars 1884, M. Le Roy de Méricourt signala à l'Académie le cas d'un jeune collégien qui lui avait été adressé par M. Bergeron et qui présentait une transsudation de matière colorante rose à la région sous-maxillaire et antérolatérale du cou du côté droit. Cette région était vivement colorée en rose sur une large surface; la teinte était surtout intense au niveau du sterno-cléido-mastoïdien. La forme de la tache était impossible à décrire et présentait, à partir du centre, diverses traînées irrégulières. M. Le Roy de Méricourt examina à la loupe et au microscope. Il reconnût ainsi des lamelles épidermiques chargées de fines granulations roses. Le lendemain, il constata un grand nombre de parcelles irrégulières, caractéristiques de la chromydrose, mais colorées en bleu.

J'ai eu moi-même à observer le second cas de chromydrose rose. J'ai la conviction absolue de n'avoir pas été dupe d'une supercherie et M. Le Roy de Méricourt, à qui j'en ai référé et qui a eu l'obligeance de me donner des conseils et de me demander de nombreux détails, a formellement accepté mon opinion.

Voici l'observation :

Le nommé Alcide C..., âgé de vingt-deux ans, marié, gérant d'un grand

magasin de la ville, vint me consulter le 21 décembre 1886 pour une éruption qu'il présentait au niveau des deux poignets et qui était apparue le 15 décembre, c'est-à-dire depuis six jours. Sans demander d'abord de détails, j'examinai les efflorescences cutanées et j'avoue que je restai un moment interdit; il m'était absolument impossible de formuler un diagnostic quelconque. Je frottai machinalement avec le doigt une de ces plaques et la pulpe resta colorée. Je me rappelai immédiatement l'observation de M. Le Roy de Méricourt qui m'avait beaucoup frappé et dès lors mes idées étaient fixées : c'était une chromydrose rose. J'examinai à loisir ces taches dont voici la topographie : les deux poignets, en avant et en arrière, dans une étendue de 10 centimètres au poignet gauche et de 8 centimètres à droite, présentaient une coloration rose vif, comme si la peau avait été barbouillée avec du jus de raisin noir ou avec de la fuchsine. Il existait par-ci par-là des bandelettes un peu plus foncées; à droite, on constatait une bandelette sinueuse ayant la forme d'une grosse virgule. Il n'y avait ni prurit, ni cuisson, ni douleur. Je trempai le coin d'un mouchoir dans l'eau et après avoir frotté une plaque, je vis que le linge était teint en rose. Je raclai avec une lame de verre sur une partie colorée et j'examinai immédiatement au microscope. Cet examen me décéla un mélange de lamelles épidermiques avec leur coloration normale et de cellules colorées en rose. Quelques granulations roses existaient aussi isolément dans la préparation. A n'en pas douter, c'était la même substance que M. Le Roy de Méricourt avait trouvée chez son collégien. Les manches de la chemise étaient colorées en rose. Le matin du 21 décembre, M. C... avait constaté cette même coloration à la partie gauche du cou de sa femme. Cette découverte l'avait décidé à venir me consulter. Il m'apprit que la couleur rosée était d'abord apparue sous les ongles, puis avait envahi les doigts et enfin les poignets, en abandonnant successivement les premières parties atteintes. Comme je l'ai dit tout à l'heure, les poignets seuls ce jour-là étaient colorés.

Ce jeune homme était blond, un peu névropathe et atteint de palpitations nerveuses. Il n'avait jamais eu ni affection cutanée ni rhumatisme. Il m'apprit qu'il transpirait facilement et abondamment. *Pas d'hystérie.* Très heureux de cette trouvaille, j'entrai immédiatement en correspondance avec M. Le Roy de Méricourt qui voulut bien m'adresser une très aimable lettre et fut de point en point de mon avis.

Le 30 décembre 1886 au matin, M. C... m'arrêta dans la rue pour me montrer ses ongles, ses doigts et ses poignets de nouveau colorés en rose. J'entrai dans son magasin et je lui posai quelques nouvelles questions. Je m'informai notamment si, parmi les marchandises qu'il maniait tous les jours, il n'existait pas quelque matière colorante dont ses mains puissent s'imprégner. Mon enquête fut absolument négative. J'écrivis immédiatement à M. le docteur Caubet, directeur de l'Ecole de médecine, pour le prier de se rendre dans le plus bref délai dans mon cabinet pour examiner ce malade. J'avais l'intention, en dehors de la constatation du cas, de recueillir sous les yeux mêmes de mon éminent confrère, une certaine quantité de matière rose pour l'adresser immédiatement à l'Académie de médecine. M. le docteur Caubet ne put venir chez moi qu'à cinq heures. Nous nous rendîmes chez le malade. Malheureusement, la coloration avait presque entièrement disparu. Il restait néanmoins deux taches roses de la dimension d'une lentille chacune, existant au-dessous de l'ongle du médius de la main gauche. Il faut avouer que dans ce point la simulation était difficile. Cela parut assez concluant au docteur Caubet qui adopta de très bonne grâce mon diagnostic.

Depuis lors, la coloration n'a plus reparu ou du moins M. C... ne m'a pas invité à la constater. Il a, d'ailleurs, quitté la ville depuis quelque temps.

Voilà l'observation avec ses détails les plus caractérisés. Je ne verrai peut-être plus de ma vie de cas aussi singulier. Comme M. Le Roy de Méricourt, je pense n'avoir pas eu affaire à un simulateur ou à un mystificateur.

Je ne vois pas trop l'intérêt qu'aurait eu ce jeune homme à venir dans mon cabinet pour se moquer de moi, tout en m'offrant des honoraires. A cause de la rareté et de la singularité du cas, j'ai tenu à donner à l'observation la publicité de ce Congrès.

M. J. THIRIAR,

Professeur agrégé à l'Université de Bruxelles, Chirurgien de l'hôpital Saint-Jean,
Correspondant de la Société de chirurgie de Paris.

DE L'ECTOPIE TESTICULAIRE ET DE LA CASTRATION PRÉVENTIVE CHEZ L'ADULTE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

L'ectopie testiculaire, même unilatérale, est relativement peu fréquente puisque d'après les relevés de Marschall on en trouve un cas pour mille adultes seulement. L'organe, une fois en ectopie, est au contraire très souvent envahi par des altérations, des dégénérescences de natures diverses, parmi lesquelles la plus commune est le cancer. En quelques mois, j'ai dû intervenir pour deux tumeurs de cette espèce, tumeurs très volumineuses, dont l'une s'observe rarement, n'a même jamais été observée d'après certains auteurs; je veux parler d'un carcinome développé dans un testicule en ectopie abdominale. La communication que j'ai l'honneur de vous faire est basée sur ces deux cas, il importe avant tout de vous les faire connaître.

OBSERVATION I.

CARCINOME DU TESTICULE GAUCHE EN ECTOPIE INGUINALE. — EXTIRPATION. MORT DE PLEUROPNEUMONIE AIGUE.

Le sieur C..... (Vital), menuisier, âgé de cinquante-cinq ans, entre dans mon service à l'hôpital Saint-Jean le 25 avril 1887. Depuis l'âge de trente ans, il porte un bandage herniaire inguinal gauche pour maintenir une

petite tumeur congénitale grosse comme un bon marron. Cette tumeur rentrait facilement dans le ventre et était facilement maintenue par le brayer. Il nous dit que, il y a un an, le bandage ayant froissé le néoplasme, celui-ci s'est mis à grossir. L'augmentation de volume a fait des progrès rapides. La tumeur qui siège à la partie inférieure de l'abdomen à gauche a en effet actuellement le volume d'une tête d'enfant. Elle est le siège de douleurs lancinantes très fortes, elle a une forme ovalaire à grosse extrémité dirigée en haut et en dehors et présente une assez grande mobilité. Elle est bosselée, dure à la partie supérieure, fluctuante à la partie inférieure. Elle dépasse un peu la ligne médiane et mesure 14 centimètres en longueur, 12 centimètres dans sa plus grande largeur, 5 dans sa plus petite. Elle affecte une forme triangulaire, le sommet du triangle correspondant inférieurement à l'orifice interne du canal inguinal où l'on constate une petite nodosité très fluctuante, une véritable poche, on dirait un vieux sac herniaire. Une ponction exploratrice y est pratiquée sans aucun résultat. Les selles sont normales, les urines faciles. Le malade n'a que le testicule droit dans les bourses. Il y a quatre jours, il a été pris d'un violent point de côté, l'auscultation ne fait rien découvrir du côté de la poitrine.

Le diagnostic porté fut : cancer développé dans un testicule en ectopie inguinale.

L'opération fut pratiquée le 28 avril en prenant toutes les précautions antiseptiques de rigueur. Une incision courbe fut faite suivant le grand axe de la tumeur, parallèle d'abord au ligament de Poupart. Cette incision qui partait du pubis, s'incurvait et remontait en haut vers la crête iliaque. Les différents plans de tissus sont successivement incisés et j'arrive rapidement sur le néoplasme qui se dissèque et se sépare facilement des tissus voisins. Postérieurement et inférieurement la tumeur est en connexion intime avec le péritoine, il m'est impossible de l'en séparer et je suis obligé d'enlever environ 5 centimètres de la séreuse avec elle. Le pédicule est lié par un fort catgut, le néoplasme est extirpé complètement. La toilette du ventre est faite rapidement, les lèvres de l'incision péritonéale sont réunies avec du fin catgut, un drain est placé dans la vaste plaie qui est ensuite fermée par de nombreux points de suture. Un pansement au sublimé corrosif est appliqué.

Soir : T. 40,2; P. 30 au 1/4. L'opéré est court d'haleine et tousse un peu.

29 avril. — T. 39,8; P. 27 au 1/4. Se plaint d'un point de côté. On ne constate cependant rien à l'auscultation.

Soir : T. 39,9.

30 avril. — T. 37,8; P. 30. Il a déliré la nuit; il a eu un vomissement bilieux. On renouvelle le pansement qui n'est pas souillé. La réunion est parfaite. L'abdomen est normal. L'état général semble amélioré.

Soir : T. 39,7.

1er mai. — T. 37,8; P. 30. Etat satisfaisant.

Soir : T. 40.

2 mai. — Nuit bonne. T. 39,8; P. 30. Le pansement est renouvelé et le drain définitivement enlevé. La réunion est complète.

Soir : T. 39,4. Il a été pris de frissons dans la journée et d'un point de côté intense. La respiration est très fréquente. On constate l'existence d'une pleuropneumonie double contre laquelle on dirige un traitement actif (ventouses, vésicatoires, expectorants).

3 mai. — Nuit mauvaise. T. 38,6. Expectoration rouillée très abondante;

les yeux sont hagards, les urines sont involontaires. Il existe du souffle et des râles crépitants aux deux bases. Continuation du traitement.

Soir : T. 39. Mort le 4 mai à cinq heures du matin.

Il ne me fut pas permis de pratiquer l'autopsie, mais mon adjoint le Dr Van Herswynghels, aidé par mon interne, put ouvrir la cavité abdominale. Elle était complètement intacte, la plaie opératoire était cicatrisée, la guérison était obtenue de ce côté.

EXAMEN DE LA TUMEUR.

Examen macroscopique.

Poids : 840 grammes. Tumeur volumineuse, arrondie, ayant la dimension de la tête d'un nouveau-né; lisse à sa surface, présentant quelques débris aponévrotiques, déchiquetée sur un bord, de consistance solide, inégale, élastique.

A la section, on constate que le néoplasme est formé par un double tissu : l'un consistant, formant une espèce de gangue ressemblant à du tissu conjonctif, l'autre plus mou, duquel on fait sourdre à la pression un liquide lactescent, forme des îlots plus ou moins volumineux, plus ou moins réguliers.

P.-S. — La tumeur ayant été placée dans le liquide de Muller avant l'examen, on ne peut donner des renseignements sur sa coloration et sur sa vascularité.

Analyse microscopique.

Le néoplasme est constitué par une trame conjonctive formant des alvéoles à parois plus ou moins épaisses; à l'intérieur de ces alvéoles on constate des amas de cellules volumineuses, renfermant un noyau et des amas de cellules graisseuses nombreuses. Entre les faisceaux conjonctifs, existent également quelques éléments cellulaires infiltrés et offrant des caractères analogues à ceux des cellules renfermées dans la trame. En certains endroits il existe de petites cellules embryonnaires arrondies. La masse des éléments cellulaires l'emporte en certains points sur la trame; ces points correspondent aux endroits de consistance molle que l'on constatait à l'examen cadavérique.

Diagnostic : Carcinome glandulaire en voie de dégénérescence graisseuse.

OBSERVATION II.

CARCINOME DU TESTICULE GAUCHE EN ECTOPIE ABDOMINALE. — EXTIRPATION. — RÉSECTION DE TOUT L'ÉPIPLOON. — OUVERTURE DE LA VESSIE. — GUÉRISON.

Le nommé V..... (Benjamin), laboureur, âgé de trente-trois ans, entre dans mon service le 27 juillet 1887. Il est marié depuis dix ans et a eu sept enfants dont deux garçons. Son père et sa mère sont bien portants. Ils ont eu six fils et quatre filles. Jamais au dire du malade, on n'a observé d'absence du testicule dans le scrotum.

Il y a huit mois le malade a commencé à ressentir des douleurs au-dessus du pubis. Il y a cinq mois, il s'est aperçu qu'il portait une grosseur à la partie inférieure du ventre à gauche. Un médecin, consulté, lui conseilla le

port d'un bandage. Depuis son apparition, la tumeur n'a cessé d'augmenter et d'être le siège de douleurs assez vives.

État actuel : On constate l'absence du testicule gauche dans les bourses; à la vue, on constate l'existence d'une très grosse tumeur au-dessus du pubis; elle est ovoïde, régulière, dirigée obliquement de haut en bas et de gauche à droite; elle a son point de départ au-dessus de la crête iliaque gauche, et aboutit à droite non loin de l'épine iliaque antéro-supérieure. Elle mesure en longueur 30 centimètres, en hauteur 22 centimètres. A la palpation, elle paraît assez mobile, bosselée et en certains points fluctuante; son bord inférieur suit le ligament de Poupart à gauche, arrive sur le pubis et suit les deux tiers du ligament de Poupart à droite. Son bord supérieur est plus irrégulier, il est anfractueux légèrement convexe en haut; il part de la partie moyenne de la crête iliaque gauche, se dirige directement vers le nombril puis, passant à droite, il arrive à environ trois travers de doigt de la crête iliaque de ce côté en descendant obliquement. A gauche de la ligne médiane près du nombril, ce bord présente une tubérosité arrondie très fluctuante. Les urines n'offrent rien de particulier. L'état général est excellent. Les organes thoraciques sont sains ainsi que l'appareil gastro-hépatique.

L'opération fut pratiquée le 2 août 1887. Après anesthésie et en prenant toutes les précautions antiseptiques de rigueur, je fis une incision suivant le grand axe de la tumeur. Cette incision partait à gauche de la crête iliaque elle s'incurvait en se dirigeant de haut en bas vers le pubis, elle arrivait à la région suspubienne à une distance de 3 centimètres du pubis, pour remonter obliquement à droite de la ligne blanche, aboutir et se terminer à trois travers de doigt de l'épine iliaque antéro supérieure droite. Tous les plans, cutané, fibreux, aponévrotique, musculaire, furent rapidement coupés; l'artère épigastrique gauche, très volumineuse, fut coupée et liée, le péritoine fut ouvert et la tumeur apparut. Elle était entièrement recouverte par l'épiploon qui lui était intimement adhérent et dont les vaisseaux étaient énormes, ressemblant à de grosses sangsues gorgées de sang. L'épiploon fut tout d'abord reséqué en entier à ras du colon et lié par de nombreuses ligatures. J'explorai alors attentivement la tumeur et en reconnus la situation par le doigt. Elle me parut être logée dans un repli du péritoine. Celui-ci, au niveau des arcades crurales et du pubis, se réfléchissait sur la tumeur dont on sentait très bien le pédicule (éléments du cordon) à gauche. Le péritoine recouvrait complètement la tumeur par sa partie antérieure, se continuait postérieurement sur lui où il présentait une surface tout à fait plane et polie, arrivait sur le plancher du bassin pour remonter sur le rectum et les parois pelviennes. Une sonde introduite dans la vessie me démontra que celle-ci coiffait la partie inférieure et postérieure de la tumeur. Celle-ci devait donc occuper toute la cavité de Retzius et avait abaissé la vessie. J'essayai de passer la sonde en avant de la tumeur mais je ne pus y réussir et c'est ce qui occasionna l'ouverture de la vessie comme on va le voir. En outre, le réservoir vésical était refoulé à droite et en réalité il coiffait la partie inférieure et droite de la tumeur.

Les éléments du cordon constituant à gauche le véritable point d'attache de la tumeur, je commençai la dissection de celle-ci à droite, je détachai le péritoine sur la tumeur à environ 2 ou 3 centimètres de son point de réflexion des parois abdominales sur le néoplasme de façon à avoir un véritable lambeau péritonéal, qui me permettait à la fin de l'opération de refermer la cavité péritonéale. L'incision du péritoine contournait la tumeur à droite, passait postérieurement à environ 2 centimètres de la vessie et arrivait sur

le pédicule à gauche. La dissection fut très ardue; peu à peu j'arrivai à détacher la tumeur en avant et à droite. Au cours de cette libération, je m'aperçus que j'avais largement ouvert une cavité en avant et à droite : c'était la vessie qui, je le répète, recouvrait la tumeur de ce côté. Elle était ouverte dans une étendue de 5 centimètres environ. Provisoirement j'appliquai une pince en T sur cet orifice, et je m'occupai alors de détacher complètement la vessie tant antérieurement que postérieurement. Ce fut là la partie réellement délicate, difficile de mon opération, car le réservoir vésical adhérait intimement. Lorsque je fus arrivé dans les parties profondes, je fis réclíner et soulever la tumeur à gauche, et, guidé par la sonde, je pus parfaitement achever le travail de séparation en respectant les uretères. La vessie, une fois libérée, le reste de l'opération ne présenta aucune difficulté; la tumeur fut rapidement énucléée; une forte ligature fut jetée sur le cordon et le néoplasme enlevé complètement. Pendant toute l'opération, les intestins en grande partie sortis du ventre, avaient été enroulés dans des compresses phéniquées chaudes.

Je procédai immédiatement à la toilette du péritoine, j'enlevai quelques caillots sanguins du fond du bassin, et je m'aperçus alors que ma pince en T, momentanément abandonnée dans le ventre, avait laissé échapper un des bords de l'ouverture de la vessie, de façon que celle-ci, largement ouverte, avait laissé couler l'urine dans la cavité pelvienne. Au moyen d'éponges trempées dans une solution de sublimé au millième, j'enlevai l'urine et je procédai à une désinfection minutieuse, j'épongeai soigneusement de façon à obtenir une antisepsie complète. Je procédai à la réunion de ma vaste plaie. La collerette du péritoine qui débordait la vessie fut réunie au lambeau péritonéal, que j'avais laissé à la paroi pariétale, de nombreux points de suture comprenant tous les plans abdominaux, péritoine compris, réunirent les bords de mon ouverture à commencer par la gauche. Arrivé à droite, là où existait l'ouverture vésicale, je suturai celle-ci aux bords de l'ouverture abdominale et deux tubes de Perier assurèrent l'écoulement de l'urine. J'avais ainsi refermé complètement le ventre et rendu à la séreuse péritonéale toute son intégrité. En résumé, j'étais dès lors en présence d'un individu dans les conditions d'un opéré de taille hypogastrique; l'ouverture vésicale se trouvait seulement à droite de la ligne médiane. Je recouvris toute ma ligne de réunion d'iodoforme, un pansement complet au sublimé fut appliqué, les deux tubes descendaient dans un urinal placé entre les cuisses.

Les suites de cette grave opération furent des plus bénignes, mais avant de vous les relater, voici la description de la tumeur faite par M. Lecoq, élève du service.

La tumeur pèse 1,520 grammes, elle mesure en longueur 26 centimètres, en largeur 17 centimètres et en épaisseur 14 centimètres.

EXAMEN MICROSCOPIQUE.

Tumeur trilobée. — Le lobe moyen est le plus volumineux. Le lobe gauche a une surface bosselée, le droit plus petit présente une surface lisse. Ces lobes sont assez faciles à détacher en déchirant toutefois la membrane d'enveloppe. Ils se réunissent sur leurs bords de façon à se confondre à la face antérieure de la tumeur; sur cette face antérieure de nombreux replis de l'épiploon adhèrent intimement. La consistance est variable, dans quelques points la tumeur est pulpeuse; dans d'autres elle est dure, d'un blanc jaunâtre. Sur une coupe microscopique on distingue une première couche (enve-

loppe) beaucoup plus résistante. Le contenu est mou, friable; à la pression on en extrait un suc blanchâtre.

A. — *Suc.*

Le suc est formé par des cellules épithéliales nombreuses irrégulières à noyau volumineux.

B. — *Tumeur.*

La membrane d'enveloppe est formée par du tissu conjonctif assez dense et par de rares cellules fusiformes.

Le contenu est composé : 1° de cellules épithéliales diverses nombreuses, à noyau volumineux à nucléoles distincts; 2° de tissu fibrillaire conjonctif circonscrivant des aréoles renfermant les cellules épithéliales.

Diagnostic : Tumeur carcinomateuse.

SUITES DE L'OPÉRATION.

Immédiatement après l'opération, on administra du champagne à l'opéré, qui ne tarda pas à se réveiller complètement.

Soir : T. 37,6; P. 21 au 1/4. N'a pas vomi. Injection de morphine.

3 août. — A eu quelques vomissements la nuit; a bien dormi. Les urines sont sanguinolentes, elles s'écoulent en entier par les drains. P. 21; T. 37,2.

Soir : P. 27; T. 38.

4 août. — Ne souffre pas. P. 24; T. 37,4. Urines sanguinolentes.

Soir : T. 37,8; P. 25.

5 août. — Est très bien. P. 24; T. 37, 4.

Soir : P. 24; T. 38,4.

6 août. — P. 24; T. 37,4. — Douleurs dans le côté gauche. Lavement.

Soir : T. 38,8.

7 août. — P. 24; T. 37,6. N'a eu qu'une selle petite liquide. Les douleurs persistent dans le flanc et le côté gauche. L'état général est très satisfaisant. On renouvelle le pansement. Les drains sont retirés et nettoyés. La réunion des lèvres de la plaie paraît exister. Un drain est replacé. Une cuillère huile de ricin.

Soir : T. 38,6.

8 août. — T. 37,8. Nuit excellente, deux selles. Les douleurs ont beaucoup diminué. On enlève le dernier drain; l'urine coule librement.

Soir : T. 39,2.

9 août. — P. 23; T. 37,6. Depuis hier, six selles liquides. L'urine coule par la fistule, elle est absorbée par de la ouate au sublimé.

Soir : T. 37,8.

10 août. — T. 36,8. Il existe de la suppuration au niveau de quelques points de suture car l'urine mouille le pansement malgré les précautions prises.

Soir : T. 37,6.

11 août. — P. 20; T. 36,6. Il a pu uriner par la verge. Suppuration des lèvres de la plaie près de la fistule. État général parfait.

Soir : T. 37.

12 août. — T. 37,2. Appétit. La plus grande partie de l'urine coule toujours par la fistule.

Soir : T. 37,4.

25 août. — La fistule se referme peu à peu et l'opéré urine de plus en plus par la verge. Les bords de la plaie suppurent encore en trois endroits différents. Pansement ordinaire.

6 septembre. — La fistule est devenue très petite; la suppuration est presque tarie. L'opéré se promène toute la journée.

12 septembre. — L'écoulement par la fistule est insignifiant. La cicatrisation est complète. Le malade est sorti de l'hôpital quelques jours après.

Telle est, Messieurs, la relation de mes deux cas de carcinome développé dans des testicules en ectopie, inguinale pour l'un, abdominale pour l'autre. D'après les auteurs de l'article *Cryptorchidie,* du *Dictionnaire encyclopédique des sciences médicales,* la dégénérescence cancéreuse d'un testicule en ectopie abdominale n'aurait jamais été observée et on n'a jamais enlevé de testicule de ce genre. « Le « sarcocèle, disent en effet Trélat et Peyrot dans cet article, appartient « en propre à l'ectopie inguinale. Nous ne le trouvons pas signalé dans « l'ectopie périnéale ou crurale, ce qui pourrait tenir du reste en « partie à la rareté relative de ces déplacements. L'ectopie abdominale « beaucoup plus commune n'en fournit elle-même aucun exemple. » (T. XXIV, p. 41, art. *Cryptorchidie.*). Les deux observations que je viens de rapporter confirment ce que tous les chirurgiens professent, que l'ectopie testiculaire paraît une disposition au cancer. J'ai été consulté, il y a un an, par un jeune homme qui avait une ectopie inguinale; je n'ai pas hésité, je lui ai conseillé l'extirpation de son testicule. Les deux cas que je viens d'opérer sont venus me confirmer dans mon opinion à cet égard, et plus que jamais je suis partisan de la castration préventive dans le cas d'ectopie testiculaire.

Les raisons qui, selon moi, militent en faveur d'une intervention précoce sont multiples.

Le testicule en ectopie est toujours infécond lorsque l'individu a atteint un certain âge. Même dans le jeune âge, avec Trélat et Peyrot, je considère comme une règle que le testicule en ectopie est infécond. La présence de spermatozoïdes constitue une véritable exception. Déjà, en 1851, Follin déclarait que la crytorchidie entraîne toujours l'atrophie de la glande et des altérations consistant dans sa transformation totale ou partielle en tissu fibreux ou graisseux. Le Dentu, dans sa thèse de 1869 (*Des anomalies du testicule*), se basant sur des faits favorables de Godard, ne partage pas l'opinion de Follin : il admet, en effet, que dans un grand nombre de cas la substance glandulaire a gardé sa structure normale. Quant à la fécondité de cet organe, Le Dentu semble, à l'inverse de presque tous les auteurs, en admettre la possibilité, et il rapporte un exemple favorable observé par le docteur Beigel; mais il reste vrai, dit-il, que dans la grande

majorité des cas les cryptorchides sont stériles. Telle est aussi l'opinion de Monod et de Terrillon qui, en 1880, à la Société de chirurgie, disaient : « Il est bien établi, depuis les travaux de Godard et des « auteurs qui l'ont suivi, qu'on peut considérer un testicule ectopié « comme physiologiquement mort... » Quoi qu'il en soit, il résulte de tous les travaux que j'ai pu consulter que les examens du sperme sécrété du côté ectopié sont négatifs, le sperme ne contient presque jamais de spermatozoaires; de plus, il ne présente même plus les autres caractères du sperme. La plupart du temps « on ne trouve alors « dans le produit éjaculé que des sympexions, des cellules épithéliales « diverses, des cristaux de phosphates et des agglomérations de « matières minérales avec des traces de matières organiques ». (*Dictionnaire de Jaccoud.*)

Le fait d'un testicule en ectopie pouvant fournir une sécrétion fécondante, s'il est possible, est, dans tous les cas, d'une rareté extrême, et ne se produit qu'au début, pour ainsi dire, de la puberté. Sous ce rapport, la thèse de Maréchal [1] est intéressante à consulter, elle nous apporte sur les altérations du testicule en ectopie quelques documents nouveaux et quelques vues offrant un certain intérêt. Faite sous l'inspiration de Monod, la thèse de Maréchal semble démontrer que le testicule en ectopie, primitivement normal, subit à la longue et plus ou moins vite, suivant les conditions pathogéniques où il se trouve, des altérations plus ou moins profondes, consistant, au début, en sclérose perivasculaire à laquelle s'ajoute de la sclerose pericananaliculaire disséminée. Cette dernière localisation est précoce et est surtout marquée au niveau du corps d'Highmore; elle peut, *dès le début de la puberté,* intercepter la sécrétion glandulaire, alors même que l'élément épithélial peut encore produire des spermatozoïdes. Finalement, la glande séminale en ectopie s'atrophie en masse par suite d'une hyperplasie conjonctive généralisée et de la disparition graduelle de l'élément épithélial.

Le travail de Maréchal nous donne la raison de certaines divergences des auteurs : les uns ont trouvé le testicule en ectopie tout à fait normal, les autres l'ont toujours trouvé altéré. Cela dépend uniquement de l'âge des sujets examinés; mais il n'en est pas moins démontré que, même dès le début de la puberté, la sécrétion spermatique, si elle peut encore se faire, est d'habitude interceptée, ce qui, au point de vue de la stérilité, au point de vue de l'inutilité de l'organe ectopié revient au même.

1. *Contribution à l'étude de l'anatomie pathologique du testicule en ectopie,* par A. Maréchal. — Thèse de Paris, 1887.

J'ai insisté sur ce point parce que, au point de vue de la castration préventive que je préconise, la suppression d'un organe sain, possédant toutes ses fonctions physiologiques, est une grave et puissante objection qu'on pourrait m'opposer. Du moment qu'il ne s'agit que d'enlever un organe inutile, l'accord doit s'établir d'autant plus que cet organe constitue un véritable danger pour l'individu qui en est porteur.

Il est acquis aujourd'hui qu'un testicule en ectopie a une disposition toute spéciale pour subir diverses dégénérescences, dont la plus fréquente, la plus terrible est la dégénérescence cancéreuse. Cette tendance à la dégénérescence, admise par tout le monde pour l'ectopie inguinale, doit l'être aussi pour l'ectopie abdominale comme le prouve le fait que je viens de rapporter. Cette menace constante de dégénérescence cancéreuse, cette espèce d'épée de Damoclès suspendue continuellement au-dessus d'un individu porteur d'une ectopie testiculaire est une des plus importantes indications de la castration préventive. mais elle n'est pas la seule.

Le plus ordinairement, l'ectopie est inguinale et l'individu est porteur d'une hernie qui doit être maintenue, ce qui n'est pas facile. La compression du bandage est fort pénible, il est souvent insuffisant et la hernie a une tendance marquée à l'étranglement. En présence d'une hernie étranglée l'hésitation n'est pas possible : à la kélotomie il faut ajouter la castration du testicule ectopié. Ce point a été tout récemment très bien élucidé dans une thèse de Bordeaux par le docteur Duffour, intitulée : *Que faut-il faire des testicules en ectopie inguinale dans le cas de hernie inguinale étranglée?*

Par suite de la pression d'un bandage herniaire sur le testicule en ectopie, il peut se développer dans celui-ci des douleurs excessivement vives avec des phénomènes divers. Dans ce cas aussi, l'hésitation n'est guère possible : il faut pratiquer l'extirpation du testicule douloureux et tenter la cure radicale de la hernie. C'est ce que Monod a fait encore tout récemment d'après une communication qu'il vient de faire à la Société de chirurgie. Il s'agissait d'un testicule en ectopie dans lequel étaient survenues des douleurs excessivement violentes par suite de la pression d'un bandage herniaire. Monod pratiqua la castration, il se trouva en présence d'une hernie épiploïque dont il fit la résection ; il enleva d'un seul coup le testicule et le sac sereux qui le contenait. Le testicule était atrophié. Même en l'absence de toute douleur, quand le testicule en ectopie existe avec une hernie, j'estime qu'il faut aussi recourir à la castration combinée à la cure radicale de la hernie. Pour ma part, je n'ai jamais eu qu'à me louer de la cure radicale de la hernie que je pratique très souvent dans mon service ;

c'est là une opération peu dangereuse aujourd'hui et la castration n'en augmente absolument pas les dangers. On soustrait ainsi l'individu à l'obligation d'un bandage toujours gênant, on écarte tout danger d'étranglement. on prévient enfin les dégénérescences cancéreuse et tuberculeuse.

La question est plus discutée lorsqu'il s'agit d'un testicule en ectopie inguinale ne donnant lieu à aucun phénomène douloureux et n'étant pas accompagné de hernie. Je n'ai pas hésité à conseiller la castration dans le cas dont je vous parlais plus haut. L'opération bien faite est en effet tout à fait inoffensive; elle est d'une innocuité absolue. Elle prive l'individu d'un organe atrophié, stérile, inutile et dangereux, car cet organe est logé dans le canal inguinal; il est placé superficiellement, exposé à des tiraillements exagérés, à des traumatismes de toute espèce. L'orchite traumatique y est fréquemment observée, l'orchite blennorrhagique encore plus, car selon l'expression de Trélat et Peyrot « la blennorrhagie hante volontiers le testicule « ectopique. »

Le testicule en ectopie abdominale n'a pas un caractère de gravité aussi prononcé que l'ectopie inguinale; il échappe en effet aux violences d'une façon à peu près complète et avant le fait que je vous ai rapporté, on n'en avait jamais observé la dégénérescence cancéreuse. Dans le cas d'ectopie retro-pariétale, si je pouvais constater la présence du testicule je procéderais à son ablation pour soustraire le malade à la menace de la dégénérescence cancéreuse. Pour l'ectopie iliaque ou rénale, l'abstention est de rigueur car il est quasi impossible de découvrir le testicule dans cette situation et en outre l'individu peut être anorchide. Dans ces cas, il faut attirer l'attention du malade sur les conséquences possibles de cette absence d'un testicule dans le scrotum et à la moindre menace, au moindre symptôme de l'apparition d'une tumeur dans le ventre, il faut intervenir immédiatement.

Les ectopies crurale, cruro-scrotale et périnéale présentent, me semble-t-il, les mêmes indications que l'ectopie inguinale. La castration qui, je le répète, n'est ni difficile ni dangereuse, est à conseiller. Si ces variétés d'ectopies sont moins graves que l'inguinale, il ne faut pas oublier que l'ectopie la plus simple peut être l'origine de douleurs, d'un sentiment de gêne très pénible, de poussées inflammatoires. En ce qui concerne l'ectopie périnéale particulièrement, sa situation superficielle un peu en avant de l'anus l'expose plus que les autres à toutes sortes de violences. Ce sont là, du reste, des variétés d'ectopies que l'on a rarement l'occasion d'observer. Sur quarante-quatre cas observés par Godard, il y avait trente ectopies inguinales, sept abdo-

minales, trois cruro-scrotales, trois périnéales et une crurale seulement [1].

En résumé, messieurs, des considérations que je viens de présenter, je crois pouvoir déduire que la castration préventive doit être pratiquée dans les cas d'ectopie testiculaire chez l'adulte, car le testicule ectopié expose à des dangers que rien ne compense.

M. DUPLOUY,

Directeur du service de santé de la marine au port de Rochefort.

DE LA VALEUR DE LA DÉSARTICULATION DU GENOU.

— Séance du 23 septembre 1887. —

En 1872, je présentais à la Société de chirurgie un mémoire sur la désarticulation du genou qui me paraissait avoir été trop sévèrement jugée; j'avais cherché à établir que, si la suppuration du cul-de-sac sous-tricipital est l'accident le plus fréquent de cette opération, on s'en tire généralement à son honneur par des contre-ouvertures et par le drainage et qu'en somme les résultats ultérieurs compensent et au-delà le temps nécessaire à la cicatrisation définitive; j'apportais, à l'appui de ces conclusions, quatre opérations personnelles dont trois succès. La Société de chirurgie se tint sur la réserve, comme son rapporteur M. Desprès; mais l'honneur qu'elle me fit, à cette occasion, en m'appelant à partager ses travaux, m'imposait le devoir de poursuivre une étude qui ne lui parut probablement pas reposer sur un assez grand nombre d'observations.

J'ai gardé le silence pendant longues années, attendant patiemment des faits bien lents à se produire; mais j'étais bien loin, comme a pu le croire M. Vaslin d'Angers, de me désintéresser de cette question : « On est porté à croire, dit ce chirurgien dans un mémoire lu récem- « ment à l'Académie de médecine, que Duplouy fut médiocrement

1. Un cas d'ectopie périnéale a été dernièrement observé dans le service de mon ami le professeur Desmet à l'hôpital Saint-Pierre; il a été relaté dans *La Clinique* du 16 juin 1887.

« satisfait de ses succès, car, depuis leur publication il fit pratiquer « par l'un de ses élèves, le docteur Quintard, l'amputation de la cuisse « dans un cas où la désarticulation du genou était applicable. » Je regrette qu'avant d'écrire ces lignes, M. Vaslin n'ait pas fait directement appel à mes souvenirs personnels au lieu de s'en rapporter à une communication orale de l'un de mes élèves les plus distingués : il s'agissait, dans le cas auquel il fait allusion, d'un broiement qui me semblait avoir trop fortement compromis la peau destinée à faire les frais d'un lambeau antérieur et, après mûr examen, je dus préférer l'amputation sus-condylienne.

Je n'ai cessé, depuis cette époque, de conseiller et de faire pratiquer la désarticulation du genou toutes les fois qu'elle m'a paru possible et si j'en ai trouvé rarement l'occasion, c'est que je me montre très scrupuleux dans l'appréciation de ses indications et de ses contre-indications, il me faut absolument des conditions de choix et je suis plus exigeant pour cette opération que pour toute autre.

La désarticulation du genou n'a pas fait beaucoup de progrès dans l'opinion des chirurgiens français et pourtant, lorsqu'on suit avec attention les discussions qu'elle a récemment soulevées au sein de la Société de chirurgie, lorsqu'on commente avec soin les rares publications dont elle a été l'objet, il semble que ses adversaires se soient laissé entraîner par des considérations purement anatomiques et qu'ils aient singulièrement exagéré, en les généralisant, quelques faits malheureux ou quelques résultats incomplets : la longueur du lambeau à tailler, l'étendue des surfaces synoviales, la suppuration qui peut en résulter, tout les effraie ; il n'est pas jusqu'à la présence des cartilages qu'on ne se soit plu à incriminer comme on le faisait au temps de Blandin, sans songer qu'on en tient peu de compte dans toutes les autres désarticulations et notamment au coude et aux articulations phalangiennes qui offrent, au volume près, tant d'analogies avec le genou. On veut bien reconnaître qu'elle ne menace pas plus sérieusement la vie que l'amputation de la cuisse ; mais c'est là en quelque sorte la limite des concessions admises ; si certains blessés ont pu marcher directement sur le genou, c'est là un fait tout à fait exceptionnel ; en somme, c'est une mauvaise opération.

Cette condamnation ne me paraît pas sans appel et je ne suis pas le seul à ne pas m'y soumettre : Gillette, Polaillon, S. Duplay, Farabeuf, sont loin d'y souscrire au sein de la Société de chirurgie, et le fait important qui vous a été soumis, l'année dernière, au Congrès de Nancy, par Heydenreich a paru ébranler quelque peu l'un des adversaires les plus convaincus de cette opération.

Je viens, à mon tour, apporter à cette tribune, les résultats de l'en-

quête à laquelle je me suis livré en vue d'éclairer ce procès scientifique.

J'ai dû écarter tous les documents étrangers, toutes les statistiques d'origine anglaise, américaine, allemande dont nous ne saurions du reste apprécier les éléments et dont les résultats sont complètement contradictoires ; je n'ai pas non plus tenu compte des désarticulations mixtes opérées selon les procédés de Carden, de Gritti, de Vaslin d'Angers et je n'ai fait entrer dans mon relevé que les désarticulations pures, c'est-à-dire celles dans lesquelles on a conservé la rotule et les condyles quel qu'ait été d'ailleurs le mode de section des parties molles : le champ de mon enquête est, on le voit, très restreint ; mais tous les éléments peuvent en revanche être facilement contrôlés. Peut-être cette communication provoquera-t-elle, de la part de nos collègues, la publication de quelques faits demeurés jusqu'ici dans l'ombre.

Toutes les désarticulations que j'ai relevées ont été, sauf celle de Delorme, pratiquées par le procédé elliptique de Baudens ou par le procédé à grand lambeau antérieur pour lequel je ne cache pas mes prédilections.

La question la plus importante que soulève cette opération est sans contredit celle de la progession directe sur le moignon, car je ne pense pas qu'en présence du chiffre important de guérisons observées en France depuis 1872 (15 sur 16), il y ait lieu de se préoccuper de la gravité de cette opération. J'ai eu la bonne fortune de suivre deux de mes anciens opérés, l'un depuis dix-neuf ans, l'autre depuis seize ans ; tous les deux remplissent des fonctions actives ; j'ignore ce qu'est devenu le troisième qui marchait bien sur son moignon à sa sortie de l'hôpital.

Je ne veux pas reproduire ici *in-extenso* les observations portées à la Société de chirurgie et qui sont consignées soit dans les mémoires de cette Société, soit dans les thèses de Duriez et d'Hagiescou ; je me borne à les résumer dans l'ordre chronologique en y joignant les opérations dont j'ai pu constater les résultats éloignés depuis 1872 et les faits inédits empruntés à la pratique de mes élèves ou de mes collègues de la marine que n'ont point ébranlés les reproches adressés à la désarticulation du genou :

Première observation. — Béli, surveillant, soixante-trois ans ; écrasement de voiture ; fracture au tiers supérieur du tibia (1868). Désarticulation à grand lambeau antérieur, suture complète, drain transversal, pansement ouaté, suppuration du cul-de-sac sous-tricipital. L'épreuve photographique prise il y a quelques jours permet de constater l'excellence du moignon ; la ligne cicatricielle est très élevée en arrière, la rotule remontée à la partie supérieure de la gouttière fémorale, y est comme soudée ; le blessé marche

parfaitement et directement sur le moignon (Duplouy père, *Soc. de chirurgie,* 1872).

Deuxième observation. — Guibert, quarante-cinq ans, receveur buraliste; écrasement par un train; opéré en 1871. Résultat parfait malgré la suppuration du cul-de-sac; cet homme, qui a bien voulu faire le voyage de Toulouse pour se soumettre à l'examen des membres du Congrès, fait facilement trois lieues par jour sans fatigue; le moignon supporte directement le poids du corps, comme le prouve, du reste, la présence d'un durillon au niveau du condyle externe; la peau est mobile sur les surfaces articulaires et les condyles n'ont pas subi la moindre atrophie. (*Bulletin de la Soc. de chirurgie,* 1872, Duplouy père.)

Troisième observation. — Charles R..., caporal, blessé à Gravelotte. Désarticulé du genou après avoir couru d'ambulance en ambulance; moignon très mauvais, impropre à la déambulation directe, présenté à la Société de chirurgie quinze ans après l'opération. (*Mémoires de la Soc. de chirurgie,* 1885; opéré par Pingaud.)

Quatrième observation. — Latride (Cyprien), soixante-trois ans, amputé du genou en 1874 par le procédé circulaire, pour un écrasement par une roue de voiture, a eu de nombreux abcès; le moignon, observé dix ans après, est très mauvais. (*Mémoires de la Soc. de chirurgie,* 1885, opéré de Désormeaux.)

Cinquième observation. — Pintat, trente-huit ans, déporté à l'île Nou, désarticulé en 1878, pour une fracture par éclatement de l'extrémité supérieure du tibia, par le procédé Baudens; moignon excellent cinq ans après: marche directe. (*Archives de méd. navale,* 1880, opéré par Fontan, de Toulon.)

Sixième observation. — Jaouen, dix-huit ans, apprenti-marin; fracture comminutive de la jambe; opéré en 1880, par Merlin et Arlaud, par un procédé à deux lambeaux antéro-postérieurs presque égaux; la peau avait beaucoup souffert et le moignon, revu quatre ans après, fut très défectueux. (Inédite: *Registre clinique* de Toulon.)

Septième observation. — Tibey, vingt et un ans, opéré en 1880 par le procédé de Baudens, pour une arthrite avec luxation permanente, a guéri sans accidents sous le pansement de Lister; la marche se faisait directement sur le moignon un an après l'opération. (*Mém. de la Soc. de chirurgie,* 1881, opéré de Polaillon.)

Huitième observation. — Flamme, trente-six ans, homme d'équipe, a eu la jambe prise en écharpe par un train; la peau avait beaucoup souffert; opéré en 1882, par M. Léon, par le procédé à grand lambeau antérieur; il a eu un sphacèle presque complet de la peau, une cicatrisation très lente et un moignon si mauvais que Duplouy père a dû faire, un an après, dans un autre service, l'amputation sus-condylienne. (Inédite; *Registre clinique* de l'Hôpital de Rochefort.)

Neuvième observation. — X..., opéré en 1882 par Delorme pour une tumeur blanche du cou-de-pied avec décollements profonds; procédé à deux lambeaux latéraux; drain préventif sus-rotulien; le moignon, revu deux ans après, est excellent et sert à la progression directe. (*Mém. de la Soc. de chirurgie,* 1884.)

Dixième observation. — Chalopin, 23 ans, disciplinaire, fracture comminutive et sphacèle; opéré en 1883 par le procédé à grand lambeau antérieur;

drain intercondylien et pansement de Lister; malgré la suppuration du cul-de-sac sus-rotulien, le moignon fut excellent, comme on a pu le constater trois ans après l'opération, et servit à la progression directe. (Inédite; opéré de Duplouy fils; *Registre clinique* de l'Hôpital de Rochefort.)

Onzième observation. — Vermeulen, désarticulé en 1883 par le procédé Baudens, pour un écrasement de la jambe par un train; pansement de Lister; guérison sans accident, marche directe sur le moignon. (Opéré de S. Duplay: Thèse de Duriez, Paris, 1886.)

Douzième observation. — Plense, vingt-trois ans, soldat au 111e de ligne, blessé à Lang-Son; a été opéré par le procédé à grand lambeau antérieur en 1885; pansement antiseptique au bichlorure; guérison sans accident; moignon parfait servant directement à la marche; le sujet a été revu deux ans après. (Inédite; opéré de Maget, médecin de 1re classe; *Registre clinique* de Toulon.)

Treizième observation. — X..., trois ans et demi; ostéite nécrosique du tibia et du péroné; désarticulation en 1885 par le procédé Baudens; moignon excellent, revu un an après l'opération. (Opéré de Heydenreich; *Compte rendu du Congrès de Nancy*, 1886.)

Quatorzième observation. — Garnier, dix-neuf ans, tumeur pulsatile du tibia consécutive à une fracture, opéré en 1887 par le procédé à grand lambeau antérieur; guérison rapide, moignon excellent supportant directement le poids du corps. (Opéré de Rochard fils, inédite; *Registre clinique* de l'Hôpital civil.)

Quinzième observation. — Charles (Louis), quarante et un ans, infirmier; usé par l'alcool, mort de septicémie cinq jours après l'opération. (Opéré de Bodet; inédite; *Registre clinique* de l'Hôpital civil, 1887.)

Seizième observation (pour mémoire, vu l'absence complète de détails). — Il s'agit d'un homme opéré à Toulon, en 1884, chez lequel on obtint un moignon absolument mauvais; le blessé n'a jamais pu marcher sans béquilles.

Il résulte de cette enquête des faits recueillis depuis 1872 que, sur seize désarticulés du genou, quinze ont survécu; que dix ont obtenu un moignon parfait se prêtant facilement à un appui direct pendant la marche, et que cet heureux résultat se maintient depuis un temps fort respectable :

Depuis dix-neuf ans.	(Observ. nº 1.)
Depuis seize ans.	(Observ. nº 2.)
Depuis cinq ans..	(Observ. nº 5.)
Depuis trois ans..	(Observ. nº 10.)
Depuis deux ans..	(Observ. nos 9, 11, 12.)
Depuis un an.	(Observ. nos 7, 13.)
Depuis moins d'un an.	(Observ. nº 14.)

que cinq ont eu un très mauvais moignon et qu'ils n'ont pu marcher que sur l'ischion ou même avec des béquilles; mais, tout bien considéré, on ne peut s'empêcher de reconnaître qu'ils se trouvent dans la même situation que certains amputés de cuisse que leur moignon

horriblement conique, très souvent ulcéré, astreint à chaque instant à garder le repos.

Je tiens, par dessus tout, à faire remarquer que, pas plus dans les cas malheureux que dans les cas heureux, je n'ai vu signaler par personne la conicité réelle du moignon ; s'il était établi que les condyles subissent avec le temps une atrophie appréciable, si les moignons des amputés du genou devenaient coniques, *anatomiquement parlant*, cette opération ne serait pas soutenable. C'est là une hypothèse que ne justifie pas l'observation des faits ; on a bien pu dire d'un moignon justement incriminé, et cela dans un style figuré, qu'il était devenu *conique physiologiquement*, c'est-à-dire qu'il n'était pas plus utile au sujet qu'un moignon conique dans toute l'acception du terme ; mais on n'a pas encore montré un moignon dans lequel, avec le temps, l'extrémité du fémur eût notablement diminué de volume.

Qu'importe, après cela, que la cicatrisation soit assez fréquemment retardée par des abcès plus ou moins nombreux par la suppuration du cul-de-sac sous-tricipital, s'il ressort de l'examen des faits que ces accidents, aujourd'hui de plus en plus rares, n'ont pas compromis la vie et qu'ils ont rarement nui au rôle fonctionnel du moignon? Nous les trouvons signalés à des degrés divers chez huit opérés qui n'en ont pas moins marché directement sur le genou, et nous constatons, du reste, comme il était facile de le prévoir, que leur fréquence diminue avec les progrès de l'antisepsie, car, dans les dernières années, nous ne relevons plus guère que des abcès insignifiants au niveau du creux intercondylien ou sur les bords des condyles.

Le sphacèle total n'a été observé qu'une fois chez un sujet mort de septicémie aiguë ; quant au sphacèle partiel, cause principale des moignons défectueux, il semble que, dans les faits où il s'est montré, l'opération eût dû être rejetée à cause du mauvais état des parties molles (comme dans l'observation n° 8), ou qu'on n'ait pas observé avec toute la rigueur désirable certaines règles opératoires. Si la vitalité de la peau est compromise par des broiements ou par des décollements trop étendus, si le sujet paraît trop affaibli pour faire les frais d'une cicatrisation un peu lente, il faut amputer au-dessus des condyles ; mais toutes les fois qu'on peut tailler un lambeau antérieur bien sain, bien doublé de son tissu cellulaire graisseux, bien vasculaire, je ne trouve pas, dans les faits que j'ai rassemblés, de raison suffisante pour renoncer au bénéfice de la déambulation directe. L'opération sera surtout indiquée dans les fractures comminutives, indirectes, avec éclats et fêlures remontant jusqu'à l'extrémité supérieure du tibia, dans les broiements directs qui auront respecté l'intégrité de la peau dans une assez grande étendue, dans certains coups

de feu; dans les ostémyélites, dans les tumeurs des os qui exigent souvent l'ablation totale du squelette de la jambe, enfin dans tous les cas où le chirurgien pourra trouver assez de peau saine pour bien envelopper les condyles du fémur. Sans rejeter absolument le procédé à deux lambeaux latéraux de M. Delorme, dont je n'ai pas l'expérience personnelle, j'ai toujours préféré le grand lambeau antérieur auquel je joins un petit lambeau ou plutôt une collerette postérieure de deux travers de doigt pour combler l'espace intercondylien et éviter la dénudation des condyles. Pour que le lambeau antérieur soit bien enveloppant, il importe au plus haut point que sa base ne remonte pas au-dessus de la tête du péroné, et que ses bords soient tracés dans dans l'alignement vertical des ligaments latéraux du genou. Ce procédé, qui donne un lambeau analogue à celui de Baudens, mais plus ample que lui, a fourni, outre les moignons dont vous venez de voir les moules et les photographies, les excellents résultats consignés dans les observations nos 6, 10, 12, 14. Après avoir observé scrupuleusement les faits, je demeure profondément convaincu qu'avec le lavage antiseptique du cul-de-sac synovial, avec la suture exacte et le drainage intercondylien, on obtiendra généralement des moignons parfaits et qui demeureront tels.

M. Frédéric MONOD,

de Pau.

TROIS CAS D'ACCOUCHEMENT ARTIFICIEL PROVOQUÉ PAR LE PROCÉDÉ DE KRAUSE. APPRÉCIATION DE LA MÉTHODE.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

J'ai eu l'occasion de provoquer dernièrement trois accouchements artificiels, dans l'espace d'un mois, pour des rétrécissements du bassin dûs à des déformations rachitiques : deux fois chez des primipares à la Maternité de Pau, une fois en ville chez une secundipare, avec mon confrère et ami le docteur Ferré.

Dans ces trois cas j'ai employé la méthode du décollement des membranes par le procédé de Krause, qui n'est au celui de Lehman simplifié, et que je rappellerai en deux mots

Il consiste à introduire une bougie olivaire (nº 17 ou 18 de la filière Charrière) à travers l'orifice cervical, et à l'enfoncer avec douceur entre la paroi utérine et les membranes jusqu'à ce qu'elle disparaisse entièrement dans le col, c'est-à-dire à une profondeur de 20 ou 25 centimètres. On ne la retire que lorsque le travail est bien établi et la dilatation presque complète; souvent, au reste, elle est expulsée d'elle-même par les contractions utérines.

Voici un résumé succinct de mes trois observations :

I. — Marie P..., fille, âgée de dix-neuf ans, primipare, très petite, contrefaite, boiteuse, manifestement rachitique, avec une forte scoliose et un bassin déjeté et incliné de côté. Saillie du promontoire et hauteur exagérée de l'arcade pubienne. Le diamètre sacro-sous-pubien ne mesure, déduction faite, que 8 cent. $\frac{1}{2}$. Provocation de l'accouchement prématuré par le procédé de Krause, le 18 septembre, à sept mois et demi (dernières règles en février). Après avoir donné à la femme une injection phéniquée, introduction de la sonde également désinfectée à quatre heures du soir. Injections continuées toutes les six heures environ. Début des contractions quatre heures après, à huit heures cinq minutes. Faibles d'abord, elles se régularisent, deviennent énergiques vers minuit. Le 19, à dix heures trente minutes, la dilatation est complète. Présentation du sommet; position O.I.D.P. On rompt les membranes et l'occiput s'engage dans l'excavation. Mais, malgré la force des douleurs, le dégagement de la tête ne peut s'opérer seul, et je suis obligé d'intervenir par une application de forceps assez laborieuse à quatre heures du soir, après quatre heures de douleurs d'expulsion inutiles. L'enfant, né en état de mort apparente, est promptement ranimé. Il pèse 2k200, et sa longueur est de 0m46. La délivrance et les suites de couches n'ont présenté aucune anomalie. La mère et l'enfant ont quitté l'établissement le 7 octobre, tous deux bien portants.

II. — Louise P..., fille, âgée de vingt-cinq ans, petite; légère claudication, par suite de luxation congénitale du fémur droit. Barrure très prononcée : la symphyse pubienne est fortement inclinée d'avant en arrière et mesure près de 6 centimètres de hauteur. Le diamètre antéro-postérieur donne, déduction faite, 9 centimètres. Cette fille n'ayant eu, d'après son dire, qu'un rapport sexuel, nous pouvons préciser le moment de notre intervention : accouchement provoqué du cent trente-cinquième au cent quarantième jour (fin du huitième mois de la grossesse) par le procédé de Krause, le 1er octobre, à cinq heures du soir. Mêmes mesures de désinfection scrupuleuse que dans le cas précédent.

Début des douleurs au bout de trois heures; elles marchent régulièrement toute la nuit. Dilatation complète le lendemain, à neuf heures trente minutes. On rompt les membranes. Présentation régulière du sommet; position O.I.G.A. Expulsion naturelle d'un enfant bien conformé et pesant 2k670, à onze heures quarante-cinq minutes, moins de dix-neuf heures après l'introduction de la bougie. Suites de couches normales. La mère et l'enfant quittent la Maternité le 9 octobre dans un état satisfaisant.

III. — Mme L..., âgée de vingt-sept ans environ, anémiée, molle, rachitique, avec un bassin dont le diamètre sacro-sous-pubien mesure 8 centimètres à peine. Nous l'avons déjà assistée, M. le Dr Ferré et moi, dans son

premier accouchement à terme qui fut des plus compliqués : essais infructueux d'application de forceps; version; céphalotripsie; métrite consécutive.

Sur notre recommandation expresse, elle nous avertit cette fois dès les premiers mois de sa grossesse, et nous nous décidâmes à provoquer l'accouchement au milieu du huitième mois. Introduction de la bougie olivaire le 5 octobre, vers cinq heures. Début des douleurs le lendemain matin; mais leur marche a été très lente. Au bout de vingt-quatre heures la dilatation ne dépassait pas une pièce d'un franc. État stationnaire le 6 au soir. La bougie fut laissée en place jusqu'à l'après-midi du 7, et à huit heures du soir la dilatation fut enfin suffisante pour permettre une intervention rendue nécessaire par l'inertie absolue de la parturiente. Impossibilité d'engager la tête au moyen du forceps. Nous ne parvînmes à extraire l'enfant qu'à neuf heures du soir, cinquante-deux heures après l'introduction de la sonde, par une version combinée avec de fortes pressions sus-pubiennes sur la tête : il avait succombé depuis plusieurs heures. Les suites de couches furent normales.

Je ferai remarquer que la lenteur de l'accouchement et la mort du fœtus doivent être attribuées ici, non à la méthode qui, en définitive, a réussi, mais à l'extrême faiblesse de la femme, au défaut de souplesse sinon à la rigidité vraie de son col, conséquence des complications de son précédent accouchement, et au rétrécissement lui-même qui rendait impossible l'engagement spontané de la tête.

Si, dans ces trois cas, j'ai donné la préférence au procédé de Krause, c'est qu'il m'a paru être le plus simple, l'un des plus fidèles, des plus rapides et des moins dangereux.

a) *Simplicité.* — Une sonde est toujours à la portée du médecin. Son introduction est facile, et, aussitôt introduite, tout est fini en une seule séance : on n'a qu'à laisser agir la nature.

b) *Sûreté d'action.* — Démontrée par les quelques faits que je viens de mentionner, elle est confirmée par les auteurs; du moins ne citent-ils point d'observations où ce procédé ait échoué, où l'on ait dû, après essai, l'abandonner pour d'autres.

c) *Rapidité.* — Les douleurs sont provoquées au bout de quelques heures, et l'accouchement est terminé en vingt-quatre ou trente-six heures en moyenne. Or, il y a intérêt à ce que la femme ne s'énerve et ne s'épuise pas dans l'attente. L'avantage est plus grand encore quand l'accouchement est provoqué pour un accident grave, et que le salut de la parturiente dépend de la promptitude avec laquelle elle sera délivrée.

d) *Innocuité.* — La sonde souple, à bout mousse, arrondi, se replie dès qu'elle est arrêtée, et ne risque pas de blesser l'utérus ou le fœtus, ni de perforer les membranes, comme on le lui a faussement reproché. Un autre reproche adressé à cette méthode est le risque d'introduction de produits septiques dans l'utérus par l'intermédiaire de la sonde. En réalité cette objection est plus théorique que pratique :

mais il est facile d'y parer en entourant l'opération de précautions antiseptiques rigoureuses, comme le conseille le Dr Charpentier, et comme nous l'avons fait dans les trois cas cités : lavage des mains de l'opérateur et de la sonde dans une solution phéniquée au centième; lubréfaction de la sonde avec de la vaseline phéniquée; injections phéniquées immédiatement avant son introduction, puis toutes les six heures tant qu'elle reste en place.

— Si maintenant nous plaçons en regard de ce procédé les autres méthodes destinées à provoquer l'accouchement artificiel, tout au moins les trois méthodes réputées les meilleures et le plus usuellement employées, voyons si elles offrent la réunion des mêmes avantages.

Il suffit de consulter les auteurs pour s'assurer qu'elles ne donnent pas de résultats aussi certains et aussi prompts.

1. Avec la méthode d'excitation périphérique du museau de tanche par des injections d'eau chaude (procédé de Kiwisch), il faut dix injections en moyenne à trois par jour pour provoquer les douleurs : il y a de quoi lasser la patience de la femme et de l'opérateur. La durée moyenne du temps écoulé jusqu'à la terminaison de l'accouchement est de trois jours et demi, et encore souvent on échoue : une statistique de Stoltz donne treize insuccès sur quatre-vingt-un cas. Un reproche autrement sérieux adressé à ce procédé c'est qu'il expose à une mort rapide par déchirure du vagin (cas de M. de Tarnier), ou même subite, probablement par pénétration de bulles d'air dans les sinus utérins (cas de Depaul).

2. La méthode de dilatation mécanique du col par un cône d'éponge préparée (procédé de Kluge) est souvent d'une application difficile, surtout chez les primipares, quand le col est très élevé et porté en arrière. De plus, on échoue parfois avec un premier cône, et il faut en remettre un second plus gros. Chez certaines femmes même l'éponge est impuissante à exciter les contractions utérines. Enfin, le travail est souvent lent. D'après une statistique d'Hoffman portant sur soixante-dix cas, il y eut quatorze échecs complets, et dans vingt-cinq cas le travail dura de trois à huit et même treize jours.

3. Enfin la méthode de perforation des membranes, qui est certainement la plus sûre et offre une grande facilité d'exécution, doit encore céder le pas au procédé de Krause, parce qu'elle est dangereuse, même avec l'heureuse modification apportée par Meissner. En effet, outre le danger possible de lésion de l'utérus, du fœtus ou du placenta avec le trocart, l'écoulement prématuré du liquide met l'en-

fant dans un état d'infériorité réelle et risque de compromettre son existence.

Quant aux dilatateurs intra-utérins de M. Tarnier et de M. Pajot, ce ne sont que des applications un peu différentes de la même méthode : ils atteignent exactement le même but et présentent les mêmes avantages que la sonde à demeure de Krause. On pourrait les employer indifféremment si on les avait également à sa portée ; mais tel n'est pas habituellement le cas, et c'est la seule objection que je fasse au procédé. Il s'agit là d'un instrument spécial qu'un médecin n'a pas toujours sous la main, et, dans le cas d'urgence, il peut perdre un temps précieux pour se le procurer, tandis qu'il n'est pas un praticien de campagne qui ne dispose d'une sonde en gomme de moyen calibre.

De ces quelques considérations je me crois en droit de conclure que la méthode du décollement des membranes par le procédé de Krause offre des avantages incontestables sur les autres méthodes, au quadruple point de vue de la *simplicité d'application;* de la *sûreté* et de la *rapidité d'action*, de l'*innocuité,* et doit être adoptée comme méthode de choix pour provoquer l'accouchement artificiel.

Il n'existe en réalité qu'un cas dans lequel elle ne soit pas applicable (et encore se rencontre-t-il bien rarement dans la pratique), c'est celui où l'orifice interne du col est infranchissable : à mon avis, on devrait recourir alors aux injections chaudes de Kiwisch, poussées avec une prudente lenteur.

Malgré sa supériorité, il est certain que le procédé de Krause n'est pas jusqu'ici d'un emploi journalier en France. M. Tarnier, en le citant brièvement dans le *Traité d'accouchements*, de Cazaux, exprime le désir qu'il soit plus largement expérimenté. Je serais heureux, pour ma part, si les quelques faits personnels que j'ai apportés au Congrès pouvaient engager quelques-uns de mes savants confrères à l'appliquer à la première occasion.

M. BÉZY,

Médecin des hôpitaux de Toulouse.

ÉPIDÉMIE DE FIÈVRE TYPHOIDE DÉVELOPPÉE AUTOUR D'UNE USINE.

— *Séance du 23 septembre 1887.* —

Les recherches les plus récentes faites sur la fièvre typhoïde démontrent qu'il est bon de rechercher le bacille d'Eberth chaque fois que l'on se trouve en présence d'une épidémie. Ce fait est démontré par l'épidémie de Pierrefonds (Brouardel), celle de Paris (Chantemesse), celle de Belvès (Dordogne), (Marty). Je me suis trouvé il y a un an en présence d'une épidémie de ce genre ; j'ai pu découvrir la présence du bacille dans les résidus d'une distillerie placée au centre du village infecté. Je considère comme un devoir de faire connaître ces faits.

I. *Description de l'épidémie.* — Elle dura trois mois, de juillet à octobre 1886, atteignit huit personnes de neuf à cinquante ans, présenta un décès, deux cas graves, cinq cas de moyenne intensité. Le village est formé de quatre hameaux, alignés le long de la route. Deux de ces hameaux seulement ont été atteints, voisins l'un de l'autre, et représentant une population de trois cents habitants. Le premier atteint est traversé par le fossé-mère qui reçoit les résidus d'une distillerie, et le premier malade loge tout près de ce fossé ; c'est un enfant de neuf ans.

II. *Recherche du foyer.* — Longtemps avant les accidents j'avais été frappé de l'odeur infecte dégagée par ce fossé. J'en fis donc recueillir des résidus et les expédiai à M. Ch. Fabre, docteur ès sciences, attaché au laboratoire de M. Berthelot, qui voulut bien les examiner au laboratoire du Collège de France. Voici quels ont été les résultats de ses recherches dont je ne donne que les conclusions : Au point de vue chimique, on trouve de l'acide sulfhydrique, de l'acide cyanhydrique, des chlorures en quantité notable, des ammoniaques composées (methylamine, triméthylamine, etc.), enfin une quantité très notable de matières organiques. Au point de vue

de la recherche des micro-organismes, on y en trouve des quantités notables et des espèces très variées; en employant le procédé des lévigations successives préconisé par M. Chantemesse, on découvre le bacille d'Eberth. L'expérience de contrôle sur l'eau distillée qui a servi pour les lévigations, prouve que cette eau ne renferme aucun bacille. Il est donc permis de conclure que : 1° ces résidus renferment des matières organiques et des sels qui, par leurs réactions mutuelles donnent lieu à un dégagement de gaz dont la présence dans l'atmosphère constitue un milieu essentiellement insalubre; 2° parmi les nombreux micro-organismes que l'on y trouve, on peut constater la présence du bacille d'Eberth.

III. *Mesures à prendre.* — La nomenclature établie sur le tableau officiel des industries dangereuses classe les distilleries en troisième catégorie, et ne se préoccupe que du danger d'incendie. Ce classement dispense donc de l'enquête préalable ce genre d'industrie qui est cependant si dangereux. La législation la plus récente (décret du 3 mai 1886) est à peu près calquée sur le décret de 1810, et ne s'en distingue que par la classification; il y a lieu, du reste, de faire une distinction entre les distilleries d'alcool et celles où l'on fait la *rectification*, comme dans l'espèce, ces dernières donnant des résidus, appelés vinasses. Ce sont des résidus de ce genre qui ont été examinés dans le cas qui nous occupe, et dont le moindre inconvénient consiste dans l'odeur infecte qu'ils dégagent. Les lois actuelles sont-elles suffisantes pour défendre la santé publique? Nous croyons pouvoir dire : Non. Quels sont alors les moyens à prendre? C'est ce que nous allons étudier.

Nous ne demandons pas la fermeture des distilleries de mélasses, qui serait nuisible à une classe d'industriels. Il est cependant permis d'observer que, bien que la loi n'ait pas d'effet rétroactif, le tribunal peut prononcer cette fermeture à titre de dommages-intérêts, sur la réquisition du ministère public, si l'industriel a négligé de se conformer par sa faute aux arrêtés préfectoraux. (§ 4 de l'art. 14 du décret de 1810.) Mais il nous paraît utile d'obliger tous les propriétaires de distilleries où se fait la rectification à avoir dans l'usine même des cuves à désinfection dans lesquelles les vinasses séjourneront quarante-huit heures, et seront rejetées dans des canaux où l'écoulement se fera facilement. Je crois du reste que dans les usines du nord de la France, cette désinfection est ordonnée, et qu'elle se fait au moyen du sulfate de fer. Je crois que les fossés d'écoulement ne doivent pas être couverts, l'écoulement en plein air de substances désinfectées n'ayant aucun inconvénient, surtout s'il est rapide: de plus, on cons-

tatera bien plus facilement dans des fossés découverts la façon dont se fait l'écoulement et la manière dont se pratique la désinfection. Une autre précaution urgente serait la désinfection, avant le curage périodique prescrit par l'administration, des fossés-mères qui servent d'écoulement aux vinasses. Telles seraient les mesures applicables aux usines anciennes.

Quant aux établissements qui seront créés plus tard, il faudrait reviser la nomenclature des établissements insalubres. Il faudrait aussi instituer une surveillance plus effective, et des lois plus sévères rappelant aux industriels ce que les jurisconsultes appellent les obligations de voisinage, la première de ces obligations étant, à notre humble avis, de ne pas laisser diffuser autour de soi des germes de maladies épidémiques. Il faudrait, en un mot, que la loi soit faite suivant les connaissances actuelles, et non suivant celles que l'on possédait il y a soixante-dix-sept ans.

IV. *Conclusions résumées.* — Les résidus des distilleries de mélasse et autres alcools impurs (vinasses) sont un milieu de développement du bacille typhique, et donnent, par la combinaison de leurs éléments, naissance à des gaz répandant une odeur infecte et dangereuse pour la santé publique. — Pour éviter ces inconvénients, les propriétaires des usines doivent être astreints à désinfecter les vinasses dans l'intérieur même des usines. — Les fossés qui ont jusqu'à présent reçu ces résidus devront être désinfectés avant le curage. — A l'avenir, quelques modifications doivent être introduites au décret de 1810, notamment il y aura lieu de placer les distilleries de mélasse en première catégorie, et, d'une manière générale, de surveiller d'une façon plus sévère ces établissements.

M. de FERRY de LA BELLONE,

A Apt (Vaucluse).

NOUVEAU PROCÉDÉ DE RECHERCHE MÉDICO-LÉGALE DU SANG.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Au cours des opérations qui ont pour but la recherche du sang, on ne peut souvent disposer que de quantités très minimes de cette substance.

Celle-ci se trouve, d'ordinaire, répandue sur des vêtements, sur des lames ou des manches d'instruments, sur de la terre ou sur des pierres, sous forme de taches, plus ou moins bien conservées, et qui peuvent avoir subi des frottements ou des lavages propres à les faire disparaître.

Ces diverses situations de la tache nécessitent des procédés d'isolement particuliers que je ferai connaître; mais le sang étant isolé, la technique que je vais indiquer a pour but de condenser, sous un très petit volume, la plus grande partie des éléments figurés qui le constituent, afin de les pouvoir soumettre à toutes les vérifications nécessaires.

Lorsque la tache est fraîche encore, son examen immédiat au microscope, dans une goutte de sérum artificiel ou de liquide de Hayem, permet d'y reconnaître, tout de suite, la présence des globules et leur forme, car ils n'ont pas encore subi d'altérations bien profondes.

Il n'en est plus de même si la tache est desséchée et si elle est ancienne. Il est alors difficile d'y retrouver des globules et de leur faire reprendre la forme qu'ils ont perdue.

Soit une tache sèche sur du linge : on la découpe en lanières étroites dont on dissocie les filaments, avec une aiguille emmanchée bien propre, et on les place dans un petit tube de verre — un tube à granules — à la surface d'une solution de chlorure de sodium à $\frac{1}{1000}$.

Au bout de quelques heures, plus ou moins suivant la saison, c'est-à-dire suivant la température, les éléments sont désagrégés et le liquide a pris une teinte brune rosée.

A ce moment, on peut examiner au spectroscope le liquide contenu

dans le tube, en plaçant, autant que possible l'axe de celui-ci dans l'axe de l'instrument. La présence des deux raies caractéristiques d'absorption, au voisinage de la raie D de Frauhenhofer indique la présence de l'hémoglobine.

Cette constatation étant faite — et elle est précieuse en ce sens qu'elle donne la certitude de la présence du sang *sans toucher* au liquide — il importe de rechercher les globules.

Les filaments ayant été retirés, après une agitation préalable qui détache et fait tomber dans le liquide de macération les éléments désagrégés, on verse dans le tube une ou deux gouttes de solution concentrée de chloral. Il se forme très vite un précipité rose qui bientôt gagne le fond.

Quand ce précipité est bien tassé sur le fond du tube, on décante avec une pipette le liquide clair surnageant, jusqu'à ce qu'il ne reste plus que le fond. Puis, toujours avec la pipette, on porte une goutte de celui-ci, sur une lame porte-objet et on l'y étale.

La lame porte-objet, tenue entre les doigts, étant passée rapidement et à plusieurs reprises, sur la flamme d'une lampe à alcool, il se forme un coagulum rougeâtre et il se sépare, de ce coagulum, un liquide clair que l'on enlève avec du papier buvard.

Il ne reste plus alors, sur la lame porte-objet, que le coagulum étalé sous forme d'une légère et mince pellicule, on la colore avec une solution de fuchsine rouge portée sur la pellicule même, au moyen d'une pipette, puis, quand la coloration est complète, on la lave par le même moyen avec de l'eau ordinaire.

On verse ensuite, sur la pellicule, une goutte d'acide acétique diluée et on recouvre d'une lamelle.

La préparation devient immédiatement transparente et la fuchsine se fixe sur les globules qu'elle colore en rouge vif. Le microscope permet tout de suite de les observer en très grand nombre avec leur forme caractéristique.

Du sang de canard ou du sang de poulet, conservé en débris coagulés et secs depuis sept ans m'a permis de retrouver les globules ovales.

Lorsque le sang à expertiser se trouve sur des lames d'instruments, sur du parquet, sur du bois ou sur des pierres, on le râcle et on place la poussière ainsi obtenue dans un fin nouet de batiste que l'on suspend, au moyen d'un fil, dans le tube à granule, au milieu de la solution de sel marin.

Quand il est mélangé avec de la terre, la séparation des globules est plus difficile d'avec l'argile que la terre contient d'habitude et qui se précipite plus rapidement dans la solution saline.

On doit alors essayer de séparer, sùr la platine du microscope à dissection, les particules qui par leur coloration rougeâtre rappellent l'aspect du sang, et, quand on les a *triées,* les traiter par le nouet dans la solution de chlorure sodique, puis par le chloral.

Dans ce cas particulier, la recherche des cristaux d'hémine ou chlorhydrate d'hématine sera indiquée, et on se rappellera que la condition essentielle pour que la réaction se produise, c'est qu'on ait à faire à du sang sec.

En tout cas, cette réaction pourra être utiliséé comme moyen de contrôle des recherches précédentes.

Pour la réaliser, on prendra — avant tout traitement au chloral — une ou plusieurs gouttes de la solution brune rosée et on les évaporera à siccité sur la lame porte-objet, à une douce chaleur.

Sur la préparation sèche, on fait agir *à chaud sous une lamelle,* une à deux gouttes d'acide açétique cristallisable; les cristaux d'hémine ne tardent pas à se montrer, ils sont surtout fort nombreux au moment du refroidissement.

M. ANDRÉ,

A Toulouse.

DEUX CAS D'ANÉVRISMES AORTIQUES TRAITÉS PAR LES PRÉPARATIONS IODURÉES. UNE GUÉRISON. — UNE AMÉLIORATION TRÈS SENSIBLE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Depuis les remarquables travaux du docteur Huchard sur l'angine de poitrine, la médication iodurée, grâce à ses efforts, s'est vulgarisée et la pratique médicale a enfin trouvé pour ces cruelles affections, une médication héroïque, vraiment faite pour reconcilier avec la thérapeutique. Rien n'est plus instructif à cet égard que la lecture des comptes rendus de la Société médicale des hôpitaux de l'année 1887. Les discussions suscitées par M. Henri Huchard et auxquelles ont pris part des médecins éminents comme MM. Moutard-Martin, Chauffard, Guyot, Dumontpallier, etc., ont admirablement éclairé la pathogénie et le traitement des affections aortiques.

Tout récemment encore, dans un article de M. Eloy, dans la

Gazette hebdomadaire, cette intéressante question était résumée avec un talent et un charme tout particuliers.

Les hasards de la pratique m'ont permis de traiter, dans l'espace d'une année, deux malades atteints d'anévrisme aortique et d'obtenir leur guérison complète pour l'un d'eux, presque complète pour l'autre.

La première observation concerne un homme de quarante-trois ans, M. Jules A..., doreur de statues, chez lequel existaient peut-être du saturnisme et de l'alcoolisme, mais qui était indemne de rhumatisme et de syphilis. Je le vis pour la première fois dans les premiers jours de juin 1886, en consultation avec un de mes honorables confrères de la ville. Il s'agissait d'une tumeur ou plutôt d'une intumescence de la région sus-ombilicale, ayant des dimensions considérables, très-appréciables par la palpation et animée d'un battement expansif coïncidant avec la systole.

Le malade se serait, paraît-il, aperçu de son mal, sept ans auparavant. Il ressentit subitement dans une promenade, une constriction violente dans le creux épigastrique avec douleurs, crampes et nausées. La crise dura une nuit entière et ne fut pas suivie d'ictère. Il constata aussi, dès cette époque, une tuméfaction au niveau de la région sus-ombilicale. Les crises se renouvelèrent, pas d'une manière fréquente, il est vrai, surtout après les écarts de régime. Dans l'intervalle, la santé était passable. Mon très distingué confrère le docteur M..., m'ayant permis de voir le malade de temps en temps, j'acquis bientôt la conviction qu'il s'agissait bien d'une tumeur anévrismale siégeant au niveau du trépied cœliaque. La tumeur présentait une expansion générale tout à fait caractéristique; le stéthoscope faisait entendre un souffle très net, et enfin le pouls crural présentait un retard parfaitement sensible sur la systole cardiaque. Les phénomènes de compression consistaient surtout dans des troubles gastro-entéralgiques déjà signalés. L'iodure de sodium fut administré avec persévérance. Je prescrivis, en outre, des frictions iodurées, des emplâtres fondants divers et je fis exercer une compression légère sur la tumeur au moyen d'un bandage particulier. L'amélioration marcha rapidement; le mouvement d'expansion se limita, le bruit de souffle disparut et les troubles viscéraux diminuèrent parallèlement. Aujourd'hui, le malade a repris de l'enbonpoint et il peut voyager sans la moindre fatigue. On sent encore une induration très limitée au niveau du tronc cœliaque. Je considère la guérison comme définitive[1].

La seconde observation est beaucoup plus intéressante mais beaucoup plus complexe. Il s'agit d'un confrère exerçant à l'étranger et revenu à Toulouse, son pays natal, pour rétablir sa santé ébranlée.

Le 17 mai 1887, j'examinai M. B... avec le concours des docteurs Noguès et Bonnemaison. Voici les phénomènes que nous pûmes constater : A droite du sternum, vers le deuxième espace intercostal, existence d'un centre de battement distinct de celui du cœur, avec un souffle et un claquement; petitesse extrême du pouls radial droit; névralgie cervico-brachiale très intense à droite, avec les caractères mentionnés dans l'observation rédigée par le malade lui-même. Pas de phénomènes pupillaires. Battements du cœur exagérés, souffle râpeux systolique à la base. Pas de tumeur appréciable à droite du sternum; mais l'application de la main donnait la sensa-

1. J'ai revu le malade ces jours derniers et la tumeur a absolument disparu (20 février 1888).

tion d'une pulsation double à ce niveau. Des phénomènes de compression trachéo-bronchique et glottique se manifestèrent quelques jours après, mais cessèrent assez rapidement sous l'influence de la médication.

Dans la région interscapulaire, il existait un souffle râpeux beaucoup plus intense qu'en avant et qui indiquait une endoaortite caractérisée dans la portion descendante.

Ce n'est pas tout. En examinant le creux épigastrique, on voyait manifestement un soulèvement de la paroi abdominale par une tumeur volumineuse qui, à la palpation et à l'auscultation, dénotait tous les signes d'une dilatation sacciforme de l'aorte abdominale.

Notre diagnostic formel et unanime fut : anévrisme commençant de la crosse de l'aorte, dilatation du tronc cœliaque, endartérite de l'aorte thoracique [1].

Il s'agissait donc chez ce sujet d'une véritable diathèse anévrismale. Nous prescrivîmes l'iodure de sodium à la dose d'un gramme pour débuter; plus tard j'élevai la dose à 4 grammes pendant quelques jours. L'amélioration se produisit rapidement. Comme je l'ai dit tout à l'heure, des phénomènes de compression trachéo-bronchique et glottique se manifestèrent pendant quelques jours, dans le courant de juillet, à l'occasion d'un refroidissement. La toux était rauque, pénible, aboyante, mais heureusement ces symptômes alarmants cessèrent assez rapidement. J'eus la satisfaction de constater tout d'abord la disparition de la dilatation cœliaque. Plus tard, le souffle râpeux et le centre de battements du deuxième espace intercostal droit s'effacèrent et aujourd'hui il n'en reste pas de trace. Seul le souffle interscapulaire a persisté pendant longtemps, mais il a fini par s'amoindrir et aujourd'hui il est à peine appréciable. La névralgie cervico-brachiale s'est atténuée aussi d'une façon très sensible et le malade que je vois fréquemment se plaît à le constater avec un bonheur facile à comprendre. Il a presque renoncé aux injections de morphine que j'ai remplacées avec avantage par l'antipyrine.

En résumé, de tous ces graves symptômes, il ne reste que quelques douleurs cervico-brachiales, un léger souffle à la région dorsale du rachis et une certaine petitesse du pouls radial droit. J'espère que sous l'influence de l'iodure de sodium employé avec persévérance, la guérison deviendra sous peu absolue.

Notre confrère a la plus entière confiance dans cet héroïque médicament.

1. Le malade avait été traité, l'année avant, à Montevideo, par le Dr Fort (de Paris), pour un anévrisme du creux poplité. La médication employée avait été la compression au moyen d'un petit sac de plomb.

M. E. J. MOURE,

Directeur de la *Revue mensuelle de laryngologie, otologie*, etc., à Bordeaux.

CONSIDÉRATIONS CLINIQUES SUR LES TROUBLES DE LA VOIX DANS LA LARYNGITE CATARRHALE AIGUE.

— *Séance du 24 septembre 1887.* —

Les altérations de la voix dans le cours de la laryngite aiguë ont surtout été étudiées par MM. Kriskaber et Peter. Dans leur article du *Dictionnaire encyclopédique*[1], ces auteurs consacrent un assez long paragraphe à la physiologie pathologique de la phonation, énumérant les diverses altérations de la muqueuse (gonflement des cordes vocales, hypersécrétion) qui viennent entraver cet acte physiologique. Non seulement les cordes vocales sont épaissies, disent-ils, mais les muscles tenseurs ont perdu partiellement leur énergie par le fait même de leur participation à l'inflammation ; il résulte de ces conditions physiques et dynamiques que les cordes sont relâchées, inégalement tendues ou incapables de l'être, ce qui fait que la voix est rauque d'abord, puis grave par diminution de la tension, puis éteinte par abolition complète de cette tension. « L'extinction de la voix, ajoutent « encore ces auteurs, peut encore résulter d'un gonflement excessif « des cordes vocales supérieures qui s'appliquent alors sur les infé- « rieures et empêchent les vibrations de celles-ci. Enfin, les cordes « vocales gonflées, et recouvertes de mucosités se touchent par ins- « tants, des nœuds de vibration se forment, le nombre de ces vibra- « tions devient plus considérable, et, par conséquent, le son est plus « aigu. Ainsi s'expliquerait ce fait bizarre en apparence qu'on observe « parfois dans la laryngite, que la voix enrouée, rauque, change brus- « quement de ton, passe du grave à l'aigu sans transition, et prend le « timbre de la voix de fausset. »

Pour Ziemssen[2], c'est surtout le défaut de parallélisme des cordes dont le bord libre offre un bord concave, formant une glotte ouverte qui produit les principales modifications de la voix dans les inflam-

1. T. I, 2e série, p. 584.
2. *Handb. der Krank. der Operat. appar.*, t. I, 1879, p. 215.

mations aiguës de la muqueuse laryngée. Toutefois, cet auteur, dans les figures qui accompagnent sa description, mentionne la paralysie de certains muscles isolés et particulièrement de l'ary-aryténoïdien. Les dessins de Ziemssen ont été reproduits par d'autres auteurs, et particulièrement par Solis Cohen [1] et Lennox Browne [2]. Suivant Gerhardt [3], la cause de cet état serait, le plus souvent, la paralysie ou la parésie des muscles thyro-aryténoïdiens, et Morell-Mackensie [4] partage l'opinion de Ziemssen en admettant que la tension longitudinale et peut-être transversale des cordes est incomplète et probablement inégale.

Il résulte de ce court aperçu que l'opinion généralement admise pour expliquer les troubles de la voix dans le cours de la laryngite catarrhale aiguë, est l'existence soit de lésions matérielles empêchant le fonctionnement des cordes vocales, soit un trouble musculaire occasionné par l'inflammation de la muqueuse sus-jacente, trouble qui se manifesterait surtout du côté des rubans vocaux empêchant leur tension et leur juxtaposition complète au moment de l'émission du son.

La théorie des nœuds de vibration émise par Krîskaber et Peter, quoique très ingénieuse et savamment exposée, séduisante même en apparence, ne nous paraît pas confirmée par l'examen clinique du malade. En effet, si l'on examine le larynx d'un malade atteint de laryngite aiguë simple offrant les troubles si caractéristiques de la voix dans cette affection, dysphonie, raucité, passage rapide d'un registre à un autre, aphonie même dans certains cas, il nous sera facile de constater qu'à chacune de ces modifications du timbre et de la hauteur du son correspond un état pathologique à peu près spécial. La lésion n'est pas toujours unique, pas plus que les troubles de la voix ne sont constamment les mêmes. S'il est des cas où les troubles phonétiques proviennent directement du gonflement de la muqueuse vocale, il faut bien dire que, généralement, ces altérations ne s'observent que dans ce que l'on a appelé la *laryngite intense*. En effet, dans l'inflammation catarrhale simple de la muqueuse laryngienne, les signes objectifs semblent fort peu marqués et, au premier aspect, l'on s'expliquerait difficilement les troubles vocaux considérables qui résultent d'une lésion aussi légère en apparence. L'infundibulum laryngien, l'épiglotte et ses replis sont d'un rouge plus ou moins vif,

1. *Diseases of the throat and nas. passages*, 1879.
2. *The throat and its diseases*, 2e édit., Londres, 1887.
3. *Handb. der Kinderkrank. Tubingen*, 1878.
4. *Traité des mal. du larynx*, traduit par E. J. Moure et Bertier; Paris, 1882, p. 372.

mais les cordes vocales sont parfois simplement rosées, légèrement dépolies à leur surface et laiteuses. Dans les cas plus prononcés, elles peuvent même être rouges et légèrement inégales à leur surface, mais ce n'est évidemment pas dans cet état inflammatoire objectif qu'il faut chercher l'explication de la disphonie ou de la perte complète de la voix dans certains cas.

Ne sommes-nous pas habitués à voir des malades ayant des lésions matérielles des lèvres glottiques bien autrement considérables, et cependant parler d'une voix *uniformément* enrouée. Si la lésion des cordes vocales supérieures ou inférieures explique en partie la modification de la voix, l'enrouement *régulier* et uniforme, elle ne saurait fournir l'explication des divers changements qui s'opèrent d'une minute à l'autre, souvent même dans la prononciation d'une même syllabe, au cours de la laryngite aiguë. Il nous faut donc chercher ailleurs l'explication de ce phénomène et, avec les auteurs que nous avons cités, admettre l'existence d'un trouble musculaire qu'il est, du reste, facile de constater à l'examen laryngoscopique. Avec eux, nous admettrons volontiers que c'est le défaut de parallélisme des cordes vocales, leur tension irrégulière, conséquence de la parésie ou paralysie des thyro-aryténoïdiens, qui constitue une des causes des troubles phonétiques. Toutefois, si le muscle précédent, placé dans l'épaisseur des cordes vocales, est singulièrement exposé par sa situation anatomique à subir les atteintes de l'inflammation catarrhale, il en est un autre, aussi important que le précédent pour la production du son, qui se trouve lui aussi placé directement au-dessous de la muqueuse laryngienne et qui, par ce fait, offre une prise considérable aux atteintes du mal, c'est l'ary-aryténoïdien. Occupant seul la partie postérieure de l'organe vocal, rapprochant au moment où il se contracte les deux aryténoïdes l'un de l'autre, fermant en arrière la glotte inter-cartilagineuse, ce muscle offre, en effet, une surface relativement considérable et, plus facilement que tout autre il se trouve exposé, lorsque la muqueuse qui le recouvre est le siège d'une inflammation aiguë.

Or, nous savons cliniquement [1] que la paralysie isolée de ce muscle suffit pour produire l'*aphonie complète,* tandis que sa parésie occasionne une raucité plus ou moins prononcée, non seulement de la voix mais de la toux, qui prend alors le timbre croupal. Il nous sera donc assez facile de comprendre que ce muscle, presque toujours plus ou moins atteint dans la laryngite aiguë, joue un rôle très important dans

1. E. J. Moure, *Clinique sur les maladies du larynx,* Paris, 1884 (t. I, fasc. I, p. 39).

les modifications de la voix qui se produisent au cours de cette maladie. L'inflammation catarrhale de la muqueuse laryngée figure du reste dans l'étiologie de la paralysie isolée de l'ary-aryténoïdien [1], et l'un de mes élèves, M. le Dr Lecointre [2], a parfaitement insisté sur cette particularité. Aussi, tout en reconnaissant avec Mandl [3] que l'appréhension que fait éprouver au malade la sensibilité exagérée de son larynx est une cause d'aphonie, nous serons tout aussi disposé à admettre que c'est la paralysie ou la parésie de l'ary-aryténoïdien qui constitue le facteur le plus important de l'aphonie. Avec l'auteur précédent, nous expliquerons le passage rapide de la voix du grave à l'aigu par la contraction inégale des fibres musculaires de l'aryténoïdien transverse. S'il reste en partie relâché, le son est éteint, voilé ou rauque, et si brusquement il se contracte pendant l'effort exagéré, les cordes vocales se mettent en position de voix de fausset et la note sort aiguë et criarde. La contraction irrégulière des cordes vocales produit au contraire la voix bitonale, enrouée, grave; la diphtonie, même dans les cas où une mucosité visqueuse vient se fixer vers la partie moyenne des rubans vocaux, ou lorsque les thyro-aryténoïdiens se contractent d'une manière inégale. Il est du reste très facile de vérifier, par l'examen direct de l'organe, l'exactitude du fait que je viens d'avancer. Il arrive souvent qu'au moment de l'émission du son on voit les cordes vocales se rapprocher spasmodiquement, tâtonner en quelque sorte pour arriver à produire un son qui, voilé d'abord, sort ensuite très aigu, puis éteint. Dans ces cas on constate très souvent, au début, une tension anormale des cordes vocales qui arrivent à se tendre presque brusquement au moment de l'émission du son; puis subitement les deux aryténoïdes s'écartent légèrement l'un de l'autre, laissant passer l'air et occasionnant l'aphonie. L'ary-aryténoïdien, comme fatigué de cet excès de tension, se relâche soudain, empêchant alors l'émission du son. D'autres fois, c'est d'emblée que l'on voit, en arrière de l'organe vocal, le triangle glottique caractéristique de la paralysie aryténoïdienne avec l'épiglotte abaissée, comme elle l'est toujours dans ces cas. Le malade est aphone jusqu'au moment où, sous l'influence d'un effort, une contraction brusque et irrégulière vient produire un son en rapport avec l'état de la tension musculaire.

Chez les enfants il est assez habituel de voir la laryngite aiguë

1. Bosworth, *A Manual of diseases of the throat and nose*, page 340, N. York, 1881.

2. Lecoindre, *Étude sur la paralysie isolée du muscle ary-aryténoïdien*. Thèse de Bordeaux, 1882.

3. Mandl, *Traité pratique des maladies du larynx*, 1872, pages 662-63.

accompagnée non seulement de troubles vocaux mais surtout d'une voix rauque, croupale, qui effraie les parents et quelquefois le médecin. C'est encore à l'inflammation de la muqueuse postérieure du larynx qu'il faut attribuer l'existence de ce phénomène, ainsi que les accès d'oppression (spasmes) qui accompagnent très souvent cette affection. C'est l'oblitération spasmodique de la glotte intercartilagineuse qui produit les causes de suffocation chez ces petits êtres dont l'orifice antérieur est si peu développé. Plusieurs fois j'ai eu l'occasion d'examiner des enfants chez lesquels on redoutait l'existence du croup et presque toujours l'examen laryngoscopique me révélait l'existence d'une inflammation très nette de la région ary et interaryténoïdienne. Cette lésion disparue, la raucité de la toux cessait du reste aussitôt. C'est là un diagnostic différentiel qu'il est très facile de faire si l'on veut bien se donner la peine de pratiquer l'examen de l'organe vocal, lorsque la chose est possible, et elle l'est bien souvent. En résumé, basé sur des examens de malades nombreux, je crois pouvoir tirer de cette étude les conclusions suivantes :

1° Dans la laryngite catarrhale aiguë, habituelle, les troubles prononcés de la voix résultent le plus souvent de troubles musculaires que de lésions matérielles de la muqueuse vocale (gonflement, érosions, etc.);

2° Les muscles les plus souvent atteints sont les thyro-aryténoïdiens à l'ary-aryténoïdien;

3° C'est surtout la parésie ou la paralysie de l'aryténoïdien transverse qui expliquent la raucité de la voix et de la toux, et l'aphonie que l'on observe dans le cours de cette affection.

M. GILLET de GRANDMONT,

DEUX FORMES NOUVELLES DE KÉRATITE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Les deux Kératites dont je désire vous entretenir sont absolument différentes l'une de l'autre, elles n'ont point encore été décrites comme entités morbides et cependant elles méritent à tous égards d'être étudiées chacune isolément.

Ce qui m'incite à les rapprocher ici, c'est précisément leur dissemblance. Elles constituent à elles deux une antithèse marquée, grâce à laquelle leurs caractères propres ressortent plus nettement.

De ces deux Kératites l'une est celle que j'ai désignée sous le nom de *Kératite en sillons étoilés;* l'autre celle que j'ai appelée *Kératite trabéculaire.*

KÉRATITE EN SILLONS ÉTOILÉS.

Cette Kératite est superficielle, accidentelle, zymotique, irrégulière dans sa forme par rapport à la disposition des éléments anatomiques de la cornée. Dans sa forme initiale, elle apparaît sous l'aspect d'étoiles plus ou moins nombreuses, extrêmement petites, dont un fort grossissement permet de bien comprendre la disposition.

Elles sont constituées par de petites ulcérations punctiformes, sous épithéliales, du centre desquelles partent des rayons plus ou moins longs au nombre de trois à cinq qui ressemblent à des éraillures épithéliales et se terminent par une partie renflée en ampoule minuscule.

Tel est l'aspect sous lequel se présente cette Kératite, si on l'examine au début; mais peu à peu la forme se modifie; une ou plusieurs branches des étoiles s'allonge marchant au hasard à la rencontre les unes des autres, de sorte que la Kératite prend un aspect ramifié qui avait frappé certains observateurs et les avait amenés à décrire une Kératite ramifiée ou racémeuse (Hansen-Grut) ou dendritique (Emmert). La forme primitive de l'ulcération avait échappé à ces savants.

En effet, la Kératite ne conserve son aspect étoilé que quelques jours, tandis qu'elle garde celui de rameau pendant un ou plusieurs septenaires; cependant peu à peu des modifications se produisent d'abord dans l'étendue des rameaux ensuite dans la profondeur des ulcérations, enfin dans la forme des sillons. Au début, les rameaux sont aussi nettement délimités que les branches des étoiles dont ils sont les émanations; mais, progressivement, ils deviennent diffus par infiltration des tissus voisins, et la cornée prend une teinte grisâtre et se ramollit parfois jusqu'au sphacèle.

La guérison de cette Kératite est tantôt rapide, tantôt fort lente; elle est lente si une ou plusieurs ulcérations étendues envahissent la cornée et la restauration du tissu propre peut se faire attendre plusieurs semaines. Si, au contraire, l'ulcération n'atteint que l'épithelium, si l'ulcération racémeuse n'a point été suivie de sphacéle en nappe, la cicatrisation peut être obtenue en un septénaire.

Les symptômes de cette affection sont : l'injection périkératique, la photophobie, le larmoiement et les douleurs périorbitaires qui réclament souvent la série des sédatifs et des calmants : sulfate de quinine, morphine, acétanilide, antipyrine, etc. Parfois, les douleurs n'existent pas et la cicatrisation s'obtient avec la plus grande facilité par l'emploi des antiseptiques les plus simples, c'est lorsque de vastes ulcérations ne succèdent pas à la Kératite racémeuse ; dans le cas contraire, c'est aux antiseptiques plus puissants qu'il faut s'adresser. Je me suis bien trouvé de l'usage de l'iodoforme, de l'iodol, du salol ou de l'acide borique porphyrisé projeté sur la cornée.

On peut expliquer l'apparition de cette Kératite et son évolution par la pénétration de germes dans l'épaisseur de l'épithelium, qui, en se développant constituent un foyer centre de l'étoile. Bientôt ces germes prolifèrent et donnent naissance à des micro-organismes qui en se développant forment des colonies qui émigrent d'autant plus loin qu'elles sont plus vigoureuses. C'est là ce qui constitue les branches dès étoiles, que le hasard amène à la rencontre les unes des autres.

Mais, peu à peu, la migration s'arrête, soit que les micro-organismes aient perdu de leur vitalité, soit que les tissus cornéens ayant moins de résistance soient plus disposés à l'infiltration et au sphacèle. C'est ainsi que s'expliquent l'aspect louche de la cornée à la fin de la maladie et les ulcérations en nappes.

Je place sous les yeux de l'assemblée des dessins qui montrent la maladie sous tous ses divers aspects. Depuis un an environ que pour la première fois [1] j'ai observé cette Kératite étoilée j'ai pu relever cinq cas. Deux d'entre eux ont pu être suivis jusqu'à complète guérison et les diverses phases de la maladie depuis l'apparition des étoiles jusqu'aux ulcérations en nappe et à la cicatrisation absolue, en passant par les ulcérations racémeuses. Les premières figures de la planche qui accompagne ce travail montrent cette affection à tous ses degrés. En les comparant à celles que j'ai publiées dans les *Archives d'ophtalmologie* [2], on peut constater quelle forme bien spéciale et bien caractéristique présente cette maladie.

Ces reproductions que j'ai faites aussi exactes que possible favoriseront, je l'espère, les recherches de mes confrères, car cette affection est peu commune et il faut, pour la trouver, examiner à la loupe

1. La première observation de Kératite étoilée que j'ai recueillie date du 10 mai 1886 ; elle a été publiée dans les *Archives d'ophtalmologie*, septembre-octobre 1886.

2. *Loc. cit.*

toutes les Kératites au début qui ne semblent caractérisées que par une légère photophobie, une injection périkératique faible et un larmoiement insignifiant.

KÉRATITE TRABÉCULAIRE.

La *Kératite trabéculaire* est plus fréquente que la Kératite en sillons étoilés; elle est tantôt spontanée et primitive, tantôt secondaire et provoquée. Elle n'est point ulcéreuse par elle-même, mais elle peut accompagner une Kératite ulcéreuse ou suppurative.

Elle est caracterisée par l'apparition dans le tissu propre de la cornée de lignes grisâtres couchées parallèlement aux lames cornéennes et disposées parfois parallèlement les unes aux autres, parfois en manière de rayons partant d'un centre, parfois sans ordre bien précis d'entrecroisements irréguliers.

Lorsqu'il est donné d'observer le début de cette Kératite, on reconnaît l'existence de quelques petites lignes, qui ressemblent à des épines ou à des tigelles pénétrant la cornée. C'est cet aspect que j'ai voulu caractériser en désignant cette Kératite sous le nom de *Kératite trabéculaire*. Peu à peu, ces lignes ou trabécules augmentent en nombre et couvrent tout ou partie de la cornée, qui prend un aspect louche, rendu surtout manifeste par l'éclairage oblique. Cet état persiste un ou deux septénaires, rarement plus; il disparaît insensiblement en s'effaçant de plus en plus.

Cette Kératite apparaît souvent spontanément et, tantôt, la présence des trabécules constitue le seul signe extérieur de la maladie et c'est à ce titre qu'elle mérite d'être décrite comme entité morbide; tantôt elle est concomitante d'une affection de l'œil telle que Kératite parenchymateuse, iritis séreuse, Kératite avec abcès profond succédant soit à une plaie contuse, soit aux phlyctènes suppurées du zona ophtalmique. Les trabécules, dans ces cas, loin de constituer un symptôme alarmant, améliorent plutôt le pronostic; leur apparition n'est, en tout cas, que le témoignage d'une gêne dans la circulation lymphatique de la cornée.

Enfin, la Kératite trabéculaire est consécutive aux opérations, qui se pratiquent sur la cornée et qui ont pour but ou pour résultat de séparer une partie de son limbe de la portion correspondante de la sclérotique. Telles sont les opérations de sclérotomie, d'iridectomie et de cataracte. Si l'on veut bien examiner les opérés à l'éclairage oblique, on constatera le plus souvent que dès le troisième ou le quatrième jour la cornée est infiltrée de trabécules disposés parallèle-

ment entr'eux et perpendiculairement ou même normalement à la section de la Kératotomie.

Ainsi que je l'ai dit, la Kératite trabéculaire secondaire n'aggrave pas le pronostic, de même on ne saurait considérer la trabéculaire primitive comme une maladie grave.

En effet, cette affection cède aisément à toute médication destinée à favoriser la circulation lymphatique de la cornée, telle est l'évacuation de l'humeur acqueuse qui, amenant la décompression des lames de la cornée, favorise la circulation des leucocytes en même temps qu'elle produit le dégagement de l'angle irien par suite du resserrement de la pupille; telle est aussi la péritomie, qui favorise la circulation en retour, laquelle se fait par les couches profondes de la cornée et qui entrave la circulation d'apport qui a lieu par les parties les plus superficielles de cette même membrane. Je n'énumère point ici tous les moyens (pommades, poudres, collyres) dont nous disposons pour activer l'irritabilité de la cornée.

L'apparition des trabécules dans l'épaisseur des lames de la cornée n'a rien que de physiologique; elle est due à l'infiltration par les leucocytes des canaux lymphatiques constitués par les tubes cornéens si bien étudiés par Bowman. C'est ce qui explique pourquoi la kératite trabéculaire apparaît chaque fois que l'on a pratiqué sur la cornée une section qui entrave la circulation des leucocytes. C'est ce qui explique aussi comment toute modification favorisant cette circulation fait disparaître les trabécules.

Je ne parle ici que pour mémoire des kératites trabéculaires artificielles que j'ai obtenues en injectant dans des cornées de la vaseline liquide[1].

Je place sous les yeux de la Section des dessins qui représentent la plupart des formes de kératite trabéculaire primitive ou secondaire. Ces reproductions, que j'ai cherché à rendre aussi conformes que possible à la réalité, fixeront bien dans l'esprit l'aspect de ces trabécules que l'on trouvera à chaque pas dans nos cliniques, lorsqu'on voudra bien les chercher avec soin au moyen de l'éclairage oblique.

1. *Bulletin de la Société française d'ophtalmologie*, année 1887.

M. GRASSET,

Professeur à la Faculté de médecine de Montpellier.

DE L'INSPIRATION SACCADÉE RYTHMIQUE AU CŒUR.

— Séance du 24 septembre 1887. —

M. Grasset veut attirer l'attention sur un symptôme insuffisamment étudié jusqu'à présent : *L'inspiration saccadée rythmique au cœur* ou *synchrone aux contractions cardiaques*.

L'historique est très court et très pauvre en documents sérieux. Dans une première période on étudie, après Raciborski, la respiration saccadée et on discute sa valeur seméiologique dans la tuberculose au début ; mais il n'est pas question du rythme que nous étudions. Dans une deuxième période, Potain et ses élèves étudient les bruits extra-cardiaques ; mais ils ne séparent pas ce bruit particulier qui fait une classe à part.

C'est seulement en 1877 que Potain attire nettement l'attention sur ce symptôme dans un mémoire, malheureusement resté inachevé, qui pose le problème sans le résoudre. Depuis lors, les divers auteurs ont reproduit ce que Potain avait dit sans le compléter et ont accentué une tendance très marquée à faire de cette inspiration rythmique un signe de prédisposition plutôt cardiaque que pulmonaire.

M. Grasset fait l'étude clinique de ce symptôme d'après douze observations qu'il a recueillies (les cas sont beaucoup plus fréquents dans la clientèle qu'à l'hôpital).

Le lieu d'élection de ce signe est le sommet gauche ou, plus exactement, le long du bord gauche du sternum, au niveau des deuxième et troisième espaces intercostaux. Mais ce n'est pas là le siège exclusif : on l'entend aussi parfois dans tout le sommet gauche et même dans le poumon droit.

Chez ces malades, l'inspiration, au lieu de se faire régulièrement en un seul temps, est saccadée en deux, plus ordinairement en trois temps, nettement séparés. Si, en même temps qu'on ausculte, on met la main sur le pouls, on voit que ces saccades sont rythmiques aux contractions cardiaques. Le plus souvent même on n'a pas besoin de

mettre la main sur le pouls; on entend à la fois la respiration et le cœur et on constate aisément que les saccades de l'inspiration et les systoles du cœur sont synchrones.

Voilà le symptôme dans sa partie essentielle. Pour le bien percevoir, il est bon de laisser le sujet respirer naturellement. S'il force volontairement sa respiration, les saccades peuvent disparaître et disparaissent le plus souvent.

Dans un certain nombre de cas (quatre sur douze), le phénomène est complété par un léger souffle, toujours synchrone à la systole cardiaque, qui ne se produit qu'à la fin de l'expiration. Le siège ordinaire de ce souffle est souvent situé plus à gauche, plus en dehors que celui des saccades inspiratoires.

Quand le symptôme est complet, il est donc constitué par *trois saccades systoliques de l'inspiration et deux souffles systoliques légers à la fin de l'expiration;* mais le symptôme n'est pas toujours aussi complet et le premier de ces deux éléments suffit à le constituer.

Il y a donc là un symptôme bien défini, facile à constater et à analyser cliniquement, dont on a le droit de rechercher la valeur séméiologique.

Sept des douze malades de M. Grasset étaient tuberculeux. Ce n'est cependant pas nécessairement un signe de tuberculose. Chez deux, la lésion tuberculeuse commençait au sommet gauche et on pouvait rattacher directement le symptôme à cette lésion. Mais, chez les trois autres, la tuberculose était à droite et il n'y avait sous la clavicule gauche aucun signe d'invasion. Chez un sixième, la tuberculose, primitivement à droite, envahit le côté gauche ultérieurement et le symptôme, nettement constaté à gauche pendant que le poumon droit était seul malade, disparut quand le poumon gauche fut positivement atteint. Enfin chez le septième tuberculeux il n'y avait rien à gauche, il y avait une caverne au sommet droit et c'est à droite, au-dessous de la caverne, que l'on percevait l'inspiration saccadée rythmique au cœur.

Ce serait donc chez les tuberculeux un signe ou d'imminence tuberculeuse ou d'altération absolument au début.

D'autre part, dans cinq cas, il n'y avait aucun signe de tuberculose (la recherche des bacilles, faite chez trois de ces cinq malades, a donné des résultats négatifs); mais ils étaient tous anémiques et particulièrement faibles de l'appareil respiratoire.

Deux avaient de l'herpétisme et des granulations pharyngo-laryngées, un de l'arthritisme et des rhumes fréquents, un autre un kyste hydatique du foie avec anémie profonde, le dernier un épanchement pleurétique. Chez celui-ci, l'épanchement qui était à droite a complè-

tement guéri et on a vu le symptôme disparaître pendant la convalescence.

Chez aucun de ces malades il n'y avait de signe de lésion cardiaque.

Quoique le nombre des faits observés soit petit, on peut en tirer quelques déductions cliniques.

L'inspiration saccadée rythmique au cœur ou synchrone aux contractions cardiaques n'est pas nécessairement un signe de tuberculose, même commençante; ce n'est pas non plus un signe de cardiopathie, même au début. C'est un signe de prédisposition plutôt pulmonaire que cardiaque, c'est un signe de faiblesse respiratoire.

Ce symptôme donne des indications du même genre que celles de la spirométrie. Quand il existe, il prouve que la force d'inspiration est peu développée chez le sujet et ne suffit pas à faire disparaître et à annuler l'influence mécanique de l'appareil circulatoire voisin. En respirant fort, les sujets font disparaître le symptôme, c'est-à-dire qu'ils ont besoin d'un effort volontaire pour inspirer avec l'énergie normale.

M. ARNOZAN,

A Bordeaux.

SUR LES RELATIONS ENTRE LES AFFECTIONS CUTANÉES DU NEZ ET LES AFFECTIONS PROFONDES DES FOSSES NASALES.

— Séance du 28 septembre 1887. —

Les affections cutanées du nez, et en particulier du lobule, se font souvent remarquer par une ténacité désespérante (acné, érythème, séborrhée), et leur traitement, riche en moyens variés, est souvent inefficace. Cela tient à ce que les causes ordinairement attribuées à ces affections sont assez vaguement définies (diathèses, troubles de la circulation des extrémités périphériques, dyspepsie, etc.). Sans méconnaître l'influence réelle de ces causes, il nous a semblé que l'on pouvait, dans certains cas, en invoquer une de plus : les affections profondes des fosses nasales qui, en dehors de toute continuité, peuvent se compliquer de lésions cutanées du lobule ou des ailes. Voici, en résumé, quelques-uns des faits sur lesquels nous nous appuyons :

1° Une dame d'une trentaine d'années présente depuis quatre ans un coryza chronique ; il y a deux ans, elle a vu son nez rougir d'abord d'une façon intermittente, puis d'une façon continue ; enfin, il y a un an, cet érythème s'est couvert de pustules d'acné et l'éruption acnéique est dès lors en activité, le coryza ayant d'ailleurs conservé son acuité.

2° Une seconde dame, d'une trentaine d'années également, présente depuis longtemps une inflammation de la région postérieure des fosses nasales. Son nez rougit avec la plus extrême facilité, et à ce moment, elle y ressent une sensation pénible de chaleur. Or, toutes les fois que l'inflammation rétro-nasale s'exagère, la rougeur et la chaleur du nez augmentent en même temps.

3° Une jeune fille (dix-huit ans), a le nez bouffi, tuméfié, recouvert de pustules d'acné et criblé de gros comédons. En même temps, elle a une sécrétion nasale abondante et fétide. Sans rien tenter contre la lésion externe, nous soumettons la malade à des injections nasales détersives ; la sécrétion muco-purulente diminue, et, en même temps, on voit le nez s'amoindrir et reprendre des dimensions acceptables. L'acné persiste encore, mais le fait est encore récent, et d'ailleurs l'amélioration est en voie de progression.

En résumé, soit par la succession des affections, soit par la simultanéité des excerbations, soit par l'influence du traitement, nous constatons dans ces trois cas l'action causale des affections de la muqueuse de Schneider sur les lésions cutanées du lobule.

Peut-on s'expliquer ce rapport pathogénique ? D'abord, il ne saurait être question de propagation de l'inflammation par continuité ; elle n'existe pas dans les faits que nous citons. Les irritations mécaniques du lobule par l'action répétée de se moucher, par la difficulté de pénétration de l'air dans les fosses nasales, peuvent se rencontrer quelquefois ; mais elles manquent absolument dans deux de nos cas, et sont tout à fait accessoires dans le troisième. Peut-être pourrait-on songer à l'influence des communications vasculaires et nerveuses entre le nez et les fosses nasales. Le filet naso-lobaire qui est bien connu, l'artère et la veine naso-lobaires sur lesquelles les auteurs classiques insistent peu, mais que François-Franck a bien décrits dans sa thèse inaugurale (1875), établissent des communications importantes entre la cavité muqueuse et la surface externe. L'action réflexe, l'artérite, au besoin la névrite, seraient-elles les moyens d'action qui font succéder les affections l'une à l'autre ? Nous posons la question sans la résoudre. Mais, pour nous arrêter aux faits positifs, nous nous bornerons aux conclusions suivantes :

1° Il peut exister un rapport de cause à effet entre les affections profondes et les affections superficielles du nez ; 2° l'exploration des fosses nasales et le traitement, s'il y a lieu, de leur inflammation ou de leurs ulcérations chroniques, seront la règle dans le traitement des lésions cutanées du nez.

M. E. RÉGIS.

Ancien chef de clinique des maladies mentales à la Faculté de médecine de Paris,
à Bouscat (Gironde).

UN CAS DE MALADIE DE DUPUYTREN DANS LA PARALYSIE GÉNÉRALE PROGRESSIVE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

On a donné comme on sait le nom de maladie de Dupuytren à une affection bizarre, plus spécialement caractérisée par la production au niveau des tendons des muscles fléchisseurs des membres, mais surtout dans la paume de la main, de brides saillantes amenant peu à peu la rétraction des parties.

Cette affection, considérée tout d'abord comme d'origine purement locale et traumatique, tend à être regardée aujourd'hui comme la manifestation d'un état général, qui serait presque toujours l'arthritisme. C'est l'avis du Dr Costilhes (*Thèse*, Paris 1885) et plus encore celui de M. Ch. Amat, qui a cité une intéressante observation à l'appui de cette opinion. (*Gazette médicale de Paris*, 1886.)

Voici un fait qui ne peut laisser, non plus, aucun doute à cet égard. Il offre ceci de particulier qu'il a trait à un sujet atteint de paralysie générale, coïncidence qui n'a pas encore été signalée, croyons-nous, jusqu'à ce jour. Il présente, en outre, plusieurs autres points spéciaux qui méritent d'être relevés.

Observation.— M. R..., cinquante-six ans, courtier en vins dégustateur, est admis le 3 juin 1885 dans la maison de santé. Il présente tous les symptômes d'une paralysie générale progressive : affaiblissement intellectuel, inconscience, excitation, délire des grandeurs absurde et incohérent; inégalité des pupilles, tremblements fibrillaires, embarras de la parole, parésie musculaire commençante.

Je constate chez lui, entre autres choses, l'existence dans la paume de la main droite de brides saillantes qui ont assez fortement rétracté l'annulaire. Ces brides, qui datent d'une dizaine d'années, sont très limitées et depuis longtemps n'ont subi aucune modification appréciable. Elles sont constituées par une adhérence très nette entre la peau et l'aponévrose sur la longueur du quatrième métacarpien. C'est comme une espèce de cordon dur, noueux, légèrement bosselé en raison des inégalités que présente l'adhérence en ses divers points. Sur certains d'entre eux, en effet, la peau est profondément rétractée vers les tissus sous-jacents, d'où résultent de petites

dépressions d'aspect ridé. La dépression la plus apparente est située exactement au niveau du premier pli de flexion de la main et elle forme là comme une espèce de foramen ou de petit trou borgne. La rétraction de l'annulaire est assez prononcée pour maintenir constamment le doigt dans une demi-flexion et pour empêcher son redressement, même lorsqu'on le tente avec effort. Les autres doigts sont parfaitement libres. La main gauche et les membres inférieurs sont indemnes d'altérations de ce genre.

Il s'agit bien là, comme on le voit, d'une rétraction de l'aponévrose palmaire ou maladie de Dupuytren. Je n'avais pas prêté tout d'abord grande attention à cette particularité; mais après avoir lu l'article de M. Amat, je m'y intéressai de plus près et j'essayai de reconstituer du mieux possible le passé du malade. Voici, en substance, les renseignements qui me furent fournis :

Le père de M. R... est mort d'une attaque de paralysie à l'âge de quarante-cinq ans; il était hémorrhoïdaire, arthritique et congestif. La mère est vivante, elle est âgée actuellement de quatre-vingt-quatre ans.

La sœur est bien portante.

Le frère est profondément arthritique. Il est sujet à des accès de goutte de forme habituellement viscérale, caractérisés surtout par de brusques poussées congestives vers les poumons. Fait intéressant à noter, il présente comme son frère une *rétraction palmaire* très apparente.

Quant au malade, il a toujours été, lui aussi, d'un tempérament fortement arthritique. Il a eu pendant fort longtemps des hémorrhoïdes et depuis de longues années il souffrait d'une constipation tellement opiniâtre que c'était pour lui un véritable supplice d'aller à la garde-robe. Aussi avait-il pris l'habitude de s'aider d'un lavement d'eau froide tous les matins. On ne sait s'il a eu la syphilis, mais il l'a toujours nié, et ses enfants n'en portent aucune trace. Bien que dégustateur de profession et vivant bien, il n'a jamais présenté non plus aucun signe d'alcoolisme.

Il a eu sa première attaque de goutte en 1872, dans le pied droit. Depuis ce temps, il en a eu d'autres à différentes reprises; c'étaient des crises subaiguës durant de trois à quatre jours. Il était également sujet, par intervalles, à de grandes sueurs profuses du thorax suivies de phénomènes de congestion viscérale et en particulier de congestions du poumon. Ces sueurs locales affectaient aussi parfois la paume des mains et le visage, surtout le nez qui est devenu peu à peu le siège d'une éruption acnéiforme tout à fait caractéristique.

En 1877, M. R... eut une paralysie de l'œil droit qui dura quelques mois et disparut toute seule, sans traitement. En 1884, cette paralysie survint à nouveau et le malade fut traité par M. le professeur Badal. Voici quelques indications sommaires que cet éminent praticien a bien voulu relever pour moi sur ses notes de cette époque :

« Depuis un mois, paralysie de la troisième paire droite affectant toutes les branches, mais particulièrement celles du droit interne. Ptosis léger, mydriase. Cette paralysie est survenue sans cause connue et sans avoir été précédée de maux de tête. Contrariétés récentes. Quelques nodosités aux articulations phalangiennes. Pas de signes d'ataxie. Syphilis (?). »

Sous l'influence du traitement, l'affection oculaire s'améliora, mais sans guérir d'une façon complète et plus tard, durant le cours de la paralysie générale, le strabisme reparut à chaque crise congestive.

Les premiers signes de méningo-encéphalite se manifestèrent vers la fin de l'année 1884, et au bout de quelques mois, ils avaient fait de tels progrès que l'internement fut jugé nécessaire.

La paralysie générale suivit une marche normale et M. R... mourut chez lui d'accidents intestinaux au mois de novembre 1886.

Durant son séjour dans la maison de santé il fut pris, à différents intervalles, d'attaques épileptiformes. Ces attaques qui, au point de vue des caractères cliniques, ne différaient en rien de celles qu'on observe communément dans la paralysie générale, s'accompagnèrent cependant de certains phénomènes particuliers. Ainsi, chaque fois qu'elles éclatèrent, elles furent précédées comme d'un prodrome par une transpiration extrêmement abondante au niveau de la poitrine; transpiration telle que le linge et les vêtements du malade étaient comme trempés dans l'eau. En outre, dans chaque attaque, véritable état de mal comprenant jusqu'à trente et quarante reprises d'accès, les convulsions furent toujours exclusivement localisées dans le côté droit, particulièrement dans le membre supérieur. L'ictus passé, le malade devenait pendant quelques jours paraphasique mais surtout paragraphique et son écriture, dont j'ai conservé des spécimens, offrait les mêmes caractères que celle du sujet dont j'ai récemment publié l'observation. (*Gazette médicale de Paris*. 1885.)-Enfin, régulièrement après chacune de ces attaques, M. R... était pris de congestion pulmonaire plus ou moins intense avec toux et sueurs profuses. Une fois même, les crises épileptiformes manquèrent et il ne présenta de cet ensemble symptomatique que la transpiration excessive du début et la congestion pulmonaire finale.

Telles sont les principales particularités de l'observation. Elle nous paraît intéressante à plusieurs points de vue.

En premier lieu, elle constitue un exemple remarquable de l'origine goutteuse de la maladie de Dupuytren. Non seulement, en effet, le malade était arthritique, mais encore il avait des goutteux dans sa famille et, chose curieuse, son frère présentait comme lui de la rétraction palmaire. (Parmi les faits nombreux relatés par M. Costilhes, il s'en trouve deux ou trois d'hérédité de ce genre.)

Mais c'est surtout au point de vue des rapports encore mal connus de l'arthritisme et de la paralysie générale que le fait se recommande à l'attention. Voici, en effet, un malade pris d'abord de crises de goutte dans le pied *droit*, puis de rétraction palmaire de la main *droite*, enfin de paralysie de l'œil *droit*. Atteint un peu plus tard de paralysie générale, il présente des attaques épileptiformes à convulsions localisées dans le côté *droit*, précédées et suivies de sueurs profuses et de congestions pulmonaires identiques à celles qui relevaient exclusivement, autrefois, de son arthritisme. Il est impossible de ne pas voir dans cette succession de phénomènes et en particulier dans la réunion chronologique des deux ordres de symptômes et dans leur localisation dans un même côté du corps une connexion, allant presque jusqu'à la fusion, des manifestations goutteuses et de celles de la maladie cérébrale. On en arrive ainsi à se demander si cette dernière n'a pas été produite ou simplement favorisée par la diathèse préexistante. Bien des raisons sembleraient rendre cette hypothèse

au moins plausible. Sans aller jusqu'à l'admettre, nous nous bornerons à conclure des particularités saillantes de cette observation à la réalité d'une parenté morbide déjà admise dans une certaine mesure, et que de nouveaux faits ne manqueront pas, certainement, de confirmer et d'élucider de plus en plus.

M. PINEAU,

Du Château d'Oleron (Charente-Inférieure).

TROIS GROSSES PIERRES PRÉPUTIALES DANS UN ANCIEN PHIMOSIS.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Le 15 juin dernier j'étais appelé auprès d'un pauvre cul-de-jatte, se traînant comme se tenant accroupi perpétuellement sur ses membres inférieurs impotents. C'est un jeune homme de trente-deux ans, intelligent, adroit, passant sa vie à divers ouvrages d'intérieur, notamment à la confection des filets de pêche. D'ailleurs de santé excellente et sans autres antécédents acquis ou héréditaires que la paralysie spinale infantile qui l'a mis en cet état. C'est, en effet, à l'âge de trois ans que, par un arrêt du développement des membres inférieurs, il a graduellement perdu l'usage de ceux-ci. Les fémurs, les tibias n'ont point subi les torsions rachitiques, ils sont droits mais de volume exigu, sans aucun rapport avec le squelette des parties supérieures du corps. De plus, certains groupes musculaires de ces mêmes membres inférieurs sont notablement plus atrophiés que d'autres et certains mouvements sont flasques, d'autres complètement impossibles ; enfin, pour ne pas prolonger ces détails, qui n'ont aucune relation sans doute avec le cas dont il s'agit, le genou gauche s'est luxé spontanément en arrière depuis l'enfance.

Entre ces lésions et un phimosis très étroit qui date de longues années — le malade ne saurait préciser — y a-t-il une relation ou ce phimosis est-il simplement fortuit ? Quoi qu'il en soit, depuis quatre ou cinq ans, le bout de la verge est devenu tuméfié, douloureux, la miction difficile de mois en mois davantage. Actuellement, l'urine ne s'échappe plus que goutte à goutte, elle est trouble, brûlante, les

aînes, le périnée sont excoriés, la vessie toujours distendue. L'urine ne s'écoule plus que par regorgement et une fièvre lente, tenace, menaçante est allumée depuis plus de deux semaines. La partie est non seulement volumineuse, renflée ovoïdement en battant de cloche, de la grosseur d'un gros œuf de pigeon, mais elle est dure, pierreuse, et un stylet introduit par l'orifice frotte sur des concrétions qui s'effritent de calcaire ammoniaco-magnésien. Le malade était décidé à en finir; je reviens le lendemain dans la pensée de râcler l'intérieur de ce prépuce, espérant en détacher facilement ces volumineuses concrétions.

Le 16 juin j'étais donc de nouveau auprès de lui et, après une injection hypodermique de chlorhydrate de cocaïne sur le dos de la verge, je me mis en devoir, après une légère incision, de détacher ces plâtras... Malheureusement cela n'était point si facile que je l'avais supposé, et ce ne fut qu'après deux larges débridements, et en m'aidant de la spatule comme levier, que je pus dissocier et extraire les trois calculs que j'ai l'honneur de faire passer sous les yeux de la section :

Ils sont de calcaire ammoniaco-magnésien grossièrement arrondis d'un côté, rugueux, villeux par implantation dans la muqueuse préputiale phlogosée; ils présentent de l'autre côté chacun deux facettes d'usure mutuelle par lesquels ils s'engrenaient les uns dans les autres. C'est entre ces plans très serrés et sinueux que l'urine devait s'écouler. Ensemble, ils pèsent 23 grammes; étant donnée la légèreté de leur substance, cela représente le volume d'une grosse noix. Au reste, tant est rare un tel volume pour un pareil gisement, je songe à les offrir au musée Civiale de l'hôpital-Necker.

Les suites de l'opération, qui avait été cependant particulièrement longue et pénible, furent extrêmement simples. Le thermomètre ne s'éleva pas un seul instant, et le 4 juillet la guérison des incisions était complète.

Le pansement consista en poudre d'iodoforme et mèches phéniquées pour s'opposer à une réunion par première intention qui n'aurait pas manqué de reformer, plus serré encore qu'avant, le phimosis auquel il fallait remédier.

M. FAUVELLE,

DES SIGNES DE L'HOMICIDE PAR SUFFOCATION.

— Séance du 26 septembre 1887. —

En médecine légale, comme en médecine ordinaire, les circonstances de fait dominent presque toujours les règles générales et les considérations théoriques que l'on a cru pouvoir tirer d'un nombre plus ou moins considérable d'observations. Ces règles et ces théories ne doivent donc être acceptées que sous bénéfice d'inventaire.

On en trouve un exemple frappant dans le rôle prépondérant qu'A. Tardieu a cru devoir faire jouer aux ecchymoses sous-pleurales et sous-péricardiques dans la mort par suffocation. Aujourd'hui, il est bien démontré que ces petites extravasations sanguines peuvent se rencontrer dans des circonstances diverses et que leur seule présence ne peut permettre d'affirmer qu'il y a eu homicide. Néanmoins elles constituent un signe important, qui doit engager le médecin légiste à rechercher tout d'abord si un obstacle quelconque ne s'est pas opposé à l'accès de l'air dans les poumons, soit au moment de la mort, soit quelque temps auparavant. Je dis quelque temps auparavant, car je les ai trouvées encore bien distinctes chez un vieillard du Dépôt de Mendicité de l'Aisne, ayant succombé à une hémorragie méningée, huit à dix jours après une suffocation incomplète, causée par le séjour momentané d'un fragment de pomme de terre dans le pharynx.

La suffocation est un genre d'asphyxie dans lequel l'obstacle mécanique à l'arrivée de l'air dans le poumon, est le seul élément morbide.

Cette définition, que j'emprunte à M. Tourde, indique bien la marche à suivre dans les recherches relatives à ce genre d'homicide. Il faut d'abord constater l'asphyxie, puis signaler les signes spéciaux qui peuvent la caractériser, ensuite indiquer le siège de l'obstacle à l'accès de l'air, et enfin préciser, s'il est possible, la nature de l'instrument qui a joué ce rôle.

Durant une pratique médico-légale de vingt années (1858-1878), j'ai fait l'autopsie de trente-quatre individus ayant succombé à la suffocation. Vingt fois il y a eu des signes évidents d'occlusion de la bouche et du nez, sept fois compression du larynx et de la trachée, trois

fois pression violente sur la poitrine et l'abdomen, une fois enfouissement; enfin, dans trois cas, malgré des caractères évidents d'asphyxie et la présence d'ecchymoses sous-pleurales, l'absence de toute trace de violence m'a empêché de conclure qu'il y ait eu homicide.

Mon intention n'est pas de rapporter tout au long ces observations; je me contenterai d'indiquer les signes sur lesquels j'ai basé mes conclusions, en appelant spécialement l'attention de mes collègues sur les caractères anatomiques que m'ont présentés l'occlusion de la bouche et du nez et la compression du larynx et de la trachée à la partie antérieure du cou.

Dans aucun cas les preuves matérielles de l'*asphyxie* n'ont fait défaut; mais celle qui m'a paru le plus constant est la présence d'un sang noir et plus ou moins fluide dans les cavités droites du cœur et dans les gros vaisseaux qui en émanent, coïncidant avec une vacuité complète des cavités gauches. Même après l'infiltration cadavérique des liquides, ce caractère peut encore être induit de la couleur brun foncé des parois du cœur droit, qui tranche avec la teinte pâle de celle du cœur gauche.

Toujours j'ai rencontré des *ecchymoses* sous les plèvres, sous le péricarde et même souvent sous le péritoine, spécialement dans la région du foie. Celles qu'on a signalées sur le péricrâne et à la surface du thymus chez les nouveau-nés, ont rarement manqué. Quel que soit le nombre de ces ecchymoses, les régions sur lesquelles je les ai constatées étaient toujours le siège d'une injection superficielle des capillaires. Quoi qu'on en ait dit, ces petits épanchements sanguins peuvent se rencontrer sous la plèvre pariétale; j'en ai trouvé une fois sur la convexité du diaphragme et une autre sur les côtes, dans le voisinage de la colonne vertébrale. Enfin, la muqueuse de l'arbre respiratoire était le plus souvent injectée jusqu'au voisinage de l'épiglotte.

Si j'avais à donner mon avis sur la cause de tous ces désordres, je dirais que l'absence du renouvellement de l'air dans les poumons paraît rendre ces organes imperméables au sang venant du ventricule droit. Néanmoins, comme la tunique musculaire des artères de la grande circulation vide à peu près complètement ces vaisseaux, il en résulte une pléthore veineuse qui se transmet au réseau capillaire dont les parois dilatées peuvent se rompre en certains endroits. Si, dans la pendaison ou la strangulation par un lien circulaire, les ecchymoses sous-séreuses font souvent défaut (je ne les ai jamais rencontrées), cela doit tenir à l'oblitération des vaisseaux qui, retenant le sang dans l'extrémité céphalique diminue d'autant la pléthore thoracique et abdominale. J'appelle l'attention sur cette

explication toute mécanique, qui, si elle était confirmée, rendrait compte de la constance presque absolue des ecchymoses dans la suffocation simple. Du reste, leur production peut aussi dépendre de l'état de la circulation générale, de la force de résistance de la tunique des capillaires et aussi de la plus ou moins grande quantité de sang possédée par le sujet en observation.

Je vais maintenant passer en revue les divers points sur lesquels on peut trouver les traces de l'obstacle qui a interrompu l'accès de l'air dans les poumons.

1° *Occlusion de la bouche et du nez.* — Dans les vingt observations que j'ai recueillies à ce sujet, il s'agissait toujours de nouveau-nés. Dans son *Étude médico-légale sur l'Infanticide* (1868, page 119), Tardieu traite, à mon avis, cette question d'une façon beaucoup trop légère ; ce qui s'explique facilement, puisque dans sa pensée les ecchymoses sous-pleurales suffisent pour établir la conviction.

Il attribue tout d'abord une importance considérable à l'aplatissement du nez et des lèvres, qui ne persiste, suivant lui, que lorsqu'il a eu lieu pendant la vie. Rien dans mes observations personnelles ne me permet de partager cette manière de voir. Je n'ai constaté d'aplatissement que lorsque le cadavre avait subi des pressions. Tout le monde sait, en effet, qu'au bout de vingt-quatre ou de quarante-huit heures le corps d'un tout jeune enfant semble fait de cire molle et conserve facilement toutes les empreintes.

Tardieu ajoute, p. 120 : « La teinte bleuâtre que prennent aisément et très vite l'extrémité du nez et les lèvres du petit cadavre, peuvent induire en erreur, si l'on n'a soin de s'assurer, par l'incision de la peau et du tissu cellulaire, de la présence du sang extravasé. » Le conseil est excellent, mais les extravasations sanguines sont très rares : je ne les ai rencontrées qu'une fois sur vingt. Ce fait s'explique par la densité considérable du derme et du tissu conjonctif sous-cutané de toute la région, y compris le bord alvéolaire des mâchoires.

Mais si les tissus sont très denses, ils ont en même temps une vascularisation très riche. Or, une pression énergique et suffisamment prolongée, exercée sur la bouche et le nez, en expulse le sang et paralyse les cellules contractiles des capillaires, qui se remplissent et se dilatent, même après la mort, sous l'influence des contractions ultimes des artères de différents calibres. L'arrêt de la circulation laisse les vaisseaux en l'état, et les incisions montrent dans les tissus une rougeur caractéristique exactement limitée aux parties comprimées. On peut donc y voir l'empreinte des doigts : mais quoi qu'en

dise Tardieu, ce fait est très rare, car le plus souvent c'est la paume de la main qui est employée. Une seule fois j'ai vu sur le bord du maxillaire inférieur l'empreinte du pouce, qui, pendant la compression criminelle, maintenait les mâchoires rapprochées. C'est qu'en effet pendant cette manœuvre la bouche s'entrouvre et le menton fuit; ce qui fait que les traces rouges sont toujours plus marquées au nez, à la lèvre supérieure et au bord alvéolaire sous-jacent. La teinte foncée de la muqueuse gingivale de la région des incisives et des canines, tranche sur la pâleur du reste des arcades dentaires.

Je m'étonne que ce dernier signe n'ait pas encore été mentionné; sa constance lui donne cependant une grande valeur. Il s'explique naturellement par ce fait que ce sont les maxillaires qui font la contre-pression. Il est d'autant plus accentué que la violence a été plus grande. En effet, dans le seul cas où j'ai constaté de véritables extravasations sanguines par suite de la déchirure des tissus, les sacs dentaires des incisives supérieures étaient écrasés dans la gouttière alvéolaire.

Comme je l'ai dit plus haut; j'ai toujours vu l'occlusion de la bouche et du nez pratiquée avec la paume de la main et non avec les doigts; aussi, les six fois où j'ai rencontré des égratignures pouvant être attribuées à des ongles, elles siégeaient aux yeux, à la racine du nez et dans la région des masséters.

Dans deux infanticides seulement l'occlusion des orifices des voies respiratoires a eu lieu par l'intermédiaire d'un corps étranger : oreiller et matelas. Dans le premier cas, des mains souillées de sang avaient comprimé violemment l'oreiller sur la bouche et le nez; néanmoins, les traces de cette violence étaient très visibles. Il en était de même dans la seconde observation. La mère, couchée sur un matelas très mince, avait placé la tête de l'enfant sous son siège pendant un temps suffisamment long pour que mort s'en suive; aussi la dilatation caractéristique des capillaires s'étendait au front et à la saillie des os malaires. Dans ces deux expertises, il m'a été possible de reconstruire la scène du crime à l'aide des souillures laissées sur les objets en question, d'une part, par l'auteur de l'homicide, et, de l'autre, par le fœtus recouvert de son enduit sébacé plus ou moins sanguinolent.

2° *Corps étrangers du pharynx.* — Je n'ai jamais été appelé à constater judiciairement l'homicide par suffocation à l'aide de l'introduction de corps étrangers dans la bouche et le pharynx; mais, comme médecin du Dépôt de mendicité de l'Aisne, j'ai souvent eu occasion d'observer ce genre de mort chez les vieillards privés de dents. La violence faisant défaut, la présence du corps étranger affirmait seule

la suffocation, rendue probable par les signes de l'asphyxie et les ecchymoses sous-pleurales qui ne firent jamais défaut.

3° *Compression du larynx et de la trachée.* — Ici quelques explications préalables sont nécessaires, car la plupart des auteurs ont rangé ce genre de mort dans la strangulation.

Je ne puis partager cette opinion pour deux raisons. La première, c'est que la compression du tube aérien n'introduit aucun autre élément morbide que celui produit par l'obstacle mécanique à l'arrivée de l'air dans les poumons. « Si l'action des doigts dévie latéralement et pénètre jusqu'aux carotides, dit M. Tourde dans son article du *Dictionnaire encyclopédique des sciences médicales* (*Suffocation*, p. 328), c'est exceptionnellement d'un seul côté, ou, en tous cas, dans un moment très court. » J'ajouterai que les veines jugulaires sont toujours libres, et que, par conséquent, la circulation céphalique reste intacte. J'ai fait déjà ressortir l'importance de cette particularité. Il n'en est pas de même de la strangulation par un lien circulaire, qui entrave tout d'abord cette circulation et se rattache, par conséquent, à la pendaison, de laquelle le magistrat demande toujours qu'on la différencie.

Je puise le second motif de ma manière de voir dans l'importance que présente au point de vue de l'homicide la nature des violences exercées. Rien de comparable entre les traces laissées par un lien circulaire et par les doigts. Dans le premier cas, la question du suicide peut être posée, quoique moins probable que dans la pendaison ; dans le second, l'homicide volontaire est indéniable. Comme je l'ai dit, je l'ai observé sept fois, et toujours j'ai trouvé autour de la trachée et du larynx des traces de doigts, consistant en rougeur du derme et épanchements sanguins sous-jacents. Chez les nouveau-nés, on trouve en travers du tube aérien l'impression du pouce. Elle s'accompagnait de traces d'ongles chez un enfant qui avait été ainsi suffoqué aussitôt la sortie de la tête de la vulve. Il n'en présentait pas moins les signes ordinaires de l'asphyxie et les ecchymoses de Tardieu, sauf sur le poumon qui était encore à l'état fœtal. On sait, du reste, qu'elles n'apparaissent que sur les points du poumon où l'air a pénétré.

Cette confusion entre deux genres de mort violente si différents, doit tenir à ce que le vulgaire français, dans son ignorance, les désigne par le même mot. Les Allemands, au contraire, ont un terme particulier pour chacun d'eux : **Erdrosselung**, signifie strangulation par un lien circulaire, et **Erwürgenung**, étranglement par les doigts. On peut vérifier cette distinction dans Casper (éd. allemande).

4° *Compression de la poitrine.* — Les trois faits de ce genre que j'ai observés n'ont présenté rien de particulier. Deux fois, il y avait seulement des traces de pression violente sur la face antérieure du thorax; dans la troisième observation, il y avait en même temps contusion et écrasement du foie. Je constatai toujours au préalable les signes de l'asphyxie et les ecchymoses sous-séreuses.

5° *Enfouissement.* — Outre ces derniers caractères, dans la seule expertise que j'ai eu à faire à ce sujet, j'ai noté des traces de pression et de larges ecchymoses sur tous les points saillants du squelette, plus la présence de la terre ambiante jusque dans le pharynx.

En résumé, mes observations personnelles me permettent de poser les conclusions suivantes :

1° La mort par suffocation est caractérisée physiologiquement par les signes ordinaires de l'asphyxie et par une injection fine des capillaires superficiels des organes thoraciques, injection accompagnée le plus souvent de petites ecchymoses ponctuées.

2° Pour affirmer que la suffocation est le résultat d'un homicide involontaire ou criminel, il faut qu'il existe des traces de pressions énergiques sur la bouche et sur le nez, ou bien dans le voisinage de la trachée et du larynx, ou bien encore sur les parois thoraciques. Dans le cas d'enfouissement, ces lésions sont beaucoup plus généralisées et l'on trouve de la terre jusque dans le pharynx. Enfin, la présence d'un corps étranger dans le pharynx indique simplement une suffocation accidentelle, s'il n'est pas démontré qu'il a été introduit de force.

3° Pour établir qu'il y a eu intention criminelle, il faut pouvoir préciser la cause des violences constatées et s'éclairer des circonstances du fait, si elles n'échappent pas à la compétence du médecin légiste.

M. BERNHEIM,

Professeur à la Faculté de médecine de Nancy.

RÉGULARISATION DE LA MENSTRUATION PAR SUGGESTION.

— Séance du 26 septembre 1887. —

MM. Liébeault et Voisin ont relaté des cas de suppression menstruelle avec rétablissement des règles par la suggestion. J'ai aussi observé des cas de ce genre. Je veux communiquer une observation de menstruation trop fréquente et trop abondante, dans laquelle la suggestion a produit la régularisation à 4 semaines au lieu de 13 à 15 jours.

Mme H..., âgée de trente-cinq ans, mère de trois enfants, vient me consulter le 20 septembre 1886 pour un rhume avec enrouement datant de neuf mois. Elle a eu autrefois de fréquentes crises d'hystérie qui ont diminué beaucoup depuis quatre à cinq ans; cette année elle n'en a eu que deux, la dernière il y a cinq mois.

De plus, et c'est là-dessus seulement que je veux insister, elle a des règles trop copieuses et trop fréquentes. Avant son premier accouchement, elle était réglée tous les 21 jours, jamais elle n'a dépassé cette limite. Depuis, c'est tous les 15 jours, et depuis deux ans, tous les 11 à 13 jours. Ces règles sont abondantes, durant 4 et 5 jours, s'accompagnent de crampes vives, sont précédées pendant 2 à 3 jours d'un état d'énervement avec mauvaise humeur, tremblement, antipathie pour ses enfants, symptômes qui disparaissent avec le flux. La dernière époque a eu lieu du 11 au 15 septembre.

Je mets Mme H... facilement en somnambulisme. L'oppression, l'enrouement, les points douloureux cèdent en quelques séances; je n'insiste pas.

Le 24, à la quatrième séance, je lui suggère qu'elle aura ses règles le 9 octobre (20e jour) sans douleur ni malaise précurseur et que ces règles dureront trois jours peu abondantes.

Le 27, cinquième séance. Depuis le 22, 11 jours après l'époque précédente, Mme H... sent des symptômes précurseurs, tiraillements dans le dos, barre de fer à l'estomac, comme d'habitude à l'approche des époques. Je suggère la disparition de ces symptômes et je répète la suggestion à peu près tous les deux jours. Le 28 septembre au soir, elle a quelques crampes, le 30 quelques pertes blanches, le 1er octobre de légères douleurs abdominales pendant dix minutes, mais les règles n'apparaissent pas. Les 2 et 3 octobre au matin, elle a de la céphalalgie, des maux de cœur et des envies de vomir, quelques vertiges; ce sont les symptômes habituels de ses grossesses; le 5, névralgie sus-orbitaire gauche le matin qui disparaît par suggestion, comme tous les autres symptômes.

Enfin, les règles apparaissent *dans la nuit du 7 au 8 octobre, au lieu du 8 au 9* comme cela avait été suggéré, *au bout de 26 jours;* elle croit que sans une fatigue contractée par une lessive, elle aurait été un jour de plus. Les règles durent 3 jours, au lieu de 5 à 6; elles sont peu abondantes. Mme H... a à peine quelques maux de reins et beaucoup moins d'enrouement que d'habitude.

Le 18 octobre, je suggère la prochaine époque pour la nuit du 4 au 5 novembre et en général tous les 28 jours, sans malaise et pendant 3 jours. Suggestion dans l'intervalle le 23 et le 30.

Les règles *viennent dans la nuit du 31 au 1er novembre, au bout de 24 jours* (elle avait pris des contre-vers et des bains de pied dans la semaine), elles durent trois jours, peu abondantes, sans énervement.

La prochaine période suggérée pour le 28 novembre apparaît le 25 au soir, au bout de 25 jours, après que Mme H... eut lavé et frotté le plancher; elle dure 3 jours sans douleur.

La quatrième époque suggérée pour le 23, vient le 20, 26e jour, toujours peu abondante, sans malaise et pendant 3 jours. Je suggère la suivante au bout de 26 jours; elle se montre en effet, *la cinquième, le 15 janvier, 26e jour.*

La sixième le 10 février, 24e jour, au lieu du 10, 26e.

La septième suggérée pour le 6 mars arrive le 7, c'est-à-dire le 27e jour.

La huitième le 5 avril, 29e jour, alors qu'elle attendait le 4, 28e jour, car j'ai suggéré tous les 28 jours dorénavant.

La neuvième le 3 mai, 29e jour. Et depuis cette époque, Mme H..., que j'ai revue le 21 août dernier, a continué à être réglée très exactement *le 28e ou 29e jour.* Les règles sont peu abondantes, durent exactement 3 jours, ne s'accompagnent ni de douleur ni de malaise précurseur.

En résumé, une dame de trente-cinq ans, qui a des règles abondantes durant 5 et 6 jours tous les 11 à 15 jours, qui n'était jamais restée plus de 21 jours entre deux périodes menstruelles arrive par suggestion hypnotique à les avoir successivement le 26e, 24e, 25e, 26e, 24e, 27e, 29e, 29e et depuis, très exactement le 28e ou le 29e jour; ces règles durent 3 jours, au lieu de 5 à 6.

Dans les premières périodes après la suggestion, Mme H... n'arrivait pas jusqu'au jour suggéré, mais avait de la tendance à y arriver. La première fois, des symptômes précurseurs habituels se montrent vers le 11e jour, à l'époque où les règles auraient dû venir sans la suggestion; puis vers le 22e jour, des symptômes analogues à ceux de sa grossesse accompagnent la prolongation de la période. La suggestion fait acte d'inhibition jusqu'au 26e jour; puis peu à peu l'organe arrive, sous cette influence, à régulariser le molimen menstruel à 28 ou 29 jours.

M. VIEUSSE,

Médecin-major de première classe à l'hôpital militaire de Toulouse.

NOTE POUR SERVIR A L'ÉTUDE DE L'HYDROCÈLE PÉRITONÉO-FUNICULAIRE.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Les collections séreuses du cordon se divisent en :

1° *Hydrocèle diffuse,* lorsque l'infiltration envahit tout le cordon;

2° *Hydrocèle enkystée,* si l'épanchement occupe seulement une partie de cet organe;

3° *Hydrocèle péritonéo-vaginale* ou *hydrocèle congénitale* lorsque par suite de la non oblitération de la séreuse funiculaire, la cavité péritonéale communique avec la vaginale, le liquide se trouve contenu dans cette cavité;

4° *Hydrocèle péritonéo-funiculaire;* si la séreuse qui accompagne le cordon étant oblitérée seulement dans sa partie inférieure; de la sérosité vient s'y accumuler.

Les trois premières variétés sont bien connues; il n'en est pas de même de l'hydrocèle *péritonéo-funiculaire,* qui est très rare, par suite peu étudiée. Après quelques recherches je n'ai pu en trouver que deux cas : le premier appartient à Nannoni de Florence, le second à Chassaignac. J'ai observé, il y a trois mois un troisième cas que je relate plus loin.

Ce troisième fait m'a quelque peu embarrassé tout d'abord, c'était la première fois que je me trouvais en présence d'une semblable lésion, je ne connaissais l'hydrocèle péritonéo-funiculaire que de nom, aussi ai-je éprouvé quelques difficultés pour faire le diagnostic.

Je crois donc faire une œuvre utile en publiant l'observation de mon petit malade, et en y ajoutant les deux autres cas que possède la science.

Pour qu'un semblable épanchement séreux se produise, il faut une disposition particulière des parties; il est nécessaire que le canal péritonéo-vaginal subsiste dans sa partie supérieure et soit oblitéré dans sa partie inférieure. On conçoit *à priori* qu'une semblable disposition puisse avoir lieu; l'observation suivante montre clairement qu'il en est quelquefois ainsi :

Observation I. — Sur un enfant âgé de seize mois et qui avait présenté pendant la vie les symptômes d'une hydrocèle vaginale, on trouva après l'ouverture de l'abdomen que l'anneau inguinal interne n'était pas oblitéré et qu'un stylet mousse, introduit dans cette ouverture, y pénétrait facilement, mais se trouvait arrêté à deux ou trois centimètres de profondeur. D'un autre côté, après avoir ouvert la tunique vaginale, on peut facilement introduire un stylet dans le conduit péritonéal, mais après deux centimètres de trajet on se trouvait arrêté. On incisa sur le stylet la portion libre du canal; la séreuse était parfaitement libre et sans oblitération. Le reste du canal, c'est-à-dire la partie moyenne était oblitérée[1]. Lorsque le canal péritonéo-vaginal est perméable dans sa partie supérieure, le liquide sort de l'abdomen par l'ouverture interne du canal inguinal, il se répand dans cet infundibulum, et l'hydrocèle *péritonéo-funiculaire* est alors constituée.

Voici l'observation de Nannoni :

Observation II. — Un enfant de six ans entra à l'hôpital de Santa-Maria Nuova, à Florence, pour une affection regardée comme une hernie et spécialement comme une entérocèle. Quand on comprimait la tumeur, la matière qui la formait refluait dans l'abdomen, ce qui confirmait mon père dans cette idée qu'il s'agissait d'une hernie intestinale. Comme les parents désiraient beaucoup et nous pareillement, voir l'enfant guéri de cette infirmité, nous tentâmes la cure radicale par la ligature du sac, méthode que mon père a fait revivre avec succès à Florence. Nous mîmes donc à découvert le prétendu sac herniaire, et l'ayant séparé des parties avec lesquelles il était uni, nous le liâmes aussi près que possible de l'anneau inguinal.

L'inflammation qui survint fut des plus vives et se propagea promptement aux intestins; l'enfant succomba.

Ayant ouvert l'abdomen et examiné les parties sur lesquelles avait porté l'opération, nous ne pûmes trouver le moindre indice de hernie intestinale. Il y avait un petit sac, descendant de la partie interne de l'anneau inguinal jusque dans la tunique vaginale, à laquelle il adhérait et dont il avait été séparé dans l'opération.

Ce sac était rempli de liquide et ce liquide refoulé à l'intérieur sous la compression du dehors avait causé la méprise et fait croire à une hernie intestinale[2].

Cette observation, quoique courte, démontre bien l'existence de l'hydrocèle *péritonéo-funiculaire*. Nannoni, du reste, a pris soin de faire remarquer qu'il ne faut pas confondre ce cas avec l'hydrocèle congénitale ordinaire; il y a également lieu de la distinguer de la hernie funiculaire, qui, au dire de Malgaigne, serait assez fréquente.

Je crois ce diagnostic en général assez facile, et qu'on peut éviter l'erreur commise par l'écrivain italien. Nannoni, dans le cas qu'il rapporte, se trouvait en présence d'une tumeur inguinale facilement réductible, sur ce simple signe il formula son diagnostic, aussi se

1. *In thèse Duplay*, 1865.
2. *Thèse Duplay*, 1885, page 15.

trompa-t-il. S'il avait fait un examen plus complet, s'il avait recherché de quelle manière s'opérait la réduction, la sensation éprouvée par la main pendant cette manœuvre, s'il avait percuté la tumeur, s'il avait recherché l'influence que la toux exerçait sur ce kyste, il eut probablement évité l'erreur qu'il a commise, et le diagnostic exactement établi l'aurait conduit à employer une thérapeutique autre que la ligature du sac.

Un autre renseignement ressort à la lecture de cette observation, c'est qu'il faut être prudent dans le traitement de cette affection et ne pas faire usage tout d'abord des moyens qui déterminent dans le sac une violente inflammation.

La seconde observation d'hydrocèle péritonéo-funiculaire que l'on trouve dans les auteurs est due à Chassaignac.

Observation III. — Tumeur rénitente et irréductible de la région inguinale droite chez un jeune homme de seize ans. On croit d'abord à une hernie en voie d'étranglement. Mais, le lendemain, la tumeur avait complètement disparu et il n'y avait en apparence rien d'anormal. On apprend alors que depuis un an il existe dans l'aine droite une tumeur indolente apparaissant seulement pendant la station et offrant le volume d'un testicule d'adulte qu'elle simule du reste très bien. C'est en vain que l'on comprime cette tumeur, on ne parvient pas à la faire rentrer, mais à peine le malade est-il depuis dix minutes dans la position horizontale qu'elle a complètement disparu, ne laissant après elle qu'une nodosité peu appréciable placée dans le canal inguinal et qui paraît constituée par les parois du kyste [1].

Dans cette observation le diagnostic d'hydrocèle péritonéo-funiculaire fut établi par Chassaignac, c'est du reste à ce chirurgien que nous devons la description de cette maladie; c'est lui qui lui a donné le nom qu'elle porte. Ce qu'il y a de remarquable dans ce cas, c'est que la tumeur se réduisait d'elle-même dans la position horizontale, tandis qu'elle était irréductible dans la station debout. Cette différence dans la réductibilité de la tumeur, suivant que le malade était debout ou couché, s'explique par une disposition particulière, siégeant au niveau de l'ouverture qui fait communiquer l'abdomen avec l'infundibulum funiculaire. Si cette ouverture est petite, la pression exercée pour obtenir la réduction refoule les parois du kyste en même temps que le liquide qu'il renferme, et l'orifice de communication entre les deux cavités se trouve ainsi diminué, peut-être complètement fermé; tandis que dans la position horizontale, la réduction s'opère lentement, la pression seule du liquide sur

1. *In thèse Duplay*, 1865, page 130.

l'ouverture de communication étant insuffisante pour modifier l'état de cet orifice.

Il y a trois mois j'ai observé le fait suivant :

Observation IV. — Il s'agit d'un enfant de deux ans qui présentait dans la région inguinale droite une tumeur du volume d'un petit œuf de poule ; cette tumeur, dont le grand axe était dirigé de haut en bas, laissait le testicule libre, et en était séparée par un sillon.

Elle était dure, rénitente, transparente et donnait un son mat à la percussion. Sous l'influence des cris de l'enfant elle devenait plus dure.

Par la pression on obtenait une diminution légère de son volume, mais il était impossible de la faire disparaître complètement.

Durant l'examen, la mère nous affirma que cette tumeur disparaissait quand l'enfant était couché. Nous fîmes donc mettre cet enfant dans la position horizontale, et nous vîmes alors la tumeur disparaître progressivement: la réduction était complète après quelques minutes. Ayant fait relever l'enfant, la tumeur se reproduisit aussitôt, malgré une certaine pression exercée avec le doigt sur l'orifice interne du canal inguinal. Après cet examen, le diagnostic ne pouvait être douteux; la tumeur en question n'était autre qu'une tumeur liquide, produite par un épanchement dans le canal péritonéo-vaginal oblitéré plus ou moins loin dans sa partie inférieure.

Nous conseillâmes à la mère de faire porter au petit malade un bandage, et de faire sur la région des frictions avec de la teinture d'iode ou le chlorhydrate d'ammoniaque, nous réservant d'agir autrement si ce traitement ne donnait pas de résultat. Depuis, nous n'avons pas revu le malade.

Ces trois faits sont suffisants pour démontrer l'existence de l'hydrocèle péritonéo-funiculaire; ils permettent de décrire les symptômes propres à cette lésion.

La présence dans la région inguinale d'une tumeur d'origine congénitale, rénitente, mate, transparente, réductible, plus ou moins indépendante du testicule, devra toujours faire penser qu'il s'agit d'une hydrocèle péritonéo-funiculaire. Il ne pourrait y avoir de difficulté que pour distinguer cette tumeur d'une hernie congénitale ou d'une hydrocèle péritonéo-vaginale.

Le diagnostic de la hernie congénitale est généralement facile, et je m'explique difficilement l'erreur commise par Nannoni. La hernie présente des signes si nets qu'avec un peu d'attention tout chirurgien saura la reconnaître.

Lorsqu'une tumeur inguinale est constituée par une anse intestinale, elle donne généralement à la percussion de la sonorité au lieu du son mat que donne une tumeur liquide; elle est élastique à la pression, tandis qu'une tumeur liquide donne une sensation différente; elle se réduit en masse en faisant entendre du gargouillement, tandis qu'une tumeur liquide en communication avec l'abdomen se réduit lentement, peu à peu; on dirait que la tumeur se fond dans

les doigts qui opèrent la réduction. Une fois celle-ci opérée, si l'on vient à presser avec le doigt au niveau de l'orifice de communication, le malade étant debout, la hernie se maintient, tandis que la tumeur reparaît s'il s'agit d'un épanchement liquide.

La toux, l'effort, agissent différemment suivant que la tumeur inguinale est formée par l'intestin ou par du liquide; dans le premier cas, la tumeur donne à la main une sensation de choc, tandis qu'elle ne perçoit rien de semblable dans le second cas.

Il serait peut-être plus difficile de distinguer l'hydrocèle péritonéo-vaginale de l'hydrocèle péritonéo-funiculaire. Mais je crois cependant ce diagnostic susceptible d'être établi le plus souvent.

L'hydrocèle vaginale congénitale se présente sous la forme d'une tumeur inguinale, rénitente, transparente, mate, mais elle présente cette particularité, c'est que le liquide est en contact avec le testicule; dans l'hydrocèle péritonéo-funiculaire, au contraire, la tumeur, quoique présentant la plupart des caractères précédemment décrits, est séparée du testicule par un sillon plus ou moins profond; cet organe est indépendant de la tumeur. Au surplus, l'erreur n'aurait pas grande importance, le traitement étant le même dans les deux cas.

Il faudra être prudent dans le traitement de l'hydrocèle péritonéo-funiculaire, et ne pas oublier ce qui est arrivé à Nannoni dans le cas que j'ai rapporté. Ce chirurgien, en effet, croyant à une hernie, alors qu'il avait devant lui une hydrocèle péritonéo-funiculaire, tenta la cure radicale par la ligature du sac. Une inflammation des plus vives survint, qui se propagea promptement aux intestins, et son malade succomba à une péritonite généralisée. Aujourd'hui, grâce surtout à nos nouveaux pansements, on pourrait éviter une semblable complication; mais je pense qu'avant d'en venir à des moyens dangereux par eux-mêmes, il est préférable de mettre en usage des moyens qui sont inoffensifs.

Le repos seul pourra tout d'abord être employé; dans deux observations que renferme ce travail, le repos du malade dans la situation horizontale faisant disparaître la tumeur. Cette position gardée pendant longtemps pourra déterminer l'oblitération de l'ouverture de communication, par suite la disparition de la tumeur. Mais il est bien difficile de maintenir longtemps un jeune enfant dans la position couchée; or, comme c'est à cet âge que l'on est appelé à observer les malades porteurs de ce genre d'hydrocèle, on se trouve souvent dans l'impossibilité de recourir à ce moyen de traitement, tandis qu'on pourra l'utiliser chez les malades plus âgés. Devant l'impossibilité de guérir cette maladie par le repos seul, on pourra y joindre la compression au moyen d'un bandage dont l'action se fera surtout sentir

au niveau de l'orifice de communication. Le bandage agira de deux manières : en oblitérant l'ouverture de communication, et en irritant les parties voisines; sous cette double influence, l'orifice de communication pourra disparaître, et la guérison sera ainsi obtenue. Si ce moyen échoue, on pourra avoir recours aux frictions faites sur la tumeur avec la teinture d'iode ou le chlorhydrate d'ammoniaque.

L'action de ces médicaments pourra s'exercer sur les parois du sac et sur l'ouverture de communication et y déterminer une inflammation qui en amènera l'oblitération. L'application d'un vésicatoire sur la tumeur déterminera le même résultat.

Lorsque ces moyens auront été inefficaces, l'acupuncture et l'électropuncture seront employées:

La ponction du sac restera, dans le plus grand nombre de cas, sans effet; il ne faudra pas trop souvent la répéter dans la crainte de déterminer la suppuration.

Lorsque tous ces moyens auront été impuissants pour guérir l'hydrocèle péritonéo-funiculaire, on sera autorisé à employer les injections irritantes.

La teinture d'iode sera le liquide de choix; il ne faudra jamais user des injections vineuses ou alcoolisées car elles détermineraient une inflammation trop violente, qui pourrait se propager à la séreuse abdominale.

Voici comment je conseille de procéder à cette petite opération :

Le malade sera placé debout, un aide comprimera l'ouverture qui met en communication le kyste avec la cavité abdominale; l'injection sera poussée avec douceur, dans la crainte d'en faire pénétrer une partie dans l'abdomen; la teinture d'iode restera une minute environ en contact avec les parois du kyste; au bout de ce temps, elle sera évacuée, et le malade sera mis au lit, où il restera au moins une huitaine de jours. Ce n'est qu'alors qu'il sera autorisé à se lever. On sait comment agit la teinture d'iode; elle provoque une inflammation qui à pour résultat la reproduction du liquide, puis peu à peu celui-ci se résorbe et les surfaces séreuses enflammées adhèrent l'une avec l'autre, et ainsi le sac se trouve oblitéré et la guérison obtenue.

Ce n'est qu'après avoir eu recours à tous ces moyens, qu'après les avoir employés sans succès, qu'on sera autorisé à mettre en pratique l'incision ou l'excision du sac, moyens qui agissent en déterminant une violente inflammation qui peut se propager à la séreuse abdominale et produire ainsi une péritonite généralisée, rapidement mortelle.

La ligature du sac ne sera employée qu'exceptionnellement, car, outre les dangers qu'elle présente par elle-même, elle laisse subsister la cavité du kyste, qui peut continuer à renfermer du liquide.

M. BORIES,

A Montauban.

MANIFESTATION EXCEPTIONNELLE DE L'INFECTION BLENNORRHAGIQUE.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Les remarquables découvertes que la microbiologie n'a cessé d'accumuler dans ces dernières années ont radicalement modifié les conditions étiologiques et pathogéniques d'un grand nombre de maladies dont la nature nous était jusqu'alors complètement inconnue.

De ce nombre est la blennorrhagie.

Depuis les travaux de Ricord, la virulence de cette affection était admise et son origine parasitaire soupçonnée; mais les recherches des premiers observateurs n'avaient pu parvenir à trancher la question quand parut, en 1879, le mémoire de Neisser. Le microbe pathogène de la blennorrhagie était isolé, caractérisé et bientôt cultivé et inoculé. La blennorrhagie était décidément une maladie parasitaire, et ses manifestations si bizarres, et jusque-là si inexpliquées, allaient enfin recevoir une interprétation rationnelle. Il me paraîtrait oiseux de reprendre la discussion épuisée de la nature du rhumatisme blennorrhagique; car s'il est vrai que ce dernier a, par ses diverses manifestations, de grandes analogies avec le rhumatisme banal, il n'est pas possible aujourd'hui de les identifier. Tout au plus, pourrait-on en induire que le rhumatisme vrai, dont la pathogénie est encore si obscure, aurait, lui aussi, pour cause, quelque organisme parasitaire dont l'évolution, le mode de propagation, la manière de réagir sur l'organisme ou de fabriquer des ptomaïnes présenterait de nombreux faits d'analogie avec le gonococcus de la blennorrhagie.

Quoi qu'il en soit de ces hypothèses, la découverte du parasite spécifique permet de comprendre aisément toutes les manifestations autrefois si inexpliquées de la blennorrhagie.

La constatation du gonococcus dans tous les produits de généralisation de l'infection blennorrhagique, dans le pus de l'ophtalmie, de la vaginalite, de l'arthrite, etc., suffit pour trancher définitivement la question. La blennorrhagie est une maladie virulente, parasitaire, susceptible, dans des cas particuliers, de se généraliser. Ainsi s'expli-

quent les manifestations cutanées, cardiaques, etc., qui la compliquent parfois.

La rareté relative de ces complications tient à la nature même du coccus pathogène ; et, tandis que certains micro-organismes ont une évolution rapide, une tendance à la généralisation, le gonococcus de Neisser, au contraire, a tendance à se localiser. Ce n'est que dans des conditions exceptionnelles, que la virulence soit exaltée accidentellement, ou que le milieu organique soit exceptionnellement favorable à son développement, que le gonococcus franchira ses limites habituelles et tendra plus ou moins à se généraliser. Et dans cette généralisation même, le microbe pathogène conservera souvent ses caractères de fixité et de localisation. Qui ne connaît la ténacité desespérante des arthrites blennorrhagiques et la facilité avec laquelle elles provoquent des raideurs et des ankyloses ?

Si le gonococcus est susceptible d'envahir le milieu organique et de se généraliser, il n'y a point de manifestation dont il ne soit capable ; il n'y a pas d'organe qu'il ne puisse envahir, et on lui connaît déjà pas mal de localisations bizarres.

Je compte aujourd'hui attirer simplement l'attention sur une complication qui doit être fort rare, puisque je n'en ai pas trouvé mention ailleurs, mais qui, en raison de sa gravité possible, mérite d'être signalée. Il s'agit d'un œdème de la glotte survenue au cours de manifestations articulaires liées d'une façon évidente à une généralisation blennorrhagique.

Voici à grands traits l'observation :

Une jeune dame, possédant une belle santé, n'ayant jamais eu la moindre manifestation rhumatismale ni aucun antécédent héréditaire rhumatismal, contracte fort innocemment une vaginite blennorrhagique. Appelé pour de violentes douleurs de la région hypogastrique et des pertes blanches très abondantes, il ne me fut pas difficile, connaissant le corps du délit, de faire le diagnostic d'*endométrite blennorrhagique* avec de véritables crises de péritonisme. Trois jours après, j'étais appelé près de la malade dont la situation s'était compliquée de douleurs et de gonflement des deux genoux ; le lendemain c'était le tour de l'épaule droite, et, deux jours après, le mal envahissait les articulations métatarso-phalongiennes des quatrième et cinquième orteils gauche.

C'est le neuvième jour après le début des accidents articulaires que je fus appelé la nuit, auprès de la malade, prise presque subitement d'une gêne respiratoire très grande.

La malade, en effet, était très anxieuse, faisant d'inutiles efforts pour se débarrasser d'un obstacle qui obstruait, disait-elle, l'arrière-gorge. L'examen de la région buccale et pharyngienne ne révélant d'ailleurs rien d'anormal, je procédai sans retard à l'examen laryngoscopique. A la base de la langue, au niveau des replis glosso-épiglottiques, existait une tuméfaction œdémateuse, arrondie, de la dimension d'une petite noix, de couleur rouge foncé,

se perdant de chaque côté sur les replis aryténo-épiglottiques très modérément œdématiés aussi.

L'épiglotte, abaissée par la tumeur, masquait les cordes vocales qui, d'ailleurs, devaient être intactes, à en juger par le timbre de la voix. Le traitement prescrit fut le suivant : attouchement des parties œdémateuses avec un pinceau imbibé d'une solution de chlorure de zinc à 2 %. Pulvérisations avec un appareil à vapeur d'une solution de tannin à 2 %; bains de pieds sinapisé, et, un peu au hasard, substitution du salicylate de soude à l'antipyrine qui, même à haute dose, n'avait amené aucun soulagement des douleurs articulaires.

Deux jours se passèrent ainsi avec trois ou quatre crises dyspnéiques peu intenses; le cinquième jour l'œdème avait à peu près complètement disparu, tandis que les douleurs articulaires persistèrent encore plusieurs jours.

Cette courte note ne demande pas de conclusions.

Je signalerai toutefois la dénomination défectueuse de rhumatisme appliquée aux accidents articulaires qui compliquent la blennorrhagie. Ceux-ci ne méritent pas davantage le nom de rhumatismaux que ceux de l'infection purulente par exemple.

Je sais bien que dans quelques cas le départ entre le rhumatisme vrai et l'arthrite blennorrhagique peut être très difficile et même parfois impossible; mais, lorsque les manifestations articulaires sont nettement liées à l'infection blennorrhagique, que la filiation en est facile à établir, la qualification de rhumatisme ne saurait à bon droit leur être attribuée. J'ajouterai encore une réflexion que me suggère mon expérience personnelle. Ceux qui sont à même de voir combien les affections vénériennes prennent une extension de plus en plus menaçante, aussi bien dans les campagnes que dans les villes, auront remarqué aussi combien deviennent fréquentes les complications de la blennorrhagie, épididymite et cystite surtout. La principale cause est certainement le traitement intempestif par les injections uréthrales à la première période de la maladie, injections soi-disant abortives que des commerçants peu scrupuleux délivrent beaucoup trop facilement aux malades.

Qu'il me soit permis, en terminant, de souhaiter que l'Académie de médecine aborde enfin cette question de la prophylaxie des affections vénériennes qui est depuis longtemps à son ordre du jour; et que cette discussion soit le point de départ de mesures énergiques capables d'arrêter l'extension d'un fléau qui menace de se généraliser.

M. E. MAUREL,

Médecin principal de la marine, à Toulouse.

ÉTUDE SUR LE POULS VEINEUX RÉTRO-STERNAL.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Après avoir dit ce qu'il entendait par le pouls veineux rétro-sternal et avoir dit comment on le prend, le Dr Maurel expose les nombreuses recherches qu'il a faites à cet égard, aussi bien à l'état de santé qu'à l'état de maladie. Cinq cents sujets, dont deux cents bien portants et trois cents malades, ont été examinés dans ce but. Ce symptôme serait constitué par des battements perçus en déprimant fortement les téguments au-dessus de la fourchette du sternum, en conduisant l'index environ à 1 centimètre au dessous et en arrière du bord supérieur de cet os. Or, tandis que chez les premiers le symptôme ne se rencontre pas dix fois sur cent, on le rencontrerait, au contraire, chez les autres, trente-sept fois sur cent. C'est là un premier fait intéressant.

Mais, de plus, en descendant dans le détail, le Dr Maurel a constaté que c'est surtout dans certaines affections que sa fréquence est la plus grande, et parmi elles figurent les affections du cœur et la fièvre typhoïde dans sa première période.

Le pouls rétro-sternal serait dû aux battements du tronc brachio-céphalique veineux gauche, battements qui lui seraient communiqués par les troncs artériels qui partent du sommet de la crosse de l'aorte. Quant aux causes qui font qu'il est perçu chez certains sujets et non chez d'autres, le Dr Maurel les voit soit dans un déplacement de ce tronc veineux, soit dans sa dilatation. Du reste, les faits saillants de cette communication intéressante sur un symptôme passé jusqu'à présent inaperçu, et qui peut avoir son importance, ont été réunis par l'auteur dans les conclusions suivantes :

1° Dans un certain nombre de cas, on peut, en déprimant les téguments au-dessus de la fourchette sternale, et en suivant le plan postérieur du sternum pendant 1 centimètre environ, sentir de véritables battements auxquels j'ai donné le nom de *pouls rétro-sternal ;*

2° Ces battements se rencontrent parfois chez l'homme sain, mais ils sont beaucoup plus fréquents dans le cours des maladies;

3° Ces battements me paraissent être ceux des artères qui naissent de l'aorte, transmis au tronc brachio-céphalique veinéux gauche;

4° Parmi ces maladies, il en est quelques-unes dans lesquelles la fréquence du pouls rétro-sternal est telle qu'on peut le considérer comme un de leurs symptômes;

5° On le trouve fréquemment, surtout dans les affections du cœur et la fièvre typhoïde;

6° Sa cause varie : à l'état normal, il faut l'expliquer par une disposition anatomique spéciale; pour l'état pathologique, on peut invoquer : *a*) un rapprochement mécanique du tronc brachio-céphalique veineux gauche; *b*) une dilatation due à une gêne de la circulation en retour; *c*) une dilatation passive sous l'influence d'une diminution de la tension veineuse; *d*) une insuffisance de la valvule tricuspide;

7° Ce symptôme peut rendre quelques services dans le diagnostic, et surtout dans le pronostic de certaines affections;

8° Il constitue un moyen pratique, utile, pour nous faire suivre l'état de la tension veineuse.

M. A. LARCHÉ,

Á Avignon.

STATISTIQUES DÉMOGRAPHIQUES ET MÉDICALES D'AVIGNON POUR LES ANNÉES 1883-86.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Je dois vous prévenir tout d'abord que les statistiques démographiques et médicales d'Avignon, pour les années 1883-84-85 et 86, que je viens soumettre à votre examen et à votre sanction, ne sont pas entièrement de mon crû.

La façon, je ne dirai pas originale, mais tant soit peu méthodique, avec laquelle j'ai pu les établir est due en partie aux emprunts que j'ai faits un peu partout et en particulier dans les statistiques de MM. Pamard, notre honorable président, du professeur Picot, de Bordeaux, et du docteur Coste, de Montpellier.

J'ose espérer que les divers enseignements que j'ai pu déduire de la comparaison de mes tableaux numériques et surtout de mes tracés graphiques, qui représentent la marche continue des décès, des naissances et des observations météorologiques auront chance de vous intéresser dans une certaine mesure.

Je réserverai, bien entendu, leur généralisation pour l'époque où il me sera possible de vous présenter des statistiques en plus grand nombre.

C'est en me plaçant à ce point de vue et sous cette réserve expresse que je vais vous faire connaître le résultat de mes recherches et de mes comparaisons.

Mes statistiques comprennent plusieurs parties bien distinctes : la première donne jour par jour les décès comparés aux naissances et aux observations météorologiques ; la deuxième met en regard par mois, par saisons et par année, les causes de décès avec les âges et les sexes ; quant aux statistiques de 1885 et 86, elles renferment en outre, également par mois, par saisons et par année, les tableaux comparatifs des causes de décès avec l'état civil des personnes décédées et enfin les tableaux comparatifs des âges avec l'état civil de ces dernières.

Je vous ferai remarquer avant tout que les décès et les naissances remontent à leur date exacte et non à la date de l'acte de l'état civil.

Mais, avant d'aller plus loin, je ferai une digression qui aura peut-être quelque attrait pour vous.

La ville d'Avignon qui, grâce à une circonstance imprévue, compte aujourd'hui 40,548 habitants dont 20,140 du sexe masculin et 20,408 du sexe féminin a eu, pendant les quatre années énumérées plus haut, 3,484 naissances dont 1,875 du sexe masculin et 1,699 du sexe féminin et 4,676 décès répartis ainsi qu'il suit, dans les différentes saisons :

SAISONS	GARÇONS	FILLES	HOMMES	FEMMES	VEUFS	VEUVES	TOTAUX
Hiver.....	304	255	170	147	102	171	1.149
Printemps...	333	251	165	126	79	128	1.082
Été.....	487	391	199	153	89	119	1.438
Automne....	280	237	292	118	60	120	1.007
Totaux....	1.404	1.134	726	544	330	538	4.676

Quant au tableau des âges par saisons, je ne crois pas pouvoir me dispenser de vous en donner lecture.

SAISONS	0 à 5	5 à 10	10 à 20	20 à 30	30 à 40	40 à 50	50 à 60	60 à 70	70 et au-delà	TOTAUX
Hiver.....	240	21	34	84	87	90	106	174	313	1.149
Printemps.	290	18	42	96	80	93	107	129	227	1.082
Été.....	536	21	44	109	107	112	128	149	232	1.438
Automne..	238	23	44	78	86	82	105	138	213	1.007
Totaux...	1304	83	164	367	360	377	446	590	985	4.676

J'arrive enfin à mes conclusions que je vais vous énumérer, comme je vous l'ai dit précédemment, aussi succinctement que possible.

1° Les décès des années 1883-84-85 et 86 l'ont emporté d'environ un quart sur les naissances, et le déficit a porté spécialement sur le sexe masculin.

2° La ligne du total des décès a subi, comme vous pouvez le voir dans mes différents tableaux, trois soulèvements : le premier a eu lieu deux fois en décembre et deux fois en janvier ; le deuxième a fait son apparition en mars, et, le troisième, qui a été de beaucoup le plus notable, s'est produit deux fois en août et deux fois en juillet. Ces soulèvements ayant été signalés et interprétés dans des statistiques antérieures par M. Pamard, je ne m'y arrêterai pas plus longtemps.

3° De toutes les saisons, l'automne a été la saison qui s'est montrée la plus bénigne pour nous.

4° La phtisie pulmonaire, la gastro-entérite aiguë et l'athrepsie ont à elles seules fourni près d'un cinquième de la totalité des décès, et les ravages qu'elles ont occasionnés ont été surtout notables au printemps pour la première et en été pour les deux autres. Quant à l'apoplexie et la méningite, la pneumonie et la pleurésie, les affections du cœur et, enfin, les maladies chroniques des voies respiratoires, elles ont contribué, les premières en été et toutes les autres en hiver, pour une large part dans le vide que la mort a fait dans nos rangs.

5° La phtisie pulmonaire, l'apoplexie et la méningite, l'aliénation mentale, la fièvre typhoïde et les convulsions n'ont pas épargné le sexe masculin. Les affections du cœur, les maladies chroniques des voies respiratoires, la vieillesse et le cancer ont eu une prédilection marquée pour le sexe féminin et surtout pour les veuves, il n'y a eu d'exception que pour le cancer où les femmes ont été en grande majo-

rité. Le sexe masculin a été en excédent dans toutes les saisons, mais ses décès ont dépassé de beaucoup la moyenne en été.

6° Comme je vous l'ai dit précédemment, la phtisie pulmonaire, la gastro-entérite aiguë et l'athrepsie ont été les principaux facteurs de la mortalité, en voici la preuve la plus convaincante :

Décès des sujets	de 0 à 5 ans, gastro-ent. aiguë, ath. . . .	31,6 %
Id.	de 5 à 10 ans, méningite.	23 %
Id.	de 10 à 20 ans, phtisie pulmonaire.	30,4 %
Id.	de 20 à 30 ans, phtisie pulmonaire.	41,4 %
Id.	de 30 à 40 ans, phtisie pulmonaire.	34,4 %
Id.	de 40 à 50 ans, phtisie pulmonaire.	15,9 %
Id.	de 50 à 60 ans, affections du cœur.	14,3 %
Id.	de 60 à 70 ans, apoplexie et méningite. . .	14,1 %
Id.	de 70 et au-delà, mal. chr. des voies resp.	14,9 %

7° Les enfants du premier âge ont constitué à eux seuls plus du quart de la totalité des décès, et ils ont été frappés mortellement dans la proportion de 41 % de la mortalité annuelle : la proportion pour les autres sujets a été :

De 5 à 10 ans.	27,7 % en automne.
De 10 à 20 ans.	26,8 % en automne.
De 20 à 30 ans.	29,7 % en été.
De 30 à 40 ans.	29,7 % en été.
De 40 à 50 ans.	29,7 % en été.
De 50 à 60 ans.	28,7 % en été.
De 60 à 70 ans.	29,5 % en hiver.
De 70 et au delà.	31,8 % en hiver.

8° Le coefficient le plus élevé de la mortalité a été atteint. en hiver, par la pneumonie et la pleurésie ; au printemps, par la phtisie pulmonaire ; en été, par la gastro-entérite aiguë, et, en automne, par l'apoplexie et la méningite.

9° L'élévation des chiffres des moyennes annuelles de l'état hygrométrique a toujours amené une élévation des chiffres des décès de l'année correspondante par maladies chroniques de l'estomac, des intestins et du foie.

10° Les chiffres des décès occasionnés par l'apoplexie, la congestion cérébrale et la méningite ont varié en raison inverse des chiffres des moyennes annuelles barométriques.

11° L'abaissement de la ligne des moyennes thermométriques annuelles a toujours produit une élévation du chiffre des décès de la fièvre typhoïde : les températures minima semblent avoir influencé cette maladie d'une façon spéciale.

12° Les soulèvements dans la ligne des décès journaliers ont géné-

ralement coïncidé avec une élévation de la ligne de l'état hygrométrique ou bien ils ont été précédés par cette élévation.

13° La mortalité des sujets de soixante ans et au-delà a toujours atteint son chiffre le plus élevé en hiver, et son degré d'élévation a été en raison directe de l'abaissement des lignes de température.

14° Enfin, les décès des sujets de zéro à cinq ans ont constamment atteint leurs chiffres les plus élevés en été, et ces derniers ont varié proportionnellement à la ligne des températures des quatre années qui ont fait l'objet des travaux que vous avez sous les yeux.

M. MASSE,

Professeur à la Faculté de médecine à Bordeaux.

LA RÉGION SOUS-GLOTTIQUE DU LARYNX.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Le larynx est un organe qui a été si bien étudié par les anatomistes et les physiologistes que je vais vous paraître bien osé de venir ici vous présenter quelques considérations sur sa conformation, qui paraît être aujourd'hui si bien connue.

Mes recherches ont porté sur une partie du larynx relativement délaissée, *la région sous-glottique*, celle qui est comprise entre la corde vocale inférieure et le bord inférieur du cartilage cricoïde. Je signalerai les rapports de cette région avec la partie supérieure de la trachée et avec la glotte proprement dite et ses ventricules. Je dirai un mot en passant du vestibule de la glotte.

La méthode d'étude qui m'a paru la plus utile pour connaître la partie du tube aérien qui est destinée à l'émission de la voix est celle des injections des cavités du larynx, à l'alliage d'Arcet. Connaître très exactement les variations de calibre des tuyaux sonores où se produisent et où se renforcent les sons me paraît indispensable pour l'étude d'une question dans laquelle entrent, pour une bonne part, des problèmes de physique et de mécanique.

Ce qu'il y a de particulier dans l'instrument plus ou moins musical que nous possédons et dont nous nous servons plus ou moins bien,

ce sont les variations de forme que nous pouvons lui imposer d'une façon instinctive. La forme des cavités résonnantes ou parlantes du larynx peut changer, et nous arrivons ainsi à moduler les sons, par un procédé analogue à celui qu'emploie un instrumentiste qui joue d'un instrument à vent et qui modifie par divers artifices les conditions physiques des tuyaux dans lesquels il cherche à produire des sons plus ou moins harmonieux.

Toutes les régions du larynx peuvent subir ainsi des modifications de forme et de volume :

Le vestibule de la glotte par l'abaissement de l'épiglotte, les mouvements de bascule des cartilages aryténoïdes et la contraction des muscles aryténoïdiens.

La glotte, par le rapprochement ou l'éloignement des cordes vocales.

Les ventricules subissent aussi des variations très notables de capacité. Enfin, la région sous-glottique elle-même n'échappe pas à des modifications de forme et de volume.

Limitée supérieurement par la glotte, cette région subit les conséquences de toutes les variations de forme de cet orifice.

A la limite inférieure de la région sous-glottique, il y a cependant un segment de la cavité sous-glottique du larynx dont le calibre est relativement fixe; cette région est comprise en partie dans l'anneau cricoïdien. Elle a une hauteur de 6 millimètres environ; elle est limitée par un plan passant par le bord inférieur du cartilage cricoïde et par un deuxième plan passant par le bord supérieur et antérieur de ce même cartilage.

La partie postérieure de la région sous-glottique a une limite fixe formée par la partie postérieure du cartilage cricoïde; mais, en avant, des changements de forme assez étendus sont possibles alternativement par distension au niveau de la membrane crico-thyroïdienne ou par bascule et rapprochement des cartilages cricoïde et thyroïde à ce même niveau.

La cavité sous-glottique du larynx a des changements de capacité et de forme dont il nous faut, je crois, tenir grand compte. La muqueuse de cette région est forcément dépendante de tous les mouvements qui s'exécutent au niveau de la glotte, et, si les lèvres de la glotte interligamenteuse se rapprochent, si la glotte inter-aryténoïdienne s'efface, la muqueuse sous-glottique doit suivre en partie ces mouvements.

La cavité sous-glottique tendra à s'effacer de bas en haut et de dehors en dedans. Elle s'aplatira transversalement, s'effilant de bas en haut pour former une espèce de figure dont la partie inférieure

cylindrique irait en se rétrécissant transversalement pour arriver à se toucher par deux faces, en interceptant un orifice linéaire à direction antéro-postérieure. (Voir la figure, nos 4 et 3.)

Rien ne peut donner une meilleure idée de ce qui se passe là, que ce qui se produit dans un tube de caoutchouc que l'on presse entre deux doigts à une de ses extrémités pour en intercepter plus ou moins le calibre.

Cette cavité presque cylindrique, à certains moments, tend à devenir conique, le cône dont il s'agit ayant la base en bas et le sommet en haut. Les trois quarts supérieurs de la région sous-glottique affectent la forme d'un segment de cône dont la base serait au niveau du bord supérieur et antérieur du cartilage cricoïde, et le sommet tronqué au bord des cordes vocales inférieures. Ce cône serait plus ou moins aplati transversalement vers son sommet, suivant que les cordes vocales seraient plus ou moins rapprochées.

La muqueuse, qui a tapissé la face supérieure et les bords des cordes vocales inférieures, se dirige, très obliquement de haut en bas, vers les parois du larynx, quand les cordes vocales sont rapprochées, sans présenter inférieurement aucun relief appréciable. Quand les cordes vocales sont largement écartées, la muqueuse de la région sous-glottique, après avoir recouvert le bord de ces cordes, rejoint les parois cartilagineuses du larynx, circonscrivant une cavité presque cylindrique. Dans ce cas comme dans le précédent, les cordes vocales inférieures ne forment inférieurement aucun relief appréciable du côté de la région sous-glottique.

Grâce à l'existence d'un tissu cellulaire assez lâche, la muqueuse de la région sous-glottique du larynx suit les mouvements de rapprochement, d'éloignement ou de tension des cordes vocales.

La cavité sous-glottique du larynx présente un volume qui est à noter si l'on considère cette région comme partie résonnante des voies aériennes. Les changements de capacité de cette cavité ont encore une certaine importance pour régler le mode d'écoulement de l'air, à travers les lèvres plus ou moins écartées de la glotte.

La plupart des physiologistes se sont surtout occupés des vibrations des cordes vocales inférieures. On a considéré ces cordes vocales comme des anches membraneuses plus ou moins minces au niveau de leurs bords, et susceptibles de vibrer comme le feraient deux membranes de caoutchouc tendues horizontalement sur un cylindre en bois ou en verre et plus ou moins rapprochées.

Mais les cordes vocales humaines représentent-elles bien ce mode d'agencement? Le tube porte-vent situé au-dessous des cordes vocales n'est pas cylindrique; les cordes vocales inférieures ne représentent

pas une membrane mince. Ces cordes vocales et la muqueuse qui les recouvre ne s'accolent pas seulement par des bords, mais elles tendent à se rapprocher des faces.

La muqueuse sous-glottique ne vibrerait-elle pas tout entière ainsi que l'affirmait Bataille? Ce laryngologiste attribuait le registre de poitrine à des vibrations d'ensemble de la muqueuse sous-glottique ; il y a là une question fort intéressante, au point de vue physiologique, et que je livre aux méditations des physiologistes et des spécialistes.

L'écoulement de l'air, vigoureusement poussé par la double soufflerie pulmonaire à travers le tube trachéal et le larynx, parcourt des parties successivement dilatées et rétrécies qui sont des cavités résonnantes qui peuvent donner certaines qualités aux sons laryngiens.

On peut se demander même si le porte-vent sous-glottique ne concourrait pas à l'émission et aux modulations des sons fondamentaux qui constituent la voix humaine.

La forme de la cavité sous-glottique du larynx au moment de l'émission de la voix n'est certainement pas sans influence sur les vibrations de l'air qui traverse cette partie du larynx pour arriver dans des cavités plus larges, dans les ventricules et dans le vestibule de la glotte.

La question, autrefois si discutée, de la théorie des anches membraneuses est-elle absolument un axiome indiscutable? Ne peut-on pas demander encore une revision des anciennes opinions émises par Dodart, Savard, Biot, Liscovius, Longet, Helmholtz et Mandl?

Les dimensions de l'orifice de la fente glottique ne sont-elles pas aussi importantes à noter que la longueur ou la tension des cordes vocales?

Faut-il appliquer à la voix humaine la théorie de tuyaux sonores, ou celle des instruments à anches membraneuses?

Y a-t-il place pour une opinion mixte? Ce sont là des problèmes posés, qui sont de nature à stimuler le zèle des physiologistes. Pour ma part, je suis porté à croire que la tension des cordes vocales se joint à l'intensité plus ou moins grande du courant d'air expiré dans la production du son fondamental du larynx et dans ses diverses modulations.

L'air est ici le corps sonore, c'est incontestable; mais les vibrations de l'air sont-elles réglées par les vibrations des cordes vocales ou bien par les dimensions plus ou moins larges de l'orifice inter-glottique? Ce sont là des questions nouvelles à résoudre.

La trachée est aussi soumise à des changements de formes; elle peut être distendue par l'air, et c'est alors un tube alternativement

renflé et rétréci ; c'est ce que l'on voit sur des injections à l'alliage d'Arcet. (Voir nº 5 de la figure).

L'élévation du larynx tout entier en étirant le tube trachéal modifie son calibre en mettant en jeu l'élasticité de cet organe. On a prétendu que la trachée s'accordait ainsi pour les sons qu'elle devait renforcer. La trachée est un organe presque cylindrique dans son ensemble, mais à la partie supérieure, au point de jonction de la trachée et du larynx (nº 3), dans une hauteur d'environ 2 centimètres, le tube aérien affecte la forme d'un cône dont la base correspond au troisième cerceau de la trachée (nº 5) et le sommet tronqué au bord inférieur du cartilage cricoïde à la partie inférieure de la région sous-glottique.

L'air qui s'échappe en vibrant à travers les cordes vocales inférieures passe dans une cavité plus large par ses prolongements latéraux, celle de la glotte proprement dite et des ventricules; il doit, pour pénétrer dans le vestibule de la glotte, ébranler les cordes vocales supérieures qui lui opposent un certain obstacle. Le vestibule de la glotte est relativement plus large, mais, pour passer dans le pharynx, il y a encore un orifice à dimensions variables compris entre les replis aryténo-épiglottiques, la muqueuse inter-aryténoïdienne et l'épiglotte elle-même. L'air se dilate alors plus à l'aise dans le pharynx, d'où il passe par deux orifices à dimensions variables, limités par les piliers antérieurs et postérieurs du voile du palais, d'une part dans l'arrière cavité des fosses nasales, les fosses nasales et les sinus ; d'autre part, dans la cavité buccale. Il arrive enfin au dehors par des orifices encore à dimensions variables, l'ouverture des narines et la bouche.

Je n'ai pas à insister ici sur les variations de capacité des cavités pharyngiennes et buccales.

Les cavités du pharynx s'effacent plus ou moins par la contraction de leurs parois, elles s'agrandissent par l'élévation du larynx; la cavité buccale change de forme par les divers mouvements de la langue et les contractions des joues.

Toutes ces cavités ont leur capacité modifiée à certains moments de la phonation, de la respiration et de la déglutition, et elles sont séparées les unes des autres par des orifices qui peuvent modifier leur calibre et changer ainsi le mode d'écoulement de l'air qui les traverse. Nous n'avons, en aucune façon, l'intention de nous occuper de tous les problèmes complexes de physiologie qui sont afférents aux variations de capacité des cavités résonnantes des voies aériennes, dans lesquelles on trouve une application de l'ingénieuse théorie d'Helmholtz.

L'air vibrant et passant dans ces cavités alternativement retrécies

et dilatées, on comprend l'importance d'une étude plus exacte des orifices qui règlent son mode d'écoulement.

J'ai hâte de revenir au sujet qui fait l'objet spécial de ma communication : *La cavité sous-glottique du larynx.*

Cette cavité, avons-nous dit, a un volume variable dans ses trois quarts supérieurs par le rapprochement des cordes vocales inférieures et de la muqueuse sous-glottique; elle change aussi de capacité par les mouvements de bascule du cartilage cricoïde et du cartilage thyroïde. Quand le cartilage cricoïde s'éloigne en avant du cartilage thyroïde, la membrane crico-thyroïdienne forme en avant une paroi assez étendue de la région sous-glottique du larynx. Cette paroi se laisse distendre par l'air comme on la voit se distendre dans des conditions analogues par l'injection à l'alliage d'Arcet. Par le rapprochement au contraire des cartilages cricoïde et thyroïde en avant, la membrane crico-thyroïdienne cesse de pouvoir se distendre dans cette direction, pour se prêter à une augmentation de calibre de cette région de la cavité sous-glottique du larynx.

La muqueuse sous-glottique est doublée d'un tissu cellulaire lâche, qui se prête aux diverses variations de capacité de cette région des voies aériennes, et c'est ce qui nous permet de comprendre qu'elle puisse si facilement changer de forme.

Les injections à l'alliage d'Arcet dont j'ai l'honneur de vous montrer des spécimens (voyez la figure), indiquent avec assez d'exactitude la forme de la région qui nous occupe; on peut les faire la glotte entièrement ouverte ou fermée, le cartilage cricoïde rapproché ou complètement éloigné, en avant du thyroïde, et il est facile, sur deux larynx appartenant à des sujets de même âge, de se faire une idée exacte des variations de forme et de capacité de cette cavité dans les diverses positions des cordes vocales.

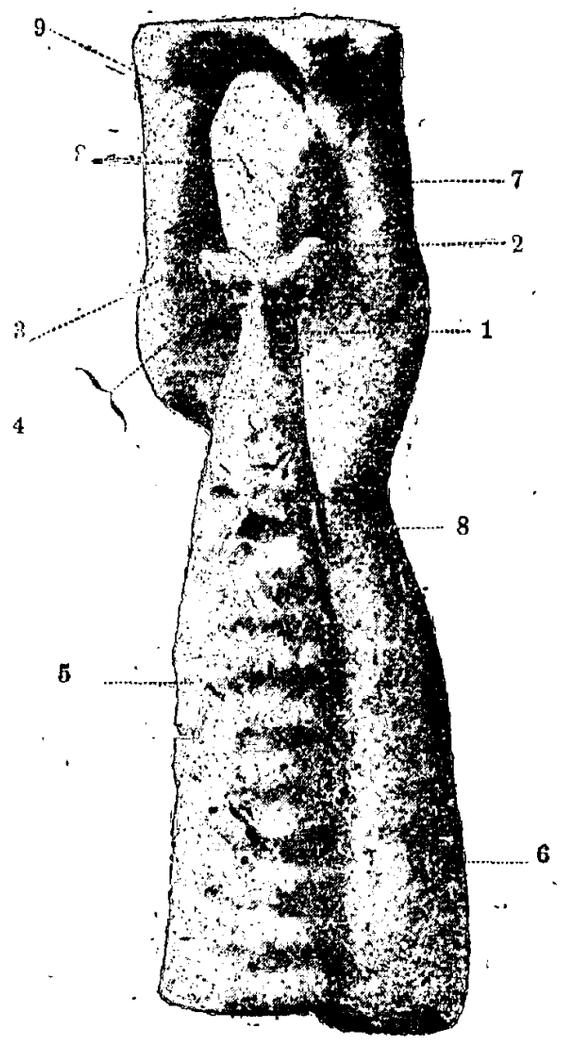
Si l'on remplit de mercure un segment de trachée et la cavité sous-glottique du larynx jusqu'au niveau des cordes vocales inférieures, on peut juger des variations de capacité de la région sous-glottique par les variations de niveau du mercure qui se produisent en rapprochant ou en éloignant les cordes vocales inférieures. On peut rendre ce phénomène plus évident encore en maintenant sur le mercure un petit flotteur gradué.

La cavité sous-glottique est conique par le rapprochement des cordes vocales, mais elle tend à prendre une forme presque cylindrique dans la dilatation complète de la glotte. C'est ce que démontrent nettement mes injections à l'alliage d'Arcet. (Voir nos 3 et 4 de la figure.)

On se ferait une idée assez exacte de la cavité sous-glottique en la considérant comme formée dans son quart inférieur par un segment

de cylindre surmonté dans ses trois quarts supérieurs d'un segment de cône qui peut se transformer, dans certaines circonstances, en une cavité presque cylindrique de même base et de même hauteur. La partie supérieure de la région sous-glottique, celle qui est surtout à capacité variable, a pour base une circonférence de 18 à 20 millimètres de diamètre et une hauteur de 22 à 24 millimètres.

Pour nous faire une idée exacte de cette région, nous aurions à cal-



Moule d'une injection du larynx à l'alliage d'Arcet, d'après une photographie.

1. Région sous-glottique du larynx. — 2. Ventricules du larynx. — 3. Limite inférieure de cette région. — 4. Limite supérieure de cette région. — 5. Trachée. — 6. Œsophage. — 7. Pharynx. — 8. Vestibule de la glotte. — 9. Empreinte de l'épiglotte.

culer tantôt la capacité d'un cylindre de 18 à 20 millimètres de diamètre à sa base et d'une hauteur de 22 à 24 millimètres, tantôt la capacité d'un segment de cône de même base et de même hauteur. Dans la région à capacité invariable située à la partie inférieure de la région sous-glottique, il y a un segment de cylindre de 20 à 22 millimètres de base et de 6 millimètres environ de hauteur.

Au point de vue chirurgical et pathologique, la région sous-glottique du larynx est des plus importantes.

L'épaississement, le gonflement par de l'inflammation et de l'œdème

de la muqueuse de cette région, l'oblitération de son calibre par des produits pseudo-membraneux ou par des tumeurs, peut avoir les conséquences les plus graves sur la phonation et la respiration.

Le chirurgien a grand intérêt à être très exactement fixé sur les dimensions et la forme de cette région, au niveau de laquelle il doit quelquefois opérer. Le volume des canules doit être calculé aussi exactement que possible sur les dimensions des voies aériennes en ce point; le calibre de la région sous-glottique du larynx se distingue très nettement du calibre de la trachée proprement dite. Les moulages du larynx nous fournissent ici des renseignements des plus utiles.

L'examen attentif des moulages du larynx éclairera le chirurgien qui serait désireux de mettre en pratique une opération française, abandonnée avec dédain, et qui nous revient aujourd'hui d'Amérique. *le tubage de la glotte.*

Le moulage du larynx nous sera d'un grand secours pour nous montrer la direction à prendre pour pénétrer facilement dans la cavité de cet organe. Le tubage du larynx, vous le savez tous, Messieurs, est une opération que nous devons à notre compatriote *Bouchut*.

Ce qui est arrivé pour cette opération me rappelle ce qui est arrivé à d'autres méthodes opératoires bien françaises aussi à leur origine, mais dédaignées à leur début, et qui nous sont revenues de l'étranger avec le prestige d'un certain cachet exotique : le raccourcissement des ligaments ronds, *l'opération d'Alquier,* qui est devenue l'opération *d'Alexander-Adam*.

Deux Américains se disputent entre eux la primeur d'une opération dont nous devons faire remonter tout le mérite à un Français, un de mes anciens maîtres de la Faculté de Montpellier, le professeur Alquier.

L'opération de *Létiévant* est devenue l'opération d'*Estländer,* et ainsi de suite. Sans être trop chauvin, il est bon de ne pas laisser empiéter sur nos droits par l'étranger qui n'est que trop porté, du reste, à se laisser aller dans cette voie, où ne l'arrête pas sa délicatesse.

Nous sommes trop portés, pour faire preuve d'érudition, à citer les auteurs étrangers et à oublier par *modestie* et quelquefois par *jalousie,* il ne faut pas craindre de le dire, nos compatriotes, nos collègues eux-mêmes.

La petite étude que je viens d'ébaucher est loin d'être complète, mais mon but sera atteint, si j'ai appelé votre attention sur une région un peu délaissée du larynx, peut-être parce qu'elle n'est pas entièrement visible au laryngoscope; si je vous ai montré les ressources que l'on peut tirer des injections à l'alliage d'Arcet, pour apprécier les différentes formes de cette région dans les différentes positions des

cordes vocales inférieures; enfin, si je vous ai montré au point de vue anatomique, physiologique, pathologique et chirurgical l'utilité de mes recherches.

Nul doute qu'il n'y ait encore à faire soit pour d'autres, soit pour moi-même, en approfondissant ce sujet. J'ai cru, cependant, bien que mes études sur cette région du larynx soient encore bien incomplètes, qu'il pouvait être intéressant de soumettre mes recherches à votre discussion et à vos avis éclairés.

M. SALET,

Médecin de l'hôpital de Saint-Germain-en-Laye.

DE L'ACTION DE LA COCAÏNE ALCALINISÉE, ASSOCIÉE A DE FAIBLES DOSES DE MORPHINE DANS LES AFFECTIONS DE L'ESTOMAC ET DU TUBE DIGESTIF.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

Nous nous proposons, dans ce travail, d'étudier d'abord l'action physiologique de la cocaïne seule, puis unie aux alcalins, enfin additionnée de très faibles doses de morphine, et, pour terminer, l'action thérapeutique du mélange ainsi constitué.

I. — Action physiologique de la cocaïne seule.

Dans ce court travail, résumé d'un travail plus complet, nous ne nous occuperons pas de l'historique de la coca et de ses alcaloïdes, pas plus que de son histoire naturelle.

Mais il est une observation que nous devons rappeler : dans le Pérou, la Bolivie, la Nouvelle-Grenade, l'Équateur, enfin, dans la plus grande partie de l'Amérique du Sud, les Indiens, qui mâchent pendant un certain temps des feuilles de coca en même temps qu'un corps dont nous aurons à nous occuper lorsque nous traiterons l'action des alcalins, sont capables de se livrer aux fatigues les plus excessives, aux travaux les plus durs et les plus prolongés, et cela, pour ainsi dire, sans prendre d'autre alimentation que le suc de la feuille qu'ils mâchent.

De ce fait brutal, on en avait conclu d'abord que la coca, ou les

principes qu'elle contient, avait une action nutritive. Et cependant, l'analyse et l'observation directe ne tardaient pas à démontrer que la coca ne renfermait aucun principe nutritif, et que ceux qui en faisaient usage, alors que l'alimentation ne venait pas réparer l'organisme, perdaient de leur poids autant et même plus que ceux qui subissaient une abstinence de même durée.

Comment donc agissait la coca, puisqu'en somme elle était capable de produire des effets aussi surprenants?

La coca, et par coca nous comprenons les divers alcaloïdes qu'elle renferme, agissait simplement comme agent anesthésique des épanouissements nerveux des muqueuses gastro-intestinales. Elle empêchait de percevoir le sentiment de la faim, les douleurs et les angoisses qui accompagnent l'abstinence absolue chez l'homme bien portant; elle permettait au patient de vivre à son insu, et sans aucun sentiment pénible pour lui, sur les réserves accumulées au fond de son organisme.

La découverte de la cocaïne, son action sur les muqueuses extérieures, et particulièrement sur les muqueuses de l'œil, firent oublier, pendant un certain temps, les faits qui avaient tout d'abord attiré l'attention sur la coca.

Cependant quelques auteurs, parmi lesquels Demarle, Mantegazza, Beugnier-Corbeau et, dans ces derniers temps, Coupard et Dujardin-Beaumetz, revinrent à cette action première.

Frappé des résultats qui furent obtenus, nous voulûmes les contrôler par des observations personnelles; les résultats obtenus nous paraissant des plus satisfaisants, nous étendîmes la sphère de nos recherches, et bientôt un grand nombre de faits observés en ville et dans notre service, à l'hôpital de Saint-Germain, vinrent confirmer les observations déjà citées.

Ainsi se trouvait acquis ce premier point : la cocaïne exerce une action anesthésique sur toutes les muqueuses avec lesquelles elle est mise en contact, aussi bien sur les muqueuses extérieures que sur celles qui tapissent les organes profonds. A cette action principale, caractéristique de la cocaïne, viennent s'en ajouter quelques autres qui peuvent ainsi se résumer :

La cocaïne, prise à doses progressivement plus fortes, détermine d'abord une excitation musculaire qui peut aller jusqu'à la convulsion tonique, puis, si les doses sont continuées, il survient un affaissement général de tout le système nerveux et l'arrêt des fonctions du cœur.

II. — Action de la cocaïne unie aux alcalins.

Nous avons dit que les Indiens qui mâchaient des feuilles de coca introduisaient au milieu de ces feuilles un corps particulier; ce corps, c'est la Llipta.

La Llipta est le produit d'incinération de diverses plantes de la famille des Chénopodées, plantes contenant, en notable proportion, des oxalates de chaux et de potasse; le produit d'incinération constitue donc un composé alcalin.

Cet alcalin, mis en présence de la coca, a pour premier effet de mettre en liberté la cocaïne; c'est, du reste, cette observation qui a été tout d'abord utilisée pour la préparation de cet alcaloïde.

L'action de la salive entraîne vers l'estomac un mélange d'oxalate de chaux, de soude et de cocaïne; mais là ce mélange se trouve en contact avec l'acide chlorhydrique ou l'acide lactique du suc gastrique qui vient définitivement déplacer la cocaïne pour former du chlorhydrate ou du lactate de cocaïne. Le chlorhydrate ou le lactate ainsi formé se répand sur toute la surface de la muqueuse, puisque c'est une sécrétion de cette muqueuse qui en active la production. De là son action anesthésique générale sur la muqueuse de l'estomac, c'est-à-dire l'absence absolue de douleur et d'angoisse chez les Indiens qui se soumettent volontairement à une abstinence prolongée.

Ce mode de production de la cocaïne rend bien compte des effets qu'ont notés tous les observateurs.

Nous savons, en effet, que l'action analgésique de la cocaïne sur les muqueuses exige le contact direct sur ces muqueuses, qu'il n'y a que les parties imprégnées qui soient insensibilisées; bien plus, nous savons encore que si l'on veut produire une insensibilité un peu profonde, il faut un contact bien plus prolongé, et, pour les yeux, par exemple, s'il s'agit de toucher seulement à la muqueuse, quelques gouttes d'une solution à 5 % suffisent, mais que si l'on veut agir profondément sur la cornée, il faut pour produire l'insensibilité nécessaire imbiber fortement la cornée, et cela un quart d'heure et même une demi-heure avant d'opérer.

Si donc l'on donne la cocaïne soit simple, soit à l'état de sel, elle arrivera dans l'estomac en quantité relativement minime, et il est fort possible qu'elle ne se répande pas partout, que certaines parties de la muqueuse stomacale ne soient pas atteintes; il n'y aurait donc point dans ce cas analgésie complète et action constamment identique, toutes choses étant égales d'ailleurs.

Ce fait de l'inconstance des effets de la cocaïne administrée seule,

nous avait frappé lorsque nous entreprîmes sur nous-même nos premières observations, et c'est ce qui nous conduisit, tout d'abord, à associer au principe actif de la coca une notable proportion d'un sel alcalin.

En effet, si à ce sel de cocaïne on ajoute un excès de bicarbonate de soude, par exemple, le contact général aura bien plus de chances de se produire, car il résulte d'expériences directes, et notamment des faits observés par Virchow et Cl. Bernard, que la présence des alcalins dans l'estomac provoque à un haut degré les sécrétions gastriques; on voit que, dans ces circonstances, la cocaïne tombera dans un milieu où toutes les conditions de sa dilution et de son épandage général auront été réunies. Ce mélange aurait donc pour conséquence de placer ceux qui s'y soumettraient dans des conditions artificielles se rapprochant, autant que possible, des conditions dans lesquelles se trouvent les Indiens qui mâchent la coca mélangée à la Llipta.

Ce sont ces considérations qui nous ont conduit à associer au chlorhydrate de cocaïne une forte proportion relative de bicarbonate de soude.

III. — Action physiologique de la cocaïne associée a de faibles doses de morphine.

La fugacité est un des traits principaux de l'action de la cocaïne. Cette action ne se prolonge en partie sur les chiens pendant environ vingt-quatre heures que lorsque les doses ont été poussées jusqu'au dernier degré de la tolérance, et encore faut-il remarquer que, dans ce cas, les effets sont complexes, et que les plus apparents, hyperexcitabilité et convulsions, disparaissent très rapidement.

Aussi, pour en revenir à la propriété de la cocaïne exploitée par les Indiens, il convient de rappeler que, pour prolonger pendant tout le temps qu'ils le désirent l'action anesthésique de la coca sur l'estomac, ils ne cessent pas un instant son usage et celui de la Llipta.

L'expérience leur a appris que, pour que l'action soit permanente, il faut que les muqueuses soient toujours imprégnées du suc alcalinisé de la précieuse plante.

Cette propriété de la cocaïne est surtout une qualité précieuse lorsqu'on veut produire l'analgésie d'une muqueuse accessible pour y pratiquer une opération de courte durée ou pour tout autre motif. Mais, si l'on veut obtenir l'anesthésie durable d'un organe profondément situé, il n'en est plus de même et cette qualité devient un inconvénient. Pour obvier à cet inconvénient, nous avons dû rechercher s'il n'y avait pas un moyen simple, inoffensif surtout, de prolonger

les effets d'une dose donnée de cocaïne, sans nuire à son action première.

Nous occupant spécialement de l'action de cet alcaloïde sur les muqueuses de l'estomac, l'idée d'associer la cocaïne alcalinisée à la morphine, devait naturellement se présenter à notre esprit ; à cet effet, l'action de la morphine sur les parois de l'estomac a été étudiée depuis longtemps, et tous les auteurs s'accordent sur ce point que la morphine donnée à faibles doses, de 1 à 5 milligrammes, apaise les souffrances de l'estomac, particulièrement celles qui succèdent à l'ingestion des aliments. Son action, parallèle à celle de la cocaïne, devait donc en commander l'association. Mais si l'action de la cocaïne est passagère, celle de la morphine se prolonge pendant un certain temps. De cette association devait résulter, *à priori,* un médicament complexe, tenant à la fois des propriétés de la cocaïne et de celles de la morphine, c'est-à-dire ayant la certitude anesthésique de la première et l'action prolongée que donne généralement la deuxième. Ces deux actions se combinant, nous devions arriver au résultat que nous cherchions : suppression de la douleur dans certaines affections des voies digestives.

Donc, après avoir employé sur nous-même l'action de la cocaïne alcalinisée qui, déjà, nous avait donné les résultats que l'on sait, nous résolûmes d'essayer cette action en ajoutant un demi à un milligramme de morphine par doses de deux à huit milligrammes de cocaïne ; ces doses, bien qu'évidemment très faibles, nous nous étions fait un devoir, afin d'éviter toute possibilité d'action aufre que celle que nous recherchions, de ne pas les dépasser : c'est partant de là que nous entreprîmes nos dernières expériences.

Les résultats obtenus dépassèrent nos prévisions : la place nous manque pour rapporter les nombreuses observations recueillies ; mais qu'il nous suffise de dire que la pratique vint toujours confirmer, à quelques nuances près, les faits que nous avions constatés sur nous-même ou dans notre service hospitalier.

Le mélange une fois expérimentalement et scientifiquement démontré, restait à en trouver le meilleur mode d'administration.

C'est ici, croyons-nous, le moment d'adresser à M. Afchain mes remerciements les plus sincères pour le concours qu'il a bien voulu nous prêter en mettant à notre disposition ses connaissances pratiques.

Le mode de préparation qu'il nous a indiqué et qui a servi à toutes nos observations répond, croyons-nous, au but que nous voulions atteindre.

Les observations recueillies peuvent se classer sous trois chefs dif-

férents, d'après les principaux symptômes observés et selon le mode d'administration du médicament.

1° *Les malades ne pouvaient absorber les aliments ou les rejetaient aussitôt absorbés.*

Dans ce cas, les meilleurs résultats nous ont été donnés en faisant prendre aux malades, selon l'intensité des symptômes, de deux à quatre doses dissoutes dans un peu d'eau immédiatement avant les repas.

2° *Les aliments, quoique supportés, occasionnaient une digestion lente et douloureuse.*

Dans ce cas, nous avons donné encore les mêmes doses prises moitié pendant, moitié immédiatement après les repas.

3° *Les crises de douleurs survenaient non plus au moment des repas mais à des époques indéterminées.*

Ici, nous avons administré de quatre à six doses, suivant l'intensité des crises et au moment même de leur apparition.

Nous n'avons pas besoin d'ajouter que dans toutes les souffrances de la bouche et de l'arrière-gorge l'usage de notre préparation a trouvé une application rationnelle qui a produit les effets qu'il était permis d'en espérer.

En résumé, il paraît résulter de nos recherches et des observations cliniques qui en ont été la conséquence :

1° Que la cocaïne exerce sur les muqueuses des voies digestives une action aussi certaine que sur les muqueuses extérieures ;

2° Que pour que cette action soit aussi complète que possible, il faut faciliter l'imprégnation des muqueuses gastriques, en favorisant les sécrétions gastro-intestinales ; de là, l'association de la cocaïne aux alcalins ;

3° Que pour que cette action ait son maximum de durée, il faut ajouter à ce mélange de très légères doses de morphine.

M. E. TACHARD,

Médecin en chef de l'Hôtel-des-Invalides, à Paris.

CONTRIBUTION A LA MÉTHODE ANTISEPTIQUE.

— Séance du 28 septembre 1887. —

Toutes les observations relatant une opération débutent le plus souvent par cette formule : toutes les précautions antiseptiques ont été rigoureusement prises ; ce qui prouve que la méthode de Lister est au moins acceptée en principe d'une manière générale, mais ne veut pas dire cependant que l'antisepsie soit méthodiquement appliquée. Une autre remarque à faire, c'est qu'on publie à chaque instant des formules nouvelles qui encombrent l'arsenal de la thérapeutique chirurgicale et qui nous font perdre aussi de vue les principes dont l'ensemble constituent la méthode antiseptique. Ces petits perfectionnements font plaisir à l'amour-propre ; ils permettent à leurs auteurs de dire en petit comité : « En somme, ce que nous devons à Lister c'est d'avoir enseigné la propreté » ; ses fidèles apôtres prenant comme un dogme l'enseignement du maître, ont préconisé l'acide phénique, qui sent mauvais, ainsi que des matières à pansement désignées sous des noms exotiques dont il n'y a pas lieu de s'embarrasser outre mesure.

Pour mon compte, j'ai cru jusqu'ici de bonne foi faire correctement l'antisepsie ; tant en Algérie qu'en France, j'ai scrupuleusement lavé mes mains, j'ai phéniqué mes malades et mon entourage, j'ai mis grand soin à désinfecter les salles d'opérations et cependant il faut bien avouer que mes opérés fabriquaient tous du pus en abondance et que les réunions immédiates étaient exceptionnelles. Dans le premier cas, j'accusais les diathèses ; dans le second, j'attribuais à mes soins particuliers le résultat obtenu, car, bien entendu, j'ai eu aussi la prétention de simplifier et de perfectionner la méthode antiseptique.

La succion continue avec un siphon, faite par exemple dans le centre d'un moignon d'amputation, me paraissait une innovation de premier ordre, bien supérieure à l'emploi d'un petit bout de drain, puisqu'elle opérait le déplacement direct du pus et qu'en outre, par son action, elle déterminait l'adaptation des lambeaux. C'était bien là le meilleur moyen de barrer le passage aux microbes et de ne faire

que des pansements rares, puisque le moignon se trouvait à sec et était débarrassé de tout élément de fermentation.

J'en étais encore là, il y a quelques mois; mais ayant été appelé à Paris, mon premier soin fut d'aller observer dans les cliniques des maîtres leurs façons de procéder. Je n'ai pas été longtemps sans voir ce que je devais penser de mes procédés de pansement, et je suis arrivé à cette conclusion que je ne faisais qu'une chirurgie antiseptique de fantaisie, que je violais à chaque instant les règles de la méthode dont je n'avais pas compris l'ensemble, et j'acquis la conviction que, malheureusement pour les blessés, je me trouvais en très nombreuse et très honorable compagnie. Tout d'abord la pratique antiseptique de M. Championnière me parut excessive; dans les cliniques officielles ou autres je regardai faire et, comptant les coups, je vis que la réunion immédiate et intégrale des plaies opératoires était la règle chez M. Championnière, tandis qu'elle n'était le plus souvent que partielle dans les autres services, même là où l'on pensait faire classiquement l'antisepsie. Il faut toujours expliquer ce qu'on voit et les résultats qu'on obtient. On n'aime guère dans notre corporation, pas plus que dans les autres, à s'avouer coupables de fautes commises; et comme les murs des hôpitaux sont généralement solides, c'est sur eux que l'on cogne pour expliquer les revers que le four crématoire ou la tombe vulgaire feraient disparaître à jamais si nous n'avions la dangereuse habitude de faire de la statistique.

Je ne viens faire ici aucune critique malveillante, car me souvenant de ce que je faisais il y a quelques mois, il serait trop facile de me mettre en face de mes fautes pratiques et de me prendre dans mes propres revers chirurgicaux; ce que je désire est faire œuvre utile, et ce que j'ai vu me pousse à dire de toutes mes forces dans l'intérêt des malades et pour l'honneur de la chirurgie française, qu'en dehors de la pratique antiseptique méthodique, il n'y a qu'incertitude chirurgicale, et qu'il n'est plus honnête de faire à notre époque de la chirurgie de hasard comme nous la pratiquions.

Nous savons maintenant pourquoi les plaies suppurent : elles sont exposées aux torrents de germes qui nous environnent, et ces microbes, déposés au sein de tissus, irritent les éléments organiques qui n'ont d'autre moyen de résister qu'en produisant du pus. Ce pus n'est qu'un baume très relatif à nos plaies, il est un accident, un produit inutile et dangereux dont il faut à tout prix prévenir la formation.

Nous pouvons tous arriver à ce résultat, car ce que fait M. Championnière nous pouvons tous le faire comme lui si nous voulons et savons nous astreindre à appliquer la méthode antiseptique, qui est

en somme d'une grande simplicité. Je n'ai pas ici à reproduire ou à analyser ce que chacun de nous peut lire dans le *Traité de chirurgie antiseptique ;* mais comme on lit à chaque instant un nouvel air varié sur l'antisepsie, il ne sera peut-être pas inutile de relater rapidement le *modus faciendi* actuel de M. Championnière.

On objecte à la méthode de Lister d'être hérissée de difficultés pour être pratique et utilisable partout et par tous.

C'est là une erreur contre laquelle il faut s'élever, car c'est au contraire par des moyens très simples que l'on peut réaliser l'asepsie en tout lieu.

On lui fait le reproche d'être dispendieuse ; mais cette accusation est encore plus mal fondée, car elle peut aisément se chiffrer. Il est vrai que certains pseudo-antiseptiques coûtent fort cher par la façon dont ils comprennent l'emploi des pansements antiseptiques, mais ce sont là des abus qui se corrigeront d'eux-mêmes et qui n'ont rien à faire dans notre étude.

Pour prouver l'économie il n'y a qu'à demander à un malade : « Voulez-vous guérir sans suppuration avec deux ou trois pansements en douze ou quinze jours, ou attendre la réparation de votre plaie pendant trois mois avec un pansement quotidien? » Si le malade est traité à domicile, il aura bientôt fait sa balance, et sa réponse n'est pas douteuse.

Dans ce qui précède il n'y a rien d'exagéré ; avec une bonne antisepsie pas de suppuration et réunion immédiate, avec une pseudo-antisepsie les hasards et les incertitudes d'une réunion lente, après suppuration, sans compter encore que la cicatrice linéaire obtenue par première intention est de beaucoup préférable à la large cicatrice survenant après une suppuration de plus ou moins longue durée.

Ces considérations générales résumant les avantages de la méthode antiseptique, disons maintenant sur quels faits nous basons notre manière de voir. Nous prendrons nos exemples dans le service de M. Championnière et cela sans choisir les plus beaux cas.

Les résections articulaires rentraient dans la catégorie des opérations graves et comportant une suppuration prolongée ; les résultats cliniques obtenus sur le membre inférieur surtout étaient si peu satisfaisants, que ces opérations étaient presque abandonnées ; après une période d'engouement pour les résections en général, nous revenions en arrière et nous étions tentés de les abandonner tant les résultats immédiats et éloignés étaient en général mauvais. Avec l'antisepsie, c'est une question à revoir, ainsi que le prouve le fait suivant :

Le 9 juin dernier, chez un tuberculeux atteint d'arthrite du genou, auquel j'aurais certainement fait l'amputation de la cuisse si j'avais

eu la responsabilité du cas, j'ai vu pratiquer une résection complète de l'articulation du genou; le 11 août, l'état général de cet homme était excellent, la réunion osseuse était complète, et, par simple prudence, le malade restait couché sans aucun pansement. L'opération faite antiseptiquement avait duré deux heures environ.

Parlerai-je des nombreux cas de cure radicale de hernie pratiquées à Saint-Louis? Tout récemment, la *Semaine médicale* a publié sur ce sujet une clinique de M. Championnière se résumant dans ce simple énoncé : cinquante-deux opérations sur cinquante malades, tous guéris par première intention, à l'exception d'une femme qui, le jour même de l'opération, glissa sa main sous le pansement pour se gratter; le résultat ne se fit pas attendre; sa plaie suppura abondamment, mais finit par guérir? Ce fait là n'a-t-il pas l'importance d'une expérience que le chirurgien n'était pas en droit de faire? Convenons cependant que ce n'est pas une opération insignifiante que d'ouvrir le sac péritonéal de la hernie et de le réséquer dans l'abdomen à une profondeur de cinq à six centimètres. Tous ces malades ont guéri, ce qui est pour eux le principal, mais ils ont guéri dans une moyenne de quinze jours, sans suppurer, sous deux ou trois pansements qui, tous réunis, ne coûtaient pas autant que ceux qu'il aurait été nécessaire d'employer, si l'on n'eût pas agi antiseptiquement.

Bornons là nos exemples, quoique nous eussions pu parler encore de l'innocuité de la trépanation avec ouverture des méninges; mais ces faits ne nous appartiennent pas, et comme nous ne suivons pas quotidiennement ces malades, nous pourrions manquer d'exactitude fort involontairement.

Abordons maintenant le côté technique de la question, et nous verrons qu'il réalise absolument le programme rêvé par les anciens, *tuto, cito et jucunde*.

Les conditions dans lesquelles opère M. Championnière donnent à sa pratique une valeur toute spéciale; son service est dans des baraques fort peu confortables où son prédécesseur voyait toutes les plaies opératoires suppurer abondamment; il y a un encombrement permanent dans ces salles, et il était besoin d'une foi robuste dans la valeur réelle de l'antisepsie pour oser s'y aventurer chirurgicalement.

Cette observation vaut la peine d'être faite, car elle prouve, que ce n'est pas tant le milieu nosocomial qui est dangereux, que la façon dont on panse les malades. C'est le milieu immédiat dans lequel évoluera la plaie qui doit être aseptique, c'est le malade qu'il ne faut pas perdre de vue, c'est directement dans le champ opératoire qu'il faut circonscrire l'antisepsie, c'est le champ opératoire et ses environs qu'il faut soustraire méthodiquement au contact des microbes.

Autant vaut dire que tout ce qui a été écrit sur l'encombrement des salles de malades est fortement à revoir, et que bien des opinions formulées sur cette question manquent d'exactitude. Il vaudra toujours mieux habiter un château à la campagne qu'un hôpital à Paris ou ailleurs; mais ce n'est pas dans le luxe des locaux qu'il faut aller chercher la cause de la guérison. Nous insistons tout particulièrement sur cette question, qui mérite d'être soulignée, parce qu'elle prouve que ce n'est pas dans l'aménagement et la disposition des locaux qu'il faut aller chercher la cause des revers ou des succès chirurgicaux, mais uniquement dans l'application des principes de l'hygiène individuelle et dans la pratique scrupuleuse de la méthode antiseptique, qui se trouvait cachée sous le voile de la statue d'Hygie.

Il est temps maintenant, non pas de conclure, mais de dire comment il faut procéder pour agir antiseptiquement et obtenir des réunions immédiates complètes dans la généralité des cas. La salle d'opération des baraques de Saint-Louis est d'une simplicité antique; deux tables ordinaires, dont l'une sert de lit d'opération, une armoire, un poële composent son ameublement. En y entrant, en toute saison, on y trouve une chaleur qui ne monte guère au-dessus de 25 degrés, mais qui ne descend guère au-dessous. Cette température est indispensable au bien-être des opérés, qui ne sont pas ainsi exposés à des refroidissements nuisibles et dangereux pendant la durée des opérations; quoique soumis au chloroforme, le patient n'en est pas moins exposé aux effets du refroidissement et à ses conséquences, en sorte qu'il est indispensable de prendre cette précaution, comme le font les artistes dans leurs ateliers de modèles.

Le chirurgien, comme tous ses aides, sont revêtus de costumes en toile pouvant se laver, ils tiennent leurs manches relevées, et ils font la toilette de leurs mains avec un soin extrême pour obtenir une asepsie aussi complète que possible.

Tous les instruments, soigneusement entretenus, plongent toujours avant l'opération dans une solution phéniquée forte, ainsi que les éponges, les fils de catgut ou les crins de Florence dont il n'y a plus à faire l'éloge pour la suture profonde et superficielle des lèvres de la plaie.

Tout étant préparé ainsi à l'avance, le malade est apporté sur le lit d'opération; pendant qu'on procède d'un côté à sa chloroformisation, de l'autre on fait la toilette minutieuse de la région avec une décoction de bois de Panama; s'il y a lieu, la région est rasée préalablement, puis lavée à l'eau phéniquée.

Dès que ces soins de propreté locale ont été pris, on recouvre le malade de draps chauds, on ne laisse à nu que le champ opératoire,

que l'on borde en quelque sorte avec un certain nombre de compresses humides sortant d'un bain antiseptique et recouvrant les alèzes, afin que tout le pourtour du champ opératoire avec lequel les mains seront en contact reste aseptique. Jusqu'au moment où l'opération commence, la région opératoire circonscrite de compresses antiseptiques est encore recouverte d'une compresse phéniquée humide; au moment voulu pour faire la première incision, le chirurgien fait encore plonger ses mains dans un bain phéniqué, et, sans prendre la peine de s'essuyer, ce qui d'ailleurs serait un parfait contre-sens, il procède à l'opération.

Les premières incisions étant pratiquées, l'hémostase absolue est faite avec des pinces à pression continue, placées même perpendiculairement sur les bords de la peau, sans qu'il y ait à redouter de gangrène consécutive; après cet assèchement de la plaie, on continue l'opération en ayant le soin de maintenir avec des compresses ourlées, sortant d'un bain antiseptique, une zone dépourvue de germes, dans laquelle un instrument oublié ne s'infecte pas, et que les mains peuvent toucher sans danger de contamination. Pendant tout l'acte chirurgical, les instruments sont maintenus dans une asepsie parfaite en les replongeant dans un bain phéniqué quand ils ont cessé d'être employés. Le chirurgien lave souvent ses doigts dans un bain phéniqué, et tous les aides employés ne touchent à l'opéré, aux instruments ou aux pansements qu'avec des mains strictement aseptiques.

En résumé, la surface traumatique ou opératoire n'est jamais en contact qu'avec des éléments aseptiques (doigts, instruments, pansements); mais comme malgré toutes ces précautions les microbes peuvent encore franchir ce cercle protecteur, par une dernière précaution, avant de terminer l'opération par la suture, l'ensemble de la plaie est lavée avec une solution phéniquée forte ou une solution de chlorure de zinc dont l'usage ne pourrait être continu, mais dont l'application de courte durée ne saurait nuire à la vitalité des tissus et à la cicatrisation par première intention.

Si une cavité splanchnique a dû être ouverte, à l'aide du pulvérisateur, on donne dans l'air un coup de balai antiseptique dont l'utilité, quoique contestée, n'est pas douteuse.

Supposant maintenant l'opération terminée par l'application de ligatures perdues au catgut, avant de suturer les bords divisés de la peau, l'opérateur remplit la perte de substance avec une éponge d'une grosseur appropriée, et avec l'aiguille de Reverdin il pratique la suture superficielle et profonde des lambeaux aussi bien au cuir chevelu qu'à l'aine ou au cou. Avant de fermer la plaie, l'éponge est retirée, un drain court et gros est placé dans le fond, la suture est

achevée, et, avant de procéder au pansement définitif, on fait sortir par pression à travers le tube le sang qui peut rester épanché; on lave rapidement les parties qui peuvent être ensanglantées, et l'on recouvre avec plusieurs couches de gaze iodoformée et des sachets contenant de la poudre antiseptique les lèvres réunies de la plaie. Une feuille de Makintosh et une assez grande quantité de ouate de tourbe, maintenue avec des bandes de gaze complètent l'appareil de pansement.

Dans cette application du pansement, le principe important est de mettre la plaie à l'abri de l'air en étendant très largement les pièces qui le composent; là il n'y a pas d'économies à faire, le trop est ici nécessaire, surtout lorsqu'on a opéré au voisignage des orifices naturels dont la désinfection est impossible.

En résumé, il faut rendre le champ opératoire aseptique et le maintenir tel pendant tout le temps de l'intervention; le chirurgien et son entourage, les instruments dont il fait usage doivent être pendant le même temps dans un état de parfaite antisepsie.

Telle est la règle; son application est-elle si difficile que tout chirurgien qui entreprend une opération ne puisse s'imposer et obtenir de ses aides et de son personnel auxiliaire cet état de propreté ?

Nous répondons non : il peut être difficile de faire comprendre l'importance de ces précautions minutieuses, mais c'est au chirurgien à surveiller ce qui se passe autour de lui.

Qu'importe qu'une opération dure plus ou moins; ce qu'il faut, c'est guérir le malade, et sous la sauvegarde de la méthode antiseptique la guérison est devenue la règle, et non, comme autrefois, hélas! une heureuse exception obtenue au prix de complications inconnues aujourd'hui.

Conclusion. — Il faut avant, pendant, et après l'opération maintenir le champ opératoire dans une rigoureuse asepsie en observant toutes les règles de la méthode antiseptique.

M. TERSON,

A Toulouse.

DES DIVERS MODES D'ADMINISTRATION DU MERCURE ET DE LEURS INCONVÉNIENTS DANS LA PRATIQUE.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

J'ai voulu profiter de la publicité donnée aux travaux du Congrès pour rappeler que la Société de médecine de Toulouse a choisi, pour sujet du prix Gaussail à décerner en 1889, la question suivante : *Étude des accidents oculaires imputables à la syphilis et de leur traitement*. Cet appel s'adresse aux ophtalmologistes et aux syphiliographes ; car la fréquence et la diversité des accidents oculaires sont grandes dans la syphilis acquise comme dans la syphilis héréditaire. Ces accidents sont graves par suite de la délicatesse extrême des tissus atteints ; et cette particularité exige une guérison très rapide et sans transformation notable des éléments anatomiques normaux.

De ces considérations il est aisé de conclure à l'importance exceptionnelle de l'étude de la syphilis oculaire pour la fixation définitive du meilleur traitement de la syphilis en général. De là découle aussi naturellement la recherche du meilleur mode d'administration du mercure.

On sait que M. Balzer a récemment saisi la Société médicale des hôpitaux de Paris des bons résultats qu'il a obtenus par les injections sous-cutanées de calomel en suspension dans l'huile de vaseline. La lecture de ce travail a donné lieu à une discussion très intéressante par la haute compétence de ceux qui y ont pris part ; mais la discussion a révélé une divergence très marquée des opinions émises, quant au meilleur mode d'administration du mercure, soit par la voie stomacale, soit par la voie cutanée, soit par l'injection dans le tissu cellulaire sous-cutané de préparations mercurielles solubles ou insolubles. Il y a donc encore en ce moment une véritable anarchie au point de vue de la meilleure thérapeutique à opposer à la syphilis.

Sans avoir eu l'intention de creuser à fond ce sujet, j'ai désiré seulement rappeler l'attention du monde médical sur cette question si importante et non encore résolue et amener, si c'est possible, de nouvelles études que la Société de médecine de Toulouse serait satisfaite d'avoir provoquées.

M. ARNAUD de FABRE,

A Avignon.

SUR L'ACTION CONVULSIVANTE DE L'ATROPINE.

— Séance du 28 septembre 1887. —

On sait qu'il faut une dose considérable d'atropine pour amener des symptômes d'intoxication chez certaines espèces animales. M. Vulpian[1], dans ses expériences, observait des effets avec la dose de trois milligrammes chez des chiens de forte taille. Nothnagel et Rossbach[2] disent qu'il faut un gramme d'atropine pour intoxiquer le lapin. Après d'autres observateurs, j'ai vu, chez des malades, des troubles marqués après l'injection d'un seul milligramme de sulfate d'atropine; par contre, j'ai constaté la nullité d'action de deux milligrammes d'atropine, en injection, sur la souris.

J'ai cherché un procédé qui rendît manifeste l'action de doses relativement faibles chez les lapins. Voici un résumé des faits observés et les conclusions qui me paraissent en découler :

Expérience I. — *A un lapin gris foncé.* — Section des deux nerfs pneumogastriques : injection dans la veine jugulaire de quatre milligrammes d'atropine en solution dans quatre grammes d'eau distillée (atropine de Thiboumery et Dubosc) : action nulle; le cœur continue à être arrêté par la faradisation du bout inférieur du pneumogastrique. — Section du filet sympathique cervical : Phénomènes de vascularisation et symptômes oculo-pupillaires ordinaires, avec cette anomalie étrange, qu'ils se sont produits du côté opposé à la section; température surélevée de cinq degrés. Je recherche en vain cette anomalie d'innervation sur un second lapin de même type : les deux animaux succombent en douze et vingt-quatre heures, avec les lésions de l'emphysème pulmonaire.

Expériences III et IV. — Je pratique avec précaution, au moyen du trépan, une petite perforation à la voûte crânienne; j'adapte exactement une seringue de Pravaz à l'orifice; elle y est comme vissée.

J'injecte lentement une solution de quatre milligrammes d'atropine dans quatre grammes d'eau : rien de sensible; je ferme l'orifice avec de la cire.

1. *Leçons sur les substances toxiques et médicamenteuses*, 1882, pp. 161 et 171.

2. *Nouveaux éléments de matière médicale*, 1880, p. 610.

Le lendemain, injection par ce même orifice de un centigramme de chlorhydrate de morphine dans un gramme d'eau : au bout d'une minute, contraction de la pupille; puis, une série d'attaques convulsives, épileptiformes, qui amènent la mort.

Expérience V. — Injection intra-crânienne d'atropine. Solution deux fois plus concentrée que dans l'expérience III; après vingt minutes, il se produit des convulsions généralisées qui continuent, non épileptiformes, ayant plutôt le caractère du tremblement, excitées par le contact des narines, de la joue. Mort en trois heures. Congestion de l'encéphale et du poumon. Rien à la moëlle épinière.

Expérience VI. — L'injection de quatre grammes d'eau n'amène aucun symptôme immédiat. L'animal succombe le deuxième jour, avec des lésions de méningite.

Expérience VII. — Injection de un centigramme et demi d'atropine : développement des phénomènes convulsifs précédents. Mort. Dans ce cas il y a eu un épanchement sanguin sous les méninges, qui a pu être facteur des accidents.

Expérience VIII. — Injection de cinq milligrammes dans un demi-gramme d'eau : après vingt-cinq minutes, déroulement des mêmes symptômes convulsifs, dans l'ordre suivant, déjà remarqué : 1° frémissement des joues; 2° secousses de la tête en arrière; 3° des pattes antérieures; 4° des oreilles. Les convulsions n'atteignent pas, dans ce cas, les membres postérieurs. Hyperesthésie de la région sous-maxillaire, de la région du nerf sciatique, des aisselles. Une légère excitation mécanique de ces régions surexcite ou réveille les convulsions : l'animal bondit hors de la gouttière, malgré les liens; pupilles dilatées, même en approchant très près une bougie. Cet état diminue après quelques heures; le lendemain, un peu de dilatation pupillaire. L'animal a continué à se bien porter (plus d'un mois après).

Je conclus que dans certaines conditions (application directe plus ou moins immédiate sur le centre cérébral, après trépanation), l'atropine en solution, à dose relativement faible, agit sur le lapin, conformément aux lois physiologiques générales, et amène des convulsions à marche particulière.

Les précédentes observations pourraient être utilisées dans les recherches physiologiques et dans les recherches toxicologiques.

M. ARMAINGAUD,

A Bordeaux.

L'ŒUVRE DES HOSPICES MARITIMES ET LES NOUVELLES FONDATIONS D'ARCACHON ET DE BANYULS-SUR-MER POUR LES ENFANTS DÉBILES, LYMPHATIQUES ET SCROFULEUX.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

La *phtisie pulmonaire*, vous le savez aussi bien que moi, est de beaucoup la plus meurtrière de toutes les maladies et le plus grand ennemi de notre race; car elle cause plus de la *sixième partie des décès* et tue annuellement en France cent soixante mille personnes.

Quelle que soit l'explication que l'on donne des liens de parenté de la *scrofule* et de la *phtisie,* un point sur lequel tous les médecins s'accordent, c'est que prévenir ou guérir la *scrofule*, c'est, du même coup, prévenir un grand nombre de cas de phtisie. Or, la résidence prolongée sur le bord de la mer, c'est là un fait bien établi, et sur lequel l'accord des médecins est tout aussi unanime, est un moyen curatif et préventif d'une remarquable puissance contre la scrofule. Les enfants appartenant aux familles riches ou aisées peuvent facilement profiter de ce précieux moyen de régénération; mais les enfants des ouvriers et des familles pauvres qui, justement, en auraient le plus besoin, ne peuvent en bénéficier que bien exceptionnellement. Il importe donc, au nom de la solidarité et de la prévoyance sociales, et dans l'intérêt supérieur du relèvement de la race et de la défense du pays, de mettre, dans la mesure du possible, à leur portée et à leur disposition les résidences maritimes de santé; en conséquence, la création de nouveaux hospices maritimes est une question d'un intérêt vital pour le pays, et vous savez tous que, malheureusement, la France est restée, sous ce rapport, bien en arrière des nations voisines.

En Italie, vingt-deux hospices maritimes fonctionnent depuis de longues années au profit de la population pauvre. En Allemagne, plus d'un millier d'enfants indigents bénéficient de cette résidence maritime, grâce au concours charitable.

En France, où nous avons plus de deux millions d'enfants de moins de quinze ans, prédisposés et voués à la phtisie, c'est-à-dire à une mort prématurée, les uns par l'hérédité directe, les autres parce qu'ils sont scrofuleux, nous en sommes réduits, en fait de grand établissement,

au seul hôpital de Berck-sur-Mer, institution admirable et rendant de très grands services, mais ne s'adressant presque exclusivement qu'à la population pauvre de Paris, et même à une très faible partie de cette population.

Quant aux petits établissements privés de Cette, de Nice (maison Frœdland) et de Cannes (petit Hospice Dolfus), ils ne se développent qu'avec une lenteur extrême, si même ils ne restent stationnaires, faute de moyens de propagande pour les faire connaître et attirer sur eux l'attention publique.

Aussi, le but de mon *Rapport au Congrès international d'hygiène de Genève en 1882,* dont les conclusions furent votées à l'unanimité par le Congrès tout entier, réuni en séance plénière, était-il de démontrer à mes collègues que le principal moyen de réaliser progressivement la création de nombreux hospices maritimes, c'était de faire sortir cette question du cercle étroit où on l'avait enfermée jusque-là; je voulais dire par là qu'il ne fallait pas compter exclusivement ni sur la bonne volonté de quelques donateurs isolés, ni sur le concours spontané des pouvoirs publics et des budgets départementaux ou municipaux pour faire surgir de nouvelles fondations; mais qu'il fallait intéresser et associer le public tout entier au développement de ces institutions de prophylaxie maritime au moyen de conférences publiques, d'une agitation, d'une véritable croisade, qui seraient poursuivies par les médecins dans les principales villes de France, et accompagnées de distributions, à tous les auditeurs, d'instructions populaires sur le ravage de la scrofule, son influence étiologique sur la production de la phtisie pulmonaire, sur les résultats obtenus à Berck et sur l'action curative et préventive de la résidence maritime prolongée.

Pénétré de cette pensée et encouragé par l'adhésion unanime du Congrès, je commencerai donc, payant de ma personne et montrant l'exemple, à entreprendre sans plus tarder une propagande publique que j'ai poursuivie, chaque année, dans une série de conférences publiques, de réunions privées de médecins ou de philanthropes, et d'articles de journaux.

En 1883, quatre conférences à Bordeaux; en 1884, deux conférences à Bordeaux et une à Bayonne; en 1885, trois conférences à Bordeaux; en 1886, une conférence faite à Paris aux présidents et membres honoraires des Sociétés de secours mutuels de la Seine, sous la présidence de M. de Hérédia, député de la Seine.

A la fin de chacune de ces conférences, une petite brochure de huit pages (sur papier carton), identique à celle que je fais passer devant vos yeux, et résumant l'exposé que je venais de faire, était distribuée gratuitement à chaque auditeur, afin de mieux fixer ses souvenirs et

de lui permettre de répandre au dehors l'idée qu'il venait d'entendre développer. Dix mille Instructions de propagande pour l'œuvre des résidences maritimes furent alors répandues dans le public, les unes dans les conférences, les autres au dehors par distribution ou envois directs. Je profitais, en outre, chaque année, de mes vacances annuelles pour visiter les hospices maritimes déjà existants, Berck, Nice, Cannes, et pour étudier sur tout le littoral de la France les points où, quand l'occasion et les moyens s'en présenteraient, pourraient être fondés utilement de nouveaux établissements.

Cette première campagne de propagande produisit un premier résultat, c'était de faire connaître à un très grand nombre de personnes qui l'ignoraient, parmi les classes éclairées et instruites de la population, qu'il y avait là une œuvre importante à réaliser; j'eus, en outre, la preuve indéniable de l'utilité et l'efficacité pratique de la distribution de ces Instructions en voyant une personne généreuse qui n'avait pas assisté à ma conférence, mais qui avait lu une de ces brochures, se présenter chez moi et m'offrir plusieurs centaines de mille francs pour organiser un sanatorium destiné aux enfants pauvres sur la côte du golfe de Gascogne, à Castel-Biarritz, et le diriger moi-même. Cette dernière condition absolument imposée, que je ne pouvais accepter, m'empêcha d'agréer cette proposition, mais je ne désespère pas de décider son généreux auteur à renoncer à cette exigence et à faire bénéficier définitivement l'œuvre des Sanatoria maritimes de l'opulente dotation qui avait un instant miroité devant mes yeux. Quoi qu'il en soit, stimulé par ce premier succès relatif, et sans me laisser impressionner par la déception qui l'avait suivi, je continuais ma propagande avec plus d'ardeur encore, mais en y ajoutant un nouveau moyen d'action, et je fus cette fois-ci plus heureux, car, à la suite de deux nouvelles séries de conférences, à Bordeaux, le 16 janvier, et à Perpignan, le 10 mars 1887, j'ai obtenu les résultats suivants :

1° La fondation d'un *sanatorium maritime* pour les enfants pauvres à *Arcachon* était assurée par la donation qui m'était faite de deux côtés différents d'un emplacement de deux hectares plantés de pins, sur le bord du bassin d'Arcachon, et d'une somme de 47,000 francs affectée à la construction, sur ce terrain, d'un premier pavillon. En même temps, plusieurs autres personnes généreuses m'offraient spontanément les ressources nécessaires pour entretenir un certain nombre d'enfants.

2° Le 20 avril 1887, le Conseil général des Pyrénées-Orientales, sur la proposition et le remarquable rapport de M. Georges Lafargue, préfet du département, appuyés sur l'exposé de ma conférence, et,

sur l'avis du Conseil d'hygiène du département, votait, sur les fonds départementaux, un emprunt de 200,000 francs affecté à la fondation d'un sanatorium maritime à Banyuls-sur-Mer, et un crédit de 7,000 francs, pour répandre, dans ce département à *mortalité excessive,* les notions de l'hygiène par l'organisation de conférences et la distribution d'*Instructions pratiques sur l'hygiène de la famille.*

Voici en quelques mots, en modifiant mes moyens d'action, comment j'ai pu aboutir à ces premiers résultats. J'ai pensé que le meilleur moyen de susciter des donations en faveur de l'œuvre serait de réunir un certain nombre d'enfants débiles et très lymphatiques, et de les entretenir gratuitement en résidence prolongée sur le bord de la mer, pendant plusieurs mois chaque année, au moyen de ressources recueillies directement par moi et sans appel à la charité privée ou publique. Il me paraissait probable qu'en faisant connaître au public l'initiative que j'avais prise et les guérisons obtenues sur ces enfants je verrais surgir l'offre spontanée des premiers fonds nécessaires pour réaliser l'œuvre dans de plus amples proportions et dans des conditions d'installation définitive.

Mais comment réunir, sans faire appel ni à la bienfaisance privée, ni à l'État, ni aux budgets municipaux du département, déjà si souvent sollicités pour tant d'autres œuvres, les ressources renouvelables chaque année pour procurer une résidence maritime à mes vingt premiers enfants destinés à servir de noyau d'appel et de centre d'attraction?

Je n'ai eu, pour y parvenir, qu'à emprunter aux journaux, et aux journaux de médecine en particulier, les moyens qu'ils emploient pour recueillir les fonds nécessaires à leur fonctionnement.

Ayant remarqué que les journaux de médecine soutenaient leur existence surtout grâce aux annonces industrielles auxquelles ils donnent l'hospitalité de leurs premières et dernières pages, nous nous sommes dit que si l'emploi de ce moyen est admis en pareil cas, il était tout aussi légitime et même très désirable qu'il fût utilisé pour créer deux œuvres dont le grand intérêt public est chaque jour proclamé par ces mêmes journaux, et pour répondre à l'appel chaque jour réitéré des corps savants, surtout quand il s'agit de mettre *gratuitement* ces deux grands services à la disposition d'un nombreux public.

Cette idée admise, il me suffit de faire passer sous vos yeux les *brochures-instructions* que voici [1], pour que vous compreniez très facile-

1. A ce moment, l'orateur fait distribuer aux membres de la section les brochures où sont imprimées les *Instructions* qui résument son *Cours d'hygiène.*

ment comment je l'ai mise en pratique et comment elle m'a permis de réaliser simultanément deux œuvres distinctes mais solidaires et se complétant l'une par l'autre : la *vulgarisation de l'hygiène* sur une large échelle et l'*entretien gratuit d'un assez grand nombre d'enfants débiles* sur le bord de la mer.

Chaque année, les principaux sujets de mon cours municipal d'hygiène de Bordeaux sont résumés par moi avant la leçon, sous la forme de ces petites brochures de carton de huit pages qui sont distribuées gratuitement à tous les auditeurs aux frais de la ville de Bordeaux. Nous les faisons aujourd'hui réimprimer à nos frais, et nous ajoutons aux huit pages de texte quatre pages supplémentaires qu'un agent de publicité se charge de couvrir d'annonces, dont les produits nous permettent non seulement de distribuer ces brochures gratuitement à un nombre immense d'exemplaires, mais encore d'entretenir gratuitement des enfants sur le bord de la mer. *Dans ce moment même et depuis déjà trois mois, vingt enfants appartenant aux Sociétés de secours mutuels de Bordeaux et désignés par le sort parmi ceux dont l'état de santé comportait cette résidence,* en bénéficient à Arcachon. Soixante mille exemplaires de mes instructions sur plusieurs sujets différents sont actuellement en distribution *gratuite* parmi les membres de ces mêmes Sociétés (au nombre de dix mille), que j'ai choisis pour les faire profiter de ce mode d'enseignement de l'*hygiène,* parce qu'aucune catégorie de la population ne me paraît plus apte et mieux préparée par le but même de son organisation à profiter et plus digne d'en bénéficier.

A partir du moment où ce mode de réalisation de mon projet a été assuré et où j'ai pu le faire connaître au public, ma propagande a changé d'aspect et, par la seule force de l'exemple ainsi donné aux classes fortunées de la population, les conférences que j'ai faites, muni de cet argument nouveau, ont produit les résultats immédiats dont je vous ai parlé : la fondation de deux sanatoria maritimes, l'un à Arcachon, l'autre à Banyuls-sur-Mer. De pareils résultats réalisés en quelques mois nous autorisent à en attendre de plus importants encore par la continuation de notre propagande; dans toutes les villes où nous avons répandu nos idées, l'opinion publique leur a été absolument favorable; l'adhésion, la sympathie et le concours unanimes que notre initiative a rencontrés dans la presse, sans distinction de parti, et dans toutes les classes de la population, témoignent assez que tout le monde a compris qu'il s'agit d'une œuvre d'intérêt général et vraiment nationale.

M. SECHEYRON,

Ancien interne des hôpitaux, lauréat de l'Académie de médecine, à Paris.

DES ABOUCHEMENTS ANORMAUX DE L'URETÈRE A LA VULVE, AU VAGIN. — ÉTUDE CLINIQUE SUR L'INCONTINENCE D'URINE CONGÉNITALE, ET CONSIDÉRATIONS D'EMBRYOGÉNIE SUR UNE VARIÉTÉ PEU CONNUE D'ANOMALIE URETÉRALE.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

L'abouchement anormal de l'uretère dans le vagin, à la vulve, près du méat est une malformation d'une rareté extrême. Cette malformation est marquée par un symptôme caractéristique : l'incontinence d'urine congénitale.

Son existence soulève une question d'embryogénie très intéressante.

L'anomalie peut être simple ou complexe, bilatérale ou unilatérale.

L'anomalie bilatérale est en règle générale complexe, accompagnée de malformations incompatibles avec la vie : cas de Palfym, de Viguier, de Pigné, de Depaul.

Il n'existe, selon toute vraisemblance, qu'un seul cas dans la science d'anomalie bilatérale ; double fistule urinaire, vulvaire congénitale, compatible avec l'existence : cas de Schrader.

L'uretère anormalement situé le long du vagin, s'abouche à la vulve, près du méat, ou bien se termine en cul-de-sac sur les côtés de l'urèthre, à une hauteur variable du vagin : dans ce cas d'uretère en ectopie et imperforé, il s'agit, on le comprend de trouvaille d'autopsie.

L'abouchement anormal de l'uretère à la vulve s'effectue au niveau et sur les côtés du méat urinaire.

Il existe un pertuis à quelques millimètres de la vulve, petit orifice d'un canal qui se poursuit sur un des côtés du vagin. Le cathétérisme avec un stylet démontre son indépendance de la vessie, du vagin et sa continuation au-delà de la vessie.

L'écoulement de l'urine que l'on voit sourdre de cet orifice démontre, avec indépendance de la vessie, la nature uretérale du canal anormal.

Les uretères en ectopie, terminés en cul-de-sac, se reconnaissent

facilement. Leur situation au-dessus des ligaments larges ; la terminaison de leur extrémité supérieure à une masse kystique; rein dégénéré, placé parfois lui-même en ectopie, sont des caractères distinctifs de premier ordre.

La terminaison en cul-de-sac peut se faire à une hauteur variable : 1° au-dessus de la vessie; 2° en avant du col; 3° près du méat uréthral — observation personnelle [1] — ce sont trois degrés d'une même anomalie.

Ces anomalies uretérales sont surtout distinctes de la persistance des canaux de Wolff.

La persistance de ces canaux est d'une rareté extrême. Cependant plusieurs cas d'anomalies uretérales ont été décrites comme formant une persistance du canal de Wolff.

Le caractère essentiel de cette dernière anomalie est tiré de la situation complète de ce canal dans les ligaments larges et sur les côtés du vagin. Le canal de Wolff persistant doit être en tous points analogue aux canaux de Gartner observés chez la truie, la vache. La coïncidence d'une anomalie rénale, vésicale, plaide surtout en faveur d'une anomalie uretérale.

L'anomalie uretérale s'explique par un abouchement anormal de l'uretère dans le sinus uro-génital. Ainsi s'établit une communication avec une partie plus ou moins élevée de l'allantoïde abdominale; et, ainsi, un abouchement dans une partie plus ou moins élevée de la vessie, en arrière ou en avant du trigone, en avant même du col vésical.

L'abouchement peut se faire aux confins du sinus uro-génital, près du méat, tout près de l'extrémité inférieure des canaux de Müller : vagin.

L'abouchement dans le canal génital, bien plus rare, est d'une explication difficile, puisque le canal génital est postérieur dans son apparition, à celui de l'uretère. Dans ce cas, il faut faire intervenir les connexions très obscures qui, à leur naissance relient, d'après Tourneux, Balfour, Sadwich : canaux de Müller et canaux de Wolff, d'où dérivent les uretères. Peut être canaux de Wolff et uretères manquant leur abouchement au sinus uro-génital, se perdent sur les côtés du canal vaginal ou s'y abouchent si leur apparition est tardive.

Le canal de Wolff disparaissant, l'anomalie de l'uretère sera l'unique résultat d'un défaut de développement.

1. Anomalie de l'appareil génito-urinaire, utérus double, malformation uretérale. Présentation à la Société d'obstétrique et de gynécologie de Paris et à la Société de biologie (février 1886).

Les anomalies bilatérales et complexes des uretères, celles que nous décrivons sont une preuve nouvelle et formelle des liens d'évolution qui relient les malformations multiples du cloaque.

Ces liens ont été récemment bien mis en relief par M. le professeur Jeannel, de Toulouse, dans une judicieuse étude sur les abouchements de l'uretère dans l'intestin.

L'anomalie uretérale le plus souvent simple marque : 1° par sa rareté, l'indépendance à peu près absolue, au point de vue du développement, de l'appareil génital et de l'appareil urinaire ; 2° la possibilité d'un rein normal dans ses fonctions, avec un uretère s'abouchant en dehors de la vessie, à la vulve, au vagin.

L'imperforation uretérale s'accompagne d'une disparition du parenchyme rénal ; le rein, parfois en ectopie, se transforme en kyste.

L'incontinence d'urine vulvaire ou vaginale au-dessous de la vessie est relativement facile à réparer. Il est au contraire d'une pratique fort délicate de remédier à une fistule uretérale congénitale de la partie supérieure du vagin ; dans ce dernier cas, la création d'un canal artificiel, long de plusieurs centimètres, se rendant à la vessie, complique l'opération, mais toutefois sans la rendre impossible.

Si toute tentative échoue, il pourra paraître indiqué de pratiquer la néphrectomie.

M. PÉAN,

Chirurgien de l'hôpital Saint-Louis, membre de l'Académie de médecine.

M. SECHEYRON,

Ancien interne des hôpitaux, lauréat de l'Académie de médecine, à Paris.

ÉTUDE SUR LES KYSTES HYDATIQUES DE L'UTÉRUS.

— Séance du 29 septembre 1887. —

Les kystes hydatiques de l'utérus sont une rareté pathologique : dix faits recueillis dans la littérature médicale sont seuls probants : trois d'entre eux sont une trouvaille d'autopsie — cas de Laënnec, Ferrand et Barré.

Leur pathogénie offre des points obscurs. Le germe hydatique, l'hexacanthe, pénètre dans le parenchyme utérin, soit indirectement

par l'intermédiaire de la circulation, soit plus directement par effraction des tuniques intestinales et progression jusqu'à l'utérus, soit encore par rupture d'une vésicule fille émanée d'un kyste hydatique abdominal : foie, épiploon, rein.

Le kyste peut se développer dans le parenchyme utérin, être interstitiel, sous-muqueux ; ou bien son développement s'effectue à côté de l'utérus. Le kyste, juxta-utérin d'abord, peut faire irruption dans l'utérus par amincissement graduel des parois — cas de Brill, de Kuchenmeister.

Les kystes de petit volume restent latents ; ils n'existent, au point de vue clinique, que si leur grand volume devient l'occasion de douleurs, de contractions utérines, avec ou sans métrorrhagies, de gêne pour la miction, la marche.

Ils apparaissent encore à l'occasion d'une complication qu'ils provoquent : rétroversion utérine, cas de Jones ; inversion utérine, cas de Thatcher ; rétention d'urine, cas de Péan.

Leur symptôme caractéristique consiste dans l'expulsion d'hydatides vésiculeuses, résultat d'une rupture spontanée ou artificielle de la poche kystique : cas de Graily-Hewit, de Brill, de Bernard Sczancer, de Péan.

Leur influence sur la grossesse paraît nulle, les kystes n'amènent ni la stérilité, ni l'avortement, au moins dans les conditions semblables à celles observées jusqu'à ce jour.

L'influence du kyste sur la marche du travail est capitale. Elle est marquée par un ralentissement et même un arrêt de ce travail, si le kyste, cause de dystocie siège au col, au segment inférieur de l'utérus. La dystocie a parfois nécessité le sacrifice du fœtus : céphalotripsie, embryotomie, cas de Günsberg ; crâniotomie, cas de Brill.

Il faut savoir que, presque dans les mêmes conditions, — kystes hydatiques du petit bassin péri-utérins, — trois opérations césariennes ont été relevées par M. Porak, accoucheur de l'hôpital Saint-Louis, dans son excellent travail sur les kystes hydatiques du petit bassin. (*Gazette hebdomadaire,* Paris, 1884.)

Un diagnostic du kyste hydatique aurait peut-être empêché ces opérations.

Le diagnostic basé sur les symptômes, les troubles fonctionnels, ne peut être qu'incertain ; la ponction, l'évacuation spontanée ou artificielle de vésicules, de lambeaux de la poche, reconnus au microscope de nature hydatique, sont les deux symptômes caractéristiques.

Il faut éviter une confusion surtout avec la grossesse au début, les tumeurs fibreuses fibro-kystiques, les tumeurs utéro-kystiques et les môles hydatiformes.

Le pronostic est grave : les tumeurs kystiques ne rétrocèdent pas. Il est grave surtout si le kyste cause de dystocie est méconnu.

Le traitement le plus rationnel consiste dans la ponction — procédé de diagnostic — suivie de l'excision d'une partie de la poche et de son drainage.

La discision sanglante et la libération du col sont nécessaires pour atteindre des kystes élevés au-dessus du col. Ces manœuvres opératoires facilitées par l'emploi des pinces hémostatiques, vulgarisées par l'école chirurgicale de l'hôpital Saint-Louis, ont une importance capitale pour mener à bien l'opération.

M. MONTAZ,

Chirurgien en chef de l'Hôtel-Dieu de Grenoble.

D'UN MODE DE DÉBUT FRÉQUENT ET NON DÉCRIT DE L'ORCHI-ÉPIDIDYMITE TUBERCULEUSE AIGUË.

— *Séance du 29 septembre 1887.* —

Le terme d'orchi-épididymite tuberculeuse aiguë mérite d'être substitué à celui d'orchite tuberculeuse aiguë qu'a employé M. Reclus pour la première fois. La raison en est dans ce fait que la tuberculose aiguë envahit autant l'épididyme que le testicule, sinon plus. Il n'y a donc pas lieu de conserver un terme qui laisse supposer l'intégrité de l'épididyme.

Je n'entrerai pas dans l'exposé de l'orchi-épididymite tuberculeuse aiguë tel qu'il a été fait par M. Reclus dans sa thèse remarquable. Cette forme est désormais bien connue, et toutes les descriptions qui en ont été faites depuis se sont inspirées de cet auteur. Mais il s'en faut qu'on puisse faire cadrer dans ce type tous les cas d'orchi-épididymite tuberculeuse aiguë qu'on rencontre dans la pratique.

Il y a spécialement deux types qui ne peuvent y entrer.

Le premier est d'ordre purement médical. Je l'expose sans m'y appesantir : Un phtisique succombe sans avoir attiré l'attention sur ses testicules. On fait son autopsie et, en pratiquant une coupe de ses glandes séminales, saines en apparence, on découvre dans le paren-

chyme un semis de granulations grises, toutes à la même période et de date récente; nulle part de points caséeux. C'est une tuberculose aiguë testiculaire, à n'en pas douter. Bien connue assurément des médecins, peu ou pas des chirurgiens, cette forme n'est cependant mentionnée nulle part. Les traités ou articles spéciaux sur la pathologie du testicule devraient la mentionner, au moins pour être complets.

A vrai dire, ce n'est pas une orchi-épididymite tuberculeuse aiguë; c'est plutôt une granulie. Pour être plus anatomo-pathologique que clinique, cette forme n'en constitue pas moins une variété de tuberculose aiguë du testicule.

Le deuxième type, d'ordre essentiellement clinique, celui sur lequel je désire réellement appeler l'attention, est le suivant : Un malade contracte une blennorrhagie qui suit son évolution habituelle, ou bien est porteur d'une uréthrite chronique blennorrhagique. Son état général est variable, excellent ou suspecté de tuberculose; peu importe. Un beau jour, sous l'influence d'une des causes connues, qui toutes peuvent se résumer en une inoculation de l'uréthre postérieur, survient une épididymite blennorrhagique type. Le gonflement, la rougeur, les douleurs, tout y est : au besoin, la vaginalite, la funisulite, la déférentite. Le syndrôme clinique est complet avec son appareil aigu classique.

On applique au malade le suspensoir ouato-caoutchouté d'Horand, qui, entre parenthèses, est désormais pour tout le monde le seul traitement sérieux de l'épididymite blennorrhagique, et on annonce, comme de coutume, au malade qu'il sera guéri dans un temps maximum de trois semaines. A peine lui restera-t-il un petit noyau épididymaire minuscule, surtout appréciable pour le chirurgien, lequel noyau s'effacera par l'œuvre du temps.

Mais quelle déception! Quinze jours se passent depuis la date fixée pour la guérison, trois semaines et plus. Le testicule est toujours gonflé et douloureux. Il est vrai que l'inflammation a bien perdu de son acuité, que la tuméfaction elle-même a diminué notablement. Mais l'organe est encore si loin de la guérison! Au contraire, l'épididyme reste gros; souvent aussi le canal déférent. Un point se ramollit vers la queue du premier organe. Quelquefois plusieurs abcès s'ouvrent, donnant issue à un liquide grisâtre, lequel tient en suspension des grumeaux blanchâtres, caséeux. Une fistule persiste, interminable. En somme, on a le tableau banal du testicule tuberculeux, avec son évolution variable. Il se peut qu'un autre organe se prenne à la suite, appartenant ou non à la sphère génito-urinaire. Tout rentre désormais dans le classique.

Ce malade a donc commencé par un testicule blennorrhagique, et il finit par un testicule tuberculeux. C'est de l'hybridité au premier chef. Elle rappelle, sous une allure plus rapide, ces cas de syphilômes de la langue devenant des cancers, ces tumeurs ou ulcérations bénignes devenant malignes. Je propose de donner à cette forme le nom d'*hybridité blenno-tuberculeuse*.

Ce type clinique étant bien établi, qui me prouvera qu'un certain nombre d'orchites, étiquetées tuberculeuses aiguës, ne doivent pas être rangées dans ce tableau ? Tout le monde sait qu'avec une simple goutte militaire on peut parfaitement contracter une épididymite blennorrhagique, que la blennorrhée est très fréquente, souvent méconnue du sujet qui la porte. Rien d'étonnant donc qu'un certain nombre d'orchites, supposées tuberculeuses d'emblée, doivent rester dans le cadre de l'hybridité blenno-tuberculeuse.

Pour être en droit d'éliminer cette forme hybride chez un malade et d'admettre l'orchite tuberculeuse d'emblée, il faut absolument écarter la blennorrhagie et la blennorrhée. Pour la première, c'est facile ; pour la seconde, ça l'est moins, et je vois d'ici poindre l'objection qui va m'être faite. Il y a des blennorrhées de nature tuberculeuse, me dira-t-on. Eh bien ! il n'y a qu'un moyen de trancher la question, c'est l'examen bactériologique. Si cet examen, fait à diverses reprises, portant sur les sécrétions de l'urèthre antérieur et postérieur, est négatif au point de vue de la présence du gonococcus de Neisser, j'admettrai chez le malade à observer l'orchite tuberculeuse d'emblée.

A l'époque où M. Reclus fit sa thèse, on ne connaissait pas le gonococcus en question. Mais nul doute qu'on ne l'eût trouvé dans l'urèthre de quelques-uns de ses malades chez lesquels il a diagnostiqué une orchite tuberculeuse aiguë.

Je trouve même, à la page 160 de ce travail, une observation qui rentre évidemment dans le type que je viens de décrire, sans qu'il soit besoin du contrôle microscopique. La voici résumée : un garçon charcutier, qui tousse facilement, qui a craché du sang, dont le sommet gauche présente de l'expiration prolongée, contracte une première blennorrhagie aiguë qui ne dure que quelques jours. Trois ans après, nouvelle blennorrhagie avec paraphimosis qu'on réduit à l'hôpital du Midi. Subitement, douleur et gonflement de la bourse gauche, très rapides ; souffrances exaspérées par le moindre mouvement, la toux ; la bourse dépasse en peu de jours le volume d'un œuf. Apaisement assez rapide ; le malade sort. Vingt jours après, nouvelle entrée à l'hôpital pour une petite tumeur siégeant en arrière et en bas de l'épididyme, fluctuante, rouge, indolore. Un abcès est incisé, qui se

cicatrise en quelques jours. Ce malade, revu trois mois après, présente de la tuberculose pulmonaire et une double induration à la tête et à la queue de l'épididyme.

Pour moi, ce malade a eu un testicule hybride blenno-tuberculeux.

Ce type clinique que je signale n'est pas absolument rare. J'ai eu, pour ma part, l'occasion d'en observer quelques cas pendant mon internat à l'Antiquaille, où mon maître d'alors, M. le docteur Horand, chirurgien en chef de cet hospice, commença à attirer mon attention sur eux. Plus tard, soit dans mon service d'hôpital, soit en ville, j'ai eu l'occasion d'en observer deux ou trois cas. Nul doute que, l'attention étant attirée sur ces faits, on n'en découvre un certain nombre qui auraient été rangés invariablement dans l'orchite tuberculeuse d'emblée.

D'ailleurs, quand on réfléchit à l'évolution générale des tuberculeuses localisées, on voit que le complexus franchement aigu et inflammatoire ne leur est pas habituel. Toutes ont une allure lente, torpide, froide en un mot. Si, par hasard, nous voyons une tuberculose localisée à forme aiguë, que ce soit dans une synoviale, dans un ganglion ou ailleurs, il est rare que nous constations un ensemble rappelant les inflammations aiguës. Toujours ou presque toujours il y a eu une période torpide, dans laquelle le tubercule s'est déposé à froid. Si la marche de la tuberculose est réellement aiguë, comme on l'observe dans les méninges, le péritoine, les poumons, c'est une infiltration tuberculeuse, une granulie ; mais il n'y a pas, à proprement parler, une inflammation aiguë tuberculeuse. En un mot, les tuberculoses localisées aiguës ne nous ont pas habitués à cette allure bruyante, inflammatoire, que nous trouvons dans le testicule blenno-tuberculeux. La plupart ont eu une période torpide, et l'inflammation aiguë n'est qu'un épiphénomène, une complication, une réaction consécutive. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner que bon nombre de prétendues orchites tuberculeuses aiguës ne soient, à vrai dire, des exemples de l'hybridité blenno-tuberculeuse.

Cette forme, ai-je dit, est absolument ignorée des classiques. Il n'en est pas question dans les articles les plus récents des dictionnaires. Reclus dit, à la page 83 de sa thèse : « Les uréthrites d'origine vénérienne ou consécutives à des manœuvres dans le canal peuvent, comme les traumatismes, devenir causes occasionnelles et déterminer l'apparition du tubercule dans un organe débilité. Nous croyons même, comme Mongin, que les chaudepisses fréquentes et les orchites répétées préparent, chez un individu sain d'ailleurs, une sorte de *terrain local* propre au développement des granulations grises dans le parenchyme testiculaire. » On voit que, pour lui, comme pour les

autres, la blennorrhagie et l'épididymite sont des causes occasionnelles, lointaines, de la tuberculose testiculaire; mais ils ne signalent pas cette succession, sans ligne de démarcation, cette hybridité. Des recherches bibliographiques étendues ne m'ont pas permis, d'ailleurs, de trouver mentionné ce processus, que je considère comme relativement fréquent.

Quelles conséquences à tirer de ce travail? La première, c'est que le patrimoine de l'orchite tuberculeuse d'emblée est à réduire; pour qu'on puisse l'admettre sans conteste, il faut, de toute nécessité, pouvoir éliminer la blennorrhagie et la blennorrhée. L'examen bactériologique des sécrétions uréthrales est donc indispensable dans le cas de blennorrhée. La deuxième est qu'on doit entourer de soins particuliers la blennorrhagie ou la blennorrhée chez un sujet tuberculeux ou portant des stigmates de tuberculose; il peut bel et bien prendre une épididymite d'abord blennorrhagique puis tuberculeuse. La chose n'est pas fatale, loin de là; mais elle est possible. En dernier lieu, quand survient une épididymite blennorrhagique chez un sujet tuberculeux ou suspect, il faut être réservé dans le pronostic à porter.

M. PICHENEY,

Vétérinaire en premier au 5e régiment d'artillerie, à Besançon.

RECHERCHES SUR L'ORIGINE ANIMALE OU BOVINE DE LA SCARLANE. — FAITS D'OBSERVATION QUI SEMBLENT LA DÉMONTRER. — TROIS CAS DE CONTAGION DE LA VACHE A L'ENFANT.

— Séance du 29 septembre 1887. —

On se souvient encore d'une communication, assez récente du reste, sur l'origine bovine de la scarlatine de l'homme, par des médecins anglais, observation qui fit un certain bruit à l'Académie de médecine, et qui fut suivie de très près d'une autre observation non moins intéressante et dans le même ordre d'idées sur l'origine équine du tétanos. Ces questions, sur lesquelles le dernier mot n'est pas dit, puisqu'elles sont à peine entrevues, sont d'une portée immense au point de vue de la médecine comparée qui s'imposera un jour ou l'autre au monde médical; elles sont encore entourées de grandes obscurités, de grandes

difficultés, et font sourire bien des incrédules ou des sceptiques qui ne peuvent se résigner à rompre avec le passé et à croire que les deux médecines sont sœurs ou, du moins, ont fréquemment des points de contact, car tout s'enchaîne dans la nature. Mais la voie est ouverte et le temps fera son œuvre. C'est à force d'études, de tact et d'investigations, en cherchant et en cherchant encore, sans parti-pris, sans découragement, et surtout sans préjugés, qu'on arrivera à savoir ce qu'il en est de ces faits qui semblent éclairer d'un jour si nouveau la genèse des maladies contagieuses et peut-être nous laisseront entrevoir enfin le moyen d'arrêter et de diminuer, un jour ou l'autre, ces épidémies si meurtrières, en les éteignant à leur source même ou dans leur foyer. A ce titre, c'est aux médecins comme aux vétérinaires qu'il appartient d'entrer dans cette voie aux horizons si vastes; mais c'est en se donnant la main et par l'observation médicale, ou les faits de pathologie comparée, que les uns et les autres pourront arriver à ce résultat si désirable. C'est dans ce but essentiellement humanitaire que j'ai cru devoir chercher à mon tour et que je viens reproduire les faits d'observations qui suivent, en donnant tout d'abord la relation des médecins anglais, que je relève dans la *Revue scientifique* (année 1886, n° 11).

L'ORIGINE BOVINE DE LA SCARLATINE.

L'attention est vivement éveillée en ce moment, en Angleterre, sur le rôle que peut jouer le lait dans la transmission des maladies contagieuses. Dans le cours de ces dernières années, plusieurs médecins sanitaires avaient déjà signalé à Londres certaines relations, jusqu'alors inexpliquées, entre les épidémies de scarlatine et les abattoirs, lorsqu'en décembre 1885, M. Wynter Blyth, médecin sanitaire, remarqua que la marche d'une épidémie de scarlatine qui régnait dans ce quartier était en rapport direct avec la distribution du lait provenant d'une métairie. Or, un mois auparavant, trois vaches qui venaient de mettre bas avaient été admises dans cette ferme et, bien qu'elles fussent gardées dans une étable de quarantaine, leur lait avait été mélangé à celui des autres vaches. C'est alors que la scarlatine éclata parmi les consommateurs du lait de cet établissement. Cependant une partie de ces consommateurs, habitant un quartier spécial, n'avaient pas été atteints, et l'enquête prouva précisément que le lait qui leur avait été distribué provenait exclusivement d'une écurie distincte, dont le produit n'avait jamais été mélangé et dans laquelle on n'avait jamais admis d'autres vaches.

Bien plus, le fermier ne pouvant plus écouler son lait à Saint-Marylebone et ayant donné l'ordre de le distribuer à ses porcs, une épidémie de scarlatine éclata parmi les pauvres qui venaient disputer aux pourceaux leur nourriture. Les médecins sanitaires, auxquels s'était adjoint M. Klein, examinèrent les animaux et constatèrent chez un grand nombre de vaches des ulcérations du pis. Les animaux maigrissent alors, leur respiration devient oppressée et, si on les fait abattre, on trouve leurs poumons, leurs reins et leur foie fortement congestionnés. Les coupes des vaisseaux montrent des

amas de diplocoques en longues chaînes (*streptococcus*). M. Klein a isolé ces microbes, les a cultivés et inoculés à deux veaux, qui prirent la même maladie, caractérisée par une exfoliation épidermique, une néphrite et des engorgements ganglionnaires du cou. Des coupes faites dans un rein de veau inoculé furent reconnues identiques à celles pratiquées sur le rein d'un individu mort de scarlatine. Il pense que le lait ne renferme pas de micro-organisme, mais que ce liquide s'infecte au moment où l'on trait la vache dont le pis est ulcéré; de plus, le lait étant ainsi un excellent milieu de culture pour le microbe en question, on conçoit la facilité avec laquelle la maladie peut se transmettre à l'homme. Il resterait à voir si la maladie peut être transmise aux veaux par le fait de l'allaitement et à tenter de la produire chez ces animaux par l'inoculation de culture ou de produits venant d'individus atteints de scarlatine? Mais les résultats acquis sont déjà d'une sérieuse importance, et l'ensemble des observations que nous venons de rapporter est assez probant pour permettre d'espérer que le problème de l'origine de la scarlatine chez l'homme n'est peut-être pas éloigné de sa solution. Il serait aussi curieux de savoir comment se sont comportées vis à vis de la maladie les personnes employées à traire les bêtes malades et si, par hasard, elles n'auraient pas présenté une immunité pouvant être attribuée à quelque vaccination insensible.

Depuis que j'eus lu la relation qui précède et qui m'avait frappé, j'avais cherché partout, mais sans succès, au sujet des cas de scarlatine, malheureusement assez fréquents, l'occasion d'établir un rapprochement ou une relation de cause à effet dans le sens indiqué plus haut, c'est-à-dire l'indice plus ou moins admissible de l'origine animale de la maladie. La chose était du reste assez difficile, parce que dans les villes d'une certaine importance il est presque impossible, à propos de l'alimentation comme de tant d'autres causes plus ou moins obscures, de se renseigner d'une façon exacte ou de remonter à la source. Le lait, par exemple, qui arrive dans les grands centres souvent suspect, est toujours plus ou moins mélangé dans les bidons à du lait d'autres vaches de la ferme ou même de plusieurs fermes voisines, de sorte que la même personne consomme habituellement du lait de plusieurs bêtes, ce qui rend le contrôle assez aléatoire et les renseignements à ce sujet presque insignifiants. A Besançon, notamment, en raison de besoins très grands de la consommation d'une part, et de l'abondance des pâturages dans le voisinage d'autre part, il arrive des quantités énormes de lait pris dans un rayon assez éloigné, sans parler des laiteries qui reçoivent elles-mêmes de la campagne. Dans ces conditions, on conçoit combien il est difficile de faire des recherches sérieuses ou même des suppositions de ce genre, surtout si l'on songe que, généralement, le lait n'est consommé que bouilli, ce qui est évidemment la meilleure des précautions, en attendant qu'on puisse surveiller les vaches laitières, ce qui serait fort désirable.

A la campagne la chose est plus facile, et c'est là surtout qu'il faut faire ces recherches, qui ont quelque chance d'aboutir et cela s'explique : 1° parce que les épidémies de scarlatine ou autres sont plus restreintes ; 2° parce que l'on peut connaître non seulement l'origine du lait mais encore l'état sanitaire de la vache ; 3° parce que l'on boit assez volontiers du lait cru sortant du pis de la bête ou non bouilli.

Je cherchais précisément de ce côté, lorsque le hasard, me servant à souhait, est venu me mettre sur ma piste.

Dans le courant de décembre dernier, en causant avec un de mes camarades, M. le capitaine G..., j'appris par lui que son enfant était atteint de la scarlatine et très malade. Je lui demandai si l'enfant buvait du lait d'habitude ? Il me répondit qu'il en prenait tous les matins à la maison, mais jamais sans être bouilli.

Ceci détourna mes soupçons, car je crois fermement à l'action microbicide de la chaleur sur les germes, et je suppose que le lait bouilli comme la viande suffisamment cuite n'offrent pas grand danger, tout en étant pourtant très pessimiste. Ce qui me frappait pourtant c'est qu'en ville, à cette époque, on n'avait point encore parlé de la scarlatine, et dans le pensionnat fréquenté par l'enfant — où il y avait près de cinq cents élèves — il n'y avait pas eu encore un seul cas d'affection de ce genre. Je crus devoir insister de nouveau auprès du père, qui, après avoir fait chez lui une petite enquête, vint me dire que son fils, deux ou trois jours avant de tomber malade, était allé avec lui passer l'après-midi du dimanche dans une maison de campagne qu'il possède à quelques kilomètres de la ville. Le fermier, ajoutait-il, avait une vache et l'enfant aurait bu à plusieurs reprises un verre de lait chaud sortant du pis de la bête. Mais, chose plus importante, j'appris en outre que cette vache de la ferme avait été malade et qu'elle avait été même visitée par un des vétérinaires de Besançon ; on ne put, du reste, me donner d'autres renseignements sur la nature de la maladie, si ce n'est que la bête allait mieux, et je dus faire à mon tour une nouvelle enquête. Or, c'était le dimanche que l'enfant avait bu le lait de la vache en question et, dès le lundi soir, il se trouvait indisposé, pris de frissons et présentant tous les signes prodromiques habituels d'une fièvre de nature éruptive ; le lendemain le médecin du régiment, M. Ollivier, était appelé et constatait une scarlatine débutant sous une forme assez grave et non équivoque.

La période d'incubation, en admettant comme fondées mes suppositions sur l'origine animale de cette maladie ainsi transmise par du lait absorbé le dimanche, aurait donc été très courte deux ou trois jours au plus. Je ne puis rien dire à cet égard, n'étant pas compétent ;

mais voici ce que je lis textuellement dans l'excellent ouvrage de pathologie interne de M. le professeur Jaccoud, qui fait autorité : « L'incubation de la scarlatine, plus courte que celle de la variole et de la rougeole, ne dépasse pas sept jours ». La contamination de la vache à l'enfant se serait donc faite dans les délais ordinaires ou parfaitement admissibles. Il y aurait eu de plus, au point de vue de la cause déterminante, évidence étiologique. Voyons ce qu'il en est.

Commémoratifs. — Pour refaire l'enquête et la mener avec quelque certitude scientifique, je m'adressai d'abord et tout naturellement à mon confrère civil, M. Bellair, qui avait été appelé et qui voulut bien me dire ce qu'il se rappelait à ce sujet. Il avait vu la bête six semaines environ avant l'apparition du cas dont je m'occupe : elle était dans un état général presque voisin de la misère physiologique et atteinte au moment de la visite, d'après le diagnostic porté, d'hématurie ancienne déjà, consécutive à une néphrite chronique assez intense, accompagnée de sensibilité exagérée et de certains troubles du côté des mamelles indiquant une mammite simple ou spécifique, mais sans suppuration ni induration tangible, sans éruption, pustules vésicules ou phlyctènes extérieures apparentes ; la bête était, de plus, en état de gestation assez avancée.

Ces renseignements, qui avaient été fort heureusement inscrits d'une façon sommaire sur le carnet de visite de mon confrère, bien qu'ils soient en l'espèce encore assez vagues et partant obscurs, quant à la nature intime de la maladie dont l'hématurie n'était sans doute que le symptôme principal, ces renseignements dis-je, malgré leur obscurité relative, me mettaient sur la voie et se rapprochaient quelque peu de ce qu'avaient observé et décrit les médecins anglais.

Si l'hématurie, en effet, n'est souvent qu'un symptôme accessoire d'une affection plus grave, elle indique, lorsqu'elle est persistante surtout, un trouble profond dans les fonctions génito-urinaires, expressions certaines d'altérations organiques pouvant vicier profondément les sécrétions. Or, dans ces circonstances, il nous est parfois impossible de nous prononcer d'une façon exacte et cela tient à plusieurs causes : 1° à ce que les maladies de ce genre, encore mal définies, sont comme tant d'autres obscures et difficiles à analyser, à spécifier, chez les bêtes sur lesquelles nous ne pouvons faire souvent que de la médecine des symptômes en raison du mutisme habituel de nos malades ou de l'expression plus ou moins passive de leurs sensations morbides et des difficultés relatives du diagnostic différentiel ; 2° à ce que les affections de ce genre sont assez rares ou passent inaperçues ; 3° mais cela tient surtout à ce que les vétéri-

naires ne sont appelés qu'exceptionnellement et généralement trop tard à les constater; les empiriques ou guérisseurs traitent encore bêtes et gens dans les campagnes, au grand détriment non seulement de la fortune, mais de la santé publique. Le paysan craint surtout quand il a une bête malade, qu'on ne l'empêche de débiter soit le lait soit la viande.

Quoi qu'il en soit, du reste, de cette maladie chez la bête dont il s'agit, qu'il eut fallu suivre de très près pour se prononcer d'une façon positive en s'aidant non seulement de l'observation médicale, mais de l'analyse du lait, des urines et au besoin de l'expérimentation, un fait est acquis, indéniable, c'est que la vache en question était malade depuis un certain temps et que tous les symptômes apparents indiquaient un trouble profond du côté des reins (néphrite chronique albumineuse ou non) et des mamelles, par conséquent de la sécrétion lactée.

Renseignements. — Les renseignements que j'allai prendre moi-même sur place corroboraient entièrement ceux de mon confrère; voici en effet ce que j'appris par le fermier : la bête avait été malade trois mois environ; malgré cela, elle avait pu mener à terme un veau qui naquit le 27 novembre, parfaitement conformé du reste. Or, et je ne saurais trop insister sur ce fait, qui semble répondre à la question posée par le savant médecin anglais, M. Klein. Ce veau, malgré sa constitution et ses apparences de santé, mourut le troisième jour *sans cause connue ou appréciable,* ce qui étonna beaucoup le fermier qui escomptait déjà la vente de ce produit. A la suite du vêlage, la bête avait repris assez rapidement et donnait du lait bien qu'en moins grande quantité que d'habitude. Le veau mourut ai-je dit le 30 novembre et c'est à quelques jours de là, dans les premiers de décembre, au moment ou on commençait à utiliser le lait dans la ferme, qu'il se produisit des cas plus singuliers encore.

La famille du fermier se composait des parents et de quatre enfants; deux de ces derniers, une petite fille de dix ans et un petit garçon, qui seuls buvaient chaque jour du lait cru, deux ou trois verres environ, tirés du pis de la vache, furent atteints presque en même temps, d'une indisposition assez sérieuse présentant tous les signes de la scarlatine à forme bénigne ou frustre de Trousseau. Ces enfants, grâce aux conditions de milieu de résistance ou de terrain de culture, avaient ainsi bénéficié sans doute des avantages relatifs d'isolement et du grand air de la campagne; ils n'eurent ni rougeurs, ni éruptions et partant aucune période de desquamation. Ils se remirent assez vite, sans communiquer du reste la maladie à aucun des autres

membres de la famille. Or, c'est quinze jours après seulement que le fils du capitaine, conduit par son père, est venu à la ferme et qu'il but du lait cru de la même vache encore malade ou convalescente. (A cette époque les enfants du fermier étaient guéris); c'était le dimanche ai-je dit, et dès le lundi soir les frissons prodromiques apparaissaient; le mardi, la scarlatine se déclarait sous une forme très grave qui se communiqua, du reste, à la mère en soignant son enfant, c'est-à-dire par contagion; l'un et l'autre s'en tirèrent fort heureusement, grâce au médecin. Il y avait donc eu là au point de vue qui nous occupe, quatre cas de contamination ou de transmission directe de scarlatine par la vache, c'est-à-dire d'origine animale, savoir : 1° de la vache à son veau; l'autopsie n'ayant pas été faite, ce cas reste douteux; 2° de la bête aux trois enfants.

Objections et commentaires. — Mais, dira-t-on, en admettant que cet enfant de Besançon n'ait pas pris la scarlatine en ville, n'est-il pas plus naturel de supposer *à priori* qu'il a été contaminé directement à la ferme où il y avait eu des cas de scarlatine bénigne ou frustre? Cette hypothèse est évidemment plausible et vient à l'esprit. J'admets pour un instant que la contamination ait pu se faire naturellement entre les enfants du fermier, mais sur les deux il y aurait eu un premier cas pour lequel on ne saurait expliquer la contagion en dehors de la vache malade, à moins d'admettre la scarlatine spontanée ce qui serait la négation des doctrines nouvelles, *ex nihilo nihil* ou de supposer qu'elle se soit faite à distance, car la maladie ne pouvait être venue du dehors et voici pourquoi : La ferme en question, située au fond d'une gorge profonde cachée pour ainsi dire dans un des replis de la vallée du Doubs, est par le fait *isolée;* et les quelques maisons composant le hameau sont séparées les unes des autres. Il n'y avait du reste pas un seul cas de maladie et les enfants du fermier n'allaient pas à l'école en ce moment où les communications avec la ville et les villages voisins étaient pour ainsi dire coupées; le père et la mère eux-mêmes ne sortaient pas.

La contagion de la scarlatine n'aurait donc pu se faire ainsi qu'à distance, elle s'explique au contraire naturellement, je dirais même forcément par le lait de la bête malade et ce qui tend à le prouver, c'est que sur les quatre enfants du fermier, deux seulement buvaient du lait cru et ce sont ceux-là qui ont été atteints. Il n'ont eu, avons nous dit, la maladie que sous la forme bénigne ou frustre, la moins grave et dans laquelle les symptômes sont pour ainsi dire ébauchés. Leur indisposition, qui n'a pas eu de suites, n'a duré que quelques jours. Or, ils étaient rétablis complètement déjà quand le fils du capi-

taine est venu à la ferme, et je ferai observer en outre, chose importante à noter, que chez ces enfants atteints les premiers, il n'y avait pas eu de desquamation, par cette raison bien simple qu'il n'y avait pas eu d'éruption extérieure proprement dite; il me semble donc tout au moins difficile d'invoquer ici la contagion posthume par les lambeaux épidermiques si traîtres d'habitude, et tout me porte à croire, en écartant cette idée, que c'est du pis ou du lait de la vache qu'est venue la maladie. Du reste, le veau lui-même est mort, ai-je dit, il était né viable et en bon état, n'est-ce pas le lait qui l'a tué?...

Réflexions. — Mais alors, quelle était cette affection chez la vache et quel rapport nosologique peut-elle avoir avec la scarlatine de l'homme? Cette question, je puis la poser, mais je n'ai point la prétention de la résoudre; et, il ne m'en coûte rien, je le répète d'avouer ici mes hésitations, me bornant après de simples conjectures tirées rigoureusement d'une observation médicale, à appeler l'attention des chercheurs sur ce point désormais si intéressant.

Le fait notoire et sur lequel j'insiste, c'est que cette bête était malade depuis un certain temps, c'est-à-dire atteinte d'une maladie chronique de nature probablement *spécifique* ou *infectieuse*, localisée d'élection sur les reins avec complication naturelle ou consécutive du côté des mamelles ou de la sécrétion lactée, tout est là... Or, en rappelant mes souvenirs sur ce que l'on nous a appris aussi bien en médecine humaine qu'en médecine vétérinaire (à part la relation des médecins anglais), je n'ai presque rien trouvé qui puisse m'éclairer entièrement à ce sujet, c'est-à-dire sur la nature intime de cette affection; mais, ma conviction est faite néanmoins.

Malgré l'obscurité relative qui règne encore au sujet de l'hématurie sous ses différentes formes bénignes ou malignes, ces dernières plus ou moins voisines de la virulence, j'estime que dans le cas qui nous occupe, le point de départ ou la source primitive de tout cela, c'est une néphrorrhagie, néphrite spécifique ou infectieuse, ayant réagi sur la sécrétion lactée par où s'est fait la transmission et se rapprochant entièrement d'une certaine forme très grave, mais assez rare du reste que Zundel signale dans son dictionnaire vétérinaire quand il dit : « On a quelquefois parlé de cas d'hématurie sthénique très violente ayant tué en un ou deux jours; mais alors c'était plutôt un empoisonnement, dont l'hématurie n'était qu'un symptôme *(sic)* ».

C'est le seul auteur, je crois, qui ait signalé des faits de ce genre, mais n'y a-t-il pas là un rapprochement évident ou tout au moins possible avec ce qui s'est passé ici, et ce n'est pas là une simple vue de l'esprit...

J'écarte en effet et à bon droit comme négligeable à mon point de vue, certaines variétés d'hématurie simples les plus répandues du reste, et cela parce qu'on ne saurait les incriminer ou les accuser de méfaits qu'elles ne pouvaient commettre.

Mais alors quel serait le rapprochement acceptable que l'on pourrait établir entre cette expression morbide et la scarlatine de l'homme? N'étant point médecin, je n'ai nulle prétention en pareille matière; je dirai simplement d'après le peu que je sais au sujet des complications habituelles ou possibles de la scarlatine chez l'homme du côté des reins. Ces modifications, comme chez les animaux, paraissent assez complexes. « L'intensité de la détermination rénale, dit M. le « professeur Jaccoud, varie beaucoup d'un malade à l'autre, et sur- « tout dans les diverses épidémies. Lorsqu'elle est très peu accusée « et ne consiste qu'en une fluxion avec desquamation épithéliale « partielle, elle reste latente, l'albuminurie même fait défaut; si, « atteignant un degré de plus, elle consiste en une véritable néphrite « catarrhale, l'albuminurie existe plus ou moins précoce, elle peut « être précédée d'hématurie; lorsqu'enfin la lésion rénale est cons- « tituée par une néphrite fibrineuse, il s'agit du premier stade du « mal de Bright qu'il faut pronostiquer et traiter comme tel... Enfin, « il ajoute : Dans la scarlatine, on voit survenir après un temps « variable, les phénomènes graves de la néphrite parenchymateuse. « On dit alors généralement que la néphrite catarrhale s'est trans- « formée en néphrite diffuse, la chose est possible, mais il me paraît « beaucoup plus logique d'admettre que dans ces cas là, la scarlatine « a provoqué une néphrite parenchymateuse au lieu de la néphrite « desquamative simple qu'elle produit le plus souvent... »

Quoi qu'il en soit et d'après cela, ce serait donc la néphrite catarrhale ou la néphrite parenchymateuse qui se rapprocherait le plus de ce que nous avons rencontré chez la vache incriminée et dont les produits mélangés au lait auraient ainsi donné la scarlatine. Bien que nous ignorions encore la genèse ou l'évolution primitive de ce processus indiquant évidemment une altération profonde du sang, je n'hésite pas à admettre cette hypothèse qui réduit la question à celle-ci.

En cas d'apparition de fièvre scarlatine dans un petit centre, à la campagne par exemple, rechercher : 1° S'il n'y a pas eu absorption de lait cru d'une vache malade; 2° si cette vache n'était pas atteinte de néphrite avec ou sans hématurie ou-bien encore d'une mammite avec ou sans ulcération?

M. D'ARDENNE,

A Toulouse.

DE L'ACTION DE L'EXTRAIT DE COCA DANS LE TRAITEMENT DES AFFECTIONS DOULOUREUSES DE L'ESTOMAC.

— Séance du 29 septembre 1887. —

La coca n'est pas un médicament nouveau. Ses principales propriétés ont été reconnues, et, dans une certaine mesure, utilisées depuis longues années. Toutefois, son emploi était resté si limité, jusqu'à ces derniers temps, que le *Codex* de 1866 ne mentionnait les feuilles de coca qu'en un article des plus écourtés et non marqué de l'astérisque, qui indique l'obligation imposée par la loi aux pharmaciens d'en avoir constamment provision dans leurs officines.

La constatation des propriétés anesthésiques de l'alcaloïde de cette plante et l'application de ces propriétés à la chirurgie oculaire ont servi de point de départ à une campagne bruyante en faveur de la feuille péruvienne, dont la réhabilitation est aujourd'hui complète.

De même que la chirurgie, la médecine a fait une large place au nouvel anesthésique. C'est ainsi que l'action de la coca a été utilisée dans le traitement des affections du pharynx, du larynx, de la vessie, etc. Mais, chose inexplicable, on a presque laissé dans l'oubli l'estomac, qui est cependant un des organes le plus fréquemment douloureux.

C'est précisément sur ce point spécial que se porta mon attention, dès que parurent les premières observations tendant à prouver les effets franchement anesthésiques obtenus par l'application de la coca ou de son alcaloïde sur les diverses muqueuses accessibles du corps humain.

Mes premiers essais datent du mois de mars 1885. Parmi les diverses formes sous lesquelles on peut administrer la coca, j'adopte de préférence l'extrait; d'abord à cause de la modicité relative de son prix; ensuite parce que le médicament est ainsi donné avec tous les principes qu'il contient et sans addition d'aucun élément hétérogène; enfin parce que l'on est parfaitement sûr de soumettre à son action la muqueuse gastrique tout entière, ce que l'on ne pouvait

guère espérer avec quelques gouttes d'une solution de cocaïne suffisamment concentrée pour être efficace.

Le résultat de ces premiers essais, communiqué par moi à la Société de médecine de Toulouse, a été publié, en août 1885, dans la *Revue médicale,* organe de cette Compagnie. Bien que basé sur un nombre de faits trop restreint pour me permettre de prendre des conclusions définitives, ce résultat était si précis et si net que je n'hésitai pas à poser en principe que l'extrait de coca, employé à la dose de 8 à 10 grammes dans les vingt-quatre heures, produit la même action anesthésique sur la muqueuse de l'estomac que sur les autres. Quant à déterminer les divers cas où cette action se manifeste le plus sûrement, je ne pourrais y prétendre qu'après une longue série d'expériences portant sur les principaux états pathologiques qui s'accompagnent de symptômes douloureux du côté de l'estomac.

Depuis deux ans, j'ai recueilli de nombreuses observations personnelles sur ce point si intéressant de la pratique journalière. D'un autre côté, divers confrères ont bien voulu me faire part des résultats qu'ils ont obtenus en soumettant, sur mon conseil, plusieurs de leurs malades gastralgiques à l'action de l'extrait de coca. Ce n'est ni le moment ni le lieu d'entrer, à ce sujet, dans de longs détails.

Qu'il me suffise donc d'affirmer ici que l'extrait de coca produit toujours de bons effets contre la douleur gastrique, de quelque nature qu'elle soit. Toutefois, ces effets sont incomplets et fugaces lorsque la muqueuse de l'organe se trouve matériellement altérée. Au contraire, si la gastralgie est indépendante de toute lésion anatomique, comme, par exemple, au cours de l'anémie aiguë qui suit une hémorrhagie abondante, alors le remède produit une sédation rapide et complète. Il en est de même dans les cas, si nombreux, où les douleurs du ventricule sont liées à quelque névrose, ou bien encore lorsqu'elles se produisent par sympathie. Il m'est aussi arrivé de voir disparaître en un clin d'œil un épouvantable accès de gastralgie survenu à la suite du déplacement subit d'une fluxion rhumatismale articulaire, et qui durait depuis huit jours, sans trêve ni repos, et sans qu'aucun des moyens ordinaires les plus énergiques, morphine et autres, eussent pu en diminuer l'intensité.

L'extrait de coca bien préparé contient environ un centigramme de cocaïne par gramme et correspond à cinq grammes de feuilles. Je formule habituellement ma potion de la façon suivante :

Extrait de coca.	10 grammes.
Sirop de fleurs d'oranger.	50 —
Eau distillée de tilleul.	150 —

Par cuillerées d'heure en heure jusqu'à effet; puis de deux en deux heures.

M. H. SICARD,

Pharmacien, à Béziers (Hérault).

DE LA CHLOROSE DES VIGNES ET DE SON TRAITEMENT.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Depuis que le viticulteur lutte avec une rare énergie pour reconstituer son revenu, une multitude de fléaux semblent s'être coalisés contre lui. Après le phylloxéra, le mildew, le blak-rot, la chlorose, etc.

J'appellerai un instant votre attention sur la chlorose; elle a fait cette année de tels ravages qu'elle a détruit l'espoir que nous avions de posséder dans le riparia sélectionné un porte-greffe s'adaptant parfaitement et à tous nos anciens cépages et à tous nos terrains.

Dans cette enceinte, où s'est donné rendez-vous l'élite des savants français et étrangers, il serait bien téméraire de ma part de venir, après nos grands viticulteurs, vous faire la théorie de la chlorose. Je me bornerai donc à vous rendre compte du résultat heureux que j'ai obtenu après trois années d'expériences faites avec soin pour la combattre.

La chlorose est cet état morbide des végétaux qui rend leurs feuilles pâles et décolorées, c'est-à-dire qui arrête la formation de la chlorophylle et cause parfois sa résorption. Elle est toujours amenée par une anémie du végétal qu'on pourrait appeler d'origine respiratoire.

On peut la diviser en deux catégories bien distinctes : l'une simple ou bénigne, l'autre constitutionnelle ou mortelle. Quatre causes principales la provoquent : 1° les variations atmosphériques qui surviennent brusquement au début de la végétation; 2° l'état plus ou moins sain du greffon; 3° l'imperfection de la soudure; 4° l'adaptation au sol.

La première (variations atmosphériques) amène avec elle ce que j'ai appelé la chlorose simple; cette chlorose n'est jamais dangereuse; la cause qui l'a produite la fait disparaître en cessant; elle n'a donc besoin d'aucun traitement.

La seconde (état plus ou moins maladif du greffon) peut occasionner beaucoup de cas de chlorose mortelle; il faut donc proscrire rigoureusement tout greffon mildewsé ou anthracnosé.

La troisième (imperfection de la soudure) peut être la cause d'une

chlorose simple ou constitutionnelle, selon le degré de l'imperfection constatée. Il ne faut donc pas hésiter à remplacer la souche si, après l'avoir maintenue ligaturée pendant une année, elle reste toujours rabougrie.

La quatrième cause (adaptation au sol) est de toutes la plus néfaste. C'est elle qui occasionne le plus de chlorose constitutionnelle.

Un de nos collègues du Comice agricole de Béziers avait le premier affirmé que le carbonate de chaux en excès dans la composition du sol était la cause du rabougrissement des souches chlorosées. Cette idée a été le point de départ de mes recherches. J'ai essayé d'abord de détruire l'action néfaste de ce composé calcaire, soit en le neutralisant, soit en modifiant la composition de la couche arable. Dans le premier cas, j'ai mis au pied de chaque souche tantôt 20 litres d'une solution acidulée au centième, tantôt 20 litres d'une solution concentrée de sulfate de fer ou de sulfure de potasse ; chaque litre contenant jusqu'à 50 grammes de sel. Dans le second cas, j'ai fait déchausser profondément la souche, et, dans ce creux, j'ai fait verser un mélange de limon de rivière additionné d'engrais très énergiques : nitrate de potasse, sulfate d'ammoniaque, superphosphate de chaux, engrais humain de Bondy, etc., etc. (10 kilogrammes de limon sur un quart et même un demi kilogramme de chacun des sels désignés ou 2 kilogrammes engrais de Bondy.) Ces divers traitements sont très coûteux. Ils m'ont donné quelques bons résultats, mais souvent la souche restait chétive et ne donnait point de fruits. C'est en faisant ces divers essais que j'ai constaté l'action des solutions ammoniacales sur la reconstitution de la chlorophylle des feuilles et que j'ai reconnu la supériorité des sols à surface colorée pour aider au développement des racines. Mais ce qui m'a le plus frappé dans toutes ces recherches, c'est que la souche dont les feuilles avaient perdu leur chlorophylle avait les grosses racines privées de radicelles et de fibrilles. Il y a donc relation intime entre la vie aérienne et la vie souterraine de la souche, et la chlorose constitutionnelle des feuilles est le signe certain de l'absence du chevelu sur les racines.

Dans cette voie, de nouvelles recherches étaient toutes indiquées. J'ai essayé de faire vivre la racine en reconstituant la chlorophylle des feuilles. J'ai d'abord employé avec un appareil spécial les vapeurs de goudron et d'acide sulfureux. Ces deux procédés me donnaient quelques bons résultats, mais je me suis vite aperçu qu'ils n'étaient dûs qu'à l'action du calorique dégagé par le générateur des vapeurs. J'ai alors remplacé ce foyer de chaleur factice par l'aspersion des feuilles chlorosées au moyen d'une solution ferro-ammoniacale. Voici celle qui m'a donné les meilleurs résultats :

Mettez dans une bouteille d'un litre : sulfate de fer, 50 grammes ; eau de fontaine, 900 grammes ; faites dissoudre en agitant, et quand la solution sera complète, ajoutez ammoniaque à 22°, 100 grammes. Agitez de nouveau en tenant la bouteille fermée. Il se forme de suite un précipité abondant d'oxyde de fer d'une couleur bleue-cendrée, qui se fonce beaucoup en vieillissant. Pour opérer, ayez un vase avec couvercle pouvant contenir 6 litres ; versez-y en agitant le contenu de la bouteille ci-dessus indiquée, et ajoutez 4 litres eau de fontaine. Avec ce mélange, aspergez fortement et uniquement le soir la feuille chlorosée, soit avec un pinceau, soit avec un balai, soit surtout avec un bon pulvérisateur, en ayant soin de bien agiter le liquide avant chaque aspersion, de manière à ce que l'oxyde de fer se répande le plus uniformément possible au-dessus et au-dessous des feuilles.

Dans ce mélange, que j'ai appelé ammoniure de fer pour en faciliter la dénomination, il y a, chimiquement parlant, de l'oxyde de fer qui se peroxyde peu à peu, du sulfate d'ammoniaque en solution, et un sel que je crois ammoniaco-ferrique et que l'on voit au sommet de la bouteille adhérent sur les parois. En aspergeant la feuille avec ce mélange liquide, on reconstitue immédiatement la chlorophylle des nervures, et peu à peu celle du parenchyme des feuilles ; le peroxyde de fer, en se fixant sur elles, y adhère très bien pendant longtemps, concentre la chaleur solaire et aide la reconstitution commencée. Ainsi modifiée, la feuille reprend sa vie aérienne, améliore la sève descendante et va fournir aux racines ce qui leur manquait pour créer des radicelles et des fibrilles.

Ce n'est donc pas une action chimique du sol qui cause le rabougrissement des feuilles, mais une action purement physique, qui, en empêchant les racines de s'étendre et d'augmenter ainsi leur cône de nutrition, détruit l'équilibre entre la vie souterraine et la vie aérienne de la souche et rend ses feuilles chlorosées et rabougries.

Dans tous les cas de chlorose que j'ai cités plus haut, il est donc évident que racines et feuilles ont surtout besoin d'être réchauffées pour éviter le rabougrissement et la mort. Je ne saurais donc trop engager les viticulteurs qui ont des souches plantées en terrains à sous-sol trop compact, à les fumer d'abord pendant l'hiver, soit avec du fumier de ferme très bien préparé, soit avec un engrais humain organique dont le dosage leur soit bien connu (les tourteaux de Bondy de préférence), en les additionnant l'un et l'autre de 30 % de sulfate de fer, et, si au départ de la végétation du printemps quelques feuilles jaunissent, à les asperger de suite avec le mélange ferro-ammoniacal que j'ai formulé ci-dessus, et à répéter cette opération peu coûteuse deux ou trois fois, à huit jours d'intervalle l'une de l'autre.

Si, malgré cette opération, quelques feuilles restaient jaunes, il faudrait alors aider l'action de ce traitement en plaçant au-dessous de chaque souche une couche de cendres pyriteuses de Picardie ayant au moins 5 centimètres d'épaisseur, et l'y laisser sans la remuer jusqu'à la fin du printemps. Cette terre est très noire; elle contient :

Humidité	24 »	54,80
Silice et matières minérales insolubles	30,80	
Alumine et peroxyde de fer	9,70	26,52
Acide sulfurique soluble	16,82	
Matières organiques		18,68
Total		100,00

Sous l'action des agents atmosphériques, elle se décompose, fournit à la souche un sel de fer dont l'action bienfaisante est aujourd'hui indiscutable; mais elle est surtout ce foyer de chaleur permanente indispensable pour la préserver de la chlorose et de ses funestes conséquences.

On peut remplacer les cendres pyriteuses de Picardie par un mélange de débris de charbon de bois ou de coke additionné de 30 % de sulfate de fer.

Je n'ai pas la prétention d'avoir trouvé une panacée, mais j'ai indiqué un champ d'expériences nouvelles que des chercheurs plus habiles que moi rendront plus fructueuses, et nous arriverons ainsi à pouvoir conserver des millions de riparias plantés trop étourdiment en terrains qui n'étaient pas du tout à leur convenance.

M. A. de LLAURADO,

Ingénieur en chef des forêts, ancien professeur de l'École forestière de l'Escurial, à Madrid.

LES IRRIGATIONS DANS LES TERRES ARABLES EN ESPAGNE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

C'est une vérité incontestable que l'arrosage artificiel devient une nécessité absolue dans les climats pareils à celui de l'Espagne, où la sécheresse de l'atmosphère et l'insuffisance et l'irrégularité des pluies

ne.permettent pas d'obtenir, pour certaines cultures, la quantité d'eau météorique que leurs besoins exigent.

Avant d'entrer dans l'exposition de quelques faits relatifs à ces besoins, je crois qu'il ne sera pas hors de propos de donner quelques indications préalables sur le climat, ou, pour mieux dire, sur les climats de l'Espagne, car les accidents du sol et les conditions de situation modifient d'une manière fondamentale la climatologie des diverses régions de la péninsule.

La zone assez étroite comprise dans le versant atlantique du nord de l'Espagne jouit d'un climat humide, doux et tempéré, et ces conditions sont encore plus accentuées au versant occidental, qui est mieux exposé à l'action fertilisante des vents de l'Océan. Les températures moyennes de cette région cantabrique sont : pour l'hiver, de 8°,5 centigrades ;, au printemps, de 12° ; en été, de 19°,5, et en automne, de 14°,3. Les moyennes maxima et minima sont respectivement de 36°,0 et de — 4°. La pluie moyenne annuelle varie de 0m937 à Oviedo jusqu'à 1m748 à Santiago ; et les jours de pluie de 156 à 172 dans les mêmes localités respectives.

Le climat de la zone orientale baignée par la Méditerranée est plus chaud, extrêmement sec à une courte distance du littoral, et généralement très doux et tempéré. Les températures moyennes sont de :

9°,8 en hiver	à Barcelone, jusqu'à	11°,6 à Alicante.
14°,6 au printemps	—	16°,2 à Murcie.
23°,4 en été	—	24°,9 —
17°,5 en automne	—	19°,1 —
16°,3 à l'an	—	17°,8 —
32°,3 maxima	—	40°,3 —
0°,1 minima	—	— 3°,2 —

La pluie moyenne est de :

84mm en hiver	à Valence, jusqu'à	110mm à Barcelone.
99mm au printemps	—	152mm —
31mm en été	—	107mm —
111mm en automne	—	242mm à Valence.
334mm à l'an	—	607mm à Barcelone.

Les jours de pluie sont annuellement de 44 à Alicante, jusqu'à 73 à Barcelone.

Il y a à considérer aussi le climat plus rude de la région supérieure des grands bassins de nos fleuves et rivières, et finalement le climat vraiment *continental* des grands plateaux des deux Castilles, couverts en printemps d'une belle nappe de verdure, et secs et brûlés après par

un soleil ardent et une atmosphère calcinée, jusqu'au moment où les pluies de la saison automnale les revivifient et les fécondent.

Dans les plateaux de la Vieille-Castille les températures moyennes varient depuis :

3°,6 en hiver à Burgos,	jusqu'à	4°,8 à Salamanque.
9°,7 au printemps	—	10°,7 à Valladolid.
18°,1 en été	—	20°,5 à Salamanque.
11°,1 en automne	—	12°,5 —
10°,7 à l'an	—	12°,3 —
35°,4 maxima	—	38°,6 à Valladolid.
—9°,0 minima à Soria,	—	—11°,0 —

La pluie moyenne tombée dans le plateau de la Vieille-Castille est de :

53mm en hiver à Salamanque,	jusqu'à	139mm à Soria.
76mm au printemps	—	187mm —
43mm en été	—	127mm —
78mm en automne	—	164mm —
250mm par an	—	617mm —

Dans le plateau de la Nouvelle-Castille les températures moyennes varient de :

5°,2 en hiver à Madrid,	jusqu'à	7°,7 à Ciudad-Real.
12°,0 au print. à Albacete,	—	14°,8 —
22°,6 en été	—	23°,5 à Madrid.
13°,7 en automne à Madrid,	—	16°,0 à Ciudad-Real.
13°,6 à l'an à Albacete,	—	15°,9 —
36°,7 maxima	—	42°,2 —
—8°,9 minima	—	—6°,7 —

La quantité moyenne de pluie annuelle tombée dans la Nouvelle-Castille est de 334 à 382 millimètres.

Pour donner une idée du climat du versant méridional de la Méditerranée, où la canne à sucre et d'autres plantes tropicales se cultivent en plein air, je citerai les résultats des observations météorologiques faites à Malaga depuis 1876 à 1880, lesquels se résument dans les chiffres suivants :

Température	moyenne	d'hiver.	12°,7
—	—	de printemps.	17°,7
—	—	d'été.	26°,3
—	—	d'automne.	20°,3
—	—	de l'an.	19°,3
—	—	maxima.	41°,0
—	—	minima.	+ 2°,5

Pluie moyenne en hiver.		188mm
—	au printemps.	143mm
—	en été.	20mm
—	en automne.	182mm
—	de l'an.	533mm
Moyenne des jours de pluie en hiver.		18
—	— au printemps.	15
—	— en été.	5
—	— en automne.	12
—	— à l'an.	50

La nappe d'eau évaporée en vase ouvert atteint, dans la région centrale de l'Espagne, une hauteur de 1m,5, ce qui revient à dire qu'elle est quatre ou cinq fois plus grande que celle qui tombe sous forme de pluie. Cette disproportion est encore plus énorme dans la plaine de Murcie, où la quantité d'eau évaporée en vase ouvert exposé à l'intempérie est de 2m,047, tandis que la hauteur annuelle de la couche d'eau de pluie n'est que de 334 millimètres. Ces faits mettent en relief l'importance exceptionnelle des arrosages dans un pays brûlé par un soleil ardent, et ayant dans la plupart de la période annuelle une atmosphère sèche, sereine et transparente. Ainsi s'explique le contraste frappant qu'offrent à la vue du voyageur la végétation luxuriante de la *Huerta* de Murcie, et de la *Véga* centrale de l'Èbre, à côté de la stérilité navrante des coteaux qui forment la steppe environnante. Dans ces lieux classiques des irrigations, l'eau et la culture ont fait surgir l'oasis du sein du désert.

A l'exception de la zone comprise dans le versant cantabrique et de quelques régions situées dans le bassin supérieur de nos rivières, dans la plupart des terres et pour un grand nombre de cultures les arrosages sont d'une nécessité absolue; et l'eau acquiert dans certaines régions privilégiées une telle valeur, qu'on a de l'intérêt à l'employer aux arrosages même élevée d'une profondeur de 30 et quelquefois de 40 mètres. C'est ce qui arrive, par exemple, dans les coteaux de grès ferrugineux d'Alcira et de Carcajente, dans la province de Valence, où l'oranger se trouve dans son paradis botanique, et dont l'hectare se paye au prix exceptionnel de 30,000 francs.

Les travaux ayant en vue de fournir l'eau nécessaire aux arrosages datent en Espagne des temps les plus reculés, et les progrès successifs de l'agriculture marquent les étapes de leur développement dans les diverses périodes de notre histoire. Les excellents travaux des savants français Jaubert de Passa et Maurice Aymard, sur les irrigations de l'Espagne, vous sont trop connus pour que j'essaie d'en faire même une description sommaire; je me bornerai en ce moment à

constater seulement que de tous temps l'activité privée a cherché en Espagne à tirer profit, au bénéfice de l'agriculture, des eaux qui, courant sur le lit de nos rivières ou cachées dans leurs graviers, vont se perdre inutilement dans le sein des mers. Je ne m'occuperai que d'une manière générale des grands travaux d'irrigations réalisés dans les temps modernes et au point de vue de leurs résultats économiques pour ceux qui les ont entrepris, et je les classerai en trois groupes : 1° ouvrages projetés et réalisés par le Syndicat des propriétaires arrosants ; 2° ouvrages projetés et réalisés par des entreprises particulières ayant pour but de vendre l'eau aux propriétaires agriculteurs ; 3° ouvrages réalisés en tout ou en partie aux frais de l'État.

Des travaux d'irrigations d'une certaine importance appartenant au premier groupe, je ne connais en Espagne que le canal appelé *de la Infanta,* dérivé de la rivière Llobregat, en Catalogne, au premier tiers de ce siècle, qui puisse être considéré comme un succès économique pour les propriétaires qui en réalisèrent l'exécution. Ce canal prend un volume d'eau de 4,200 litres par seconde, qui sont destinés à des usages industriels et à l'arrosage d'une surface de 3,230 hectares. Les frais de construction des ouvrages ne furent que de 1,500,000 francs ; la zone desservie est située à peu de distance d'un grand centre de population, qui est en même temps la ville la plus industrielle de l'Espagne ; les arrosages se pratiquaient déjà dans la zone, quoique d'une manière imparfaite par l'insuffisance des eaux avant la construction du canal ; bref, toutes les conditions étaient exceptionnelles et la réussite ne pouvait être qu'évidente.

Les grandes entreprises d'irrigations menées à fin dans les temps modernes par les Compagnies concessionnaires ont échoué, toutes sans exception, au point de vue de leurs intérêts comme Sociétés financières. Je pourrais citer à cet effet l'histoire des Compagnies des canaux d'Urgel, de l'Hénarès, de l'Esla, et de la plupart des grands réservoirs pour les irrigations qui ont été construits dans ces derniers temps. Plusieurs causes ont contribué à l'échec éprouvé par toutes ces compagnies ; de ces causes, les unes ont un caractère général et pourtant applicable à toutes les entreprises, et les autres dépendent des circonstances particulières des projets ou des vices de leur formation ou de leur exécution. L'obstacle principal contre lequel vont se heurter les intérêts financiers des Compagnies concessionnaires est la lenteur avec laquelle les cultures se développent, lenteur qui est toujours en désaccord avec la nécessité urgente de tirer du capital de construction un produit exigé par les rendements et l'amortissement du même capital. Cette lenteur provient en général de l'absence d'habitudes et quelquefois d'aptitudes de l'agriculture pour le changement

des cultures, du manque des capitaux pour cette transformation ou des moyens de se procurer l'argent nécessaire à des conditions avantageuses, et bien souvent à cette lenteur contribue aussi l'inertie qui rend l'agriculteur esclave de la routine traditionnelle.

Dans le nombre très restreint des grands travaux d'irrigations exécutés en Espagne dans les temps modernes en tout ou en partie aux frais de l'État, ceux du canal impérial de l'Aragon offrent des caractères très saillants et très instructifs pour ceux qui cherchent à étudier la portée des diverses entités sociales dans les grandes affaires d'irrigations. Le canal impérial de l'Aragon prend de l'Èbre un volume d'eau qui varie de 35 jusqu'à 15 mètres cubes par seconde, minimum des plus bas étiages du fleuve. Ce canal, construit de 1770 à 1790, fut commencé par une Compagnie financière, qui se ruina, et terminé aux frais de l'État, et son but principal fut d'établir la navigation entre Tudéla, en Navarre, et Saragosse. Les irrigations s'établirent bientôt après l'ouverture du canal; mais la construction des chemins de fer de Pampelune à Madrid et à Saragosse ayant modifié dans ces derniers temps de fond en comble les conditions du trafic, la navigation a perdu presque toute son importance, et l'emploi des eaux aux arrosages est devenu une nécessité pour l'exploitation financière du canal autant que pour la richesse du pays qu'il traverse. Les dépenses faites par l'État pour la construction du canal impérial ont laissé au trésor public une charge annuelle de 1,500,000 francs, et le produit direct que l'État en retire, après un siècle d'exploitation, ne dépasse pas la somme de 170,000 francs. L'affaire n'a pas cependant été ruineuse pour l'État, comme elle l'aurait été dans les mêmes circonstances pour une Compagnie particulière, car la construction du canal a été une source féconde de richesses qui, directement ou d'une manière indirecte, cèdent toutes au Trésor public une partie des utilités produites. En 1848, le gouvernement réduisit de moitié les rendements directs du canal, et dès lors la surface arrosée a augmenté de plus d'un tiers, et dans la même proportion s'est accrue l'intensité de la culture; des terrains qu'on cultivait alors en jachère donnent maintenant deux ou trois récoltes par an, et d'autres qui restaient incultes ne pouvant pas supporter la taxe de l'impôt en fruits sont cultivés aujourd'hui avec le plus grand soin. Et voici un exemple bien frappant d'une affaire qui serait nécessairement ruineuse pour une Compagnie particulière, et qui est cependant très bénéficieuse pour l'État dans les mêmes conditions de production directe. L'activité privée sera économiquement capable de mener à bonne fin les projets d'irrigations toutes les fois que la Compagnie concessionnaire pourra faire face aux frais d'exploitation de l'affaire, et pourvoir au rembourse-

ment des intérêts et à l'amortissement du capital employé, au moyen des produits des taxes imposées aux arrosants et à tous ceux qui utilisent les eaux d'une manière quelconque. Les projets qui ne satisfont pas ces conditions sont nécessairement ruineux pour l'intérêt privé, et quoiqu'on ne puisse pas dire qu'ils doivent rentrer tous dans la sphère d'action de l'État, car les ressources de cette entité sociale sont limitées, on peut néanmoins affirmer qu'ils lui sont généralement avantageux, car outre le produit direct perçu par le Trésor public, celui-ci recueille à travers les mailles infinies du fisc la partie de sédiment que la richesse créée y dépose dans chacune des transformations multiples qu'elle éprouve.

Dans ces derniers temps le gouvernement espagnol a tenté de favoriser la création de nouvelles entreprises d'irrigations au moyen de diverses mesures d'encouragement introduites dans la législation des eaux. Ces encouragements ont fait l'objet spécial de la loi du 27 juillet 1883, laquelle offre des secours aux entreprises de canaux et de réservoirs d'irrigation et d'intérêt public qui ont été l'objet d'une concession, pourvu qu'elles fournissent à l'irrigation un débit minimum continu de 200 litres par seconde. Ces secours peuvent consister : 1° en une subvention qui ne dépassera pas le 30 % du coût estimé dans le budget de construction du canal ou du réservoir; 2° en un secours qui ne peut pas excéder 250 francs pour chaque litre continu d'eau par seconde que le canal ou le réservoir emploie aux arrosages. Le gouvernement est autorisé par la loi à substituer la subvention par une quantité équivalente en ouvrages spéciaux ou d'une exécution difficile, construite à ses frais et par ses agents de l'administration des travaux publics. En aucun cas la somme totale de la subvention et du secours ne pourra dépasser 40 % du chiffre du budget pour l'établissement de l'arrosage, y compris 100 francs en sus pour chaque hectare de terrain arrosable. Telles sont les bases fondamentales de cette loi de secours aux entreprises d'irrigations aujourd'hui en vigueur, et on ne peut pas fonder une opinion sur son efficacité, car la promulgation en est encore trop récente.

Laissant déjà de côté le problème économique général des irrigations, je vais maintenant traiter un thème de détail qui se rattache à la pratique des arrosages, et c'est la détermination de la quantité d'eau nécessaire dans nos climats pour l'arrosage d'une certaine portion de terrain. Cette quantité d'eau dépend certainement d'une foule de circonstances variables, telles que la quantité et la périodicité des pluies, l'état hygrométrique de l'atmosphère, les nécessités spéciales de chaque culture, le pouvoir absorbant et la perméabilité du sol et du sous-sol, la méthode d'arrosage acceptée, et même l'intelli-

gence du cultivateur dans l'emploi économique des eaux d'arrosage.

Je ne répèterai pas ici ce que disent à ce sujet les savants agronomes français MM. le comte de Gasparin, Nadault de Buffon, Hervé-Mangon, Barral et d'autres pour ce qui a rapport aux climats de la France, je me bornerai à exposer les résultats de ma modeste expérience sur quelques cultures dans les diverses régions de l'Espagne. Dans un jardin potager de ma propriété situé aux environs de Barcelone, et soumis à une culture très intensive à cause des exigences de ce grand centre de consommation, j'ai pris une parcelle de terrain de nature argileuse, dont l'extrême compacité a été modifiée par l'usage des engrais organiques, et je lui ai donné un arrosage par immersion de 105 millimètres de hauteur, correspondant à 1,050 mètres cubes par hectare. Cette eau a approfondi jusqu'à 0^m25, de sorte que le rapport entre la hauteur de la nappe d'eau correspondant au volume indiqué et la profondeur atteinte dans le sol est de $\frac{10}{25}$.

Dans une autre parcelle de terrain un peu plus compact, ayant des sillons de 0^m40 séparés par des bourrelets de la même largeur, un arrosage de 600 mètres cubes par hectare atteignit une profondeur de 0^m22 dans les sillons, les bandes de terrain intermédiaires étant restées complètement à sec. Le rapport existant entre la hauteur de la nappe d'eau et la profondeur accusée par la perméabilité a été dans ce cas de $\frac{12}{22}$.

Ayant fait le calcul des quantités d'eau dépensées pour les arrosages de cette propriété, j'ai trouvé les chiffres suivants : du mois de janvier au mois de mai, les deux compris, à raison de quatre arrosages par mois, de 42 millimètres de hauteur, un débit de 0^l66 par seconde et hectare. Pour les mois de juin, juillet et août, onze arrosages et un débit de 1^l81 par seconde; et pour les quatre mois restants de l'année, à raison de cinq arrosages mensuels, un débit de 0^l82. Le débit moyen correspondant à la période annuelle est pourtant de 1^l09 par seconde et hectare. Je dois faire remarquer ici que je n'ai tenu aucun compte des pertes par évaporation et filtrations dans les rigoles, car, les eaux procédant d'une *noria* située à côté, ces pertes n'existaient pas ou étaient insignifiantes.

D'après les expériences que j'ai faites dans les rizières du bassin de la rivière Jucar dans la province de Valence, j'ai trouvé que la quantité d'eau dépensée dans l'arrosage d'un hectare de rizière était de 2^l40 par seconde depuis le 15 mai jusqu'à la moitié ou à la fin du mois d'octobre.

Des observations faites dans diverses contrées du littoral de la Méditerranée j'ai pu déduire les chiffres indiqués dans le tableau suivant :

Cultures.	Epoque de l'arrosage.	Nombre d'arrosages.	Volume d'eau par hectare pour chaque arrosage.
Blé.....	Mars à Juin.....	3	1,000^{mc} .. .
Maïs	Juin à Octobre.....	8	1,000 ....
Haricots.....	Juin à Octobre.....	8	500 ....
Orchide.....	Avril à Octobre.....	18	500 ....
Luzerne	Toute l'année.....	31	1,000 ....
Carottes.....	Juin à Février.....	8	500 ....
Chanvres....	Avril à Juillet.....	4	1,000 ....
Orangers.....	Mai à Octobre.....	16	540 ....

Je terminerai cette communication en donnant satisfaction au désir manifesté par la section de connaître la quantité de fourrage sec qu'on obtient ordinairement par hectare dans les prairies de luzerne irriguées. Dans les terres des environs de Saragosse où ces prairies sont nombreuses, elles ont une durée moyenne de huit à dix ans, et des six coupes annuelles données à la plante on obtient 15,600 kilogrammes de fourrage sec. La première coupe a lieu lorsque la plante atteint la hauteur de 0^{m}40 et donne un poids de 2,228 kilogrammes de fourrage sec par hectare, les quatre coupes suivantes une moitié de plus, et la dernière à peu près le même poids que la première.

M. TELLIER,

Ingénieur civil, à Paris.

ÉLÉVATION DES EAUX PAR LA CHALEUR ATMOSPHÉRIQUE.

— Séance du 28 septembre 1887. —

A diverses reprises on a tenté d'utiliser dans l'industrie le miroir d'Archimède. Ces tentatives n'ont pas réussi, parce que les appareils étaient trop compliqués et le résultat insignifiant.

Ce que j'ai voulu faire pour profiter de la chaleur atmosphérique est plus simple.

J'ai voulu, en effet, utiliser un toit quelconque, exposé aux rayons solaires, et, profitant de cet espace sans valeur, élever de l'eau pour les besoins de l'agriculture.

Pour arriver à ce résultat, je mets à profit deux faits naturels que voici :

Le premier est la chaleur atmosphérique;

Le second le froid relatif possédé par l'eau extraite.

Afin que ces deux actions nous conduisent au résultat cherché, je les fais agir sur le gaz ammoniac, qui, on le sait, se sépare de sa solution par la chaleur, et, au contraire, est très avide d'eau sous l'influence de basses températures.

Voici comment je procède pour mettre en jeu ces différentes actions :

A l'aide de feuilles d'acier de 2 millimètres d'épaisseur, je forme des capacités étanches très aplaties. En pratique, ces capacités sont formées par deux feuilles de 3^m50 de longueur et 1^m12 de largeur, réunies à leur périphérie externe par des rivets.

Des entretoises maintiennent l'écartement des feuilles à 1 centimètre environ. On a donc ainsi formé une chaudière de 4 mètres de surface carrée et contenant environ 40 litres.

Cinq ou dix de ces capacités sont disposées sur un toit orienté au soleil. On les emplit d'une solution d'ammoniaque à 25 ou 26 degrés. Sous l'influence calorifique déterminée par le soleil, la pression monte vite et atteint deux, trois et même quatre atmosphères.

La vapeur ainsi produite est conduite à un petit cylindre moteur, qui lui-même actionne une pompe.

Voilà donc l'eau montée.

Mais il s'agit d'assurer la continuité de l'opération. Pour cela, nous prenons deux précautions :

La première est de faire arriver dans le socle de l'appareil, et continuellement, à l'aide d'un flotteur, une partie de la solution contenue dans le toit;

La seconde est de faire déboucher dans la solution ainsi amenée les vapeurs d'ammoniaque, qui ont servi à l'action motrice.

Mais ici un obstacle se présente, et cet obstacle, c'est la chaleur contenue dans la solution que nous faisons arriver dans la bâche et celle produite par la solution du gaz ammoniac utilisé.

Cet obstacle est levé par l'artifice suivant :

Nous plaçons dans la bâche un serpentin, et dans ce serpentin nous faisons circuler l'eau venant du puits. Cette eau étant froide enlève la chaleur qui nous gênait, et voilà le phénomène de dissolution qui nous était nécessaire qui s'exécute avec facilité. Il ne s'agit plus que de restituer dans le toit la solution reformée (une petite pompe mue par le moteur suffit à cet emploi) pour que la continuité soit obtenue.

Les quantités d'eau élevées par ce moyen peuvent être considérables :

On peut admettre qu'une plaque peut produire une quantité de vapeur d'ammoniaque égale à 2 kilogrammes de vapeur d'eau par heure et par mètre carré.

On peut monter avec ces appareils, et suivant le nombre de plaques employées, jusqu'à 50 mètres cubes d'eau à l'heure et au-delà. Il y a donc dans cette application un puissant élément d'action pour l'agriculture.

C'est, en effet, moins par le défaut d'hommes, que par le manque d'eau, que le sol est improductif. Or celle-ci existe presque toujours à peu de profondeur. La faire jaillir du sol, par la force même de l'élément qu'il faut combattre, c'est mettre à profit une puissance qui, d'antagoniste, devient ainsi l'auxiliaire docile de l'agriculteur.

M. AUDOYNAUD,

Professeur à l'École d'agriculture de Montpellier.

IMPORTANCE AGRICOLE DE LA CRAIE CHLORITÉE ET DES SABLES VERTS DANS LE SUD-EST DE LA FRANCE.

— Séance du 28 septembre 1887. —

Des diverses formations géologiques qui constituent le crétacé supérieur, une des plus importantes au point de vue agricole, comprend la craie chloritée et les sables verts qui en dépendent. Dans la Provence et les Alpes-Maritimes, cette formation se rencontre en un grand nombre de points; j'ai eu l'occasion, il y a quinze ou vingt ans, de signaler ceux que j'avais visités dans les arrondissements de Nice et de Grasse.

Dans la vallée du Loup et sur le revers méridional des monts Thorenc et Cheiron, la craie chloritée se présente en assises puissantes; Gréolières, village au pied du Cheiron, offre des sables verts qui viennent naturellement se mélanger à la terre végétale de la vallée. Dans la vallée de l'Estéron, sur ses deux rives depuis son embouchure dans le Var jusqu'à Aiglun, la même formation se

retrouve; au village des Ferres, on voit la craie chloritée et les sables verts; à Roquesteron, la craie chloritée relevée en couches verticales enclave des masses de grès vert; à Cuèbris, de Roquesteron à Sigal, de Sigal à Aiglun, on a les mêmes formations; au Pali, la craie chloritée est encore en couches compactes relevées avec de larges bandes de grès vert intercalées entre elles; enfin, de Revest à Gilettes, le grès vert se rencontre de distance en distance.

Dans le comté de Nice, la craie chloritée apparaît au col de Villefranche, dans les oliviers de Bèaulieu à 150 mètres d'altitude; à Eze, à peu près au même niveau dans la propriété Léotardi, on voit une couche de grès passant à la teinte chamois avec débris de coquilles et nodules; les sables verts se rencontrent encore à Monaco, au Monti, à Sospel, à Touet-l'Escarène, au vallon de Gaudissart, à Peille, à Peillou.

Ce qui donne surtout de l'intérêt à cette formation, c'est la présence de l'acide phosphorique et de la potasse en proportion notable. Plusieurs échantillons de craie chloritée m'avaient donné autrefois 1,6 à 1,9 p. ‰ d'acide phosphorique (PhO^5); les sables verts sont plus riches, dans des dosages plus récents j'ai trouvé de 4,3 à 5,0 p. ‰; les grès à teinté chamois d'Eze m'ont donné de 88 à 97 p. ‰; malheureusement ces couches s'enfoncent sous les terrains tertiaires avec une inclinaison vers le sud de 30° environ.

Quant à la potasse, M. Blaire avait indiqué, il y a longtemps, pour certaines glauconies de l'Estéron, une richesse de 50 p. ‰; dans la craie chloritée des Ferres, j'ai obtenu 7 p. ‰; dans des analyses plus récentes les sables verts de Roquesteron m'ont donné 33,9 p. ‰.

Ces masses minérales ne sont pas assez riches pour donner lieu à une exploitation industrielle; mais elles devraient être utilisées sur place et dans un rayon plus ou moins étendu sur les terres cultivées formées par les couches jurassiques voisines. Le fumier étant une rareté dans ces contrées, il suffirait d'un faible apport d'azotate de soude ou de sulfate d'ammoniaque pour constituer avec les sables verts des terres de grande fertilité.

L'assimilabilité de ces principes, phosphaté ou potassique, des sables et de la craie doit être assez grande; car partout où je suis passé j'ai remarqué que les blés obtenus sur ces terres phosphatées sont beaucoup plus beaux que ceux récoltés sur les détritus des roches jurassiques; sur ces derniers le blé ne donne que 4 à 5 p. 1, sur les autres au contraire de 7 à 8. La même remarque peut se faire pour la pomme de terre qui forme avec le blé le fond de l'agriculture de ces pays montagneux.

M. Jules MAISTRE,

A Villeneuvette.

LA QUESTION DE L'EAU DANS LE MIDI DE LA FRANCE.

— Séance du 28 septembre 1887. —

Nous ne connaissons pas de question plus importante que celle de l'eau pour la région du midi de la France.

Il faut de l'eau pour nos cultures; il en faut pour l'alimentation de nos villes et pour nos industries, et cependant, par le déboisement continu des montagnes et par la manière dont nous cultivons le sol, nous contribuons à rendre les eaux plus rares.

C'est ainsi que la culture de la vigne, en laissant le sol découvert depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de mai, contribue à rendre le sol plus sec.

Le sol étant découvert, le vent et le soleil absorbent l'humidité.

Mais comment réagir contre cette tendance si funeste pour l'avenir de notre région?

En faisant comprendre à nos propriétaires tous les dangers qui se présentent lorsque, dans une vaste région, une seule culture domine.

Dangers pour les propriétaires, car ils peuvent être privés de revenus par une série de circonstances indépendantes de leur volonté.

Dangers pour les ouvriers, qui n'ont plus la moindre sécurité, car avec une seule culture l'avenir ne peut jamais être assuré.

D'ailleurs, ils ont trop de travail à certaines époques de l'année et pas assez à d'autres.

Il serait imprudent, au point de vue des frais immédiats, de vouloir reboiser toutes les pentes; mais il est cependant indispensable de reboiser celles qui réunissent les meilleures conditions pour attirer les nuages et amener la plus grande somme ou chute de pluie.

La chaîne des Pyrénées, dont la hauteur centrale a de 2,500 mètres à 3,400 mètres, doit fixer notre attention.

Si les points les plus élevés de cette chaîne sont trop en pente et trop froids pour pouvoir être facilement reboisés, il n'en est pas de même des contreforts; ces derniers sont encore couverts de terre et de gazon, et ils possèdent une humidité suffisante pour pouvoir recevoir des arbres.

Ce sont donc ces pentes qui doivent être boisées en partie les premières.

Mais ce reboisement ne peut marcher d'une manière sûre que si le pâturage est supprimé. Et pour supprimer le pâturage il est indispensable d'indemniser largement les populations qui vivent presque entièrement du produit de leurs troupeaux.

Il faut se hâter d'entrer dans la voie des reboisements, car chaque année le mal fait par le pâturage des moutons augmente.

Le pied des moutons forme des sentiers; les terres se dégradent, le gazon disparaît, et alors l'humidité contenue dans le sol va en diminuant, de telle sorte que, plus tard, les semis ou les plantations ne réussiraient pas aussi facilement.

Enfin, avec des reboisements, la création de vastes réservoirs, dans plusieurs gorges des Pyrénées, sera plus facile. Car les réservoirs établis dans des gorges dénudées sont remplis dans très peu d'années de sables et de graviers.

Les reboisements doivent s'effectuer aussi dans la montagne Noire, surtout dans la partie qui est comprise entre le sommet de la montagne Noire, Castelnaudary et Revel.

Avec des bois, les vents du sud-est et du nord-ouest donneront des pluies plus régulières.

Les terrains de la montagne Noire ont assez d'humidité pour permettre aux arbres, tels que les châtaigners, les chênes, les hêtres et les pins, de pousser très vite.

Nous avons fait des semis entre le village de Saissac et le bassin de Lampy, et dans cinq ans nous avons obtenu des chênes qui ont plus de deux mètres de hauteur.

Des semis de hêtres et de châtaigners ont également poussé dans de très bonnes conditions.

Dans les Cévennes, les reboisements présentent de bien plus grandes difficultés; cependant ces difficultés ne sont pas insurmontables.

Le meilleur moyen pour réussir consiste à défoncer le sol en plein et à semer des chênes et des pins.

Si les versants qui séparent le bassin de la Méditerranée de celui de l'Océan étaient boisés, les pluies seraient plus régulières; au printemps et en automne, les froids seraient moins vifs et moins désastreux, et enfin les chaleurs de l'été seraient plus modérées.

Actuellement, il est question du canal des Deux-Mers; c'est un projet grandiose, qui, s'il se réalise, peut présenter certains avantages.

Mais il faut beaucoup d'eau pour alimenter un semblable canal et pour en permettre le trajet continuel aux navires ou bateaux de grand tonnage.

Avant de l'entreprendre, il est nécessaire, plus que jamais, de reboiser en partie les montagnes du midi de la France.

Avec de l'eau, la région du Midi deviendra une des plus prospères du monde entier.

Les Italiens créent tous les jours des canaux; nous devons les imiter, et ne plus mettre toute notre confiance dans la seule culture de la vigne.

L'Association française, qui tient à être pratique et qui accorde une place très large à toutes les questions destinées à donner de la vie à notre agriculture et à nos industries, voudra bien faire étudier avec soin la question des reboisements et des irrigations, afin que nous ne soyons plus en retard sur les peuples qui nous entourent.

M. G. ROLLAND,

Ingénieur au Corps des mines, à Paris.

LES OASIS SAHARIENNES ET LE PALMIER-DATTIER.

— Séance du 28 septembre 1887. —

La France possède en Algérie, dans le Sahara de la province de Constantine, une sorte de petite Égypte avec un Nil souterrain : c'est l'Oued Rir', une des plus belles régions d'oasis qui existe, grande vallée sous laquelle règne un magnifique bassin d'eaux artésiennes, que de nombreux sondages font jaillir en abondance à la surface.

L'Oued Rir' a été le théâtre, dans ces dernières années, d'entreprises de colonisation d'un genre nouveau, entreprises intéressantes à tous égards et dues exclusivement à l'initiative privée : des terrains auparavant incultes ont été mis en valeur à l'aide de l'irrigation ; des sondages artésiens ont été exécutés au milieu des steppes du désert, et, autour de ces sources d'eaux vives, le sol s'est couvert d'immenses plantations de palmiers-dattiers ; de nouvelles oasis ont été ainsi créées de toutes pièces par des Français en plein Sahara.

Aller créer des oasis et faire de l'agriculture au désert peut, au premier abord, sembler invraisembable, et cependant il est aujour-

d'hui reconnu que les oasis sahariennes sont d'une exploitation avantageuse, même pour des Européens. A chaque pays sa culture : au Sahara, on a le palmier-dattier, qui est d'un excellent rapport et qui n'a pas d'ennemi connu, comme le phylloxéra.

Étant devenu moi-même agriculteur au Sahara et ayant dirigé l'œuvre de création agricole la plus considérable du Sud algérien — (la Société de Batna et du Sud algérien que j'ai fondée avec quelques amis a planté près de cinquante mille palmiers et créé trois oasis dans l'Oued Rir'), — je me suis proposé de donner ici quelques renseignements précis sur les oasis sahariennes, sur leurs cultures, et principalement sur le palmier-dattier, espérant que ces indications seront bienvenues de ceux qui s'intéressent aux diverses branches de l'agriculture française.

§ 1. — *Les oasis sahariennes.*

Sahara n'est pas toujours synonyme de désert.

Malgré la sécheresse de son climat, le Sahara possède des lignes d'eaux superficielles et des nappes d'eaux souterraines et artésiennes ; malgré l'aridité de sa surface, il présente d'importantes régions d'oasis cultivées et habitées, où la combinaison de ces deux éléments, le soleil et l'eau, produit des merveilles de végétation, même sur un sol ingrat.

Les oasis sahariennes se composent principalement de palmiers-dattiers, formant de véritables forêts et abritant d'autres cultures sous leur ombrage : massifs boisés dont la sombre verdure tranche sur la couleur fauve du désert.

Toute oasis occupe un emplacement dont le sol peut être irrigué d'une manière ou d'une autre, ou du moins présente quelque humidité; car, sans irrigation, sans eau, impossible à la terre de rien donner avec la sécheresse extrême de l'atmosphère au Sahara, impossible au palmier de produire, ni à aucune culture de prospérer.

Aussi les diverses régions d'oasis correspondent-elles à autant de régions naturelles où l'on rencontre des eaux soit superficielles, soit souterraines : ligne d'un cours d'eau, ou zone de sources, ou nappe artésienne.

Leur superficie ne représente, en somme, qu'une bien faible fraction des immensités sahariennes. Ce sont comme des îlots verdoyants, groupés en archipels et disséminés çà et là sur un vaste océan. Ce sont les seules parties du Sahara qui soient cultivées par l'homme et habitées par des populations sédentaires, les seules qui aient une

production et des ressources propres, hormis les steppes aux maigres pâturages que parcourent les nomades avec leurs troupeaux.

Mais, par un singulier contraste, ces oasis si clairsemées et si restreintes, où se concentrent le travail et la vie des contrées les plus pauvres du globe, possèdent, grâce au palmier-dattier, une force de production et des éléments de richesse agricole dont on ne trouverait guère l'équivalent, à surface égale, dans les territoires les plus fertiles des pays les plus favorisés par la nature et le climat.

Toutefois, les diverses régions d'oasis sont loin d'avoir même valeur. Elles diffèrent notablement entre elles, tant par la qualité que par l'abondance de leurs produits, suivant les variétés de palmiers qu'on y cultive et suivant les conditions naturelles de climat, de sol et d'irrigation.

Le mode d'irrigation varie avec les eaux dont on dispose, et à ce point de vue, qui est fondamental, on peut distinguer plusieurs types d'oasis : oasis de rivière, oasis à puits ordinaires, oasis à sources naturelles et oasis à puits artésiens jaillissants. Types qui, d'ailleurs, se combinent souvent entre eux dans une même oasis.

Les oasis de rivière, ainsi que leur nom l'indique, sont situées sur des cours d'eau, et généralement dans le lit même des oueds, c'est-à-dire des vallées sahariennes, vallées sèches en apparence, mais possédant d'ordinaire un certain écoulement au travers de leurs sables et de leurs graviers[1]. C'est le type dominant des oasis qui, dans le sud des provinces d'Alger et d'Oran, se succèdent à partir de Laghouat vers le sud-ouest jusqu'à Figuig, au pied des derniers contreforts des montagnes du Djebel-Amour et de la région dite des Ksour; telles sont aussi les oasis qui, dans le sud de la province de Constantine, se trouvent, au nord et à l'est de Biskra, sur le parcours des vallées qui découpent le versant méridional des montagnes de l'Aurès et descendent vers la grande plaine du chott Melrir.

Ces oasis, comme la plupart des oasis de rivière, sont placées sur le cours d'oueds prenant leur source dans les montagnes du Nord et présentant, par suite, des crues annuelles à l'hiver et au printemps; elles utilisent une partie de ces crues pour leurs irrigations, qui deviennent alors plutôt trop abondantes. Mais, le reste du temps, elles ne disposent que des eaux qui filtrent sous les graviers, dont une partie est retenue et ramenée au jour au moyen de barrages et qui alimentent aussi une série de puits ordinaires; or, ces eaux sont en quantité très variable d'une saison à l'autre et se font rares en été, préci-

1. G. Rolland, *Hydrographie et Orographie du Sahara algérien* (*Bulletin de la Société de géographie*, 2e trimestre de 1886).

sément au moment où le palmier a besoin d'être irrigué davantage.

Aussi peut-on dire que les oasis de rivière se trouvent, en général, dans des conditions notoirement inférieures, à cause du manque de régularité dans leurs irrigations.

Parmi les autres types d'oasis, les oasis à puits ordinaires, où toute l'eau nécessaire aux irrigations doit être puisée à bras d'homme, au moyen de dispositifs à bascule ou à poulie, ne sauraient être citées non plus comme se trouvant dans de bonnes conditions; car leur entretien exige un travail continu et pénible, dont les nègres sont seuls capables au cœur de l'été brûlant. Il est rare que les oasis de ce type acquièrent grande importance, sauf au centre du Sahara algérien, chez les Mzabites, dont la persévérance et la ténacité ont su tirer partie d'une des régions les plus ingrates du désert.

Règle générale, les oasis prospères sont celles où l'on dispose d'eaux souterraines à débit constant et où l'on n'a pas besoin de puiser l'eau pour les irrigations : double condition qui se trouve remplie dans la plupart des oasis du Sahara de la province de Constantine et du Sahara de la régence de Tunis.

Pour cela, il n'est pas indispensable que l'eau soit jaillissante; ainsi la région si curieuse du Souf, située dans l'est du Sahara de Constantine, au milieu des grandes dunes de sable de l'Erg oriental [1], ne dispose que d'une nappe régnant à une profondeur de 3 à 5 mètres sous la surface, nappe assez abondante et artésienne, mais simplement ascendante. Les jardins du Souf sont logés dans de petites cavités qui ont été creusées de main d'homme dans le sol entre les dunes, de manière que les palmiers plongent leurs pieds dans la nappe aquifère, où ils trouvent une humidité constante, mais mesurée; autour de chaque jardin, les déblais entassés et les sables accumulés forment comme un entonnoir de sable, d'où émergent les panaches verts des palmiers : sorte de four ardent sous l'effet de la réverbération solaire. Les dattes y acquièrent une maturité parfaite.

Ces oasis, dites d'excavation, sont celles qui réalisent le mieux les conditions assignées par le proverbe arabe à la prospérité du palmier et à l'excellence de ses fruits : « Les pieds dans l'eau et la tête dans « le feu du ciel. »

Arrivons aux oasis à sources artésiennes naturelles et oasis à puits artésiens jaillissants; ici l'eau jaillit d'elle-même et en permanence à la surface, et l'on n'a qu'à la distribuer pour l'irrigation des cultures, irrigation constante en toute saison.

1. G. Rolland, *Les grandes dunes de sable du Sahara* (*la Nature*, 3 juin et 8 juillet 1882).

Ces deux types offrent sur les autres une évidente supériorité. A l'un ou à l'autre appartiennent les principales régions d'oasis du Sahara algérien et tunisien, telles que les oasis à sources du Zab occidental, à l'ouest de Biskra, et du Djérid, au bord occidental du chott de ce nom, et telles que les oasis à puits artésiens de l'Oued Rir', au sud de Biskra, et de Ouargla, plus au sud.

Ce sont parfois de véritables rivières que l'on voit s'échapper en bouillonnant des entrailles du désert et surgir en certains points de ces espaces desséchés, soit que les eaux artésiennes qui règnent en profondeur, se soient elles-mêmes frayé leur voie pour remonter jusqu'au jour, soit que la sonde ait été les chercher dans leurs retraites souterraines, et, perçant les terrains qui les recouvrent et les contiennent, leur ait livré passage. Telle source du Zab, l'Oued Mlili, donne 42 mètres cubes d'eau par minute ; tel puits jaillissant de l'Oued Rir', à Sidi-Amram, débite 6 mètres cubes d'eau par minute, et tel autre 8 mètres cubes sur le littoral de Gabès. Et ces flots d'eau vive ne tarissent ni ne varient jamais, et ils ne font jamais défaut à ces grandes oasis, au travers desquelles ils courent et répandent abondamment la végétation et la vie.

Quelquefois, il est vrai, le mal naît de l'excès du bien, et il arrive, dans les oasis sahariennes, qu'une trop grande surabondance d'eau devient nuisible à la salubrité, ainsi qu'à la végétation. En effet, les eaux stagnantes engendrent les fièvres paludéennes, qui déciment les habitants de certaines oasis mal situées ou mal aménagées, et, d'autre part, elles ne sont pas moins funestes à la santé du palmier, qui a besoin d'eau, mais d'eau vive, et ne saurait prospérer dans les bas-fonds humides, sans écoulement. Aussi importe-t-il, dans toute oasis irriguée à grande eau, de draîner le terrain au moyen de fossés et de faire écouler sans cesse le trop-plein des eaux d'arrosage loin des villages et loin des cultures : pour cela, il faut évidemment que la pente naturelle du sol soit suffisante ; quand elle est trop faible, comme à Ouargla, l'évacuation des eaux d'arrosage présente une difficulté réelle, et alors les oasis proprement dites sont fatalement assez insalubres.

Mais ce qui importe surtout, dans cet ordre d'idées, c'est d'assainir les lieux habités. Malheureusement, la plupart des villages indigènes ont été construits au milieu même des oasis, aux points les plus bas, et ils sont entourés de fossés de défense, où se rassemblent les eaux croupissantes : véritables ceintures de miasmes pestilentiels. Il y a lieu, du moins, dans tout notre Sahara, de faire combler, par ordre supérieur, ces fossés de défense devenus inutiles depuis que la domination française assure la sécurité à tous ; c'est ce que l'agha Ben

Driss a eu la louable initiative de faire à Tougourt, d'où les fièvres ont disparu, et ce qu'il avait voulu faire à Ouargla.

Quant aux nouveaux centres d'habitation qu'on créera, il faudra les placer, ainsi que nous l'avons fait, non plus au cœur même des cultures, mais à proximité, sur les monticules et les éminences que présente généralement le relief du sol, même dans ces régions de plaines.

L'oasis modèle est l'oasis à puits jaillissant, où l'eau jaillit, non pas en un point quelconque de la surface, mais en un point qu'on a choisi au mieux de toutes les convenances; où elle peut jaillir, grâce à la force ascensionnelle d'une nappe artésienne à haute pression, sur les points les plus élevés du relief; où, par suite, on a pu placer le sondage sur un monticule qui domine les alentours, et au sommet duquel on a construit le groupe des habitations ; où l'eau jaillit néanmoins, en vertu de la pression et du volume de la nappe, avec un débit assez fort pour qu'un seul puits desserve des plantations étendues ; où le terrain présente une disposition favorable pour l'irrigation méthodique des cultures, et où il existe enfin une pente générale qui permet d'évacuer au loin le trop-plein des eaux d'arrosage. Or il est possible de satisfaire à toutes ces conditions réunies dans mainte partie de la région de l'Oued Rir', mieux qu'en aucune région du Sahara algérien, à ma connaissance.

§ 2. — *Le palmier-dattier et les cultures sahariennes.*

Mais qu'est-ce exactement que le palmier-dattier, cet arbre précieux qui fait la richesse des oasis sahariennes?

Le palmier-dattier (*Phœnix Dactylifera)* est un arbre dioïque, c'est-à-dire qu'il y a des palmiers mâles et des palmiers femelles. Les pieds femelles portent de grandes grappes de fruits, appelés régimes de dattes, qui sont renfermés dans une enveloppe, appelée spathe ; mais ces fruits ne sauraient se former et se développer, si le pollen du mâle ne fécondait pas chaque régime femelle. Pour plus de sûreté, les indigènes font eux-mêmes la fécondation à la main, vers le mois d'avril, un pied mâle suffisant ainsi pour 400 pieds femelles environ.

Les variétés de palmiers femelles sont très nombreuses. Il y a d'abord la datte fine, *deglet nour,* variété à part, dont le prix est notablement plus élevé que pour les autres. Quant aux autres variétés, on peut les diviser en deux grandes classes : les dattes molles, par exemple, la *ghars,* et les dattes sèches, par exemple, la *degla beïda.*

Le palmier se reproduit non par semis, mais par bouture. Si l'on

semait des noyaux de dattes, on n'obtiendrait que des palmiers sauvages ou des mâles; mais en détachant du palmier femelle les rejetons qui poussent au pied du tronc, et en les replantant, on obtient des palmiers de même sexe et de même variété.

Le palmier présente une régularité exceptionnelle dans sa croissance et dans sa production. Avec des soins convenables et une irrigation régulière, il donne des fruits cinq ans, et parfois même trois ans après qu'il a été planté; toutefois ce n'est guère qu'au bout de huit ans qu'il devient d'un bon rapport. Il produit surtout de dix à soixante ans, et il vit plus de cent ans.

On a dit avec raison que le palmier était l'arbre nourricier du Sahara; car, sans le palmier, le Sahara serait partout désert, et inversement, le palmier ne saurait mûrir ses fruits qu'en plein Sahara.

Le palmier supporte parfaitement les extrêmes de température du climat saharien, un froid nocturne, sec et passager, de six degrés au-dessous de zéro ne lui étant pas nuisible, et la chaleur n'étant jamais trop forte pour la qualité de ses fruits.

Mais plus encore que la chaleur, la sécheresse de l'atmosphère est indispensable pour que la datte soit sucrée et savoureuse : aussi le voisinage de la mer lui est funeste. Sur le littoral du sud de la Tunisie, dans les oasis de Gabès, de Zarzis, situées au bord de la Méditerranée, ou vis-à-vis, dans l'île de Djerba, il est reconnu que les dattes sont mauvaises, sans sucre et sans saveur, sans valeur en un mot. Or il a été démontré péremptoirement par M. Letourneux [1] que cela ne tenait pas, ainsi que le pensait M. de Lesseps, au mauvais choix des palmiers cultivés; car, de fait, on cultive dans ces oasis les mêmes variétés de palmiers qui, dans l'intérieur du Sahara tunisien, aux oasis du Djérid et du Nefzaoua, donnent des récoltes précieuses et recherchées; cela tient uniquement à ce que, d'une manière générale, le palmier ne s'accommode pas des conditions de climat qui se rencontrent près de la mer.

Le palmier vient dans les sols les plus ingrats, gypseux et même légèrement salifères. Quant à la variété fine, au *deglet nour*, elle se plaît surtout dans les terrains en apparence les plus pauvres, sableux et rocailleux.

Ce que le palmier exige avant tout, pour bien pousser et bien produire, c'est de l'eau, fût-elle de médiocre qualité et même assez chargée de sels.

1. A. Letourneux, *Association française pour l'avancement des sciences*, 1884.

Le Souf et l'Oued Rir', en Algérie, le Djérid, en Tunisie, peuvent être cités comme les régions où le palmier réussit le mieux et produit le plus, en l'état actuel.

Au Sahara, sauf dans certaines régions comme l'Oued Rir', la plupart des jardins ne sont pas la propriété des gens qui les cultivent, et certaines oasis, comme Ouargla, appartiennent presque entièrement à des tribus nomades. L'usage est que le cultivateur soit payé en nature et reçoive un cinquième à un huitième de la récolte des dattes : système analogue à celui qu'on rencontre dans l'ouest et le midi de la France, où l'on voit également le paysan et le propriétaire se partager la récolte.

Quant au fruit du palmier, à la datte, c'est pour le Sahara ce qu'est le blé pour l'Europe, le riz pour les Indes. C'est l'aliment le plus général chez les indigènes, le produit le plus certain dans l'Afrique du Nord, le premier objet de consommation et d'échange pour des populations de millions d'hommes.

On trouvera donc toujours sur place un marché certain et rémunérateur; mais il n'est pas interdit de songer à l'exportation. Dès aujourd'hui la datte fine est exportée d'Algérie et de Tunisie en quantités importantes, à destination de France et des divers pays d'Europe. Sa consommation tend à se répandre chez nous d'une manière sensible, et elle se développera certainement quand on connaîtra mieux ce fruit très nutritif, qui est d'une saveur exquise et d'une grande finesse, quand il arrive directement du pays de production, à l'état frais et naturel.

Ajoutons que la richesse en sucre de la datte permettra sans doute de lui trouver d'autres applications, et que déjà la datte sèche est employée en droguerie et en distillerie.

Il est très difficile de préciser combien le palmier rapporte, bon an, mal an, tellement cela varie avec les soins dont on l'entoure et la variété dont il s'agit. On peut admirer chez M. Duffourg, près d'El Outaya, des palmiers *deglet nour* de quinze ans qui rapportent jusqu'à 50 francs de récolte dans une année favorable; ailleurs, on trouvera, dans le Zab, un jardin, planté en espèces communes et mal irrigué, qui ne donnera pas cinquante centimes par pied. Dans l'Oued Rir', nous estimons qu'avec un assortiment convenable des diverses variétés, dans des plantations bien faites et bien soignées, le rapport moyen et brut du palmier sera de 4 à 5 francs, déduction faite de la part revenant au cultivateur : c'est là un minimum.

Renseignement qui a son intérêt : les indigènes des oasis soumises à l'autorité française paient annuellement à l'Etat un impôt de 0f,35 par palmier en rapport, et ils s'en acquittent assez régulièrement.

Une question importante, dans les plantations de palmiers, est celle de l'espacement qu'il convient d'adopter entre les arbres. A ce sujet, après avoir passé par plusieurs alternatives, nous avons décidément adopté le chiffre de 200 palmiers par hectare, chiffre qui semble devoir servir de règle dans les futures plantations à l'européenne ; cela met les arbres à une distance moyenne de 7 mètres, plus grande que dans les oasis indigènes, mais suffisante pour le rendement du palmier en dattes et pour l'ombrage nécessaire aux autres cultures à faire au-dessous.

A raison de 200 arbres par hectare, le palmier-dattier peut donc rapporter annuellement un millier de francs par hectare. On voit que le Sahara n'est pas toujours aussi improductif qu'on pourrait le croire.

De plus, à l'ombre du palmier, on peut faire d'autres cultures, qui, sans lui, seraient presque toutes impossibles, sous un soleil aussi brûlant. Les indigènes cultivent aussi des céréales, orge, sorgho, maïs, etc.; des légumes, poivre rouge, fèves, melons, pastèques, etc.; des arbres à fruits, figuier, grenadier, abricotier, olivier, vigne, etc.; des herbages, tels que la luzerne, et aussi du henné, du kif, de la garance, du tabac, etc. Notons encore le coton longue-soie, qui vient parfaitement dans l'Oued Rir'.

Toutefois il faut reconnaître que la plupart de ces cultures accessoires ne sauraient convenir à une exploitation en grand et à l'européenne, où l'on ne doit songer qu'à des cultures simples et de grand rapport. Divers essais d'acclimatation ont déjà été commencés par nous dans l'Oued Rir'; il sera intéressant de les suivre, et il est à espérer que plusieurs réussiront : car s'il est vrai que le climat est rude et que le sol est ingrat, on peut faire beaucoup avec du soleil et de l'eau, et ni le soleil, ni l'eau ne nous feront défaut.

A ce propos, nous dirons que les conditions ne sont plus les mêmes dans les parties du Sahara qui avoisinent la mer, et nous ajouterons quelques mots concernant le Sahara tunisien.

Le Sahara tunisien est également très riche en eaux artésiennes, et l'on connaît la réussite des premiers sondages qui viennent d'y être exécutés sur le littoral de Gabès, au bord même de la mer. On sait que ces forages sont entrepris par M. de Lesseps et par le même groupe de capitalistes qui avaient soutenu le colonel Roudaire dans son projet de mer intérieure : la mer intérieure est, sinon ouvertement abandonnée, du moins remise à une date si problématique qu'il n'y a plus lieu de nous en préoccuper; le nouveau programme, beaucoup plus pratique que l'ancien, — il faut s'en applaudir, — mais d'un ordre d'idées tout différent, — il faut le reconnaître, — consiste

à fertiliser par l'irrigation des terrains auparavant incultes, et à exécuter dans le Sud tunisien la même œuvre de colonisation que l'Oued Rir' a déjà vu s'accomplir.

Un décret du bey de Tunis a autorisé M. de Lesseps à faire ainsi des recherches d'eaux artésiennes dans les gouvernements de l'Arad et de Meheldas (Sud tunisien) et à y acheter ensuite des terrains domaniaux, au prorata des débits obtenus dans les sondages, jusqu'à concurrence d'une superficie de 10,000 hectares.

Le choix du littoral du golfe de Gabès est excellent au point de vue des eaux artésiennes, et hors de pair en ce qui concerne la facilité et l'économie des transports, pour l'exportation des futurs produits agricoles. Au bord de la mer, il est vrai, on ne peut guère compter sur le palmier comme élément de rapport, les dattes devant y être, d'après ce que nous avons dit, de qualité inférieure; en revanche, le climat y est moins rude, plus clément et plus égal qu'à l'intérieur du Sahara, et, par suite, il devra permettre sous les palmiers, une plus grande variété de cultures.

Tandis que pour nous, dans l'Oued Rir', les cultures sous-jacentes sont l'accessoire, elles seront forcément, à Gabès, l'objet principal de l'exploitation.

M. FONTÈS,

Ingénieur en chef des ponts et chaussées, à Toulouse.

CONSIDÉRATIONS SUR LES AVANTAGES DES CANAUX D'IRRIGATION.

— Séance du 28 septembre 1887. —

Nous n'avons à aucun point de vue la prétention de décrire d'une manière complète les arrosages de la région que nous habitons.

Nous venons simplement présenter les résultats d'une étude entreprise pour répondre d'une façon sûre à des questions posées par l'Administration et, disons-le aussi, pour former notre opinion personnelle au sujet de l'utilité des irrigations.

Il s'agit du rendement des arrosages, considérés comme opération financière au point de vue des propriétaires.

Nous étions d'autant plus désireux d'être fixé à cet égard que les renseignements fournis par les ouvrages techniques qui traitent des

irrigations, lorsqu'on recherche quel est l'intérêt pécuniaire que peuvent avoir les propriétaires à arroser leurs terrains, ne répondent pas, en général, aux besoins de ceux qui les consultent.

Ce côté de la question est pourtant le plus (pour ne pas dire le seul) intéressant pour les arrosants.

L'arrosage rentre dans la catégorie des cultures industrielles. Avant de l'entreprendre, on doit se demander :

1° A quelles dépenses de premier établissement par hectare serai-je obligé, pour disposer mes terrains en vue des arrosages?

2° Quelle augmentation de revenu net en recueillerai-je?

Telle est la question qui se pose d'elle-même pour le propriétaire et, disons-le aussi, pour tous ceux qui ont, soit à donner un avis sur l'établissement de canaux d'irrigation, soit à participer à un titre quelconque à une entreprise de ce genre.

Or cette question, que nous n'avons jusqu'ici trouvé résolue qu'à l'état de prévisions, non sanctionnées par un nombre suffisant de résultats observés et seulement pour des exemples qu'il ne serait pas toujours prudent de prendre pour guide, n'est même pas posée dans la plupart des traités didactiques, faute de résultats d'expérience en assez grande quantité. C'est cette lacune que nous voulons essayer de combler en ce qui concerne la région soumise à notre surveillance.

Nous avons dans ce but fait relever avec soin les résultats pratiques d'irrigations de diverses catégories s'étendant à une superficie d'environ 1,200 hectares pris dans différentes parties du département de la Haute-Garonne.

Nous disons à dessein *irrigations de diverses catégories* car notre statistique s'applique à des arrosages qui, bien que peu distants géographiquement, sont pratiqués dans des régions très distinctes aux divers points de vue topographique, géologique et météorologique.

Nous croyons dès lors utile avant tout d'esquisser les principaux caractères de ces régions.

Les distinctions que nous voulons signaler sautent pour ainsi dire aux yeux lorsqu'on suit la ligne de Toulouse à Bayonne pour se rendre dans les Pyrénées.

On trouve d'abord, au départ de Toulouse, une large plaine, formée des dépôts amenés sur le miocène par les grands cours d'eau de l'époque post-glaciaire, bordée de terrasses alluviales dont les gradins, ainsi que l'a montré M. Leymerie, correspondent aux diverses périodes de l'existence de ces cours d'eau.

Les caractéristiques de cette région sont : l'absence de relief des

terrains, qui entraîne la faible pente des cours d'eau, l'absence presque complète de sources (au moins abondantes) qui cause en été une extrême sécheresse, et la fréquence du vent dit d'autan. Cette plaine est presque complètement privée d'eau à deux époques de l'année : en été et vers le mois de février. Elle se fait remarquer par sa grande fertilité en céréales, la beauté de ses vignes (au phylloxera près) et l'exubérance de ses prairies partout où l'eau peut y être donnée en assez grande quantité pour permettre les cultures fourragères. Cette région, qu'on nomme généralement la plaine de Muret, présente un facies méridional très prononcé.

Lorsqu'on atteint et qu'on dépasse la station de Boussens, l'aspect du pays change presque à vue d'œil. La vallée s'est retrécie, les collines sont plus hautes. Le vent d'autan cesse de souffler. Les cours d'eau y ont une pente plus forte, les sources y sont moins rares. Les collines ne sont plus taillées dans des alluvions et se montrent avec leurs formations géologiques propres. La culture de la vigne y est presque abandonnée. La végétation arborescente est plus importante que dans la plaine. En un mot cette région présente un facies général ayant beaucoup plus d'analogie avec celui du centre de la France qu'avec celui de la plaine de Muret. C'est la région sub-pyrénéenne.

Si l'on quitte enfin la grande voie ferrée pour s'enfoncer dans l'une quelconque des vallées qu'on voit ouvertes à sa gauche et se diriger vers les sommets neigeux qui les dominent, on voit les différences que nous signalions s'accentuer encore plus. On est dans la grande montagne, qui présente dans la faible étendue qu'elle occupe dans la Haute-Garonne ses caractères les plus tranchés, caractères bien connus que nous croyons inutile de décrire.

Le régime des eaux dans les trois régions est le suivant :

En hiver, les sommets des hautes cimes se couvrent d'une couche de neige. La montagne prépare, pour ainsi dire, un emmagasinement d'eau à l'état solide pour l'été.

Les pluies d'hiver sont généralement rares et dans tous les cas très passagères dans les trois régions; les fontes de neige sont très rares en hiver dans la haute montagne. Il en résulte, surtout pour la région exposée au vent d'autan, et par suite à une rapide évaporation, une véritable sécheresse d'hiver. Les rivières, issues des Pyrénées doivent à ces circonstances un étiage d'hiver, souvent comparable, quelquefois supérieur à celui d'été. Celui de l'hiver 1881-82 notamment, a été beaucoup plus bas que les étiages d'été d'un grand nombre d'années précédentes.

Vers le mois de mai commence la fonte des neiges, qui se poursuit quelquefois jusqu'au 15 juillet. Pendant cette période les cours d'eau

sont largement alimentés. Puis, les Pyrénées ne conservant bientôt plus que des neiges éternelles, il se produit une nouvelle période de sécheresse. Les rivières subissent un étiage d'été. Cette période peut se prolonger assez longtemps et atteindre le mois d'octobre avant que des pluies quelque peu abondantes soient venues humecter suffisamment la terre.

Pendant cette seconde sécheresse, les sources des cours d'eau ne sont plus alimentées que par la fonte régulière des glaciers, insuffisante à entretenir les grandes rivières. Les eaux laissées par les pluies du printemps dans les couches perméables du terrain s'épuisent rapidement, et si des pluies nouvelles ne viennent les renouveler, telle rivière qui débordait en juin contient en septembre et parfois en octobre à peine assez d'eau pour abreuver les bestiaux.

Pendant cette période, la première des régions que nous avons décrite mériterait le nom de pays de la soif, tandis que la région sub-pyrénéenne souffre moins et que la grande montagne conserve toujours cette fraicheur qui y fait rechercher la villégiature par les habitants de la plaine.

On voit quelles différences profondes peuvent offrir entre elles, au point de vue de la culture, les différentes parties du département de la Haute-Garonne et comment on peut y rencontrer à peu près tous les modes d'arrosage.

On comprend la nécessité qui s'impose d'alimenter artificiellement en eau toute la région soumise au vent d'autan, alors que la région sub-pyrénéenne peut, en certaines parties, se suffire à elle-même et qu'une partie de la montagne a toujours de l'eau en abondance.

Aussi, alors que les canaux d'arrosage du territoire sub-pyrénéen sont encore à l'état de projet, la plaine a-t-elle été dotée d'un important canal d'irrigation : le canal connu sous le nom de canal de Saint-Martory.

Plus de la moitié de notre statistique devant s'appliquer à des arrosages pratiqués au moyen de ce canal, nous croyons utile, avant de pousser plus loin, d'en dire quelques mots.

Le canal de Saint-Martory consiste en une dérivation de la Garonne, pratiquée dans cette rivière au moyen d'un barrage voisin de la station de Saint-Martory.

Sa portée est de 10 mètres cubes à la seconde, en vue de l'arrosage de 10.000 hectares sur la rive gauche de la Garonne entre Saint-Martory et Toulouse.

Sa longueur est de 70 kilomètres environ.

Il comporte un développement de 450 kilomètres de canaux secondaires dont 178 seulement sont exécutés aujourd'hui.

La surface arrosée actuellement est de 2,070 hectares bien que 4,300 hectares aient été souscrits par les propriétaires.

Nous estimons que sans les difficultés administratives qui ont arrêté le service des arrosants, au moins 5,000 hectares seraient arrosés à l'heure présente.

Notre principal but étant de présenter ici des renseignements statistiques se rapportant à ce canal, comparativement avec les résultats qu'ont donnés les syndicats dans les régions sub-pyrénéenne et pyrénéenne, nous éviterons de nous appesantir plus longuement sur cette question et nous aborderons sans plus de digressions le sujet qui nous occupe, c'est-à-dire la recherche des avantages que les irrigations peuvent procurer à ceux qui les pratiquent.

Le contrôle du canal de Saint-Martory nous a permis de recueillir avec beaucoup de détails des renseignements statistiques embrassant une superficie assez étendue, renseignements auxquels nous avons cru devoir joindre ceux que le reste de notre service nous fournissait. Nous nous sommes trouvé de la sorte en possession d'un assez grand nombre de données.

Nous tenons d'autant plus à la production de cette statistique que M. Duponchel (dans une publication très répandue) a récemment représenté le canal de Saint-Martory comme inutile, estimant que les fonds consacrés à cette entreprise eussent été mieux employés à une tentative de colmatage des Landes.

Notre principal élément d'information provient du canal ainsi décrié, où les renseignements sont pris directement sur les lieux par le conducteur du contrôle, M. Servat, puis contrôlés et coordonnés par M. Stellet, ingénieur ordinaire, qui nous les fait parvenir après les avoir consignés dans deux tableaux constamment tenus à jour et disposés de manière à enregistrer toutes les données nouvelles au moment où elles se produisent. Nos recherches se poursuivent constamment et nous sommes aujourd'hui en mesure de fournir des renseignements utiles aux propriétaires qui viendraient nous consulter.

Les observations relatives au canal de Saint-Martory embrassent actuellement un ensemble de 578 hectares répartis entre soixante-quinze propriétaires arrosant chacun des parcelles dont la contenance varie entre moins de un demi hectare et 30 hectares.

Nous n'avons pu malheureusement relever ce qui concerne la totalité de la surface arrosée, et nous avons été forcé de nous contenter des résultats obtenus sur un peu plus du quart du périmètre, la plus grande partie des arrosants n'ayant pas su se rendre compte eux-mêmes de ce qu'ils avaient fait, ou ayant refusé de nous renseigner.

Nous estimons néanmoins que les chiffres recueillis sont assez

nombreux pour représenter la moyenne générale, cette moyenne ne différant pas sensiblement aujourd'hui de ce qu'elle a été trouvée au début des observations, alors que celles-ci n'embrassaient qu'un peu plus de la moitié des arrosages actuellement relevés.

Nous avons cru inutile de donner ici le détail de toutes les parcelles, ce qui nous eût entraîné trop loin sans grande utilité. Nous nous sommes borné à extraire de nos relevés et à inscrire dans un tableau (qui est à peu près la reproduction des tableaux dressés dans le service) :

1° Les chiffres qui concernent les parcelles où l'on a obtenu la plus forte plus-value nette à l'hectare ;

2° Ceux qui concernent les parcelles où cette plus-value a été la moindre ;

3° Quelques exemples des résultats d'ensemble obtenus par des propriétaires arrosant des surfaces d'une certaine étendue ;

4° Un exemple des résultats obtenus dans une commune où les irrigations sont réputées avoir mal réussi ;

5° Enfin le résultat total et la moyenne générale de l'ensemble des arrosages observés.

Le tableau n° 1 donne ainsi à la fois, pour chaque arrosage, les résultats concernant l'ensemble des terrains arrosés, puis les chiffres rapportés à l'hectare afin de permettre de tout comparer au moyen d'un étalon unique.

Nous donnons dans chaque cas, à côté de la plus-value annuelle nette du rendement en argent inscrite en demi-gras, le chiffre de cette plus-value diminué de 10 % du total des frais de premier établissement. Ce dernier chiffre, inscrit en chiffres gras, nous paraît celui qui donne la meilleure idée de la réussite de l'opération au point de vue financier, puisqu'il suppose l'amortissement du capital engagé en un peu moins de quinze ans, avec service à 5 % des intérêts du capital engagé.

Nous nous sommes abstenu de donner aucun chiffre concernant la plus value des terrains. Il est difficile, d'une part, d'avoir des déclarations sincères à ce sujet (par suite de la crainte qu'inspire le fisc), et, d'autre part, la crise que subit en ce moment la valeur vénale de la propriété ne permet pas de s'appuyer sur des points de comparaison certains et fixes. Nous nous sommes donc borné aux plus-values nettes annuelles.

Si l'on jette les yeux sur notre tableau n° 1, on voit qu'il existe des écarts considérables entre les résultats obtenus par les différents propriétaires.

Nous trouvons en effet le maximum de rendement net obtenu chez

le nº 1 du premier groupe, qui a augmenté ses revenus de 320 francs par hectare, amortissement compris, et le minimum chez le nº 2 du deuxième groupe, qui n'a augmenté ses revenus que de 52 francs par hectare dans les mêmes conditions. Il faut remarquer que ce dernier propriétaire est celui qui a fait le moins de dépenses en frais de premier établissement et un de ceux qui dépensent le moins en frais de culture ; il peut ainsi être considéré comme n'ayant peut-être pas très bien opéré.

Cette observation paraît à peu près générale. Il est rare que les irrigations où l'on a fait peu de dépenses de premier établissement, et surtout celles où l'on fait peu de frais de culture annuelle, donnent un très bon résultat.

Nous disons *surtout de culture annuelle,* car les premiers frais peuvent varier beaucoup avec la nature du terrain. Ainsi les nºs 1 et 3 du premier groupe ont pu faire à très peu de frais l'aménagement du sol à cause de la disposition de leurs terrains et du profit qu'ils ont su faire d'exemples antérieurs.

Dans notre désir de présenter une statistique sincère et non remaniée, nous n'avons pas fait d'exclusion dans les exemples qui composent chaque groupe, même quand ils semblaient présenter quelque anomalie. Aussi croyons-nous devoir citer comme exceptions peu propres à servir d'exemple :

« 1º Dans le premier groupe, les nºs 2 et 6. Le nº 2 paraît avoir fait « des dépenses qui n'avaient d'autre but que sa satisfaction particu- « lière et qu'un autre n'eût peut-être pas jugés nécessaires (*il a fait « cimenter une partie de ses rigoles*); il en résulte qu'en tenant « compte de l'amortissement, il n'a pas fait une aussi bonne affaire « que paraîtrait l'indiquer au premier abord le chiffre indiqué par la « colonne 18, les dépenses de luxe ayant considérablement réduit le « chiffre de la colonne 19.

« Quant au nº 6 du même groupe, qui présente un maximum de « revenu brut très supérieur aux plus forts chiffres de même nature, « nous ne donnons ses résultats que sous toutes réserves. Son chiffre « élevé de revenu brut pourrait peut-être s'expliquer par ce fait que « la portion arrosée étant très petite (elle mesure un peu plus de un « tiers d'hectare) peut recevoir une culture comparable à une culture « maraîchère.

« 2º Dans le deuxième groupe, le nº 1, qui n'a évidemment dépensé « assez, ni en frais de premier de premier établissement ni en frais de « culture.

« 3º Dans le troisième groupe, le nº 8, qui n'est autre que le précé- « dent cité deux fois. »

Quoi qu'il en soit, il résulte de notre statistique que l'affaire n'a été mauvaise pour aucun arrosant, puisqu'aucun propriétaire, après rémunération à 5 % du capital engagé et amortissement en moins de quinze ans du même capital, n'a augmenté ses revenus nets annuels de moins de 52 francs par hectare.

La moyenne, avec le même amortissement, a accru ses revenus annuels de 110 francs par hectare, ce qui équivaut à peu près à doubler le revenu de la terre. Quelques-uns sont même arrivés à une plus-value nette annuelle supérieure à 200 francs.

On est donc autorisé à dire que l'opération est, d'une manière générale, meilleure que l'achat d'une surface égale à celle qu'on arrose.

Les résultats du premier groupe nous présentent même la mise en arrosage comme très avantageuse lorsqu'on y apporte du soin et de l'intelligence.

Nous nous croyons aujourd'hui en mesure de promettre à un propriétaire opérant dans les conditions normales, qui s'occupe avec soin de ses irrigations, et qui consacre au début par hectare : 350 francs à l'aménagement du terrain et des rigoles, 100 francs à l'engrais et 50 francs en premiers semis (soit en tout 500 francs [1] aux frais de premier établissement), qui dépense en outre annuellement 130 francs en frais de culture, une augmentation de revenu net d'au moins 150 francs par hectare, soit au moins 100 francs d'augmentation de revenu y compris l'amortissement du capital engagé.

On a donc en perspective une opération fructueuse.

Nous pensons que les arrosages eussent mieux réussi si la Société concessionnaire, au lieu de se dérober à ses obligations, avait cherché à faire quelque peu de propagande, en instruisant et en aidant les cultivateurs.

Au lieu de cela le public, peu versé dans un genre spécial de cul-

1. On peut s'étonner de nous voir produire ce chiffre de 500 francs, qui est notablement inférieur à celui que nous ont donné des ingénieurs très expérimentés en la matière.

Tout en pensant qu'on peut obtenir un meilleur résultat en dépensant intelligemment une somme plus forte au début, nous estimons qu'eu égard à l'expérience du personnel arrosant et au degré d'avancement de la science de l'ayguadier dans notre région, cette augmentation des premiers frais, au moins aujourd'hui, ne serait peut-être pas rémunérée par une augmentation correspondante de plus-value.

Il faut aussi considérer que beaucoup de propriétaires n'ont pas de capitaux en assez grande quantité pour faire les dépenses qu'entraîne l'arrosage le plus perfectionné. C'est pourquoi nous pensons qu'en traitant une affaire d'irrigation on agit prudemment, à quelque point de vue qu'on se place, en ne comptant que sur des résultats moyens.

ture, dégoûté par les agissements de la compagnie, est resté ignorant sur bien des points importants.

C'est ainsi que de nombreux propriétaires laissent s'échapper des bénéfices sérieux en ne consacrant pas à leur culture une quantité suffisante d'engrais, et en ignorant, par exemple, qu'un demi-semis tous les deux ou trois ans est nécessaire si l'on ne veut voir dépérir les prés arrosés.

Pour donner une idée du peu d'importance qu'attachent la plupart des arrosants à ces détails, nous citerons ce fait qu'ils achètent, les yeux fermés, chez un marchand connu, le mélange de graines qui doit former le semis, sans se préoccuper de la question de savoir si ce mélange est celui qui doit donner les meilleurs résultats dans leur cas particulier, bien qu'un propriétaire de la région, M. Gantier, ait indiqué un mélange convenant à l'amélioration de nos prairies [1].

En un mot, les arrosants qui utilisent les eaux du canal de Saint-Martory ne nous paraissent pas en avoir tous retiré les bénéfices qu'ils auraient pu faire, et néanmoins nous ne constatons une opération infructueuse pour aucun d'eux. C'est là le point le plus important à retenir.

Nous épuiserons ce sujet spécial en faisant connaître :

1° Que le prix des 100 kilogrammes de fourrages était normalement payé aux propriétaires pendant la période où notre statistique a été relevée, dans le pays d'où elle est extraite, de 2 fr. 75 à 3 francs les 50 kilogrammes, ce qui permettra au lecteur de transformer les produits argent en quantités de fourrages ;

2° Que le taux de la redevance (que nous avons compris dans les frais annuels de culture) est en moyenne de 30 francs par an et par hectare (25 francs pour les premiers souscripteurs, 35 francs pour les suivants).

Il résulte de là que pour comparer les résultats obtenus sur le canal de Saint-Martory à ceux que nous donnons dans le tableau n° 2, il faut augmenter la moyenne générale des plus-values annuelles de ce canal de 30 francs.

On arrive ainsi à un écart très faible entre les moyennes générales déduites des deux tableaux.

Le tableau n° 2, qui n'a pu être dressé avec les mêmes détails que le premier, attendu que les intéressés n'avaient aucun intérêt à nous renseigner exactement, et n'étaient généralement pas d'ailleurs en

1. *Journal d'agriculture pratique de la Haute-Garonne*, mois d'octobre 1882. Cet article, très substantiel, contient des conseils pratiques dont nous recommandons au moins la lecture aux agriculteurs.

position de le faire, en fournit en quelque sorte la confirmation, bien qu'il s'applique à des arrosages pratiqués en des points très variés par des syndicats opérant isolément et suivant des règles très diverses.

Nous n'avons eu d'autre prétention que celle de présenter un ensemble de faits recueillis avec suite et controlés sérieusement.

Il serait peut-être prudent de nous en tenir là et de ne pas nous hâter d'en tirer des conclusions.

Nous ne pouvons cependant nous empêcher de rapprocher les deux tableaux et de faire une remarque au sujet de la concordance des résultats moyens qu'ils fournissent.

Notamment, la moyenne 146 francs de la colonne (18) du tableau nº 1, augmentée du prix de la redevance (30 francs) (ce qui la porte à 176 francs) est sensiblement égale à la moyenne correspondante (169 francs) du tableau nº 2. Or ces moyennes ont été déduites, la première d'arrosages s'appliquant exclusivement à la région de la plaine irriguée artificiellement, la seconde, à peu près en entier, d'irrigations effectuées dans les régions sub-pyrénéenne et pyrénéenne, où l'abondance des eaux dispense de créer des canaux à longue portée.

On peut en déduire ce fait que l'influence de la région sur les plus-values résultant des arrosages est peu sensible, et cependant les climats, la durée des saisons et la nature de la végétation diffèrent à peu près autant d'une de nos régions à l'autre que d'une partie de la France à une autre très éloignée géographiquement.

Que serions-nous donc autorisé à en conclure ?

C'est : 1º que les irrigations bien entendues et opérées suivant les règles de l'art donnent partout d'excellents résultats (ce qui est déjà connu) ; et 2º que les plus-values que nous avons calculées peuvent, à défaut de renseignements locaux, et sans crainte de commettre de grossières erreurs, être appliquées à d'autres régions que celle qui nous les a fournies.

Nous croyons devoir ajouter, pour terminer, que ce qui nous donne une certaine confiance dans nos appréciations, c'est que nous avons toujours cherché à être plutôt pessimiste qu'optimiste et que nous n'avons écarté systématiquement de notre statistique que les résultats obtenus par des propriétaires officiellement signalés comme ayant obtenu des résultats exceptionnellement bons.

EXTRAIT DE LA STATISTIQUE DES IRRIGATIONS

DANS LA HAUTE-GARONNE.

NOTA. — Le tableau nº 1 s'applique exclusivement à des arrosages réalisés au moyen du canal de Saint-Martory.

Le tableau nº 2 groupe des arrosages effectués par des procédés très différents, sources, dérivation de rivières, etc., à des altitudes très variées et dans des terrains de nature variable, soit orographiquement, soit géologiquement.

Les plus-values nettes annuelles, telles qu'elles résultent de la balance entre le nouveau et l'ancien revenu net, sont indiqués en chiffres demi-gras dans les deux tableaux.

Les chiffres gras indiquent, dans le tableau nº 1, les revenus nets, amortissement compris.

ABRÉVIATIONS EMPLOYÉES DANS LE TABLEAU.

A.	Ados.	Luz.	Luzerne.
AD.	Ados et déversement.	Sabl.	Sableux.
Arg.	Argileux.	Sainf.	Sainfoin.
Boul.	Boulbène.	Sf, pr.	Sainfoin, pré.
D.	Déversement.	P., sf, l°. . . .	Pré, sainfoin et luzerne.
Gr.	Gravier.	Var.	Variable.
Grav.	Graveleux.		

TABLEAU N° 1.

RELEVÉ DE QUELQUES RÉSULTATS OBTENUS PAR L'IRRIGATION AU MOYEN DU CANAL DE SAINT-MARTORY

PROPRIÉTAIRES	SUR L'ENSEMBLE D'UNE PARCELLE OU D'UNE PROPRIÉTÉ								RAPPORTÉS A L'HECTARE ARROSÉ									
	Contenance de chaque arrondissement.	NATURE du sol et épaisseur	NATURE du sous-sol.	Genre de culture.	Mode d'arrosage.	Date du premier arrosage.	Plus-value annuelle par parcelle ou par propriété sans amortissement	Plus-value annuelle par parcelle ou par propriété avec amortissement.	Prix de 1er établissement et frais de toute nature par hectare arrosé aménag., nivell. du sol, lab. et piochage	engrais	ensemencement	Total par hectare.	Revenu net annuel avant l'arrosage.	Frais moyens ann. tout compris.	Revenu annuel par hectare brut	Revenu annuel par hectare net.	Plus-value annuelle par hectare sans amortissement	Plus-value annuelle par hectare avec amortissement.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
PREMIER GROUPE. — Propriétaires ayant obtenu les meilleurs rendements nets en argent sur une parcelle.																		
1	8.06.60	grav. » 50	gr.	sainf.	A	1881	2783	**2581**	140	80	30	250	105	130	580	450	345	**320**
2	2 » »	grav. » 30	Id.	pré	D	1885	660	**127**	2500	125	40	2665	150	200	680	480	330	**63**
3	30 » »	grav. 1 »	Id.	sainf.	Id.	1879	8340	**7575**	140	80	35	255	130	118	526	408	278	**252**
4	1.83.60	sabl. 1 »	Id.	pré	Id.	1879	481	**458**	20	70	35	125	230	226	618	492	262	**240**
5	3.25 »	grav. » 50	Id.	sainf.	Id.	1880	845	**693**	300	70	65	435	120	120	500	380	260	**216**
6	» 37 »	grav. » 40	Id.	Id.	Id.	1878	92	**81**	150	70	68	288	450	194	892	698	248	**219**
7	1.13.80	boul. 1.50	Id.	sainf.	Id.	1879	262	**232**	200	7	53	260	130	90	450	360	230	**204**
8	1.26.50	arg. » 40	grés	pré	Id.	1877	285	**271**	50	60	»	110	160	105	490	385	225	**115**
DEUXIÈME GROUPE. — Propriétaires ayant obtenu les moins bons rendements nets en argent sur une parcelle.																		
1	30 » »	grav. » 40	gr.	pré	D	1879	1770	**1575**	30	»	35	65	76	90	225	135	59	**52**
2	2 » »	boul. » 50	grés	pré	A	1878	170	**128**	100	70	40	210	40	85	210	125	85	**64**
3	» 87 »	Id. » 25	gr.	Id.	D	1879	83	**46**	350	20	60	430	150	95	340	245	95	**52**
4	5.90 »	Id.	Id.	Id.	Id.	1879	560	**330**	300	20	60	380	150	95	340	245	95	**57**
5	2.37.60	grav. » 50	Id.	Id.	Id.	1880	238	**179**	140	80	30	250	105	110	315	205	100	**75**
TROISIÈME GROUPE. — Exemples d'arrosages appliqués à une surface étendue dépendant d'un même propriétaire*.																		
1**	30 » »						8340	**7575**	140	80	35	255	130	118	526	408	278	**252**
2	20.43.28	var.	var.	pré	D	1879	3829	**3180**	215	68	35	318	222	111	521	410	188	**166**
3	26 » »	arg. » 45	grés	sf.,pr.	Id.	1879	4053	**2939**	300	60	68	428	145	131	432	301	156	**113**
4	56.72.30	arg. » 50	gr.	luz.	A	80 à 82	8810	**4953**	600	10	70	680	20	88	263	175	155	**87**
5	44.50.60	var.	Id.	pré	Id.	1880	6232	**3962**	400	70	40	510	110	110	360	250	140	**80**
6	26.45 »	grav. » 45	Id.	Id.	D	75 à 81	3320	**2609**	187	55	26	268	91	80	298	218	127	**100**
7	32.46.85	boul ou arg.	grés	Id.	Id.	1879	3984	**2725**	278	70	40	400	60	93	276	183	123	**83**
8***	30 » »	grav. » 40	gr.	Id.	Id.	1879	1770	**1575**	30	»	35	65	76	90	225	135	59	**52**
Totaux et moynes pr les grdes surfaces.	266.58.03						40338	**29518**	311	48	46	405	93	103	346	245	152	**111**
QUATRIÈME GROUPE. — Exemple d'une commune où les irrigations sont réputées avoir mal réussi (celle de Lherm).																		
Divers.	36h96a »c	var.	var.	var.	AD	77 à 81	4521	**2893**	358	24	58	440	64	82	268	186	112	**78**
CINQUIÈME GROUPE. — Totaux et moyenne générale résultant de l'ensemble.																		
Tous..	578h23a »c	var.	var.	p.sf.le.	AD	77 à 81	84776	**64058**	259	56	43	358	119	108	373	265	146	**110**

* Cette surface n'est pas nécessairement d'un seul tenant. Elle peut être répartie sur diverses fractions d'une grande propriété.

** Cet arrosage n'est autre que le numéro 3 du premier groupe.

*** Cet arrosage est le même que le numéro 1 du deuxième groupe.

TABLEAU N° 2.

ASSOCIATIONS ET SYNDICATS ORGANISÉS EN VUE DE L'IRRIGATION D'UN ENSEMBLE DE PARCELLES *

TITRE OU DÉSIGNATION du syndicat OU DE L'ASSOCIATION	NOM de la COMMUNE	SURFACE ARROSÉE	PLUS-VALUE NETTE ANNUELLE	
			sur l'ensemble de la surface arrosée	par hectare.
Association des Arriouas.....	Labarthe-Inard.	30 h »	6600 »	220 »
Syndicat de la Hierle et Augueras ...	Id.	20 »	4400 »	220 »
Association de Lamaguère.....	Id.	40 »	5600 »	140 »
Id. de la Hierle.....	Id.	10 »	1200 »	120 »
Id. du canal d'Ausson.....	Ausson.	30 »	6000 »	200 »
Syndicat de las Nougarolles	Soueich.	28 »	5600 »	200 »
Id. de la Hierle-Close	Id.	20 »	4000 »	200 »
Société du canal de Lestelle.....	Lestelle.	84.23	16003.70	190 »
Syndicat d'Anné.....	Saint-Gaudens.	56 »	10640 »	190 »
Id. de las Carraou...	Pointis-Inard.	16 »	3040 »	190 »
Id. de Castillon	Id.	11.39	2164.10	190 »
Association de Villeneuve-de-Rivière.	Villeneuve-de-Rivre.	132 »	21120 »	160 »
Id. de Latour	Bordes.	54 »	8640 »	160 »
Id. d'Artigue-Longue	Canbous.	2.20	292 »	133 »
Id. de las Gayes.....	Estancarbon.	28 »	3360 »	120 »
Syndicat de Lasmoles	Izaut-de-l'Hôtel.	25 »	3000 »	120 »
Id. de Langlade	Id.	4.50	540 »	120 »
Associa ion d'Argut-Dessous	Argut-Dessous.	12.13	1334.30	110 »
Id. de Saussat	Cirès.	1.96	215.60	110 »
Syndicat de Juzet.....	Juzet-d'Izaut.	10 »	640 »	64 »
TOTAUX.....		615.41 h	104389.70	

$$\text{Moyenne} = \frac{104.389^{\text{fr}}.70}{615.41} = 169^{\text{fr}}.63$$

* On n'a pu obtenir pour les arrosages du présent tableau des renseignements aussi détaillés que pour le canal de Saint-Martory où les arrosants ont intérêt à faciliter le travail du conducteur du contrôle.

M. le Docteur MICHOU,

Ancien interne des hôpitaux de Paris, Député de l'Aube, à Paris.

DE L'ALCOOLISATION DES VINS.

— Séance du 28 septembre 1887. —

La destruction d'une partie des vignes françaises par le phylloxéra (à partir de 1868) a diminué la production du vin d'environ un tiers, et, d'exportateurs, nous a fait devenir importateurs. Pour remédier au déficit de nos récoltes, on a étendu la fabrication des liquides rouges alcoolisés que, par un coupable abus de langage, on appelle *vins;* d'un autre côté, grâce aux malheureux traités de commerce, est autorisée chez nous l'introduction de vins, surtout de provenance espagnole, surchargés d'alcool d'industrie jusqu'à 15°9, pseudo-vins qu'on étend d'alcool lorsqu'ils sont arrivés à destination, au détriment du Trésor, des voies de transport, et surtout de la santé publique; d'autres fois, on distille une partie de ces vins pour en extraire une certaine quantité d'alcool, qui se trouve ainsi affranchie des droits de 156 fr. 25 c. par hectolitre : c'est un moyen illicite d'introduire chez nous les alcools de fruits et grains fabriqués en Allemagne. C'est pour le viticulteur une concurrence insoutenable; c'est la ruine de nos vignobles; c'est, dans un avenir prochain, la destruction de nos vignes. La spéculation, l'amour du lucre ont voulu rivaliser avec l'Espagne, et ont inauguré en France l'alcoolisation des vins (sous le nom impropre de *vinage,* car le vinage est l'adjonction du vin, et non de l'un seulement de ses éléments, l'alcool). Si encore on employait l'alcool de vin, l'*esprit-de-vin!* mais on se sert d'alcools dits supérieurs, renfermant de redoutables alcools toxiques (alcools butylique, propylique, amylique). Il est résulté de cette pratique déloyale (car ces mélanges sont vendus avec affirmation de leur pureté œnantique) un danger individuel, un danger social. Le *danger individuel* se manifeste par l'augmentation rapide du nombre des alcooliques à partir de l'époque où les alcools d'industrie sont entrés dans la consommation, au point d'avoir doublé depuis 1872; comme corollaire, augmentation du nombre des accidents causés par l'alcoolisme; du nombre des suicides; du nombre des délits et des crimes, surtout des attentats à la pudeur; enfin du nombre des aliénés, qui a doublé depuis quinze ans.

Le *péril social* est non moins facile à constater : l'alcoolisme héréditaire est indéniable, il a été constaté évidemment dans un très grand nombre de cas, et, ce qui est digne d'attention, ne s'est pas, jusqu'ici, manifesté dans les vignobles où l'on ne consomme que le vin véritable, ce délicieux stimulant diffusible obtenu par la fermentation du raisin frais. Cet alcoolisme héréditaire, ces accidents, ces crimes se voient surtout, et en plus grand nombre, dans les pays où l'on consomme le plus d'alcool, de vins alcoolisés artificiellement. L'usage continu de ces alcools d'industrie ou des vins ainsi alcoolisés. produit l'affaiblissement intellectuel et physique ; la mortalité des nouveau-nés augmente ; les réformés du service militaire sont doublés, quadruplés dans les régions où l'on boit le plus de ces alcools.

Les expériences directes sur les animaux démontrent péremptoirement, elles aussi, la nocuité des alcools d'industrie, dits *supérieurs*, parce qu'ils ont la plus pure formule : $C^4H^6O^2$. MM. Dujardin-Beaumetz et Audigé ont montré ainsi que l'échelle descendante de cette nocuité est :

Alcool de vin,
— de poiré,
— de marc de vin et cidre,
— de betteraves et mélasses,
— de pommes de terre.

Bien plus : ingurgitez à un lapin ces divers alcools, il faudra, pour le tuer :

De 20 à 25 grammes d'eau-de-vie de vin à 50° centésimaux,
De 12 à 15 grammes d'eau-de-vie de marc ;
De 10 à 12 grammes d'eau-de-vie de betteraves.

Il est du devoir de nos gouvernants et de toutes les personnes qui ont souci de la santé publique de prendre des mesures contre l'usage des alcools d'industrie et des vins alcoolisés :

1° Abaisser de 16 à 12° le titre alcoolique des vins vendus comme vins, et imposer comme alcool la quantité supérieure à 12° contenue dans le vin ; punir très rigoureusement les infracteurs à ces règles.

2° Entreprendre et poursuivre avec persévérance une croisade en faveur des vins véritables, et proscrire absolument l'usage des vins fabriqués ou falsifiés par l'alcoolisation ; ne pas compter, avec les gens ingénument honnêtes, sur l'invitation à la *loyauté commerciale*, l'appât du lucre se plaçant en dehors d'une telle considération.

3° Enfin rechercher et appliquer les moyens de reconstituer nos vignobles, et la destruction de l'agent destructeur (le phylloxéra).

M. Du PATY de CLAM,

A Toulouse.

APERÇU DES DONNÉES GÉOGRAPHIQUES ANCIENNES SUR LA TUNISIE. — EXPLICATION DE CERTAINS PASSAGES TIRÉS DE SCYLAX, MÉLA ET PLINE, CONCERNANT L'EMPLACEMENT DU LAC TRITON. — ÉTABLISSEMENT DES PRINCIPES DEVANT SERVIR DE BASE A LA LECTURE DES TABLES PTOLÉMÉENNES.

— Séance du 23 septembre 1887. —

L'Afrique septentrionale française a été et est encore l'objet d'études géographiques d'un intérêt plus grand que les données anciennes recueillies sur la partie orientale de ce pays, sur la Tunisie, semblent être en désaccord complet avec la topographie véritable de la Régence. Mais, tout en constatant qu'entre les textes antiques et la réalité [1] existe une différence considérable, les auteurs modernes ne paraissent pas, en général, avoir recherché la cause des erreurs apparentes que l'on rencontre dans la géographie ancienne de ce pays. Une étude approfondie des auteurs anciens m'a permis, en disséquant ces œuvres primitives, d'en faire apparaître l'erreur qui, restant dans l'ombre, conduisait à regarder comme inintelligibles certains textes de Scylax, de Pomponius Méla, de Pline et de Ptolémée, ou à en donner des interprétations complètement inadmissibles.

Quand on lit l'œuvre géographique des auteurs anciens, on est frappé d'une erreur que tous, même Strabon, ont commise. De Scylax à l'auteur des Tables de Peutinger, de l'an 600 avant J.-C. à l'an 161 après lui, pendant une période de huit siècles au moins, pas un écrivain n'a soupçonné l'importance du ressaut qui existe entre Byzerte et Cyrène. Il y a là une brèche immense, une gigantesque marche d'escalier qui atteint 445 kilomètres environ. Le seul auteur qui ait laissé des données en latitude est Ptolémée. Les matériaux dont il s'est servi pour établir ses Tables si célèbres, consistaient principalement en itinéraires. Or, ces derniers furent tracés sans le secours d'un seul des instruments scientifiques modernes ; le soleil servait à se diriger, le temps d'une traversée à évaluer les distances. Les jours de grand vent ou quand le soleil se cachait, on marchait à l'aventure. En outre, les navigateurs ou voyageurs complétaient souvent sans

doute, comme aujourd'hui, leurs itinéraires au moyen de renseignements puisés à des sources locales. De nouvelles erreurs en surgissaient fatalement. Actuellement encore, les indigènes tunisiens, qu'ils habitent Byzerte ou Gabès, ont comme base de leurs points cardinaux l'*Est*, mais un « Est » dont la direction est invariablement celle de la Mecque, c'est-à-dire une direction entachée d'une erreur dépassant 45°. Aussi, malgré le soin évident apporté à la rédaction des Tables, n'ayant pour se rectifier que les œuvres de ses prédécesseurs, où, pour la Tunisie principalement, l'on ne rencontre que les seuls termes « orient, occident, couchant, » très rarement ceux de « nord, sud, » aussi, dis-je, Ptolémée est-il loin d'avoir soupçonné l'importance du ressaut tunisien, puisque, d'après lui, Hippo-Diarrythe (Byzerte) ne se trouve qu'à 1°25 d'Arsinoé (Cyrène), soit 118 kilomètres environ. L'erreur est presque égale aux trois quarts de la distance réelle. Il est donc évident que les géographes et historiens anciens ont tous considéré la côte de l'Afrique du Nord, entre le cap Spartel et le Nil, comme formant une ligne plus ou moins découpée, mais dont la direction est *invariablement droite*. Ils ont « vu droit. » La conséquence naturelle de cette « vision » erronée a été l'interversion de longitudes en latitudes, un élargissement considérable vers l'Est et un accroissement des distances. L'*Itinerarium Pictum* nous en offre un exemple frappant. A cette source d'erreurs, nous ajouterons un oubli commis par les auteurs anciens au sujet des golfes qui découpent la côte entre Byzerte et Cyrène. Tous n'en signalent que *quatre* au maximum, ceux d'Hippo-Diarrythe, d'Utique et les deux Syrtes. Aucun ne mentionne le golfe de Hammamet. Bien plus, au douzième siècle même. un géographe arabe, Edrisi, suit leur exemple. Il entre dans des détails surprenants sur les villes côtières, les caps, baies, etc., de tout ce littoral, il cite les moindres bourgs situés entre Nébeul et Mahédia, il parle même de la petite baie comprise entre le Ras-el-Rakhima (ou El-Ahmar) et le Ras-Addar (ou cap Bon), il mentionne le golfe qui, partant de Monastir, se dirige au Sud; mais il reste muet sur un golfe situé entre Nébeul et Monastir.

Il est donc évident que, pour les auteurs anciens, l'échancrure côtière, qui s'appelle actuellement « golfe de Hammamet, » n'avait pas assez d'importance pour en consigner le nom dans leurs annales. Sa concavité devait pourtant être plus considérable à cette époque, car, d'après l'*Itinerarium Pictum,* la Sebkha actuelle de Djériba n'existait pas, et la mer venait baigner le pied des collines de l'intérieur, le mamelon d'Hergla formant un cap très aigu vers le Nord. Ce double point acquis, il devient facile de lire les textes de Scylax, Méla, Pline et Ptolémée.

Le passage de Périple de Scylax qui, jusqu'ici, semblait inintelligible, est le suivant. Après avoir parlé de l'île des Lolophages, l'auteur grec ajoute :

« De cette île à Epichos, un jour et demi de navigation. Entre « Eschidoû (et Macomada ou Néapolis), la navigation est d'une jour- « née; près de Macomada, est une île déserte. Après elle, vient l'île « de Cercinna et la ville du même nom; du côté de cette île, est « Thapsus, à une journée et demie de navigation. A partir de Thapsus « et de (Leptis) la petite, même d'Adrumète, en grand golfe s'enfonce « dans l'intérieur des terres. Dans ce golfe, est la petite Syrte, sur- « nommée Cercinnitique, beaucoup plus dangereuse et périlleuse que « l'autre Syrte. Son périmètre est de 2,000 stades. Dans cette Syrte, « se trouve l'île Triton et le fleuve du même nom, ainsi qu'un temple « dédié à Athénée Tritonide. L'ouverture de la lagune est petite, et « dans cette ouverture se trouve une île; et, au reflux de la mer, il « semble parfois impossible de faire pénétrer les vaisseaux dans la « lagune. Celle-ci est grande; elle a près de 1,000 stades de pourtour.

« . . . . . .

« Après cette Syrte, se trouve Néapolis, à une journée de navigation « d'Adrumète[1]. »

Ce passage nous apprend donc ceci : A partir de Thapsus, de la petite Leptis, même[2] d'Adrumète, s'enfonce un grand golfe. Dans ce golfe est une petite Syrte qui a un périmètre de 2,000 stades (370 kilomètres) et que l'on a surnommée « Syrte cercinnitique » à cause de sa proximité de l'île de Cercinna. Au fond de cette Syrte, se trouve un lac, un marais de grande dimension, puisque son pourtour est de près de 1,000 stades (185 kilomètres). Dans la Syrte débouche le fleuve Triton. La lagune communique avec la mer par une étroite

1. Ἀπὸ δὲ τῆς νήσου εἰς Ἔπιχον πλοῦς ἡμέρας ἡμισείας. Ἀπὸ δὲ Ἐσχίδων [εἰς Μακομάδα] πλοῦς ἡμέρας · καὶ νῆσος ἔπεστιν ἐπ αὐτῇ ἐρήμη. Μετὰ δὲ ταύτην Κερκινῖτις νῆσος καὶ πόλις καὶ κατὰ ταύτην [Κερκενῖτιν] Θά Ψος. Παρά πλους ἀπό ταύτης εἰς Θά Ψον ημέρας καὶ ἡμίσεως. Ἀπὸ δὲ Θά Ψου [καὶ Λέπτεως] τῆς μικρᾶς καὶ Ἀδρύμητός ἐστὶ μέγας κόλπος εἴσω, ἐ ν ᾧ ἡ Σύρτις ἐστὶ ἡ μικρά, Κερκινῖτις καλουμένη, πολὺ τῆς ἄλλης Σύρτιδος χαλεπωτέρα καὶ δυσπλο ωτέρα, ἧς τὸ περίμετρον σταδία, Β. Ἐν ταύτῃ τῇ Σύρτιδι ἐνέστηκεν ἡ νῆσος Τριτωνὶς καλουμένη καὶ ποταμὸς Τρίτων, καὶ αὐτόθεν ἐστὶν Ἀθηνᾶς Τριτωνίδος ἱερόν. Στόμα δὲ ἔχει ἡ λίμνη μικρὸν, καὶ ἐν τῷ στόματι νῆσος ἔπεστι · καὶ ὅταν ἀνάπῶσις ᾖ ἐνιότε ἡ λίμνη οὐκ ἔχειν εἴσπλουν ἐστὶ φαίνουσα. Ἡ δὲ λίμνη κῦτη ἐστὶ μεγάλη, τὸ περίμετρον ἔχουσα ὡς σταδίων χιλίων... Μετὰ δὲ τήν Σύρτιν ταύτην Νεάπόλις ἐστὶ. Παράπλους δὲ ἀπὸ Ἀδρύμητος ἐπὶ Νέαν πόλιν ἡμέρας ἐστὶ.

2. Scylax dit : « Ἀπὸ δὲ Θά Ψου [καὶ Λέπτεως] τῆς μικρᾶς καὶ Ἀδρύμητός... » En outre au sens *et*, la préposition καὶ a aussi celui de *même*, auquel aucun commentateur ne semble avoir songé. Ce sens rend, cependant, bien la pensée de l'auteur ancien et le *doute* où il reste quant au point de départ du golfe.

ouverture obstruée par une île. Au reflux de la mer, il semble parfois impossible de faire pénétrer les navires dans la lagune. Après cette Syrte, se trouve Néapolis.

Ainsi, le golfe de Scylax a une de ses extrémités à Adrumète (Sousse). Il possède des marées sensibles, importantes. Il est plus grand que la Syrte. Celle-ci, plus considérable que la lagune du Triton, est située près de l'île de Cercinna. Après elle, se trouve Néapolis (Nébeul). Examinons quel est celui des golfes de Tunisie auquel on peut appliquer ces données.

Je laisse de côté la baie de Byzerte et le golfe de Tunis. Le golfe de Hammamet a un développement de côtes de 250 kilomètres au maximum, même en lui assignant, comme limite septentrionale, le cap Bon, bien qu'on le termine ordinairement beaucoup plus au Ras Maamoura. La Syrte qu'il devrait contenir serait limitée, d'un côté, par Nébeul, et, de l'autre, par Sousse (dimensions maxima). Le demi-cercle que forment les côtes entre ces deux villes a un développement de 100 kilomètres au plus, soit un périmètre de 200 kilomètres au maximum. Il serait donc de 170 kilomètres trop petit pour correspondre à la Syrte de Scylax. Le parallèle de Sousse est à 100 kilomètres au moins au nord de la pointe septentrionale de Kerkenna (Cercinna). Le golfe ne possède pas de marée. Je sais bien qu'un auteur[1] a récemment voulu limiter au Sud le golfe de Hammamet par le Ras Capoudiah et attribuer au choc des vents du Nord et du Midi les dangers que les marins de l'antiquité croyaient, à tort, selon lui, causés par la marée. Cette double prétention est en contradiction complète avec toutes les données géographiques et topographiques, avec les faits naturels mêmes, car si nous consultons l'œuvre des géographes modernes ayant particulièrement étudié la Tunisie, les Tissot, Reclus, Piesse, etc., nous y voyons que le golfe de Hammamet est parfaitement abrité des vents du Nord par les hauteurs de la presqu'île du cap Bon, et de ceux du Sud par les monts du Bou-Hedma, du Nefzaoua et du Douirat. On ne peut donc assimiler le golfe de Hammamet au μεγας κολπος de Scylax.

En est-il de même du golfe de Gabès? Non. Cercinna est une des îles qu'il renferme ; on peut y voir une Syrte de 350 à 400 kilomètres de pourtour, bornée au nord par Kerkenna, et, au sud, par Djerba ; les marées qu'on y rencontre atteignent $2^{m}50$. Neapolis se trouve au-delà de la Syrte et du golfe que Scylax faisait commencer à Sousse comme,

1. M. le Dr Rouire prétend placer le système tritonique ancien dans le golfe de Hammamet. J'ai réfuté cette théorie dans une brochure, *Le Triton*, récemment publiée à Toulouse.

mille sept cents ans plus tard, Édrisi lui assignait Monastir comme limite septentrionale. Les données du géographe ancien sont donc d'une clarté et d'une précision parfaites.

On pourra, je le sais, m'objecter ceci : que devient le fleuve de Scylax? Un seul fleuve, l'Oued-el-Leben, répondrai-je, débouche dans le golfe de Gabès. Personne, jusqu'ici, ne l'a encore assimilé au Triton, et je n'ai pas encore à me prononcer sur cette question. Mais si le golfe de Gabès ne possède pas le fleuve, il en est de même du golfe de Hammamet. La mission géologique de 1885 a, en effet, déclaré que le bassin hydrographique de la Tunisie centrale fut, aux temps historiques, et est encore un bassin fermé, ne communiquant avec la mer qu'à des époques de pluies exceptionnelles, *tous les huit ou dix ans*.

On remarquera, en outre, que si Scylax avait voulu désigner le golfe de Hammamet, il serait étonnant que ses successeurs eussent passé sous silence l'existence de ce grand golfe, célèbre par ses marées et sa mauvaise mer. Enfin, comme cet écrivain aurait ainsi négligé de parler du golfe de Gabès, les auteurs à lui postérieurs auraient dû relever cette erreur. Ils restent muets, au contraire, et sur cette erreur et sur le golfe de Hammamet. Il est donc certain que, comme eux, l'auteur du *Périple* ignorait l'existence du grand ressaut tunisien ; comme eux, il n'attribuait aucune importance à l'enfoncement de Hammamet et n'a donc pas cru devoir en parler. Pour lui, depuis Thapsus et même Adrumète, allant vers l'*est*, s'étendait un grand golfe renfermant une petite Syrte aux marées dangereuses. A l'*ouest* d'Adrumète, la côte continuait droite. La première ville que l'on y trouvait était Néapolis.

Arrivons à *Méla*. Comme Scylax, cet auteur latin n'avait pas connaissance du grand ressaut tunisien et ignorait l'existence du golfe de Hammamet. Deux fois dans le cours de son œuvre (L. I, ch. VII; L. II, ch. VII), il parle des grands golfes qui s'enfoncent dans la côte tunisienne. Or, il ne cite que ceux d'Hippone, d'Utique et les deux Syrtes. Le passage où Méla semblait rester dans l'équivoque est celui-ci : « Hadrumète, Leptis, Clypée, Maconades, Theux, Néapolis, « s'étendent de là (de Carthage) jusqu'à la Syrte... Au-dessus de la « Syrte, un grand marais reçoit le fleuve Triton. On l'appelle aussi le « lac Triton [1] ».

Le mot qui, dans ce texte, a servi de base à différentes argumenta-

1. « Adrumetum, Leptis, Clupea, Macomades, Thenæ, Neapolis hinc ad Syrtim adjacent... Super hunc ingens palus anuem Tritona recipit, ipsa Tritonis. » (L, I, ch. VII.)

tions, est la préposition *super*. On était cependant d'accord pour donner à celle-ci le sens de « au delà », laissant entendre ainsi que l'auteur ancien plaçait le lac Triton *après* la petite Syrte. L'auteur moderne dont j'ai parlé plus haut, M. Rouire, a encore fait à ce sujet un de ces curieux commentaires dont il a le secret. D'après lui, au point de vue philologique, « *super* (qui n'aurait jamais signifié « au « delà ») aurait deux sens, l'un horizontal, l'autre vertical. Il peut « aussi bien signifier « au-Nord » qu'à « l'Occident ». Mais c'est la « signification verticale que l'on devra seule employer. Le Périple va « de l'Ouest à l'Est. Il descend de Carthage vers le golfe de Gabès, « mentionne les villes qui s'étendent jusqu'à la Syrte, donne les « dimensions de celle-ci, puis, sa narration achevée, il ajoute que le « lac Triton est au-dessus de la Syrte. En effet, à ce point de sa course, « ce lac, qu'il vient de dépasser en allant du Nord au Midi, il le voit « au-dessus de sa tête et au-dessus du golfe (celui de Gabès) où il se « trouve. » Tel est le commentaire de M. Rouire. Nous avons là une preuve que cet auteur n'a pas des notions très exactes sur les connaissances géographiques de Méla. Bien plus, nous devons constater que le commentateur n'a étudié que superficiellement l'auteur latin. En effet, dans le premier livre de l'œuvre de ce dernier, nous trouvons un passage qui indique clairement que Méla considérait la côte comme droite. « La mer dont est environnée l'Afrique, dit-il, se nomme « Libyque au Septentrion, Éthiopique au Midi, Atlantique à l'Occi- « dent. Dans la partie qui touche à la mer Libyque, on rencontre « d'abord, dans le voisinage du Nil, une province appelée Cyrène; « vient ensuite une contrée qui porte en particulier le nom général de « la région entière, celui d'Afrique. Le reste de la côte est habité par « les Numides et les Maures; ces derniers occupent encore une partie « des rivages de la mer Atlantique. Au delà sont les Nigrites et les « Pharusiens, jusqu'aux Éthiopiens, qui habitent ce qui reste des « bords de cette mer, ainsi que la côte méridionale jusqu'aux confins « de l'Asie. Au-dessus des parties baignées par la mer Libyque, sont « les Liby-Égyptiens, les Leucoéthiopes et les Gétules, nation nom- « breuse et multiple. Plus loin est un vaste désert, entièrement inha- « bitable, au-delà duquel on place, d'Orient en Occident, d'abord les « Garamantes, puis les Angiles et les Troglodytes, et, enfin, les « Atlantes[1]. » De cette longue citation, il ressort évidemment que la

1. « ... Hi (Æthiopiæ) et reliqua hujus (littoris), et totum latus quod meridiem spectat, usquæ in Asiæ confinia possident. At *super* ea, quæ Libyeo mari adluntur, Libyes Ægyptii sunt, et Leucoæthiopes : et natio frequens multiplexque Gætuli. Deinde late vacat rigio perpetuo tractu inhabitabilis. » (L, I, ch. IV.)

mer Libyque de Méla est la Méditerranée. Si, avec M. Rouire, on assimile « au-dessus » avec « au Nord », on sera obligé de placer les Libý-Égyptiens, les Leucoéthiopes et les Gétules au Nord, c'est-à-dire *dans la mer*. Méla n'a certainement pas eu cette intention. Comme les Gétules confinaient au Triton, celui-ci ne peut donc être cherché au nord de la côte libyque. Quel donc sera le sens de *super* ? Voici, je crois, quelle en sera la vraie traduction. *Super* a, en effet, deux sens, l'un vertical, l'autre horizontal. Comme sens vertical, la seule direction *méridionale* est possible, nous venons de le voir. Si on attribue à cette préposition une signification horizontale, ce sens conduit à placer le lac *derrière le voyageur, à l'Ouest*. Or, si l'on consulte un document dont nous allons parler, on verra que le géographe alexandrin place précisément le lac Triton au *sud-ouest* du fond de la petite Syrte.

Si nous étudions *Pline,* maintenant, nous voyons que, pour lui, « du côté de l'autel des Philènes et peu avant dans les terres, s'étend « un vaste marais qui reçoit le fleuve Triton et porte le même nom « que lui. Il a été appelé lac de Pallas par Callimaque. On dit qu'il est « situé *en deçà* de la petite Syrte, mais beaucoup d'autres prétendent « qu'il est situé entre les deux Syrtes [1]. » Comme Pline place la petite Syrte à 300 milles (soit 400 kilomètres) de Carthage, c'est donc du golfe de Gabès dont il veut parler. Le commentateur moderne dont j'ai parlé, M. Rouire, dit que, si le lac Triton de Pline est placé en deçà de la petite Syrte, on doit évidemment le chercher dans le golfe de Hammamet. Sans m'arrêter à l'énorme distance qui sépare cet enfoncement de celui de Gabès, je répondrai que ce golfe était inconnu à Pline. Pour lui, les golfes d'Hippo-Diarrythe et d'Utique et les deux Syrtes découpaient seuls la côte tunisienne. Il cite, entre Carthage et Thapsus un grand nombre de villes, parmi lesquelles Néapolis (du Nord), Leptis, Parva et Adrumète ; or, il reste muet sur un lac qui aurait été placé près de cette dernière ville et garde aussi le silence sur un *simus* Neapolitanus (golfe de Hammamet). En outre, l'interprétation de M. Rouire laisserait croire que l'historien latin connaissait l'importance du ressaut tunisien. Or, ceci est en contradiction avec le texte même de Pline, qui commence le livre V de son œuvre par ces mots : « Les Grecs ont donné le nom de Libye à l'Afrique, « depuis le point où la mer de Libye commence à la baigner jusqu'à « celui où la mer d'Égypte la termine. Nul autre pays ne contient si

1. « Ab is (Philænorum aris) non procul a continente palus vasta amnem Tritonem nomenque ab eo accipit, Pallantias appellata Callimacho et *citra* Syrtim minorem esse dicta, a multis vero intra duas Syrtes. » (L. V, ch. IV.)

« peu de golfes ; *le rivage, au contraire, s'allonge en ligne oblique « à partir de l'Occident*[1]. » Il est donc évident que Pline considérait la côte comme invariablement droite de l'Orient à l'Occident. Il prend soin, d'ailleurs, de nous confirmer dans cette opinion quand, en parlant des îles situées autour de l'Afrique, il dit : « L'île du Méninx n'est « qu'à un mille et demi du cap qui termine « à droite » la petite Syrte. « A 100 milles, *à gauche,* s'élève Cercinna[2] ». Pour ceux qui savent que Cercinna se trouve en réalité au-dessus, au nord de Méninx et non à gauche, à l'Ouest, il sera évident que Pline ignorait l'existence du ressaut tunisien. Ceci est concluant et nous donne une explication facile du mot *citrà*. Cette préposition signifie « en deçà, dans l'intérieur des terres, *à l'Ouest*. *Citra* de Pline et *super* de Méla se corroborent entre eux et sont confirmés par la position que Ptolémée assigne au lac Triton, « au sud-ouest de la petite Syrte ». J'arrive maintenant à la partie la plus intéressante de mon travail, à celle où j'établirai les principes qui doivent servir de base à la lecture des *Tables ptolémécnnes*. J'ai indiqué plus haut comment l'œuvre du géographe alexandrin, tout en ayant apporté à la rédaction de ses Tables un soin et une justesse relative, que le développement de nos connaissances des choses africaines nous oblige à admirer chaque jour davantage ; j'ai indiqué, dis-je, comment l'œuvre de Ptolémée était entachée d'erreurs provenant, en général, des causes suivantes : matériaux ayant servi à l'établissement des Tables, insuffisance des connaissances géographiques et astronomiques à cette époque et prise, comme base d'évaluation de distance, d'un stade de 500 au degré au lieu de 600, ce qui contribua à augmenter l'erreur provenant de la « vision » de la côte en ligne droite. Aussi, la carte de la Tunisie, en particulier, a-t-elle subi un bouleversement total, grâce auquel des longitudes sont devenues des latitudes et réciproquement. Mais ces erreurs sont-elles réelles et doit-on considérer aussi comme sans valeur cette partie de l'œuvre de Ptolémée ? Il en est de même, je crois, pour la Tunisie comme pour les sources du Nil, dont le géographe ancien avait une connaissance parfaite et au sujet desquelles, cependant, on l'a longtemps taxé d'incompréhensibilité. Nous sommes là en présence d'erreurs purement apparentes et que l'examen de l'œuvre ptoléméenne va nous permettre de faire disparaître.

1. « Africam Græci Libyam appellavere, qua mare ante eam Libycum incipiens Ægyptio finitur. Nec alia pars terrarum pauciores recipit sinus, *longe ab accidente littorum obliquo spatio.* » (L. V, ch. I.)

2. Clarissima (insula) est Meninx... ipsa a dextro Syrtis minoris promontorio passibus mille quingentis sita. Abeâ centum millia passuum *contra lærum,* Cercinna... » (L. V, ch. VII.)

Si l'on jette les yeux sur une carte construite d'après les Tables, on voit que de Djedjelli (Igigelli) à Gabès (Tacape), entre Hippo-Diarrythe (Byzerte), point le plus septentrional de la Tunisie actuelle et Tacape, point pour ainsi dire le plus méridional, la différence en latitude n'est que de 2°,15′ ptoléméens, soit 198 kil. 875 mètres ou 200 kilomètres en chiffres ronds. La distance longitudinaire est, au contraire, de 6°,25′, soit 575 kilomètres en bloc. De Byzerte à Gabès, la carte ptoléméenne indique cinq échancrures plus ou moins profondes, non comprise celle de la petite Syrte (golfe de Gabès). Cinq caps s'y trouvent marqués ainsi que deux grands fleuves dont le plus oriental traverse trois lacs. Près de Carthage, s'ouvre une bouche permettant à des eaux voisines de cette ville de s'écouler dans la mer. Au sud de Byzerte se remarquent deux autres lacs. Prenons maintenant une carte de la Tunisie actuelle, regardons-là *en plaçant l'Est en haut* et comparons-la avec celle de Ptolémée. Aux cinq caps d'Apollon, de Mercure, de Néapolis, de Ruspina et Brachadès correspondent les caps Farina, Bon, Maamoura, Monastir et Capoudiah. Les baies ou golfes d'Utique (ou Cornelia Castra), de Carthage, de Courabis, d'Adrumète, d'Ousilla et de Tacape correspondent aux golfes ou baies de l'embouchure de la Médjerdah, de la Goulette, de Kourbès, de Hammamet, la baie située entre le Ras Capoudiah et Sfax, enfin, le golfe de Gabès. Aux deux fleuves placés, l'un à l'ouest de Carthage (Bagrada), l'autre au fond du golfe de Gabès et qui traverse trois lacs (Triton), correspondent la Medjeadah et le bassin des Chtoutt. Au Catada s'assimile le Halk-el-Oued qui fait communiquer le lac de Tunis avec la mer. Les lacs d'Hippone et Sizara se retrouvent dans ceux des environs de Byzerte.

Quelques auteurs ont cru relever une erreur dans l'indication donnée par l'auteur ancien, de l'emplacement du Catada, au nord de Maxulla, la Radès actuelle. Voici ce que l'un d'entre eux, M. Rouire, dit à ce sujet : « Ptolémée commet, au sujet du Catada, une erreur « certaine en le faisant déboucher au nord de Maxulla. En effet, « l'Oued-Mélian, ancien Catada, se jette non au nord, mais au midi « de Radès, qui est l'ancienne Maxula. Il se jette dans le golfe de « Hammamet par une embouchure directe et à plein canal. » Que dit au contraire le savant épigraphiste Tissot sur l'Oued-Mélian ? « Ce nom de Mélian ou Méliana est une véritable antiphrase. Loin « d'être *une rivière pleine,* elle est presque à sec pendant les trois « quarts de l'année et se confond avec la plage très basse qui s'étend « de Radès à Mraïsa ; elle n'a jamais pu servir de point de reconnais- « sance aux navigateurs : elle ne méritait pas, par conséquent, d'être « déterminée astronomiquement. La correspondance de ce fleuve sans

« eau et du Catada ne s'appuie que sur les fausses synonymies suc-
« cessivement proposées pour Maxula. Du moment où l'identité de
« cette station et de Radès est bien établie, le Catada se retrouve
« naturellement dans le canal de la Goulette. C'est ainsi que Manuert
« avait compris le texte de Ptolémée, que rien ne nous oblige à cor-
« riger. » Manuert et Tissot ont visité le pays, M. Rouire ne l'a pas fait. Aux raisons précitées, j'ajouterai ceci : L'histoire nous apprend que le canal appelé « Halk-el-Oued » ou « Foum-el-Ouadi » a été creusé par la main de l'homme. Son existence, lors de la troisième guerre punique, est certaine. Cette œuvre humaine devait donc naturellement attirer l'attention de Ptolémée. En outre, le nom moderne *Halk-el-Oued,* « embouchure du courant d'eau » est en concordance parfaite avec l'expression Κατάδα ποταμου εκβολαι. Catada (Κατάδα) vient de κάταδιδωμι, qui, en terme de marine, signifie « avoir son embouchure ». Ποταμος, de son côté, désigne *tout courant d'eau.* Donc, Κατάδα ποταμου εκβολαι signifie « entrée (ou sortie) du débouché du courant d'eau » et trouve sa traduction naturelle, littérale dans l'expression « Halk-el-Oued. » Ces preuves visuelles, historiques et étymologiques ont une tout autre valeur que la seule parole de M. Rouire, qui parle d'une région qu'il n'a pas visitée et dont il ne connaît même pas la géographie, puisqu'il fait aboutir dans le golfe de Hammamet l'Oued-Mélian qui se jette, en réalité, dans la baie de Tunis. L'erreur que l'on a voulu attribuer à Ptolémée n'en est donc pas une. Reste l'emplacement de Triton. Nous y reviendrons plus loin.

Si les accidents du littoral énoncés par le géographe alexandrin sont conformes à la réalité, en est-il de même des villes côtières? Sur quarante-huit noms que cet auteur indique sur la côte entre l'Ampsagas (Oued-el-Kébir) et Tacape (Gabès), on a pu rétablir l'assimilation pour quarante-sept, abstraction faite du Triton. Or, sur ces quarante-sept noms, Ptolémée n'a commis que la *seule erreur* de faire de Clupéa et d'Aspis deux villes différentes. Son énumération côtière est donc parfaite au point de vue matériel, *géographique.* Quant au côté *pratique* de cette nomenclature, il est incontestable. Chacun des paragraphes, consacrés à la description des côtes, commence par un point remarquable ou important pour les marins : commencement du golfe de Numidie, golfe Holcachitès, au fond duquel se trouve la ville de Tacatua, cap des Chevaux, où commence le golfe d'Hippo-Régius, etc. Cette méthode est donc très claire.

Si la difficulté a été grande pour dresser la carte astronomique du littoral, plus considérable encore devait-elle être pour l'intérieur. Là, les points de repère manquaient complètement, et, aux difficultés qui

s'étaient présentées pour les côtes, s'ajoutaient celles contenues dans les appréciations particulières de chaque auteur d'itinéraire. Néanmoins, on doit constater que certaines villes de l'intérieur ont une position bien en rapport avec leur position véritable vis-à-vis certains points côtiers. Téveste et Lambaïsa, bien situées l'une par rapport à l'autre, le sont aussi par rapport à Aphrodision (Bône) et Collops-Minus (Collo). Jgigelli, Thoubouna, Ouescether occupent bien les places de Djidjelli, Tobua, Biskra. Il est donc certain que Ptolémée s'est servi, comme base, des « données géographiques côtières ». En outre, en prenant comme points de repère l'Ampsagas et Thabraca, il s'est servi des *données administratives,* ces deux points séparant la Numidie de la Mauritanie et de la province d'Afrique proconsulaire.

La province d'Afrique (département de Constantine et Tunisie) a été divisée par Ptolémée en trois parties :

1° De l'Ampsagas à Thabraca ;
2° De Thabraca au Bagrada ;
3° Du Bagrada au Triton.

Chaque partie ou chapitre a été subdivisée ensuite en trois paragraphes :

Ch. I. — *De l'Ampsagas à Thabraca,* trois paragraphes.	N° 28. — Anciennes villes des Cirtesii. N° 29. — Nouvelles colonies numides. N° 30. — Postes affectés à la troisième légion Auguste.
Ch. II. — *De Thabraca au Bagrada,* trois paragraphes.	N° 31. — Villes du bassin des deux lacs d'Hippo-Diarrythe et Sizara. N°s 32 et 33. — Villes du bassin du Bagrada et situées sur la rive gauche de ce fleuve.
Ch. III. — *Du Bagrada au Triton,* sept paragraphes (répartis en deux divisions ayant pour bases *Carthage* et *Adrumète.*	N° 34. — Villes situées sur la rive droite du Bagrada ou dans le territoire particulier de Carthage. N° 35. — Autres villes situées sur la rive droite du Bagrada. N° 36. — Villes du massif montagneux situé près des sources du Bagrada. N° 37. — Villes du territoire d'Adrumète. N° 38. — Itinéraire d'Auguston à Tizurus (probablement par Fériana). N° 39. — Itinéraire de Thysdrus à Putéa (problement par l'Oued-el-Leben). N° 40. — Villes parallèles à la côte de la petite Syrte.

On pourra me faire observer que le chapitre III renferme un nombre de paragraphes double des autres chapitres. On ne doit pas s'en étonner. Le développement des côtes de cette partie de la province d'Afrique est, en réalité, le double, au minimum, de celui qui s'étend de l'Ampsagas au Bagrada. C'est, enfin, la région de la Province où s'élevait le plus grand nombre de villes côtières.

J'ai dit que le chapitre III avait été subdivisé en deux parties ayant pour bases Carthage et Adrumète. Ptolémée commence, en effet, le paragraphe XXXIV par ces mots : μετα ξυ δε Βαγραδα ποταμου του Τριτωνος ποταμου υπο μεν Καρχηδονα. Quant au nº XXXVII, les premiers mots en sont : υπο δε Αδρουμητον πολιν. Un commentateur dont j'ai parlé, M. Rouire, a, de ces derniers mots, conclu que Ptolémée plaçait le Triton au nord d'Adrumète, de Sousse. Or, au paragraphe XI, le géographe ancien place pertinemment le Triton entre Sfax et Gabès. M. Rouire déclare, cependant, que c'est là une erreur de Ptolémée, *puisque* le Triton est l'Oued-Boghla, fleuve qui passe près de Kairouan. Il oublie qu'il fait *base* de son argumentation la proposition qui ne devrait en être que la conclusion. Mais cet auteur n'a pas compris que les anciens avaient une idée particulière et fausse de la direction du littoral tunisien. En se rappelant ce point, on comprend de suite que les villes υπο Καρχηδονα, sous Carthage, sont celles comprises entre le méridien ptolémien de cette ville et celui d'Adrumète, comme cetles υπο Αδρουμητον sont comprises entre le méridien de cette ville et le Triton. Elles se trouvent, en outre, respectivement « au Sud, sous » Carthage et Adrumète. Car il est certain que, pour le géographe ancien, les fleuves tunisiens avaient une direction nord-sud. Nous en avons la preuve dans son énumération des villes situées entre Thabraca et le Bagrada. La Medjerdah (Bagrada), qui prend sa source en Algérie, près de Guelma, a une direction Ouest-Est, qui tourne au Nord, Nord-Est, après le confluent de la Siliana. Mais elle reçoit deux affluents, l'Oued-Mellag et la Siliana, qui coulent généralement du Sud au Nord. Si nous considérons les tables ptoléméennes. nous voyons que, sur la rive gauche du Bagrada, est Thabraca et ce fleuve, sont situées différentes villes, parmi lesquelles Τουκκα (Dougga), Θασια (Bardy-Messaoudi), Μουστη (Sidi Abd-er-Rbou), Θουσκουδις (Henchir-Kaoussat). A ces villes, on doit ajouter des centres qui se trouvent dans le bassin de ce fleuve et à l'occident du cours d'eau, selon le géographe alexandrien. Ce sont Σικκα Ουενερια (Le Kef), Ασσυρος (Henchir-Zanfour), Αμμαιδαρα (Haïdra), Θεουστη (Thébessa). Ces villes sont non seulement situées à l'est de ce que l'on considère actuellement comme la branche mère de la Medjerdah, mais même à l'est de l'Oued-Mellag. Par contre, Dougga, Henchir-Kaoussat, Bordy-Mes-

saoudi et Sidi Abder-Rbou touchent à la rive gauche de la Siliana. Comme, en outre, nous savons que Salluste et les géographes longtemps postérieurs à Ptolémée considéraient l'Oued-Mellag (Muthul) comme un fleuve à part, il est donc évident que le Bagrada ptoléméen se composait de la Siliana et de la Medjerdah inférieure, c'est-à-dire un fleuve ayant une direction générale Nord-Sud. Quel serait alors le Triton? Voici quelle serait, selon moi, qui ne croit pas à un fleuve Triton coulant invariablement à ciel ouvert, la réponse à cette question. Entre les chtoutt tunisiens et la mer, s'étendent des marécages appelés *Sebkha-Hameïmel*, dont les eaux souterraines s'épanchent dans l'Oued-Melah en un débit très considérable. L'Oued-Melah lui-même a, d'après M l'Ingénieur en chef des mines Fuchs, un lit nettement encaissé, large de plus de cinquante mètres, présentant tout à fait l'apparence d'un véritable fleuve. D'un autre côté le chott algérien Melghigh est le réservoir naturel des eaux souterraines d'un immense bassin hydrographique. Les anciens n'ayant aucun instrument qui leur permît de constater que deux des grands chtoutt se trouvaient au-dessous du niveau de la mer, ni de lever régulièrement le terrain, on se contenta de comparer le débit de l'Oued-Melah à la grandeur du bassin fluvial, et l'on en arriva à conclure que le cours d'eau était le déversoir de ces eaux. De là le nom de Triton qu'on lui donna. En effet, une des significations qu'a ce mot en grec est celle de *tête*. Le Triton était bien, en effet, le déversoir, la tête de tout ce bassin hydrographique qui comprenait un *Ger*, un *Gir*, un *Guir*, un *Nigris*, appellations diverses issues d'une racine commune *Ger*, « bassin hydrographique. » Quant au bras du Bagrada qui aurait pris sa source dans l'Usargala, nous avons vu qu'on ne pouvait le trouver dans l'Oued-Mellag, qui formait un fleuve à part. On ne peut donc pas assimiler la montagne ancienne à l'Aurès. Pour moi, je crois qu'il y a là une erreur de renseignement dans un des itinéraires consultés par Ptolémée. On ne doit pas s'en étonner. On a vu le cas se produire il y a quelques années à peine. Un Arabe, chargé de remonter l'Oued-Baghla jusqu'à sa source, est revenu disant qu'il était allé jusqu'à El-Aghouat, au sud du département d'Alger. Inutile de dire qu'il était resté probablement dans son douar !

En résumé, les matériaux qui ont servi à Ptolémée pour l'établissement de ses Tables étaient fort grossiers, les moyens d'orientation d'une précision sans valeur. Seule, à cette époque où la navigation à voiles était uniquement employée, la position relative, les uns par rapport aux autres, des accidents côtiers peut être tenue pour avoir une justesse suffisante. Quant aux longitudes et aux latitudes, l'ensemble des Tables prouve que l'ignorance du ressaut tunisien a con-

duit Ptolémée à reporter vers l'Est, en longitude, ce qui aurait dû être placé au Sud, en latitude.

Ceci admis, j'énoncerai les principes qui devront, à mon avis, servir de base à l'étude de l'œuvre de Ptolémée :

1° Tenir un compte capital de la position des accidents et villes du littoral, *et les choisir toujours comme points de repère ;*

2° Entre Byzerte et Gabès, considérer tout ce qui est à l'Est, au Sud et même souvent à l'Ouest et au Nord d'un *point littoral,* comme devant être placé au Sud, à l'Ouest, au Nord, à l'Est de ce même point ;

3° Tenir compte, mais avec beaucoup de *réserve,* des positions des villes connues de l'intérieur.

Comme conclusion de ce travail, je dirai que l'application de ces principes développée par moi dans une brochure publiée récemment, m'a conduit à rétablir l'orographie ptoléméenne et à constater ce qui avait paru inadmissible jusqu'ici, c'est que le géographe alexandrin connaissait parfaitement les trois chaînes de montagnes qui traversent la Tunisie et les a signalées dans ses Tables. En effet :

A la chaîne méditerranéenne correspondent :	l'Audus (monts de Constantine) ; le Thammès (Djebel-Mahbouba) ; le Cirna (Djebel-bou-Kérine).
A la chaîne intermédiaire correspond le Mampsarus (chaîne des Hamadas).	
A la chaîne saharienne correspondent :	le Buzzara (Djebel-bou-Kahil) ; l'Ouasalaiten (Djebel-Aurès) ; le Dios-Oros (Djebel-bou-Hedma).

Si, à cette dernière chaîne, on ajoute l'Usargala (Djebel-Amour), on a un système orographique complètement en concordance avec la réalité et une preuve en faveur de l'exactitude des principes dont je propose l'adoption.

M. Charles GRAD,

Député de l'Alsace au Reichstag, au Logelbach (Alsace).

LES COLONIES DE L'ALLEMAGNE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

Par suite de l'accroissement rapide de ses familles, le peuple allemand se trouve obligé de chercher à l'étranger des ressources que son pays ne lui présente pas en suffisance. Dans une certaine mesure l'émigration remédie bien aux embarras d'une augmentation trop forte de la population d'un territoire confiné dans des limites fixes ; pourtant une nation s'affaiblit toujours par l'établissement définitif d'une partie de ses citoyens au milieu de peuples étrangers. Sans entraver le libre mouvement de l'émigration par des mesures de police, il est sage de le contenir et de le diriger dans l'intérêt de la prospérité nationale. Ce mouvement peut être dirigé en procurant aux émigrants des avantages dont la mère-patrie tire profit et qui dépendent de son intervention. De même l'émigration est contenue et se modère sous l'effet de l'expansion du commerce et de l'industrie favorisée de manière à assurer aux bras disponibles un travail suffisant et les débouchés nécessaires. L'acquisition de colonies devient ainsi une nécessité pour un peuple prolifique, doué d'une croissance exubérante, comme l'est le peuple allemand. Par la force des choses, plus impérieuse que la volonté humaine, le gouvernement de l'empire a été amené à inaugurer pour l'Allemagne une vraie politique coloniale.

Venu à la dernière heure, l'empire allemand n'a pu choisir pour ses colonies les contrées susceptibles de lui convenir le mieux par leur nature et leur situation. Les bonnes places étaient prises dans tous les pays d'outre-mer à son avènement et il ne pouvait songer à les acquérir par une simple occupation. Impossible de trouver encore aujourd'hui dans le monde des territoires inoccupés en état de recevoir un grand courant d'émigration venant d'Allemagne pour fonder des colonies composées surtout de cultivateurs allemands. Des paysans allemands ne peuvent songer à se rendre en masse dans les établissements coloniaux de l'Allemagne pour y travailler et y vivre

de l'agriculture comme aux États-Unis d'Amérique. Les colonies actuelles de l'Allemagne sont toutes situées sous les tropiques et ne se prêtent pas à une émigration nombreuse. Leur climat exige pour la culture de grandes plantations des ouvriers originaires des pays chauds ou une main d'œuvre indigène. Leur commerce reste donc la principale ressource des immigrants européens. Commerçants et planteurs, les colons partis pour l'exploitation des possessions allemandes d'outre-mer doivent être en état de faire de fortes avances avant de voir fructifier leurs capitaux.

C'est donc l'échange des marchandises fabriquées de la métropole contre les produits naturels de pays chauds, qui constitue le principal stimulant de la politique coloniale de l'Allemagne. Depuis quinze ans, depuis la constitution de l'unité nationale, le commerce d'exportation de l'Allemagne a fait de grands progrès. Avec raison, les promoteurs des colonies espèrent favoriser ce commerce par la création d'établissements en état d'assurer des débouchés de plus en plus considérables à l'industrie allemande. Par suite une quantité de gens, obligés autrement à demander à l'émigration des moyens d'existence, trouvent une occupation rémunératrice dans les manufactures de chez eux. Ajoutez aussi aux intérêts économiques, l'aspiration légitime pour une nation puissante de faire figure dans le monde et de montrer son drapeau aux peuples lointains. L'amour-propre national a ses exigences, de même que les individus éprouvent le besoin de faire fortune, les Allemands, après avoir été entraînés par ce besoin d'établissements coloniaux des autres nations de l'Europe, ont naturellement trouvé bon d'acquérir au loin des stations leur appartenant en propre, comme points d'appui pour leurs entreprises. Il n'en a pas fallu davantage pour déterminer le prince de Bismarck à doter l'empire nouveau d'un domaine colonial. L'opinion publique poussé d'ailleurs le gouvernement dans cette voie. Une association très active, le *Deutsche Kolonialverein,* qui étend ses ramifications à toutes les parties de l'Allemagne, comptant actuellement plus de 12,000 membres payant cotisation et répartis entre 115 sections locales dans les centres industriels et commerciaux des différents états de l'Union, excite l'intérêt de la nation pour les colonies. Sous cette influence, le chancelier de l'empire a saisi le Reichstag coup sur coup d'une série de propositions pour l'organisation des protectorats, pour le développement de la marine militaire, pour la création de lignes de paquebots subventionnées entre les ports allemands, l'extrême Orient et l'Australie. Avec la nouvelle de l'occupation d'Angra Pequeña et de la côte de Kameroune dans l'Afrique occidentale, il a été question de la cession par l'Espagne d'un îlot près de Cuba, pour une station de

charbon et de ravitaillement, puis de celle de Lancerote, une des îles Canaries et de Formentera, une des Baléares, ainsi que de Las-Chamias, îlot méditerranéen à mi-route entre Gibraltar et Malte, avec le teritoire de Zébu, à Luçon. Malgré le mauvais vouloir des Australiens, qui ont imaginé à leur usage une sorte de doctrine de Monroë, calquée sur le patron américain, prétendant à la suprématie dans la mer du Sud, le pavillon allemand flotte sur divers points de l'Océanie, à la Nouvelle-Guinée, dans l'archipel de Bismarck, aux îles Marschall. Puis sont venues successivement les grandes acquisitions dans l'Afrique orientale, sans plus de souci des susceptibilités de l'Angleterre que des rodomontades des Australiens déclarant qu'ils ne tolèreraient pas de nouvelles extensions européennes à côté d'eux. En l'espace de quelques années seulement le domaine colonial acquis par l'empire allemand a pris une étendue égale à cinq ou six fois la superficie de l'Allemagne en Europe.

Angra Pequeña, la première en date de ces colonies, n'a pas en elle-même une grande importance. C'est une petite baie sur la côte ouest de l'Afrique australe, entourée de terres arides, où l'eau doit être amenée en tonneaux de la colonie anglaise du Cap. Elle a été acquise au printemps de 1882 et placée depuis sous le protectorat de l'empire, sur la sollicitation du marchand Luderitz, mort récemment dans ces parages. Le voisinage de la colonie du Cap, de l'état libre de l'Orange et de la république des Boërs du Transvaal attache à sa possession plus de valeur pour l'avenir; surtout depuis que de nouvelles annexions ont assuré à l'Allemagne la souveraineté de tout le littoral, entre l'embouchure de l'Orange et celle du Cunené, au nord du cap Frio. La ligne de démarcation entre les territoires allemands et les possessions portugaises suit de ce côté le cours du Cunené, vers l'intérieur jusqu'à la deuxième cataracte de la rivière. Par suite des négociations diplomatiques avec l'Angleterre, terminées en 1884, le domaine germanique dans le sud-ouest de l'Afrique, a maintenant une étendue supérieure à celle de l'empire sur le continent européen. Au milieu de ce domaine, le petit settlement anglais de Walfish-Bay est devenu une simple enclave en terre allemande. Pendant les pourparlers poursuivis pour établir les droits de l'Allemagne à l'ouest, le fondateur de la station d'Angra-Pequeña, M. Luderitz, troquait sur la côte orientale, au pays Zoulou, contre une boîte à musique, un habit brodé et un peu d'eau-de-vie, une langue de terre au bord de la baie Sainte-Lucie, où le gouverneur de Natal a déployé le pavillon britannique. Des acquisitions faites dans ces conditions ne reviennent pas trop chères, quand elles permettent à un peuple de prendre pied sur une terre nouvelle. En même temps, les Boërs du Transvaal

et ceux de l'État d'Orange ont engagé, avec l'appui du chancelier de l'empire allemand, les préliminaires pour une union des états libres du sud de l'Afrique, qui comptent, dès maintenant, plus d'un million d'habitants d'origine européenne. Dans la colonie du Cap, enlevée à la Hollande par l'Angleterre au commencement de ce siècle, sur 340,000 habitants d'origine européenne, il n'y a que 120,000 Anglais présents contre 220,000 colons hollandais. Qui sait si dans un avenir rapproché, la prépondérance de l'élément hollandais ne déterminera pas un courant d'émigration allemand vers les hauts plateaux de l'intérieur dont le climat salubre favorise le travail agricole de colons de race germanique.

Cette perspective et les positions successivement prises par les Allemands excitent les susceptibilités de l'Angleterre, sans inspirer de soucis aux promoteurs de la politique coloniale de l'Allemagne. Les droits de l'Allemagne dans l'Afrique australe valent bien ceux de mainte autre puissance maritime à l'origine, qui a pris les devants pour des établissements plus avantageux. D'ailleurs la possession même du littoral autour d'Angra-Pequeña ne vaut pas la peine d'être disputée. Peu de pays de la terre sont plus déshérités. Sur une largeur de 200 kilomètres, à partir de la côte, la pluie et l'eau manquent presque autant que dans les solitudes du Sahara ou dans les déserts stériles d'Atacama. Moins maltraité, le territoire de l'intérieur se prête à l'élève du bétail, à l'agriculture pastorale. Le pays des Hereros, dont le chef suprême s'est placé sous le protectorat allemand par un traité du 21 octobre 1885, est particulièrement fertile et entretient de grands troupeaux, susceptibles d'alimenter un commerce important de conserves de viandes. Les richesses minérales présumées de la zone littorale paraissent moins considérables que ne l'a cru M. Luderitz, qui a cédé ses acquisitions à la *Deutsche Kolonial Gesellschaft für Süd-West Afrika* pour l'exploitation des mines à établir et la construction de chemins de fer, en vertu d'un contrat du 3 avril 1885. Cette compagnie de colonisation n'a encore rien fait pour exécuter ses projets d'exploitation minière. Peut-être s'est-elle trop hâtée à escompter ses profits sur la simple trouvaille de quelques échantillons de minéralogie, à l'exemple de maints entrepreneurs d'outre-Rhin que nous avons vu demander en Alsace-Lorraine, après l'annexion à l'Allemagne, une quantité de concessions de mines qui ne seront jamais exploitées. A côté de la première compagnie, qui a été dotée des droits de personne civile, pouvant ester en justice, une seconde société s'est constituée récemment sous la raison sociale de *Deutsche West Afrikanische Kompagnie,* avec siège à Berlin, pour exploiter particulièrement les ressources offertes au commerce par

les troupeaux des Hereros et du pays des Damaras. Comme il est question pour la première compagnie de céder à la seconde son matériel de colonisation avec les territoires dont celle-ci pourrait avoir besoin, la concurrence des deux ne donnera pas lieu à des difficultés.

Un mémoiré sur les protectorats allemands, *Denkschrift über die deutschen Schutzgebiete,* soumis au Reichstag le 2 décembre 1885, par le chancelier de l'empire énumère les actes successifs touchant la formation des colonies de l'Allemagne et leur organisation administratives. Sur les côtes du golfe de Guinée, à Kameroune et dans le district de Togo, les premières stations de commerce allemands datent de 1860 à 1870. Ici également, les négociations engagées avec la France et l'Angleterre pour le règlement des frontières ou des limites aboutirent en 1885, au mois de décembre, à la suite d'échanges multiples de territoire, à la reconnaissance de la souveraineté de l'empire sur une étendue égale à la superficie de l'Allemagne. Depuis 1885, Kameroune a un gouverneur qui administre la colonie au nom et pour compte de l'empire : c'est la seule colonie sur laquelle l'empire allemand exerce un droit de souveraineté immédiat, au lieu du protectorat appliqué aux autres possessions. Les possessions de l'Afrique orientale, comme celles de Kaiser Wilhelms Land et de l'archipel de Bismarck en Océanie sont administrées par de grandes compagnies politiques de colonisation, sous la simple surveillance de la chancellerie impériale. La superficie de *Kaiser Wilhelms* Land, à la Nouvelle-Guinée égale la moitié de l'étendue de l'Allemagne, en y ajoutant l'archipel de Bismarck, formé par les îles voisines de la Nouvelle-Bretagne et de la Nouvelle-Irlande, plus quelques-unes des îles Salomon placées sous le protectorat.

Constituée le 26 mai 1884, la *Neu Guinea Kompagnie* a obtenu le 17 mai 1885 son acte de protectorat, après le règlement des délimitations entre les possessions allemandes et les possessions anglaises de la région. Ce protectorat a été étendu aux îles Marschall, après l'abandon des prétentions de l'Allemagne sur les Carolines, sur la décision du pape Léon XIII, invoqué comme arbitre par le chancelier de l'empire allemand. Les îles Marschall sont des récifs de corail sans grande importance comme surface. Par contre, les territoires du protectorat allemand dans l'Afrique orientale atteignent maintenant une superficie triple de l'Allemagne. A dire vrai, la déclaration officielle du protectorat sur ces territoires n'a encore été publiée que pour une partie d'entre eux, parce que l'examen des titres d'acquisition n'est pas terminé à Berlin. Les possessions sur lesquelles doit flotter le pavillon national vont de la rivière Rovouma, par 11° de

latitude méridionale jusqu'aux approches de l'équateur. Le sultan de Zanzibar revendique bien la souveraineté sur une étroite lisière du littoral. Mais vers l'intérieur, sur les cartes publiées par l'Association allemande-africaine du moins, les prétentions de cette Association atteignent les rives des grands lacs et les sommets neigeux des monts Kilimandjaro. Quoi! toute la côte des Somalis jusqu'à l'intérieur du golfe d'Aden ; au-delà du cap Guardafui, vers Bender Gasan, par 12° de latitude nord, porte la teinte de la zone d'opération de l'Association africaine-allemande. C'est aller un peu vite en besogne avec ces annexions sur la carte d'Afrique et les prises de possession effectives progressent avec plus de modération. Si une pacotille de marchandises suffit pour acheter de petits royaumes africains, avec leurs droits de souveraineté, il en coûte davantage pour exercer ces droits souverains et pour les conserver.

Le protectorat de l'empire allemand officiellement notifié dans la zone d'opération *Operationsgebiet,* de l'Association africaine, s'applique, en attendant des décisions ultérieures, aux districts d'Ousagara, de Ngourou, d'Ousegouha et d'Ougami, d'une part et de l'autre au pays de Witou. Les négociations avec la France et l'Angleterre pour comprendre le pays des Somalis dans le domaine du protectorat allemand n'ont pas encore abouti. Outre l'Association africaine, qui a obtenu la qualité de personne juridique le 27 mars 1887, une Société nouvelle, la *Witu Gesellschaft,* vient de se constituer au capital social de 500,000 marcs pour s'établir sur la côte au sud d'Osi et de la rivière Tana, avec l'intention d'y établir des stations de commerce et d'exploiter des plantations. Une autre compagnie annoncée sous la raison sociale d'*Ostafrikanische Plantagengesellschaft,* se dispose aussi à cultiver en grand le tabac et le coton dans le domaine de l'Association allemande de l'Afrique orientale, avec un capital souscrit de 1,250,000 marks. En ce qui concerne le règlement des droits de souveraineté dans la région, le Reichstag a eu communication le 13 janvier 1887 d'une convention arrêtée entre l'Allemagne et l'Angleterre. D'après cette convention, la Grande-Bretagne et l'Allemagne reconnaissent la souveraineté du Sultan de Zanzibar sur les îles de Zanzibar et de Pemba, avec les îlots voisins jusqu'à 12 milles marins de distance, ainsi que sur les îles de Lamou et de Mafia. Sur le continent, les mêmes puissances reconnaissent également comme possession du Sultan une lisière du littoral, allant sans interruption de l'embouchure de la rivière Miningani jusqu'à la sortie de la baie de Tunghi à Kipini. Cette lisière atteint une largeur de 10 milles marins vers l'intérieur. De plus, les stations de Kismajou, de Barawa, de Merka, de Warcheik, avec un circuit de 10 à

5 milles marins appartiennent aussi au Sultan. La ligne de démarcation, entre les sphères d'intérêts allemands et anglais, suit dans le nord le cours de la rivière Tana jusqu'au croisement de l'équateur par le 38° de longitude orientale de Greenwich, pour aller ensuite tout droit à la rencontre du 1° de latitude Nord avec le 37° de longitude Est et englober le versant Nord des monts Kilimandjaro. La *Deutsche Ostafrikanische Gesellschaft* doit recevoir la ferme des droits de douane dans les ports de Dar-es-Salaam et de Pengani, moyennant une redevance annuelle à payer au Sultan de Zanzibar. Celui-ci a conclu le 20 décembre 1885 avec l'empereur d'Allemagne un traité de commerce et d'amitié, après une démonstration d'une escadre allemande pour affirmer que ce protectorat sur les colonies de l'Association de l'Afrique orientale serait un protectorat efficace et réel.

Avant d'adopter le régime du protectorat pour la formation d'un domaine colonial, le gouvernement allemand a essayé de favoriser les entreprises de cette nature au moyen de compagnies de colonisation subventionnées. Cette tentative ne réussit pas et le Reichstag a rejeté une première demande de subvention en faveur des établissements fondés aux îles Samoa, dans la mer du Sud, par une Société d'armateurs de Hambourg. Il s'agissait d'une somme annuelle de 300,000 marcks au maximum, à accorder, sous forme de garantie d'intérêts, à l'Association allemande de commerce maritime fondée en 1880, au capital de 8 millions pour l'exploitation de plantations dans l'archipel Samoan. Pareilles subventions ont été accordées naguère par le gouvernement hollandais à la *Nederlandsche Handel Maattschappy,* qui prospéra bien. Mais le Parlement allemand, avec ses habitudes d'économie, y regarde à deux fois avant de consentir à subventionner des entreprises particulières avec des fonds de l'Etat. Vainement le prince de Hohenlohe, aujourd'hui Statthalter de l'Alsace-Lorraine, parlant en place du chancelier de l'empire, insista sur l'importance de cette proposition pour la politique de l'Allemagne. L'honneur du pavillon allemand, les intérêts du commerce, l'exemple de la France furent invoqués tour à tour sans enlever le consentement du Reichstag. Les chauvins eussent préféré prendre des colonies toutes faites, mises en valeur par des voisins plus expérimentés. Dans la salle des Pas-Perdus, on a entendu tel député, chaud partisan des colonies, émettre l'idée de l'annexion de la Hollande, avec ses possessions d'Outre-Mer, par la raison que les Hollandais se permettent bien de « prendre nos saumons dans le Rhin ».

Devant l'opinion publique, la question n'était pas encore mûre, lors de ce premier essai de politique coloniale. Depuis, l'idée a fait

du chemin et le gouvernement trouve auprès du Reichstag un appui plus efficace pour ses demandes de crédit en faveur des entreprises de colonisation. Afin de ne pas trop engager l'État, le prince de Bismarck laisse l'initiative des entreprises aux particuliers, mais en soutenant ceux-ci dans la mesure compatible avec l'intérêt général de l'empire allemand. Le grand chancelier dit, dans son mémoire du 2 décembre 1885 sur les protectorats allemands : « L'idée fondamentale de la politique coloniale allemande, que la protection et la surveillance de l'empire doivent suivre les entreprises de commerce allemandes dans les pays d'outre-mer et se manifester en tant que le besoin s'en fait sentir a aussi été pris en considération pour le règlement des conditions intérieures des protectorats. » A peu d'exceptions près, les possessions du domaine colonial de l'Allemagne se trouvent entre les mains des corporations qui les ont fondées ou acquises et qui ne sont pas parties intégrantes de l'empire, comme les territoires ressortissant de l'empire directement, sans intermédiaire. L'empire n'exerce pas sur ces colonies de droit de souveraineté dans un sens absolu : les prérogatives du gouvernement et les charges de l'administration restent aux compagnies de commerce qui ont entrepris la colonisation des territoires en question pour les exploiter. Ainsi les grandes compagnies de colonisation de l'Afrique orientale, de la Nouvelle-Guinée et du sud-ouest de l'Afrique, ont un caractère politique et jouissent de droits quasi-souverains, tempérés seulement par une surveillance du chancelier de l'empire, condition ou conséquence du protectorat.

La loi d'empire du 17 avril 1886 sur les protectorats allemands attribue à l'empereur le pouvoir protecteur dans les territoires placés sous la protection de l'Allemagne. Selon l'expression formelle de l'article I de cette loi : « *Die Schutzgewalt in den deutschen Schutzgebieten übt der Kaiser im Namen des Reiches aus.* » Le protectorat s'acquiert par des traités ou comme concession : par concession, quand des corporations comme les compagnies de l'Afrique orientale ou de la Nouvelle Guinée, qui ont acquis des pays sans organisation politique sollicitent l'appui du gouvernement de la mère patrie ; par traité, quand une population indépendante ou le chef souverain d'un territoire demande la même faveur d'un État plus puissant, comme il en a été pour les Boërs de Grootfontein et le chef des Hereros dans l'Afrique australe. En accordant le protectorat, le gouvernement de l'empire allemand, ou d'une manière générale l'État protecteur s'engage à défendre l'État protégé contre des agressions du dehors et à veiller sur les intérêts de ses sujets à l'étranger. Par contre, l'acte de protectorat, sans enlever au pays protégé son autonomie pour le

réduire à l'état de province de l'État protecteur, lui impose certaines obligations et des restrictions à l'exercice de la souveraineté absolue. La charte de protectorat concédée le 3 mars 1885 à la compagnie de l'Afrique orientale, attribue à cette corporation l'exercice de tous les droits incombant au souverain, la juridiction sur les indigènes comme sur les nationaux établis dans le domaine de l'association. Le gouvernement de l'empire se réserve simplement le droit de surveillance sur l'administration de la compagnie, avec l'intention d'en faire un usage modéré et de n'intervenir que dans des cas urgents. Un consul général de l'Allemagne, qui est actuellement le Dr Michahelles, a été installé dans ce but à Zanzibar. Pour la compagnie de la Nouvelle-Guinée, qui n'a conclu aucun traité avec des chefs indigènes, les conditions de la charte de protectorat en date du 17 mai 1885, sont énoncées dans des termes semblables, et la compagnie est autorisée à prendre possession dans son domaine des territoires sans maître, pour en disposer à son gré. Dans le sud-ouest de l'Afrique, où le protectorat allemand a été appliqué sous l'effet de traités conclus entre l'empire et les chefs indigènes, l'empire exerce directement la juridiction sur les sujets allemands. Un commissaire impérial, envoyé à Angra-Pequeña, a la mission de maintenir la bonne harmonie entre les chefs indigènes placés sous le protectorat de l'Allemagne et à veiller à ce que l'exploitation des concessions faites à la compagnie coloniale allemande du sud-ouest de l'Afrique n'éprouve pas de difficulté.

Dans l'Afrique occidentale, à Kameroune et sur le territoire de Togo, où l'Allemagne a fait hisser son pavillon, nous nous trouvons en présence d'une colonie qui dépend de l'empire d'une manière plus immédiate que les autres territoires du domaine colonial allemand. En effet, cette colonie est administrée par un gouverneur, fonctionnaire de l'empire, parce que les efforts du chancelier pour amener les maisons de commerce allemandes établies sur la côte de Guinée à former une association chargée de l'administration locale sont restés sans résultat. Plus nombreuses que les stations de l'Afrique orientale, les factoreries de Kameroune et du territoire de Togo sont entre les mains de négociants plus soucieux de faire prospérer leur commerce personnel qué d'exercer des droits de souveraineté pour la gloire. Chacun gouverne son établissement, sans se préoccuper beaucoup de politique ou d'administration coloniale. La population indigène est paresseuse et il n'y a pas d'exploitation de grandes plantations. Toute l'activité des factoreries se borne au commerce d'échange. Le gouvernement allemand a eu le bon esprit de ne pas entraver les affaires de ces établissements par un régime trop bureaucratique. Les

fonctionnaires de la colonie, nommés et rétribués par l'empire ont l'ordre de consulter les négociants, établis dans le pays depuis longue date, sur les mesures administratives à prendre. Le gouverneur de Kameroune est assisté d'un conseil d'administration, composé de trois membres résidant dans le pays et nommés tous les ans. La justice se rend d'après la coutume locale, complétée par les lois civiles en Allemagne. A Togo, il y a un commissaire impérial allemand avec les mêmes attributions que celui d'Angra-Pequeña.

Procurer de nouveaux débouchés plus étendus à l'industrie nationale de manière à occuper le plus d'hommes possible, affranchir l'Allemagne de ses contributions au commerce étranger par la culture des produits exotiques dans les colonies allemandes, tels sont les motifs économiques de la politique coloniale adoptée par l'empire. A la dernière assemblée générale du Kolonialverein tenue à Dresde au mois de mai de cette année, sous la présidence du prince de Hohenlohe et en présence du roi de Saxe, le professeur de Philipovich a évalué à 500 millions de marks le tribut annuel payé par le commerce allemand pour des produits tropicaux et des denrées coloniales. Pour ne nommer que les principales marchandises, les ports de la mer du Nord importent une année dans l'autre, maintenant, pour 140 millions de coton, pour 130 millions de café, pour 40 millions de tabac, pour 13 millions de quinine. Viennent ensuite le cacao, le maïs, le riz, les épices de toutes espèces, les matières colorantes, les bois d'ébénisterie, etc., etc. De même que l'Angleterre a introduit à Ceylan la culture du quinquina et du cacao empruntée au Pérou et à la Trinidad, puis le coco du Brésil avec la vanille du Mexique, en Guyanne, et la noix muscade à la Jamaïque, de même les promoteurs des colonies allemandes comptent acclimater et produire dans des possessions de l'Allemagne la plupart des épices et des produits végétaux tirés des pays chauds. Des stations d'essai doivent être créées dans les différents territoires du nouveau domaine colonial, après une exploration attentive et une étude systématique de ses ressources.

Au point de vue national, l'acquisition des colonies de l'Allemagne a été un évènement considérable, combiné et préparé habilement. Le système des protectorats assure à l'empire une grande extension territoriale et un accroissement d'influence obtenus sans sacrifice réel, au prix de charges insignifiantes. Si quelques difficultés se manifestent de temps à autres comme les incidents qui ont amené la marine impériale à faire des descentes à Kameroune ou aux îles Samoa, ce sont des exercices utiles et des occasions de manœuvres pour les escadres d'observation, dont la puissance de la nation profite en définitive. Telles sont maintenant les dispositions de l'opinion publique que la

formation d'un domaine colonial le plus vaste possible passe aujourd'hui pour un besoin inéluctable. Aussi bien la tournure des derniers débats pour la création d'un séminaire des langues orientales vivantes à Berlin, comme le vote des subventions pour les lignes de paquebots, montrent que le Reichstag accordera désormais au gouvernement tous les crédits nécessaires pour soutenir sa politique coloniale. Dût un adversaire chagrin rappeler à ce propos au prince de Bismarck que sa manière de voir présente n'est plus d'accord avec son opinion d'autrefois, on entendra le grand chancelier répondre une fois de plus que s'il a changé d'avis sur l'utilité des colonies, c'est pour avoir depuis lors appris quelque chose, tandis que les hommes d'opposition n'ont rien appris.

Apprendre quelque chose des leçons de l'expérience, n'est-ce pas la conclusion naturelle qui doit dérouler de l'étude réfléchie du mouvement politique contemporain dans le nouvel empire allemand. Dans la politique coloniale à l'ordre du jour, il s'agit moins pour l'Allemagne de créer des colonies de peuplement que de s'assurer des comptoirs susceptibles d'ouvrir aux manufactures de nouveaux débouchés, de payer à l'avenir des tributs moins forts au commerce étranger pour l'approvisionnement de la métropole. Devenus une nation forte, les Allemands veulent être de plus une nation riche, développant rapidement sa puissance de production. Un peu d'illusion peut se mêler à l'idée d'assurer au peuple unifié un vaste domaine colonial sans risque de dépenses plus élevées. Ces dépenses, le budget de l'empire est pourtant en état de les supporter sans trop de peine. N'oublions pas de voir surtout que, malgré l'intensité de l'émigration, la population de l'Allemagne augmente d'une année dans l'autre de près d'un demi million d'habitants, au point de doubler en l'espace de trois générations.

M. J.-V. BARBIER,

Secrétaire général de la Société de géographie de l'Est, à Nancy.

LES TRANSCRIPTIONS GÉOGRAPHIQUES.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Si je n'avais craint le mauvais effet d'un trop long titre, j'aurais intitulé cette note : *Ce que l'on apprend en pratiquant les transcriptions géographiques et ce que m'a appris une véritable excursion à travers deux cent cinquante mille noms géographiques.* Cette note même n'est que la conclusion analytique d'un travail assez important que je réserve à une publicité ultérieure. Comme on trouvera dans ce travail le développement de toutes les considérations techniques sur lesquelles j'appuie mes propositions, je me contente ici de leur donner la forme la plus concrète sous forme d'arguments ; le *Congrès de l'Association pour l'avancement des sciences* en a d'ailleurs la primeur.

A. — Soit dans la précédente session, soit au Congrès de la Sorbonne, soit dans divers Bulletins et publications géographiques, j'ai fait ressortir la nécessité de *conserver scrupuleusement l'orthographe de tous les noms des pays d'Europe où l'alphabet latin, avec caractères diacritisés ou non, est employé d'une manière officielle.*

Premier argument. — On ne peut invoquer ici l'étrangeté de certains de ces caractères, ni la difficulté de connaître leur valeur phonétique.

Je pose en fait qu'il n'est pas plus difficile d'apprendre les valeurs phonétiques de l'š, du č slaves, de l'ş et du ţ roumain, que celles du *ch* anglais, allemand, espagnol, italien, que celles du *j* et du *th* anglais, etc., etc. Il n'est même pas paradoxal d'affirmer que tout caractère diacritisé est plus facile à connaître que celui qui ne l'est pas, tout en ayant dans les langues latines proprement dites des valeurs phonétiques très différentes.

Deuxième argument. — En Allemagne comme en Autriche, les

documents officiels et tous les auteurs géographes ont conservé l'écriture des noms *polonais, tchèques, galliciens, croates, magyares,* etc.; les postes, les chemins de fer de ces pays l'ont conservée de même. Transcrire ces noms d'une façon plus ou moins approchée mais toujours inexacte[1], c'est non seulement les altérer, mais donner de fausses indications pour les correspondances commerciales et autres.

Troisième argument. — Que si l'on invoque la difficulté pour la typographie de se munir de ces caractères diacritisés, c'est tout simplement se faire le défenseur de la routine, car lesdits caractères sont, en somme, très peu nombreux et ne nécessitent pas de surcharge sérieuse de matériel. En tous cas, les imprimeurs peuvent toujours se les procurer, en si petite quantité que ce soit, à l'*Imprimerie nationale*. Quelques-uns ont déjà donné l'exemple, et il appartient à tous les Congrès où la géographie tient une place, comme à tous ceux qui dirigent des publications géographiques, à s'employer pour arriver à ce que le matériel typographique soit aussi complet que possible.

Premier corollaire. — De l'admission dans notre système typographique des caractères diacritisés de certains alphabets européens, de l'apprentissage relativement plus facile à faire de leur prononciation, on peut les considérer comme connus par le public intelligent et éclairé. Je n'ai pas à m'occuper du public ignorant, car celui-là non seulement n'a pas cure de la valeur d'un signe diacritique, mais encore il n'a souci de prononcer correctement un mot *italien*, *anglais* ou *allemand*.

Dans ces conditions si, dans les langues qui ne s'écrivent pas en caractères latins, il y a des sons susceptibles d'être rendus moins inexactement par des caractères européens diacritisés que par des caractères français plus ou moins groupés, on a tout avantage à se servir des caractères diacritisés. Ils ont même cette supériorité, qu'alors même qu'ils ne sont pas plus exacts, de prévenir le lecteur qu'il a affaire à une consonnance particulière étrangère à notre langue.

On ne saurait jamais perdre de vue cette considération topique que l'*emprunt fait à une langue étrangère d'un groupe de lettres ou d'un signe diacritique est bien moins un truchement exact de transcription qu'un avertissement donné au lecteur sur la valeur*

1. Dans les langues slaves, la lettre *r* joue souvent le rôle de voyelle. Elle est donc absolument intranscriptible autrement, et toutes les transcriptions faites de ces mots sont absolument fausses.

particulière et intraductible autrement de la consonnance transcrite.

Deuxième corollaire. — Ce qui s'est dit des langues européennes employant les caractères latins, s'applique de soi-même aux autres pays où ces langues sont officiellement et généralement employées. Ainsi est-il de l'*anglais* dans l'Amérique du Nord, de l'espagnol et du portugais dans les Amériques du Centre et du Sud.

On est de même logiquement amené à admettre *l'orthographe officielle des colonies des pays européens,* car, si, chez nous, pour l'Algérie, les sources officielles sont contradictoires et, par conséquent, quelque peu incertaines, il n'en est pas de même pour les colonies des autres pays européens. Ainsi, pour l'*Australie,* le *Cap,* les *Indes*[1], c'est l'orthographe anglaise qui a force de loi ; aux *Philippines,* c'est l'espagnol ; aux *îles de la Sonde,* c'est le hollandais, etc., etc. J'en parle en toute connaissance de cause, car j'ai entre les mains non seulement tous les documents (statistiques et recensements) officiels[2] de ces pays, mais encore nombre de cartes qui les confirment.

Et cela coupe court pour la moitié, les deux tiers peut-être du globe, au moins au point de vue de la quantité des appellations géographiques, à des fantaisies, à des interprétations de transcription, si bien intentionnés qu'ils fussent ; cela coupe court à cette cacophonie dont toutes nos cartes donnent l'exemple, et avec une carte imprimée ou un livre écrit en France, nous pourrons voyager en pays de langue anglaise, espagnole ou autre.

B. — Tous les pays d'Europe n'emploient pas l'alphabet latin. La langue grecque n'y tient pas géographiquement une très grande place ; en revanche, la plupart de ses noms géographiques appartiennent à l'histoire : *ils doivent être conservés tels qu'ils nous sont transmis de temps immémorial, et la même interprétation doit être appliquée aux noms de la géographie moderne.*

Argument. — En effet ; si, d'une part, la tradition s'impose, de l'autre on objecterait en vain que les Grecs modernes ne prononcent pas comme les anciens. Si les Grecs ont modifié leur prononciation, ils n'ont pas changé leur écriture, et si le β se prononce *v* et l'ε

1. On sait que, pour les Indes, l'amirauté anglaise et la Société de géographie de Londres ont définitivement adopté l'orthographe de la *Gazette impériale des Indes,* de W. Hunter, (*The Imperial Gazeetter of India*), dictionnaire officiel des Indes de quatorze volumes grand in-8°.

2. J'ai même le recensement de la République d'Orange (1880) en hollandais.

comme *i*, nous n'écrirons pas pour cela *Viotia* au lieu de Béotie. Les langues latines ont trop leurs racines étymologiques et alphabétiques en grec pour qu'il n'y ait pas à la fois danger et monstruosité à aller à l'encontre de l'état de choses traditionnel.

C. — La domination russe s'étend non seulement sur la moitié de l'Europe, mais elle envahit le continent asiatique sur une immense étendue. Le vieux slave est lui-même parlé dans l'Europe méridionale. *L'identité de ce dernier idiome avec celui des pays du sud de l'Autriche imposent au transcripteur l'identité de transcription, et la parenté étroite du russe avec les autres familles slaves indiquent qu'il y a lieu de maintenir certaines similitudes de transcription entre les deux catégories.*

Premier argument. — La preuve est faite, pour le vieux slave, d'une part, dans le *Recensement officiel de la Bosnie et de l'Herzégovine* fait par les soins du gouvernement autrichien, depuis l'occupation, et, d'autre part, par la carte de l'*Europe centrale publiée par l'Institut militaire de Vienne*. Dans cette dernière, le système d'écriture des Slaves du Sud de l'Autriche est étendu non seulement à la Bosnie et à l'Herzégovine, mais encore à tous les Slaves de la péninsule des Balkans.

Deuxième argument. — Si, en raison de son extrême étendue, l'empire russe absorbe des régions où ni la langue ni la tradition de trop fraîche date ne peuvent imposer un système de transcription différant sensiblement de la règle générale, *il y a un intérêt important à ce que les noms de la Russie d'Europe proprement dits* (c'est-à-dire limitée à l'Ural, à la Caspienne et au Caucase) *conservent une analogie frappante avec leurs voisins slaves de l'Europe occidentale*. (J'ai cité, au dernier Congrès de la Sorbonne, des exemples fort embarrassants à transcrire pour des Russes eux-mêmes, et puisés dans le *Dictionnaire des postes russe*.) Les seuls amendements utiles d'ailleurs, et j'en donne la démonstration longuement motivée dans le travail que je résume ici, sont : 1° l'adoption du ć, du č, du š, de šč pour le ц, le ч, le ш et le щ russes ; 2° et celle de l'*ü* pour le ы, de préférence à l'*y*. J'invoque pour ce dernier point l'autorité du savant professeur à l'Académie militaire technique de Teschen, le capitaine Josef Zaffauk, qui a employé l'*ü* pour rendre le ы russe dans sa traduction de la légende des termes topographiques des cartes russes. N'y aurait-il d'ailleurs que cette raison que chez les autres slaves l'*y* a le son de *u* (*ou* français) que cela devrait suffire pour ne l'employer, dans la transcription russe, que comme consonne

ou semi-voyelle (suivant les règles de la Société de géographie de Paris) dans les diphthongues я (*ya*), ѣ (*yé*), ю (*you*).

D. — L'alphabet latin, — modifié et altéré bien entendu, soit dans la valeur même des caractères non diacritisés, soit par l'intervention de signes diacritiques, — sert à exprimer deux langues asiatiques. Dans l'une, le *quoc-ngu'* ou truchement de l'annamite, c'est originellement l'alphabet portugais, transformé pour les besoins de la cause, qui a servi. Pour celui-là, après des essais multipliés de transcription, après des correspondances et des entretiens avec des auteurs versés dans la connaissance de cette langue, après avoir enfin étudié contradictoirement les ouvrages spéciaux, *j'ai conclu au maintien de cet alphabet, sauf la mutation de certaines lettres et l'appropriation à nos habitudes européennes de certains signes diacritiques.*

Premier argument. — Les transcriptions qui ont pour effet de détruire toute trace étymologique des noms géographiques, surtout dans des langues où un accent, un signe de plus ou moins modifie non seulement la signification du mot, mais encore la dénomination des lieux géographiques, doivent être absolument rejetées d'un système scientifique et pratique quelconque.

Or, au cas particulier, la langue *quoc-ngu'* est le seul truchement sanctionné par deux siècles d'existence, par des publications nombreuses et autorisées, par l'enseignement public officiel actuellement pratiqué d'une langue qui se refuse absolument à toute interprétation même approchée à l'aide de l'alphabet latin réduit à ses propres ressources.

Deuxième argument. — D'autre part, très gauchement, très légèrement; et, je ne crains pas de le dire, de la façon la plus ridicule dont nos géographes et voire même certaines administrations ont copié les noms annamites, sans le moindre souci des signes qui leur donnent, dans cette langue, des valeurs qui n'ont rien de commun avec la phonétique européenne. C'est à grand peine que les géographes dignes de ce nom pourront éviter le gâchis qui en résultera.

Comme moyen d'y arriver, j'ai tenu d'abord à conserver, suivant l'expression même d'une autorité en la matière, M. Landes, administrateur des affaires indigènes de Cochinchine, les lettres *étymologiques,* et je n'ai fait que les mutations nécessaires, que les additions ou changements de signes motivés pour rendre saisissables à des oreilles européennes les interprétations de la langue annamite.

Je renvoie, pour plus de détails, à mon dit travail; mais la chose est assez importante pour que je croie devoir donner ici le tableau sommaire de la transcription de l'annamite.

VOYELLES { *Lettres annamites :* a, â (seul), â (dans *ây*), ă (bref), ê,
Transcription : a, å (suédois), ä (allemand), ă (id.), e,

e, i (voyelle et demi-voyelle dans les diphtongues), *y* (toujours voyelle).
ê, ï (comme voyelle) et *y* (comme demi-voyelle), i (toujours voyelle).

o, ô, o' (*o* barbu), u (ou français), u' (*u* barbu)[1].
o, ô, ö (allemand), u (latin), ü (allemand).

CONSONNES { *Lettres annamites :* b, c, q, k[2], ch[3], đ.
Transcription : b, k, ch, d.

d[4], g, gh (devant *e*), gi[5], h[6], l.
ḑ (roumain), g, gh (devant *e*), gy (magyare), ʻh, l,

m, n, ng, nh (comme *gn* mouillé), p, ph[7], qu,
m, n, ng, nh (comme *gn* mouillé), p, ph, kw.

r, s (*ch* français), t, th (*t* aspiré), ú (semi-voyelle).
r, ş (roumain)[8], t, th (*t* aspiré), w (anglais)[9].

v[10], x[11].
vy, x.

1. Les sons de l'o' et de l'u' n'ont rien de commun avec les sons connus des Européens.

2. Cette identification est demandée par les auteurs annamites.

3. *Ch* annamite est indescriptible et intranscriptible. Lire à ce sujet *Nos Transcriptions*, par M. Aymonnier, et *Notes sur le quoc-ngu'*, de M. Landes.

4. *d* annamite a une prononciation se rapprochant, suivant les régions, de *dz*, de *z*, voire même de *y* consonne, par lequel M. Landes eût admis qu'on le transcrivit. Ne pouvant entrer dans le détail des dialectes locaux, ni laisser subsister tel quel le caractère *d* qui serait une source incessante de confusion, j'ai pris le ḑ roumain, qui a du moins l'une des valeurs de la lettre annamite.

5. *i* étant ici consonne, j'ai mis, d'après la substitution logique des deux caractères *i* et *y*, *g y*, pour *gi*. Cette transcription est d'autant plus satisfaisante que *gi* annamite a une consonnance analogue au *gy* magyare.

6. *h* étant toujours fortement aspiré, je l'ai fait précéder d'un esprit rude pour que les Français sachent une bonne fois que *Hanoy* et *Haï-phong* ne se prononcent pas *Anoï* et *Aïphong*.

7. *ph* est un *p* aspiré qui se rapproche parfois de *f*, mais qui ne doit pas être rendu par cette lettre.

8. J'avais d'abord préconisé l'š slave; mais la surabondance des signes diacritiques placés au-dessus des lettres annamites m'a fait préférer l'ş roumain, emprunt analogue à celui du ḑ pour le *d*.

9. Rentre dans la règle générale. M. Landes solidarise l'emploi du *w*, pour *u* semi-voyelle, avec celui de *k* pour le *q* dans le groupe *qu*, par suite d'analogie phonétique.

10. Soit suivi de *i* (semi-voyelle), soit seul, le *v* annamite est toujours mouillé.

11. M. Landes ne conçoit pas une autre transcription.

J'appelle l'attention de quiconque voudra analyser cette transcription et la critique sur la nécessité de l'identifier d'abord avec les notes ou renvois que je viens d'indiquer. J'ajouterai que si personne n'a adopté la transcription, à la française, de la carte de l'Indo-Chine de M. Dutreuil de Rhins, j'ai essayé la transcription des douze cents mots environ qu'elle renferme par des moyens qui paraissaient acceptables par M. Landes comme par le procédé d'à peu près, — d'ailleurs inapplicable ici sans gâchis, — de la Société de géographie de Paris.

Je réitère une fois de plus qu'il ne faut considérer les truchements de transcription donnée ci-dessus que comme des *indications de prononciation particulière, que comme des équivalents phonétiques, très approximatifs.*

Enfin, pour en finir avec l'annamite, on sait l'importance des accents toniques. Je renvoie quiconque l'ignorerait à tous les orientalistes. Dans l'annamite, ils affectent des formes spéciales que l'on peut, de l'avis de M. Landes, modifier un peu dans l'écriture des noms géographiques. Le *ton descendant* restera marqué par l'accent ̀, le *ton aigu* par l'accent ́, et le *ton naturel* restera sans accent. Pour le *ton grave* nous n'avons pas trouvé autre chose que le point souscrit dont la voyelle est affectée en annamite (ạ, ẹ, ị, ọ, ụ). Quant au *ton remontant* et au ton *interrogatif,* ils peuvent être impliqués sous un même signe : le trait surmontant la voyelle (ā, ē, ī, ō, ū). Toutes ces formes sont d'ailleurs bien connues dans tous les ouvrages de prosodie latine ou autres, avec des différences de valeur pourtant[1].

E. — L'autre langue orientale qui s'écrit en caractères latins c'est le *malgache*. Par des motifs analogues à tous les précédents, *on doit maintenir l'orthographe des noms géographiques de Madagascar, sauf peut-être le remplacement du* ŋ *par ng.*

Argument. — L'alphabet malgache ne diffère de l'alphabet latin que par l'*o,* qui a le son *u* (*ou* français), l'*ò* qui a le son de notre *o*, le *j* qui se prononce *dz*. Il a de plus l'*ñ* espagnol, et l'ŋ dont nous venons de parler. Ce dernier caractère seul n'a pas d'analogue dans la typo-

1. Tout ce système de transcription de l'annamite, si bien fondé qu'il soit, ne peut avoir de sanction que par son adoption par tous les annamistes. Mais il est certain que si le *quoc-ngu'* reste, tel quel, le truchement de l'annamite dans nos écoles de Cochinchine et du Tong-king, il faudra bien que nos géographes, nos imprimeurs et le public français s'en accommodent, qu'ils l'écrivent ou les lisent *en lui conservant tous ses signes sans exception;* tout le premier je le souhaite et suis prêt à conserver le *quoc-ngu'. (L'auteur.)*

graphie européenne, et c'est pour cela qu'il nous paraît possible de lui substituer *ng*, transcription admise pour cette consonnance dans toutes les langues orientales. Il est plus facile, comme on le voit, de savoir lire assez correctement un nom malgache qu'un nom italien et surtout qu'un nom anglais. J'ajouterai que M. Grandidier, de l'Institut, est aussi d'avis de maintenir l'orthographe des noms malgaches, et l'on ne saurait contester son autorité en la matière.

Je dois arrêter ici cette note, car, pour ne pas me répéter ni surcharger inutilement le volume du Congrès, je renvoie les géographes soit à l'*Essai d'un lexique géographique,* soit au travail à peu près de même importance qui sera publié l'an prochain et qui complète le premier.

Dans ce second travail, j'ai tenu grand compte des excellents avis des critiques de mon premier *Essai*. Entre tous, je signalerai le savant et sympathique chef d'état-major du XVII[e] corps d'armée, M. F. du Paty de Clam, avec qui j'aurais aimé me trouver à la session de Toulouse.

Mais il m'a suffi, dans la présente note, de fournir les arguments nécessaires au vœu que je forme ici et qui, je l'espère, sera parfaitement accueilli par la section de géographie :

Que tous les auteurs d'ouvrages géographiques, livres ou cartes, et notamment tous les directeurs de Bulletins ou publications périodiques géographiques tiennent la main à ce que les imprimeurs, typographes, cartographes, etc., se procurent les caractères employés dans tous les alphabets européens [1] *afin que tous les noms s'écrivant en caractères latins, modifiés ou non, soient maintenus dans leur orthographe officielle chaque fois qu'on aura lieu de les mentionner.*

Si les conclusions que j'ai posées dans cette note sont quelque peu différentes de celles que j'avais établies dans mon premier *Essai,* — tout en l'ayant prévu déjà à cette époque, — c'est que j'ai fait une expérience que nul jusqu'ici n'a tentée, c'est-à-dire entrepris d'inventorier et d'analyser les deux cent cinquante mille noms géographiques qui forment à peu près la moitié la plus importante de la nomenclature connue ; d'avoir consulté contradictoirement tout ce qu'il m'a été possible de réunir sur les alphabets des langues écrites ou sur la transcription des langues à caractères non latins, ou idéographiques, comme des langues sans écriture. Et si, au début de mes

1. On pourrait peut-être en excepter l'ø danois pour lequel on admet couramment la substitution par ö germanique.

recherches, je nourrissais, comme bien d'autres, l'illusion d'une transcription phonétique même approximative, j'ai reconnu, et l'on en trouvera les preuves dans le travail annoncé, combien elle était périlleuse toujours, chimérique le plus souvent, et combien il serait insensé, pour des avantages contestables, sinon illusoires, de lui sacrifier à la fois l'étymologie et la physionomie propre à chaque langue, ce qui constitue, pour les noms géographiques, une caractéristique aussi précieuse que l'est l'*état civil* pour les noms des individus.

On rirait au nez de quiconque prétendrait écrire certains noms français comme on les prononce : notre vieux bon sens gaulois se refuse à admettre une autre mesure pour les autres quand ils ont par devers eux une sanction officielle et quand ils ont des truchements intelligibles à tout homme de bonne volonté.

Même pour les langues à caractères étranges, comme l'*arabe* et ses dérivés ou similaires, comme le *thibétain* et le *chinois*, on ne peut pas ne pas tenir compte des précédents autorisés, la plupart basés sur la longue pratique de ces langues. J'en dirai autant des langues sans écriture, de celles de l'Afrique notamment, quoique ici cette considération ait bien moins de poids : la tradition n'existe pas ou elle est de trop fraîche date et les transcriptions y sont trop nombreuses, trop diverses et trop individuelles.

Je me féliciterais si nos géographes, si les membres de la section de géographie notamment, s'intéressaient assez à cette sorte de travaux pour reconnaître quelque utilité à ceux que je poursuis, pour m'aider de leur expérience, de leurs conseils et de leurs critiques : les uns ou les autres me seraient plus précieux que des pages d'éloges.

M. LÉON DONNAT,

Ingénieur, Conseiller municipal, à Paris.

LA MÉTHODE EXPÉRIMENTALE ET SES APPLICATIONS EN MATIÈRE ÉCONOMIQUE.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Comme notre honorable président vient de le dire, comme il en a lui-même fourni la preuve par ses travaux, la question de *méthode* est à l'origine de toutes les autres. C'est par la méthode que toutes les sciences se sont fondées ; sans son secours, la politique n'accomplira jamais son œuvre, et l'économie politique ne pourra compléter la sienne.

Ce n'est pas seulement pour la science pure que la méthode est nécessaire ; la science appliquée ne saurait davantage s'en passer. A côté de toute science, il y a un art : le navigateur met en usage les lois de l'astronomie, comme l'opticien celles de la physique, le médecin celles de la physiologie. Le domaine de l'art augmente à mesure que la science devient moins simple, qu'elle étudie des phénomènes plus nombreux et plus complexes. J'ajouterai que l'art n'est trop souvent que l'expédient. Il ne repose alors ni sur la pratique de lois certaines, ni sur l'emploi d'une méthode sûre.

Une loi est, vous le savez, Messieurs, un rapport de causalité établi entre les phénomènes. Une science est le code de ces rapports pour les faits dont elle s'occupe. Quand la causalité est scientifiquement déterminée entre deux faits, l'apparition de l'un d'eux indique que l'autre coexiste ou suivra. C'est en ce sens qu'on peut dire que *savoir, c'est prévoir*.

La connaissance de ces rapports abstraits est indispensable au savant, à l'économiste pour diriger leur action dans la pratique ; elle ne suffit pas, toutefois. En effet, l'art, la science appliquée, doit tenir compte, en vue du résultat cherché, de la coexistence de tous les phénomènes ; le praticien est obligé de les accepter avec toute leur complexité, leur enchevêtrement, leurs réactions réciproques. Aussi la méthode n'est-elle pas moins nécessaire pour appliquer la science que pour la fonder.

Dans les deux cas, son essence, ses procédés sont les mêmes ; mais dans le dernier on ne saurait généralement se dispenser de les employer dans leur intégralité.

Ce n'est que par la méthode complète que l'on peut atteindre au résultat suivant : déterminer les lois des phénomènes et leurs applications, de telle sorte qu'ils soient acceptés sans conteste par tous ceux qui les connaissent et qui les comprennent.

Il en est ainsi de la loi de la pesanteur et de son application au plan incliné. Il n'en est pas de même pour certaines lois économiques qui, faute d'un critérium fourni par la méthode, sont l'objet de discussions sans fin.

Il s'agit maintenant, Messieurs, de définir ce critérium, ou mieux d'exposer les éléments de la méthode à employer pour la recherche et l'application des lois économiques.

Le premier de ces éléments est bien connu : c'est l'*observation*. Les sciences reposent sur l'observation des faits. Cela nous paraît un axiôme aujourd'hui, et pourtant il est loin d'en avoir été toujours ainsi. Non seulement l'observation n'a pas été constamment en honneur, mais elle a été souvent, elle est demeurée longtemps répudiée, proscrite. Socrate considérait que l'astronomie appartenait à la classe des phénomènes divins où la recherche humaine est insensée, inutile et impie. Vésale se plaignait amèrement de la défense qui était faite de disséquer les cadavres humains. Il l'osa un jour, en Espagne ; il fut dénoncé à l'Inquisition et il n'échappa à une condamnation terrible que par la protection de Philippe II et la promesse d'accomplir un pèlerinage en Terre-Sainte.

Nous n'en sommes plus là. Adam Smith et les économistes célèbrent la méthode d'observation et ils l'appellent *la méthode expérimentale*.

Là est l'erreur. L'observation est bien un des éléments de la méthode expérimentale, telle que je vais l'exposer devant vous ; elle n'est pas la méthode expérimentale tout entière.

L'observation ne suffit pas en économie politique, en politique, pour donner le critérium du vrai. Elle suffit à l'astronome, qui n'étudie que des phénomènes de nombre, d'étendue et de mouvement. Mais quand les phénomènes sont très complexes, l'observateur, même le plus sagace, est exposé à considérer comme corrélatifs des faits qui ne sont que concomitants. Il conclut trop souvent d'après la formule *post hoc, ergo propter hoc*.

Et ce n'est pas seulement la complexité des phénomènes qui est pour lui un obstacle ; c'est encore son propre état mental. Combien de fois n'avons-nous pas vu deux observateurs, en présence des mêmes

faits, définir d'une façon toute différente, toute contraire, les relations de causalité?

L'économie politique n'en fournit-elle pas une preuve éclatante par les discussions sans résultat qu'a soulevées et que soulève encore le libre-échange? Ici, pourtant, l'observation est aidée par un puissant auxiliaire : la statistique; les faits observés sont susceptibles de se traduire par des nombres. C'est ainsi qu'en comparant la moyenne annuelle de nos exportations dans les cinq années qui ont précédé le traité de commerce de 1860 à la moyenne annuelle durant les cinq années qui l'ont suivi, on trouve, en faveur de la dernière, une différence de 670 millions de francs. Malgré cela, depuis les tournois oratoires entre M. Rouher et M. Thiers, la question n'a pas fait un pas, ou plutôt elle en a fait un, et un grand, en sens contraire.

Donc l'observation, aidée même de la statistique, est impuissante à démontrer la vérité. Il est nécessaire d'en compléter les données en utilisant un autre procédé de la science.

Ce procédé, c'est *l'expérimentation,* l'expérimentation qui est d'autant plus indispensable pour établir le déterminisme des phénomènes, qu'ils font partie d'un ordre de choses plus compliqué. Sans l'expérimentation, la physique, la chimie, la biologie n'existeraient pas. Lavoisier l'a donnée pour base à la chimie par ses immortelles expériences sur la composition de l'eau; il a créé la science en créant la méthode. Claude Bernard a tracé, avec toute l'ampleur de son génie, les caractères et le mécanisme de la physiologie expérimentale. Pasteur l'a appliquée à son expérience célèbre des trois poules, qui montre mieux qu'aucun raisonnement comment se découvre et se démontre la vérité.

La bactéridie charbonneuse est mortelle aux troupeaux et à l'homme et n'atteint jamais les poules. Pensant que cette immunité est due à la différence de température qui existe entre le sang des poules, dont la chaleur n'est jamais inférieure à 42 degrés, et le sang des moutons, qui a de 36 à 38 degrés, Pasteur prend trois poules offrant des conditions identiques de vigueur et de santé. A la première, il inocule des bactéridies très virulentes; elle ne meurt pas. Il met les pattes de la deuxième poule dans l'eau froide : aussitôt que le sang s'est refroidi à 35 degrés, il fait l'inoculation; la poule meurt. Enfin, après avoir refroidi la troisième poule comme la deuxième, et lui avoir inoculé les mêmes bactéridies, il la retire du bain aussitôt que se manifestent les symptômes du charbon; il la réchauffe dans une étuve; la poule revient à la santé.

Le critérium du vrai est établi ici d'après cette règle de Bacon : la

cause existant, l'effet se produit; la cause étant supprimée, l'effet disparaît; la cause variant, l'effet varie.

On ne conçoit pas comment on peut demander à une autre méthode la recherche et la démonstration des lois naturelles et de leurs applications. On le conçoit encore moins lorsqu'il s'agit de politique ou d'économie politique, c'est-à-dire de domaines si complexes, tant au point de vue de la science pure qu'au point de vue de l'art.

Avant de rechercher comment la méthode expérimentale peut recevoir et a reçu son application en matière économique, je dois achever, Messieurs, de vous en exposer le mécanisme.

Si l'observation ne constitue pas toute la méthode pour les sciences, telles que la chimie et la biologie, l'observation et l'expérimentation réunies ne la constituent pas non plus pour les sciences plus élevées et leurs applications, telles que l'économie politique, la sociologie. Un troisième facteur doit intervenir. Je vais vous expliquer pourquoi.

On peut dire qu'on n'institue pas des expériences sur des groupes humains comme sur des animaux *in animâ vili*. Mais ce n'est qu'une raison de sentiment; il en existe une d'ordre supérieur.

Claude Bernard insiste beaucoup sur ce fait que les êtres vivent dans un double milieu. Ce n'est qu'en passant dans le milieu intérieur que les influences du milieu extérieur peuvent nous atteindre. Le milieu cosmique général est commun aux corps vivants et aux corps bruts; mais le milieu intérieur, le *milieu physiologique,* créé par l'organisme, est spécial à chaque être vivant.

Claude Bernard revendique la priorité de cette distinction. De mon côté, je revendique la priorité d'une distinction analogue. S'il y a pour les êtres vivants deux milieux, il en existe trois pour les sociétés humaines : le milieu cosmique, le milieu physiologique et un troisième milieu consistant dans l'ensemble des opinions dont la plupart nous ont été léguées : le milieu cérébral ou le milieu intellectuel. De même que les cellules vivantes de notre corps ne subissent les conditions extérieures qu'à travers les blastèmes et les plasmas du milieu physiologique, de même les individus qui composent une société ne sont atteints qu'à travers le milieu intellectuel. C'est par ce milieu que les citoyens d'une nation réagissent les uns sur les autres et sur la nation entière. Aussi la méthode exige-t-elle en sociologie une condition qui est indifférente en physiologie : c'est la volonté des unités associées, c'est leur *assentiment* à toute réforme modifiant leur existence individuelle ou collective.

Les gouvernements despotiques, aussi bien que les gouvernements révolutionnaires, méconnaissent cette troisième condition, lorsqu'ils cherchent à imposer leur volonté sans tenir compte de l'état mental

des populations, sans prévoir les résistances que cet état mental suscitera de manière à annuler leurs efforts.

En résumé, la méthode expérimentale comprend trois éléments qui sont en rapport avec les milieux : l'observation, l'expérimentation, l'assentiment[1].

Sortons du champ de l'abstraction pour entrer dans celui de l'application pratique. Cette application peut se faire sans difficulté; elle a été faite maintes fois, non pas de la façon systématique que nous indiquons ici, mais d'une façon spontanée, inconsciente parfois, dans des circonstances qui ne se présentent pas partout. Elle a été faite pourtant, et, à cet égard, l'observation des peuples contemporains, l'histoire elle-même, sont pleines d'enseignements.

Dans les pays soumis au régine fédératif, tels que les États-Unis, la Suisse, le Royaume-Uni de Grande-Bretagne et d'Irlande, l'expérimentation est tout naturellement employée.

Aux États-Unis, depuis l'État (on en compte trente-huit dans l'Union américaine) jusqu'au district scolaire, il existe un nombre considérable de circonscriptions autonomes pour les intérêts qui les concernent. Qu'une de ces circonscriptions adopte une institution nouvelle, par la libre volonté des citoyens; que l'expérience ainsi réalisée mette en lumière les avantages de cette institution, les régions voisines ne tarderont pas à suivre à l'envi son exemple, et, de proche en proche, la réforme s'étendra au pays entier, sans rencontrer les résistances qu'elle eût eu à vaincre, dont elle n'eût pu triompher peut-être, si un pouvoir central avait tenté de l'imposer contre le gré des populations.

La même concurrence politique s'exerce d'après les même procédés entre les vingt-cinq cantons ou demi-cantons de la Suisse. Le *referendum* facultatif ou obligatoire a pour effet de tenir compte de l'état mental des électeurs qui, sans doute, peuvent quelquefois faire ajourner une bonne loi. Mais aucune loi n'est bonne, si elle n'est comprise, acceptée, désirée même par les citoyens.

La *législation comparée* et la *législation temporaire* sont deux formes de la méthode expérimentale dans le Royaume-Uni. Les membres écossais du Parlement désirent une loi pour leur province; les membres anglais ne s'en soucient pas pour l'Angleterre; la loi est votée pour l'Écosse seule. Si les résultats de l'expérience se montrent satisfaisants, la loi est étendue à l'Angleterre et à l'Irlande. La réciproque est vraie. Un exemple : En 1870 un acte du Parlement pour

1. Voir *la Politique expérimentale*. (Bibliothèque des sciences contemporaines. Reinwald, éditeur.)

l'Angleterre et l'Irlande améliora, au point de vue de la propriété, la situation de la femme mariée. Après un essai de sept ans fait sur ces deux provinces, l'Écosse voulut avoir, en 1877, une loi semblable à celle de 1870. En 1881, elle la rendit plus libérale, et, en 1882, l'Angleterre et l'Irlande furent dotées des nouvelles dispositions écossaises.

Quant à la législation temporaire, elle est constamment en usage de l'autre côté du détroit, où l'on ne croit pas qu'il soit possible de légiférer pour l'éternité. Ainsi le *Ballot Act*, qui introduisit, en 1872, le vote écrit et secret à la place du vote verbal et public, ne fut édicté que jusqu'au 31 décembre 1880. A cette époque seulement il est devenu définitif.

C'est grâce à la méthode expérimentale, c'est par la législation séparée que le Royaume-Uni a réalisé en partie et est en train de réaliser entièrement une des réformes les plus difficiles, et qui présente en ce pays des difficultés plus grandes qu'ailleurs. Je veux parler de la séparation de l'Église et de l'État. Le désétablissement de l'Église a eu lieu, à partir de 1849, dans les colonies australiennes; en 1854, au Canada; à diverses époques, à la Jamaïque et dans les îles des Indes occidentales; en 1869, en Irlande. Suivant des prévisions que permettent les derniers discours de M. Gladstone, il s'accomplira successivement en Écosse et dans le pays de Galles; la dernière forteresse, la plus résistante de toutes, l'Angleterre proprement dite, ne sera emportée d'assaut qu'après que les expériences faites dans les autres provinces auront suscité un mouvement irrésistible de l'opinion.

J'ai parlé de l'histoire. Au siècle dernier on voit la méthode expérimentale appliquée sous l'initiative de Turgot. Le rétablissement des assemblées provinciales est mis à l'essai dans les provinces de Haute-Guyenne et de Berri; la conversion de la corvée en nature en prestation en argent, après s'être introduite dans plusieurs provinces, est essayée pendant trois ans sur toute l'étendue du royaume. La liberté du commerce des grains existait à l'intérieur depuis 1774; un édit de 1787 déclare que l'exportation au dehors ne sera suspendue que pour les provinces dont l'assemblée en fera la demande et sans que cette défense puisse excéder le terme d'une année.

Voilà la doctrine; voilà les faits qui la justifient. Il ne me reste, messieurs, qu'à indiquer les applications de la méthode expérimentale en matière économique.

Je ne veux point parler de la production, de la consommation, ou de la répartition de la richesse, en ce qui concerne les particuliers. Ceux-ci ont sans cesse recours à la méthode expérimentale pour diminuer leurs risques. Avant de modifier l'organisation du travail

dans l'ensemble de son usine, le manufacturier essaie d'abord la modification sur un des ateliers qui la composent.

Cette conscience des risques à éviter n'existe pas au même degré chez le législateur pour les faits économiques dans lesquels l'État intervient. C'est de ceux-ci dont je m'occupe.

Ces faits ne laissent pas que d'être nombreux; pour ne pas fatiguer votre attention, messieurs, je me bornerai à en citer quelques-uns.

Existe-t-il une question plus délicate que celle de la création ou de la transformation de l'impôt? S'agit-il d'opérer un remaniement, si faible qu'il soit, pour le pays entier, ne se heurte-t-on pas à des objections insurmontables? Il est dangereux, dit-on, de toucher à une recette connue, en vue d'une recette aléatoire. On mécontentera les contribuables surtaxés sans gagner la reconnaissance de ceux dont on allégera les charges. Ces objections et d'autres sont une pierre d'achoppement pour les meilleurs projets. La crainte d'un trop grand risque paralyse toute initiative. On n'aboutit à rien. La difficulté excède la puissance du régime parlementaire; les traités de 1860 ont pu sortir d'un gouvernement absolu; il eût été impossible de les conclure aujourd'hui.

Je ne me plains pas de ce que dans la Constitution actuelle on ne puisse changer le système des impôts contrairement à l'avis des contribuables qui ne veulent pas de la transformation; je me plains de ce que cette transformation ne puisse être accordée à ceux qui la veulent. En 1788, la paroisse d'Auteuil-les-Paris réclamait dans ses cahiers le droit d'établir à son gré l'assiette et la répartition de l'impôt royal, sauf à verser directement tous les trois mois la recette au trésor. Je demande que l'on fasse, avec l'assentiment des populations intéressées, ce que réclamait si justement la paroisse d'Auteuil.

M. Yves Guyot le demande aussi dans son projet sur la suppression des octrois. Voilà un impôt mauvais pour des raisons mille fois répétées. Ceux qui n'hésitent pas à le condamner en appuient le maintien, à cause de la difficulté de lui en substituer un autre. Pourquoi ne pas laisser les communes à octroi faire l'essai de cette substitution? Si l'expérience tentée à Toulouse réussit, Bordeaux suivra l'exemple; si elle échoue, Bordeaux cherchera autre chose.

Les plus prudents peuvent demander comme tempérament à cette liberté que l'essai soit limité dans sa durée et que le principe en soit contrôlé par le Parlement. Celui-ci aurait à examiner, avec l'esprit de tolérance qui anime le Parlement britannique, non pas si cet essai est manifestement bon, puisque le temps en doit décider, mais s'il n'est pas manifestement trop mauvais pour être autorisé, même à titre d'expérience locale.

L'impôt sur le capital est une forme de contribution dont l'expérimentation a été faite dans le système de la législation séparée, par les États-Unis d'Amérique, et par plusieurs cantons de la Suisse. Il est préconisé, non sans raison, par un certain nombre d'économistes; plusieurs le considèrent comme destiné à remplacer les taxes d'octroi. Quel moyen peut-on concevoir de vérifier cette théorie et de la faire accepter, en dehors de la méthode expérimentale?

Transmettre la propriété avec facilité et économie, réaliser sans frais et pour un temps aussi court qu'on le désire, un emprunt hypothécaire; voilà encore des questions qui préoccupent les économistes et dont la solution se fait toujours attendre. La loi Torrens, que M. Yves Guyot, le premier, a fait connaître en France, a résolu le problème, grâce à la méthode expérimentale. Elle a pris naissance en Australie, et si, par suite de la constitution politique de ce pays, M. Torrens avait dû en demander tout d'abord l'application au continent entier, elle serait encore à naître. Promulguée en 1858 dans l'Australie méridionale, elle était adoptée par Queensland en 1861; par Victoria et par la Nouvelle-Galles en 1862, par l'Australie occidentale en 1874. En dehors de l'Australie, la Tasmanie se l'est appropriée en 1863; la Nouvelle-Zélande et la Colombie britannique en 1870. Elle est en vigueur dans l'État d'Iowa aux États-Unis; nous l'avons imitée en Tunisie, et l'Algérie ne tardera pas à suivre l'exemple.

Rien n'est plus important au point de vue économique et social que la possession du domicile. Cette petite propriété qui exerce une influence si salutaire sur la dignité des individus et sur la stabilité des familles, est peut-être de toutes la plus difficile à acquérir. Aussi est-il désirable de la soustraire, autant que possible, aux mauvaises chances qui peuvent détruire l'effort accompli. Les États-Unis y sont parvenus par une loi connue sous le nom de loi de *homestead*. Inaugurée dans un des États de l'Union, cette loi a fait boule de neige; j'ai constaté moi-même, quand j'ai visité l'Amérique, que trente-deux États en avaient fait successivement l'expérience; que quinze d'entre eux en avaient inscrit le principe dans leur constitution, et, dès mon retour en Europe, j'ai pensé que cet exemple d'imitation spontanée, ce triomphe de la législation séparée, méritait d'être porté à la connaissance des économistes et des politiques.

Je me bornerai, Messieurs, à vous signaler une dernière application économique de la méthode expérimentale, et elle n'est pas la moins importante. Vous savez bien que sur la question du libre-échange, le désaccord s'accentue bien plus que l'entente ne se fait. Il y a à cet égard plus de terrain perdu que gagné. Un de nos plus savants économistes, avec lequel j'en causais récemment, me déclarait

avec quelque mélancolie, qu'à son avis les vérités proclamées sur ce point par l'économie politique ne seraient pas acceptées avant deux cents ans. Je partagerais peut-être cette désespérance, si le remède au mal ne me paraissait clairement indiqué par tous les faits que je viens de citer.

Sans doute, jamais le Parlement ne réussira à satisfaire en même temps ceux qui réclament la protection et ceux qui veulent le libre-échange. Pourquoi ne les contenterait-il pas séparément?

Il y a peu d'années, toute une région du Midi de la France était libre-échangiste. On trouverait encore un groupe de départements contigus, confinant par une de ses limites à la mer, dans lequel la liberté du commerce serait désirée par l'opinion. Pourquoi ne pas reculer la ligne des douanes sur le pourtour intérieur de ce groupe en le plaçant dans la situation qu'occupent dans l'Empire allemand les territoires francs de Brême et de Hambourg? Dans cette zone restreinte, les résultats seraient facilement appréciables au bout de peu d'années. Si la région était appauvrie, elle se plaindrait avec une vivacité telle qu'il faudrait revenir à l'ancien état de choses; si elle était enrichie, d'autres s'empresseraient à l'envi de l'imiter.

J'aurais fini, Messieurs, si je ne voulais répondre en quelques mots à une objection, fort banale, sans doute, mais que je ne puis complètement dédaigner. C'est celle qui invoque l'unité nationale. C'est là un lieu commun qui ne peut manquer de servir d'épouvantail.

L'unité nationale n'est pas plus compromise par l'emploi de la méthode expérimentale que ne l'est l'unité de l'usine par le métallurgiste qui, voulant essayer un appareil ou un procédé nouveau, préfère une expérience partielle au système qui consisterait à détruire et à reconstruire son usine, ou à en modifier le fonctionnement sur une simple hypothèse. L'unité nationale n'est pas plus compromise que ne l'est l'unité du service dans une salle d'hôpital par le médecin, qui n'expérimente pas en même temps un traitement nouveau sur tous les malades atteints de la même maladie.

Cette objection sur laquelle je ne veux pas trop insister résulte d'une confusion regrettable. On confond l'unité avec l'uniformité. Ce sont deux termes dissemblables. La tribu sauvage est uniforme. Aussi, lorsqu'elle devient trop nombreuse pour son territoire de chasse ou de pêche, se divise-t-elle; un jeune essaim va se fixer ailleurs, et la tribu-mère ne se ressent nullement de cette amputation, car ceux qui s'en vont accomplissaient exactement la même besogne que ceux qui restent.

Plus une nation est civilisée, moins les parties en sont uniformes; plus elles sont différenciées et en même temps solidaires entre elles;

la région qui fabrique des tissus ne saurait se passer de celle qui construit des machines, ni celle-ci de la région qui produit le fer ou la houille.

Partout et toujours la solidarité résulte de la diversité. C'est la solidarité qui fait l'unité, et l'uniformité la menace. L'objection tirée de l'unité nationale est donc une objection sans valeur.

Je résume, Messieurs ; je vous ai exposé quels sont les trois éléments de la méthode expérimentale. Cette méthode ne consiste pas uniquement, comme on l'a cru, comme on le croit encore, dans l'observation seule. Elle comprend en matière économique et politique deux autres conditions, exigées par la complexité des phénomènes et par l'état mental des populations. Ces deux conditions sont l'expérimentation et l'assentiment.

Ainsi comprise, la méthode expérimentale est justifiée par l'histoire et par l'observation comparée des peuples libres.

Appliquée, comme je l'ai dit, elle peut seule résoudre dans notre pays des problèmes qu'on agite sans cesse, et dont la solution se fait toujours attendre.

M. Charles GRAD,

Député au Reichstag allemand, au Logelbach (Alsace).

L'ALCOOL EN ALLEMAGNE, SA PRODUCTION, SON COMMERCE, SES IMPOTS.

— Séance du 23 septembre 1887. —

A la suite de débats prolongés, le Reichstag allemand vient d'élever considérablement l'impôt sur l'eau-de-vie. Cette augmentation d'impôt a eu pour but tout à la fois d'augmenter les ressources du trésor de l'empire et de réduire dans la mesure possible la consommation excessive de l'alcool. Également importante pour l'hygiène et la morale, comme au point de vue des finances publiques, la question de l'alcool fixe l'attention des hommes d'État et des économistes dans tous les pays de l'Europe. Le débat engagé, dans la section d'économie politique du Congrès de l'Association pour l'avancement des Sciences sur l'impôt des boissons, m'engage à appporter dans cette discussion quelques détails sur la production et le commerce de

l'eau-de-vie en Allemagne à propos de la nouvelle loi fiscale promulguée à Berlin. Un intérêt d'actualité s'attache à cet aperçu au point de vue des projets d'impôts à l'ordre du jour devant les Chambres françaises.

I. — Production et commerce.

Et d'abord la production de l'alcool dans l'empire allemand dépasse de beaucoup la consommation indigène, quoique cette consommation ne soit aussi élévée dans aucun autre pays. Ce sont les céréales et surtout la pomme de terre qui servent à la fabrication; la distillation des fruits à pépins et à noyaux a relativement peu d'importance. Aussi cette industrie s'est développée dans les provinces du Nord et de l'Est beaucoup plus que dans celle du Sud et de l'Ouest. Ses procédés très perfectionnés sont à la hauteur de tous les progrès connus. dans les grandes distilleries de la Prusse et des états du Nord. Dans les états du Sud, en Bavière, dans le Wurtemberg et sur les bords du Rhin, on ne voit guère que des bouilleurs de crû, dont la production est beaucoup plus faible. Cette différence de situation a eu pour résultat de réunir les États du Nord dans une communauté pour l'impôt de l'eau-de-vie, *Brandweinsteuergemeinschaft,* dont Baden, le Wurtemberg et la Bavière sont restés exclus jusque dans les derniers temps, avant l'application du nouvel impôt d'empire.

Nous connaissons assez exactement la production de l'alcool dans la communauté de l'impôt. Dans les États du Sud, exclus de cette communauté en vertu de leurs droits réservés dans la constitution de l'empire, la statistique officielle se borne à indiquer à peu près le nombre de distilleries exploitées, suivant la nature des matières qu'elles emploient, sans évaluer la quantité des produits. D'après un document annexe joint à l'exposé des motifs du projet de loi présenté au Reichstag le 5 mai 1887, touchant l'imposition de l'eau-de-vie, les distilleries existant en 1885 dans l'empire allemand se répartissent entre les différents pays comme suit :

Distilleries en Allemagne en 1886.

	NOMBRE DE DISTILLERIES		EMPLOYANT DES MATIÈRES	
	existant	en exploitation.	farineuses	non farineuses.
Prusse	8.499	7.389	5.988	1.401
Saxe	676	629	621	8
Hesse	665	412	240	172
Mecklenbourg	55	50	50	—
États de Thuringe	72	56	55	1
Oldenburg	41	35	35	—
Brunswick	43	38	36	2
Anhalt	45	40	38	2
Lubeck	2	2	2	—
Alsace-Lorraine	30.304	25.241	119	25.122
États de la communauté	40.442	33.892	7.184	26.703
Bavière	?	6.492	1.990	4.502
Wurtemberg	14.314	9.272	2.435	5.837
Baden	28.230	—	—	—

Ce tableau montre à première vue que les distillateurs de matières non farineuses sont tous bouilleurs de crû. En Prusse, c'est la province du Rhin qui renferme presque tous les petits bouilleurs du royaume, tandis que les grandes distilleries sont concentrées dans les provinces de Brandebourg, de Posen, de Silésie, de Poméranie. Dans la *communauté de l'impôt,* les grandes distilleries ont travaillé ensemble pendant les exercices 1881 à 1886 :

EXERCICES	POMMES DE TERRE		CÉRÉALES ET FÉCULE	
	hectolitres.	quintaux mét.	hectolitres	quintaux mét.
1881-82	2.452.668	27.103.825	438.546	3.779.595
1882-83	2.246.859	22.234.258	389.620	3.293.319
1883-84	2.567.531	23.104.302	383 253	3.777 266
1884-85	2.487.466	24.631.474	343.360	3.406.403
1885-86	2.370.707	29.095.417	256.024	3.711.582

Pour l'évaluation de la production, l'administration du fisc admet un rendement moyen de 8 litres d'alcool pur par hectolitre de ma-

tières farineuses mises en trempe. L'impôt de fabrication étant prélevé à raison de 25 et 30 pfennigs par mesure de 22,9 litres, sur la quantité de matière mise en trempe, le fisc est tenu à fixer cette quantité qui s'est élevée de 43,681,973 hectolitres pour l'exercice de 1880-81 à 49,879,722 hectolitres en 1885-86. Par suite, on a la production et la consommation dans le ressort de la *Reichssteuergemeinschaft :*

Production et consommation en hectolitres d'alcool pur.

	1881-1882	1882-1883	1883-1884	1884-1885	1885-1886
Production indigène.....	3.913.175	3.597.361	3.733.063	3.815.497	4.013.977
Dont sur matières non farineuses	19.900	12.000	19.000	14.900	23.600
Importation de l'étranger.....	24.972	25.712	25.489	62.819	20.680
Id. des Etats du Sud..	4.601	4.561	4.372	4.945	4.081
Ensemble hectolitres.....	3.942.749	3.627.634	3.762.924	3.883.261	4.038.668
A déduire pour exportation....	1.002.724	820.731	789.450	766.218	975.514
Id. pour emploi industriels.	8.109.110	129.982	158.249	144.079	163.224
Reste pour consommation	2.830.915	2.676.921	2.815.225	2.972.965	2.999.914

Ainsi, pendant les cinq exercices en question, la production de l'alcool pur à 100° de Tralles dans l'empire allemand, moins la Bavière, le Wurtemberg et Baden, a été en moyenne de 3,814,615 hectolitres par an, y compris 16,850 hectolitres provenant de matières non farineuses, production des bouilleurs de crû ; elle s'élèverait même à 5 millions d'hectolitres selon M. Richter, parce que le rendement des matières mises en trempe atteint de 8 à 9,5 % dans les distilleries perfectionnées! Déduction faite de l'alcool dénaturé pour emplois industriels et en tenant compte de l'importation et de l'exportation, il reste pour la consommation réelle des états de la communauté de l'impôt une quantité moyenne de 2,839,192 hectolitres par année. Comme la population des états de la communauté de l'eau-de-vie était de 37,082,290 habitants, au recensement du 1er décembre 1881, la consommation annuelle par tête d'habitant aurait été 7,6 litres d'alcool pur en moyenne, pendant la période des cinq années en question. La consommation moyenne pour tout l'empire, dont la population totale à la même date s'élevait à 46,855,704 habitants, est sensiblement moindre. Dans l'Allemagne du Sud, la fabrication de l'alcool n'est pas exploitée comme grande industrie. On y boit plus

de bière que d'eau-de-vie et la culture de la vigne a quelques développement, notamment en Alsace-Lorraine, dans le Wurtemberg, le pays de Baden, le Palatinat bavarois et le bassin de la Moselle. La superficie cultivée en vigne atteint pour toute l'Allemagne, d'après les relevés faits en 1883, environ 134,618 hectares, soit 2,5 ⁰⁰/₀₀ du territoire de l'empire. L'Alsace-Lorraine tient le premier rang pour la viticulture avec 32,686 hectares en vignes : après elle viennent la Bavière avec 23,847 hectares, le Wurtemberg avec 23,357, le pays de Baden avec 21,624, la Prusse rhénane avec 13,171 et la Hesse avec 13,171, etc. En ce qui concerne la bière, les statistiques officielles indiquent une production totale de 41,837,000 hectolitres pendant l'exercice du 1er avril 1885 au 31 mars 1886, entre 33,545,000 hectolitres pour l'exercice annuel correspondant de 1872. Déduction faite de l'exportation qui s'est élevée de 296,000 hectolitres en 1872 à 1,211,000 hectolitres en 1885, la consommation moyenne par tête d'habitant équivaut à 88 litres par habitant et par année pendant cette période pour toute l'Allemagne. Dans la Bavière considérée isolément, cette consommation est bien plus forte encore.

Ce sont les conditions du sol et du climat qui ont déterminé le développement de la fabrication de l'alcool dans l'Allemagne du Nord. Le sol sablonneux de cette région se prête le mieux à la culture de la pomme de terre et la pomme de terre donne le plus de profit par la distillation combinée avec l'emploi des résidus pour la nourriture du bétail. Ainsi la distillation est devenue naturellement une industrie agricole, accessoire nécessaire d'une bonne exploitation des grands domaines ruraux. Dans les provinces du nord et de l'est de l'Allemagne, les grands domaines prédominent encore sur la petite propriété. De là la création de nombreuses distilleries agricoles, formant une classe intermédiaire entre les grandes distilleries industrielles, qui achètent leurs matières premières, et les petits bouilleurs de crû des pays viticoles. Depuis quarante ans les distilleries agricoles de la classe moyenne ont beaucoup diminué devant la concurrence ruineuse des grandes distilleries industrielles, favorisées par le régime fiscal en vigueur. C'est ce qui ressort du relevé fait de dix ans en dix ans des distilleries en exploitations dans les sept provinces orientales de la Prusse, relevé dressé d'après l'impôt payé par chaque classe :

Les distilleries en Prusse de 1845 à 1886.

ANNÉES	NOMBRE DE DISTILLERIES PAYANT UN DROIT DE FABRICATION DE :				PRODUIT DE L'IMPOT EN MARCS	
	150 à 1,500 M.	1,500 à 15,000 M.	plus de 15,000 M.	50 Marcs et plus.	TOTAL.	sur distil. agr.
1845....	2.776	1.887	115	4.778	13.527.398	593.217
1854....	1.562	2.036	123	3.721	15.189.789	465.558
1864....	727	2.160	529	3.416	28:922.307	970.989
1874....	471	1.815	1.011	3.297	39.365.220	593.775
1884....	443	1.699	1.209	3.351	44.803.787	386.331
1886....	414	1.487	1.452	3.353	50.323.987	377.186

Dans les sept provinces prussiennes auxquelles se rapportent ces chiffres, le nombre des distilleries agricoles a diminué dans la proportion de un à six, tandis que la production des distilleries industrielles a triplé. En partie, ce résultat est dû à la baisse de prix des céréales sur le marché allemand. Devenue moins rémunératrice, la culture des céréales s'est restreinte pour amener une plus grande production des pommes de terre, dont la consommation pour les distilleries s'est élevée brusquement, à partir de 1881, de 19 à 28 millions de quintaux métriques. Non seulement les grandes distilleries ont réduit le nombre des distilleries agricoles en Prusse, mais leur concurrence se fait sentir dans toute l'Allemagne. Tirant de la distillerie des pommes de terre un rendement supérieur à la proportion de 8 % des matières en trempe, qui sert de base à l'impôt de fabrication, *Maischbottigsteuer*, ces distilleries industrielles abaissent par ce fait le prix de revient et peuvent vendre leur produit à des prix plus bas, sans compter que le remboursement de l'impôt à l'exportation sur la base d'un rendement de 8 % leur constitue un autre avantage. Le rendement atteint d'ailleurs son minimum chez les petits bouilleurs de crû, qui continuent à opérer la distillation des marcs de raisins, de la lie de vin, des fruits à pépins et à noyaux en quantité insignifiante, avec des alambics de construction primitive.

Lors de l'incorporation de l'Alsace-Lorraine dans le *Reichssteuergebiet*, par décret du 16 mai 1873, l'administration des contributions indirectes pensait que l'impôt sur la fabrication aurait pour effet de faire remplacer les alambics des petits bouilleurs par des distilleries perfectionnées pour mettre en œuvre les fruits, la lie de vin et les marcs de raisins d'une ou de plusieurs communes. Une circulaire du

directeur des contributions indirectes à Strasbourg célèbre les avantages de la loi allemande de 1868 comme devant diminuer, « d'une manière sensible, le nombre des petits bouilleurs de crû », résultat dont les viticulteurs devaient être satisfaits, parce qu'ils vendraient leurs produits à des prix deux ou trois fois plus élevés. Le nombre des distilleries, ou plutôt celui des alambics en activité s'est bien réduit de 24,410 à 21,797 dans l'intervalle des quinze dernières années, mais non pour le perfectionnement de l'industrie. Beaucoup de petits bouilleurs qui distillent seulement l'eau-de-vie consommée dans leur ménage ont préféré briser leurs alambics et jeter au fumier leurs marcs plutôt que de payer l'impôt de fabrication. Quant au prix des eaux-de-vie de marcs, au lieu d'augmenter il s'est abaissé par suite de la concurrence des alcools du Nord, fabriqués à moins de frais. Au lieu de 100 à 150 francs payés naguère pour l'eau-de-vie de marcs, consommée sur place en majeure partie, le prix de l'alcool de pommes de terre à 80° Tralles sur les principaux marchés de la Prusse a atteint l'année dernière 46 marcs, descendant même sur la place de Hambourg à 32 marcs pour les qualités inférieures, vendues aux nègres dans les nouvelles colonies de l'Allemagne. Sous l'influence de cette baisse de l'alcool, descendu au-dessous des prix payés pour le vin, l'ivrognerie et l'alcoolisme ont fait chez nous d'effrayants progrès. La consommation, enrayée sous le régime français par un impôt plus fort, s'est élevée au quintuple dans les campagnes et dans les centres industriels. Beaucoup de familles en sont venues au point de donner à leurs enfants pour leur déjeûner un verre d'eau-de-vie au lieu de la soupe d'autrefois. C'est toujours un repas tiré de la pomme de terre, mais quelle différence dans les qualités hygiéniques! Sur la frontière des Vosges, un grand commerce de contrebande sur l'alcool s'est établi d'Alsace en France, avec des effets également déplorables pour la moralité publique. Payant la boisson moins cher, les gens en prennent naturellement davantage, au détriment de leur santé et des bonnes mœurs.

En ce qui concerne le commerce extérieur, l'exportation de l'alcool allemand est connue exactement à cause du remboursement des droit de fabrication sur les quantités exportées, remboursement qui équivaut dans une certaine mesure à une véritable prime, comme M. Raffalovich vient de le montrer dans l'*Économiste français* ces derniers jours. Cette exportation, qui était seulement de 399,773 hectolitres en 1875, a atteint 1,002,724 hectolitres en 1881, et s'élève encore à 975,510 hectolitres pour l'exercice du 1er avril 1885 au 31 mars 1886. L'Espagne figure au premier rang parmi les pays acheteurs de l'alcool allemand ; après elle viennent la France, la Suisse,

l'Italie, l'Angleterre. A elle seule, l'Espagne a importé d'Allemagne 51,040 tonnes, soit 510,400 hectolitres d'alcool pur pendant l'année 1885, contre 6,020 hectolitres seulement en 1880 : la progression étant de 99,260 kectolitres en 1881, de 189,410 en 1882, de 249,150 en 1883, de 353,060 en 1884. Tout le monde sait que ces quantités énormes d'alcool ne sont pas absorbées par les Espagnols, dont la sobriété reste exemplaire. Par contre, l'alcool allemand sert au vinage, à élever le degré de force des vins d'Espagne. Achetés par les industriels des bords de la Gironde, ces vins s'allongent sous forme de coupages et de mixtures diverses, bien étendues d'eau, pour être vendus comme crûs du Médoc, au lieu de passer aux amateurs sous l'étiquette plus véridique de gasconnade artificielle.

II. — Impôts perçus et revenu fiscal.

Depuis le 1er octobre 1887, l'alcool est soumis en Allemagne à un impôt nouveau perçu en sus de l'ancien droit de fabrication. Ensemble, l'ancien droit de fabrication et le nouvel impôt sur la consommation de l'eau-de-vie assurent au Trésor public un revenu annuel de 150 millions de marcs au moins, suffisant pour rétablir l'équilibre dans les finances de l'Empire. L'ancien droit de fabrication est perçu en vertu d'une loi du 8 juillet 1868 et donnant pendant la période décennale de 1876 à 1885 une recette nette de 46,918,750 marcs par année en moyenne. Sous l'influence du remboursement à l'exportation d'un droit calculé sur la base d'un rendement de 8 % des matières mises en trempe, la recette nette sur la fabrication de l'eau-de-vie est descendue graduellement au montant minime de 38 millions de marcs. Cette diminution aurait nécessité à elle seule une revision de l'impôt, pour tirer de l'alcool un revenu plus élevé. Aussi bien le gouvernement impérial pensa un moment à remplacer le droit de fabrication par le monopole de la vente au profit de l'État. Ce projet de monopole ayant été repoussé par le Reichstag, sans espoir d'être présenté avec chance de succès dans un avenir prochain, le prince de Bismarck a eu recours à un impôt de consommation adopté par les corps législatifs de l'Empire et qui doit procurer un revenu annuel de 100 millions, en même temps qu'il réduira l'usage abusif de l'eau-de-vie dans la mesure possible.

L'impôt de consommation maintenant en vigueur en Allemagne atteint 50 marcs par hectolitre d'alcool pur à 1,000 de Tralles, pour une quantité correspondant à 4,5 litres par habitant. Au-delà du contingent correspondant à la moyenne de 4,5 litre par habitant, la contribution à payer s'élèvera à 70 marcs pour chaque hectolitre con-

sommé en plus. En même temps, les droits d'entrée sur les eaux-de-vie importées de l'étranger-ont été portés à 125 marcs par 100 kilogrammes pour le cognac, le rhum et l'arack en tonneaux; pour tous les autres liquides alcooliques à 180 mars. De même toutes les provisions d'alcool existant sur le territoire allemand, au moment où le droit de consommation est entré en vigueur, ont dû acquitter une taxe de 30 marcs par hectolitre d'alcool pur. Reste affranchi du droit de consommation l'alcool exporté d'Allemagne, destiné à des emplois médicaux ou scientifiques, ou devant servir, après dénaturation à des usages industriels, au nettoyage, au chauffage et à l'éclairage. La quantité annuelle, qui peut profiter de la taxe réduite de 50 marcs par hectolitre fabriqué à l'intérieur de l'Allemagne, doit être revisée tous les trois ans afin d'être fixée à nouveau d'après le chiffre de la population au début de chaque période triennale.

Par suite de l'adoption d'une taxe inférieure et d'une taxe plus élevée pour les droits de consommation, il faut fixer le contingent que chaque distillerie peut produire ou fabriquer au minimum de 50 marcs par hectolitre. La production des bouilleurs de crû et celle des distilleries agricoles sera admise en totalité au droit minimum. Pour toutes les autres distilleries existant le 1er avril 1887, l'administration des contributions indirectes fixe la quantité admise à 50 marcs d'après la production ou en raison des droits de fabrication payés pendant les exercices de 1879 à 1885. Cette quantité est à déterminer à nouveau pour chaque établissement tous les trois ans. Une distillerie industrielle établie dans l'intervalle des trois années ou une distillerie agricole, changée en distillerie industrielle durant cet intervalle, acquitte la taxe supérieure de 70 marcs. On voit que le Reichstag allemand a voulu appliquer la taxe supérieure pour protéger contre une concurrence ruineuse des distilleries industrielles, les distilleries agricoles existantes. Or, la loi considère comme distillerie agricole, admise à la taxe inférieure, toute distillerie qui travaille exclusivement des pommes de terre ou des céréales, dont tous les résidus sont consommés par le bétail du propriétaire, qui emploie sur les terres de son domaine le fumier provenant de ce bétail.

Tandis que les distilleries industrielles auront à payer, en vertu du § 42 de la loi d'empire de 1887, une taxe supplémentaire de 20 marcs par hectolitre d'alcool pur, comme droit de fabrication, les distilleries agricoles restent soumises pour la fabrication à l'impôt dit *Maischbottigsteuer*, fixé à 1,31 marcs par contenance d'un hectolitre des cuves de fermentation pour chaque mise en trempe des matières à distiller. Pour les bouilleurs de crû ou les distillateurs de matières non farineuses, l'impôt de fabrication est la *Materialsteuer*, prélevé

par hectolitre de matière employée, à raison de 0,35 marc pour les marcs de raisin foulé; de 0,45 marc pour les baies, les fruits à pépins et leurs résidus; de 0,50 marc pour les résidus de brasserie, la levure de bière, la lie de vin comprimée et les racines de toute espèce; de 0,85 marc pour le vin ou le cidre, la lie de vin liquide et les fruits à noyau, cerises, prunes ou autres.

L'impôt doit être payé au moment où l'eau-de-vie entre dans le commerce ou à la libre disposition du propriétaire. A cet effet, les distilleries sont placées sous le contrôle du fisc, et l'alcool produit doit passer directement des appareils à distiller dans les récipients placés dans des entrepôts ou des magasins, dont les agents de l'administration des contributions tiennent les clefs. Suivant l'article 3 de la loi : « l'impôt est dû au moment où l'alcool passe du contrôle de l'administration dans la libre circulation. Il est à acquitter par celui qui obtient la faculté d'en disposer à son gré. Des termes peuvent être accordés pour le paiement moyennant caution. Si la rentrée de l'impôt ne laisse point de doute, une dispense de la caution peut être accordée. » En principe, les §§ 5 à 15 de la loi nouvelle soumettent au contrôle toutes les distilleries grandes et petites. Toutefois l'administration peut dispenser de ce contrôle, comme des installations particulières qui s'y rapportent, les bouilleurs de crû et les distilleries agricoles ne travaillent pas plus de 1,500 hectolitres de matières en trempe dans l'espace d'une année, ainsi que les établissements qui distillent exclusivement les déchets de leur brasserie. Dans ce cas, le montant de l'impôt est à fixer d'avance par le fisc pour la quantité de matière et de moût à distiller dans le temps désigné pour l'opération avec les alambics ou les appareils existants. Quiconque commet d'ailleurs une fraude relative à l'impôt de consommation est passible d'une amende quadruple du montant à payer. En cas d'impossibilité de déterminer le montant de la fraude, l'amende à appliquer s'élève de 5 à 10,000 marcs, suivant l'appréciation de l'administration.

Lors des débats du Reichstag sur l'impôt de consommation, les députés de l'Alsace-Lorraine tout particulièrement ont soutenu les pétitions des bouilleurs de crû pour obtenir la dispense de l'impôt sur l'eau-de-vie consommée dans le ménage du producteur. Tous les amendements présentés dans ce but ont été successivement rejetés à cause de la difficulté du contrôle. L'eau-de-vie consommée par les bouilleurs de crû, si minime que soit la quantité produite, reste soumise au droit commun, sans exception pour personne. Pourtant, nous l'avons vu par les tableaux ci-dessus, la quantité d'eau-de-vie de toute espèce fabriquée par les bouilleurs de crû est évaluée seulement à 16,850 hectolitres, moyenne des cinq années de 1881 à 1886, pour

un total de 26,708 alambics exploités dans l'ensemble de la *Brandveinsteuergemeinschaft,* soit 63 litres par exploitation, même en comptant les grands établissements distillant des matières non farineuses. Tout ce que nous avons pu obtenir pour les petits bouilleurs, c'est de pouvoir distiller à leur gré, sans indiquer d'avance les jours auxquels ils veulent allumer leur alambic, à condition d'indiquer au préalable dans une demande adressée à l'administration la quantité et la nature des matières à distiller. Dans ce cas, il sont obligés de tenir un registre pour l'inscription des matières mises en charge dans leur alambic et le rendement en eau-de-vie à chaque opération. Le droit de fabrication et le droit de distillation se paient ensemble d'après un tarif fixé par hectolitre des différentes matières employées. Pour l'application de la loi, le Bundesrath a émis un règlement d'administration provisoire ; *Vorlaüfige Bestimmungen zur Ausführung des Reichs-Gesetzes betreffend die Besteuerung des Branntweins,* Berlin, Drewitz, éditeur 1887.

En somme, l'impôt sur l'eau-de-vie maintenant en vigueur en Allemagne s'élève, droit de consommation et droit de fabrication pris ensemble, à 70 marcs ou 87 fr. 50 c. par hectolitre d'alcool pur, pour un contingent égal à une consommation moyenne de 4l,5 par tête d'habitant et par année. Au-delà de ce contingent, à fixer tous les trois ans, l'impôt atteint un maximum de 90 marcs ou 102 fr. 50 c., soit beaucoup moins que dans la plupart des pays voisins. D'après une étude publiée par M. Fournier de Flaix, page 466 de la *Revue scientifique* du 9 octobre 1886, les données relatives à la consommation de l'alcool dans les principaux États où existe un impôt sur l'eau-de-vie se résument comme suit :

	Consommation.	Impôt par hectolitre.	Produit de l'impôt.
France.	1,444,342 hectolitres.	156f 25	238,000,000 francs.
Allemagne. . .	2,999,934 —	15 »	38,000,000 —
Angleterre. . .	954,055 —	477 »	462,000,000 —
Russie.	2,750,000 —	328 45	617,000,000 —
Italie.	218,080 —	55 »	12,000,000 —
États-Unis. .	1,632,600 —	245 »	400,000,000 —

Notons qu'en France, d'après la statistique officielle, la consommation a dû s'élever de 356,000 hectolitres en 1881 à 1,444,242 en 1885.

III. — Influence de l'impôt sur la consommation.

Nulle part la consommation de l'alcool n'est aussi forte qu'en Allemagne. Cette consommation de l'eau-de-vie, plus élevée dans les provinces prussiennes et dans les pays voisins qu'en Russie et en Angle-

terre, tient évidemment au bas prix du produit. Avec un impôt élevé, la quantité d'alcool absorbée par les sujets de la Prusse tout particulièrement serait moindre. Le chancelier de l'empire s'est longtemps opposé cependant à augmenter les droits perçus par l'État sur cette boisson, dont l'usage immodéré est devenu un véritable fléau pour la population de l'Alsace-Lorraine depuis l'annexion. Pour décider le prince de Bismarck à présenter ses projets de loi sur l'eau-de-vie, il a fallu un besoin pressant du Trésor et le rejet successif du monopole du tabac et d'un impôt plus élevé sur la bière. Comme prétexte, sinon comme raison contre l'augmentation des droits sur l'alcool, le grand homme d'État alléguait le désir de ne pas renchérir la gorgée de boisson indispensable au pauvre. Dans une réplique donnée à la tribune du Reichstag à un député libéral, opposé à l'augmentation de l'impôt sur la bière, il motive ainsi sa sollicitude pour l'eau-de-vie : « Je ne sais si le préopinant a été souvent dans le cas de travailler au grand air, avec de grands efforts corporels, pendant de longues heures, quand des vents rudes balaient la plaine. S'il avait fait cette expérience, il m'accorderait que l'eau-de-vie est plus nécessaire que la bière à celui qui fait ce dur labeur. Jamais je n'ai vu que le paysan, quand le travail devient plus pénible, se réconforte avec de la bière de Bavière, d'abord parce qu'il n'en a pas — c'est la boisson de gens plus aisés — et puis parce qu'elle ne répond pas réellement à ses besoins. Aussi, si le préopinant avait jamais essayé de faucher un coup sur un pré, rien que dix pas de longueur, alors il ne dédaignerait une bonne gorgée d'eau-de-vie, comme en prennent nos faucheurs quand ils font cent fois plus de besogne. Dans ce cas, la bière bavaroise ne réconforte pas, elle alourdit, au contraire, au lieu d'exciter les nerfs. En outre, cette bière a le défaut, au point de vue économique, de servir à tuer beaucoup de temps. Chez nous autres, Allemands, rien ne fait perdre autant de temps que de boire de la bière. »

Malgré ce parallèle entre la valeur relative de la bière et de l'eau-de-vie, le Reichstag n'a pas voulu renchérir la consommation de la bière par un impôt plus élevé. En opportuniste avisé, le chancelier de l'empire allemand s'est résigné à accepter, à solliciter sur la consommation de l'eau-de-vie le supplément de recette qu'il n'a pu prélever sur la bière. Par une de ces contradictions du sort fréquentes en politique, l'opposition libérale qui proposait naguère de charger davantage l'alcool pour atteindre les grands propriétaires ruraux, a combattu de nouveau les droits de consommation sur l'eau-de-vie. Ces droits toutefois seront perçus désormais et s'ils contribuent à réduire la consommation de l'alcool, la morale et l'hygiène en profi-

teront autant que le trésor public. L'expérience acquise en Alsace-Lorraine nous donne la preuve du fait.

En Alsace-Lorraine, le bas prix de l'alcool après l'incorporation du pays annexé dans le *Brandweinsteuergebiet* allemand a eu pour résultat immédiat de développer dans une proportion funeste la consommation de l'eau-de-vie, le renchérissement du vin aidant. A différentes reprises, la diète provinciale, le Landesauschuss a voté des résolutions pour rétablir sur l'eau-de-vie un impôt équivalent de l'ancien impôt français, afin de combattre la consommation devenue excessive. Mais le gouvernement s'est opposé à ces résolutions par le motif que la Constitution de l'empire n'autorise pas les États particuliers de l'Allemagne, qui n'ont pas comme la Bavière et Baden les droits réservés, de prélever un impôt particulier sur l'eau-de-vie. Pourtant la défense opposée au pays, comme État de l'empire, n'existe pas pour les villes autorisées à percevoir des droits d'octroi. Les villes d'Alsace-Lorraine qui prélèvent des droits d'octroi ont décidé d'établir une taxe plus forte sur l'eau-de-vie consommée dans leur ressort. Comme la statistique de l'octroi se fait avec toute l'exactitude possible, on peut fixer d'après les droits les quantités d'eau-de-vie consommée. Or, dans ces villes, la consommation moyenne par tête d'habitant a diminué de nouveau après l'augmentation de l'octroi, de même qu'elle avait augmenté par suite de l'abolition de l'impôt français en 1873. C'est ce qui ressort du petit tableau suivant, où nous mettons en regard pour la période de 1871 à 1887, pour Strasbourg, Mulhouse et Metz, le nombre d'habitants, l'impôt perçu et la quantité d'alcool pur consommée par tête :

Impôt et consommation de l'alcool en Alsace-Lorraine.

ÉPOQUES	STRASBOURG			MULHOUSE			METZ		
	Nombre d'habitants	Alcool par tête	Impôt perçu.	Nombre d'habitants	Alcool par tête.	Impôt perçu.	Nombre d'habitants	Alcool par tête	Impôt perçu.
		litres.	fr.		litres.	fr.		litres.	fr.
1871-1872..	85.654	0.38	161 »	52.892	0.81	163 »	51.332	3.90	162 »
1874-1876..	94.306	2.07	16 »	58.463	4.16	14 »	45.856	9.20	13 »
1879-1880..	104.471	2.48	16.25	63.629	4.25	15 »	53.131	6.65	25 »
1885-1887..	112.019	1.40	75 »	69.676	2.50	62.50	53.928	5.45	25 »

L'influence de l'impôt ou du prix sur la consommation est manifeste dans ces trois villes. Dans les autres localités du pays, il en a été de même. Seulement la diminution de la quantité d'eau-de-vie consommée va moins vite que l'augmentation.

Au point de vue politique, l'augmentation des droits de consommation sur l'eau-de-vie a eu pour effet d'amener les États du sud de l'Allemagne, la Bavière, le Wurtemberg et Baden, qui avaient la faculté de régler l'impôt sur l'eau-de-vie suivant leurs convenances particulières, à renoncer à leurs droits réservés pour adopter la législation commune à tout l'empire. Avant l'augmentation de l'impôt, ces États versaient à la caisse de l'empire une contribution proportionnée au produit de la recette sur l'eau-de-vie par tête d'habitant. Comme la contribution devenait trop lourde pour la caisse particulière des États à privilège, par suite de l'application des droits de consommation dans le *Reichsteuergebiet,* on a trouvé avantage à sacrifier les droits réservés à l'intérêt fiscal. Il y a là un remarquable exemple d'économie politique expérimentale, à laquelle M. Léon Donnat, notre collègue de la section, a consacré un si excellent ouvrage dont nous avons entendu le résumé dans sa communication d'hier.

TABLEAU I.

Distilleries exploitées dans le Reichssteuergebiet de 1872 à 1885.

	1872	1873	1874	1875	1876	1877-1878	1878-1879	1879-1880	1880-1881	1881-1882	1882-1883	1883-1884	1884-1885
Prusse	7.051	6.682	6.777	7.618	7.727	7.415	7.428	7.102	7.111	7.529	6.960	7.483	7.341
Saxe	680	685	690	706	702	683	678	657	649	660	650	647	637
Hesse	414	444	428	522	603	382	392	369	330	432	385	435	400
Mecklembourg	63	61	56	56	52	46	46	44	45	46	44	47	47
Thuringe	109	115	104	104	101	91	85	77	80	78	71	72	69
Oldenbourg	43	43	42	40	40	39	40	40	41	38	38	38	36
Brunswick	56	55	54	51	52	45	41	35	34	38	40	39	39
Anhalt	40	42	41	46	45	44	43	41	41	43	41	41	41
Lubeck	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2
Alsace-Lorraine	?	?	24.410	27.051	23.850	24.271	22.892	19.317	18.470	21.045	19.972	23.714	21.797
Ensemble	8.456	8.127	32.602	36.194	33.172	33.016	31.645	27.682	26.801	29.909	28.201	32.518	30.409
Dont pour farineux	6.979	7.131	7.281	7.508	7.375	7.070	7.077	6.997	7.133	7.256	7.117	7.241	7.205
Distillant d'autres matières.	1.477	996	25.321	28 686	25.797	25.946	24.568	20.685	19.668	22.653	21.084	25.277	23.204

TABLEAU II.

Matières distillées à l'intérieur du Reichssteuergebiet

en hectolitres et en quintaux métriques.

ANNÉES D'EXERCICE.	POMMES de TERRE	CERÉALES	MÉLASSE	BETTERAVES	DÉCHETS de BRASSERIE, ETC.	FRUITS à PÉPINS	FRUITS à NOYAU	MARCS et LIE DE VIN	AUTRES MATIÈRES
1872	20.679.687 h.	3.659.191 h.	740.985 h.	14.174 h.	75.388 h.	10.276 h.	18.590 h.	84.186 h.	1.825 h.
	5.395 q.	273.311 q.	451.018 q.	6.598 q.	—	—	—	—	—
1873	23.074.557 h.	3.903.982 h.	114.394 h.	4.790 h.	72.446 h.	8.912 h.	10.515 h.	26.317 h.	2.046 h.
	187.001 q.	349.269 q.	661.790 q.	4.863 q.	—	—	—	—	—
1874	24.337.006 h.	4.480.381 h.	231.340 h.	1.458 h.	103.640 h.	29.133 h.	215.810 h.	492.646 h.	2.506 h.
	903.308 q.	356.728 q.	941.845 q.	33.501 q.	—	—	—	—	—
1875	25.379.915 h.	4.909.947 h.	152.617 h.	6.570 h.	80.706 h.	79.834 h.	559.018 h.	666.344 h.	2.176 h.
	297.554 q.	195.412 q.	646.105 q.	80 q.	—	—	—	—	—
1876	22.691.180 h.	4.377.254 h.	568.468 h.	3.926 h.	78.121 h.	81.242 h.	235.240 h.	560.312 h.	8.558 h.
	239.303 q.	192.722 q.	697.187 q.	21.372 q.	4 q.	—	—	—	—
1877-78	23.527.366 h.	4.455.677 h.	321.877 h.	248 h.	81.311 h.	58.078 h.	149.403 h.	602.925 h.	3.331 h.
	141.186 q.	213.724 q.	609.360 q.	—	87 q.	—	—	—	—
1878-79	25.855.690 h.	4.374.059 h.	221.071 h.	—	83.997 h.	44.387 h.	88.743 h.	509.458 h.	2.920 h.
	105.905 q.	183.879 q.	630.059 q.	—	—	—	—	—	—
1879-80	21.584.163 h.	4.968.538 h.	295.940 h.	1.478 h.	86.929 h.	54.523 h.	95.715 h.	216.816 h.	2.386 h.
	407.491 q.	348.055 q.	731.866 q.	1.251 q.	188 q.	—	—	—	—
1880-81	1.596.492 h.	921.990 h.	1.699 h.	3 h.	85.711 h.	40.304 h.	141.528 h.	139.479 h.	2.950 h.
	18.620.680 q.	4.158.933 q.	878.503 q.	591 q.	415 q.	—	—	—	2 q.
1881-82	2.452.668 h.	438.546 h.	358 h.	—	91.338 h.	109.159 h.	85.260 h.	434.901 h.	3.575 h.
	27.103.825 q.	3.779.595 q.	684.104 q.	1.803 q.	357 q.	—	—	—	—
1882-83	2.246.859 h.	389.620 h.	214 h.	1.020 h.	96.187 h.	40.740 h.	79.245 h.	328.216 h.	2.257 h.
	22.234.258 q.	3.293.319 q.	424.719 q.	6.895 q.	198 q.	—	—	—	93 q.
1883-1884	2.567.531 h.	383.253 h.	70 h.	60 h.	92.648 h.	158.266 h.	196.392 h.	438.401 h.	3.035 q.
	23.104.302 q.	3.777.266 q.	575.814 q.	4.244 q.	227 q.	—	—	—	90 q.
1884-85	2.487.466 h.	343.360 h.	69 h.	5.508 h.	86.043 h.	91.456 h.	97.852 h.	402.763 h.	3.835 h.
	24.631.474 q.	3.406.403 q.	731.170 q.	18.721 q.	509 q.	—	—	—	96 q.

TABLEAU III.

Fabrication de l'eau-de-vie dans le Reichssteuergebiet.

ANNÉES BUDGÉTAIRES	QUANTITÉ PROBABLE PRODUITE A 100° TRALLES.		TOTAL des DISTILLERIES en EXPLOITATION	NOMBRE DE DISTILLERIES TRAVAILLANT :			
	Total en hectolitres.	Litres par habitant.		des pommes de terre.	des céréales.	de la mélasse.	d'autres matières non farineuses.
1872	1.721.000	5,6	8.456	4.211	2.768	32	1.445
1873	1.899.000	5,9	8.127	4.396	2.735	33	963
1874	2.081.000	6,3	32.602	4.615	2.666	35	25.286
1875	2.171.000	6,5	36.194	4.729	2.779	34	28.652
1876	2.039.000	6,0	33.172	4.567	2.808	38	25.759
1877-78	2.005.000	5,8	33.016	4.115	2.955	34	25.912
1878-79	2.085.000	6,0	31.645	4.129	2.948	30	24.538
1879-80	2.038.000	5,8	27.682	4.007	2.990	32	20.653
1880-81	2.186.000	6,1	26.801	4.272	2.861	25	19.643
1881-82	3.898.276	—	29.909	4.497	2.759	24	22.629
1882-83	3.585.361	—	28.201	4.180	2.937	17	21.067
1883-84	3.714.063	—	32.518	4.306	2.935	19	25.258
1884-85	3.800.597	—	30.409	—	—	—	23.204
1885-86	4.038.655	—	33.892	—	—	—	26.708

NOTA. — A propos des rendements ci-dessus et du nombre des distilleries en exploitation, il est à remarquer que l'Alsace-Lorraine a été incorporée dans la communauté pour l'eau-de-vie seulement à partir de 1873.

TABLEAU IV.

Classement des distilleries de matières farineuses d'après le montant de l'impôt.

	DISTILLERIES DES CÉRÉALES PAYANT :					DISTILLERIES DE POMMES DE TERRE PAYANT :				
	jusqu'à 600 *M*	de 600 à 3,600 *M*	de 3,600 à 6,000 *M*	de 6,000 à 12,000 *M*	plus de 12,000 *M*	jusqu'à 600 *M*	de 600 à 3,600 *M*	de 3,600 à 6,000 *M*	de 6,000 à 12,000 *M*	plus de 12,000 *M*
1872.....	959	1.218	267	204	120	551	1.127	538	1.009	986
1873.....	916	1.204	290	205	120	554	1.199	504	978	1.161
1874.....	849	1.193	296	206	122	677	1.201	482	954	1.301
1875.....	857	1.268	325	200	129	599	1.269	539	995	1.327
1876.....	851	1.289	332	209	127	554	1.210	550	1.088	1.165
1877-78.....	938	1.400	308	190	119	409	911	539	994	1.262
1878-79.....	899	1.418	296	210	125	464	862	462	988	1.353
1879-80.....	894	1.431	313	212	140	452	849	492	966	1.248
1880-81.....	860	1.381	298	178	144	572	985	459	886	1.420
1881-82.....	833	1.334	285	178	129	586	970	409	820	1.712
1882-83.....	906	1.406	302	185	138	450	808	440	911	1.571
1883-84.....	976	1.322	298	187	152	459	913	416	949	1.569
1884-85.....	918	1.347	303	190	144	472	891	408	904	1.628

TABLEAU V.

Produit de l'impôt sur l'eau-de-vie dans le Reichssteuergebiet en marcs.

	IMPOTS SUR LES PRODUITS INDIGÈNES			DROITS			RECETTES BRUTES	MONTANT des BONIFICATIONS.	RECETTES NETTES.
	Sur la trempe.	Matières non farineuses.	ENSEMBLE.	d'entrée.	de passage.	de compensat.			
1872	41.967.243	128.010	45.095.253	1.213.488	46.005	—	46.354.746	4.373.190	41.981.553
1873	49.672.143	80.718	49.752.861	1.461.165	47.530	—	51.261.558	8.472.645	42.788.913
1874	53 891.589	630.168	54.521.757	1.733.250	104.733	—	56.359.740	3.382.375	47.977.365
1875	55.697.282	1.175 808	56.873.090	1.932.744	117.007	—	58.922.841	6.447.976	52.474.865
1876	52.656.258	752.111	53.408.369	1.931.911	128 561	3.376	55.472.217	6.402.330	49.069.887
1877-78	51.893.472	636.391	52.529.863	1.621.232	110.853	2.841	54.264.789	9.061.795	45.202.994
1878-79	54.109.646	507.081	54.616.727	1.642.516	111.326	2.897	56.373.466	8.963.476	47.409.990
1879-80	53.054.282	344.545	53.398.827	2.085.209	133.737	2.415	55.620.188	9.872.503	45.747 685
1880-81	56.935.830	335.927	57.271.757	1.781.468	121.039	2.304	59.176.568	12.077.810	47.098.758
1881-82	63.515.176	487.513	64.002.689	1.917.872	120.540	2.556	66.043.657	17.533.550	48.510.107
1882-83	58.433.851	391.108	58.824.959	1.974 721	119.497	2.464	60.921.641	14.955.223	45.966.418
1883-84	60.523.252	653.565	61.176.817	2.101.529	114.553	2.484	63.395.383	14.484.011	48.911.372
1884-85	61.952.242	483.226	62.435.468	4.824.471	129.559	2.653	67.392:151	14.310.027	53.082.124
1885-86	—	—	65.852 200	1.987 800	105.100	2 500	67.947 600	17.855.300	50.092.200

Par tête d'habitant, le produit net des droits sur l'eau-de-vie dans le Reichssteuergebiet a été : 1 m. 35 pfg., moyenne des années 1880-1886.

TABLEAU VI.

Impôt de l'eau-de-vie en Alsace-Lorraine de 1875 à 1884.

	1875	1876	1877/78	1878/79	1879/80	1880/81	1881/82	1882/83	1883/84
Nombre de distilleries	29.577	29.529	29.692	29.889	29.871	29.784	29.883	29.818	30.008
Distilleries en exploitation	27 051	23.850	24.271	22.892	19.317	18.470	21.045	19.972	23.714
Travaillant des farineux	146	102	62	52	43	94	112	73	93
Exploitant d'autres matières	26.905	23.748	24.209	22.840	19.274	18.376	20.933	19.899	23.621
Produits de la Maischbottigsteuer *M*	83.962	47.304	26.438	25.474	20.093	51.980	77.588	44.612	65.709
» Materialsteuer »	955.919	519.531	465.991	339.105	226.278	227.615	313.559	262.312	465.019
Montant total de l'impôt »	1.039.881	566.835	492.359	364.579	246.371	279.595	391.147	306.924	530.728
Bonification pour exportation »	7.778	6.063	4.574	15.747	5.306	3.504	4.801	6.045	4.021
Produits de l'Uebergangsabgabe »	45.125	35.644	45.433	50.991	79.678	67.473	68.751	66.668	62.697
» Ausgleichungsabgabe »	—	1.242	1.263	1.414	1.186	1.178	1.386	1.386	1.404
» droits de douane »	217.367	182.423	173.328	176.292	226.373	205.407	225.136	167.033	165.667
Recette nette sur l'eau-de-vie »	1.294.595	780.081	707.809	577.529	548.302	550.149	681.619	538.966	756.475
Maischraum imposé litres.	7.256.839	3.862.344	2.280.354	2.170.118	1.727.086	4.529.954	6.758.256	3.887.668	5.694.968
Dont à taxe réduite »	5.052.429	2.969 043	1.573.367	1.353.550	1.159.637	3.371.040	5.013.857	2.773.132	4.074.997
» à taxe supérieure »	2.204.410	893.301	706.987	816.568	567.449	1.158.914	1.744.399	1.094.536	1.619.971
Matériaux employés (blé, pommes de terre, farineux.) hl.	26.927	11.639	1.915	1.158	964	397	11.658	408	558
Matériaux employés (blé, pommes de terre, farineux.) quint.	1.931.700	1.346.350	781.100	820.950	647.946	2.042.945	768.481	1.709.953	2.757.727
Autres matières hectolitres.	1.092.758	622.519	624.257	472.863	273.758	249.159	439.106	341.149	584.913
Dont fruits à noyau »	490.202	192.848	139.951	67.961	85.908	126.279	80.838	75.527	186.056
» fruits à pépins »	18.911	11.140	9.154	5.479	6.343	4.063	12.797	5.868	19.793
» marcs de fruits »	16.390	11.975	6.970	4.499	12.674	5.906	20.648	14.919	46.557
» marcs de raisins »	413.285	321.669	423.079	344.092	131.112	86.766	293.955	197.635	290.275
» lie de vin liquide	54.925	76.005	53.366	44.061	28.015	14.111	17.562	32.335	26.021

TABLEAU VII.

Commerce de l'eau-de-vie en Allemagne de 1875 à 1884.

ANNÉES	EXPORTATION	DÉNATURÉ pour EMPLOI INDUSTRIEL.	IMPORTATION
	hectolitres.	hectolitres.	hectolitres.
1875	399.773	5.727	57.260
1876	497.714	4.447	57.899
1877-78	556.560	10.278	48.679
1878-79	550.537	10.191	49.289
1879-80	605.897	11.663	47.746
1880-81	683.275	93.242	41.021
1881-82	1.002.724	109.110	43.870
1882-83	820.731	129.982	45.014
1883-84	789.450	158.249	47.507
1884-85	766.218	144.078	104.670
1885-86	975.510	—	—

NOTA. — Les quantités indiquées ci-dessus représentent des hectolitres d'alcool pur à 100° Tralles.

TABLEAU VIII.

Prix de l'eau-de-vie débitée en détail en Prusse.

PROVINCES	PAR LITRE D'EAU-DE-VIE ORDINAIRE			PAR LITRE D'ALCOOL PUR à 100°.	
	Titre de l'alcool.	Débit au verre.	Vente en détail.	Débit au verre.	Vente en détail.
	degrés pour 100.	M	M		
Ostpreussen	39	0.40	0.35	1.02	0.90
Westpreussen	40	0.54	0.38	1.35	0.95
Posen	39	0.40	0.35	1.02	0.90
Poméranie	31	0.45	0.35	1.45	1.13
Silésie	26	0.60	0.30	2.31	1.15
Brandebourg	30	0.42	0.32	1.40	1.07
Saxe	40	0.83	0.41	2.07	1.02
Schleswig-Holstein	38	1.97	0.49	5.18	1.29
Hannovre	39	1.30	0.53	3.33	1.34
Westphalie	40	1.46	0.95	3.65	2.37
Rheinlande	38	1.30	0.65	3.42	1.71
Hesse-Nassau	39	1.26	0.75	3.23	1.92

TABLEAU IX.

Consommation de l'eau-de vie dans les villes d'Alsace-Lorraine.

ANNÉES	STRASBOURG		METZ		MULHOUSE		COLMAR		SARREGUEMINES	
	Hectolitres.	Octroi.	Hectolitres.	Octroi.	Hectolitres.	Octroi.	Hectolitres.	Octroi.	Hectolitres.	Octroi.
		M		*M*		*M*		*M*		*M*
1871	235.62	9.60	1.823.50	10.40	551.44	11.20	147.21	8.00	—	—
1872	421.59	9.60	2.201.30	10.40	311.59	11.20	115.63	8.00	—	—
1873	1.670.72	9.60	3.406.82	10.40	1.090.60	11.20	282.07	8.00	—	—
1874	2.075.57	12.80	4.519.22	10.40	2.477.37	11.20	295.47	8.00	—	—
1875	1.893.80	12.80	4.299.51	10.40	2.347.94	11.20	297.73	8.00	482.23	8.00
1876	1.886.27	12.80	3.807.77	10.40	2.465.16	11.20	270.72	8 00	741.70	8.00
1877	1.885.70	12.80	4.160.48	10.40	2.567.55	11.20	324.17	8.00	677.06	8.00
1878-79	2.589.71	12.80	4.510.67	20.00	3.626.12	12	413.47	8.00	912.20	8.00
1879-80	2.569.04	13.00	3.506.07	20.00	2.965.86	12	588.50	8.00	814.93	8.00
1880-81	2.162.54	13.00	3.567.08	20.00	3.074.27	12	620.42	8.00	783.57	8.00
1881-82	2.231.91	13.00	3.632.48	20.00	3.026.21	12	877.32	8.00	768.25	8.00
1882-83	2.807.81	20.00	3.803.40	20.00	3.177.56	12	1.416.84	8.00	730.20	8.00
1883-84	4.864.18	20.00	3.884.26	20.00	3.511.94	12	1.601.34	9.60	788.52	8.00
1884-85	2.603.40	20.00	3.988.48	20.00	3.499.14	12	1.686.86	9.60	1.137.46	8.00
1885-86	5.426.84	60.00	3.800.56	20.00	2.539.15	50	782.66	140.00	486.96	25.00

M. Arthur RAFFALOVICH,

Publiciste, à Paris.

LA BOURSE DE PARIS ET LE MONOPOLE DES AGENTS DE CHANGE [1].

— Séance du 24 septembre 1887. —

A la fin de l'année 1800, dix valeurs étaient inscrites à la cote officielle de la Bourse de Paris. Au 31 décembre 1883, on trouvait, tant au comptant qu'à terme, 783 valeurs diverses admises aux négociations et à la cote officielle. Cependant aujourd'hui comme en 1714 (édit de novembre), comme en 1786 (déclaration royale du 10 mars), comme en 1816 (ordonnance royale instituant la corporation des agents de change), le nombre de ces honorables intermédiaires est immuablement fixé à soixante. La France, malgré l'accroissement de la fortune mobilière, malgré l'importance croissante des transactions qui s'effectuent journellement à la bourse, présente le phénomène étrange d'une législation relativement stationnaire, d'une réglementation arriérée, qui n'est plus en rapport avec les besoins de l'époque et qui, par exemple, sur le terrain de la légalité des marchés à terme, a subsisté jusqu'à sa modification toute récente, seulement pour être transgressée chaque jour ou pour servir de refuge à la mauvaise foi.

La Bourse de Paris, qui est avec celles de Londres, de Berlin, de New-York, parmi les grands centres financiers du monde, jouit encore à l'heure qu'il est de la distinction de posséder une corporation privilégiée de soixante agents de change, investie d'un monopole légal. La force des circonstances a fait, il est vrai, une brèche dans ce monopole; après avoir fait condamner jadis les *coulissiers* comme usurpateurs de leurs fonctions, les agents de change sont aujourd'hui en état d'alliance presque cordiale avec eux. Si le marché libre a conquis

1. Voir : *La Bourse de Paris. Réforme de son organisation actuelle,* par Charles Scherer, 1886. *De l'organisation des marchés financiers en France et à l'étranger,* par Alfred Neymarck. Alph. Courtois fils, *Traité élémentaire des opérations de bourse et de change,* 1881. *Maklergesetz Entwurf,* von V. Ring. Berlin, 1886.

ses droits au soleil, s'il est impossible aujourd'hui de lui retirer la tolérance dont il jouit, l'étroite corporation des agents de change n'en est pas moins un anachronisme. Il est permis de rappeler les paroles prononcées par M. Rouher, dans la discussion de loi relative à la suppression des charges de courtiers de marchandises (28 juin 1866) : « Les courtiers de marchandises n'ont pas su remplir toutes leurs fonctions ; ils n'ont pas pu englober dans leur privilège toutes les attributions qui leur avaient été données par les lois, si bien que la force de la nécessité a créé autour d'eux une quantité considérable d'autres courtiers faisant les opérations qui rentraient dans le privilège des courtiers institués par le Code de commerce. C'est en présence de ces faits, en raison de l'impossibilité d'établir des barrières entre le courtage officiel et les ingérences des courtiers marrons, puisque c'est l'expression consacrée, c'est en présence de cette impossibilité que le gouvernement, satisfaisant aux réclamations du commerce, à proposé le rachat des offices de courtiers de marchandises. »

Si nous passons en revue la législation des principaux pays, nous rencontrons trois systèmes : 1° Le régime de la liberté complète, le régime de la suppression des courtiers officiels, pourvus d'un privilège (Belgique, Hongrie, Bosnie, Égypte); 2° le régime du privilège, qui subsiste en France, au Portugal, en Colombie, au Brésil, au Mexique, dans la République Argentine, en Roumanie; 3° entre ces deux extrêmes, la concurrence des courtiers libres à côté d'une classe légalement reconnue de courtiers jurés, qui, contre des privilèges déterminés, ont accepté des obligations déterminées. (Italie, Allemagne, Chili, Honduras.) En Espagne, la profession de courtier est libre en principe ; mais seulement ceux qui font partie d'une association ont le caractère public des notaires ; leur entrée dans l'association est soumise à certaines conditions et ils doivent être sanctionnés par le gouvernement. (Code de commerce de 1885.) Les nécessités du commerce sont ordinairement plus puissantes que les lois restrictives. Les lois restent lettre morte ou bien, lorsqu'on les applique, elles empêchent l'essor économique du pays. C'est là une vérité banale, méconnue seulement des hommes d'État et des parlements. Ainsi, en Allemagne, le Code de commerce a prétendu interdire aux courtiers de faire des affaires pour leur propre compte, soit directement, soit indirectement, même pas en qualité de commissionnaires. Qu'en est-il résulté? La défense a-t-elle prévalu? Les courtiers jurés de Stettin et Hambourg ont renoncé à leur dignité officielle et ont préféré le libre exercice de la profession, sans privilège. La Bourse de Berlin a simplement passé outre. Dans la plupart des pays la ten-

dance aujourd'hui, en ce qui concerne les intermédiaires, est dans le sens de la liberté, de l'abolition des entraves, de l'abolition d'une situation exceptionnelle, en un mot, vers un retour au droit commun.

Après cette longue digression, revenons à la Bourse de Paris. Il est incontestable que son organisation actuelle prête le flanc à de sérieuses critiques, non seulement en ce qui concerne le monopole des agents de change, mais encore relativement à l'admission des valeurs à la cote officielle. M. Neymarck a attiré l'attention sur cette matière dans une étude pleine de précision et de sens pratique, abondamment fournie de renseignements sur les marchés financiers en France et à l'étranger. M. Scherer, un jeune écrivain financier, qui connaît à merveille l'organisation de la Bourse de Paris et celle des Bourses d'Allemagne et de Suisse, est revenu à la charge dans une brochure publiée à la fin de l'année dernière.

« Depuis l'existence de la Bourse, dit-il, lorsque le législateur ou l'autorité administrative se sont occupés d'elle, ils l'ont généralement envisagée comme une institution pleine de dangers pour la morale et la fortune publiques; ils ont recherché bien plus les moyens de réprimer la passion du jeu par des pénalités sévères que de développer l'essor des affaires licites. Si ceux qui, depuis un siècle et demi, ont édicté des lois et des ordonnances avaient pu les appliquer intégralement, il y a longtemps qu'aucune bourse n'existerait plus ni en province, ni à Paris. » M. Scherer est convaincu qu'en laissant subsister l'organisation actuelle, la situation prépondérante de la Bourse de Paris relativement aux autres marchés de France, ne se trouvera nullement atteinte. On ne saurait toutefois en dire autant en ce qui concerne les grandes bourses étrangères, dont les ressources financières, quoique souvent inférieures à celles de Paris, sont mieux utilisées grâce à une législation plus moderne, à une meilleure organisation et à de plus nombreuses facilités dans les négociations quotidiennes.

S'inspirant de l'exemple de ce qui a si bien réussi en Allemagne, M. Scherer demande que, suivant les termes mêmes de la législation en vigueur en France sur les chambres de commerce (l'administration de la Bourse appartient à la Chambre), la Chambre de commerce de Paris soit chargée effectivement d'exercer l'attribution qui lui incombe.

A Francfort-sur-le-Mein, la Bourse dépend de la Chambre de commerce dont elle est la création. Elle a été construite en 1878 au moyen d'un emprunt émis par la Chambre de commerce; les souscripteurs ou propriétaires actuels de parts d'emprunt se sont constitués en Société. La Chambre de commerce a la police de la Bourse. L'État

n'exerce aucun contrôle spécial; il se borne à ratifier les nominations des courtiers et des membres du syndicat de la corporation. La Chambre de commerce présente les nouveaux courtiers jurés à l'approbation du gouvernement, en cas de vacances ou si le mouvement des affaires exige une augmentation du personnel, d'après l'ordre d'inscription des candidats. Les courtiers assermentés ne jouissent d'aucun privilège, en dehors de celui de faire établir chaque jour la cote officielle par l'entremise de leur syndicat; ils sont tenus de communiquer à celui-ci les prix auxquels ils ont conclu les affaires. A la Bourse de Berlin, où il n'existe pas davantage de corporation privilégiée, où les courtiers assermentés et les courtiers libres fonctionnent les uns à côté des autres, où la seule différence entre eux réside dans l'intervention des premiers pour la fixation des cours des valeurs admises à la côte officielle, l'État n'exerce pas de contrôle spécial sur les opérations du marché; il se borne à approuver ou à rejeter les règlements qui concernent la Bourse et qui ont été élaborés par la Chambre de commerce (collège des anciens de la corporation des commerçants de Berlin). Le président de celle-ci désigne chaque année les commissaires de la Bourse, qui fixent les cours de la cote officielle. L'admission des valeurs à la cote officielle est prononcée à Berlin comme à Francfort par la Chambre de commerce; pourvu que certaines conditions de publicité, de garantie morale aient été remplies par des négociants responsables, l'admission se fait gratuitement. L'État s'est créé une source de revenus dans une taxe proportionnelle sur les transactions.

A Paris, la Bourse appartenant à la ville et entretenue à ses frais, est dirigée et administrée par l'État; la Chambre de commerce prend connaissance du budget, mais sans avoir le droit d'y toucher; elle a voix consultative pour les dépenses extraordinaires, mais elle peut être privée de ce droit, si le Préfet, seul juge en la matière, considère ces dépenses comme urgentes. La Chambre de commerce est écartée; à plus forte raison les commerçants qu'elle est censée représenter, n'ont pas voix au chapitre bien qu'ils aient contribué à l'achèvement de la Bourse et qu'ils participent aux frais d'entretien par les centimes additionnels levés sur leur patente. Ne serait-il pas avantageux de rendre aux contribuables et à leurs représentants le contrôle sur les dépenses et la part dans l'administration de la Bourse, auxquels ils ont droit en bonne justice? Est-ce que la Chambre de commerce ne comprendra pas mieux les exigences véritables du mouvement financier, qui se centralise à la Bourse, que les fonctionnaires de l'État, si consciencieux qu'ils soient. On a bien accepté le concours des Chambres de commerce maritimes pour les grands travaux des

ports; on pourrait bien rendre à celle de Paris l'autorité sur la Bourse. Il faudrait probablement modifier le mode d'élection, élargir la base et augmenter le nombre des membres. La Chambre se subdiviserait en un certain nombre de commissions, entre lesquelles se repartiraient les différentes sources. Tout ce qui aurait trait à la Bourse serait réservé aux soins d'une commission spéciale, comprenant tous les représentants du monde financier, délégués à la Chambre de commerce. M. Scherer constate qu'un coup d'œil jeté sur la liste des membres actuels de la Chambre montre que les intérêts de la Bourse n'y sont point représentés. Il voudrait placer parmi les attributions de la Chambre de commerce, outre la préparation du budget et de l'administration intérieure, la nomination des agents de change en réservant au gouvernement l'approbation.

Il existe à la Bourse de Paris trois catégories d'intermédiaires : les agents de change, les coulissiers, les courtiers de change. Les agents de change sont investis d'un monopole résultant de l'article 76 du Code de commerce; ils ont seuls le droit de faire les négociations des effets publics et autres susceptibles d'être cotés, de faire pour le compte d'autrui les négociations des lettres de change ou billets et de tout papier commerçable et d'en constater le cours. C'est là un monopole légal, aggravé encore par le nombre restreint des charges (soixante). En fait, les agents de change ont renoncé volontairement à l'exploitation d'une partie de leur monopole, à la négociation des lettres de change ou papier commerçable, qu'ils ont abandonné aux courtiers de change. Pour les valeurs non cotées, qui font l'objet de transactions sur le marché libre, il n'y a pas de concurrence entre le parquet et la coulisse. Il en est autrement pour les valeurs admises aux négociations officielles. Il y a pour un certain nombre de celles-ci compétition entre les intermédiaires légaux et les intermédiaires libres. Comme je l'ai rappelé plus haut, les agents de change ont fait appel à plusieurs reprises, pour la dernière fois en 1859, à l'intervention de la loi pour protéger leur privilège contre les braconnages de la coulisse. Les coulissiers mis en cause furent condamnés, l'interdiction des réunions de la coulisse prononcée, — puis les choses reprirent leur cours [1].

La situation de la coulisse, en contradiction avec la loi, sans appui de sa part, simplement tolérée, est précaire et incertaine. Et cependant les services que la coulisse a rendus et rend tous les jours sont incontestables : les valeurs négociées par elle sont pour une bonne

1. Récemment encore les agents de change ont interdit à la coulisse les négociations en rente italienne.

part dès valeurs d'arbitrage, qui servent à conserver et à développer les relations de la Bourse de Paris avec les places étrangères et elles lui fournissent le moyen le plus sûr de se faire valoir au dehors. « Malheureusement l'illégalité dont ces transactions sont entachées « ne permet pas d'en tirer tous les avantages désirables; elle fournit « au débiteur malhonnête un moyen de se soustraire à ses engage- « ments, elle pèse sur le crédit, elle prive la coulisse d'une représen- « tation commune de ses intérêts et d'un règlement obligatoire pour « ses membres, elle pèse sur le crédit, nous dit M. Scherer. » Ce sont là certainement des inconvénients dont se ressentent les coulissiers; mais qu'est-ce qui les empêche de former une association libre, ayant ses règles intérieures, un budget entretenu par des cotisations volontaires? Ne pourrait-elle adopter une forme d'association, tout comme les cochers, les ébénistes ou les patrons de l'industrie française, qui ont créé l'Union nationale et qui possèdent un hôtel rue Lancry. Il serait bon que les intéressés à la réforme fissent eux-mêmes preuve d'initiative. La vitalité du marché libre, qui, placé dans les conditions les plus défavorables, a résisté à toutes les crises, ne fait de doute pour personne. Ne conviendrait-il pas de l'affranchir de l'infériorité nominale dans laquelle il se trouve et de reconnaître son existence légale? Ce serait une réforme utile, mais en y touchant, le Parlement devrait se garder d'un écueil, celui d'importer dans une question d'organisation, d'outillage commercial, des préventions démocratiques exagérées ou des préjugés socialistes. Ce qu'il faut pour la Bourse, c'est un état aussi rapproché que possible du droit commun. Le monopole des agents de change me semble appelé à disparaître; il n'existe sur aucun grand marché de l'Europe.

On aurait tort d'être injuste cependant envers une corporation, composée de personnes très honorables et très compétentes, qui ont pu suffire aux transactions lorsqu'elles étaient bien moins considérables qu'aujourd'hui, qui, dans un intérêt bien entendu ont déployé un esprit de solidarité se traduisant par des sacrifices pécuniaires, comme en 1882. M. Scherer fait observer d'ailleurs que la solidarité n'est pas absolument dépendante de la question du monopole « même en supposant le monopole aboli, les ressources provenant des courtages pourront encore servir de garantie à une intervention. »

Les agents de change ne peuvent suffire à la besogne dont le Code de commerce les a gratifiés. Ils se sont déchargés sur des commis, des négociations sur les rentes françaises, soit sur le marché à terme, soit sur le marché au comptant. De même pour les opérations au comptant, ce sont leurs assesseurs qui tiennent le carnet. S'il s'agit au contraire d'acheter ou de vendre à terme, ferme ou à primes,

de reporter ou de faire reporter, c'est l'agent lui-même qui opère [1].

Pour être logique, du moment qu'on a prétendu limiter le nombre des intermédiaires accrédités, il aurait fallu limiter le chiffre des affaires de la Bourse de Paris. Le vase est trop étroit. La législation française a fait de l'agent de change un officier ministériel, un officier public, dont le ministère, obligatoire dans certains cas, n'existe que pour les actes d'intérêt privé. Les titulaires sont nommés par le chef de l'État, alors qu'on ne trouve pareille disposition dans aucun autre grand pays. Cette intervention de l'État, ce monopole, ont eu pour corollaire l'imposition d'une règlementation minutieuse, destinée à protéger le public d'une part et de l'autre les agents de change eux-mêmes contre certains actes qu'il avait plu au législateur de considérer comme illicites : pas d'opération pour le propre compte de l'agent, qui en outre ne doit jamais se rendre garant de l'exécution des marchés dans lesquels il s'entremet, qui doit toujours avoir reçu les titres qu'il achète. Personne ne viendra dire que ces dispositions légales soient observées. Les agents de change sont soumis à une discipline, à une surveillance spéciale de la part de leur chambre syndicale.

En cas de malheur, l'agent de change, si la corporation le laisse tomber, est toujours exposé non pas à une déclaration de faillite mais de banqueroute.

M. Scherer propose de supprimer le monopole ; chacun pourra être reçu agent de change à toute époque, s'il remplit les conditions qu'il esquisse dans sa brochure. La commission de la Bourse aura à examiner si le candidat remplit ces conditions, — dans le cas affirmatif, transmettre la demande à la Chambre de commerce, qui la soumettra à l'approbation du gouvernement. L'avis de la chambre syndicale pourrait être demandé à titre consultatif. Quant au cautionnement de 250,000 francs exigé à l'heure actuelle (ce qui porte à environ 2,000,000 de francs le coût de la charge, prix de l'office, frais d'enregistrement, centimes additionnels, fonds de roulement) ; il conseille de l'abaisser à 50,000 francs. Dans ces conditions, on pourrait constituer un office avec 500,000 francs ; cependant pour assurer certaines garanties de solvabilité, une certaine surface au public, il y aurait lieu, dit l'auteur de la brochure, de fixer à un million le capital mini-

1. D'après M. Neymarck en 1883, il existait cent vingt-sept maisons de coulisse qui s'occupent exclusivement des négociations à terme sur les rentes ; à la coulisse des valeurs, on comptait quatre-vingt-dix maisons fort importantes, ayant chacune en moyenne un capital de 500,000 francs, par l'entremise desquelles se négocient de préférence les grosses affaires à terme sur les valeurs internationales, égyptiennes, russes, autrichiennes, hongroises, turques.

mum à fournir. Quant à l'intervation des bailleurs de fonds, à la répartition des apports, c'est une affaire d'ordre intérieur; tout ce qu'on peut désirer, c'est la publicité de ces conventions.

Il y aurait à régler à nouveau les attributions de la chambre syndicale, qui fonctionnerait indépendante pour les affaires d'ordre intérieur, mais qui serait subordonnée à la Chambre de commerce. Elle continuerait à présider à la fixation des cours, qui se ferait en présence de tous les agents de change et à laquelle assisterait un membre de la Commission de la Bourse. « En cas de faillite, dit M. Scherer, la chambre syndicale prendrait en main la liquidation des engagements de l'agent en déconfiture, mais s'il y a intervention de sa part, ce doit être pour assurer à tous les intéressés sans distinction, la quote-part qui leur revient légitimement dans le produit intégral de la liquidation. »

Le monopole et le nombre limité des agents de change ont donné à leur office une valeur qui est payée par chaque nouveau titulaire à son prédécesseur sortant. Cette valeur a varié suivant l'activité des affaires; M. Scherer estime qu'aujourd'hui elle représente en moyenne une somme d'environ 1,700,000 francs. Dans ce prix sont compris : 1° le titre, c'est-à-dire le droit au monopole; 2° le fonds de commerce c'est-à-dire la clientèle.

Les agents de change ont des intérêts acquis, des droits que la législation a consacrés et qu'on ne saurait confisquer sans indemnité. Toutefois, rien ne garantit les titulaires actuels contre une augmentation du nombre des membres de la corporation par le gouvernement; c'est une faculté dont celui-ci pourrait faire usage, le jour qu'il entendrait s'en servir et qui donne quelque chose d'aléatoire à leur propriété. Celle-ci se compose de deux parties : la participation au monopole, qui donne une valeur privilégiée à la charge, la clientèle qui diminuerait peut-être si l'on augmentait le nombre des agents de change. Au point de vue strictement juridique, les agents n'auraient droit à une indemnité que pour la perte du titre. Ce principe avait été reconnu lors du rachat des charges de courtier de commerce, à la suite de l'abolition de leur monopole en 1866. Néanmoins il ne fut pas appliqué dans toute sa rigueur. Le législateur tint compte de toute la valeur acquise par les charges sous le régime du monopole. La loi de 1866 a réglé comme suit les conditions de l'indemnité : celle-ci a été fixée au prix moyen des cessions et offices effectuées pendant les sept années antérieures au 1er juillet 1864. Une quote-part de 20 % a été répartie au prorata du produit des offices pendant les mêmes années.

L'indemnité a été payée un quart comptant, trois quarts en dix

annuités; son recouvrement a été assuré par le montant des droits payés par les courtiers inscrits et par le produit d'une nouvelle patente mise sur les commissionnaires en marchandises, les facteurs en denrées, les courtiers en marchandises et les représentants de commerce; en un mot, par ceux qui étaient intéressés à la suppression du privilège exclusif.

En procédant de la même façon, la somme totale du rachat, en prenant 1,800,000 francs par exemple comme prix moyen des charges, s'élèverait à 108 millions. Vingt pour cent retranchés pour être répartis au prorata des affaires, le minimum fixe payé à chaque agent serait de 1,440,000 francs. Il serait peut-être juste de diminuer l'indemnité des agents de change qui resteraient en fonctions après l'abolition du privilège, car ils continueraient à jouir des avantages acquis à la faveur du monopole.

Le paiement du prix de rachat des soixante charges ne pouvant être effectué qu'à l'aide d'un emprunt, il faut affecter à celui-ci des ressources spéciales. M. Schérer suggère les droits d'inscription de de chaque nouveau titulaire, l'augmentation des patentes de banquiers, d'agents de change, de courtiers, de changeurs, et la perception d'un droit d'entrée à la Bourse. On sait qu'un décret de 1856 avait autorisé la ville de Paris à percevoir un droit d'entrée à la Bourse. Le 22 novembre 1861, un second décret abolit ce droit. Les agents de change reconnaissants voulurent élever une statue à Napoléon III dans l'enceinte du monument où ils exerçaient leur monopole; l'empereur eut le bon esprit de refuser.

Le droit d'entrée à la Bourse existe presque partout (à Dresde, 150 marcks par an). Ces droits d'entrée sont perçus tantôt au profit des municipalités, tantôt, comme à Francfort, au profit de la Société anonyme qui a construit la Bourse. En 1883, ils ont produit dans cette dernière ville 190,240 marcks.

A Francfort, les banquiers sont assis sur des bancs placés devant de petites loges munies d'un pupitre. Ceux qui ont contribué au début pour une somme de 18,000 marcks à la nouvelle Bourse ont un droit spécial à ces loges qui sont au nombre de quatre-vingt-quinze. Les actionnaires touchent 2 % par an, et l'on amortit annuellement un capital nominal de 30,000 marcks.

A Paris, une fois l'emprunt remboursé, on supprimerait toutes ces contributions extraordinaires.

Pour effectuer le rachat, il faudrait peut-être attendre l'acquittement intégral des engagements existants aujourd'hui entre les agents de change, et résultant des évènements financiers de 1882. Ce serait un retard de deux ans environ.

M. Alf. de FOVILLE,

Professeur au Conservatoire des arts et métiers.
Chef du bureau de statistique du Ministère des finances, à Paris.

LES ÉLÉMENTS CARACTÉRISTIQUES DE LA STATISTIQUE NATIONALE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

J'aurais pu intituler cette communication : *La Météorologie sociale et son baromètre*. Il y a, en effet, une sorte de météorologie sociale, comparable, par la complexité des causes et la variété des effets, à la météorologie proprement dite, à la météorologie physique. L'atmosphère économique a, comme l'autre, ses vicissitudes. Toutes deux voient alterner la pluie et le beau temps et, pas plus d'un côté que de l'autre, ce n'est le hasard qui règne : s'il y a une loi des tempêtes, il y a aussi une loi des crises.

La météorologie physique étudie le passé, observe le présent et commence à prédire un peu l'avenir. Nos ports ont leurs sémaphores qui crient gare quand un ouragan est proche, et nous sommes tous habitués — ne fût-ce que pour savoir s'il faut prendre notre canne ou notre parapluie — à interroger journellement la girouette et le baromètre.

Le rôle de la météorologie sociale, telle que je la conçois, serait à peu près le même. Le passé et le présent, méthodiquement enregistrés, peuvent nous aider, nous aussi, à voir venir les évènements futurs. Est-ce que le *krach* d'il y a six ans n'avait pas été annoncé et, pour ainsi dire, décrit d'avance par tous ceux d'entre nous à qui l'histoire a appris de quelle façon commencent et de quelle façon finissent les fièvres du crédit public? La violence des symptômes, dans l'espèce, rendait la clairvoyance facile. Ce que la statistique devrait fournir aux économistes, pour bien faire, c'est un baromètre capable de chiffrer, au moins approximativement, les fluctuations courantes de la prospérité générale, soit dans le monde considéré dans son ensemble, soit dans notre pays en particulier. Et tel est, messieurs, le problème dont je me propose de vous entretenir pendant quelques instants.

Je vous dirais volontiers — puisque nous parlons météorologie — que ce problème est *dans l'air* depuis quelques années.

En Angleterre, les travaux de Stanley Jevons, de M. Robert Giffen, de M. Goschen et du professeur Leone Levi, faisant suite à ceux de Dudley Baxter, Porter, etc., étaient au moins un acheminement vers la question et un commencement de réponse [1].

J'en dirai autant, pour l'Allemagne, des recherches du Dr Sœtbeer et du Dr Engel ; pour les États-Unis de celles de MM. Atkinson, David Wells et autres.

En France, il y a déjà plus de quinze ans que notre ami M. Juglar a mis en lumière cette sorte de flux et reflux qui, dans le bilan des grandes banques, correspond si fidèlement aux victoires, aux défaites et aux trèves de la spéculation. D'autres ont cherché ailleurs des révélations analogues. Je ne puis les citer tous ; mais vous m'en voudriez de ne pas mentionner ici les heureuses applications que notre vaillant et aimable président, M. Yves Guyot, a su faire de la méthode graphique à l'analyse des variations du corps social ou, du moins, de quelques-uns de ses organes fondamentaux. Et, puisque j'ai l'honneur de représenter ici le Ministère des finances, il me sera permis de rappeler aussi que, depuis dix ans, le *Bulletin de statistique et de législation comparée,* publié par ce département, s'est fait une habitude et un devoir de grouper, tant dans sa partie française que dans sa partie étrangère, toutes les données propres à faciliter l'étude des mouvements de la richesse publique.

Mais c'est surtout lors de la récente session de l'Institut international de statistique que le problème a été nettement posé et résolument abordé par un de nos collègues de Vienne, publiciste fécond et savant professeur, M. le comte F.-X. de Neumann-Spallart. Le mémoire qu'il nous a lu à Rome [2] n'était d'ailleurs que la préface d'un ouvrage dont la publication n'a pas encore eu lieu. Quand ce livre impatiemment attendu paraîtra, nous connaîtrons les résultats des calculs de M. de Neumann-Spallart, qui portent, paraît-il, sur six États différents : Angleterre, Belgique, France, Allemagne, Autriche, États-Unis.

Mes recherches, messieurs, ne sont pas sans analogie avec celles de M. de Neumann-Spallart ; mais la base en est plus large et l'expression graphique en est différente. Puis elles concernent exclusive-

1. Citons notamment le mémoire récemment lu par M. Giffen à la *British Association* réunie à Manchester. (Voir le *Bulletin de statistique* de septembre 1887, p. 343.)

2. Ce mémoire a été inséré dans le *Bulletin de statistique* de mai 1887, page 543.

ment la France. La France nous intéresse, à elle seule, plus que tout le reste du globe ; et le problème, ainsi limité, reste encore bien vaste.

La météorologie sociale est, en effet — comme l'autre et à plus forte raison — chose infiniment complexe. Chacun des phénomènes économiques que nous pouvons interroger est la résultante d'une foule de causes générales ou particulières dont il n'est point aisé de démêler l'écheveau. Il en est des mouvements enregistrés par la statistique comme de ceux des bateaux qu'on voit aller et venir sur l'eau d'un fleuve : aucun n'échappe à la pression du courant ; mais la rame, la voile ou la vapeur agissant aussi de leur côté, les uns remontent le courant au lieu de le suivre ; les autres, allant dans le même sens que lui, vont plus vite ; d'autres encore peuvent rester immobiles sur cette route qui marche. La diversité de ces évolutions n'empêcherait pourtant pas un observateur réfléchi de deviner la direction et peut-être d'évaluer la vitesse du courant qui les sollicite. Et, de même, l'indépendance apparente des phénomènes économiques ne doit pas nous empêcher de pouvoir leur faire dire, si nous nous y prenons bien, quel est le sens et quelle est la force des influences collectives qu'ils subissent.

Seulement, pour arriver en cette matière à un diagnostic sérieux, il faut multiplier autant que possible les éléments d'appréciation. La mesure exacte de l'état économique d'un peuple ne résultera jamais d'un fait unique, quelle qu'en puisse être l'importance. Nous croyons même que ce n'est point assez d'en consulter une dizaine, comme le fait M. de Neumann-Spallart. Plus les témoignages recueillis seront nombreux, plus on sera sûr, s'ils concordent, de ne pas se tromper. Et cependant il y a un choix à faire : à côté des faits dont on peut, dont on doit tenir compte, il en est d'autres qu'il faut savoir laisser de côté. Comment les reconnaître ? Comment les distinguer ? C'est ce que nous allons nous demander tout d'abord.

Je commence par une observation que M. de la Palisse contresignerait sans hésiter et qui ne nous retiendra pas longtemps, mais que je ne crois pas tout à fait superflue.

Parmi les mille phénomènes économiques dont les variations doivent être en corrélation avec celles de la prospérité générale du pays, il y en a toute une catégorie qui peuvent être ici considérés comme non avenus : ce sont ceux dont la marche ne nous est pas suffisamment connue. La statistique, messieurs, a au moins cela de commun avec la plus belle fille du monde qu'elle ne peut donner que ce qu'elle a ; elle ne peut dire que ce qu'elle sait ; et elle est loin de savoir tout ce que l'on voudrait qu'elle sût. Ses ressources, toujours incomplètes, varient d'ailleurs selon que l'on a affaire à tel peuple ou à tel autre.

Ainsi les statisticiens anglais tirent grand parti de l'*income-tax,* et l'*income-tax* n'existe pas chez nous. De même le cadastre belge, périodiquement remis à jour, offre à nos confrères de Bruxelles, pour suivre les fluctuations de la richesse territoriale, des facilités que le cadastre français nous refuse.

Et là même où la statistique officielle serait disposée à nous répondre, il convient souvent de ne pas l'interroger, parce qu'elle nous induirait en erreur. M. de Neumann-Spallart, par exemple, a cru pouvoir accorder sa confiance aux tableaux publiés par le ministère de l'intérieur sur l'émigration française. Ces documents sont malheureusement plus trompeurs qu'instructifs et le mieux, quand il s'agit de calculs sérieux, est d'oublier qu'ils existent.

Les éliminations que nous imposent ainsi les lacunes ou les erreurs de la statistique officielle réduisent d'autant le champ ouvert à nos investigations; et, somme toute, il suffit à un spécialiste exercé de feuilleter avec un peu de soin les recueils officiels ou autres qu'il a constamment sous la main [1], pour en extraire assez vite ceux des éléments de la statistique nationale qui lui semblent les plus propres à donner la mesure des alternatives de malaise ou de prospérité du pays.

C'est ce que j'ai fait et j'avais collectionné de la sorte une cinquantaine de tableaux chronologiques, empruntés les uns à la statistique financière, les autres à la statistique industrielle et commerciale, quelques-uns même à la statistique démographique.

Je ne crois pas nécessaire d'en reproduire la liste complète, parce que ce n'était encore, pour parler le langage des écoles, qu'une liste d'admissibilité et non une liste d'admission.

En comparant entre elles les variations que mes cinquante tableaux faisaient ressortir, j'ai reconnu que la plupart de mes choix se justifiaient, mais que dans un certain nombre de cas l'influence générale des temps se trouvait masquée par telle ou telle influence particulière et j'ai été finalement amené à réduire ma liste de plus d'un tiers.

Au surplus, les exclusions que l'expérience m'a dictées s'expliquaient toutes, plus ou moins. Je vous citerai, par exemple, les produits du timbre. Le timbre est un impôt qui a cela d'avantageux pour le Trésor et de fâcheux pour les contribuables que, produisant beaucoup lorsque les affaires vont bien, il produit beaucoup aussi quand les affaires vont mal. Les entreprises malades ou mourantes ne lui payent pas un moindre tribut que les entreprises naissantes.

1. Citons l'*Annuaire statistique* et l'*Exposé comparatif* du Ministère du commerce, le *Bulletin des travaux publics,* le *Bulletin de statistique du Ministère des finances,* les *Budgets de la France,* par Félix Faure; la *France économique,* par Alf. de Foville, etc...

Je comparerais volontiers les droits de timbre à ces mendiants qui ne manquent ni un baptême ni un enterrement. On comprend, dès lors, que leur rendement ne fléchisse pas en temps de crise : il est presque invariable depuis 1880; le timbre ne pouvait donc pas figurer en bloc dans ma liste définitive.

Voici, tout bien considéré, les trente-deux éléments que j'ai utilisés pour la confection de mon diagramme barométrique :

I. — *Circulation postale.*
II. — *Circulation télégraphique.*
III. — *Valeur des successions taxées.*
IV. — *Valeur des donations taxées.*
V. — *Produit total des droits d'enregistrement.*
VI. — *Ventes d'immeubles : valeurs taxées.*
VII. — *Timbre des quittances.*
VIII. — *Cours moyen de la rente 3 %.*
IX. — *Montant des effets présentés à la Chambre de compensation de Paris.*
X. — *Émissions publiques.*
XI. — *Revenu des actions soumises à l'impôt de 3 %.*
XII. — *Transmissions de titres : valeurs taxées.*
XIII. — *Commerce extérieur de la France (commerce spécial).*
XIV. — *Importations de matières premières.*
XV. — *Exportations de produits fabriqués.*
XVI. — *Tonnes de marchandises transportées par les chemins de fer français.*
XVII. — *Recettes brutes des chemins de fer français.*
XVIII. — *Navigation internationale : tonnage.*
XIX. — *Machines à vapeur : force motrice.*
XX. — *Production de la houille.*
XXI. — *Consommation de la houille.*
XXII — *Production du fer.*
XXIII. — *Tabacs : ventes annuelles.*
XXIV. — *Recettes brutes des théâtres parisiens.*
XXV. — *Octroi de Paris : recettes.*
XXVI. — *Mont-de-piété de Paris : nombre d'engagements.*
XXVII. — *Anticipations, au 30 juin, sur le montant des contributions directes.*
XXVIII. — *Frais de poursuite en matière de contributions directes, au 31 décembre.*
XXIX. — *Condamnations judiciaires, collocations et liquidations (droits d'enregistrement perçus).*
XXX. — *Faillites.*
XXXI. — *Suicides.*
XXXII. — *Excédent des naissances sur les décès.* (Les chiffres attribués à chaque année sont ici ceux de l'année suivante, parce que les 9/12 des naissances de 1886, par exemple, ont leur point de départ en 1885 et qu'on peut admettre un retard analogue dans l'influence exercée par la prospérité ou la misère publique sur la mortalité.)

Ce sont les variations annuelles de ces éléments caractéristiques pendant les dix ou onze dernières années connues que j'ai représentées, côte à côte, dans le diagramme que vous avez sous les yeux.

Chaque ligne verticale, sur cette espèce de damier multicolore, correspond à un millésime. Chaque ligne horizontale est consacrée à une de mes trente-deux variables et en résume l'histoire pendant la période considérée.

Rien de plus simple, on pourrait dire rien de plus enfantin que le mode de notation auquel j'ai eu recours. J'aurais pu chiffrer mathématiquement les différences constatées d'une année à l'autre. J'aurais pu calculer des coefficients, faire des moyennes et donner ainsi à mes analyses l'apparence flatteuse d'une extrême précision. Mais il s'agit ici d'un problème dont la solution ne peut être qu'approximative, et il faut se défier, en pareil cas, de ces moyennes aveugles où l'on met ce qu'on veut et d'où l'on tire ce qu'on peut. J'estime que, pour les statisticiens, la crainte des moyennes est le commencement de la sagesse, et, comme nous avons affaire, dans l'espèce, à des éléments d'une sensibilité très inégale, les variations annuelles étant de moins de 5 % dans un cas et de plus de 100 % dans l'autre, j'ai la conviction que j'aurais été moins vrai en voulant paraître plus savant.

Je me suis donc borné à distinguer par des couleurs et des nuances différentes les bonnes années des mauvaises. Ma gamme n'a que quatre notes. Les bonnes années sont rouges et les mauvaises sont noires, le noir étant la couleur du deuil. La teinte rose indique les années qui ne sont qu'assez bonnes. La teinte grise est réservée aux années médiocres. On ne se plaindra pas que ce mode de notation soit trop énigmatique.

Permettez-moi cependant une ou deux observations préliminaires.

Il convient d'abord de vous faire remarquer que les noirs qui font tache, ici et là, correspondent tantôt à des minimums et tantôt à des maximums. Quand il s'agit des suicides, des faillites, des poursuites et condamnations, les mauvaises années sont naturellement celles où les chiffres grossissent le plus. De même pour le Mont-de-piété. Quand il s'agit, au contraire, des productions, des consommations, des trafics, des successions, des cours de la Bourse, etc., les mauvaises années sont celles qui voient les chiffres fléchir.

Les défaillances que nous signalons peuvent, d'ailleurs, être absolues ou relatives... Il est telle variable, parmi celles dont nous nous occupons ici, que les mauvaises années font baisser très réellement : ainsi les émissions publiques (2,265 millions en 1881 et 630 seulement en 1882); ainsi le prix de la rente (85 francs en 1881, 82 francs en

1882, 79 francs en 1883, 78 francs à peine en 1884) ; ainsi la production et la consommation de la houille...

Mais il y a d'autres variables qui sont vouées par nature à toujours ou presque toujours croître, et alors les mauvaises années se manifestent seulement par le ralentissement de la progression. C'est comme les petits enfants : il suffit que leur poids n'augmente plus pour que l'on puisse déclarer leur santé compromise.

Il est clair, par exemple, qu'à moins de mutilations territoriales comme celles de 1871, on ne verra jamais le développement kilométrique de notre réseau ferré se réduire. On peut en dire autant ou presque autant du chiffre de la population, de l'effectif des machines à vapeur, de la circulation télégraphique, etc. Pour ces éléments-là et pour bien d'autres, l'état normal est un état de croissance continue, et ce n'est que la lenteur exceptionnelle de cette croissance qui distingue les mauvaises années des bonnes.

Il y a, du reste, un excellent moyen de faire la distinction. Pour chacune des données que j'ai mises en œuvre, j'ai commencé par faire la courbe simple, $y = f(x)$, la courbe qui a pour coordonnées successives les valeurs annuelles de la variable ; mais, à côté de cette courbe élémentaire, j'en ai construit une seconde, dérivée de la première, en ce sens que ses ordonnées représentent, non plus les *valeurs* annuelles de l'élément considéré, mais ses *variations* annuelles. En procédant ainsi, les mauvaises années se séparent aisément des bonnes, alors même qu'il y a constamment plus-value d'un exercice à l'autre.

Maintenant, messieurs, en m'excusant d'avoir insisté, plus que de raison peut-être, sur les questions de méthode, j'arrive aux *résultats,* et là il me sera facile d'être bref, car le tableau teinté que vous avez devant les yeux résume, à lui seul, d'une façon très parlante, tout le patient travail auquel je me suis livré.

Dans ces trente-deux rubans superposés, ce qui frappe tout d'abord, ce sont les concordances et les similitudes. A tous les étages, vous trouvez un peu de noir à gauche, du rouge au milieu, beaucoup de noir à droite : c'est comme un rayon de soleil entre deux nuages inégalement sombres, et ainsi s'accusent, par voie de contrastes, les trois dernières périodes de notre histoire économique.

L'année 1877 par laquelle nous commençons est, vous le voyez, une année grise, presque noire, et elle projette son ombre jusque sur 1878. Faut-il vous rappeler les causes principales de ce malaise général d'il y a dix ans. L'année 1877 a été troublée à l'intérieur par la politique (c'est l'année du 16 mai), et à l'extérieur par la guerre

(c'est l'année des évènements d'Orient). Nous sommes donc là en présence d'une crise un peu artificielle, et par cela même qu'elle n'était pas spontanée elle a pu être courte. *Sublatâ causâ, tollitur effectus*. Avec 1879, avec 1880 surtout, nous entrons dans le rose, puis dans le rouge. C'est plus qu'une éclaircie : voilà trois ou quatre années de suite qui (sauf peut-être à l'extrémité inférieure du tableau se détachent brillamment de celles qui précèdent et de celles qui suivent.

Si je disais que la France a joui, pendant cette période, d'une prospérité sans mélange, je provoquerais assurément quelques protestations.

Les souffrances de notre agriculture n'ont pas cessé de 1879 à 1883. On vous rappelait tout à l'heure que les pluies de 1878 ont réduit la production du blé, en 1879, à un chiffre exceptionnellement bas (79 millions d'hectolitres) et les deux récoltes suivantes ont encore été bien maigres.

D'autre part, la baisse des prix, dont le producteur souffre plus que le consommateur n'en profite, s'est à peine interrompue vers 1880.

Il n'en est pas moins certain que l'activité économique du pays s'est singulièrement accélérée après 1878. On avait repris confiance ; on allait de l'avant ; rien ne chômait, et nous en avons là trente preuves pour une.

Puis, après 1882, changement à vue. Le soleil se cache. Tout était rouge, tout devient noir. Rien ne va plus, pas même le bâtiment. C'est une éclipse totale, et il me semble qu'il y a quelque chose d'instructif et de frappant à voir s'affirmer une si étroite solidarité entre tant de phénomènes divers, depuis l'importance des successions jusqu'aux recettes des théâtres, depuis le cours de la rente jusqu'à la fréquence des suicides, depuis la production de la houille jusqu'à celle des enfants. L'unanimité de ces symptômes ne prouve-t-elle pas qu'on peut se faire, en les consultant tous, une idée juste de la situation à un moment donné? Ne voyez-vous pas, d'un coup d'œil, quand le baromètre est au beau et quand il cesse d'y être? Est-ce que, par exemple en présence de cette image, la réalité et l'intensité de la crise actuelle seraient niables?

L'autre soir, pendant un des entr'actes du concert auquel la ville de Toulouse nous avait conviés, un de mes anciens camarades de l'École polytechnique, que j'ai eu le plaisir de retrouver ici, me disait : « Moi, je ne crois guère aux crises; car, depuis que je suis homme, j'ai toujours vu l'agriculture, l'industrie et le commerce se plaindre sans discontinuer. »

Si, en effet, nous nous en rapportions, pour savoir le temps qu'il

fait dans le monde économique, au dire des agriculteurs, des industriels, des marchands, nous risquerions d'être mal-renseignés : ce sont des gens qui ne se contentent pas de peu et qui, même quand ils sont satisfaits, n'osent pas nous le dire. Eh! bien, raison de plus pour chercher d'autres témoignages, des témoignages désintéressés comme ceux-ci. Leur concordance, en ce qui concerne la crise, me semble absolument probante, et je crois que, devant cette figure, saint Thomas lui-même n'hésiterait plus.

J'ai commencé, messieurs, par appeler votre attention sur les ressemblances que présentent, comme coloration, mes trente-deux rubans. Ils se ressemblent tous : cependant ils ne sont pas identiques et les quelques divergences qu'un examen plus attentif vous fera découvrir d'un étage à l'autre ont aussi leur intérêt. Parmi les variables groupées dans ce diagramme, il en est qui se laissent influencer plus promptement et plus docilement que d'autres. Un ancien chancelier de l'échiquier, sir Stafford Northcote, dans un discours de 1877, classait les divers revenus qui alimentent le budget anglais d'après le plus ou moins de résistance et de solidité dont chacun fait preuve en temps de crise. Ce classement se fait ici de lui-même. Dès le lendemain du krach, en 1882, vous voyez certains éléments qui faiblissent : circulation postale et télégraphique, donations, enregistrement, ventes d'immeubles, émissions, cours de la rente, clearing-house, importations de matières premières... En même temps, les faillites, les suicides, les condamnations pullulent. L'année suivante, d'autres défaillances se produisent. Et, en 1884, la déroute devient générale. Ces attitudes diverses peuvent, dans certains cas, tenir à des circonstances particulières. Mais c'est surtout le tempérament inégal des différentes variables qui hâte ou ralentit leurs mouvements respectifs.

Je viens de vous montrer en quoi ces mouvements se ressemblent et en quoi ils diffèrent dans le passé. Un mot maintenant de la situation présente et des perspectives prochaines.

Mes trois derniers rubans, malheureusement, s'arrêtent à 1885 : La statistique officielle marche trop souvent *pede claudo,* comme la justice. Mais, en général, j'ai pu aller jusqu'à 1887. Or, il est visible que la situation tend à s'améliorer. L'horizon est encore sombre, mais il semble vouloir s'éclaircir. Le plus fort de la crise doit être passé et l'on peut croire que nous allons entrer en convalescence.

L'année 1887 a cependant eu de vilains débuts et des heures difficiles. Nos embarras budgétaires, qui résultent en partie de la crise, sont devenus à leur tour une source de malaise pour le pays tout

entier et il est grand temps qu'on y remédie. Puis la France a pu se croire, deux ou trois fois, à la veille d'une guerre qui, j'aime à le penser, n'aurait pas été désastreuse comme la précédente, mais qui évidemment aurait été terrible...

Si, malgré tout cela, notre baromètre remonte peu à peu, c'est qu'il y a réellement progrès dans les conditions générales de notre existence économique. Que la paix se consolide, que l'équilibre de nos budgets se rétablisse, et je crois, pour ma part, à une reprise des affaires. La santé reviendra peut-être lentement, mais elle reviendra.

Et s'il en est ainsi, messieurs, il est bon que le pays le sache : il est bon qu'il en voie, pour ainsi dire, la preuve écrite, et c'est pour cela que j'ai voulu faire parler à vos yeux cette sorte de baromètre enregistreur, dont vous voyez que les trente aiguilles se préparent à remonter et qui, même par ses indications rétrospectives, ne peut être que de bon conseil pour ceux qui seraient tentés de désespérer de l'avenir.

Ce baromètre, messieurs, m'en rappelle un autre sur lequel j'ai presque appris à lire : c'était un de ces vieux cadrans dorés qu'on ne rencontre plus guère aujourd'hui que chez les marchands de bric-à-brac. Outre les inscriptions de rigueur « Beau fixe, variable, etc... », celui-là portait comme devise un vieux dicton que vous connaissez bien :

Quand il fait beau,
Prends ton manteau ;
Quand il pleut,
Prends-le si tu veux.

Ce précepte paradoxal m'étonnait beaucoup quand j'étais petit. Depuis, j'en ai compris la valeur et je le reproduirais volontiers au-dessus de ce damier rouge et noir. C'est un des défauts persistants de l'esprit français que de passer trop facilement et trop vite de l'extrême confiance à l'extrême pessimisme. Quand tout va bien, on oublie que le vent peut changer et l'on se perd par témérité. Quand le ciel reste noir un peu longtemps, on s'imagine que le soleil est mort, on se désole; on jette, comme on dit, le manche après la cognée et l'on se perd par découragement.

C'est de ce double travers que devraient se guérir tous ceux qui, travaillant pour eux-mêmes, travaillent aussi pour la France, et les faits peuvent les y aider mieux encore que les paroles. Modération et prévoyance dans le succès; courage, patience, énergie dans l'épreuve; voilà ce que la statistique prêche aux hommes, ni plus ni

moins que la philosophie, et c'est ce que leur recommandait déjà le vieux proverbe des baromètres à cadran du siècle dernier :

Quand il fait beau,
Prends ton manteau ;
Quand il pleut,
Prends-le si tu veux.

M. le Docteur C. DELVAILLE,
A Bayonne.

LE SURMENAGE INTELLECTUEL ET LES COLONIES SANITAIRES DE VACANCES.

— Séance du 23 septembre 1887. —

Je voulais traiter devant mes collègues de la section de pédagogie deux questions : celle du surmenage, liée à la sédentarité scolaire, et celle des colonies sanitaires de vacances.

Mais la première question a fait, cette année surtout, l'objet de tant de dissertations, discussions académiques ou parlementaires, de tant d'articles de journaux spéciaux ou profanes, qu'il me paraît inutile de la traiter avec développements. Je me bornerai donc à quelques considérations très brèves sur cette matière.

Je suis persuadé, d'ailleurs, par tout ce que j'ai lu et observé, qu'on ne peut contester que l'application des enfants, leur séjour dans des écoles plus ou moins mal aérées et éclairées, leurs attitudes vicieuses en classe, la mauvaise nourriture qu'ils mangent dans la famille, l'hygiène défectueuse du foyer paternel ne soient pour eux des causes de détérioration physique. Et quand ces causes se continuent sur une longue série de générations, la dernière n'offre-t-elle pas un terrain favorable à la maladie, à moins que, par une heureuse réaction, on ne s'efforce d'atténuer pendant les vacances le mal fait pendant l'année scolaire ? De là la nécessité des colonies de vacances.

M. Delvaille raconte l'origine de ces colonies qui remonte à l'année 1876, époque à laquelle M. le pasteur Bion, de Zurich, en prit l'initiative ; de là l'institution des colonies fut adoptée en Allemagne,

en Italie, en Belgique, en Russie, en Angleterre, en Espagne. On les adopta en France, à Paris, en 1883 sur l'initiative de M. Edmond Cottenet, membre du comité de la caisse scolaire du IXe arrondissement.

Cette année une société, présidée par M. Gréard, et qui a pour secrétaire M. Cottinet, s'est fondée à Paris, et a envoyé six cent dix enfants des écoles communales de Paris passer au dehors un mois de vacances réconfortantes.

L'application du principe des colonies de vacances vient d'être faite à Bayonne. Certes, la situation de cette ville au confluent de deux cours d'eau, près de la mer, et non loin des montagnes, est exceptionnelle et, s'il était permis aux écoliers de profiter, pendant les vacances, de tous les avantages offerts par la nature, sans les annuler par la vie antihygiénique dont j'ai parlé, on aurait pu laisser tous les enfants bayonnais passer leurs vacances à Bayonne même.

Pour les motifs indiqués plus haut, l'on a pris dans les écoles communales de la ville dix enfants de dix à quatorze ans et demi et on les a envoyés passer vingt-trois jours à Saint-Jean-de-Luz, climat plus marin que le climat bayonnais, ville tranquille qui a les avantages d'une station balnéaire sans en avoir les inconvénients, et qui joint à ces agréments celui d'être située au milieu d'un pays pittoresque où l'on peut faire de jolies et faciles excursions.

A Saint-Jean-de-Luz il n'y a ni école primaire supérieure, ni école normale; pas de lycée, ni de collège communal. Prendre une maison particulière meublée, il n'y fallait pas songer. La plus petite, par conséquent la plus malsaine, eût coûté environ 300 francs. Heureusement un particulier nous a prêté pour tout le temps nécessaire un immeuble absolument vide composé de trois étages et adossé à une ancienne église qui a pu servir de préau aux moments de grosse chaleur, et abriter les enfants pendant les quelques heures de pluie qui ont mouillé leur séjour.

Il a donc fallu se procurer des lits, des meubles, une batterie de cuisine complétant celle que la cantine d'une école maternelle nous a prêtée. Les bois de lits, sommiers, matelas et les meubles ont été loués, la batterie complémentaire a été achetée. On a emprunté à de braves gens douze paires de draps et douze couvertures pour les dix enfants, le maître et la ménagère.

Outre les souscriptions en argent, l'œuvre a reçu du jambon, des sardines conservées, à peu près tout le vin qui a été consommé, assez de vin de quinquina pour qu'on ait pu en donner chaque jour deux grandes cuillerées, du chocolat, des gâteaux envoyés par les pâtissiers de Bayonne pour le dessert du dimanche, de beaux morceaux de

bœuf, pour le bouilli du dimanche, gracieusement envoyés aussi par des bouchers de la ville.

Les enfants choisis pour la colonie appartenaient à des familles nombreuses et pauvres à divers degrés, dont on a soigneusement déterminé la position, le logement et le genre de vie. Ceux qui n'avaient pas un trousseau suffisant ont été munis des objets de toilette qui leur manquaient. En outre, chacun a reçu une brosse à cheveux, une brosse à dents et du savon.

Tout s'est passé convenablement.

Levés à six heures un quart, les enfants se lavaient à grande eau, puis faisaient leurs lits. Une escouade, composée des élèves d'une seule école, pratiquait, à tour de rôle chaque semaine, le balayage du dortoir. A sept heures, munis d'une musette uniforme qui contenait un morceau de pain additionné tantôt de fromage, tantôt de chocolat cru, la colonie se dirigeait vers l'anse paisible de Ciboure, située à un kilomètre de la maison, et si paisible, en effet, que les deux ou trois enfants qui, seuls, ne savaient pas nager, pouvaient s'y ébattre sans autre surveillance que celle du maître, et sans autre aide que celle de leurs camarades bons nageurs. Après le bain, on revenait à la maison pour finir le ménage et on partait pour une courte excursion terminée vers onze heures. Après une récréation reposante dans le préau, on dînait. Grâce à l'obligeance de M. l'Économe du Lycée de Bayonne, alors en villégiature à Saint-Jean-de-Luz, j'avais pu établir une série de sept menus affichés à la cuisine et qui se sont répétés trois fois, l'expérience ayant duré à peu près trois semaines.

Une soupe maigre pendant cinq jours, grasse le jeudi et le dimanche, un plat de viande et un légume formaient le repas de midi. Le soir, un plat de viande et un légume.

Après le dîner, les enfants prenaient une courte récréation, pendant le repas du maître qui, tenant à bien distribuer les portions, ne mangeait pas avec les élèves. A deux heures, lecture personnelle des enfants ou rédaction de leurs impressions, ou correspondance avec leurs familles. De trois à cinq heures et demie, promenades ou excursions : courtes les premiers jours, un peu plus longues vers la fin. L'une de ces excursions a eu pour objectif Bidart sur la côte, et on l'a faite en chemin de fer, le temps n'ayant pas permis de faire l'aller à pied comme on en avait eu l'intention.

A Bidart, les enfants, cordialement reçus par un conseiller municipal de Bayonne, M. Morville et par sa famille, ont vu pratiquer la pêche au grand filet qui leur a procuré du poisson qu'ils ont pris et emporté eux-mêmes pour leur dîner du lendemain. Puis, ils ont très bien goûté ce qui les a dispensés de souper le soir.

Une autre excursion a été faite le 11 septembre. Partis à pied à sept heures du matin, les enfants ont visité Behobie, Irun, où ils ont dîné d'une soupe préparée à l'hôtel et d'un morceau de viande froide qu'ils avaient dans leur musette; ils ont admiré la pittoresque Fontarabie, et ont passé le Bidassoa en bateau et sont revenus par le train d'Hendaye à Saint-Jean-de-Luz.

On rentrait chaque jour vers six heures, et après s'être lavé et changé, une courte récréation précédait le souper ; à huit heures et demie toute la colonie dormait.

Mais nos enfants ne menaient pas la vie exclusivement végétative que j'ai dite :

Ils communiquaient chaque semaine avec leurs familles ;

Ils recevaient la visite d'instituteurs, d'inspecteurs primaires de passage, qui venaient se rendre compte de leur installation ;

A trois reprises, ils ont eu des causeries instructives ;

M. Leconte, adjoint au maire de Saint-Jean de Luz, ancien officier supérieur du génie, leur a parlé patriotisme ;

M. Neumann, professeur à l'École vétérinaire de Toulouse, leur a parlé de la protection due aux animaux ;

M. Derenbourg, professeur à l'École de langues orientales, leur a dit un mot de l'utilité de l'instruction et des avantages de l'apprentissage d'un métier manuel.

Ils ont reçu enfin à plusieurs reprises la visite de M. F. Pécaut, inspecteur général de l'enseignement primaire et directeur de l'école de Fontenay-aux-Roses, qui leur a donné des conseils judicieux dont ils tireront certainement grand profit.

Cette existence paisible de la colonie a duré vingt-trois jours, sans qu'aucun nuage, ceux du ciel exceptés, soit venu la troubler. Partis fort gais pour ces vacances inespérées, il fallait voir avec quel étonnement ils saluaient au passage les lacs, les échappées sur l'océan, les montagnes qui leur apparaissaient pour la première fois dans toute leur splendeur et de la base au sommet ; cette gaieté expansive, ils l'ont conservée pendant tout leur séjour, se sentant mieux vivre, appréciant les bienfaits dont ils étaient l'objet, pleins de reconnaissance pour ceux qui les leur avaient procurés et dont nous avions fait afficher les noms au réfectoire. Vers la fin, cependant, on sentait en eux une certaine lassitude, une sorte de nostalgie légère qui faisait tourner leurs regards et leurs cœurs vers le foyer paternel. Aussi quelle joie pour le départ, quel entrain pour le balayage final du dortoir et du réfectoire, quelle ardeur pour le transport de la dernière provision d'eau, pour l'emballage des vêtements et des ustensiles, quel bonheur de revoir les paysages entrevus à l'aller, et d'embrasser les

mères que nous avions convoquées à la gare pour l'heure de l'arrivée!

Qu'avaient gagné nos dix enfants à ces trois semaines de vacances? Nous les avions mesurés, toisés, pesés au départ, nous avons fait de même au retour. Voici les résultats de ces deux examens :

E. — Né le 5 août 1875.	Poids 25k,800	taille 1m,25	tour 0m,59
	26	1 25	0 61
	Gain 200	0	0m,025
D. — Né le 18 décembre 1878. .	Poids 24k,500	1m,245	0m,56
	25	1 23	0 57
	Gain 500	— 1 [1]	0m,01
D. — Né le 14 décembre 1877. .	Poids 26k,500	1m,29	0m,58
	27	1 29	0 59
	Gain 500	0	0m,01
R. — Né le 1er août 1876 . . .	Poids 28k,800	1m,33	0 618
	29 500	1 33	0 63
	Gain 700	0	0m,012
L. — Né le 15 juin 1878., . . .	Poids 21k,500	1m,19	0m,55
	23	1 19	0 56
	Gain 1k,500	0	0m,01
B. — Né le 25 septembre 1874.	Poids 32k,000	1m,32	0m,64
	33 500	1 33	0m,66
	Gain 1k,500	0m,01	0m,02
L. — Né le 18 mars 1875. . . .	Poids 27k	1m,29	0m,60
	29	1 30	0 605
	Gain 2k	0m,01	0m,05
L. — Né le 27 mars 1872. . . .	Poids 31k,500	1m,41	0m,62
	33 500	1 44	0 63
	Gain 2k	0	0m,01
L. — Né le 3 décembre 1874. .	Poids 29k,500	1m,35	0m,63
	32	1 355	0 638
	Gain 2k,500	0m,005	0m,008
C. — Né le 15 mars 1875. . . .	Poids 24k	1m,26	0m,62
	26 500	1 26	0 63
	Gain 2k,500	0	0m,01

En définitive, ces dix enfants ont gagné, en moyenne, en poids, 1k,089; en taille, 0m,006; en tour de poitrine, 0m,012. Or, à cet âge et pour un mois, le gain normal est en moyenne de 300 grammes pour le poids, et de 0m,002 pour le tour de poitrine. J'avais bien laissé

1. La perte est due peut-être à l'usure des souliers.

comme terme de comparaison dix enfants que j'avais pesés, toisés et mesurés au départ de leurs camarades ; mais tous ne sont pas venus au rendez-vous pour le second examen ; il m'est donc impossible de constater la différence de gain entre ceux qui sont restés et ceux qui sont partis.

Mais ce que j'ai pris la liberté de vous présenter n'est que l'ébauche d'une expérience que les circonstances n'ont pas permis d'achever. L'an prochain j'aurai, sans doute, des résultats complets à produire. Il est bien certain cependant qu'au point de vue hygiénique — ai-je besoin d'y insister? — les colonies sanitaires bien menées peuvent avoir une influence favorable sur la santé d'enfants qu'elles arrachent à la solitude démoralisante des vacances, et aussi, comme je le disais au début, à cette hygiène défectueuse qu'ils trouvent dans la demeure paternelle, et que ne corrigent plus, à cette époque de l'année, ni la régularité du travail, ni la discipline de l'école, ni ces aller et retour méthodiques quatre fois par jour, ni la récréation en commun.

Ces conditions excellentes de santé on les retrouve dans ces colonies, et il faut y ajouter une nourriture saine prise avec modération, en compagnie des camarades, la tranquillité après le repas, les marches réglées, et bien d'autres choses encore.

Sans doute, le gain fait par les enfants des colonies est déjà sensible, mais ce bénéfice des vacances se continue encore pendant quelques mois, ainsi que l'a prouvé M. Warentrapp. Ce qui se continue également c'est cette habitude de l'ordre et surtout de l'indispensable et salutaire propreté que réclamait hier avec tant de raison et d'éloquence l'éminent président de l'Association française, M. le Dr J. Rochard.

Les colonies s'appliquant à des enfants surmenés, s'il en existe, peuvent corriger chez eux les effets de surmenage.

De plus, ainsi que l'ont prouvé les observations faites à Paris par M. Cottinet, tel enfant que l'état précaire de sa santé avait entravé dans la fréquentation des classes, a, pendant l'année qui a suivi ses vacances sanitaires, fréquenté très assidûment l'école, travaillé mieux et sans fatigue.

C'est surtout par cette dernière constatation que le sujet que je traite se réclame des deux sciences de la pédagogie et de l'hygiène qui sont logées côte à côte dans cet édifice, et qui, à mesure que les progrès de l'une et de l'autre iront grandissant, se prêteront mutuellement un appui plus raisonné et plus efficace.

Au point de vue social, les avantages des colonies ne sont pas à dédaigner non plus.

Le sentiment de la reconnaissance est-un sentiment qu'il faut développer chez l'enfant ; et je vous assure que je l'ai vu se traduire, chez

nos jeunes colons de Saint-Jean-de-Luz, en expressions charmantes, soit dans les conversations, soit dans les lettres aux familles. Est-ce donc, dirai-je en passant, et pour m'en tenir à la pédagogie pure, est-ce donc qu'ils abondent les sujets de composition et de style capables de fournir à l'écolier l'occasion d'exprimer naturellement et sans effort ce qu'il sent et de se montrer tel qu'il est?

Mais ce sentiment de la gratitude gagne aussi les familles. Celles-ci retrouvent leurs enfants complètement transformés, et elles comprennent à qui elles doivent ce changement dont pendant quelque temps elles profiteront elles-mêmes; ce sentiment est entretenu par les récits plus ou moins fantaisistes des enfants sur les incidents divers de leur séjour. De la reconnaissance on passe aisément à l'esprit de justice, et, par là, peuvent s'effacer ces jalousies inconsidérées qui vont parfois jusqu'à la haine.

Dans les grandes villes, cette appréciation par les classes laborieuses des bienfaits des colonies a plus de difficultés à se manifester; dans les petites villes où tout se sait vite, où chacun se connaît, les bienfaits de cette industrie sont promptement connus et appréciés, et son influence sociale se fait promptement sentir.

L'œuvre des colonies n'en est encore qu'à ses débuts; elle ne peut pas produire immédiatement tout le bien qu'on est en droit d'attendre d'elle. Il importe d'en favoriser l'établissement partout où on le peut. L'expérience n'est pas coûteuse, 65 à 80 francs par enfant, suivant les circonstances[1]. Sans doute bien des enfants, qui en auraient pourtant besoin, ne pourront pas profiter des avantages que les colonies sont capables de procurer. Mais si l'on s'interdisait tout progrès, toute amélioration parce qu'on ne peut l'appliquer à tous, il n'y aurait ni amélioration ni progrès, et le monde resterait en place.

J'aime à invoquer, en terminant, en faveur des colonies, le témoignage du docteur Gœtze et celui du pasteur Bion, que j'ai invoqués déjà dans une précédente étude sur le même sujet[2].

1. L'expérience de Saint-Jean-de-Luz a coûté 862 fr. 40 c. Si on ajoute la valeur des dons en nature 166 fr. 50 c., on arrive à 1,028 fr. 90 c.; mais la location du mobilier et l'achat du matériel ont coûté 200 francs, et si on remplaçait cette somme par ce que coûterait une indemnité donnée à un pensionnat, on réduirait ce chiffre de 100 francs.

Si la colonie n'est pas dans une station maritime, on dépensera 50 francs en moins pour bains de mer, si l'on diminue de 50 francs les 150 francs de dons, par ce fait que cette façon de participer à l'œuvre attire à celle-ci 50 francs de plus, on arrivé à diminuer la dépense de 200 francs.

On peut encore gagner 50 francs sur les transports et 50 francs sur les vêtements; en tout 300 francs de diminution on; arrive donc au chiffre définitif de 728 fr. 90 c., soit 73 francs par élève.

2. *Journal de médecine de Bordeaux*, 24 juillet 1887.

Pour M. le pasteur Bion, cette vie en commun force le cercle d'idées des enfants à s'élargir, grâce aux choses nouvelles qu'ils voient et entendent ; ils cherchent à imiter ce qu'ils observent de bien et d'honnête : ils deviennent patients, complaisants, aimables ; loin de se croire abandonnés, ils ont de la reconnaissance pour les personnes qui les aiment ainsi et travaillent à améliorer leur santé ; de la sorte, s'affaiblit et disparaît cet esprit de mécontentement et de rancune dont les grandes inégalités sociales sèment si facilement le germe dans les âmes jeunes.

Je termine par l'opinion du docteur Gœtze : « Nous faisons, dit-il, par les colonies de vacances, une véritable guerre à l'accroissement d'un prolétariat dégénéré au point de vue physique et intellectuel. Quand les colonies de vacances auront existé pendant vingt ans de suite dans nos grandes villes, il y aura sûrement, dans les couches inférieures de la population, plus de force et de santé, plus de vigueur naturelle et de gaieté. »

Oui, mais il faut savoir attendre.

M. le Docteur Edgard **BÉRILLON**.

DE LA SUGGESTION ET DE SES APPLICATIONS A LA PÉDAGOGIE.

— Séance du 24 septembre 1887. —

I.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

En 1886, au Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences à Nancy, nous avons présenté une étude générale sur la *Suggestion envisagée au point de vue pédagogique*. Dès ce moment, nous basant sur de nombreuses expériences qui nous avaient montré la valeur indiscutable de la suggestion hypnotique comme agent moralisateur, nous avions pu formuler quelques conclusions générales, dont voici les principales :

« Lorsqu'on aura, disions-nous, à se préoccuper de l'avenir d'en-

fants vicieux, impulsifs, récalcitrants, incapables de la moindre attention et de la moindre application, manifestant un penchant irrésistible vers les mauvais instincts, nous pensons qu'il n'y aura aucun inconvénient à provoquer l'hypnotisme chez ces créatures déshéritées.

« Pendant le sommeil hypnotique, les suggestions ont plus de prise. Elles ont un effet durable et profond. Il sera possible, dans bien des cas, en les répétant autant que cela sera nécessaire, de développer la faculté d'attention chez ces êtres jusqu'alors incomplets, de corriger leurs mauvais instincts et de ramener au bien des esprits qui s'en seraient écartés infailliblement. »

En terminant, nous déclarions que, autant il y aurait d'illogisme à pratiquer l'hypnotisme chez des sujets excellents, bien portants, autant il y aurait d'intérêt à l'appliquer comme moyen pédagogique chez des sujets mauvais, vicieux ou malades[1]. Nous nous empressions d'ajouter que l'emploi de ce procédé devrait être surtout réservé pour les cas où tous les autres moyens rationnels d'éducation auraient échoué, et qu'il ne devrait être appliqué que sous la direction de médecins compétents et exercés.

Plusieurs pédagogues éminents avaient exprimé la crainte que la hardiesse de ces conclusions ne rencontrât au sein de la section de pédagogie une vive opposition. Il n'en fut rien, et nous eûmes la satisfaction de voir des hommes d'un esprit élevé, comme MM. Liégeois, Liébeault, Ladame et Félix Hément, appuyer notre proposition.

Après la discussion, la section de pédagogie, sur la proposition de M. le professeur Liégeois, déclara par un vote unanime que les conclusions par nous formulées étaient acceptables et que des expériences de suggestion hypnotique devaient être tentées dans un but de moralisation et d'éducation sur quelques-uns des enfants les plus notoirement vicieux et incorrigibles des écoles primaires, à l'égard desquels les pédagogues avouent leur complète impuissance.

Peu de temps après, M. le professeur Bernheim publiait une étude remarquable dans laquelle toutes les critiques formulées contre l'emploi de la suggestion comme moyen pédagogique étaient éloquemment réfutées[2].

S'élevant avec raison contre cette terreur mystérieuse que l'hypno-

1. Nous voulions exprimer par là l'idée que, l'hypnotisme devant être désormais considéré comme un agent thérapeutique, il serait aussi absurde d'y recourir sans motif sérieux, que de chloroformer, de saigner ou de purger quelqu'un sans indication précise.

2. *Revue de l'Hypnotisme* (novembre 1886, p. 129).

tisme inspire à certains des plus éclairés, il y démontrait notamment que le sommeil dit hypnotique ne diffère en rien du sommeil normal et que tous les phénomènes provoqués dans l'un peuvent l'être dans l'autre.

Dans l'un comme dans l'autre, en effet, toute idée qui arrive au cerveau tend à devenir acte, sensation, mouvement ou image.

Plus récemment encore, M. le Dr Ladame (de Genève) réfutait avec vigueur toutes les objections soulevées par quelques philosophes routiniers contre l'application de la suggestion hypnotique à la pédagogie [1]. « Remarquons-le bien, écrivait-il, les raisons plus ou moins spirituelles qui sont données, comme des arguments, contre l'emploi de l'hypnotisme en pédagogie, n'ont rien qui participent à la vie pratique. Elles ne reposent sur rien. C'est de l'abstraction. C'est de la métaphysique. »

Et plus loin, répondant à ceux qui cherchaient à décourager les expérimentateurs en invoquant certain respect théorique de la liberté morale de l'enfant, il exprimait une pensée éminemment juste en disant :

« Certes, le problème de la responsabilité n'est pas là. La société est responsable de tous ces enfants qu'elle laisse se perdre faute de vouloir les sauver. Ceux qui sont responsables, ce sont les égoïstes, les sceptiques, les blasés et les pessimistes qui laissent tout faire, tout détruire, tout périr, et qui, non contents de jouer ce rôle passif si funeste dans la vie sociale, cherchent encore à paralyser les efforts de tous ceux qui travaillent et qui agissent; de tous ceux qui ont foi au progrès et au bien. Voilà de quel côté se trouve la responsabilité. »

M. le professeur Beaunis, frappé des résultats parvenus à sa connaissance, s'est aussi rallié à notre idée. Dans la deuxième édition de son livre sur *le Somnambulisme provoqué*, parue depuis notre première communication, il déclare que, pour sa part, il est convaincu que l'hypnotisme deviendra un jour un puissant moyen de moralisation et d'éducation.

Fort de ces encouragements, nous n'avons plus hésité à appliquer l'hypnotisme, dans un certain nombre de cas, au traitement d'enfants malades ou vicieux. Les observations nombreuses que nous avons recueillies dans l'année qui vient de s'écouler démontrent la grande efficacité de la suggestion hypnotique en même temps que sa complète innocuité, lorsqu'elle est appliquée avec le tact et la prudence particulièrement indispensables dans des matières aussi délicates.

La méthode à laquelle nous avons eu constamment recours pour

1. *Revue de l'Hypnotisme* (juin et juillet 1887).

mettre les sujets dans l'état d'hypnotisme est celle que les leçons de MM. les docteurs Liébeault et Bernheim nous ont enseignée : la méthode suggestive.

Est-il utile d'ajouter que nous n'avons jamais consenti à appliquer la suggestion hypnotique comme moyen curatif ou comme moyen moralisateur chez les enfants qu'après qu'un examen attentif et minutieux nous eut démontré l'indication formelle de cette méthode. Nous avons aussi cru devoir constamment mettre à profit le conseil qui nous avait été donné par un éminent pédagogue, M. Félix Hément, de ne jamais hypnotiser un enfant sans la demande formelle et parfois même écrite des parents.

Dans ces conditions, nous n'avons eu que des succès à enregistrer, et c'est en général en peu de temps et à la suite de quelques séances d'hypnotisme seulement que nous avons pu guérir et heureusement modifier les enfants confiés à nos soins.

Bien que les procédés par lesquels on arrive à déterminer l'état d'hypnotisme chez les jeunes sujets soient d'une assez grande simplicité apparente, nous avons le devoir de rappeler qu'on ne s'improvise pas plus médecin hypnotiseur qu'on ne saurait s'improviser, par exemple, médecin oculiste.

De même qu'il est admis que la pratique courante donne seule au chirurgien la dextérité de main indispensable pour réussir les opérations délicates, de même il est juste de reconnaître que l'expérience journalière peut seule contribuer à conférer une réelle sûreté dans l'application de la suggestion hypnotique comme moyen thérapeutique.

En dehors de la compétence technique, beaucoup de tact et d'attention sont nécessaires pour discerner le degré de suggestibilité du sujet. Si, dans la majorité des cas, les enfants obéissent à des suggestions faites avec douceur, sans mise en scène, quelques sujets y sont rebelles. Il faut donc un certain esprit d'à-propos pour varier la nature et l'autorité des suggestions selon la résistance que l'on rencontre.

La qualité dominante du médecin hypnotiseur doit être la prudence. A notre avis, il ne devra jamais oublier que le but qu'il poursuit est un but moral et curatif. Il ne devra, en aucune circonstance, faire la moindre concession à l'esprit de curiosité. C'est dire qu'il ne poussera jamais le sommeil provoqué à un degré plus profond que cela n'est nécessaire ; qu'il ne provoquera ni contractures, ni hallucinations. En un mot, toutes les suggestions devront viser un but utile et essentiellement profitable au sujet.

Nous avons cru devoir exprimer ces réserves, en présence du tra-

vers dans lequel tombent journellement quelques personnes qui veulent tenter des expériences d'hypnotisme sans avoir acquis les connaissances physiologiques et médicales nécessaires pour justifier leurs prétentions.

C'est sur elles seules qu'il faut faire retomber la responsabilité des dangers qu'on impute assez fréquemment à l'hypnotisme.

Nous avons pu nous assurer que ceux, médecins ou autres, qui se plaignent de n'avoir eu à enregistrer que des insuccès ou des accidents, le doivent uniquement à leur défaut de méthode, à leur inexpérience et à leur incompétence.

II.

PROCÉDÉ D'HYPNOTISATION.

Après avoir éloigné les personnes dont la présence peut déplaire à l'enfant et invité celles qui doivent assister à l'opération à observer le silence le plus absolu, il est facile, en interrogeant l'enfant avec douceur, avec sympathie, de lui inspirer une entière confiance.

Dès que l'on est convaincu qu'il n'a plus la moindre appréhension, on le fait asseoir commodément dans un fauteuil. Le plus souvent, pour l'influencer rapidement et l'hypnotiser par suggestion, il suffit de se placer devant lui, en lui disant simplement, d'une voix douce, persuasive :

« — Regardez fixement mes yeux... Vos paupières vont se fatiguer... Elles deviennent très lourdes... Vous éprouvez le besoin de les fermer.

« — Vous vous engourdissez... L'engourdissement se propage à vos bras et à vos jambes.

« — Vous éprouvez une sensation de calme, de repos, de bien-être... Vous allez avoir sommeil... Le besoin de dormir arrive... Vous allez dormir... Dormez... »

On répète plusieurs fois ces injonctions d'une voix peu élevée, un peu monotone.

Le plus fréquemment, l'enfant ferme naturellement les yeux et il se laisse aller à la sensation d'engourdissement suggérée. Quelquefois, la résistance est plus grande. Il reste les yeux ouverts. Alors, en répétant les mêmes injonctions, on fait avec les deux pouces, au devant de ses paupières, de légers mouvements de haut en bas. Les paupières, fatiguées par la fixation précédente des yeux de l'opérateur clignotent et se ferment.

On peut maintenir pendant un instant les paupières du sujet fermées avec les doigts, en affirmant qu'elles sont clouées, qu'il ne peut plus les ouvrir.

L'enfant, à ce moment, est déjà assez influencé pour qu'on puisse lui ordonner formellement de continuer à dormir et à dormir d'un sommeil de plus en plus profond.

Si on lui soulève les bras, souvent on les voit rester en l'air, en état de catalepsie suggestive. Parfois, pour obtenir cet effet, il faut affirmer qu'il ne peut plus les abaisser.

On peut aussi imprimer aux bras un mouvement de rotation l'un autour de l'autre, en affirmant que l'enfant va continuer à exécuter le mouvement malgré lui. Le plus souvent, en effet, il le continue automatiquement. Ces manœuvres, en même temps qu'elles indiquent le degré du sommeil, ont aussi pour effet de le rendre plus profond.

On pourrait dès lors faire toutes les suggestions nécessaires à la guérison ou au perfectionnement moral.

Les cellules cérébrales qui président aux manifestations de la volonté sont endormies. La résistance psychique et la discussion mentale sont abolies à tel point que, si vous suggérez à l'enfant d'exécuter immédiatement après son réveil tel ou tel acte réalisable, l'accomplissement de la suggestion se fera déjà d'une façon irrésistible.

Cependant, pour nous mettre à l'abri d'une simulation rare, mais possible, et pour plonger l'enfant dans un état d'hypnotisme dont la constatation ne laisse aucun doute dans notre esprit, nous complétons les premières manœuvres par le procédé suivant. Nous disons à l'enfant :

« Continuez à bien dormir jusqu'à ce que je vous réveille. Tout à l'heure, lorsque je vous aurai réveillé en vous soufflant légèrement sur les yeux, vous vous lèverez et vous ferez le tour de la salle. Mais dès que vous entendrez ce bruit (le son d'un diapason, d'une montre à sonnerie, ou tout autre), vous reviendrez vous asseoir et vous vous endormirez profondément. »

On assiste alors à ce spectacle saisissant : pendant que l'enfant, éveillé, marche ou parle avec quelqu'un, si le bruit annoncé vient frapper son oreille, immédiatement on le voit s'arrêter, revenir vers le fauteuil, s'y asseoir, se frotter les yeux. Quelquefois il résiste à l'envie de dormir, mais il finit toujours par tomber dans un sommeil profond. Auparavant, il semble passer par toutes les sensations qui précèdent l'établissement du sommeil normal. On peut même dire que son sommeil ainsi provoqué a toute la régularité et toutes les apparences du sommeil naturel.

C'est l'état que nous jugeons le plus favorable pour faire les suggestions curatives.

Si la plupart des sujets sont endormis dès la première séance, comme nous venons de le dire, il arrive parfois qu'un enfant résiste et n'est pas influencé. Ce n'est pas une raison pour se décourager. Ordinairement, à la seconde ou à la troisième séance, n'ayant plus les mêmes appréhensions ou les mêmes distractions, l'enfant sera hypnotisé, surtout si l'on a soin de préparer son esprit à cette idée. Quand les enfants ont l'intelligence assez développée pour comprendre les idées simples que vous leur exprimez, il est toujours possible de les influencer.

Dans ces conditions, nous n'en avons jamais trouvé qui fussent complètement insensibles à la suggestion. Ce qui revient à dire qu'ils sont tous plus ou moins hypnotisables, si l'on admet, comme nous, *que l'état d'hypnotisme commence dès qu'apparaît la suggestibilité.*

III.

LES SUGGESTIONS.

Avant d'endormir l'enfant, il est utile de s'entendre avec les parents sur la nature des suggestions qui doivent être faites. Autant que possible, il ne faudrait, dans chaque séance, viser qu'un ordre de symptômes ou qu'une seule habitude morbide.

Les suggestions devront toujours être formulées avec précision et répétées plusieurs fois avec la même netteté. Nous nous sommes assuré que lorsqu'elles étaient faites d'une voix douce, persuasive, mais non dépourvue d'autorité, elles n'en avaient que plus de prise. Il ne faut donc pas croire qu'il soit nécessaire d'enfler la voix pour que l'idée exprimée se fixe dans l'esprit de l'hypnotisé.

Il est des cas où nous pensons qu'il y a utilité à commenter la suggestion, à la baser sur un raisonnement, pour en faciliter la réalisation.

Il y a des personnes qui sont incapables de formuler nettement une suggestion. Elles ne peuvent arriver à condenser l'expression de leur volonté sous une forme précise et claire, et elles s'étonnent qu'une suggestion faite par elles se réalise mal.

Il ne faut pas oublier que tout ce qui se dit et se fait autour du sujet fait naître dans son cerveau des idées correspondantes. L'expérimentateur doit donc s'observer constamment et se garder de donner, par

des gestes ou des paroles prononcées à la legère, des suggestions contraires à celles qu'il veut réaliser. Les personnes présentes s'abstiendront aussi avec soin de toute manifestation extérieure de leur pensée.

Souvent aussi, l'intervention de personnes malveillantes qui se moquent de l'enfant et s'appliquent à le décourager, peut contribuer à neutraliser l'effet des suggestions et à développer chez lui un certain esprit de résistance qui se manifestera lors des hypnotisations consécutives. L'hypnotiseur trouvera toujours le moyen de tourner ces difficultés. Mais il est plus prudent de les éviter.

Le fait suivant, rapporté par M. le professeur Beaunis, montre aussi que certains obstacles peuvent venir de l'enfant lui-même :

« On amène un jour au docteur Liébeault un enfant indolent et paresseux dont on ne pouvait rien faire. M. Liébeault l'endormit et lui suggéra de bien s'appliquer et de travailler ; tout alla bien pendant quelque temps et l'enfant faisait merveille. Mais, au bout de quelques mois, les habitudes de paresse reprirent le dessus ; les parents voulurent essayer du même moyen, mais on se heurta à un obstacle inattendu : l'enfant ne voulut absolument pas se laisser endormir ; il avait travaillé parce qu'il y avait été forcé par la suggestion qui lui avait été faite ; mais il avait travaillé à contre-cœur et ne voulait plus s'exposer à recommencer. Il était, comme Figaro, paresseux avec délices, et toutes les exhortations de ses parents restèrent sans effet sur lui. »

Lorsque l'on constate chez un enfant une résistance inaccoutumée, au lieu de l'attribuer à une mauvaise volonté personnelle, à une sorte d'auto-suggestion, basée sur un raisonnement, il serait plus juste de rechercher s'il ne subit pas l'influence d'une personne intéressée à la non réussite de l'expérience. Dans plusieurs cas, nous avons pu remonter jusqu'à la cause de cette résistance.

Dans l'un, en particulier, l'enfant subissait l'influence d'un camarade qui, par jalousie, le détournait de l'idée de se laisser hypnotiser. Dans un autre, le sujet avait été frappé par l'opinion, maintes fois exprimée par le médecin de la famille, que l'hypnotisme ne parviendrait pas à le guérir. L'évènement prouva pourtant à ce médecin qu'il s'était trompé. Il eut la bonne foi d'en convenir.

Nous devons ajouter que la docilité avec laquelle le sujet accepte la suggestion n'est pas toujours en rapport avec la profondeur du sommeil. Et il faut savoir que certains sujets, chez lesquels on n'obtient jamais qu'un sommeil très superficiel, exécutent toutes les suggestions avec un automatisme complet.

IV.

PROCÉDÉ DE RÉVEIL.

Dans les premières séances, les enfants ont une tendance à se réveiller rapidement. Pour prolonger le sommeil, il est nécessaire de leur répéter de temps en temps : « Continuez à dormir. »

Mais ils ne tardent pas à acquérir l'habitude de l'hypnotisme. Dans ce cas, ils dorment jusqu'à ce qu'on les réveille. Pour les réveiller complètement, il suffit de leur dire : « Allons, réveillez-vous! » et de leur souffler légèrement sur les yeux.

Une recommandation que nous jugeons indispensable est la suivante : Avant d'éveiller le sujet, il faut toujours lui affirmer qu'à son réveil, il se trouvera très bien et n'éprouvera pas la moindre fatigue. Si l'on a pris cette précaution, l'enfant se réveille toujours en souriant et disposé à se laisser endormir de nouveau.

Parfois, il ne se souvient plus de ce qui lui a été dit pendant qu'il dormait et il n'a pas gardé la notion de ce qui se passait autour de lui. En général, à moins qu'on ne lui ait suggéré de ne pas garder le souvenir des paroles qu'il a entendues, il se souvient très bien à son réveil. Mais, qu'il y ait souvenir, ou non, de ce qui s'est passé pendant l'hypnose, les suggestions ne s'en réalisent pas moins avec la même régularité et d'une façon aussi irrésistible.

V.

APPLICATIONS PRATIQUES.

Nous indiquons ici d'une façon sommaire un certain nombre des résultats définitifs auxquels nous sommes arrivé par l'application de la méthode suggestive, telle que nous venons de la décrire. C'est à la suite de quelques séances d'hypnotisme seulement que nous avons pu guérir :

1° Une perversion grave du caractère chez une petite fille de douze ans. (Cette observation a été prise en collaboration avec notre distingué confrère M. le Dr Armand Paulier. Malgré des conditions de milieu très défavorables, la guérison a été complète. La directrice de l'école fréquentée par l'enfant a pu, à la suite du traitement, la classer parmi les bonnes élèves de

la classe. Cependant l'état moral de cette enfant était tellement perverti qu'on avait dû à deux reprises l'isoler à Sainte-Anne et à la Salpêtrière.)

2° Des tics nerveux chez des petits garçons de douze ans. (L'un d'eux avait contracté, depuis l'âge de deux ans, l'habitude de sucer constamment, le jour et la nuit, deux de ses doigts, l'index et le médius de la main gauche. On avait en vain essayé tous les moyens possibles pour le guérir[1]. — Un second faisait constamment clapoter sa langue contre ses dents et cette habitude empêchait de le placer en apprentissage. Tous deux ont été guéris en trois ou quatre séances. — Un troisième laissait tomber sa paupière supérieure droite et se déclarait impuissant à la relever à son gré. Deux séances suffirent pour le guérir. — D'autres avaient, à un degré variable, l'habitude de se ronger les ongles. Leur habitude céda très facilement en général à une ou deux suggestions.)

3° De l'incontinence nocturne et diurne de l'urine et des matières fécales chez deux petites filles de six et de neuf ans. (Chez l'une d'elles, l'effet du traitement par la suggestion a été rapide. La seconde n'a été guérie complètement qu'après deux mois de traitement. Chez toutes deux, l'état général, très défectueux avant le traitement, s'est rapidement amélioré.)

4° De l'incontinence nocturne d'urine chez huit garçons dont l'âge variait de cinq ans à quinze ans. (Nous avons pu vérifier, à ce sujet, une constatation de M. le Dr Liébault, c'est que les sujets les plus affectés, c'est-à-dire ceux qui urinent toutes les nuits, sont en général débarrassés plus rapidement de leur habitude morbide.)

5° Une tendance irrésistible au vol, au mensonge et à la débauche chez une jeune fille de seize ans. (Cette jeune fille, qui, malgré son inconscience, avait l'intelligence assez développée, se rendait très bien compte de la transformation morale opérée en elle par la suggestion. Elle manifestait une certaine fierté d'avoir la force de résister à ses mauvais instincts. Le traitement dura un mois, à raison d'une séance par semaine. La guérison s'est maintenue et les parents, qui avaient été obligés d'éloigner cette jeune fille à cause du mauvais exemple qu'elle donnait à d'autres enfants, ont pu la reprendre avec eux.)

6° Des terreurs nocturnes chez deux enfants de six et de huit ans. (Le second, qui ne pouvait rester seul pendant la nuit, dans une chambre obscure, sans pousser des cris d'effroi, a été très vite habitué à l'idée de ne plus avoir peur dans l'obscurité la plus complète.)

7° Des habitudes invétérées d'onanisme chez plusieurs enfants. (Nous avons constaté qu'en général les enfants font preuve de beaucoup de bonne volonté lorsqu'on leur propose de les guérir de cette habitude vicieuse. Plusieurs jeunes gens de seize à vingt ans sont venus nous demander spontanément de les aider à se délivrer d'un vice dont ils sentaient tous les inconvénients pour leur santé.)

8° Des chorées chez plusieurs jeunes gens. (Dans ce cas, si l'on a soin de faire exécuter au malade des mouvements gymnastiques réguliers pendant l'état d'hypnotisme, les accidents choréiques peuvent disparaître complètement au réveil. Nous avons pu guérir, par cet artifice, en une seule séance, une jeune fille de seize ans atteinte d'une chorée rythmique très intense. — Un jeune homme de quinze ans, dont les secousses étaient tellement fortes qu'il ne pouvait tracer un signe sur le papier, immédiatement après son réveil, put, sur notre injonction, écrire d'une façon très lisible. Il fallut

1. Cette observation a été publiée dans la *Revue de l'Hypnotisme* (1er janvier 1887, page 218.)

quelques séances pour le rétablir complètement, mais en même temps que son état physique s'améliorait, ses aptitudes intellectuelles, un instant éteintes, reprenaient toute leur vivacité.)

9° En outre, dans plusieurs cas, nous nous sommes borné, avec un succès complet, à stimuler et à développer la faculté d'attention et d'aptitude au travail chez plusieurs collégiens et lycéens menacés d'être renvoyés des établissements où ils étaient placés.

Les résultats obtenus ont été durables, car l'enfant se conforme aux bonnes habitudes qu'on lui a fait contracter, avec autant de facilité qu'il cédait aux mauvaises.

Pour être complet et signaler le plus grand nombre des indications dont est susceptible le traitement par la suggestion hypnotique, nous devons ajouter, quelque paradoxale que puisse paraître notre opinion, que ce traitement trouve aussi son application contre certains troubles menstruels qu'éprouvent les jeunes filles et contre les altérations du caractère qu'ils déterminent.

Déjà des observations concluantes de MM. Bernheim, A. Voisin et de nous-même ont démontré qu'il était possible par l'emploi de la suggestion de régulariser chez les femmes la fonction menstruelle et de combattre l'aménorrhée. Il est aussi certain qu'on peut obtenir le même résultat chez les jeunes filles qui, soit par suite d'un arrêt de développement, soit sous l'influence d'une vive émotion, présentent des anomalies dans l'établissement de cette importante fonction.

En résumé, d'après les observations qui précèdent, la suggestion hypnotique trouve son application surtout lorsqu'il s'agit de guérir des habitudes vicieuses, des défauts graves de caractère, les tics nerveux, des incontinences nocturnes et diurnes de l'urine et des matières fécales, des terreurs nocturnes, la danse de Saint-Guy, des chorées, des névroses, de la paresse intellectuelle, en un mot un grand nombre des troubles mentaux et des instincts pervers qui pourraient placer, dans un avenir prochain, celui qui en est atteint dans les conditions sociales les plus défavorables.

En terminant, nous affirmons que nous n'avons jamais vu survenir, chez aucun des enfants que nous avons soumis au traitement par l'hypnotisme, le moindre accident consécutif.

Au contraire, l'enfant, qui constate l'amélioration survenue dans son état, n'est pas le dernier à l'apprécier. Il est très rare qu'il ne témoigne pas à l'hypnotiseur, qui l'endort uniquement dans un but curatif, la plus vive reconnaissance.

M. A. PICHE,

Président de la Société d'éducation populaire des Basses-Pyrénées.

DE L'ENSEIGNEMENT PRATIQUE DE LA VIE SOCIALE A L'ÉCOLE PRIMAIRE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

La vie de l'individu dans la société moderne est chose véritablement difficile et compliquée. Quand je songe aux obstacles sociaux que je rencontre chaque jour sur mon chemin, obstacles qu'une science péniblement acquise et une expérience déjà longue me permet de vaincre ou de tourner, je ne puis m'empêcher de gémir sur le sort de ceux qui sont moins bien armés que moi pour la lutte de la vie, et je trouve que l'école qui devrait nous instruire pour le combat, est encore loin de répondre aux exigences de son rôle élevé.

L'école primaire, c'est l'école du grand nombre; c'est là que se prépare la génération qui doit nous suivre; « c'est là qu'il faut semer des idées justes, disait Laboulaye, afin d'empêcher que plus tard ne germent l'erreur et l'envie, ces deux causes des révolutions. » C'est donc là qu'il faut apprendre aux enfants moins l'histoire ancienne, que *la vie de demain*.

En cela consiste, selon nous, le véritable enseignement de l'économie sociale, de la morale et de l'instruction civiques, et si on veut qu'il soit profitable, il faut l'accompagner d'exercices *pratiques* coordonnés et souvent répétés.

Que diriez-vous d'un professeur de mathématiques qui se bornerait à expliquer aux enfants la théorie des nombres et des opérations dont ils sont susceptibles, sans leur faire faire aucun problème à l'appui. Que penseriez-vous d'un naturaliste ou d'un physicien qui aurait la prétention de bien enseigner sa science, sans montrer ce dont il parle et sans faire d'expériences? N'introduit-on pas de plus en plus, à tous les degrés d'enseignement, les manipulations et les exercices pratiques?

Eh bien! cela s'impose dans l'enseignement de la science sociale à l'école primaire, si on veut le rendre intéressant et fructueux.

Il ne suffit pas de dire aux enfants ; « Faites le bien et évitez le

mal; » voilà toute la morale individuelle. « Aimez-vous les uns les autres. » Voilà toute la morale sociale.

Ces généralisations ne peuvent être comprises *à priori* et sont trop vagues pour être appliquées; on les oublie dans l'entraînement de la passion ou dans le feu de l'action.

Les règles plus précises : « Ne fais pas à autrui ce que tu ne voudrais pas qui te fût fait (règle de justice), et fais à autrui ce que tu voudrais qui te fût fait, » (règle de charité), sont encore d'admirables préceptes sociaux, mais de trop haute portée pour de petites intelligences. Elles doivent être la conclusion d'une longue pratique.

Il me paraîtrait plus intelligent et plus sage de faire connaître à l'enfant les conditions de la vie présente et de le préparer aux exigences de l'avenir par le jeu même de l'école, image de la société; d'y introduire les coutumes de la vie moderne et d'en faire prendre aux enfants la douce habitude.

C'est ainsi qu'a toujours procédé l'Église; elle plie de bonne heure l'enfant aux pratiques qu'elle voudrait lui faire conserver étant homme.

A plus forte raison faut-il agir ainsi pour l'apprentissage de la vie sociale, dont les conditions s'imposent à l'homme et desquelles dépendent le bonheur des individus et la prospérité des peuples. Il faut s'y prendre dès l'école, sauf à compléter cette éducation au régiment.

Ainsi l'avenir sera largement préparé; ainsi sera entamée vigoureusement la lutte contre la misère.

Aujourd'hui, le spectacle de la société est encore lamentable; on voit partout des enfants infirmes qui mendient, des maris qui abandonnent leur famille et des vieillards qui, après une vie de labeur, manquent de pain.

Il faut que cela cesse, ou tout au moins diminue; il faut apprendre à chaque citoyen à s'assurer le strict minimum nécessaire à la vie. Et cela se peut par l'association.

Enseignons donc l'association à l'enfant, enseignons-la, sous toutes ses formes, et exerçons-le à les pratiquer; si bien qu'au sortir de l'école il entre tout naturellement dans ces sociétés de prévoyance qui feront sa sécurité et plus tard sa puissance.

La vie de tout homme est menacée de mille maux; mais ces maux sont plus nombreux et plus graves pour ceux qui n'ont d'autre moyen d'existence que leur travail de chaque jour.

Accidents, maladies, chômages, les frappent à l'improviste et ils doivent compter avec la *vieillesse,* à moins de *mort prématurée*, qui constitue pour leur famille un malheur plus grand encore.

Le travailleur intelligent DOIT PRÉVOIR ces maux et chercher à se prémunir contre leurs conséquences funestes par l'*épargne* et l'*association*.

Il est quatre assurances que nous appellerons *primordiales* ou *individuelles* parce qu'elles s'appliquent à tout être humain, abstraction faite des liens de la famille; ce sont :

LA CAISSE D'ÉPARGNE contre le chômage.

LA SOCIÉTÉ DE SECOURS MUTUELS contre la maladie.

LA CAISSE DES RETRAITES pour la vieillesse.

LA CAISSE D'ASSURANCE en cas d'accident.

Pour les personnes mariées, une cinquième que nous qualifierons de *sociale* ou de *familiale* est également nécessaire, afin que le chef de famille, en cas de mort prématurée, ne laisse pas sa femme et ses enfants exposés à la misère; c'est :

L'ASSURANCE EN CAS DE DÉCÈS.

Il faut y joindre enfin l'ASSURANCE CONTRE L'INCENDIE pour les immeubles et pour les meubles.

Tout cela exige une centaine de francs de primes par année. Où trouver cette somme, sinon dans les bénéfices de la SOCIÉTÉ DE CONSOMMATION?

Pour inculquer utilement ces notions à l'élève, il faut faire entrer l'association à l'école et la mêler aux devoirs et aux jeux.

Depuis quelque temps, grâce au zèle infatigable de M. de Malarce, on a introduit à l'école primaire la Caisse d'épargne scolaire et nous pouvons voir, dans les rapports de MM. les Inspecteurs d'Académie, combien ils se louent hautement de cette institution qui réagit jusque sur les familles.

Il faut y joindre la Caisse des retraites scolaire, préconisée par MM. Tourasse et Matrat, en invitant l'enfant titulaire d'un livret d'épargne à prélever, de temps à autre, un franc sur ce dernier, pour se constituer et pour grossir son livret de retraite.

Il est très important de commencer les versements de bonne heure, car ils sont d'autant plus fructueux, que le déposant est plus jeune.

Mais, pour que ces exercices soient éducatifs il faut que l'enfant épargne volontairement et à cet égard l'introduction du bon point centime proposée, en 1879, par M. Gaune, de Toulon, nous paraît éminemment désirable.

On pourrait y joindre le carnet personnel de recettes et de dépenses, excellente habitude à faire prendre à l'enfant.

En 1882, M. Cavé a su organiser les sociétés de secours mutuels pour l'enfance, dans les écoles du XIXe arrondissement, en appliquant les cotisations au secours pour maladie, à la retraite et au cas

où l'enfant deviendrait orphelin et aurait besoin d'aide pour continuer ses études primaires.

Je suis persuadé que la *Société de consommation* trouverait place, elle aussi, dans l'école pour permettre aux élèves de se procurer à meilleur compte et de meilleure qualité, les fournitures scolaires et les livres, et qu'elle résoudrait la question des cantines scolaires.

Enfin, je suis convaincu qu'il y aurait intérêt à faire pénétrer l'idée de la société coopérative de production dans l'école, sous forme de société pour la formation du musée scolaire et celle des syndicats agricoles sous forme de sociétés protectrices ou destructives des animaux utiles ou nuisibles.

Une part devrait être faite également à l'enseignement de la notion d'impôt, par l'établissement du *sou hebdomadaire* en faveur de la bibliothèque scolaire; et une autre part à la charité, quand se présenteraient des occasions favorables.

Afin de combiner la notion indispensable de la défense de la patrie, avec le développement de l'esprit de paix, on devrait enfin enseigner aux enfants à recourir à l'arbitrage dans leurs querelles.

Ainsi, par ces exercices multiples, on préparerait les enfants à la vie; on leur apprendrait à délibérer les statuts de leurs petites associations, à respecter le contrat, la loi qu'ils se sont volontairement imposés.

Ils administreraient ces sociétés sous l'œil du maître, tenant eux-mêmes la comptabilité, faisant la correspondance, les comptes rendus et jouant sérieusement aux élections.

On couronnerait tout cela par une *société cantonale* des anciens élèves, se serrant autour de leurs écoles, suivant les cours d'adultes, fréquentant les bibliothèques scolaires et cantonales, se groupant en sociétés de tir et de gymnastique, et conduisant ainsi l'adolescent jusqu'au temps du service militaire, durant lequel l'œuvre d'éducation civique serait achevée.

En effet, comprenez-vous, Messieurs, qu'on détienne la jeunesse française, trois ans, dans les casernes, juste à l'âge où elle est à même de comprendre l'enseignement de la vie nationale, dans laquelle elle va entrer, sans lui donner un dernier enseignement efficace.

Comme l'a dit Michelet, dans son beau volume *Du Peuple* : « L'éducation générale, suspendue par l'éducation spéciale (du collège ou de l'atelier), doit reprendre, sous le drapeau, pour le jeune soldat; c'est ainsi que la Patrie doit lui payer le temps qu'il donne. »

M. le Dr H. HENROT,

Professeur à l'École de médecine, Maire de Reims.

EXAMEN CRITIQUE DES DIFFÉRENTS PROJETS DE LOI SUR L'ORGANISATION DE LA SANTÉ PUBLIQUE EN FRANCE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

M. le Dr Henrot rappelle le remarquable discours prononcé à la séance générale par M. Rochard, où l'historique de la question a été fait avec tant d'autorité. M. Rochard a examiné les différents projets officiels présentés au Parlement, et, sans se prononcer pour le projet Siegfried ou pour le projet Lockroy, il a émis cette réserve que ces projets devaient, en toute circonstance, apporter le moins d'entrave possible à la liberté des citoyens.

M. Henrot pense que, pour atteindre ce but avec certitude, il faudrait bien nettement séparer la législation de l'administration sanitaire. Il serait désirable, tout d'abord, de faire de bonnes lois sanitaires : la loi contre les épizooties rend de grands services, et, malgré les sacrifices considérables qu'elle impose parfois aux cultivateurs, elle est partout appliquée, on pourrait même dire facilement appliquée.

Des lois sanitaires concernant l'homme, acceptées par le Parlement et par les populations, peuvent seules permettre à l'administration sanitaire une application équitable et facile.

M. Henrot ne croit pas que l'on puisse faire quelque chose de sérieux en hygiène publique si on n'introduit pas dans la loi, l'obligation de la déclaration des maladies contagieuses, de l'isolement des malades et de la désinfection des appartements et des objets mobiliers ; il a, l'année passée, au Congrès de Nancy, longuement développé cette nécessité, il n'y reviendra pas aujourd'hui.

Touchant l'organisation générale de la santé publique, M. Henrot examine successivement les organisations communale, départementale et nationale. Pour l'organisation communale, il croit que dans les communes trop petites pour posséder un bureau d'hygiène, il faudrait créer un médecin sanitaire rétribué par la commune : chaque commune aurait son médecin sanitaire comme elle a, dans l'organisation actuelle, son instituteur et son garde-champêtre.

Dans l'organisation départementale, M. Henrot pense que la création des inspecteurs proposés dans le projet Siegfried n'amènera pas une amélioration suffisante : en effet, les inspecteurs, suivant la tradition et les habitudes inhérentes à leurs fonctions, feront beaucoup de rapports que l'Administration enterrera dans les cartons d'un ministère quelconque.

M. Henrot préfèrerait un directeur d'hygiène départemental ayant, comme l'ingénieur en chef du département, non seulement l'initiative des projets d'assainissement, mais ayant aussi la responsabilité de la réalisation des projets adoptés par le Conseil d'hygiène. Ce directeur ne saurait réclamer des choses irréalisables; il éviterait de tomber dans des exagérations systématiques comme le font souvent des inspecteurs, qui proposent des projets sans être chargés de les exécuter. Le directeur exercerait ses fonctions sous le double contrôle du préfet et du Conseil d'hygiène départemental qui, par sa composition, renferme tous les éléments techniques désirables.

En ce qui concerne l'organisation nationale, M. Henrot ne voit pas pourquoi les projets soumis au Parlement ne comprennent dans le Comité supérieur que des membres parisiens. Pourquoi exclure de ce Conseil les hygiénistes de la province? Est-ce qu'au point de vue politique le bon sens et la clairvoyance appartiennent spécialement aux habitants de la capitale? Il y a dans nos assemblées publiques de très bons esprits qui viennent de leur département. Au point de vue de l'hygiène, il y a des questions spéciales qui sont beaucoup mieux connues par les hygiénistes de la province que par ceux de Paris. Est-ce que Paris, au point de vue de l'hygiène, a toujours donné l'exemple de toutes les améliorations désirables? Paris n'est-il pas, sur ce point, l'une des villes les plus en retard de la France et de l'Europe? A l'heure actuelle, la capitale ne donne pas encore d'eau propre à tous ses habitants; elle continue à transformer la Seine en un vaste égoût; elle renferme, il est vrai, les hygiénistes les plus distingués de la France; mais, dans certaines circonstances spéciales, le concours des hygiénistes de la province peut être aussi très utile. Pourquoi ne pas faire pour l'organisation de l'hygiène publique ce que l'on a fait pour l'instruction en créant le Conseil supérieur. M. Henrot ne veut pas étudier en détail tous les projets qui ont été publiés : le sien a de nombreux points de contact avec les projets de Siegfried et Lockroy, il se contentera d'appeler l'attention de ses collègues sur quelques points qu'il y aurait lieu, selon lui, d'amender. En tout cas, avant le vote de la loi, il lui a semblé que la section d'hygiène de l'Association française devait soumettre cette importante question à une discussion sérieuse et approfondie.

M. MASSON,

Inspecteur de l'assainissement de Paris, à Paris.

QUELQUES INDICATIONS SUR L'ASSAINISSEMENT DES VILLES.

— Séance du 24 septembre 1887. —

M. Masson fait la relation d'études qu'il vient d'entreprendre sur l'assainissement de quelques villes du Midi. Il a visité, tout récemment, Toulon, Marseille, Nimes, Cette, Montpellier et Carcassonne. Il en revient absolument navré des conditions hygiéniques déplorables auxquelles ces villes sont encore soumises aujourd'hui. Il décrit, en quelques mots, le mode de vidanges et le système en usage dans chacune de ces villes pour l'évacuation des eaux.

Toulon. — La situation de Toulon déjà décrite à la suite de l'épidémie cholérique en 1884-1885, est restée absolument la même. Les eaux usées s'écoulent à ciel ouvert, jusque dans le port, non dans des ruisseaux, mais dans des caniveaux disposés latéralement aux bordures de trottoirs. Dans la plupart des maisons, il n'existe pas de fosses d'aisances, on trouve dans les logements un vase spécial, vulgairement appelé « toupine », dissimulé derrière un rideau, qui est vidé chaque jour dans une voiture spéciale — ou en cas d'oubli, ce qui arrive assez fréquemment, dans les ruisseaux de la rue.

Marseille. — A Marseille, il existe un réseau d'égoûts incomplets, construits sans ordre, qui aboutit au port. On trouve dans les quartiers neufs quelques fosses fixes ou mobiles et, ce qui est le *summum* du luxe, la fosse diviseur système Mouras, qui paraît être aujourd'hui en faveur auprès de la municipalité. — Dans les vieux quartiers, ce sont toujours *les plombs* des étages qui reçoivent les déjections, les tuyaux de descente naturellement aboutissent aux ruisseaux. — Cette situation épouvantable a fait l'objet d'un rapport très intéressant de M. le Dr Mireur, adjoint au maire, où il expose, avec chiffres à l'appui, que la mortalité atteint jusqu'à 47 ⁰⁰/₀₀ dans certains quartiers, avec une moyenne générale de 31 ⁰⁰/₀₀ pour toute la ville.

Nimes. — Nimes a, comme Marseille, un réseau d'égoûts très mal ordonné. — La fosse fixe prédomine. Elle vient d'être réglementée, il y a quelques temps seulement. En majeure partie ces fosses ne sont que de simples trous à fonds perdu. — La ville est alimentée en eau à raison de 220 litres par habitant.

Cette. — La ville de Cette fait l'écoulement à l'égoût, mais sans aucune réglementation. Pas d'eau dans la maison. — Cependant le volume d'eau disponible permettrait de distribuer 60 litres par habitant; des études sont faites en ce moment pour porter ce volume à 250 litres environ. — Les égoûts présentent des sections rectangulaires de 0,40° à 0,60° de côté; — ils ne sont jamais lavés et répandent à l'intérieur des immeubles des odeurs insupportables. Ils se déversent tous dans les canaux ou bassins qui sillonnent la ville. Dans le quartier neuf, voisin de la gare du chemin de fer, les galeries sont même constamment noyées par les eaux des bassins.

Montpellier. — La ville de Montpellier distribue environ 270 litres d'eau par jour et par tête. — Le réseau d'égoûts est semblable à celui de la ville de Cette; des collecteurs de forme ovoïdale déversent toutes les eaux dans le Lez. — L'écoulement direct à l'égoût est également appliqué et dans les mêmes conditions défectueuses. L'eau, malheureusement, ne monte pas dans les étages. Au lycée de jeunes filles. cependant, et à l'hôpital suburbain, on a commencé à installer quelques appareils de chasse sur les cabinets d'aisances.

Le génie militaire, croyant entrer dans une voie de progrès, se dispose à faire usage dans les casernes de la tinette Goux.

Carcassonne. — La ville de Carcassonne peut disposer de 15,000 mètres cubes d'eau par jour; elle compte 27,000 habitants. L'insalubrité y dépasse tout ce que l'on peut imaginer. — Pas de fosses d'aisances et pas de cabinets dans la plupart des maisons. — Il n'est pas rare de trouver un vase ou récipient quelconque dissimulé sous une table de cuisine; le contenu qui devrait être enlevé dans des tonneaux *ad hoc*, est le plus souvent projeté dans les ruisseaux.

M. Masson expose ensuite le remède qu'il propose à la situation qu'il vient de dépeindre, remède qu'il déclare applicable partout et à peu de frais.

Chaque ville devrait étudier un système, non d'égoûts maçonnés, mais de canalisations spéciales en grès vernissé destinés à recevoir et à écouler souterrainement toutes les eaux pluviales et ménagères ainsi que les matières de vidanges.

Un calcul bien simple, basé sur le cube d'eau dépensé dans les maisons et le volume des eaux de pluie, établirait que dans certaines rues, un diamètre de 0m15 à 0m19 serait suffisant, dans d'autres il faudrait aller à 0m22 et augmenter ensuite progressivement suivant l'importance du volume à évacuer pour arriver à un ou plusieurs collecteurs de 0m50 de diamètre.

Au-delà, si les besoins l'exigent, on peut alors construire des galeries maçonnées à parois absolument lisses et comportant un radier circulaire.

Une installation de cette sorte comportant une canalisation formée de tuyaux en poterie avec ses collecteurs par bassin, présentant des sections capables du débit à écouler, économiserait les quatre cinquièmes de la dépense correspondant à un réseau d'égouts entièrement composé de galeries maçonnées. Autrefois tributaires de l'étranger, nous trouvons heureusement aujourd'hui dans notre pays, notamment à la Chapelle-aux-Pots près Beauvais, à Rambervilliers (Vosges) et à Pouilly-sur-Saône, des usines capables de fournir d'excellents produits en grès vernissé pour l'établissement de ces réseaux économiques.

Si on objecte les craintes d'engorgement et la difficulté de curer les canalisations, M. Masson répond en plaçant en tête des conduites isolées et aux points heurts des réservoirs de chasse qui ont pour effet immédiat d'assurer précisément, sans autre curage, le bon fonctionnement du réseau. D'ailleurs, des grilles et des siphons hydrauliques établis à toutes les entrées d'eau suffisent pour arrêter toutes les ordures.

M. Masson passe ensuite à l'habitation. Il voudrait voir établir dans chaque location, un cabinet d'aisances spécial dont le siège, garni d'une cuvette hydraulique, serait raccordé directement au moyen du tuyau de chute sur une canalisation intérieure qui recueillerait, en même temps que les matières de vidanges, toutes les eaux pluviales et les eaux usées de la maison, et serait branchée sur l'émissaire principal de la rue.

Des siphons obturateurs disposés partout où il serait nécessaire suffiraient pour empêcher les odeurs de remonter et empêcher également les projections d'ordures ménagères.

Une des conditions essentielles auxquelles doivent satisfaire les canalisations ainsi établies, tant à l'intérieur des maisons que dans la rue, c'est d'être ventilées continuellement. afin d'éviter les émanations qui pourraient se produire. On y arrive facilement en ménageant des prises d'air sur des regards de visite construits aux points d'intersection de deux conduites principales, et en pro-

longeant jusqu'au toit les tuyaux de chute des cabinets d'aisances.

Le corollaire du système économique que vient d'exposer M. Masson, c'est l'épuration par le sol des eaux d'égoût ainsi recueillies, et l'utilisation agricole des matières fertilisantes qu'elles renferment. Presque toutes les villes possèdent à proximité de leur territoire des terrains plus ou moins perméables propices à ces irrigations ; il est regrettable, sur ce point comme sur beaucoup d'autres, de nous voir dépasser par l'étranger. Dans un grand nombre de villes de l'Angleterre, à Berlin, etc., les principes qui viennent d'être exposés ont reçu leur application depuis longtemps et donnent les meilleurs résultats au point de vue de l'hygiène publique et privée. Un certain nombre de villes en France, et notamment la ville de Paris, sont entrées aujourd'hui dans la même voie ; les autres villes ne tarderont pas à suivre cet exemple.

M. le Docteur **MAUREL**,

Médecin principal de la Marine, à Cherbourg.

RECHERCHES MICROSCOPIQUES SUR LA NATURE PARASITAIRE DU PALUDISME.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

De ses recherches, M. Maurel conclut :

1° Qu'il sera toujours facile de distinguer un terrain salubre d'un terrain marécageux ;

2° Que la faune et la flore des eaux des marais et celles des eaux potables ne diffèrent que par une question de quantité d'infiniments petits, mais que toutes les espèces rencontrées dans les premières peuvent l'être dans les secondes ;

3° Que l'atmosphère des marais, outre cette différence de quantité d'infiniments petits déjà signalée, diffère de celle qui couvre les lieux sains par la présence de corps qu'il a considérés comme des amibes en voie de développement ;

4° Que la suite de ses recherches l'a forcé d'admettre que parmi ces corps il peut s'en trouver qui ne sont peut-être que des corps de *Laveran* à leur premier état de développement ;

5° Que s'il n'a jamais trouvé des corps de *Laveran* dans ses préparations, il a vu deux formes de ces corps dans celles de Laveran, à savoir : la forme en croissant en 1884, et un corps flagellé en 1887;

6° Que ce corps flagellé est bien réellement un élément étranger au sang, et qu'on ne saurait le confondre avec une modification et une altération des hématies ou des lencocytes;

7° Que ces corps que *Laveran* a le premier signalés dans le sang des paludéens, il les a retrouvés dans des macérations végétales datant de quelques jours;

8° Que ces corps, dans les premières phases de leur évolution, peuvent être confondus avec ces amibes, mais que plus tard ils en diffèrent d'une manière constante par la présence de flagella;

9° Qu'à partir du moment où ces corps ont des flagella, ils présentent des caractères qui ne laissent aucun doute sur leur identité avec ceux de *Laveran;*

10° Que ces corps, à l'état complet de développement succombent facilement à la dessication complète et qu'ils ne sont nullement revis-vicents;

11° Que leur résistance à la dessication est d'autant plus grande que leur évolution est moins avancée;

12° Que ces corps complets peuvent résister à une dessication incomplète;

13° Que les formes les plus primitives offrent une plus grande résistance que les formes les plus avancées;

14° Que les éléments qu'il a trouvés dans les macérations peuvent continuer à vivre, et même pendant un certain temps, dans un mélange de sang et d'eau de macération;

15° Qu'il paraît donc probable que le corps flagellé de *Laveran* et celui qu'il a trouvé sont identiques;

16° Que, tout en établissant une grande présomption sur le rôle que ces micro-organismes jouent dans l'étiologie du paludisme, certains doutes subsistent encore;

17° Que pour les faire disparaître, il faudrait d'abord bien établir que ces micro-organismes existent dans l'air des marais, au moins dans la première période de leur développement, ensuite, qu'introduits expérimentalement dans l'organisme, ils peuvent produire le paludisme, enfin que cette dernière affection n'existe jamais sans eux.

M. le Docteur **BUROT**,

Professeur à l'École de médecine de Rochefort.

DE L'AUTO-SUGGESTION EN MÉDECINE LÉGALE.

— *Séance du 26 septembre 1887.* —

Beaucoup d'esprits s'inquiétent du danger social de l'hypnotisme ; on va même jusqu'à oublier que chaque médaille a son revers ; on ne veut voir que les inconvénients, sans considérer les avantages. Il faut bien dire que le côté médico-légal n'est pas encore suffisamment exploré ; malgré l'autorité des auteurs qui ont émis leur avis sur l'hypnotisme au point de vue médico-légal, la question n'est pas encore tranchée. Pour certains auteurs, toute personne mise en état de somnambulisme devient, entre les mains de l'expérimentateur, un véritable automate, tant sous le rapport moral que sous le rapport physique. Pour d'autres, l'idée suggérée n'a rien de spécial ni de particulier ; rien ne différencie cette pensée des autres pensées qui assaillent son esprit à chaque instant ; rien ne vient l'avertir de l'origine étrangère de cette idée. M. le docteur Brulard, inspiré par le professeur Bernheim, ajoute quelques remarques de la plus haute portée : « Peut-être cette pensée suggérée est-elle plus forte que les autres, mais enfin, en présence d'une idée, d'un acte à exécuter, le sujet se trouve dans les mêmes conditions morales qu'en présence des autres pensées journalières ; et si l'idée est en contradiction trop évidente avec ses principes, avec ses habitudes, il reste libre de l'exécuter ou de passer outre ; seule l'idée est suggérée, mais la réalisation de cette idée dépend tout entière de la volonté du sujet. Si celui-ci est habituellement d'une volonté faible, ne résistant pas à ses propres impulsions, il est clair qu'il ne résistera pas davantage à l'impulsion d'autrui ; mais si, au contraire, c'est un individu à volonté forte, habitué à se dominer et à n'agir qu'avec le contrôle sévère de sa raison, il examinera l'idée suggérée, il la jugera au même titre que les autres, et ne l'exécutera que s'il le juge convenable. »

On le voit, l'hypnotisé, en présence d'une idée suggérée, peut être encore en possession de tous ses moyens d'action, de contrôle du raisonnement.

Il est beaucoup de conditions qui empêchent la réalisation d'un

acte suggéré. Le somnambule n'est pas toujours une machine, un automate. Si, pendant le sommeil hypnotique, la volonté est réduite au minimum, il peut arriver cependant que l'hypnotisé se raisonne, qu'il refuse d'obéir, qu'il a encore une volonté, une initiative personnelle, une résistance que, malgré tous les moyens employés, on ne peut arriver à vaincre.

On peut supposer le cas où le somnambule n'a pu se soustraire à l'impulsion que lui a donné l'hypnotiseur ; il a été poussé par lui comme par une force irrésistible, par la fatalité. Et alors; comme la défense aura été faite de se souvenir, et des circonstances du crime, et du nom même du complice, la justice peut se trouver en face du problème le plus inextricable qu'on puisse imaginer. Si le médecin légiste suppose que l'accusé est un somnambule susceptible d'avoir subi une suggestion, il l'endort et lui demande les détails du fait. mais la défense de se souvenir empêche toute révélation. Le sujet endormi est assailli par la pensée qu'il ne doit pas se souvenir, et on échoue le plus souvent.

Il résulte des expériences assez nombreuses que j'ai entreprises depuis plusieurs mois qu'il existe un moyen de découvrir le secret. Si, au lieu d'endormir le sujet et de lui demander ce qui s'est passé, on lui apprend à s'endormir lui-même dans le but de retrouver tous ses souvenirs, il arrive que la mémoire s'ouvre et que le patient parle parce qu'il se rappelle.

Voici une expérience, entre plusieurs autres, qui va donner une notion de ce qui se passe :

Le sieur Auch..., ouvrier à l'Arsenal, a été endormi plusieurs fois, dans le but de le guérir d'une névralgie faciale qui avait résisté à toutes les médications. Pour provoquer le sommeil, j'appliquai la main droite sur le front et je fis la suggestion de dormir. La névralgie céda rapidement. Toutefois, de temps à autre, des douleurs survenaient, et le sujet, habitué à être soulagé instantanément par le sommeil, était impatient de me voir arriver. Pour parer à cet inconvénient, j'eus l'idée, comme je l'avais déjà fait dans un autre cas, de lui apprendre à s'endormir lui-même. Je lui fis le commandement suivant : « Quand vous souffrirez, vous vous endormirez vous-même pour vous soulager. Vous appliquerez la main droite sur le front avec l'idée de dormir. Dès que vous serez endormi, votre main se détachera du front et tombera naturellement le long du corps. — Vous dormirez le temps que vous aurez fixé à l'avance et vous serez soulagé. »

En effet, le sommeil fut facilement provoqué et le malade se soulageait lui-même.

J'ai pensé à utiliser l'auto-suggestion en médecine légale, et les résultats obtenus dépassèrent mes prévisions.

Le méme sujet endormi, on lui suggéra la pensée de commettre un vol, ce qu'il fit ponctuellement. La défense ayant été faite de se rappeler quoi que ce soit, l'oubli au réveil fut complet et même, l'ayant endormi pour lui arracher un aveu, on ne put rien lui arracher.

Je fis alors l'expérience suivante; je lui dis : « Endormez-vous pour vous rappeler toutes les circonstances du vol qui vous est reproché. »

Auch... s'endort en appliquant sa main droite sur son front; au bout de quelques instants, sa main se détache et retombe naturellement. Le sujet dort profondément; le sommeil dure deux minutes comme il l'avait décidé lui-même avant de s'endormir; il se réveille spontanément et nous dit :

« Un monsieur qui m'a dit s'appeler Durand m'a ordonné de prendre cette montre sur le bureau, de la mettre dans ma poche; il a ajouté que personne ne me verrait et m'a défendu de me rappeler ce que j'aurai fait. »

Le sujet donne le signalement exact de ce monsieur Durand qu'il ne connaissait pas; il rétablit la scène telle qu'elle s'était passée, sans rien omettre.

Il reconnaît celui qui lui avait donné l'ordre d'agir parmi un certain nombre de personnes, et il affirme, sans la moindre hésitation et avec une grande assurance, que tout ce qu'il dit est bien la vérité. Il sait qu'on lui a défendu de parler, mais il parle parce qu'il se rappelle.

Des expériences identiques ont été faites sur plusieurs sujets en présence de témoins compétents, en prenant toutes les précautions pour éviter les causes d'erreur, et toujours les résultats ont été identiques.

La conclusion qui semble se dégager, c'est que l'auto-suggestion permet au sujet de se rappeler toutes les circonstances d'un crime, malgré la défense qui lui a été donnée de se rappeler. L'auto-suggestion réveille les souvenirs effacés et est un correctif au danger de l'hypnotisme.

M. le Docteur GUIRAUD,

Ancien interne des hôpitaux de Paris, à Montauban.

DES CAUSES DE DÉPOPULATION DANS LA RÉGION SUD-OUEST DE LA FRANCE.

— Séance du 26 septembre 1887. —

Tous vous avez lu, quelques-uns même ont eu le privilège d'entendre la conférence que notre éminent président, le Dr Rochard, a faite cet hiver à Paris sur la population de la France.

Sur la carte des mouvements de population par départements qui est jointe à cette étude, vous avez pu remarquer deux régions où s'accentuent tous les phénomènes démographiques signalés par l'éminent conférencier comme un des plus graves dangers qui menacent notre patrie : au nord la Normandie, au Sud-Ouest une zone embrassant trois ou quatre départements.

Dans ces régions, ce n'est plus de faible accroissement qu'il s'agit, mais bien d'une décroissance, d'une véritable dépopulation, dépopulation qui suit une marche progressive, continue, depuis de longues années et qui menace, si rien ne vient arrêter ses progrès, de transformer de fertiles campagnes en déserts ; car c'est justement dans les parties les plus riches, les plus fertiles que se manifeste avec le plus d'intensité le phénomène.

C'est une petite portion de cette région du Sud-Ouest qui fait l'objet de mon étude, un simple arrondissement, l'arrondissement de Montauban. Mais comme sa situation, au point de vue démographique est malheureusement celle d'un grand nombre d'arrondissements, que les tristes résultats que j'ai eu à constater se retrouvent plus ou moins dans toutes les parties de la France, j'ai pensé qu'il ne serait peut-être pas sans intérêt d'étudier de près dans une région bien circonscrite ce fait de la dépopulation de certaines régions, fait si inquiétant pour notre pays, et d'essayer d'en déterminer les conditions et les causes.

Les chiffres constituant la partie essentielle d'une pareille étude, je me suis efforcé de réunir dans le tableau ci-dessous les phénomènes démographiques de l'arrondissement de Montauban de 1861 à 1886, de façon à en faciliter la lecture et la comparaison. La communication qui va suivre n'en sera en quelque sorte que le commentaire.

TABLEAU I.

TABLEAU RÉCAPITULATIF

DES RÉSULTATS STATISTIQUES ET DES MOUVEMENTS DE POPULATION DE L'ARRONDISSEMENT DE MONTAUBAN

DE 1861 A 1886

CANTONS	DÉNOMBREMENTS		VARIATIONS de la POPULATION de 1861-1886		MOUVEMENTS DE POPULATION de 1861-1886						NATALITÉ p. 1.000.	MORTALITÉ p. 1.000.	MORTALITÉ INFANTILE			
	1861	1886	Accroissements et dimin. annuels	Accroissements et dimin. p. 1.000	Naissances chiffre absolu.	Décès chiffre absolu.	Excédant de naissances et de décès.	Moyenne ann. des naiss.	Moyenne ann. des décès.	Excéd. an. des nais. p. 1.000 & des décès			Décès de 0—1 an chiffre absolu.	Dime mort. 1 0—1 / N	Décès de 0—5 ans chiffre absolu.	Coefficient 1 0—5 / N
Montauban	28.901	31.528	+105	+ 3.4	11.589	14.509	3.020 D	579.4	725.4	146 D	19.1	24	2.193	189	3.653	315
Pop. urb.	27.054	29.863	+112	+ 3.9	10.756	13.766	3.010 D									
Pop. rur.	1.847	1.719	— 5	— 2.8	733	743	10 D									
Caussade..	12.502	11.651	— 34	— 2.8	5.283	5.731	448 D	264	286	22 D	21.8	23.6	1.082	204	1.585	300
Pop. urb.	5.236	5.674	+ 17	+ 3.2	2.444	2.629	205 D									
Pop. rur.	7.266	5.977	— 51.6	— 7.1	2.839	3.082	243 D									
Caylus....	9.873	8.784	— 43.6	— 4.6	5.069	5.314	245 D	253	265	12 D	27.1	28.5	1.072	211	1.607	316
Pop. urb.	4.973	4.563	— 16	— 3.4	2.626	2.957	331 D									
Pop. rur.	4.900	4.221	— 27.1	— 6	2.443	2.357	86 N									
Lafrançaise.	6.113	5.428	— 27.4	— 4.7	2.360	2.377	17 D	118	118.8	08 D	20.4	20.5	446	189	661	280
Pop. urb	3.738	3.357	— 15.2	— 4.2	1.433	1.422	11 N									
Pop. rur.	2.375	2.071	— 12	— 5	927	955	28 D									
Molières...	6.530	5.872	— 26.3	— 4.2	2.715	2.695	20 N	135	134	1 D	21.7	21.6	438	161	663	24 4
Pop. urb.	2.445	2 302	— 5.7	— 2.4	992	1.004	12 D									
Pop. rur	4.085	3.570	— 20.6	— 5.4	1.723	1.691	32 N									
Montpezat.	7.512	6.417	— 44	— 6.3	3.428	3.332	96 N	171.4	166.6	4.8 N	24.4	23.8	670	195	1.034	301
Pop. urb.	4.998	4.215	— 31.3	— 6.8	2.245	2.332	87 D									
Pop. rur.	2.514	2.202	— 12.5	— 5.3	1.183	1.000	183 N									
Monclar...	5.897	4.991	— 36.2	— 6.6	2.359	2.364	5 D	117.9	118.2	03. D	21.6	21.7	360	152	568	240
Pop. urb.	3.752	3.133	— 24.7	— 7.1	1.514	1.508	6 N									
Pop. rur.	2.075	1.757	— 11.5	— 6.	845	856	11 D									
Négrepelisse	10.105	8.551	— 62	— 6.6	3.993	4.281	288 D	199.6	214	14.4 D	21.3	22.9	682	170	1.012	253
Pop. urb.	4.662	3.873	— 31.5	— 7.3	1.798	1.978	180 D									
Pop. rur.	5.444	4.678	— 30.6	— 6	2.195	2.303	108 D									
S.-Antonin	13.669	12.400	- 50.7	— 3.8	6.836	6.473	363 N	341.8	323.6	18.2 N	26.2	24.8	1.392	203	2.158	315
Pop. urb.	6.361	6.049	— 12.5	— 2	3.113	3.023	90 N									
Pop. rur.	7.308	6.351	— 38.3	— 5.6	3.723	3.450	273 N									
Villebrumier Pop. excl. rurale.	4.727	4.230	— 19.9	— 4.4	1.753	1.764	11 D	87.6	38.2	0.6 D	19.5	19.7	236	134	362	206
Arrondiss.	105.829	99.852	—239	— 2.3	45.385	48.840	3.455 D	2267	2.439		22	23.7	8.571	180	14.315	27 7
Pop. urb.	63.289	63.053	— 7.6	—0.12												
Pop. rur.	42.540	36.799	—231.5	— 5.3												

N. B. — Les chiffres ci-dessus sont ceux que donnent les minutes des états de dénombrement par communes. Quelques-uns diffèrent légèrement de ceux que l'on trouve dans l'annuaire statistique officiel.

Les lettres *N* et *D* indiquent les excédants de naissances ou de décès ; les signes + et — l'accroissement ou la diminution de la population.

Variations de la population de l'arrondissement de Montauban depuis 1801. — La population de l'arrondissement de Montauban était en 1861 de 105,828. Au dernier recensement, elle n'est plus que de 100,474, ce qui fait une diminution de 5,355 dans l'espace de vingt-cinq ans, soit une moyenne de 214 par an et, en rapportant ce chiffre au coefficient de 1,000 adopté dans cette étude, de 2,1 ‰. Cette décroissance date déjà de loin, car depuis 1801, l'arrondissement ramené à son territoire actuel a décru de 14,582 habitants, soit 170 habitants par an ou 1,58 ‰. La rapidité de la dépopulation se serait donc accentuée dans ces derniers vingt-cinq ans.

Remarquons que malgré la situation démographique peu prospère de la région Sud-Ouest, ce département de Tarn-et-Garonne est avec le Lot-et-Garonne le seul de cette région dont la population ait diminuée depuis le commencement du siècle, et cette diminution est exclusivement le fait de l'arrondissement de Montauban, puisque l'on a à constater dans les deux autres arrondissements, Moissac et Castelsarrasin, un léger accroissement (1,073 et 1,016 au lieu de 1,000, tandis que c'est 880 pour le premier.)

La courbe ci-jointe permettra de se rendre compte de la marche qu'a suivi depuis 1801 cette décroissance (*fig.* 1), qui à part quelques oscillations

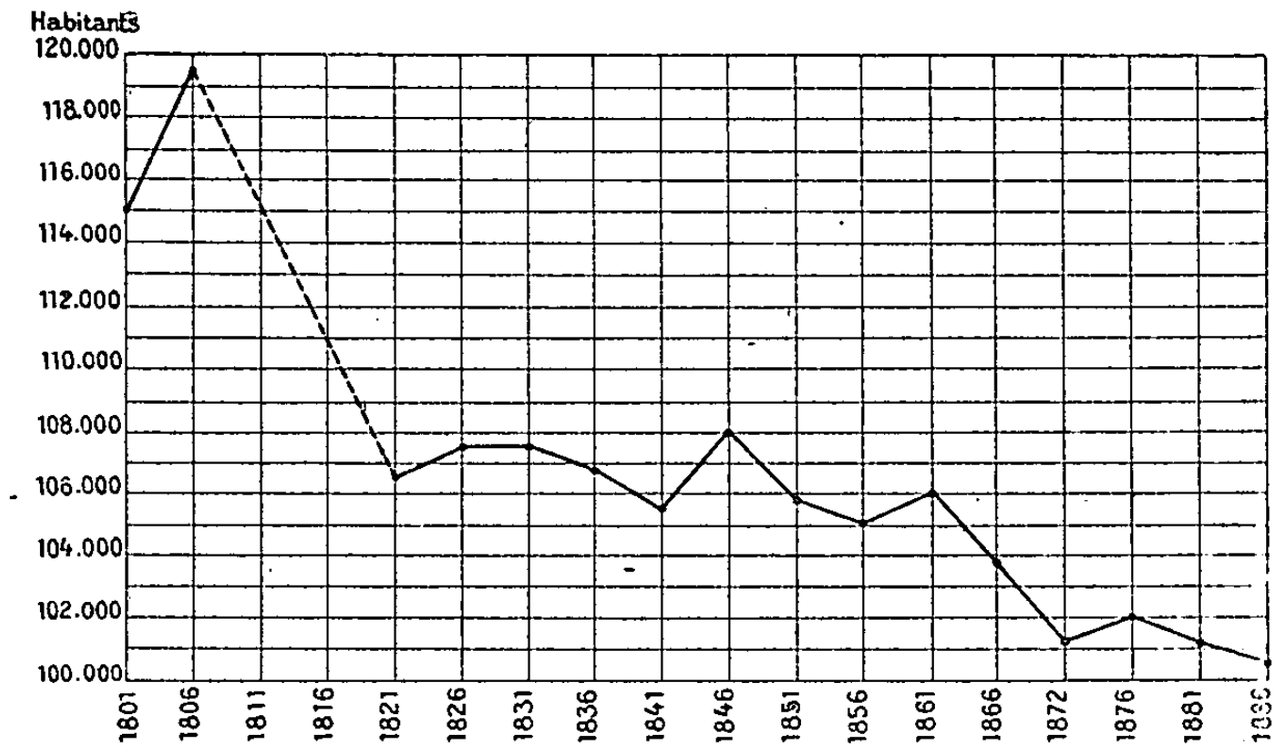


Fig. 1.

insignifiantes, a été à peu près continue. (Le chiffre de 1806 donné par les statistiques officielles, au milieu des guerres de l'empire, nous paraît devoir être accueilli avec réserves!)

Et encore, depuis 1861 au moins, la seule période que nous ayons étudiée en détail, ces chiffres n'expriment pas toute la réalité.

Si l'on distingue en effet la population urbaine de la population rurale, on constate que la première, après avoir décru jusqu'en 1872, est en voie d'augmentation depuis cettte époque (*fig.* 2). De 60,654, elle est montée à 63,030 qui est à peu près le chiffre de 1861. La population urbaine serait donc restée stationnaire dans l'arrondissement que nous étudions. Mais comment? Grâce, hâtons-nous de le dire, à l'accroissement du chef-lieu de département, accroissement tout à fait artificiel et dû à peu près uniquement à l'importance que la ville a prise depuis la guerre comme place de garnison.

La population rurale, au contraire, celle qui forme le fonds, la base solide d'un pays, qui en constitue, s'il nous est permis de parler ainsi, le capital vivant, productif, est en voie de décroissance continue, décroissance qui semble marcher avec une vitesse uniformément accélérée. Tandis que de 1861 à 1872 cette population rurale n'a diminué que de 5 °/₀₀ par an, de 1876 à 1886 cette diminution a été de 9,7 (*fig.* 3).

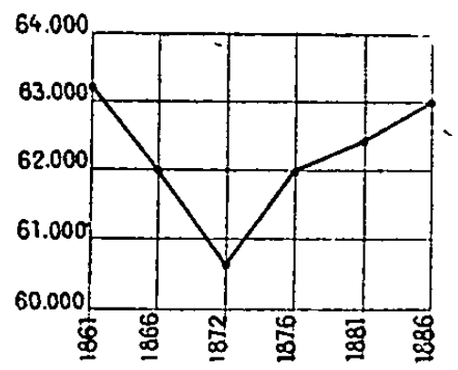


Fig. 2.

Tous les cantons de l'arrondissement ont vu leur population diminuer plus ou moins. Un seul fait exception, c'est celui qui renferme le chef-lieu du département, Montauban, et encore est-ce seulement sa population urbaine qui s'est accrue; j'en ai déjà dit les causes

Si nous examinons sur la carte I la répartition de cette diminution par communes, nous constatons que ce sont les communes rurales qui ont été les plus éprouvées. Au contraire, dans les communes renfermant une agglomération urbaine d'une certaine importance, comme les communes chefs-lieux de canton, la dépopulation marche en général moins rapidement. On retrouve même là cette influence qu'exercent comme centres d'attraction les moindres agglomérations urbaines sur les communes voisines exclusivement rurales. Seulement, l'attraction n'est point assez puissante pour combler les vides produits d'autre part par l'excédant des décès et l'émigration vers les centres plus importants.

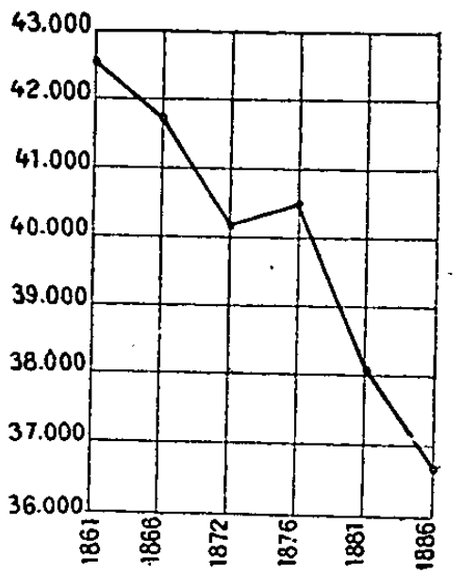


Fig. 3.

La pauvreté du pays, l'infertilité du sol semblent aussi exercer une influence notable sur la dépopulation des communes. Les communes teintées sur la carte des coloris les plus sombres sont surtout les communes situées sur les coteaux jurassiques, sur les *causses* où la terre paie bien maigrement le travail acharné du cultivateur. Le fait n'a cependant rien d'absolu. Tandis que nous voyons en effet quelques communes situées à l'extrémité est du département, éloignées de tous centres, mal pourvues encore de voies de communication, avoir une augmentation de population (*Laguépie, Castanet,* etc.), d'autres communes riches, fertiles, dans une situation des plus heureuses, voient leur population décroître avec une effrayante rapidité (*Réalville, Villebrumier*, etc., etc.).

Causes de la décroissance de la population. — Les causes de cette décroissance de la population de l'arrondissement sont de deux ordres : d'une part, l'excédant des décès sur les naissances, d'autre part, l'émigration des campagnes vers les centres urbains. La première fait sentir plus particulièrement son influence sur la population des villes, la seconde sur la population des communes rurales.

Tandis qu'il naît en moyenne 2,267 enfants dans l'année, il meurt 2,439 personnes dans le même laps de temps; différence en faveur des décès, 172.

La carte II montre la répartition par cantons et communes de ces excédants. Comme on le voit, ce sont les communes renfermant des agglomérations urbaines qui présentent surtout la teinte noire, caractéristique de

l'excédant des décès, d'autant plus foncée que l'agglomération est plus importante. Du reste, un coup d'œil sur le tableau I nous montre la petite part que prend l'arrondissement, considéré dans son ensemble, à la diminution de population due à cette cause. L'excédant des décès est presque exclusivement le fait des mouvements de population du chef-lieu dans lequel les décès l'ont emporté dans ces derniers vingt-cinq ans de 3,010 sur les naissances.

Quant aux communes exclusivement rurales, si quelques-unes, ainsi que le montre la carte, ont un déficit annuel, le résultat pris dans son ensemble est un gain de 344, gain bien faible, bien insignifiant, mais dont on doit presque se réjouir en présence des tristes constatations faites précédemment.

Ces excédants de décès ou de naissances ne sont que la résultante de deux facteurs : la mortalité d'une part, la natalité de l'autre. Il reste à examiner quelle est la part de chacun d'eux dans cette cause de dépopulation de l'arrondissement.

Mortalité générale. — La mortalité de l'arrondissement a été, dans la période que nous étudions, de 23,7 ‰ (Carte III). Ce n'est point là un chiffre très élevé. Il est cependant supérieur à la moyenne de la France, qui n'est dans la période correspondante que de 22,6. Ce qui aggrave encore la signification de ce chiffre, c'est que, comme nous allons le voir, l'arrondissement que nous étudions est un de ceux où l'on compte la plus faible proportion des âges les plus exposés à la mort, je veux parler de l'enfance. Si l'on considère, en effet, les communes a forte natalité, telles que celles de la région N.-E. du département, on voit aussitôt le chiffre de la mortalité s'élever notablement, et nous trouvons des chiffres de 31 (Caylus), de 27,7 (Lavaurette), de 28,8 (Ginals), qui égalent presque ceux des régions les plus mal partagées de la France. Et cependant ces communes, par leur sol ou leur climat, ne sont ni plus ni moins salubres que celles des régions voisines. La modération du coefficient de l'arrondissement n'a donc qu'une valeur très relative.

Faisons observer toutefois que l'élévation de la natalité ne suffit pas à expliquer la léthalité exagérée de certaines communes. Il y a évidemment d'autres causes parmi lesquelles l'insouciance et l'incurie des populations à l'égard de tout ce qui concerne l'hygiène privée et publique tiennent certainement une grande place. Malheureusement, tant que l'organisation de la santé publique restera à l'état de projet, tant que chaque département ne possèdera pas une direction sanitaire autonome, suffisamment indépendante pour triompher de l'indifférence et du mauvais vouloir des autorités locales, la statistique ne pourra que constater le mal, et le capital précieux qu'on appelle la vie humaine continuera à se gaspiller au grand détriment de la puissance de la France.

Et cependant, nous n'avons guère les moyens d'être prodigues, et puisque l'économie est à l'ordre du jour, c'est surtout dans cet ordre de choses qu'elle est plus que jamais nécessaire, car nos revenus en vies humaines diminuent d'année en année. Si notre département occupe, à part les quelques exceptions que nous avons signalées, un rang passable au point de vue de la mortalité, il est, comme natalité, un des plus mal notés, à juste titre, hâtons-nous de le dire. Nous appartenons en effet à cette région du Sud-Ouest qui partage avec la Normandie le triste privilège d'être signalée par tous les démographes pour l'insuffisance de sa natalité. C'est à cette insuffisance que nous devons surtout attribuer la décroissance continue de l'arrondissement que nous étudions.

Natalité. — Le coefficient de natalité, dans la période 1861 à 1881 est de 22 (carte IV), tandis que la moyenne de la France est dans cette période de plus de 24 ‰. Nous n'avons guère au-dessous de nous que deux ou trois départements voisins et un ou deux départements normands. Et encore si nous examinons la répartition de la natalité par communes, nous constatons que ce coefficient est légèrement accru, grâce à l'appoint que lui apporte la natalité relativement élevée de la zone Nord-Est du département région des plateaux, des causses jurassiques qui semble se rapprocher bien plus par ses phénomènes démographiques de l'Aveyron auquel elle est contiguë que de la région des plaines alluviales et des coteaux tertiaires du reste de l'arrondissement.

C'est que dans cette région nous trouvons les conditions économiques qui font les fortes natalités : population pauvre et rude, sol ingrat, d'une culture difficile qui se prête mal à la constitution de la petite propriété. Le père de famille n'a que peu d'intérêt à conserver à un seul ou à un petit nombre d'enfants un patrimoine sans valeur, et une nombreuse famille dont chaque membre vient rapporter à la communauté le produit de son travail est pour lui un avantage bien plus qu'une charge. Même dans cette région, la natalité s'abaisse dans les communes que traversent l'Aveyron ou ses affluents et où par suite se trouvent des vallées fertiles (Saint-Antonin 23,9. Verfeil 22,2, etc., etc.)

Dans le reste de l'arrondissement nous constatons les mêmes faits. Plus une commune est riche, plus son sol est fertile, plus l'aisance est générale, moins il y a de naissances. C'est sur les points les plus privilégiés, dans les riches alluvions du Tarn et de l'Aveyron, sur les coteaux où la culture des arbres fruitiers ou des raisins de table est une source de richesses pour l'habitant, que nous trouvons les chiffres les plus bas (16, 17).

Fécondité des mariages. — Les causes économiques que nous venons d'énumérer sont évidemment le facteur le plus puissant qui agisse sur la natalité; ce sont elles qui contribuent surtout à sa diminution progressive. Il y a toutefois un autre élément dont il y a peut-être lieu de tenir compte. Nous voulons parler des causes physiologiques, de l'infécondité physiologique des mariages. Lorsque je m'occupais, il y a quelques années, d'une étude démographique sur la ville de Montauban, j'avais été frappé du nombre de ménages stériles que je voyais autour de moi, non seulement dans la bourgeoisie, mais aussi chez les paysans, et les médecins que j'avais eu l'occasion d'entretenir sur ce sujet avaient confirmé mes impressions. Malheureusement, les documents statistiques faisaient défaut pour contrôler ces impressions personnelles et leur prêter un appui. Dans le dernier recensement nous trouvons un tableau consacré au relevé des ménages classés suivant le nombre d'enfants; seulement on n'y a compté que les enfants vivants au moment du dénombrement, et le tableau ne nous fournit aucun renseignement sur la durée du mariage. On conçoit combien sont insuffisants pour juger la question de stérilité de pareils documents. Il serait bien important cependant de savoir d'une façon précise si la fécondité de certaines races dont le mélange constitue la nation française est moins grande que celle des autres races, si cette fécondité diminue, si certaines régions sont plus particulièrement frappées, de connaître et de déterminer les influences qui agissent sur ce phénomène dont les conséquences seraient si graves pour l'avenir de notre nation.

Quelles que soient les lacunes que présentent ces documents, nous avons pensé qu'il y aurait un certain intérêt à en résumer les résultats dans le tableau ci-dessous.

TABLEAU II.

FÉCONDITÉ DES MARIAGES SUR 1,000 MÉNAGES, COMBIEN :

CANTONS	AVEC 0 ENFANT VIVANT	AVEC 1 ENFANT VIVANT	AVEC 4 ENFANTS vivants ET AU-DESSUS
Montauban	130	357	101
Id. ville	148	202	141
Id. banlieue rurale	125	412	88
Caussade	173	400	65
Id. population urbaine	130	466	65
Id. population rurale	185	402	65
Caylus	264	253	126
Lafrançaise	161	365	69
Mollères	164	280	144
Monclar	294	309	74
Montpezat	247	265	163
Négrepelisse	145	396	72
Saint-Antonin	155	297	139
Villebrumier	188	291	96
Ensemble de l'arrondiss. Moyennes.	192	321	105
Département. Total	182	336	87

Pour être instructifs, ces chiffres auraient eu besoin d'être comparés avec ceux d'autres régions ou d'autres époques. L'absence de documents suffisants ne m'a pas permis de faire cette comparaison ; aussi me bornerai-je à faire remarquer les résultats assez inattendus que nous donne ce tableau. Le canton qui compte le plus de naissances serait en même temps un de ceux qui auraient la plus forte proportion de ménages stériles (Caylus, 264). Le canton de Montauban, en revanche, qui a une si faible natalité, serait un de ceux qui en compteraient le moins. En présence de ces singularités, nous ne pouvons qu'enregistrer les chiffres sans commentaires.

Mortalité du premier âge. — Si nous avons peu d'enfants, un nombre tout à fait insuffisant pour combler les vides (carte V), au moins savons-nous les conserver? Hélas! les documents que j'ai à vous soumettre vous montreront que la situation de l'arrondissement, sous ce rapport, n'est guère plus satisfaisante.

Cette question de la mortalité infantile, de ses causes, de ses relations avec le climat, les conditions météorologiques et économiques de la région exigerait de plus longs développements qu'il ne nous est possible de lui en donner ici et mérite de faire l'objet d'une étude spéciale. Aussi me bornerais-je à quelques courts commentaires sur les chiffres que nous donne le tableau des mouvements de population.

Ce n'est pas sans raison que l'on nomme le rapport des décès de 0-1 an

aux naissances la dîme mortuaire. C'est bien, en effet, une véritable dîme, dîme parfois bien lourde que cet âge paye à la mort. Cette dime a été pour l'arrondissement, dans la période de 1861-81, de 189. Sur 1,000 enfants nés vivants, au bout d'un an il n'en reste plus que 811. Ce chiffre de 189 est supérieur à la moyenne de la France qui, dans la même période, a été de 171, et sa signification est d'autant plus fâcheuse qu'il coïncide, comme on l'a vu, avec une très faible natalité, ce qui devrait, au contraire, avoir pour conséquence l'abaissement de la mortalité infantile. Notons que l'industrie nourricière ne s'exerce guère dans notre département et ne vient pas, comme dans certains départements, grossir dans d'énormes proportions la mortalité du premier âge. Ce sont bien nos enfants, ceux qui sont nés dans notre arrondissement, et non des enfants venus du dehors qui payent ce lourd tribut à la mort.

Si nous examinons d'ailleurs la répartition de la mortalité par communes (carte V), nous avons à constater des chiffres vraiment navrants : 226, 230, 245 jusqu'à 274 dans certaines communes rurales, c'est-à-dire plus du quart des naissances de l'année! Et ce sont justement les communes où la natalité est la plus élevée, si bien que cette fécondité ne sert de rien et que le résultat final pour ces communes se traduit par une perte, ainsi qu'on peut le constater sur la carte II. Si nous avons une moyenne de mortalité infantile relativement modérée, nous le devons uniquement aux communes à très faible natalité.

Ces chiffres ne donnent pas, du reste, toute la mesure de la mortalité du premier âge. Les mêmes causes qui entraînent une si grande léthalité dans la première année de la vie continuent à exercer leur influence dans la seconde et augmentent dans une proportion considérable les vides qui se sont produits dans la première... Dans la période de 1861 à 1886, sur 1,000 enfants venus au monde vivants, 723 seulement ont atteint l'âge de cinq ans, et malgré le silence des documents, on peut affirmer que la majeure partie des décédés a succombé dans la deuxième année de la vie aux accidents et aux maladies causées par un régime défectueux ou un sevrage prématuré.

Ce qu'il y a de plus triste que ces chiffres, c'est la résignation fataliste avec laquelle population et administration les acceptent ; comme si nous étions condamnés par une loi inéluctable à voir succomber dans les deux premières années de la vie plus du quart de nos enfants ; comme si cette excessive mortalité infantile n'était pas en partie le résultat de l'ignorance et de l'incurie des unes, de l'insouciance de l'autre ; comme s'il ne dépendait pas de nous de diminuer dans une large mesure le lourd tribut que le jeune âge paie à la mort. De toutes les causes de dépopulation, celle-là est une de celles sur lesquelles nous avons le plus d'action. Mais, pour cela, il faut que public et autorités locales à tous les degrés aient un peu plus de souci de l'hygiène privée et publique qu'elles n'en ont eu jusqu'ici. Il faut que la loi Roussel, cette loi qui a déjà sauvé tant de précieuses existences partout où elle est sérieusement appliquée, ne reste pas à l'état de lettre morte dans notre département. Il faut que la protection de la première enfance soit sérieusement organisée.

Émigration des populations rurales vers les villes. — L'excédant des décès sur les naissances n'est pas, avons-nous dit, la seule cause de dépopulation de l'arrondissement que nous étudions. Une autre cause non moins active contribue à diminuer sa population ; nous voulons parler de l'émigration des populations rurales vers les villes. Tandis que l'arrondissement de

Montauban a perdu de fait dans la période 1861 à 1886, 5,973 habitants, soit 58 °/₀₀, la diminution de la population due exclusivement à l'excédant des décès n'est que de 3,455 dans la même période, soit 33 °/₀₀. Il reste donc 2,522 pour représenter le chiffre des habitants qui ont quitté dans ces vingt-cinq ans la région, soit une proportion de 33,6 °/₀₀.

Pour aller où? Ce n'est pas pour émigrer à l'extérieur, pour aller peupler l'Algérie, nos colonies ou l'Amérique du Sud, comme cela est le cas dans certains départements de la région sous-pyrénéenne. La statistique officielle n'enregistre, en effet, pour l'année 1883, qu'un unique émigrant originaire du Tarn-et-Garonne. Ce n'est donc que l'attraction qu'exercent sur les populations rurales les grands centres urbains du voisinage, Toulouse et autres, que l'on peut incriminer à cette occasion. Comme nous l'avons montré plus haut, c'est surtout et presque exclusivement aux dépens des communes rurales que s'exerce cette influence. Pendant que la population des communes exclusivement rurales diminuait de fait dans ces derniers vingt-cinq ans de 5,764 âmes; elle présentait dans cette même période un excédant de 344 naissances.

D'où vient ce mouvement irrésistible d'émigration qui entraîne les campagnes vers les villes, cette dépopulation de celles-là au profit de celles-ci, dépopulation qui a de si funestes conséquences, non seulement pour notre prospérité nationale, mais aussi, comme on vient de le voir, pour la vitalité de notre race? A quoi attribuer ce dégoût qui semble s'emparer de plus en plus des populations agricoles pour le lieu qui les a vu naître, pour les occupations si saines, si attrayantes de leur enfance, dégoût qui n'est pas particulier à notre région et qui se manifeste partout, au Nord comme au Midi, en France comme dans les pays étrangers? C'est là un gros et grave problème que je ne veux pas aborder, mais qui mérite bien de préoccuper les économistes, les hygiénistes et les patriotes. On accuse volontiers en ce moment la crise agricole que nous traversons. Mais ce mouvement d'émigration date déjà de loin, est certainement bien antérieur à cette crise, au moins dans nos régions, et pendant la période la plus prospère de l'agriculture, de 1861 à 1875, à l'époque où nous ne connaissions ni le phylloxera, ni le *mildew*, ni tous ces autres fléaux américains, où la vigne donnait abondamment et généreusement ses produits si rémunérateurs, on constatait déjà ce même courant. Ce n'est pas la crise agricole seulement qui pousse l'ouvrier des campagnes vers les villes. Les motifs sont, nous le craignons, moins intéressants et moins légitimes. C'est la vie plus facile, l'élévation en apparence plus grande des salaires, c'est enfin cette sorte de discrédit dans lequel est tombée, même chez ceux qui l'exercent, la profession agricole. L'avilissement des prix des produits agricoles, la gêne dans laquelle se débat la classe si nombreuse dans notre région du paysan-propriétaire dont les revenus sont réduits à zéro, ont contribué, il est vrai, à accentuer

et à précipiter le mouvement, et il y a là, nous le reconnaissons, une situation qui appelle, par les tristes conséquences qu'elle a pour la prospérité de notre chère France, toute la sollicitude de nos gouvernants.

Mais cela ne suffit pas, et c'est à nous tous qu'il appartient de faire un effort pour tâcher d'arrêter ce courant d'émigration, de retenir ou de rappeler aux champs les populations agricoles en les éclairant sur les inconvénients, les dangers des villes, sur les déceptions que se préparent les nouveaux venus, en général mal armés pour cette âpre lutte pour l'existence qui est le propre des grands centres. Peut-être l'initiative individuelle pourrait-elle seconder les efforts de l'administration par la création de *Sociétés de rapatriement* qui s'occuperaient tout spécialement de faciliter aux vaincus de la vie, si nombreux dans les grandes villes, le retour au pays natal, au champ paternel, aux travaux de leur enfance. Nous serions coupables en tous cas de nous croiser les bras en présence du grave danger qui nous menace.

C'est qu'en effet cette dépopulation dont nous venons d'essayer de déterminer les causes dans l'arrondissement de Montauban n'est point un fait isolé ; elle se constate aussi dans les départements voisins, et, limitée naguère à une zone restreinte, elle menace de faire la tache d'huile et de s'étendre à tout le bassin sous-pyrénéen. Jusqu'en 1861, la plupart des départements contigus au nôtre formaient, à part le Lot-et-Garonne, un heureux contraste avec lui et avaient à chaque dénombrement un accroissement de population à constater. Depuis cette époque les choses ont changé, et à part deux, l'Aveyron et le Tarn, qui ont une augmentation de population, tous les autres, la Haute-Garonne, le Lot, le Lot-et-Garonne, le Gers ont subi une diminution plus ou moins considérable, ainsi qu'il résulte du tableau suivant :

DÉPARTEMENTS.	POPULATION en 1861.	POPULATION en 1886.	AUGMENTATION.	DIMINUTION.
Aveyron.	396.025	415.075	19.801	
Haute-Garonne. . . .	484.081	481.169		2.912
Gers.	298.931	274.391		24.540
Lot.	295.542	271.514		24.028
Lot-et-Garonne. . . .	332.065	307.437		24.628
Tarn.	353.633	358.757	5.124	
Tarn-et-Garonne . . .	232.551	214.046		18.505
			24.925	94.613

Ce qui fait en définitive pour cette région si limitée une perte de 69,688 habitants dans ces derniers vingt-cinq ans. Quel pourrait être le crédit d'un État qui présenterait, s'il s'agissait d'argent, un pareil déficit dans son budget?

Il serait superflu d'insister davantage sur la gravité de la situation démographique de la région du sud-ouest de la France; cette situation peut se résumer en quelques mots pour l'arrondissement que nous avons plus spécialement étudié.

Décroissance progressive, continue, de la population depuis le commencement du siècle et dont l'importance et la rapidité semblent s'accentuer notablement depuis vingt-cinq ans.

Cette décroissance reconnaît pour causes : d'une part, l'excédant des décès sur les naissances, excédant qui est presque exclusivement le fait du chef-lieu du département, Montauban; d'autre part, l'émigration des campagnes vers les centres urbains où les chances de mort sont bien plus considérables et qui dévorent et au-delà les légers excédants de naissances constatés dans les communes rurales.

Natalité tout à fait insuffisante, d'autant plus faible que le pays est plus riche, plus fertile, la propriété plus divisée. Cette insuffisance de la natalité est surtout due à des causes économiques et sociales. Il y aurait toutefois lieu d'examiner si, comme certains indices tendraient à le faire croire, l'infécondité physiologique du mariage ne contribuerait pas à aggraver la situation, et il est à désirer que l'Administration fournisse dans les prochains dénombrements des documents suffisamment explicites permettant d'élucider cette question d'une importance si capitale pour l'avenir de notre race.

Mortalité du premier âge beaucoup trop élevée, surtout dans certaines communes rurales; urgence d'appliquer la loi Roussel et d'organiser sérieusement la protection de la première enfance un peu négligée jusqu'ici par les administrations départementales qui se sont succédé depuis quelques années.

Opportunité qu'il y aurait, de la part de tous ceux qui ont à cœur la grandeur et la prospérité de la patrie, à entreprendre une campagne pour essayer d'arrêter ce courant d'émigration des campagnes vers les villes aussi funeste à l'accroissement de notre population qu'à l'agriculture.

Quant aux conclusions d'une portée plus haute, plus générale à tirer de cette étude, elles découlent des faits mêmes. C'est après de pareilles constatations que les paroles du Dr Rochard acquièrent toute leur triste éloquence, et je ne saurais mieux terminer qu'en vous les rappelant : « Quelques grandes que soient les difficultés du « moment, ce n'est pas dans cette lutte avec son passé, ce n'est pas

« dans la crise agricole, industrielle et commerciale que nous traver-
« sons que gît le véritable péril social. Il est pour la France un danger
« plus grand peut-être, quoique moins visible, et ce danger c'est le
« faible accroissement de notre population », et, ajouterons-nous, la dépopulation rapide de certaines régions si favorisées de la nature cependant à tous les points de vue.

M. le Docteur DROUINEAU,

Chirurgien en chef des hospices civils, à La Rochelle.

DES ÉTABLISSEMENTS CLASSÉS ANTÉRIEURS A 1810.

— Séance du 28 septembre 1887. —

Il n'y a pas de département ni de Conseil d'hygiène publique qui n'ait eu à intervenir dans des questions concernant les établissements classés antérieurs à 1810, et chaque fois, à côté de la salubrité publique outragée et menacée, en face des plaintes portées par tout un voisinage, reproduites avec autorité par un Conseil d'hygiène en face même des arrêtés préfectoraux cherchant à sauvegarder l'intérêt public, se dressait le Conseil d'État, armé du décret de 1810 et annulant les arrêtés pour excès de pouvoirs. La situation paraissait désespérée, tant la jurisprudence était constante, lorsque dans un département de l'Ouest, la Charente-Inférieure, une affaire semblable apparaît, mais compliquée cette fois d'une grave question d'infection d'eau potable et fait surgir à la suite d'enquêtes, de rapports, etc., l'opinion motivée d'un conseil dont les décisions sont d'une haute autorité, le Comité consultatif des arts et manufactures. Il s'agissait de buanderies, antérieures à 1810, et écoulant leurs eaux savonneuses dans le sol au voisinage même de la nappe d'eau servant à alimenter la ville de La Rochelle. Le préfet n'osait agir, à cause du décret et, sur les instances du Conseil départemental d'hygiène, demandait l'avis du Comité des arts et manufactures et du Comité consultatif d'hygiène publique. Le Comité des arts et manufactures a répondu à cette invitation, et MM. de Lavenay et Aimé Girard ont

présenté sur cette question un rapport très net et très concluant. L'administration préfectorale se sentait couverte par cette autorité et allait agir contre les buanderies aussi bien que contre les autres établissements dans le même cas lorsque, un peu plus tard, des arrêts du Conseil d'État sont venus l'arrêter dans sa confiance; la jurisprudence du Conseil d'État semble ne pas s'être modifiée, que celui-ci ait ou n'ait pas connaissance de l'opinion du Comité des arts et manufactures, et, quand il s'agit des établissements antérieurs à 1810, il n'y a rien à faire.

Un ouvrage fort estimable qui est récent, celui de MM. Porée et Livache, traite cette question et discute l'opinion du Comité des arts et manufactures en la combattant juridiquement. Je crois le moment venu de la défendre hygiéniquement et d'appeler l'attention de tous ceux qui s'intéressent à ces difficultés de la pratique de l'hygiène pour tâcher de terminer ce différend, qui n'est pas sans inconvénients pour la santé publique.

Chacun sait que le décret de 1810, qui est la base de notre législation sanitaire, fort incomplète du reste, est né après la consultation demandée à l'Institut : c'est là qu'on y peut trouver l'esprit du décret. En présence d'une situation difficile pour les établissements industriels, d'une instabilité regrettable, l'Institut demandait une classification des établissements, des autorisations à prendre de manière à sauvegarder les intérêts de la salubrité et de l'industrie. Et comme il y avait néanmoins un certain nombre d'industries en activité, il fut entendu que celles-ci n'auraient pas besoin d'autorisation, partant pas d'enquêtes, etc.; qu'elles resteraient dans l'emplacement qu'elles occupaient; on ne les troublerait pas dans leur fonctionnement; la loi ne devant point avoir d'effet rétroactif. Cependant on faisait une exception pour les fabriques de soude n'opérant point à vase clos, dont les inconvénients étaient notoires pour le voisinage « afin, disait l'Institut, de prouver aux propriétaires du voisinage que leurs intérêts ne sont pas plus perdus de vue que ceux des manufacturiers. » Le projet, disait encore la docte assemblée, ne fait subir la loi commune (*c'est-à-dire l'autorisation*) aux établissements en activité qu'autant qu'ils seront transférés d'un emplacement dans un autre ou qu'il y aura dans leur exploitation une interruption de six mois; alors il les assimile aux établissements à former, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent être remis en activité qu'après avoir obtenu, s'il y a lieu, une *nouvelle permission*.

On le voit, la situation est franche, nette. On fait table rase des vieilles ordonnances de police qui étaient fort arbitraires en face des

industries, et on demande, à l'aide d'un décret, à les réglementer de manière à ce qu'aucune industrie ne se crée plus sans autorisation, et celles existantes sont censées avoir reçu cette consécration et continuent à fonctionner. Tous est donc mis sur un pied nouveau et définitif. L'industrie est désormais classée et placée sous la surveillance administrative.

Ce décret de 1810, qui a été une mesure tutélaire et excellente, s'est ressenti de la préoccupation des législateurs de cette époque. Il n'était qu'une base d'organisation sanitaire et ne pouvait tout renfermer dans les douze articles dont il est composé. C'est donc bien à tort, à mon sens, qu'on veut y trouver tout un code sanitaire, et je m'étonne encore que MM. Porée et Livanche aient pu dire que ce décret répond aux nécessités actuelles et qu'il donne à l'Administration des armes suffisantes pour assurer la salubrité et la sécurité publiques.

J'espère en faire la preuve tout au moins pour les établissements antérieurs à 1810.

Le fait de l'autorisation pour les établissements classés a entraîné, dès l'application du décret, une réglementation spéciale. L'autorisation a nécessité, avec la demande, des plans, des enquêtes, etc.; puis l'Administration accordait l'autorisation en spécifiant les conditions mêmes de cette autorisation. Les choses se passent encore ainsi. C'est en vérité un contrat passé entre l'Administration et l'industriel. L'industrie est déterminée, s'exerçant dans un lieu précis, limitée à tel ou tel procédé, estimée quant à son importance et même, tout cela fait, l'Administration se réserve encore le droit de faire certaines modifications aux prescriptions indiquées si les inconvénients prévus sont dépassés ou différents dans la réalité. Ce contrat est absolument accepté par l'industriel. Il sait qu'il ne peut modifier son industrie, la transformer, lui en ajouter de nouvelles, la transférer, etc., sans une autorisation nouvelle. Voilà en quelques mots la situation exacte de l'industrie de l'industrie classée postérieurement au décret de 1810.

Or, en est-il de même des établissements antérieurs à 1810? Non; si l'Administration conserve le pouvoir de pénétrer dans les établissements antérieurs au décret, en tant que surveillance générale, elle n'a aucunement le droit de prescrire des modifications nouvelles à cette industrie, fût-elle désagréable, nuisible ou incommode, et le Conseil d'État est toujours ferme dans ses décisions, témoin l'arrêté du 12 février 1886, où un préfet est déclaré excédant ses pouvoirs en prescrivant, suivant l'avis d'un Conseil d'hygiène, au propriétaire d'un four à chaux placé dans des conditions particulières et désagréables, de faire disparaître l'incommodité de la fumée à l'aide d'ap-

pareils fumivores; ledit four à chaux étant antérieur à 1810. Si l'on relevait tous les arrêtés du Conseil d'État, on les trouverait toujours constants sur ce point : cette jurisprudence est inflexible.

Mais les exploitants de ces établissements ont-ils le droit de modifier leur industrie au nez et à la barbe de l'Administration sans que celle-ci puisse intervenir? Il semble bien que non, le bon sens l'indique. MM. Porée et Livache le déclarent du reste formellement : « Tout changement apporté par l'industriel à l'exploitation de son établissement transforme son établissement, s'il est ancien, en établissement exigeant une autorisation ».

Mais il faut encore voir comment le Conseil d'État juge la question. MM. Porée et Livache nous l'apprennent : « La jurisprudence, disent-ils, admet d'ailleurs que lorsqu'il est établi que l'industriel a apporté des changements à son exploitation, ou a créé, à côté de son industrie ancienne, une industrie nouvelle, le préfet peut prendre à l'égard de ces changements ou de l'industrie nouvelle telles mesures qu'il appartiendra, sans que pour cela il puisse atteindre l'industrie ancienne ».

« Considérant, dit un arrêté du 30 décembre 1842, qu'il résulte de l'instruction, qu'au moment où a été promulgué le décret du 15 octobre 1810, une parcheminerie était établie dans la maison appartenant à la dame de Calvimont; — qu'il n'est pas justifié qu'il y ait eu une interruption de six mois dans les travaux de cette parcheminerie; — considérant toutefois, qu'il résulte de l'instruction que *des additions importantes ont été faites sans autorisation,* arrête... Art. 2. — L'établissement existant à Bordeaux, rue des Palanques, 3, à l'époque où a été rendu le décret de 1810, est maintenu, sauf le droit qui appartient à l'Administration de faire supprimer les additions faites sans autorisations depuis la promulgation de ce décret. »

Cette décision est instructive, parce qu'elle indique, il me semble, quel est le pouvoir du préfet, en présence d'une industrie se modifiant. Il ne peut, une fois la chose faite, que la supprimer pour rétablir l'établissement comme au 15 octobre 1810, ou autoriser la modification, mais non pas l'établissement lui-même qui reste toujours sous la protection inviolable du décret.

C'est en réfléchissant à cette situation critique, qu'un préfet passe impuissant devant une fabrique de chandelles avec fonte de suifs à feu nu antérieure à 1810 et qu'à la porte de l'établissement, les produits sont étalés à la vitrine avec une splendide étiquette portant ces mots = *fabrique de chandelles — X — usine à vapeur* = Il connaît et redoute la jurisprudence du Conseil d'État; s'il frappe d'un arrêté l'industriel, le Conseil d'État dira comme pour Bordeaux qu'on peut

rétablir les choses comme elles étaient en 1810, ce qui ne semblerait pas à l'industriel, et au voisinage un grand bénéfice, et ainsi, l'industriel fait ce qu'il veut sans que rien le trouble et l'agite. Dans certains cas, il y a profit pour la salubrité publique parce qu'aux procédés défectueux de l'industrie du commencement du siècle se sont substitués, par la force des choses et du progrès, des procédés nouveaux et meilleurs. Mais il y a aussi la concurrence qui a modifié certaines industries et en a altéré le fonctionnement. Aussi telle fabrique de chandelles qui seule absorbait les suifs de toute une contrée et fabriquait régulièrement, voit par suite de l'établissement d'industries rivales les suifs devenir plus rares et attend d'avoir amassé en plusieurs jours de quoi faire une fonte. Des suifs altérés, d'une odeur repoussante infectent tout un voisinage, mais comme cela n'est pas une modification dans la fabrication même et que l'industrie est antérieure à 1810, il n'y a rien à lui dire.

Chose plus singulière encore, les modifications se produisent en dehors de l'industrie et non par son fait; ainsi des buanderies déversaient leurs produits dans un cours d'eau, les lavages s'y faisaient même. La police sur les cours d'eau intervient; on défend de polluer le cours d'eau, l'industriel s'en soucie peu, il infecte le sol, étant antérieur à 1810 et n'ayant pas, lui, modifié volontairement son industrie; l'Administration ne dit rien et a peur de la jurisprudence du Conseil d'État.

Il y a là, évidemment, une différence flagrante entre la façon dont sont contrôlés les agissements des industries classées et il demeure manifeste que le principe que tout le monde reconnaît excellent, que MM. Porée et Livache proclament eux aussi devoir être d'application commune, à savoir qu'une industrie ne peut se modifier sans l'assentiment de l'autorité administrative et sans nécessiter de nouvelle autorisation, ce principe est sans application quand il s'agit des établissements antérieurs à 1810.

Et ainsi se trouve démontrée cette vérité qu'il y a en matière d'hygiène publique pour les établissements classés deux poids et deux mesures. Est-ce là ce que le législateur a cru faire dans le décret de 1810? Est-ce ainsi qu'en voulant proclamer le principe de la non rétroactivité et supprimer la procédure de l'autorisation aux industries en activité, le législateur a entendu sacrifier l'intérêt public à l'intérêt privé? C'était si peu dans sa pensée qu'il disait : « s'il est juste que chacun soit libre d'exploiter son industrie, le gouvernement ne peut, d'un autre côté, tolérer que, pour l'avantage d'un individu, tout un quartier respire un air infect ou qu'un particulier éprouve des dommages dans sa propriété. » Il faut donc songer à la salubrité

publique et, voyant qu'elle souffre de cette situation, chercher le remède. Le remède est justement dans une application rigoureuse et unique des mêmes principes dans le fonctionnement des industries classées. Or, ce fonctionnement sera assurément le même, puisqu'il est confié au contrôle et à la surveillance de l'administration préfectorale, le jour où il n'y aura plus de divergence dans l'interprétation du décret de 1810. Ce jour est venu; car, si le Conseil d'État reste confiné dans la même jurisprudence, il ne s'explique pas autrement que par ses arrêtés et n'a jamais été, que je sache, du moins, le théâtre d'une discussion approfondie de la question. Le Comité des arts et manufactures, au contraire, a été appelé à l'examiner à fond et il est peu d'autorité plus compétente en matière d'industries classées; c'est à la fois un conseil technique et juridique d'une telle valeur que son opinion ne peut être considérée même par le Conseil d'État, comme de peu de poids, en pareille matière. Or, voici ce qu'il dit :

« L'article 11 du décret du 15 octobre 1810 est ainsi conçu : « Les dispositions du présent décret n'ont pas d'effet rétroactif. En conséquence tous les établissements qui sont aujourd'hui en activité continueront à être exploités librement, sauf les dommages dont pourront être passibles les entrepreneurs de ceux qui préjudicient aux propriétés voisines. »

« Le Préfet de la Charente-Inférieure, dans la lettre citée plus haut, tire de cet article la double conséquence que le décret de 1810 est absolument sans application aux établissements antérieurement existants et que l'Administration ne peut prescrire aucune mesure de police à ces établissements.

« Cette interprétation nous paraît excessive.

« Nous considérons les dispositions de l'article 11 comme une application pure et simple du principe de la non-rétroactivité de la loi.

« Ces mots « *continueront à être exploités librement* » nous semblent signifier seulement « continueront à être exploités sans qu'il soit besoin d'autorisation. »

« Donner au mot *librement* une portée plus absolue serait suivant nous en forcer le sens.

« En effet, il nous paraît impossible que le législateur ait voulu accorder plus de droits aux établissements conservés seulement en faveur de leur existence antérieure de fait, que ceux qui seraient pourvus à l'avenir d'une autorisation légale.....

« Interpréter le mot — librement — comme paraissait le faire le Préfet de la Charente-Inférieure en 1869, ce serait reconnaître à des établissements insalubres ou dangereux le droit de tout se permettre, d'employer les procédés les plus défectueux, d'infecter l'atmosphère,

de corrompre les eaux, de menacer d'incendie tout leur voisinage, de compromettre la santé publique, etc. Or, en supposant même que la réserve des dommages et intérêts au profit des propriétaires voisins fût de nature à sauvegarder les droits privés, ce qui est douteux, les droits de la sûreté publique, de l'hygiène et de la salubrité générale demeureraient sans garantie, puisqu'on ne permettrait pas à l'Administration d'y pourvoir.

« Il nous paraît donc certain, comme nous le disions tout à l'heure, que l'article 11 du décret de 1810 a seulement entendu dispenser les établissements anciens de la nécessité d'une autorisation expresse, donner à leur existence antérieure la valeur d'une autorisation implicite et les mettre sur la même ligne que les établissements autorisés. Le principe de la non-rétroactivité ne demandait pas davantage et le législateur ne peut pas être présumé avoir voulu faire plus. »

Il nous semble difficile d'exprimer avec plus de netteté la valeur de l'article 11 et la façon dont il doit être conçu.

Malgré ce qu'en disent MM. Porée et Livache auxquels l'argumentation des savants rapporteurs du Comité des arts et manufactures ne paraît pas convenir, le décret de 1810 ne peut être pris pour tout un Code sanitaire, il n'a réglé que l'autorisation et il a laissé même bien indécise la question de la suppression puisqu'il ne l'a étendue qu'aux établissements de première classe. Il n'a pas pu tout prévoir et il n'a pas pensé régler ce qui dans l'avenir viendrait apporter des changements à une industrie.

L'Administration préfectorale était, dans sa pensée, la surveillante à laquelle appartiendrait le droit de régler toutes les petites questions en dehors des grosses, telles que l'autorisation et la suppression.

Cette discussion, qui ne saurait être sans intérêt pour les hygiénistes appelés à donner leurs avis dans les conseils d'hygiène, doit avoir une conclusion et, à mon avis, elle serait pour le présent, que le Conseil d'État, s'inspirant des idées et de la doctrine du Conseil des arts et manufactures, voulût bien modifier sa jurisprudence et ne pas continuer à taxer de coupables d'excès de pouvoir les préfets prenant dans l'intérêt de l'hygiène publique des mesures de prévoyance s'appliquant à des établissements antérieurs à 1810; il me paraît peut-être difficile que ma voix s'élève jusque là et que mon vœu soit entendu de la haute assemblée; mais enfin, c'est bien là où je devrais tendre, car, une fois le Conseil d'État persuadé, les choses rentreraient dans l'ordre commun; mais à défaut du Conseil d'État qui peut attendre quelque temps l'occasion de faire connaître sa nouvelle opinion, il y a la réorganisation de la médecine publique qui est actuellement en question et dont la solution appartient probablement à cette législa-

ture ; c'est à cette nouvelle organisation qu'il sera réservé de reprendre notre législation sanitaire et mon désir est, pensant à cette organisation prochaine, de voir cette question soumise à l'attention des hommes qui auront mission de refaire nos lois sanitaires incomplètes et mal assises en un Code sanitaire complet et bien équilibré.

M. GRIOLET aîné,

Vétérinaire, à Toulouse.

DE QUELQUES DISPOSITIONS DE LA LOI DE POLICE SANITAIRE DES ANIMAUX APPLICABLES A LA PROPHYLAXIE DE CERTAINES MALADIES CONTAGIEUSES DE L'ESPÈCE HUMAINE.

— *Séance du 28 septembre 1887.* —

La médecine des animaux est dotée d'une loi de police sanitaire, la loi du 21 juillet 1881, grâce à l'action de laquelle les maladies contagieuses sont presque toujours signalées à l'autorité administrative. leur propagation enrayée et l'augmentation des ravages qu'elles peuvent causer par la multiplicité de leurs coups, empêchée ou annulée à bref délai ; enfin leur fixation et leur perpétuation rendues, on pourrait dire impossible, par l'extinction de leurs foyers de contagion.

L'économie de la loi réside, vous le savez, messieurs, en trois dispositions essentielles : la *déclaration,* l'*isolement* et la *désinfection.*

Ce trigone sur lequel repose la base de l'édifice légal, est étayé, il est vrai, par trois contreforts d'ordre secondaire qui sont : l'*institution des délégués de service,* la *vaccination* et les *indemnités.*

En vertu du principe de déclaration qui est inscrit à l'article 3 de la loi, dès qu'une maladie contagieuse se déclare, le propriétaire du sujet ou la personne chargée de sa garde et à leur défaut le vétérinaire, doivent en faire la déclaration au maire de la commune.

Aux termes de ce même article 3, l'animal atteint ou soupçonné d'être atteint de l'une des maladies spécifiées à l'article 1, doit, avant même que l'autorité administrative ait répondu à l'avertissement, être séquestré et maintenu isolé. Enfin, le § 4 de l'article 5 prescrit la

désinfection et prévoit les mesures qui seront déterminées par un règlement d'administration publique.

Nous pouvons donc en vétérinaire, à la faveur de la loi du 21 juillet, lutter victorieusement contre les maladies contagieuses isolées. Il nous devient facile même de faire cesser les épizooties; mais surtout il nous est possible et c'est en cela à mon avis que réside notre intervention la plus avantageuse, il nous est possible, dis-je, d'empêcher les affections virulentes de prendre sous la forme enzootique droit de cité dans leurs quartiers d'hiver ou d'été selon qu'elles sont hiémiques ou estivales.

Parmi les maladies contagieuses, celles qu'il est le plus facile de combattre, je dirai plus, de faire disparaître entièrement au moyen des trois dispositions précitées : la déclaration, l'isolement et la désinfection, ce sont les affections dues à des poisons morbides animaux, c'est-à-dire celles qui toujours sont engendrées par la transmission des sujets malades aux sujets sains. Dans cette grande classe se rangent, permettez-moi ces détails techniques :

1° Les affections éruptives externes telles que la variole ovine ou clavelée, la vaccine ou cowpox, la maladie du coït ou dourine, la fièvre aphteuse ou cocotte, le rouget du porc, le farcin;

2° Les affections que j'appellerai éruptives internes, la tuberculose, la morve, la diphtérite, la péripneumonie, la rage.

Quant aux maladies contagieuses qui ne sont pas essentiellement caractérisées par leur mode de localisation, mais qui attaquent l'organisme *totius substantiæ;* telles que le typhus des bêtes à cornes, le choléra des poules, les charbons bactéridien et bactérien, la fièvre typhoïde, il est plus difficile de les maîtriser à l'aide des seules mesures de premier ordre édictées par la loi de police.

Ces affections, en effet, ont leurs germes au dehors, dans certains milieux telluriques qui leur sont propres, bien qu'elles puissent se régénérer et se multiplier dans les organismes qu'elles ont pénétré; aussi la nature infectieuse de leur mode de propagation, de diffusion, pourrait-on dire, les place presque hors de l'atteinte des moyens dont l'action est forcément localisée.

Maintenant, Messieurs, je vais en quelques mots, car M. le docteur Henrot a su, avec son grand talent et sa profonde expérience, rendre ma tâche presque inutile, examiner de quelle manière les dispositions essentielles de notre loi du 21 juillet peuvent être appliquées à la prophylaxie des maladies contagieuses de l'espèce humaine.

1° La déclaration s'impose, M. le Dr Henrot vous l'a démontré et je ne saurais mieux dire; mais il faut absolument qu'à défaut d'un membre de la famille, elle soit faite par le médecin traitant;

2° L'isolement, vous en avez tous présenté les grands avantages et M. Henrot vous a prouvé comment il devait être intelligemment exécuté. Cependant je ne ne le crois pratique et efficace qu'à l'égard des maladies dues à des poisons morbides humains et principalement à celles qui sont caractérisées par la transmissibilité fixe.

Les trois premières mesures de police sanitaire sont donc très puissantes contre les maladies à transmissibilité fixe; elles ne peuvent être que des auxiliaires utiles dans la prophylaxie des maladies à transmissibilité volatile.

A l'égard de ces dernières, il faut agir par d'autres moyens et à leur défaut par une bonne hygiène afin de mettre autant que possible les organismes dans un état réfractaire; car la réceptivité des individus est le plus sûr complice du mal, et c'est grâce à cette aptitude du sujet que l'infection se transforme en fléau et multiplie ses hécatombes.

Il nous reste maintenant à examiner l'utilité des moyens d'ordre secondaire que j'ai déjà signalés, tels que le personnel des délégués. la vaccination et les indemnités.

Ici, Messieurs, le terrain est brûlant, aussi serai-je très bref.

Le règlement d'administration publique, chapitre V, article 36, donne le droit au préfet de nommer autant de vétérinaires sanitaires qu'il juge nécessaire pour assurer l'exécution de la loi et des règlements de police.

Qu'est-il arrivé? Partout on en a nommé trop ou trop peu! Je n'insiste pas.

Quant à la vaccination (inoculation préservatrice) prescrite par les articles 9 et 11 de la loi du 21 juillet et règlementée ailleurs, je m'abstiendrai d'en faire l'examen critique. Je ne veux point réveiller ici les échos mal assoupis des discussions qui retentissaient naguère ailleurs, Je crois convenable au surplus d'attendre que les débats pendants devant les Sociétés savantes et à la barre de l'opinion publique, soient clos.

Au sujet de l'indemnité allouée par le titre II, article 17, je n'en parlerai pas autrement que pour vous rappeler qu'elle s'applique principalement à couvrir les pertes occasionnées par les cas que réclament l'abattage des malades.

Mais cela ne peut vous intéresser, car je ne suppose pas que le législateur soit tenté d'introduire dans la loi de police sanitaire de l'homme cette cruelle application de l'adage : *sublatâ causâ tollitur effectus*.

Quant à la désinfection, je dirai seulement qu'elle est toujours indispensable; j'ajouterai que dans certains cas elle peut n'être pas

suffisante. Il est en effet des virus dont la ténacité est telle qu'il faut brûler leur véhicule pour les détruire sûrement.

Enfin je terminerai par un avis et par un souhait.

J'engage MM. les médecins à s'opposer de tout leur pouvoir à ce qu'il soit nommé plus d'un délégué sanitaire par département. Celui-ci serait mis dans une situation pécuniairement indépendante par un traitement proportionné à l'importance de ses fonctions, et l'exercice de la clientèle lui serait interdit. Rien n'empêcherait du reste que les municipalités des grandes villes eussent un chef de service local placé dans les conditions examinées plus haut.

Quant aux attributions ordinaires du service sanitaire tous les docteurs en seraient chargés; car il est juste que tous ceux qui sont à la peine soient aussi à l'honneur.

Le vœu que j'avais à formuler, le voici : Je souhaite ardemment dans l'intérêt général que le législateur introduise dans la future règlementation de la santé publique le principe *de l'indemnité* pour dédommager les familles ou les individus des dépenses qui pourraient leur être imposées soit pour la désinfection, soit surtout pour les pertes qu'ils pourraient subir par la destruction des objets contaminés. Car c'est dans l'espèce la meilleure application que l'on pourrait faire du droit d'expropriation pour cause d'utilité publique.

FIN.

TABLE ANALYTIQUE

Dans cette table, les nombres qui sont placés après l'astérisque * se rapportent aux pages de la deuxième partie.

Abbe (Cleveland). — Remarques sur la bibliographie de la météorologie préparée par le Signal Office, p. 225, * 414.

Absorption par l'atmosphère (Sur l') des radiations solaires, p. 194.

Accouchement artificiel (Trois cas d') provoqué par le procédé de Krause, p. 307, * 777.

Acide bromhydrique (Sur les éthers de l'), p. 204.

Acide citrique avec la glycérine (Sur la distillation de l'), p. 209.

Acide métaphosphorique (Sur la transformation de l'), p. 241.

Acides organiques (Action de quelques) sur l'éther oxalique, p. 207, * 367.

Aciéries (Société des forges et) du Saut-du-Tarn, p. 437.

Aciers (Transformations du fer et du carbone dans les fers et les), p. 204, * 356.

Æolidiadés du golfe de Marseille (Note sur deux nouvelles espèces d') p. 259.

Aération (Sur l') des locaux scolaires, p. 387.

Affrique (Nouvelles recherches sur les camps d') et de la Fourasse. Étude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 284.

Agents de change (La réforme de la Bourse de Paris et le monopole des), p. 363, * 984.

Agriculture (Un nouvel engrais destructeur des parasites du sol. — Le sulfate de fer en), p. 346.

—— (Conséquences qu'entraîne pour l') l'exagération des armements et des charges, qui, de ce chef, pèsent sur la production et la consommation des denrées alimentaires, p. 366.

Aimant (Des courants de la polarité dans l') et dans le corps humain, p. 319.

Air (Quelques expériences sur l'adhérence de l') en mouvement aux surfaces polies avec application au régime des contre-courants et des courants descendants directs dans les vallées, p. 219, * 384.

Albespy. — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 277.

Alcool (Chaleur de vaporisation de l'), p. 202, * 322.

Alcoolisation des vins, p. 348, 359.

—— (L'). (Observations à l'occasion de la communication de M. le Dr Michou), p. 361, * 917.

Alcoolisme (L') et les moyens de le combattre, p. 20.

Alcools (L'impôt des) en Allemagne, p. 361, * 962.

—— (La nouvelle législation allemande sur les) et la tentative de créer un monopole privé, p. 361.

Aldéhydes (Recherches sur l'ioduration des) isopropylique, isobutyrique et œnanthique, p. 241.

Alençon (Carte géologique des deux cantons d') au $\frac{1}{20\,000}$, p. 235, * 481.

Alezais. — Recherches sur les urines tabétiques, p. 334.

Alglave. — L'alcoolisme et les moyens de le combattre, p. 20.

Alix. — Discussion sur la propreté des rues dans les petites villes, p. 393.
Allemagne (Les colonies de l'), p. 350, * 933.
—— (L'impôt des alcools en), p. 361, * 962.
Alluvions anciennes à silex taillés de Malzieu (Lozère), p. 294.
Ammoniaques composées (Faits relatifs aux), p. 207, * 364.
Analyse indéterminée (Théorème d'), p. 175.
André. — Sur un cas de chromhydrose rose, p. 304, * 759.
—— Deux cas d'anévrismes aortiques guéris, p. 344, * 787.
—— Discussion sur les paraplégies urinaires, p. 329.
—— Sur la pathogénie de la chlorose, p. 335.
Anémogène (Rapport sur une description de l') de Mgr Rougerie, évêque de Pamiers, p. 224.
Anémomètre de Bourdon (Mesure des coups de vent). — Manomètre à maxima, p. 213, * 376.
—— (Sur la théorie des variations rapides de la vitesse du vent indiquées par l'), p. 218.
—— *enregistreur*, p. 221.
Anémomètres (Etude sur la comparaison des), p. 217.
Anévrismes (Deux cas d') aortiques guéris, p. 344, * 787.
Angle métrique (Du pouvoir convergent binoculaire et de l'), p. 312.
Annélides (Sur le mésoblaste des larves d'), p. 271.
Antiquités lacustres (Sur les falsifications d') du lac de Neuchâtel, p. 280.
Anus contre nature. — Fistules pyostercorales, p. 327.
Aortiques (Deux cas d'anévrismes) guéris, p. 344.
Aphroditiens (Sur la classification des), p. 268.
Appareil à projection (Etude d'un), p. 201.
—— (Sur un) pour produire la force motrice économiquement, p. 166, * 114.
—— *respiratoire* (De la méthode des lavements gazeux dans les traitements des maladies de l'), p. 310.
Appareils électriques divers. — Navigation électrique. — Nouveaux moteurs et nouveaux propulseurs, p. 188, * 318.
—— *portatifs*, etc., p. 196.
Arabinose (Distinction du galactose et de l'). Influence d'impuretés sur la forme des cristaux du galactose, p. 200, * 338.
Aragon [Espagne] (Échinides éocènes d') recueillies par M. Maurice Gourdon, p. 240, * 518.
Arbitrage (La paix sociale et les bureaux d') et de conciliation, p. 371.
Arcachon (L'œuvre des hospices maritimes et les nouvelles fondations d') et de Banyuls-sur-Mer pour les enfants débiles, lymphatiques et scrofuleux, p. 330, * 854.
—— (Sur la station zoologique d'), p. 269.
Ardenne (d'). — De l'action de l'extrait de coca dans le traitement des affections douloureuses de l'estomac, p. 337, * 876.
Arithmétique des directions et rotations, p. 169, * 197.
Armaingaud. — Sur les nouvelles fondations de sanatoria et d'hospices maritimes pour les enfants à Arcachon et à Banyuls-sur-Mer (Pyrénées-Orientales), p. 330, * 854.
Armée (Présentation des cartes publiées par le service géographique de l'), p. 352.
Armements (Conséquences qu'entraîne pour l'agriculture l'exagération des) et des charges qui, de ce chef, pèsent sur la production et la consommation des denrées alimentaires, p. 366.
Arnaud. — Introduction à l'étude des signes de la mort, p. 304.
—— 1° Etat actuel des connaissances sur les signes de la mort; 2° Recherche des signes directs de la mort de l'organisme, p. 311.
—— Discussion sur le traitement de certaines hémorragies par la révulsion sur la région hépatique, p. 325.
Arnaud de Fabre. — Sur l'action convulsivante de l'atropine, p. 330, * 852.
Arnozan. — Sur la suspension de la glycogénie hépatique par les injections rectales d'hydrogène sulfuré chez le lapin, p. 316.
—— Rapports des affections cutanées du nez avec les affections des fosses nasales, p. 333, * 801.
Arséniates (Sur les volumes moléculaires et l'énergie réfractive des phosphates, hypophosphates et) de soude, p. 195.
Artério-sclérose (L') subaiguë dans ses rapports avec les spasmes vas-

culaires ; son traitement par la trinitrine, p. 335.
Asphyxie (De l') par suffocation, p. 318, * 808.
Assainissement (Quelques indications sur l') des villes, p. 386, * 1027.
Assemblées générales, p. 125.
Association (Les finances de l'), p. 158.
—— *française* (L') en 1886-1887, p. 153.
Astor (A.). — *Lignes géodésiques des surfaces réglées* dont les génératrices coupent la ligne de striction sous un même angle et dont le paramètre de distribution est constant, p. 163, * 1.
Asymptotes de l'hyperbole de Kiepert (Sur les), p. 165, * 113.
Ateliers néolithiques dans les bois de Chaville et de Fausses-Reposes (Seine-et-Oise). p. 287, * 711.
Atmosphère (Sur l'absorption par l') des radiations solaires, p. 194.
Atmosphères célestes (L'oxygène et les), p. 171.
Atropine (Sur l'action convulsivante de l'), p. 330, * 852.
Audoynaud (A.). — Observations nouvelles sur le plâtrage des vendanges, p. 339.
—— Importance agricole de la craie chloritée et des sables verts qui s'y rattachent dans le sud-est de la France, p. 344, * 891.
Augé. — Discussion sur l'âge de la bauxite, p. 227.
Ault-Dumesnil (d'). — Discussion sur la grotte de Gargas, p. 290.
Auto-suggestion (De l') en médecine légale, p. 390, * 1032.
Auvergne (Nouvelles pierres à bassins et à écuelles de l'), p. 286, * 704.
Aveugle (Sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant sourde-muette et), p. 295.
Aveugles (Sur l'enseignement des jeunes), p. 381.
Avignon (Recherches préhistoriques faites dans les environs d') pendant l'année 1887, p. 299, * 749.
—— (Statistiques démographiques et médicales d') pour les années 1883, 1884, 1885 et 1886, p. 322, * 826.
Ayer (Nécropole d') [Bordes-sur-Lez], * 736.
Baille. — Sur les désincrustants des chaudières, p. 195.
—— Discussion sur les poussières du Krakatau et la période de Zenger, p. 214.
Baillehache (E. de). — Rail isolé ou contre-rail isolé servant à la communication automatique des trains, p. 179.
Banyuls (Excursion faite à) par la section de zoologie, les 27 et 28 septembre 1887, p. 270.
Banyuls-sur-Mer (Climatologie de), p. 215.
—— (Note sur les Holoturies de Roscoff et de), p. 274, * 678.
—— (L'œuvre des hospices maritimes et les nouvelles fondations d'Arcachon et de) pour les enfants débiles, lymphatiques et scrofuleux, p. 330, * 854.
—— (Sanatorium maritime de), p. 321.
Barbarin (P.). — Retrouver les éléments d'une surface de révolution dont on ne possède qu'un fragment, p. 166, * 123.
—— Sur les racines de l'équation du troisième degré, p. 167, * 126.
Barbier (J.-V.). — Les transcriptions géographiques, p. 352, * 944.
Barrois (Le Dr Charles). — Sur les faunes silurienne et dévonienne de la Haute-Garonne, p. 238, * 507.
Barthélemy. — Nouvelles recherches sur les camps d'Afrique et de la Fourasse. Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 284.
Battandier. — Note critique sur quelques espèces méditerranéennes, p. 247, * 567.
Bauxite (Sur l'âge de la), p. 226.
Beauregard (Le Dr H.). — Note sur la digestion chez les insectes vésicants, p. 268, * 662.
Beille (Lucien). — De la limite altitudinale du châtaigner sur les flancs O. et S.-O. du Massif central, p. 249, * 577.
—— Discussion sur la communication : Lors de l'apparition de la vie sur la terre, la cellule à chlorophylle a-t-elle précédé la cellule incolore ? p. 255.
Belgique (Sur le silurien de la), p. 238.
Berdellé (Ch.). — Arithmétique des directions et rotations, p. 169, * 197.
—— La numération binaire et la numération octavale, p. 170, * 206.
—— Boîte à multiplication, p. 170, * 210.
Bergeon (Le Dr Léon). — De la méthode des lavements gazeux dans le traitement des maladies de l'appareil respiratoire, p. 310.
—— Action des lavements gazeux dans les défauts corporels des recrues et certains vices de conformation du thorax, p. 391.

Bergéron (Jules). — Discussion sur la notice sur la carte géologique du département du Tarn, p. 230.
—— Étude géologique de la partie sud-ouest de la montagne Noire, p. 234, * 477.
—— Discussion sur l'origine et les causes des volcans et des tremblements de terre, p. 236.
—— Etude géologique du bassin de Carmaux et des environs d'Albi, p. 236, * 492.
—— Discussion sur le silurien de la Belgique, p. 238.
—— Discussion sur les faunes silurienne et dévonienne de la Haute-Garonne, p. 238.
Bergonié (J.) — Recherches sur les échanges gazeux pulmonaires dans la respiration de l'homme, p. 259.
Bérillon (Le Dr Edgard). — Sur la suggestion et ses applications à la pédagogie, p. 377, * 1010.
—— Discussion sur l'examen critique des différents projets d'organisation de l'hygiène publique en France, p. 384.
—— Discussion sur l'auto-suggestion en médecine légale, p. 391.
—— De la propreté des rues dans les petites villes, p. 392.
Bernheim. — Régularisation menstruelle par suggestion, p. 319, * 814
—— Cas de monohémiplégie linguale avec localisation corticale, p. 337.
—— Discussion sur la suggestion et ses applications à la pédagogie, p. 378, 379, 380.
Bézy. — Note sur une épidémie de fièvre typhoïde développée autour d'une usine, p. 309, * 782.
Blé (Culture rémunératrice du), p. 106.
Blé à epi carré (Résultats obtenus dans la culture du) en 1887, p. 341, 363.
Bleicher. — Nouvelles recherches sur les camps d'Affrique et de la Fourasse. Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 284.
Blocs cyclopéens, p. 189.
Boissarie. — De la transmission de la fièvre typhoïde par les eaux, p. 323.
Boissellier (A.). — Coupes géologiques du détroit du Poitou et du massif de la Vendée. — Carte géologique au $\frac{1}{320000}$ du bassin de la Charente, p. 240.
—— Sur les plissements du sol dans le massif vendéen, le détroit du Poitou et le bassin de la Charente, * 524.
Boissons (Impôt des), p. 362.
Bonnet (Le Dr Ed.). — La Topographie botanique et les herborisations de P. de Tournefort dans les Pyrénées et dans le midi de la France, d'après des documents inédits, p. 246, * 557.
Bordes-sur-Lez [Ariège] (Cimetière à incinération de), p. 298, * 736.
Bories. — Note sur une manifestation exceptionnelle de l'infection blennorragique, p. 321, * 822.
Borel-Berenguier (Manufacture de chaussures de MM.), p. 426.
Bosteaux (Ch.). — Fouilles du cimetière gaulois du champ Cugnié, commune de Prunay [Marne], p. 299, * 743.
Boule (Marcellin). — Discussion sur les calcédoines enhydriques et leur vrai gisement, p. 229.
—— Temps quaternaires et préhistoriques du Cantal, p. 292.
—— Alluvions anciennes à silex taillés de Malzieu [Lozère], p. 294.
Boulé. — Sur la concurrence des chemins de fer et de la navigation intérieure, p. 176.
—— Résultats de la canalisation de la Seine entre Paris et Montereau, p. 177.
—— Résultats de la canalisation de la Seine entre Paris et Poissy, p. 180.
—— Importance du port de Paris, p. 180.
—— Discussion sur le Canal des Deux-Mers, p. 182, 185, 186.
Bourquelot (Em.). — Distinction du galactose et de l'arabinose. Influence d'impuretés sur la forme des cristaux du galactose, p. 200, * 338.
—— Emploi de la photographie microscopique pour la distinction et l'étude de quelques espèces de sucre, p. 203.
Bourse de Paris (La réforme de la) et le monopole des agents de change, p. 363, * 984.
Bouscaren. — Discussion sur un nouvel engrais destructeur des parasites du sol. — Le sulfate de fer en agriculture, p. 346.
Boutan. — Embryologie de la fissurelle, p. 258.
Bouthillier de Beaumont. — Sur la formation des dunes, p. 349.
Bovier-Lapierre (E.). — Sur les cellules nerveuses du ganglion spiral du dauphin, p. 264.
Brau de Saint-Pol-Lias. — Voyage au Cambodge et au Tongkin, p. 353.
Brémond fils (Ernest). — Action

eutrophique du traitement térébenthiné, p. 303, * 755.
Bretagne (Sur quelques dragages faits au large des côtes de), p. 269.
—— (Nouvelles espèces de crustacés amphipodes du sud-ouest de la), p. 270, * 664.
Brillouin. — Discussion sur l'hygromètre à torsion, p. 195.
—— Discussion sur la détermination et étude des flux magnétiques. Méthode de la servo-variation de l'induction. Synthèse des dynamos, p. 197.
—— Discussion sur l'entraînement des corps dissous dans l'évaporation de leur dissolvant, p. 199.
Brouardel (P.). — L'eau potable, p. 20.
Brousset (P.). — Observations à l'occasion de la communication de M. le Dr Michou : L'Alcoolisation des vins, p. 361.
—— Dix ans de commerce en Tunisie, p. 370.
Bureau. — Les Orchidées, p. 105.
Burot (Le Dr). — La maladie des tics convulsifs, p. 313.
—— De l'auto-suggestion en médecine légale, p. 390, * 1032.
Cabanellas (G.). — Détermination et étude des flux magnétiques. Méthode de la servo-variation de l'induction. Synthèse des dynamos, p. 197.
Cabanne (Paul). — Silex craquelés et étonnés à l'air, des environs de Sainte-Foy [Gironde], p. 300.
Cahiers généalogiques (Les), p. 373.
Cahuc (Raymond). — Sur une poudre de mine, p. 241.
Cailloux taillés (Sur des) des terrasses de la Garonne, p. 297.
Calcédoines (Sur les) enhydriques et leur vrai gisement, p. 228.
Calcul des débits (Sur une cause d'erreur dans le) par la formule des déversoirs, p. 178.
Calculs extraits d'un phimosis, p, 318, * 806.
Cambodge (Voyage au) et au Tongkin, p. 353.
Caminati (P.). — Sur la valeur de l'inverse de $2\pi R$ exprimée par un nombre infini de facteurs, p. 173.
—— Des nombres réciproques, p. 173.
Camps d'Affrique et de la Fourrasse (Nouvelles recherches sur les). Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 284.
Canal de Corinthe (Le), p. 179, 230, * 431.
Canal (Le) *des Deux-Mers*, p. 161, 181, 344, 367.
Canalisation (Résultats de la) de la Seine entre Paris et Montereau, p. 177.
—— (Résultats de la) de la Seine entre Paris et Poissy, p. 180.
Canaux d'irrigation (Considérations sur les avantages des), p. 346, * 904.
Cantal (Temps quaternaires et préhistoriques du), p. 292.
Cap-Horn (Présentation de dessins et de planches représentant les micro-organismes rapportés par l'Expédition française de la *Romanche* au), 1883, p. 263.
Carbone (Sur l'identité de valeur des quatre unités d'affinité de l'atome de), p. 204, * 355.
Carez. — Discussion sur l'âge de la bauxite, p. 227.
—— Discussion sur la composition du danien supérieur et de l'éocène des petites Pyrénées, des Corbières et de la montagne Noire, p. 233.
—— Notice sur la carte géologique au $\frac{1}{500\,000}$, par MM. G. Vasseur et L. Carez, p. 235.
Carmaux (Mines de houille de), p. 434.
—— (Etude géologique du bassin de) et des environs d'Albi, p. 236, * 492.
—— (Verreries de), p. 436.
Carnac (Annonce de l'expropriation des monuments mégalithiques de), p. 292.
Carnot (Ad.). — Recherches sur les vanadates métalliques, p. 206.
Carre (Marius). — Observation de laparotomie pratiquée chez une personne tuberculeuse, p. 303, * 758.
Cartailhac (Emile). — Discussion sur les fouilles archéologiques dans le sud-est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du métal, p. 289.
—— Discussion sur une présentation de photographies, p. 289.
—— Discussion sur la motion au sujet de l'exécution de la statue de Lamarck, p. 289.
—— Présentation de haches en pierre cambodgiennes, p. 295.
—— Présentation d'os sculptés, p. 298.
—— Présentation de crânes toulousains déformés, p. 301.
Carte du Sahara, p. 353.
Carte géologique au $\frac{1}{500\,000}$ (Notice sur la), par MM. G. Vasseur et L. Carez, p. 235.
—— au $\frac{1}{320\,000}$ du bassin de la Charente (Coupes géologiques du dé-

troit du Poitou et du massif de la Vendée), p. 240, * 524.
Carte géologique des deux cantons d'Alençon, p. 235, * 481.
—— (Notice sur la) du département du Tarn, p. 229, * 422.
Cartes (Présentation des) publiées par le service géographique de l'armée, p. 352.
Castors de l'Amérique anglaise, du Kansas et du lac Saint-Andéol; travaux des rongeurs, p. 281, * 692.
Castration (De l'ectopie testiculaire et de la) préventive chez l'adulte, p. 305, * 761.
Cau-Durban (L'abbé). — Cimetière à incinération de Bordes-sur-Lèz (Ariège), p. 298, * 736.
Caubère et Cie (Manufacture de plumes, duvets, laines et crins de MM.), p. 423.
Caucase (Recherches anthropologiques dans le), p. 291.
Cayley (A.). — Note sur la transformation du septième ordre des fonctions elliptiques, p. 170, * 241.
Cazin (Maurice). — Contribution à l'étude des muqueuses gastriques, p. 267.
Céleste (La Photographie), p. 395.
Cellule à chlorophylle (Lors de l'apparition de la vie sur la terre, la) a-t-elle précédé la cellule incolore? p. 254.
Cellules nerveuses (Sur les) du ganglion spiral du dauphin, p. 264.
Cellidées (Note sur un nouveau genre de), p. 251, * 593.
Céphalopodes (Recherches sur les glandes salivaires des), p. 258, * 641.
Cerroti (Philippe). — Examen critique des différentes formules en usage sur la poussée des terres et proposition d'une nouvelle formule générale, p. 187.
Certes (A.). — Présentation de dessin et de planches représentant les micro-organismes rapportés par l'expédition française de la *Romanche* au Cap-Horn, 1883, p. 263.
—— Sur la faune microscopique des eaux thermales, p. 267.
—— Note sur les micro-organismes des eaux thermales (Luchon, Lamalou, Néris), p. 320.
—— Discussion sur la transmission de la fièvre typhoïde par les eaux, p. 323.
Cétacés (Les) vivants et fossiles de la mer Noire, p. 258.
Chabry. — Mécanisme du vol plané, p. 264.
Chaîne jurassique (Sur quelques particularités très remarquables de la flore de la), la présence d'espèces disjointes, leur localisation et ses causes, p. 250.
Chaleur atmosphérique (Elévation des eaux par la), p. 341, * 889.
—— *de vaporisation* de l'alcool, p. 202, * 322.
Chambrelent. — Discussion sur le canal des Deux-Mers, p. 183, 184.
—— Discussion sur les irrigations dans les terres arables en Espagne, p. 341.
—— De l'exploitation des produits des landes de Gascogne et des débouchés ouverts à ses produits. La dune littorale, p. 341, 364.
—— Discussion sur un élévateur solaire, p. 343.
—— Discussion sur l'état de la viticulture dans la Haute-Garonne, p. 343.
—— Discussion sur la sulfostéatite; son emploi contre les maladies cryptogamiques de la vigne; résultats obtenus, p. 343.
—— Discussion sur les considérations sur les avantages des canaux d'irrigation, p. 347.
Chambres (Les) de commerce, p. 373.
Champ Cugnié (Fouilles du cimetière gaulois du), commune de Prunay [Marne], p. 299, * 743.
Champigny [Seine] (L'époque néolithique à), p. 297, * 730.
Chantre. — Recherches anthropologiques dans le Caucase, p. 291.
—— Discussion sur les temps quaternaires et préhistoriques du Cantal, p. 293.
—— Discussion sur la présentation de crânes toulousains déformés, p. 302.
Charazac. — Un cas de polype du larynx. Expulsion spontanée. Guérison, p. 332.
Charente (Coupes géologiques du détroit du Poitou et du massif de la Vendée. — Carte géologique au $\frac{1}{320\,000}$ du bassin de la), p. 240, * 524.
Charente-Inférieure (Nouvelle contribution à la chronologie néolithique de la); présentation de silex taillés, p. 284.
Châtaignier (Note sur la limite altitudinale du) sur les flancs O. et S.-O. du Massif Central, p. 249, * 577.
Chaussures (Manufacture de) de MM. Borel et Bérenguier, p. 426.
Chautard (P.). — Sur la distillation

de l'acide citrique avec la glycérine, p. 209.
—— Recherches sur l'iodoration des aldéhydes isopropylique, isobutyrique et œnanthique, p. 211.
—— Sur la propione mono-iodée, p. 212.
Chauveau. — Vue d'ensemble sur le mécanisme du cœur, p. 62.
Chaux hydrauliques (Étude sur la fabrication des) dans le bassin du Rhône, p. 190.
Chaville (Ateliers néolithiques de) et de Fausses-Reposes [Seine-et-Oise], p. 287, * 711.
Chazarain. — Des courants de la polarité dans l'aimant et dans le corps humain, p. 319.
Chemin de fer (Sur le) transpyrénéen par la vallée du Salat, p. 353.
Chemins de fer (Sur la concurrence des) et de la navigation intérieure, p. 176.
Chêne : « *La Quercine* » (Sur un hydrate de carbone contenu dans le gland du), p. 205, * 359.
Chenevier (P.). — L'incendie de l'Opéra-Comique de Paris, p. 191, * 308.
Chevalliera Gaudichaud (Observations sur le genre) et description d'une espèce nouvelle, p. 246, * 551.
Cheveux (Statistique sur la couleur des yeux et des) en France, p. 275.
Chevrel. — Sur le grand sympathique des poissons, p. 268.
Chevreux (Édouard). — Nouvelles espèces de crustacés amphipodes du sud-ouest de la Bretagne, p. 270, * 664.
Chicandard (G.). — Considérations théoriques sur quelques dérivés de l'urée, p. 207.
Chine (La grande muraille de), p. 352.
Chitonactis Richardi Marion (Sur quelques particularités du), p. 269.
Chlorophylle (Lors de l'apparition de la vie sur la terre, la cellule à) a-t-elle précédé la cellule incolore, p. 254.
Chlorose (Sur la pathogénie de la), p. 335.
—— (De la) des vignes, p. 340, * 878.
Choléra (Applications du froid à la période aiguë du), p. 317.
Chrome (Etude sur les gisements de nickel, de cobalt et de) de la Nouvelle-Calédonie, p. 242, * 524.
Chromhydrose rose (Sur un cas de), p. 204, * 759.
Chronologie néolithique (Nouvelle contribution à la) de la Charente-Inférieure; présentation de silex taillés, p. 284.
Cidaridiens (Sur l'organisation des), p. 262.
Cimetière gaulois (Fouilles du) du champ Cugnié, commune de Prunay (Marne), p. 299, * 743.
—— *à incinération* de Bordes-sur-Lez (Ariège), p. 298, * 736.
Clermont (Ph. de). — Sur la distillation de l'acide citrique avec la glycérine, p. 209.
—— Sur la propione mono-iodée, p. 212.
Climatologie de Banyuls-sur-Mer, p. 215.
Clos (Le Dr D.). — Discussion sur les observations sur la structure des Lécythidées, p. 246.
—— Discussion sur les observations sur le genre Chevalliera Gaudichaud et description d'une espèce nouvelle, p. 246.
—— Discussion sur les notes critiques sur quelques espèces méditerranéennes, p. 247.
—— Discussion sur l'anatomie comparée de quelques espèces caractéristiques du Sahara algérien, p. 257.
—— De la dimidiation des organes dans le règne végétal, p. 257, * 663.
Cobalt (Etude sur les gisements de nickel, de) et de chrome de la Nouvelle-Calédonie, p. 242, * 524.
Coca (De l'action de l'extrait de) dans le traitement des affections douloureuses de l'estomac, p. 227, * 876.
Cocaïne (Action de la) alcalinisée associée à de faibles doses de morphine dans les affections de l'estomac et du tube digestif, p. 324, * 828.
Cœur (De l'inspiration saccadée rythmique au), p. 313, * 799.
—— (Vue d'ensemble sur le mécanisme du), p. 62.
Cœurdevache (P.). — Durée de la pluie, en heures, à Paris et à Perpignan, p. 224, * 387.
Collignon (Edouard). — Problème de mécanique, p. 164, * 42.
—— Sur une méthode approximative pour la trisection de l'angle, proposée par M. E. Fortin, ingénieur à Port d'Espagne, p. 167, * 141.
—— Discussion sur l'examen critique des différentes formules en usage sur la poussée des terres, et

proposition d'une nouvelle formule générale, p. 187.
Collot. — Sur l'âge de la bauxite, p. 226.
Colonies (Les) de l'Allemagne, p. 350. * 983.
—— *sanitaires de vacances* (Sur le surmenage intellectuel et les), p. 375, 385, * 1003.
Colonisation (La) française au Sahara, p. 373.
Commerçants, lois et fonctionnaires, p. 371.
Commerce en Tunisie (Dix ans de), p. 370.
—— (Les Chambres de), p. 373.
—— *international* des denrées alimentaires, p. 368.
Communication automatique des trains (Rail isolé ou contre-rail isolé servant à la), p. 179.
Compagnie française du Centre et du Midi, pour l'éclairage au gaz, p. 428.
Compayré. — Discussion sur le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de vacances, p. 376.
—— Discussion sur la suggestion et ses applications à la pédagogie, p. 379.
Complexe (Sur un) du troisième ordre, p. 169, * 189.
Composés (Sur les relations entre les propriétés physiologiques des) et leur composition chimique, p. 208.
—— *carbonés* (Sur la volatilité des), p. 208.
Compressibilité des liquides, p. 202, * 384.
Compte rendu financier, p. 158.
Conciliation (La paix sociale et les bureaux d'arbitrage et de), p. 371.
Conservation des espèces animales menacées par le développement de la civilisation, p. 261.
Constructions scolaires (Examen du règlement de 1882 sur les), p. 389.
Contradictions économiques (La clef des), p. 372.
Contre-courants (Quelques expériences sur l'adhérence de l'air en mouvement aux surfaces polies avec application au régime des) et des courants descendants directs dans les vallées, p. 219, * 384.
Coordonnées elliptiques (Représentation d'une fonction arbitraire au moyen de polynomes dépendant des) dans le plan, p. 165.
Coralliaires (Les) et les îles madréporiques, p. 80.
Cornet. — Discussion sur la taxe du pain, p. 365.
Corps humain (Des courants de la polarité dans l'aimant et dans le), p. 319.
Cosserat. — Sur l'hyperbole de Kiepert, p. 175.
Cotteau (G.). — Discussion sur la composition du danien supérieur et de l'éocène des petites Pyrénées, des Corbières et de la montagne Noire, p. 233.
—— Echinides éocènes d'Aragon (Espagne), recueillis par Maurice Gourdon, p. 250, * 518.
—— Compte rendu de l'excursion faite par les membres de la section à la grotte de Gargas, p. 242.
Coude (Deux observations de résection sous-périostée du), p. 326.
Couleur des yeux et des cheveux en France (Statistique sur la), p. 275.
Coupes géologiques du détroit du Poitou et du massif de la Vendée. — Carte géologique au $\frac{1}{320\,000}$ du bassin de la Charente, p. 240, * 524.
Couples (Nouvelle théorie des) et de la composition des forces, p. 172, * 257.
Courants (Quelques expériences sur l'adhérence de l'air en mouvement aux surfaces polies avec application au régime des contre-courants et des) descendants directs dans les vallées, p. 219, * 384.
Courbes des marégraphes (Sur les) de Douvres et d'Ostende, p. 189, * 306.
Craie chloritée (Importance agricole de la) et des sables verts qui s'y rattachent dans le sud-est de la France, p. 344, * 891.
Crâne (Des rapports de la forme du) avec la myopie et l'hypermétropie, p. 299, * 741.
Crânes toulousains (Présentation de) déformés, p. 301.
Crevette (Sur une sarcosporidie de la), p. 266.
Crova (André). — Sur l'absorption par l'atmosphère des radiations solaires, p. 194.
—— Observations sur la radiation solaire, p. 217.
Crustacés amphipodes (Nouvelles espèces de) du sud-ouest de la Bretagne, p. 270, * 664.
Culture rémunératrice du blé, p. 106.
Danien supérieur (Sur la composition du) et de l'éocène des petites Pyrénées, des Corbières et de la montagne Noire, p. 232, * 459.
Dauphin (Sur les cellules nerveuses du ganglion spiral du), p. 264.

Déclé. — Des courants de la polarité dans l'aimant et dans le corps humain, p. 319.
Dehérain (P.-P.). — Culture rémunératrice du blé, p. 106.
—— Discussion sur les observations nouvelles sur le plâtrage des vendanges, p. 340.
—— Résultats obtenus dans la culture du blé à épi carré en 1887, p. 341, 363.
Delachanal. — Sur un hydrate de carbone contenu dans le gland du chêne : « La Quercine », p. 205, * 359.
Delbruck. — Nécessité de créer une langue universelle nouvelle, moyen facile de communication et d'échange entre les peuples, p. 356.
Delisle (Le Dr). — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 276, 278.
—— Discussion sur les falsifications d'antiquités lacustres du lac de Neuchâtel, p. 281.
—— Discussion sur les castors de l'Amérique anglaise, du Kansas et du lac Saint-Andéol; travaux des rongeurs, p. 282.
—— Discussion sur la présentation de crânes toulousains déformés, p. 301, 302.
Delpon. — Ouvrons nos portes même aux nations qui nous ferment les leurs, p. 357.
Delvaille (Le Dr). — Sur le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de vacances, p. 375, 385, * 1003.
Déménagements (Note sur le rôle des) dans le réveil de quelques maladies infectieuses, p. 388.
Demonferrand. — Les cahiers généalogiques, p. 373.
Denrées alimentaires (Commerce international des), p. 368.
Dépopulation (La) de la France, p. 1.
—— (Des causes de la) dans la région du sud-ouest, p. 391, * 1025.
Désarticulation du genou (Présentation d'un malade opéré de), p. 310.
—— (De la valeur de la) du genou, p. 306, * 771.
Desboves (A.). — Théorème d'analyse indéterminée, p. 175.
Descola. — Sur le chemin de fer transpyrénéen par la vallée du Salat, p. 253.
—— La richesse des Pyrénées, p. 272.
Description géologique et paléontologique des communes de Saint-Estèphe et de Verteuil, p. 244.
Désincrustants des chaudières (Sur les), p. 195.
Didier. — Discussion sur la sulfosteatite. — Son emploi contre les maladies cryptogamiques de la vigne; résultats obtenus, p. 344.
Dietz. — Les humanités modernes, p. 36.
Dieulafoy. — Suse, p. 105.
Digestion sur les insectes vésicants (Note sur la), p. 268, * 662.
Dimidiation (De la) des organes dans le règne végétal, p. 257, * 633.
Dinothérium (De la découverte de deux espèces de) en Espagne, p. 229.
Discours, p. 135, 152.
Distances moyennes (Sur les) entre un point et des variétés de points discrètes ou continues, p. 174, * 266.
Dolmen (Le) d'Uël Bouguo, p. 290.
Dolmens (Des menhirs isolés, des talus et de leur concordance avec les), p. 300.
Donnat (Léon). — Discussion sur le Canal des Deux-Mers, p. 186.
—— La méthode expérimentale et ses applications en matière économique, p. 358, * 953.
—— Discussion sur l'alcoolisation des vins, p. 360.
—— Discussion sur la taxe du pain, p. 366.
Donnezan (Albert). — Découverte d'une tortue fossile terrestre géante, p. 273.
—— Vertébrés du pliocène supérieur du Roussillon, p. 273.
Dormoy (Em.). — Théorie mathématique des jeux de Bourse, p. 170, * 214.
—— Sur le choix d'un langage international, p. 380.
Dragages (Sur quelques) faits au large des côtes de Bretagne, p. 269.
Drouineau (Le Dr). — Discussion sur l'examen critique des différents projets d'organisation de l'hygiène publique en France, p. 383.
—— Examen du règlement de 1882 sur les constructions scolaires, p. 389.
—— Des établissements classés antérieurs à 1810, p. 392, * 1046.
—— Discussion sur la propreté des rues dans les petites villes, p. 393.
—— Discussion sur quelques dispositions de la loi de police sanitaire des animaux applicables à la prophylaxie de certaines maladies contagieuses de l'espèce humaine, p. 394.
Duboué. — Des progrès accomplis

sur la question de la rage et de la part qui en revient à la théorie nerveuse, p. 337.
Dufet. — Sur les volumes moléculaires et l'énergie réfractive des phosphates, hypophosphates et arséniates de soude, p. 195.
Duilhé de Saint-Projet (L'abbé). — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 277.
—— Sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant sourde-muette et aveugle, p. 295.,
Dune littorale (De l'exploitation des produits des landes de Gascogne et des débouchés ouverts à ses produits. La), p. 341, 364.
Dunes (Sur la formation des), p. 349.
Duplouy. — De la valeur de la désarticulation du genou, p. 306, * 771.
—— Présentation d'un malade opéré de désarticulation du genou, p. 310.
—— Discussion sur la maladie des tics convulsifs, p. 314.
—— Discussion sur des fistules pyostercorales. — Anus contre nature, p. 328.
Dupuytren (Un cas de maladie de) dans la paralysie générale progressive, p. 317, * 803.
Durègne (E.). — Sur la station zoologique d'Arcachon, p. 269.
—— Sur quelques particularités du Chitonactis Richardi, Marion, p. 269.
Dynamite (L'usine de) de Paulilles, p. 190.
Dynamos (Détermination et étude des flux magnétiques. Méthode de la servo-variation de l'induction. Synthèse des), p. 197.
Eau (Question de l') dans le Midi, p. 345, * 893.
—— (L') potable, p. 20.
—— *cuite* (L') et les moyens de la préparer, p. 382.
Eaux (De la transmission de la fièvre typhoïde par les), p. 323.
—— *de la mer* (Sur la coloration des), p. 251, 264, * 596.
—— *sulfureuses* (Sur les) de Luchon, p. 209.
—— *thermales* (Sur la faune microscopique des), p. 267.
—— *thermales* (Luchon, Lamalou, Néris) (Note sur les micro-organisme des), p. 320.
—— *thermales* (Sur les) des Pyrénées, p. 220.
Echanges gazeux pulmonaires (Recherches sur les) dans la respiration de l'homme, p. 259.
Echinides crétacés (Types nouveaux d'), p. 241, * 527.
—— (Sur les) crétacés du Portugal, p. 240, * 515.
—— *éocènes d'Aragon* (Espagne), recueillis par M. Maurice Gourdon, p. 240, * 518.
Ecole (Sur l'aération des locaux scolaires), p. 387.
—— (Examen du règlement de 1882 sur les constructions scolaires), p. 389.
—— *primaire* (De l'enseignement pratique de la morale sociale à l'), p. 380, * 1021.
Economie domestique (Sur la nécessité de donner, dans les écoles de filles, une plus grande extension et, surtout, un caractère pratique à l'enseignement de l'), p. 376.
Economique (La France), p. 359.
—— (La méthode expérimentale et ses applications en matière), p. 358, * 953.
Ecriture (Sur l'enseignement de la lecture et de l'), p. 377.
Ectopie testiculaire (De l') et de la castration préventive chez l'adulte, p. 305, * 761.
Education (Sur l') intellectuelle et morale d'une enfant sourde-muette et aveugle, p. 295.
Electricité atmosphérique (Méthode pour relever les observations de l'), p. 221.
—— (Résumé des observations de l') faites en 1886, à Perpignan, p. * 395.
Élévateur solaire, p. 341.
Engrais (Un nouvel) destructeur des parasites du sol. Le sulfate de fer en agriculture, p. 346.
Enseignement pratique (Sur l') de la morale sociale à l'École primaire, p. 380, * 1021.
—— (Sur l') des jeunes aveugles, p. 381.
—— (Sur l') de la lecture et de l'écriture, p. 377.
Entraînement des corps (Sur) dissous dans l'évaporation de leur dissolvant, p. 198.
Eocène (Sur la composition du danien supérieur et de l') des Petites Pyrénées, des Corbières et la montagne Noire, p. 232, * 459.
Epoque néolithique (L') à Champigny [Seine], p. 297, * 730.
Equation du troisième degré (Sur les racines de l'), p. 167, * 126.
Equations linéaires à coefficients constants (De l'intégration des) avec un second membre variable, p. 165, * 75.

Escary (J.). — Représentation d'une fonction arbitraire au moyen de polynômes dépendants des coordonnées elliptiques dans le plan, p. 165, * 63.
Espagne (Des irrigations dans les terres arables en), p. 340, * 881.
—— (Fouilles archéologiques dans le sud-est de l'), relatives aux premiers âges du métal, p. 287, * 716.
Espèces animales (Conservation des) menacées par le développement de la civilisation, p. 261.
—— *caractéristiques du Sahara algérien* (Anatomie comparée de quelques), p. 256, * 604.
—— *méditerranéennes* (Note critique sur quelques), p. 247, * 567.
Estomac (Action de la cocaïne alcalinisée associée à de faibles doses de morphine dans les affections de l') et du tube digestif, p. 324, * 838.
—— (Contribution à l'étude des muqueuses gastriques), p. 267.
—— (De l'action de l'extrait de coca dans le traitement des affections douloureuses de l'), p. 337, * 876.
—— (De la disparition des tumeurs de l'), p. 318.
Etablissements classés (Des) antérieurs à 1810, p. 392, * 1046.
Etat de la viticulture dans la Haute-Garonne, p. 242.
Ether oxalique (Action de quelques acides organiques sur l'), p. 207, * 367.
Ethers (Sur les) de l'acide bromhydrique, p. 204.
Ethnographie (Présentation d'objets d'), p. 284.
Etienne (A.). — Considérations sur les paraplégies urinaires, p. 329.
Etoiles (Sur l'âge des), p. 53.
—— *filantes* (La période solaire, les essaims d') et les perturbations magnétiques, p. 221, * 390.
Etude géologique du bassin de Carmaux et des environs d'Albi, p. 236. * 492.
Etude géologique de la partie sud-ouest de la montagne Noire, p. 234, * 477.
Evaporation (Sur l') des dissolutions salines, p. 198.
—— (Sur l'entraînement des corps dissous dans l') de leur dissolvant, p. 198.
Excursion faite à Banyuls par la section de zoologie, les 27 et 28 septembre 1887, p. 270.
—— *de Carmaux, Albi*, p. 415.
—— *de Saint-Féréol, Carcassonne*, p. 413.
Excursions finales, p. 417.
—— visites scientifiques et industrielles, p. 410.
Explorations géographiques (Sur l'emploi de la photographie dans les reconnaissances topographiques et les), p. 353.
Expropriation (Annonce de l') des monuments mégalithiques de Carnac, p. 292.
Falsifications d'antiquités (Sur les) lacustres du lac de Neuchâtel, p. 280.
Faune des eaux douces (Sur la) des îles de Fayal et de San-Miguel [Açores], p. 271.
—— *microscopique* (Sur la) des eaux thermales, p. 267.
—— *pélagique lacustre* (Découverte de la) dans l'île San-Miguel [Açores], p. 270.
—— *de Sansan* (Sur la), p. 267.
Faunes silurienne (Sur les) et dévonienne de la Haute-Garonne, p. 238, * 507.
Fausses-Reposes (Ateliers néolithiques de Chaville et de) [Seine-et-Oise], p. 287, * 711.
Fauvelle (Le Dr). — Quelques considérations sur la théorie mécanique de la chaleur, p. 199.
—— Discussion sur la limite altitudinale du châtaignier sur les flancs O. et S.-O. du Massif Central, p. 250.
—— Discussion sur quelques particularités remarquables de la flore de la chaîne jurassique, la présence d'espèces disjointes, leur localisation et ses causes, p. 250.
—— Lors de l'apparition de la vie sur la terre, la cellule à chlorophylle a-t-elle précédé la cellule incolore ? p. 254.
—— Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 276.
—— Origine ancestrale de l'homme par le système dentaire, p. 278.
—— Discussion sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant sourde-muette et aveugle, p. 296.
—— De l'asphyxie par suffocation, p. 318.
—— Des signes de l'homicide par suffocation, * 808.
Fayal (Sur la faune des eaux douces des îles de) et de San-Miguel [Açores], p. 271.
Ferré (Le Dr G.). — Variations du rythme respiratoire chez le lapin rabique, p. 260, * 649.
—— Sur la suspension de la glycogénie hépatique par les injections

rectales d'hydrogène sulfuré chez le lapin, p. 316.
Ferry de la Bellone (Le Dr de). — Note sur l'étude technique des hypogés et des tubéracées, p. 248.
—— Note sur un hypogé consommé au Japon comme condiment, p. 248, * 576.
—— Sur un nouveau procédé de recherche médico-légale du sang, p. 309, * 785.
Fers (Transformation du fer et du carbone dans les) et les aciers, p. 204, * 356.
Fièvre typhoïde (De la transmission de la) par les eaux, p. 323.
—— (Note sur une épidémie de) développée autour d'une usine, p. 309, * 782.
Filhol (H.). — Sur la faune de Sansan, p. 265.
—— Excursion faite à Banyuls par la section de zoologie, les 27 et 28 septembre 1887, p. 270.
Fines. — Probabilités des prévisions des gelées printanières, à Perpignan, p. 214, * 370.
—— Mesure des coups de vent. — Anémomètre de Bourdon. — Manomètre à maxima, p. 218, * 376.
—— Méthode pour relever les observations de l'électricité atmosphérique, p. 221.
—— Résumé des observations magnétiques faites en 1886 au Parc-Saint-Maur et à Perpignan, p. 222, * 399.
—— Résumé des observations de l'électricité atmosphériques faites en 1886 à Perpignan, * 395.
Fissurelle (Embryologie de la), p. 258.
Fistules pyo-stercorales. — Anus contre nature, p. 327.
Flore de la chaîne jurassique (Sur quelques particularités remarquables de la), la présence d'espèces disjointes, leur localisation et ses causes, p. 250.
—— *mycologique de France* (Quelques espèces critiques ou nouvelles de la), p. 251, * 587.
Flourens (Gustave). — Observations sur la transformation de la saccharose en sucre interverti sous l'influence des ferments dans le travail industriel, p. 209, 344.
—— Sur les procédés de raffinage pour obtenir le sucre en blocs réguliers ou en plaques, p. 210.
—— Observations sur la saccharification des matières amylacées par les acides, p. 210.
Fluor (Le), p. 27.
Flux magnétiques (Détermination et étude des). Méthode de la servo variation de l'induction. Synthèse des dynamos, p. 197.
Foie. — Traitement de certaines hémorragies par la révulsion sur la région hépatique, p. 325.
—— (Sur la suspension de la glycogénie hépatique par les injections rectales d'hydrogène sulfuré chez le lapin), p. 316.
Fonction (Sur les maxima et minima d'une) étendue sur une surface fermée, p. 168.
—— *arbitraire* (Représentation d'une) au moyen de polynomes dépendants des coordonnées elliptiques dans le plan, p. 165, * 63.
Fonctionnaires (Commerçants, lois et), p. 371.
Fonctions elliptiques (Note sur la transformation du 7e ordre des), p. 170, * 211.
Fontés. — Discussion sur les résultats de la canalisation de la Seine entre Paris et Montereau, p. 177.
—— Sur une cause d'erreur dans le calcul des débits par la formule des déversoirs, p. 178.
—— Considérations sur les avantages des canaux d'irrigation, p. 346, * 904.
Forces (Nouvelle théorie des couples et de la composition des), p. 172, * 257.
Forges (Société des) et aciéries du Saut-du-Tarn, p. 437.
Fouilles archéologiques dans le Sud-Est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du métal, p. 287, * 716.
Fouqué. — Les tremblements de terre, p. 409.
Fourasse (Nouvelles recherches sur les camps d'Affrique et de la). Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 284.
Foureau. — Carte du Sahara, p. 353.
Fournitures militaires (Société générale de), p. 432.
Foville (Alf. de). — La France économique, p. 359.
—— Les éléments caractéristiques de la statistique nationale, p. 368, * 993.
France (La) économique, p. 359.
François (Ph.). — Sur quelques dragages faits au large des côtes de Bretagne, p. 269.

Friedel. — Sur la composition et la production artificielle de la topaze, p. 207.
Froid (Application du) à la période aiguë du choléra, p. 317.
Fuchs. — Le canal de Corinthe, p. 179, 230, * 431.
—— Discussion sur les calcédoines enhydriques et leur vrai gisement, p. 228.
Gaillard. — Des menhirs isolés, des talus et de leur concordance avec les dolmens, p. 300.
Galactose (Distinction du) et de l'arabinose. Influence d'impuretés sur la forme des cristaux du galactose, p. 200, * 338.
Galante (Emile). — Les Finances de l'Association, p. 158.
Ganglion spiral du dauphin (Sur les cellules nerveuses du), p. 264.
Gargas (L'industrie primitive de l'homme dans la grotte de), p. 241.
—— Compte rendu de l'excursion faite à la grotte de), p. 289.
—— (Présentation d'un squelette de loup découvert dans la grotte de) (Epoque quaternaire), p. 241.
—— (Grotte de), p. 289.
Gariel (C.-M.). — Etude d'un appareil à projection, p. 201.
Garonne (Sur des cailloux des terrasses de la), p. 297.
Gauthier. — Types nouveaux d'échinides crétacés, p. 241, * 527.
Gaz (Compagnie française du centre et du Midi pour l'éclairage au), p. 428.
Gelées printannières (Probabilité des prévisions des), à Perpignan, p. 214, * 370.
Généalogiques (Les cahiers), p. 373.
Généralisation (Principes du calcul de), p. 175, * 285.
Genou (Présentation d'un malade opéré de désarticulation du), p. 310, * 771.
—— (De la valeur de la désarticulation du), p. 306.
—— (Sur le traitement consécutif à la résection du), p. 328.
Géographie (Données des anciens sur la), de la Tunisie, p. 350, * 919.
Géologie de la Tunisie centrale (Sur la), du Kef à Kairouan, p. 234, * 470.
Géométrie (Note de), p. 166, * 119.
—— *des figures imaginaires* dans le plan réel, p. 168, * 168.
—— *à quatre dimensions* (Sur un théorème de), p. 174, * 264.
—— *des Quinconces* (Quelques applications arithmétiques de la), p. 171, * 218.
Géométrie des réseaux, p. 173.
—— *du triangle* (Premier inventaire de la), p. 165, * 87.
—— *du triangle* (Questions diverses sur la nouvelle), p. 164, * 13.
Gers (Gisement de mastodontes dans les sables tertiaires du). p. 243.
Gillet de Grandmont. — Deux formes nouvelles de kératite. — Kératite en sillons étoilés. — Kératite trabéculaire, p. 312, * 794.
Gisement quaternaire de Neuilly-sur-Marne [Seine-et-Oise] (Le), p. 237, 496.
—— —— *du mont Dol* [Ille-et-Vilaine] (Présentation de vingt-cinq planches de la monographie du), p. 272.
Gisement de Tournan (Gers) (Note sur le), p. 272.
Glaciaire (Le) des Pyrénées, p. 243.
Glaciers des Pyrénées (Variations des), p. 223.
Gland du chêne (Sur un hydrate de carbone contenu dans le) : « la Quercine », p. 205.
Glandes salivaires (Recherches sur les) des céphalopodes, p. 258, * 641.
Glycérine (Sur la distillation de l'acide citrique avec la), p. 209.
Glycogénie hépathique (Sur la suspension de la) par les injections rectales d'hydrogène sulfuré chez le lapin, p. 316.
Gneiss (Sur la végétation calcicole des) et des schistes métamorphiques du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 252.
Gobin. — Observations sur les expériences de M. Siégler relatives à la poussée des terres, p. 190.
—— Etude sur la fabrication des chaux hydrauliques dans le bassin du Rhône, p. 190.
—— Discussion sur l'incendie de l'Opéra-Comique de Paris, p. 191.
Gosse (le Dr). — Discussion sur la pénalité au point de vue anthropologique, p. 280.
—— Présentation d'objets d'ethnographie, p. 284.
—— Discussion sur les nouvelles recherches sur les camps d'Affrique et de la Fourasse. Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 285.
—— Discussion sur les nouvelles pierres à bassins et à écuelles de l'Auvergne, p. 287.
—— Discussion sur le dolmen d'Uël Bouguo, p. 290.

—— Discussion sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant sourde, muette et aveugle, p. 296.
—— De la mort par pendaison, p. 305.
Grad (Charles). — Les colonies de l'Allemagne, p. 350, * 933.
—— L'impôt des alcools en Allemagne, p. 361.
—— L'alcool en Allemagne, sa production, son commerce, ses impôts, p. * 962.
Grasset.—De l'inspiration saccadée rythmique au cœur, p. 313, * 799.
Griolet aîné. — Discussion sur l'examen critique des différents projets d'organisation de l'hygiène publique en France, p. 385.
—— Discussion sur quelques indications sur l'assainissement des villes, p. 387.
—— Discussion sur la note sur le rôle des déménagements dans le réveil de quelques maladies infectieuses, p. 388.
—— Discussion sur les recherches sur les parasites du paludisme, p. 390.
—— De quelques dispositions de la loi de police sanitaire des animaux, applicables à la prophylaxie de certaines maladies contagieuses de l'espèce humaine, p. 393, * 1053.
Gross (le Dr) (de Neuveville). — Sur les falsifications d'antiquités lacustres du lac de Neuchâtel, p. 280.
Gross (de Nancy). — Hydrocèle et incision antiseptique, p. 315.
—— Discussion sur deux observations de résection sous-périostée du coude, p. 327.
Grottes de l'Ariège (Les) et en particulier celle de Lombrive, p. 229.
Grotte de Gargas, p. 289.
—— (L'industrie primitive de l'homme dans la), p. 241.
—— (Présentation d'un squelette de loup découvert dans la) (Epoque quaternaire), p. 241.
—— (Compte rendu de l'excursion faite à la), p. 242.
Groult. — La science et la richesse dans nos campagnes par les musées cantonaux, p. 377.
Gueirard (le Dr). — Discussion sur quelques expériences sur l'adhérence de l'air en mouvement aux surfaces polies avec application au régime des contre-courants et des courants descendants directs dans les vallées, p. 219.
—— Anémomètre enregistreur, p. 221.
—— Observatoire météorologique de Monaco, p 221.
—— Quelques remarques sur les tremblements de terre du 23 février 1887, p. 223.
Guerne (de). — Découverte de la faune pélagique lacustre dans l'île San-Miguel (Açores), p. 270.
—— Sur la faune des eaux douces des îles de Fayal et de San-Miguel (Açores), p. 271.
Guignard. — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 275.
Guillaud (le Dr J.-A.). — Les zones botaniques du sud-ouest de la France, p. 251.
Guiraud (Le Dr). — Discussion sur la note sur le rôle des déménagements dans le réveil de quelques maladies infectieuses, p. 388.
—— Des causes de dépopulation dans la région du sud-ouest, p. 291, * 1035.
Guiraut. — Impôt des boissons, p. 362.
Guitel. — Anatomie et embryogénie des Lepadogaster, p. 259.
Guyot (Yves). — Discussion sur la nécessité de créer une langue universelle nouvelle, moyen facile de communication et d'échange entre les peuples, p. 256.
—— Des conditions et des difficultés des réformes fiscales, p. 257.
—— Observations sur les statistiques du rapport de M. Claude, sénateur, p. 263.
—— Discussion sur la taxe du pain, p. 266.
—— Discussion sur la clef des contradictions économiques, p. 372.
Haches (Présentation de) en pierre cambodgiennes, p. 295.
Halfa (Observations sur une cellule épidermique absorbante, sur le réseau radicifère et les bourgeons dormants chez l'), p. 247, * 573.
Hamilton (Sur les nombres dits de), p. 168, * 164.
Haro (le Dr). — Note sur une nouvelle méthode de notation graphique des logarithmes, p. 167, * 128.
Haute-Garonne (Sur les faunes silurienne et dévonienne de la), p. 238, * 507.
—— (Etat de la viticulture dans la), p. 342.
Hébrard. — Discussion sur les observations nouvelles sur le plâtrage des vendanges, p. 340.
—— Etat de la viticulture dans la Haute-Garonne, p. 342.

Hébrard. — Discussion sur la sulfostéatite. — Son emploi contre les maladies cryptogamiques de la vigne; résultats obtenus, p. 343.
Hématoscopie (Des applications de l') à la thérapeutique et à la médecine légale, p. 329.
Hément (Félix). — Discussion sur l'enseignement de la lecture et de l'écriture, p. 277.
Hémorragies (Traitement de certaines) par la révulsion sur la région hépatique, p. 225.
Henneguy (Le Dr F.). — Sur une sarcosporidie de la crevette, p. 266.
Hénocque (A.). — Des applications de l'hématoscopie à la thérapeutique et à la médecine légale, p. 329.
—— Discussion sur la pathogénie de la chlorose, p. 225.
Henrot (Le Dr H.) — De la disparition des tumeurs de l'estomac, p. 218.
—— Examen critique des différents projets d'organisation de l'hygiène publique en France, p. 383, * 1025.
—— Discussion sur le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de vacances, p. 385.
—— Discussion sur quelques indications sur l'assainissement des villes, p. 386.
—— Discussion sur quelques dispositions de la loi de police sanitaire des animaux applicables à la prophylaxie de certaines maladies contagieuses de l'espèce humaine, p. 394.
Henry (Louis). — Sur l'identité de valeur des quatre unités d'affinité de l'atome de carbone, p. 204, * 355.
—— Sur les éthers de l'acide bromhydrique, p. 204.
—— Sur la volatilité des composés carbonés, p. 208.
—— Sur les relations entre les propriétés physiologiques des composés et leur composition chimique, p. 208.
Herborisations de P. de Tournefort (La topographie botanique et les) dans les Pyrénées et dans le midi de la France, d'après des documents inédits, p. 246, * 557.
Hernie étranglée. — Entérectomie. — Guérison, p. 328.
Hérouard (Edgard). — Note sur les holoturies de Roscoff et de Banyuls-sur-Mer, p. 274, * 678.
Herscher. — Sur l'aération des locaux scolaires, p. 387.
Historique (Notice) sur les travaux des 1re et 2e sections, de 1879 à 1886 inclusivement, p. 163.
Holoturies de Roscoff et de Banyuls-sur-Mer (Note sur les), p. 274, * 678.
Holtz. — Discussion sur le canal des Deux-Mers, p. 184.
Homicide (Des signes de l') par suffocation, * 808.
Hospices maritimes (Sur les nouvelles fondations de sanatoria et d') pour les enfants débiles, à Arcachon et à Banyuls-sur-Mer (Pyrénées-Orientales), p. 330, * 854.
Houille (Mines de) de Carmaux, p. 434.
Huchard (Henri). — L'artério-sclérose subaiguë dans ses rapports avec les spasmes vasculaires : son traitement par la trinitrine, p. 335.
Huile (Note sur la troisième campagne scientifique de l'*Hirondelle*, pour déterminer la direction des courants de la mer et l'action de l') pour calmer les vagues, p. 223.
Humanités (Les) modernes, p. 36.
Hydrate de carbone (Sur un) contenu dans le gland du chêne : « La Quercine », p. 205.
Hydrocèle et incision antiseptique, p. 315.
—— *péritonéo-funiculaire* (Note pour servir à l'étude de l'), p. 320, * 816.
Hydrogène sulfuré (Sur la suspension de la glycogénie hépatique par les injections rectales d') chez le lapin, p. 316.
Hygiène (Avenir de l'), p. 138.
—— *publique* (Examen critique des différents projets d'organisation de l') en France, p. 383, * 1025.
Hygromètre à torsion, p. 195.
Hyménoptères (Etudes comparatives sur quelques) du Midi de la France, p. 267, * 656.
Hyperbole de Kiepert (Sur l'), p. 175.
Hypermétropie (Des rapports de la forme du crâne avec la myopie et l'), p. 299, * 741.
Hypogé (Note sur un) comsommé au Japon comme condiment, p. 248, * 576.
Hypogés et des tubéracées (Note sur l'étude technique des), p. 248.
Hypophosphates (Sur les volumes moléculaires et l'énergie réfractive des phosphates) et arséniates de soude, p. 195.
Iles madréporiques (Les coralliaires et les), p. 80.
Impôt des boissons, p. 362.

Impôt (L') des alcools en Allemagne, p. 361, * 962.
Incendie (L') de l'Opéra-Comique de Paris, p. 191, * 308.
Incision antiseptique (Hydrocèle et), p. 315.
Indice céphalique (Rapport de la myopie et de l'hypermétropie avec l') et l'indice orbitraire, p. 299, * 741.
—— *orbitaire* (Rapport de la myopie et de l'hypermétropie avec l'indice céphalique et l'), p. 299, * 741.
Infection blennorragique (Note sur une manifestation exceptionnelle de l'), p. 321, * 822.
Inosite (Sur la fonction chimique de l'), p. 207, * 362.
Insectes coléoptères à Madagascar (Distribution géographique des), p. 266, * 680.
—— *vésicants* (Note sur la digestion chez les), p. 268, * 662.
Inspiration saccadée (De l') rythmique au cœur, p. 313, * 799.
Invariants (Sur un système d') communs à deux coniques, p. 167, * 132.
Inverse de $2\pi R$ (Sur la valeur de l') exprimée par un nombre infini de facteurs, p. 173.
Inversion (Sur l') d'un système de n points; construction de deux points remarquables du triangle, p. 174, * 282.
Ioduration des aldéhydes (Recherches sur l') isopropylique, isobutyrique et œnanthique, p. 211.
Irrigation (Considérations sur les avantages des canaux d'), p. 346, * 904.
Irrigations (Des) dans les terres arables en Espagne, p. 340, * 881.
Isthme de Corinthe, sa constitution géologique et son percement, p. 179, 230, * 431.
Janssen (J.). — Sur l'âge des étoiles, p. 53.
—— Discours, p. 152.
—— L'oxygène et les atmosphères célestes, p. 171.
—— La photographie céleste, p. 395.
Jeannel — Discussion sur l'ectopie testiculaire et la castration préventive chez l'adulte, p. 306.
—— Salpyngite tuberculeuse à forme kystique, p. 308.
—— Discussion sur le traitement de certaines hémorragies par la révulsion sur la région hépatique, p. 326.
—— Fistules pyo-stercorales. Anus contre nature, p. 327.
Jeux de Bourse (Théorie mathématique des), p. 170, * 214.
Jolyet (F.). — Recherches sur les échanges gazeux pulmonaires dans la respiration de l'homme, p. 259.
Joubin. — Recherches sur les glandes salivaires des Céphalopodes, p. 258, * 641.
Kératite (Deux formes nouvelles de). — Kératite en sillons étoilés. — Kératite trabéculaire, p. 312, * 794.
Kluyver (J.-C.). — Sur un système d'invariants communs à deux coniques, p. 167, * 132.
Kongo (L'Avenir du), p. 351.
Künckel d'Herculais (Jules). — Distribution géographique des Insectes coléoptères à Madagascar, p. 266, * 680.
Kystes hydatiques de l'utérus, p. 332, * 861.
Labat. — Discussion sur le commerce international des denrées alimentaires, p. 369.
—— La clef des contradictions économiques, p. 372.
Labéda. — Discussion sur la mort par pendaison, p. 305.
Laborie. — Discussion sur l'anatomie comparée de quelques espèces caractéristiques du Sahara algérien, p. 257.
Lacaze-Duthiers (de). — Anatomie de la Testacelle, p. 258.
—— Sur le développement de la Philine aperta, p. 260, * 643.
Lafargue. — Discussion sur les nouvelles fondations de Sanatoria et d'hospices maritimes pour les enfants débiles à Arcachon et à Banyuls-sur-Mer (Pyrénées-Orientales), p. 331.
Lafont (Jules). — Historique du Mont-Mezenc et de l'utilité d'un observatoire sur son sommet : demande d'un secours à cet effet à l'Association, p. 222.
Lahille. — Classification des Tuniciers, p. 273, * 667.
Laisant (C.-A.). — Notice historique sur les travaux des 1re et 2e sections, de 1879 à 1886 inclusivement, p. 163.
—— Sur les asymptotes de l'Hyperbole de Kiepert, p. 165, * 112.
—— Discussion sur la géométrie des figures imaginaires dans le plan réel, p. 169.
—— Discussion sur l'arithmétique des directions et rotations, p. 169.
—— Quelques applications arithmétiques de la Géométrie des quinconces, p. 171, * 218.

Laisant (C.-A.). — Discussion sur la nouvelle théorie des couples et de la composition des forces, p. 173.
—— Sur l'inversion d'un système de *n* points; construction de deux points remarquables du triangle, p. 174, * 282.
Landes de Gascogne (De l'exploitation des produits des) et des débouchés ouverts à ses produits. La dune littorale, p. 341, 364.
Langage international (Sur le choix d'un), p. 380.
Langlois (Marcellin). — Sur l'homogénéite de la formule du mouvement atomique, p. 172, * 235.
—— Sur le rayon des molécules secondaires, p. 201, * 331.
—— Propriétés physiques du phosphore, p. 201, * 326.
—— Chaleur de vaporisation de l'alcool, p. 202, * 322.
—— Compressibilité des liquides, p. 202, * 334.
—— De la vision droite, p. 338.
Langue universelle nouvelle (Nécessité de créér une) moyen facile de communication et d'échange entre les peuples, p. 356.
Lannoy de Bissy (de). — Présentation des cartes publiées par le service géographique de l'armée, p. 352.
Lantier (le Dr). — Moyen d'augmenter les qualités balistiques des projectiles mus par la poudre ordinaire, p. 189.
Laparotomie (Observation de) pratiquée chez une personne tuberculeuse, p. 303, * 758.
Lapin rabique (Variations du rythme respiratoire chez le), p. 260, * 649.
Larché (Alfred). — Statistiques démographiques et médicales d'Avignon pour les années 1883, 1884, 1885, 1886, p. 322, * 826.
Larrieu (L'abbé). — La grande muraille de Chine, p. 352.
Laryngite catarrhale aiguë (Considérations cliniques sur les troubles de la voix dans la), p. 311, * 790.
Larynx (Un cas de polype du). Expulsion spontanée. Guérison, p. 332.
—— (La région sous glottique du), p. 322, * 830.
Lauga (Le Dr). — Discussion sur la suggestion et ses applications à la pédagogie, p. 379.
Laurière (de). — Présentation de photographies, p. 289.
Laussedat (Le colonel). — Discussion sur les résultats de la canalisation de la Seine entre Paris et Poissy, p. 180.
—— Sur l'emploi de la photographie dans les reconnaissances topographiques et les explorations géographiques, p. 353.
Lavements gazeux (Action des) dans les défauts corporels des recrues et certains vices de conformation du thorax, p. 391.
—— (De la méthode des) dans le traitement des maladies de l'appareil respiratoire), p. 310.
Lazerges (Pierre). — De l'ozone de l'air. — Ozonographe de M. Pierre Lazerges, p. 216, * 373.
—— Considérations : 1° Sur la météorologie de Toulouse; 2° sur les causes et la direction des vents, p. 225, * 407.
—— Origine et cause des volcans et des tremblements de terre, p. 236.
Lecture (Sur l'enseignement de la) et de l'écriture, p. 377.
Lécythidées (Observations sur la structure des), p. 245, * 542.
Législation allemande (La nouvelle) sur les alcools et la tentative de créer un monopole privé, p. 361.
Lehman (Ernest). — Hygromètre à torsion, p. 195.
Lemoine (Emile). — Questions diverses sur la nouvelle géométrie du triangle, p. 164, * 13.
—— Discussion sur l'Hyperbole de Kiepert, p. 175.
Lepadogaster (Anatomie et embryogénie des), p. 259.
Lepinay (De). — Discussion sur le Canal des Deux-Mers, p. 184, 185.
Le Pont. — Note de Géométrie, p. 166, * 119.
Letellier. — Carte géologique des deux cantons d'Alençon, au $\frac{1}{20\,000}$, p. 225, * 481.
Levat (David). — Etude sur les gisements de nickel, de cobalt et de chrome de la Nouvelle-Calédonie, p. 242, * 534.
Liberté du commerce (La) et la taxe du pain, p. 367.
Lignier (Octave). — Observations sur la structure des Lécythidées, p. 245, * 542.
—— Discussion sur les observations sur une cellule épidermique absorbante, sur le réseau radicifère et les bourgeons dormants chez l'halfa, p. 248.
—— Discussion sur la végétation calcicole des gneiss et des schistes

métamorphiques du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 253.
—— Discussion sur la communication : lors de l'apparition de la vie sur la terre, la cellule à chlorophylle a-t-elle précédé la cellule incolore, p. 255.
—— Discussion sur l'anatomie comparée de quelques espèces caractéristiques du Sahara algérien, p. 256.
Limousin. — Discussion sur le Palais du peuple à Londres, p. 355.
Lionel-Faurot (Le Dr). — Sur les polypiers de récifs, p. 264.
Livon. — Recherches sur les urines tabétiques, p. 334.
Llaurado. — Des irrigations dans les terres arables en Espagne, p. 340, * 881.
—— Discussion sur les considérations sur les avantages des canaux d'irrigation, p. 347.
Logarithmes (Note sur une nouvelle méthode de notation graphique des), p. 167, * 128.
Lois (Commerçants) et fonctionnaires, p. 371.
Lombrive (Les grottes de l'Ariège et en particulier celle de), p. 239.
Londres (Le palais du peuple à), p. 355.
Lorin. — Sur la fonction chimique de l'inosite, p. 207, * 362.
—— Faits relatifs aux ammoniaques composées, p. 207, * 364.
—— Action de quelques acides organiques sur l'éther oxalique, p. 207, * 367.
Loriol (De). — Discussion sur le canal de Corinthe, p. 232.
—— Sur les échinides crétacés du Portugal, p. 240, * 515.
Lozère (Trente tumuli de la), p. 283, * 698.
Lucas (Edouard). — Géométrie des réseaux, p. 173.
Madagascar (Distribution géographique des insectes coléoptères à), p. 266. * 680.
Magnin (Le Dr). — Discussion sur la limite altitudinale du châtaignier sur les flancs O. et S.-O. du Massif Central, p. 249.
—— Sur quelques particularités remarquables de la flore de la chaîne jurassique, la présence d'espèces disjointes, leur localisation et ses causes, p. 250.
—— Discussion sur les zônes botaniques du sud-ouest de la France, p. 252.
—— Sur la végétation calcicole des gneiss et des schistes métamorphiques du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 252.
—— Discussion sur la communication : Lors de l'apparition de la vie sur la terre, la cellule à chlorophylle a-t-elle précédé la cellule incolore ? p. 255.
Maistre (Jules). — Question de l'eau dans le Midi, p. 345, * 893.
Maladies contagieuses (De quelques dispositions de la loi de police sanitaire des animaux, applicables à la prophylaxie de certaines) de l'espèce humaine, p. 393, * 1053.
—— *infectieuses* (Note sur le rôle des déménagements dans le réveil de quelques), p. 388.
Malafosse (de). — Discussion sur un nouvel engrais destructeur des parasites du sol. — Le sulfate de fer en agriculture, p. 346.
Malaise. — Sur le silurien de la Belgique, p. 238.
Malzieu [Lozère] (Alluvions anciennes à silex taillés de), p. 294.
Manier. — Blocs cyclopéens, p. 189.
Manifestation exceptionnelle de l'infection blennorragique, p. 321, * 822.
Manomètre à maxima (Mesure des coups de vent. — Anémomètre de Bourdon), p. 218, * 376.
Manouvrier (Le Dr). — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 276.
—— Discussion sur les nouvelles pierres à bassins et à écuelles de l'Auvergne, p. 287.
—— Discussion sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant sourde-muette et aveugle, p. 296.
—— Discussion sur la présentation de crânes toulousains déformés, p. 302.
—— Etude sur le prognathisme et sa mesure, p. 302.
Mantel. — Nouvelle théorie des couples et de la composition des forces, p. 172, * 257.
Manuel. — Les chambres de commerce, p. 373.
Manufacture d'articles de papeterie de B. Sirven, p. 433.
—— *de chaussures* de MM. Borrel et Bérenguier, p. 426.
—— *de plumes*, duvets, laines et crins de MM. Caubère et Cie, p. 423.
—— *nationale des Tabacs de Toulouse*, p. 439.
Maréchal. — Discussion sur deux

observations de résection sous-périostée du coude, p. 326.
Marégraphes (Sur les courbes des) de Douvres et d'Ostende, p. 189, * 306.
Marguerite-Delacharlonny (P.). — Sur l'évaporation des dissolutions salines, p. 198.
—— Sur l'entraînement des corps dissous dans l'évaporation de leur dissolvant, p. 198.
—— Sur les réactions caractéristiques des sels de peroxyde de fer, p. 204.
—— Un engrais destructeur des parasites du sol. — Le sulfate de fer en agriculture, p. 246.
Marsy (de). — Annonce de l'expropriation des monuments mégalithiques de Carnac, p. 292.
Martinet (Ludovic). — L'usine de dynamite de Paulilles, p. 190.
—— Climatologie de Banyuls-sur-Mer, p. 245.
—— Banyuls-sur-Mer. — Sanatorium maritime, p. 321.
Marty (Gustave). — Les grottes de l'Ariège et en particulier celle de Lombrive, p. 239.
—— Gisement de mastodontes dans les sables tertiaires du Gers, p. 243.
—— Note sur le gisement de Tournan (Gers), p. 272.
Masse (E.). — La région sous-glottique du larynx, p. 322, * 830.
Massip (Armand). — Les Progrès de la France au Soudan, p. 369.
Masson (Louis). — Quelques indications sur l'assainissement des villes, p. 386, * 1027.
Mastodontes (Gisement des) dans les sables tertiaires du Gers, p. 243.
Matières amylacées (Observations sur la saccharification des) par les acides, p. 210.
Maurel (le Dr E.). — De la longueur comparée des deux premiers orteils dans les races mongoles, p. 298, * 739.
—— Du pouls rétro-sternal, p. 322, * 825.
—— Recherches sur les parasites du paludisme, p. 390, * 1030.
Maury (Paul). — Discussion sur les observations sur la structure des Lécythidées, p. 245.
—— Observations sur le genre *Chevalliera* Gaudichaud et description d'une espèce nouvelle, p. 246, * 551.
—— Discussion sur les observations sur une cellule épidermique absorbante, sur le réseau radicifère et les bourgeons dormants chez l'halfa, p. 247.
Maury (Paul). — Discussion sur la végétation calcicole des gneiss et des schistes métamorphiques du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 253.
—— Discussion sur la communication : Lors de l'apparition de la vie sur la terre, la cellule à chlorophylle a-t-elle précédé la cellule incolore ? p. 254.
—— Anatomie comparée de quelques espèces caractéristiques du Sahara algérien, p. 256, * 604.
Maze. — Les poussières du Krakatau et la période de Zenger, p. 214.
—— Simple formule pour le changement d'unité dans l'expression des vitesses, p. 217.
—— Discussion sur les conditions actuelles de la prévision du temps et la manière de les améliorer, p. 220.
—— Sur une double série de sécheresses périodiques, p. 222.
—— Du maximum sexennal de la pluie à Toulouse, p. 224.
—— Rapport sur une description de l'anémogène de Mgr Rougerie, évêque de Pamiers, p. 224.
Mécanique (Problème de), p. 164, * 42.
Médecine légale (De l'auto-suggestion en), p. 390, * 1032.
Menhirs (Des) isolés, des talus et de leur concordance avec les dolmens, p. 300.
Menstruation (Régularisation de la) par suggestion, p. 319, * 814.
Mer (Sur la coloration des eaux de la) et les pêches au filet fin, p. 251, 264, * 596.
—— (Note sur la troisième campagne scientifique de l'*Hirondelle*, pour déterminer la direction des courants de la) et l'action de l'huile pour calmer les vagues, p. 223.
Mercure (Des divers modes d'administration du) et de leurs inconvénients dans la pratique, p. 324, * 851.
Méricant. — Sur l'enseignement des jeunes aveugles, p. 381.
Mésoblaste (Sur les) des larves d'Annélides, p. 271.
Métal (Fouilles archéologiques dans le sud-est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du), p. 287, * 716.
Météorologie (Remarques sur la bibliographie de la), préparée par le *Signal Office*, p. 225, 414.
—— *française* (De l'organisation de la), p. 224, * 403.

Météorologie maritime (Présentation d'un atlas de), p. 215.
—— *de Toulouse* (Considérations : 1° sur la) ; 2° sur les causes et la direction des vents, p. 225, * 407.
Méthode antiseptique (Contribution à la), p. 324, * 844.
—— *expérimentale* (La) et ses applications en matière économique, p. 258, * 953.
Meunier (Le Dr V.). — Discussion sur quelques expériences sur l'adhérence de l'air aux surfaces polies, avec application au régime des contre-courants et des courants descendants directs dans les vallées, p. 219.
Michelier. — Variations des glaciers des Pyrénées, p. 223.
Michou (Le Dr). — Discussion sur les considérations sur les avantages des canaux d'irrigation, p. 347.
—— Alcoolisation des vins, p. 348, 359, * 917.
Micro-organismes (Note sur les) des eaux thermales (Luchon, Lamalou, Néris), p. 320.
—— (Présentation de dessins et de planches représentant les) rapportés par l'expédition française de *La Romanche* au *Cap-Horn*, 1883, p. 263.
Midi (Question de l'eau dans le), p. 345, * 893.
Mines de houille de Carmaux, p. 434.
Minium (Sur l'analyse du), p. 205.
Mir. — Sur l'enseignement de la lecture et de l'écriture, p. 377.
Moissan (Henri). — Fluor (Le), p. 27.
Molécules secondaires (Sur le rayon des), p. 201, * 331.
Monaco (Le Prince A. de). — Note sur la troisième campagne scientifique de l'*Hirondelle*, pour déterminer la direction des courants de la mer et l'action de l'huile pour calmer les vagues, p. 223.
Monclar (D.). — Conservation des espèces animales menacées pour le développement de la civilisation, p. 261.
Monod (Frédéric). — Trois cas d'accouchement artificiel provoqué par le procédé de Krause, p. 307, * 777.
Monohémiplégie linguale (Cas de) avec localisation corticale, p. 337.
Montagne Noire (Etude géologique de la partie sud-ouest de la), p. 234, * 477.
Montaz. — Discussion sur les rapports des affections cutanées du nez avec les affections des fosses nasales, p. 333.
Montaz. — D'un mode de début fréquent et non décrit de l'orchi-épididymite tuberculeuse aiguë, p. 334, * 863.
Montbéliard (Sur le préhistorique dans le pays de), p. 280.
Mont-Dol (Ille-et-Vilaine) (Présentation de vingt-cinq planches de la monographie du gisement quaternaire du), p. 272.
Mont-Mezenc (Historique du). De l'utilité d'un observatoire sur son sommet : demande d'un secours à cet effet à l'Association.
Monuments mégalithiques (Annonce de l'expropriation des) de Carnac, p. 292.
Morale sociale (Sur l'enseignement pratique de la) à l'école primaire, p. 380, * 1021.
Mort (1° Etat actuel des connaissances sur les signes de la) ; 2° Recherche des signes directs de la mort de l'organisme, p. 311.
—— (De la) par pendaison, p. 305.
—— (Introduction à l'étude des signes de la), p. 304.
Mortillet (G. de). — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 277.
—— Discussion sur l'origine ancestrale de l'homme par le système dentaire, p. 279.
—— La pénalité au point de vue anthropologique, p. 280.
—— Discussion sur les falsifications d'antiquités lacustres du lac de Neuchâtel, p. 281.
—— Discussion sur les castors de l'Amérique anglaise, du Kansas et du lac Saint-Andéol ; travaux des rongeurs, p. 282.
—— Discussion sur les nouvelles recherches sur les camps d'Affrique et de la Fourasse. Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 285.
—— Discussion sur les nouvelles pierres à bassins et à écuelles de l'Auvergne, p. 287.
—— Discussion sur les fouilles archéologiques dans le sud-est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du métal, p. 288.
—— Discussion sur une présentation de photographies, p. 289.
—— Motion au sujet de l'exécution de la statue de Lamarck, p. 289.
—— Discussion sur le dolmen d'Uël-Bouguo, p. 291.
—— Discussion sur les temps quaternaires et préhistoriques du Cantal, p. 294.

Mortillet (G. de). — Discussion sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant sourde-muette et aveugle, p. 296.
—— Discussion sur le cimetière à incinération de Bordes-sur-Lez (Ariège), p. 298.
—— Discussion sur la présentation de crânes toulousains déformés, p. 302.
Mossé. — Application du froid à la période aiguë du choléra, p. 347.
Motais (Le Dr). — Des rapports de la forme du crâne avec la myopie et l'hypermétropie, p. 299, * 741.
Moure (E.-J.). — Considérations cliniques sur les troubles de la voix dans la laryngite catarrhale aiguë, p. 341, * 790.
Moureaux (Th.). — Résumé des observations magnétiques faites en 1886 au Parc-Saint-Maur et à Perpignan, p. 222, * 399.
Mouvement atomique (Sur l'homogénéité de la formule du), p. 172, * 235.
Multiplication (Boîte à), p. 170, * 240.
Muqueuses gastriques (Contribution à l'étude des), p. 267.
Muraille (La grande) de Chine, p. 352.
Musées cantonaux (La science et la richesse dans nos campagnes par les), p. 377.
Musgrave-Clay (Le Dr de). — Note sur le rôle des déménagements dans le réveil de quelques maladies infectieuses, p. 388.
—— Discussion sur quelques dispositions de la loi de police sanitaire des animaux, applicables à la prophylaxie de certaines maladies contagieuses de l'espèce humaine, p. 394.
Muston (Le Dr). — Sur le préhistorique dans le pays de Montbéliard, p. 280.
Myopie (Des rapports de la forme du crâne avec la) et l'hypermétropie, p. 299, * 741.
Narcisses (Note sur quelques) nouveaux pour la flore française, p. 253, * 601.
Navigation intérieure (Sur la concurrence des chemins de fer et de la), p. 176.
Nerfs (De l'influence des conditions mécaniques sur la reproduction des), p. 263, * 653.
—— *crâniens des sélaciens* (Sur les), p. 269.
Neuilly-sur-Marne [Seine-et-Oise] (Le gisement quaternaire de), p. 237, * 496.
Nez (Rapports des affections cutanées du) avec les affections des fosses nasales, p. 333, * 801.
Nickel, de *cobalt* et de *chrome* de la Nouvelle-Calédonie (Etude sur les gisements de), p. 242, * 534.
Nicolas (Hector). — Études comparatives sur quelques hyménoptères du midi de la France, p. 267, * 656.
—— Recherches préhistoriques faites dans les environs d'Avignon pendant l'année 1887, p. 299, * 749.
Nombres réciproques (Des), p. 173.
Nouvelle-Calédonie (Etude sur les gisements de nickel, de cobalt et de chrome de la), p. 242, * 534.
Numération (La) binaire et la numération octavale, p. 170, * 206.
Oasis sahariennes (Les) et le palmier-dattier, p. 345, * 895.
Observations magnétiques (Résumé des) faites en 1886 au Parc-Saint-Maur et à Perpignan, p. 222, * 399.
Observatoire (Historique du Mont-Mezenc et de l'utilité d'un) sur son sommet : demande d'un secours à cet effet à l'Association, p. 222.
—— *météorologique* de Monaco, p. 221.
—— *du Pic du Midi*, p. 440.
Oechsner de Coninck. — Sur les ptomaïnes, p. 206.
Ollier. — Sur le traitement consécutif à la résection du genou, p. 328.
Oltramare (G.). — De l'intégration des équations linéaires à coefficients constants avec un second membre variable, p. 165, * 75.
—— Principes du calcul de généralisation, p. 175, * 285.
Onanisme (Traitement de l') par la suggestion hypnotique, p. 336.
Oran (Sur quelques stations du département d'), p. 295.
Orchidées (Les), p. 105.
Orchi-épididymite tuberculeuse aigue (D'un mode de début fréquent et non décrit de l'), p. 334, * 863.
Origine ancestrale de l'homme par le système dentaire, p. 278.
Orteils (De la longueur comparée des deux premiers) dans les races mongoles, p. 298, * 739.
Os sculptés (Présentation d'), p. 298.
Osmond (F.). — Transformations du fer et du carbone dans les fers et les aciers, p. 204, * 356.
Oxygène (L') et les atmosphères célestes, p. 171.
Ozone (De) de l'air. — Ozonographe de M. Pierre Lazerges, p. 216, * 373.

Ozonographe de M. Pierre Lazerges, p. 216, * 373.
Pain (Sur la taxe du), p. 365.
—— (La liberté du commerce et la taxe du), p. 367.
Paix sociale (La) et les bureaux d'arbitrage et de conciliation, p. 371.
Palais (Le) du peuple, à Londres, p. 355.
Pallary. — Sur quelques stations du département d'Oran, p. 295.
Palmier-dattier (Les oasis sahariennes et le), p. 345, * 895.
Paludisme (Recherches sur les parasites du), p. 390, * 1030.
Pamard. — Discussion sur l'ectopie testiculaire et la castration préventive chez l'adulte, p. 306.
—— Deux observations de résection sous-périostée du coude, p. 326.
—— Discussion sur des fistules pyostercorales. — Anus contre nature, p. 328.
Papeterie (Manufacture d'articles de) de B. Sirven, p. 433.
Paralysie générale progressive (Un cas de maladie de Dupuytren dans la), p. 317, * 803.
Paraplégies urinaires (Considérations sur les), p. 329.
Parasites (Recherches sur les) du paludisme, p. 390, * 1030.
—— (Un nouvel engrais destructeur des) du sol. — Le sulfate de fer en agriculture, p. 346.
Pasquier. — Discussion sur les nouvelles recherches sur les camps d'Affrique et de la Fourasse. Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 285.
Passy (Frédéric). — Le Palais du peuple à Londres, p. 355.
—— Discussion sur la méthode expérimentale et ses applications en matière économique, p. 359.
—— Discussion sur l'alcoolisation des vins, p. 360.
—— Conséquences qu'entraine pour l'agriculture l'exagération des armements et des charges qui, de ce chef, pèsent sur la production et la consommation des denrées alimentaires, p. 366.
—— Discussion sur le commerce international des denrées alimentaires, p. 369.
—— La paix sociale et les bureaux d'arbitrage et de conciliation, p. 371.
Paty de Clam (du). — Données des anciens sur la géographie de la Tunisie, p. 350, * 919.
Péan. — Kystes hydatiques de l'utérus, p. 332, * 861.
Péchegut. — La liberté du commerce et la taxe du pain, p. 367.
Pêches au filet fin (Sur la coloration des eaux de la mer et les), p. 251, 264, * 596.
Pédagogie (Sur la suggestion et ses applications à la), p. 377, * 1010.
Pellet. — Sur les sphères tangentes à deux surfaces, p. 166, * 116.
Pénalité (La) au point de vue anthropologique, p. 280.
Pendaison (De la mort par), p. 305.
Péridier. — Commerçants, lois et fonctionnaires, p. 371.
Période solaire (La), les essaims d'étoiles filantes et les perturbations magnétiques, p. 221, * 390.
Peroxyde de fer (Sur les réactions caractéristiques des sels de), p. 204.
Perrier (Edmond). — Les Coralliaires et les îles madréporiques, p. 80.
Perroud. — Discussion sur le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de vacances, p. 376.
—— Discussion sur la suggestion et ses applications à la pédagogie, p. 379.
—— Discussion sur l'enseignement des jeunes aveugles, p. 381.
Perturbations magnétiques (La période solaire, les essaims d'étoiles filantes et les), p. 221, * 390.
Petit (L.-H.). — Traitement de certaines hémorragies par la révulsion sur la région hépatique, p. 325.
Phénomènes barométriques (Notice sur les), du mois de décembre, p. 220.
Philine aperta (Sur le développement de la), p. 260, * 643.
Phimosis (Calculs extraits d'un), p. 318, * 806.
Phisalix. — Sur les nerfs crâniens des sélaciens, p. 265.
Phosphates, hypophosphates et arséniates de soude (Sur les volumes moléculaires et l'énergie réfractive des), p. 195.
Phosphore (Propriétés physiques du), p. 201, * 326.
Photographie (Sur l'emploi de la) dans les reconnaissances topographiques et les explorations géographiques, p. 353.
—— *céleste* (La), p. 395.
—— *microscopique* (Emploi de la) pour la distinction et l'étude de quelques espèces de sucre, p. 203.
Photographies (Présentation de), p. 289.
Pic du Midi (Observatoire du), p. 440.

Piché (A.). — Quelques expériences sur l'adhérence de l'air en mouvement aux surfaces polies avec application au régime des contre-courants et des courants descendants directs dans les vallées, p. 219, * 384.
—— De l'organisation de la météorologie française, p. 224, * 403.
—— Sur l'enseignement pratique de la morale sociale à l'école primaire, p. 380, * 1021.
Picheney. — Origine bovine de la scarlatine, p. 336, * 867.
Pichou (Alfred). — La roue universelle Pichou, p. 172, * 242.
Pierres à bassins et à écuelles (Nouvelles) de l'Auvergne, p. 286, * 704.
—— (Trois grosses) extraites d'un ancien phimosis, p. 318, * 806.
Pineau (Le Dr). — Nouvelle contribution à la chronologie néolithique de la Charente-Inférieure; présentation de silex taillés, p. 284.
—— Calculs extraits d'un phimosis, p. 318, * 806.
Plâtrage (Observations nouvelles sur le) des vendanges, p. 339.
Pliocène supérieur du Roussillon (Vertébrés du) (Découverte d'une tortue fossile terrestre géante), p. 273.
Plissements (Sur les) du sol dans le Massif vendéen, le détroit du Poitou et le bassin de la Charente, p. 524.
Pluie (Durée de la), en heures, à Paris et à Perpignan, p. 221, * 387.
—— *à Toulouse* (Du maximum sexennal de la), p. 224.
Plumes (Manufacture de), duvets, laines et crins de MM. Caubère et Cie, p. 423.
Poisson (Jules). — Note sur un nouveau genre de celtidées, p. 251, * 593.
Poissons (Sur le Grand sympathique des), p. 268.
Poitou (Coupes géologiques du détroit du) et du Massif de la Vendée. — Carte géologique au $\frac{1}{320\,000}$ du bassin de la Charente, p. 240, * 524.
Polarité (Des courants de la) dans l'aimant et dans le corps humain, p. 349.
Police sanitaire (De quelques dispositions de la loi de) des animaux, applicables à la prophylaxie de certaines maladies contagieuses de l'espèce humaine, p. 393, * 1053.
Polype du larynx (Un cas de). Expulsion spontanée. Guérison, p. 332.
Polypiers de récifs (Sur les), p. 264
Pomel. — Sur le genre thersitea Coquand, p. 226, * 416.
—— Discussion sur les calcédoines enhydriques et leur vrai gisement, p. 229.
—— Présentation d'ouvrages paléontologiques, p. 244.
—— Discussion sur les notes critiques sur quelques espèces méditerranéennes, p. 247.
Pommerol (Le Dr F.). — Discussion sur les castors de l'Amérique anglaise, du Kansas et du lac Saint-Andéol; travaux des rongeurs, p. 282.
—— Discussion sur trente tumuli de la Lozère, p. 283.
—— Discussion sur les nouvelles recherches sur les camps d'Affrique et de la Fourasse. Etude des matériaux calcinés et vitrifiés, p. 284.
—— Nouvelles pierres à bassins et à écuelles de l'Auvergne, p. 286, * 704.
—— Discussion sur les fouilles archéologiques dans le sud-est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du métal, p. 288.
—— Discussion sur les temps quaternaires et préhistoriques du Cantal, p. 293.
Port de Paris (Importance du), p. 180.
Portes (Ouvrons nos) même aux nations qui nous ferment les leurs, p. 357.
Portevin. — Discussion sur les résultats de la canalisation de la Seine entre Paris et Montereau, p. 178.
—— Discussion de l'incendie de l'Opéra-Comique de Paris, p. 191.
Portugal (Sur les échinides crétacés du), p. 240, * 515.
Pouchet (G.). — Sur la coloration des eaux de la mer et les pêches au filet fin, p, 251, 264, * 596.
Poudre de mine (Sur une), p. 241.
Pouls rétro-sternal (Du), p. 322, * 825.
Poussée des terres (Examen critique des différentes formules en usage sur la) et proposition d'une nouvelle formule générale, p. 187.
—— (Observations sur les expériences de M. Siégler, relatives à la), p. 190.
Poussières du Krakatau, p. 214.
—— (Les) du Krakatau et la période de Zenger, p. 214.
Préhistorique (Sur le) dans le pays de Montbéliard, p. 280.

Présentation d'ouvrages paléontologiques, p. 244.
—— de travaux imprimés aux :
—— 3e et 4e sections, p. 193.
—— à la 8e section, p. 244.
—— à la 9e — p. 257.
—— à la 13e — p. 338.
—— à la 15e — p. 374.
—— à la 16e — p. 381.
—— à la 17e — p. 394.
Prévision du temps (Sur les conditions actuelles de la) et la manière de les améliorer, p. 219.
Procédé de Krause (Trois cas d'accouchement artificiel provoqué par le), p. 307.
Prognathisme (Etude sur le) et sa mesure, p. 302.
Progrès de la France (Les) au Soudan, p. 369.
Projection (Etude d'un appareil à), p. 201.
Propione (Sur la) mono-iodée, p. 242.
Propreté des rues (De la) dans les petites villes, p. 392.
Prouho. — Sur l'organisation des cidaridiens, p. 262.
Prunières (Le Dr). — Discussion sur la statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 277.
—— Castors de l'Amérique anglaise, du Kansas et du lac Saint-Andéol; travaux des rongeurs, p. 281, * 692.
—— Trente tumuli de la Lozère, p. 283, * 698.
—— Le dolmen d'Uël Bouguo, p. 290.
—— Discussion sur les temps quaternaires et préhistoriques du Cantal, p. 293.
Pruvot (G.). — Sur le développement de la philine aperta, p. 260, * 643.
—— Sur la classification des aphroditiens, p. 268.
Ptomaïnes (Sur les), p. 206.
Pyrénées (Les), p. 161.
—— (Le glaciaire des), p. 243.
—— (La richesse des), p. 372.
Qualités balistiques (Moyen d'augmenter les) des projectiles mus par la poudre ordinaire, p. 189.
Quélet (Dr). — Discussion sur la limite altitudinale du châtaignier sur les flancs O. et S.-O. du massif central, p. 249.
—— Quelques espèces critiques ou nouvelles de la flore mycologique de France, p. 251, * 587.
Quercine » (Sur un hydrate de carbone contenu dans le gland du chêne : « la), p. 205, * 359.
Quina (Station moustérienne de la), p. 237, * 501.
Races mongoles (De la longueur comparée des deux premiers orteils dans les), p. 298, * 789.
Radiation solaire (Observations sur la), p. 217.
Radiations solaires (Sur l'absorption par l'atmosphère des), p. 194.
Raffalovich (Arthur). — Discussion sur le Palais du peuple à Londres, p. 356.
—— La nouvelle législation allemande sur les alcools et la tentative de créer un monopole privé, p. 361.
—— Discussion sur les observations sur les statistiques du rapport de M. Claude, sénateur, p. 363.
—— La réforme de la Bourse de Paris et le monopole des agents de change, p. 353, * 984.
—— Discussion sur la taxe du pain, p. 366.
Raffinage (Sur les procédés de) pour obtenir le sucre en blocs réguliers ou en plaques, p. 240.
Rage (Des progrès accomplis sur la question de la) et de la part qui en revient à la théorie nerveuse, p. 337.
Ragona. — Etude sur le thermomètre enregistreur de Richard, p. 243.
—— Etude sur la comparaison des anémomètres, p. 217.
—— Notice sur les phénomènes barométriques du mois de décembre, p. 220.
Ramé. — Sur la taxe du pain, p. 365.
Recherche médico-légale (Sur un nouveau procédé de) du sang, p. 309, * 795.
Recherches anthropologiques dans le Caucase, p. 291.
Recherches préhistoriques faites dans les environs d'Avignon pendant l'année 1887, p. 299, * 749.
Reconnaissances topographiques (Sur l'emploi de la photographie dans les) et les explorations géographiques, p. 353.
Recrues (Action des lavements gazeux dans les défauts corporels des) et certains vices de conformation du thorax, p. 391.
Réforme (La) de la Bourse de Paris et le monopole des agents de change, p. 363, * 984.
Réformes fiscales (Des conditions et des difficultés des), p. 357.
Région (La) sous-glottique du larynx, p. 322, * 830.

Régis. — Un cas de maladie de Dupuytren dans la paralysie générale progressive, p. 317, * 803.
Régnault (Félix). — L'industrie primitive de l'homme dans la grotte de Gargas, p. 241.
—— Présentation d'un squelette de loup découvert dans la grotte de Gargas (Epoque quaternaire), p. 241.
—— Grotte de Gargas, p. 289.
Règne végétal (De la dimidiation des organes dans le), p. 257, * 633.
Régularisation menstruelle par suggestion, p. 319, * 814.
Renaud (Georges). — Discussion sur le canal des Deux-Mers, p. 182.
—— L'avenir du Kongo, p. 351.
—— Discussion sur la méthode expérimentale et ses applications en matière économique, p. 358.
—— Commerce international des denrées alimentaires, p. 368.
—— Discussion sur les progrès de la France au Soudan, p. 369.
Résection (Deux observations de) sous-périostée du coude, p. 326.
—— *du genou* (Sur le traitement consécutif à la), p. 328.
Respiration de l'homme (Recherches sur les échanges gazeux pulmonaires dans la), p. 259.
Rey-Lescure. — Discussion sur l'incendie de l'Opéra-Comique de Paris, p. 192.
—— Notice sur la carte géologique du département du Tarn, p. 229, * 422.
Rindi (S.). — Sur les normales doubles des surfaces algébriques, p. 171, * 216.
Rivière (Emile). — Le gisement quaternaire de Neuilly-sur-Marne (Seine-et-Oise), p. 237, * 496.
—— Station moustérienne de la Quina, p. 237, * 501.
—— Ateliers néolithiques dans les bois de Chaville et de Fausses-Reposes (Seine-et-Oise), p. 297, * 711.
—— L'époque néolithique à Champigny (Seine), p. 297, * 730.
Rochard (Jules). — La dépopulation de la France, p. 1.
—— L'avenir de l'Hygiène, p. 138.
Rolland (Georges). — Sur la géologie de la Tunisie centrale, de Kef à Kairouan, p. 234, * 470.
—— Les oasis sahariennes et le palmier-dattier, p. 345, * 895.
—— La colonisation française au Sahara, p. 373.
Roscoff (Notice sur les Holothuries de) et de Banyuls-sur-Mer, p. 274, * 678.
Roue universelle (La) Pichou, p. 172, * 242.
Roule. — Sur le mésoblaste des larves d'Annélides, p. 271.
Rouquet. — Discussion sur la nouvelle théorie des couples et de la composition des forces, p. 173.
Roussel (J.). — Sur la composition du danien supérieur et de l'éocène des petites Pyrénées, des Corbières et de la Montagne-Noire, p. 232, * 459.
Rouvière. — Discussion sur les résultats obtenus en 1887 dans la culture du blé à épi carré, p. 363.
Rues (De la propreté des) dans les petites villes, p. 392.
Rythme respiratoire (Variations du) chez le lapin rabique, p. 260, * 649.
Sabatier (Paul). — Sur le principe du travail maximum, p. 208.
—— Discussion sur les eaux sulfureuses de Luchon, p. 209.
—— Sur la transformation de l'acide métaphosphorique, p. 211.
Sables verts (Importance agricole de la craie chloritée et des) qui s'y rattachent dans le sud-est de la France, p. 244, * 891.
Saccharification (Observations sur la) des matières amylacées par les acides, p. 210.
Saccharose (Observations sur la transformation de la) en sucre interverti sous l'influence des ferments dans le travail industriel, p. 209, 344.
Sahara (Carte du), p. 353.
—— (La colonisation française au), p. 373.
—— *algérien* (Anatomie comparée de quelques espèces caractéristiques du), p. 256, * 604.
Saignat. — Discussion sur la suggestion et ses applications à la pédagogie, p. 380.
Saint-Andéol (Castors de l'Amérique anglaise, du Kansas et du lac); travaux des rongeurs, p. 281, * 692.
Sainte-Foy [Gironde] (Silex craquelés et étonnés à l'air, des environs de), p. 300.
Salat (Sur le chemin de fer transpyrénéen par la vallée du), p. 353.
Salet. — Action de la cocaïne alcalinisée associée à de faibles doses de morphine dans les affections de l'estomac et du tube digestif, p. 324, * 838.
Salpyngite tuberculeuse à forme kystique, p. 308.
Sanatoria (Sur les nouvelles fondations de) et d'hospices maritimes

pour les enfants débiles, à Arcachon et à Banyuls-sur-Mer [Pyrénées-Orientales], p. 330, * 854.
Sanatorium maritime (Banyuls-sur-Mer), p. 321.
Sang (Sur un nouveau procédé de recherche médico-légale du), p. 309, * 785.
San-Miguel [Açores] (Découverte de la faune pélagique lacustre dans l'île), p. 270.
—— (Sur la faune des eaux douces des îles de Fayal et de), p. 271.
Sansan (Sur la faune de), p. 265.
Sarcosporidie de la crevette (Sur une), p. 266.
Saut-du-Tarn (Société des forges et aciéries du), p. 437.
Scarlatine (Origine bovine de la), p. 336, * 867.
Schistes métamorphiques (Sur la végétation calcicole des gneiss et des) du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 252.
Schlegel. — Sur un théorème de géométrie à quatre dimensions, p. 174, * 264.
—— Sur les distances moyennes entre un point et des variétés de points, discrètes ou continues, p. 174, * 266.
Schlumberger. — L'Association française en 1886-1887, p. 153.
Schoute (P.-H.). — Sur un complexe du troisième ordre, p. 169, * 189.
Schrader. — Les *Pyrénées*, p. 161.
Sécheresses périodiques (Sur une double série de), p. 223.
Secheyron. — Discussion sur une observation de laparotomie pratiquée chez une personne tuberculeuse, p. 304.
—— Discussion sur l'ectopie testiculaire et la castration préventive chez l'adulte, p. 306.
—— Discussion sur trois cas d'accouchement artificiel provoqué par le procédé de Krause, p. 308.
—— Discussion sur la salpyngite tuberculeuse à forme kystique, p. 309.
—— Des abouchements anormaux de l'uretère à la vulve et au vagin, p. 332, * 859.
—— Kystes hydatiques de l'utérus, p. 332, * 861.
Sélaciens (Sur les nerfs crâniens des), p. 265.
Serres. — Hernie étranglée. — Entérectomie. — Guérison, p. 328.
Service géographique (Présentation des cartes publiées par le) de l'armée, p. 252.
Shoolbred (James). — Sur les courbes des marégraphes de Douvres et d'Ostende, p. 189, * 306.
Sicard. — De la chlorose des vignes, p. 340, * 878.
Sigalas (G.). — Recherches sur les échanges gazeux pulmonaires dans la respiration de l'homme, p. 259.
Silex craquelés et étonnés à l'air, des environs de Sainte-Foy [Gironde], p. 300.
Silurien de la Belgique (Sur le), p. 238.
Silva. — Discussion sur les réactions caractéristiques des sels de peroxyde de fer, p. 205.
—— Sur l'analyse du minium, p. 205.
Siret (H.) — Fouilles archéologiques dans le sud-est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du métal, p. 287, * 716.
Siret (L.). — Fouilles archéologiques dans le sud-est de l'Espagne, relatives aux premiers âges du métal, p. 287, * 716.
—— Discussion sur la présentation de crânes toulousains déformés, p. 302.
Sirodot. — Présentation de vingt-cinq planches de la Monographie du gisement quaternaire du Mont-Dol [Ille-et-Vilaine], p. 272.
Sirven. — Discours, p. 135.
Sirven (Manufacture d'articles de papeterie de B.), p. 433.
Société des Forges et Aciéries du Saut-du-Tarn, p. 437.
—— *générale de fournitures militaires*, p. 432.
Sorel. — Probabilité des prévisions des gelées printanières, à Perpignan, p. 214, * 370.
Soudan (Les progrès de la France au), p. 369.
Sourde-muette (Sur l'éducation intellectuelle et morale d'une enfant) et aveugle, p. 295.
Sphères (Sur les) tangentes à deux surfaces, p. 166, * 116.
Station moustérienne de la Quina, p. 237, * 501.
—— *zoologique* d'Arcachon (Sur la), p. 269.
Stations (Sur quelques) du département d'Oran, p. 295.
Statistique nationale (Les éléments caractéristiques de la), p. 368, * 993.
Statistiques (Observations sur les) du rapport de M. Claude, sénateur, p. 363.
—— *démographiques et médicales* d'Avignon pour les années 1883, 1884, 1885 et 1886, p. 322, * 826.

Statue de Lamarck (Motion au sujet de l'exécution de la), p. 289.
Stieltjes (T.-J.). — Sur les maxima et minima d'une fonction étendue sur une surface fermée, p. 168.
Stoeber. — Du pouvoir convergent binoculaire et de l'angle métrique, p. 312.
Sucre (Emploi de la photographie microscopique pour la distinction et l'étude de quelques espèces de), p. 203.
—— (Sur les procédés de raffinage pour obtenir le) en blocs réguliers ou en plaques, p. 210.
—— *interverti* (Observations sur la transformation de la saccharose en) sous l'influence des ferments dans le travail industriel, p. 209, 344.
Suffocation (De l'asphyxie par), p. 318, * 808.
—— (Des signes de l'homicide par), * 808.
Suggestion (Sur la) et ses applications à la pédagogie, p. 377, * 1010.
—— (Régularisation menstruelle par), p. 319, * 814.
—— *hypnotique* (Traitement de l'onanisme par la), p. 336.
Sulfate de fer (Un nouvel engrais destructeur des parasites du sol. Le) en agriculture, p. 346.
Sulfostéatite (La). Son emploi contre les maladies cryptogamiques de la vigne; résultats obtenus, p. 343.
Surface de révolution (Retrouver les éléments d'une) dont on ne possède qu'un fragment, p. 166, * 123.
Surfaces algébriques (Sur les normales doubles des), p. 171, * 216.
—— *réglées* (Lignes géodésiques des) dont les génératrices coupent la ligne de striction sous un même angle et dont le paramètre de distribution est constant, p. 163, * 1.
Surmenage intellectuel (Sur le) et les colonies sanitaires de vacances; p. 375, 385, * 1003.
Suse, p. 105.
Sylvester — Sur les nombres dits de Hamilton, p. 168, * 164.
Symons. — Poussières du Krakatau, p. 214.
—— Sur les eaux thermales des Pyrénées, p. 220.
Sympathique des poissons (Sur le grand), p. 268.
Système dentaire (Origine ancestrale de l'homme par le), p. 278.
Tabacs (Manufacture nationale des) de Toulouse, p. 439.
Tachard (E.). — Contribution à la méthode antiseptique, p. 324, * 844.
Tarissan (Mme). — Discussion sur le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de vacances, p. 376.
Tarry. — Géométrie des figures imaginaires dans le plan réel, p. 168, * 168.
Taxe (Sur la) du pain, p. 365.
—— *du pain* (La liberté du commerce et la), p. 367.
Teisserenc de Bort (Léon). — Présentation d'un atlas de météorologie maritime, p. 215.
—— Sur la théorie des variations rapides de la vitesse du vent indiquées par l'anémomètre de Bourdon, p. 218.
—— Sur les conditions actuelles de la prévision du temps et la manière de les améliorer, p. 219.
—— Discussion sur la formation des dunes, p. 349.
Tellier (Ch.). — Sur un appareil pour produire la force motrice économiquement, p. 166, * 114.
—— Elévateur solaire, p. 341, * 889.
—— L'eau cuite et les moyens de la préparer, p. 382.
Temps (Sur les conditions actuelles de la prévision du) et la manière de les améliorer, p. 219.
Temps quaternaires et préhistoriques du Cantal, p. 292.
Terson. — Des divers modes d'administration du mercure et de leurs inconvénients dans la pratique, p. 324, * 851.
Testacelle (Anatomie de la), p. 258.
Testiculaire (De l'ectopie) et de la castration préventive chez l'adulte, p. 305.
Théorie mécanique de la chaleur (Quelques considérations sur la), p. 199.
Thermomètre (Etude sur le) enregistreur de Richard, p. 213.
Thersitea Coquand (Sur le genre), p. 226, * 416.
Thiriar. — De l'ectopie testiculaire et de la castration préventive chez l'adulte, p. 305, * 761.
—— Discussion sur l'hydrocèle et l'incision antiseptique, p. 315.
Thorax (Action des lavements gazeux dans les défauts corporels des recrues et certains vices de conformation du), p. 391.
Tics convulsifs (La maladie des), p. 313.
Timbal-Lagrave. — Discussion

sur les notes critiques sur quelques espèces méditerranéennes, p. 247.
—— Discussion sur quelques particularités remarquables de la flore de la chaîne jurassique, la présence d'espèces disjointes, leur localisation et ses causes, p. 251.
—— Discussion sur la végétation calcicole des gneiss et des schistes métamorphiques du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 253.
—— Note sur quelques narcisses nouveaux pour la flore française, p. 253, * 601.
Tison. — Discussion sur le traitement de certaines hémorragies par la révulsion sur la région hépatique, p. 325.
Tongkin (Voyage au Cambodge et au), p. 353.
Topaze (Sur la composition et la production artificielle de la), p. 207.
Topinard (le Dr). — Statistique sur la couleur des yeux et des cheveux en France, p. 275.
Topographie botanique (La) et les herborisations de P. de Tournefort dans les Pyrénées et dans le midi de la France, d'après des documents inédits, p. 246, * 557.
Torsion (Hygromètre à), p. 195.
Tortue fossile terrestre géante (Découverte d'une), p. 273.
Toulouse (Manufacture des Tabacs de), p. 439.
Tournan (Gers) (Note sur le gisement de), p. 272.
Trabut (L.). — Observations sur une cellule épidermique absorbante, sur le réseau radicifère et les bourgeons dormants chez l'halfa, p. 247, * 573.
Trains (Rail isolé ou contre-rail servant à la communication automatique des), p. 179.
Traitement térébenthiné (Action eutrophique du), p. 303, * 755.
Transcriptions géographiques (Les) p. 352, * 944.
Travail maximum (Sur le principe du), p. 208.
Travaux imprimés présentés aux 3e et 4e sections, p. 193.
—— présentés à la 8e section, p. 244.
—— présentés à la 9e section, p. 257.
—— présentés à la 13e section, p. 348.
—— présentés à la 15e section, p. 374.
—— présentés à la 16e section, p. 381.
—— présentés à la 17e section, p. 394.
Tremblements de terre (Les), p. 409.
—— *de terre* (Origine et causes des volcans et des), p. 236.
Tremblements de terre (Quelques remarques sur les), du 23 février 1887, p. 223.
Triangle (Sur l'inversion d'un système de *n* points; construction de deux points remarquables du), p. 174, * 282.
Trinitrine (L'artério-sclérose subaiguë dans ses rapports avec les spasmes vasculaires; son traitement par la), p. 335.
Trisection de l'angle (Sur une méthode approximative pour la), proposée par M. E. Fortin, ingénieur à Port d'Espagne, p. 167, * 141.
Trouvé (G.). — Appareils électriques divers. — Navigation électrique. — Nouveaux moteurs et nouveaux propulseurs, p. 188, * 318.
—— Appareils électriques portatifs, etc., p. 196.
Trutat (E.). — Le Glaciaire des Pyrénées, p. 243.
—— Sur des cailloux taillés des terrasses de la Garonne, p. 297.
—— Discussion sur le cimetière à incinération de Bordes-sur-Lez (Ariège), p. 298.
—— Discussion sur la présentation de crânes toulousains déformés, p. 301.
Tubéracées (Note sur l'étude technique des hypogés et des), p. 248.
Tuberculeuse (Observation de laparotomie pratiquée chez une personne), p. 303, * 758.
Tumuli (Trente) de la Lozère, p. 283, * 698.
Tuniciers (Classification des), p. 273, * 667.
Tunisie (Dix ans de commerce en), p. 370.
—— (Données des anciens sur la géographie de la), p. 350, * 919.
—— *centrale* (Sur la géologie de la), du Kef à Kairouan, p. 234, * 470.
Uël Bouguo (Le dolmen d'), p. 290.
Urée (Considérations théoriques sur quelques dérivés de l'), p. 207.
Uretère (Des abouchements anormaux de l'), à la vulve et au vagin, p. 332, * 859.
Urines tabétiques (Recherches sur les), p. 334.
Usine (Note sur une épidémie de fièvre typhoïde développée autour d'une), p. 309, * 782.
Utérus (Kystes hydatiques de l'), p. 332, * 861.
Vacances (Sur le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de), p. 375, * 1003.
Vagin (Des abouchements anor-

maux de l'uretère à la vulve et au), p. 332, * 859.
Vanadates métalliques (Recherches sur les), p. 206.
Van Beneden. — Les cétacés vivants et fossiles de la mer Noire, p. 258.
Vanlair. — Discussion sur les variations du rythme respiratoire chez le lapin rabique, p. 261.
—— De l'influence des conditions mécaniques sur la reproduction des nerfs, p. 263, * 653.
Vayssière. — Note sur deux nouvelles espèces d'æolidiadés du golfe de Marseille, p. 259.
Végétation calcicole (Sur la) des gneiss et des schistes métamorphiques du Lyonnais et de la vallée du Rhône, p. 252.
Vendanges (Observations nouvelles sur le plâtrage des), p. 339.
Vent (Mesure des coups de). — Anémomètre de Bourdon. — Manomètre à maxima, p. 218, * 376.
—— (Sur la théorie des variations rapides de la vitesse du) indiquées par l'anémomètre Bourdon, p. 218.
Vents (Considérations : 1° sur la météorologie de Toulouse; 2° sur les causes et la direction des) (vents locaux, brisés; vents généraux, vents alizés), p. 225, * 407.
Vernier (Mme). — Sur la nécessité de donner, dans les écoles de filles, une plus grande extension, et surtout un caractère pratique à l'enseignement de l'économie domestique, p. 376.
Verreries de Carmaux, p. 436.
Vertébrés du pliocène supérieur du Roussillon, p. 273.
Vieusse. — Note pour servir à l'étude de l'hydrocèle péritonéo-funiculaire, p. 320, * 816.
Vigarié (E.). — Premier inventaire de la géométrie du triangle, p. 165, * 87.
Vigne (La sulfostéatite. — Son emploi contre les maladies cryptogamiques de la); résultats obtenus, p. 343.
Vignes (De la chlorose des), p. 340, * 878.
Vilanova y Piera. — Sur les calcédoines enhydriques et leur vrai gisement, p. 228.
—— De la découverte de deux espèces de dinothérium en Espagne, p. 229.
Villes (Quelques indications sur l'assainissement des), p. 386, * 1027.
Villes (De la propreté des rues dans les petites), p. 392.
Vincent (Camille). — Sur un hydrate de carbone contenu dans le gland du chêne : « la Quercine, » p. 205, * 359.
Vins (alcoolisation des), p. 348, 359, * 917.
Vision (De la) droite, p. 338.
—— (Du pouvoir convergent binoculaire et de l'angle métrique), p. 312.
Visites scientifiques et industrielles (Excursions), p. 410.
Vitesses (Simple formule pour le changement d'unité dans l'expression des), p. 217.
Viticulture (Etat de la) dans la Haute-Garonne, p. 342.
Vœux présentés :
Par les 1re et 2e sections, p. 175.
—— Par la 7e section, p. 225.
—— Par la 10e — p. 274.
—— Par la 14e — p. 354.
—— Par la 16e — p. 381.
—— Par la 17e — p. 394.
Voisin (Auguste). — Traitement de l'onanisme par la suggestion hypnotique, p. 336.
Voix (Considérations cliniques sur les troubles de la) dans la laryngite catarrhale aiguë, p. 311, * 790.
Vol plané (Mécanisme du), p. 264.
Volatilité (Sur la) des composés carbonés, p. 208.
Volcans (Origine et causes des) et des tremblements de terre, p. 236.
Vulve (Des abouchements anormaux de l'uretère à la) et au vagin, p. 332, * 859.
Wickersheimer. — Le canal des Deux-Mers, p. 161, 181, 341, 367.
Willm. — Sur les eaux sulfureuses de Luchon, p. 209.
Xambeu. — Discussion sur les observations nouvelles sur le plâtrage des vendanges, p. 340.
—— Discussion sur un élévateur solaire, p. 342.
—— La sulfostéatite. Son emploi contre les maladies cryptogamiques de la vigne; résultats obtenus, p. 343.
Yeux (Statistique sur la couleur des) et des cheveux en France, p. 275.
Zenger (Ch.-V.). — La période solaire, les essaims d'étoiles filantes et les perturbations magnétiques, p. 221, * 390.
Zones botaniques (Les) du sud-ouest de la France, p. 251.
Zurcher. — Discussion sur l'âge de la bauxite, p. 227.

TABLE DES MATIÈRES

SECONDE PARTIE

NOTES ET MÉMOIRES

ASTOR (A.). — Lignes géodésiques des surfaces réglées dont les génératrices coupent la ligne de striction sous un angle constant, et dont le paramètre de distribution est constant..... 1
LEMOINE (Emile). — Questions diverses sur la nouvelle géométrie du triangle..... 13
COLLIGNON (Ed.). — Problème de mécanique..... 42
ESCARY. — Sur la représentation d'une fonction arbitraire au moyen d'une série convergente ordonnée suivant des polynomes dépendants des coordonnées elliptiques dans le plan..... 63
OLTRAMARE (G.). — De l'intégration des équations linéaires à coefficients constants..... 75
VIGARIÉ (Emile). — Premier inventaire de la géométrie du triangle... 87
LAISANT (C.-A.). — Sur les asymptotes de l'hyperbole de Kiepert..... 113
TELLIER (Ch.). — Nouveau moteur thermo-dynamique..... 114
PELLET (A.). — Sur les sphères tangentes à deux surfaces..... 116
LE PONT (H.). — Note de géométrie..... 119
BARBARIN (P.). — Retrouver les éléments d'une surface de révolution dont on ne possède qu'un fragment..... 123
—— Sur les racines de l'équation du troisième ordre..... 126
HARO (Le Dr). — Note sur une nouvelle méthode de notation graphique des logarithmes..... 128
KLUYVER (J.-C.). — Sur un système d'invariants communs à deux coniques..... 132
COLLIGNON (Ed.). — Sur une méthode approximative pour la trisection de l'angle, imaginée par M. E. Fortin..... 141
SYLVESTER. — Sur les nombres dits de Hamilton..... 164
TARRY (G.). — Essai sur la géométrie des figures imaginaires..... 168
SCHOUTE (P.-H.). — Sur un complexe du troisième ordre..... 189
BERDELLÉ (Charles). — Arithmétique des directions et rotations..... 197
—— La numération binaire et la numération octavale..... 206
—— Boite à multiplication..... 201
CAYLEY (A.). — Note sur la transformation du septième ordre, des fonctions elliptiques..... 211
DORMOY (Em.). — Théorie mathématique des jeux de bourse..... 214
RINDI (S.). — Sur les normales doubles des surfaces algébriques..... 216

LAISANT (C.-A.). — Quelques applications arithmétiques de la géométrie des quinconces..... 218
LANGLOIS (Marcellin). — Sur l'homogénéité de la formule fondamentale du mouvement atomique..... 235
PICHOU (Alfred). — La roue universelle Pichou..... 242
MANTEL. — Nouvelle théorie des couples et de la composition des forces..... 257
SCHLEGEL. — Sur un théorème de géométrie à quatre dimensions.... 264
—— Sur les distances moyennes entre un point et des variétés de points, discrètes ou continues..... 266
LAISANT (C.-A.). — Sur l'inversion d'un système de n points; construction de deux points remarquables du triangle..... 282
OLTRAMARE (G.). — Mémoire sur les principes généraux du calcul de généralisation..... 285
SHOOLBRED (James N.). — Note sur les courbes des marégraphes de Douvres et d'Ostende..... 306
CHENEVIER (P.). — L'incendie de l'Opéra-Comique de Paris..... 308
TROUVÉ (G.). — Appareils électriques..... 318
LANGLOIS (Marcellin). — De la constitution de l'alcool à l'état gazeux et à l'état liquide. — Anomalies relatives à la chaleur de vaporisation. — Explication de ces anomalies..... 322
—— Propriétés physiques du phosphore..... 326
—— Sur le rayon des molécules secondaires. — Considérations générales sur les radicaux..... 334
—— Compressibilité des liquides..... 334
BOURQUELOT (Em.). — Recherches sur le galactose et l'arabinose.... 338
HENRY (Louis). — Sur la valeur relative des quatre unités d'action chimique de l'atome du carbone..... 355
OSMOND (F.). — Transformations du fer et du carbone dans les fers et les aciers..... 356
VINCENT (Camille) et DELACHANAL. — Sur la « Quercine », nouvel hydrate de carbone contenu dans le gland du chêne..... 359
LORIN. — Sur la fonction chimique de l'inosite..... 362
—— Note relative aux ammoniaques composées..... 364
—— Action de quelques acides organiques sur l'éther oxalique..... 367
SOREL (G.) et FINES. — Probabilité des prévisions des gelées printanières..... 370
LAZERGES (Pierre). — De l'ozone de l'air. — Ozonographe de M. Pierre Lazerges..... 373
FINES (Le Dr). — Mesure des coups de vent. — Anémomètre de Bourdon. — Manomètre à maxima..... 376
PICHE (A.). — Quelques expériences sur l'adhérence de l'air en mouvement aux surfaces polies et sur sa non adhérence aux surfaces rugueuses, application possible à l'explication des courants descendants dans les vallées..... 384
CŒURDEVACHE (P.). — Durée de la pluie en heures à Paris et à Perpignan..... 387
ZENGER (Ch.-V.). — La période solaire, les essaims d'étoiles filantes et les perturbations magnétiques..... 390
FINES (Le Dr). — Résumé des observations de l'électricité atmosphérique faites, en 1886, à Perpignan..... 395
MOUREAUX et FINES. — Résumé des observations magnétiques faites aux observatoires du Parc Saint-Maur et de Perpignan pendant l'année 1886..... 399
PICHE (A.). — De l'organisation des études météorologiques en France..... 403
LAZERGES (Pierre). — Considérations sur la météorologie de Toulouse et de ses environs..... 407
ABBE (Cleveland). — Sur la bibliographie générale de la météorologie préparée par le bureau météorologique du Signal-Office de l'armée à Washington..... 414

POMEL. — Sur le genre « Thersitea » Coquand, singuliers mollusques gastéropodes particuliers au terrain suessonien de l'Algérie..... 416
REY-LESCURE (P.). — Notice explicative sur la carte géologique du département du Tarn..... 422
FUCHS (Edmond). — L'isthme de Corinthe, sa constitution géologique, son percement..... 431
ROUSSEL (J.). — Sur la composition du Danien supérieur et de l'Eocène des petites Pyrénées, des Corbières et de la montagne Noire.. 459
ROLLAND (G.) — Géologie de la Tunisie centrale, du Kef à Kairouan. 470
BERGERON (Jules). — Etude géologique de la partie S.-O. de la montagne Noire..... 477
LETELLIER. — Carte géologique des deux cantons d'Alençon..... 481
BERGERON (Jules). — Etude géologique du bassin houiller de Carmaux..... 492
RIVIÈRE (Emile). — Le gisement quaternaire de Neuilly-sur-Marne (Seine-et-Oise)..... 496
—— La station quaternaire ou moustérienne de la Quina (Charente)..... 501
BARROIS (Le Dr Charles). — Sur les faunes siluriennes et dévoniennes de la Haute-Garonne, d'après les découvertes de M. M. Gourdon... 507
LORIOL (P. DE). — Sur les échinides crétacés du Portugal..... 515
COTTEAU (G.). — Echinides éocènes d'Aragon (Espagne)..... 518
BOISSELLIER (A.). — Sur les plissements du sol dans le Massif vendéen, le détroit du Poitou et le bassin de la Charente..... 524
GAUTHIER (V.). — Types nouveaux d'échinides crétacés..... 527
LEVAT (David). — Etude sur les gisements de nickel, de cobalt et de chrome de la Nouvelle-Calédonie..... 524
LIGNIER (Octave). — Observations sur la structure des lécythidées.... 542
MAURY (Paul). — Observations sur le genre « Chevalliera » Gaudichaud et description d'une espèce nouvelle..... 551
BONNET (Ed.). — La topographie botanique et les herborisations de P. de Tournefort dans les Pyrénées et dans le midi de la France, d'après des documents inédits..... 557
BATTANDIER. — Notes critiques sur quelques espèces méditerranéennes..... 567
TRABUT (L.). — Observation sur une cellule épidermique absorbante, sur le réseau radicifère et les bourgeons dormants chez l'halfa (*Stipa tenacissima L.*)..... 573
FERRY DE LA BELLONE (Le Dr DE). — Sur un hypogé consommé au Japon comme condiment..... 576
BEILLE (Lucien). — De la limite altitudinale du châtaigner sur les pentes ouest et sud-ouest du Massif central de la France..... 577
QUÉLET (Le Dr). — Quelques espèces critiques ou nouvelles de la flore mycologique de France..... 587
POISSON (Jules). — Sur un nouveau genre de celtidées..... 593
POUCHET (G.). — La couleur des eaux de la mer et les pêches au filet fin..... 596
TIMBAL-LAGRAVE (Ed.). — Sur des narcisses peu connus de la flore des Pyrénées françaises..... 601
MAURY (Paul). — Anatomie comparée de quelques espèces caractéristiques du Sahara algérien..... 604
CLOS (D.). — De la dimidiation des êtres et des organes dans le règne végétal..... 633
JOUBIN. — Structure et développement des glandes salivaires des céphalopodes..... 641
LACAZE DUTHIERS (H. DE) et PRUVOT (G.). — Sur le développement de la philine aperta..... 643
FERRÉ (Le Dr G.). — Variations du rythme respiratoire chez le lapin rabique..... 649
VANLAIR (C.). — De l'influence des conditions mécaniques sur la régénération des nerfs..... 653
NICOLAS (H.). — Etude comparative sur quelques hyménoptères du midi de la France..... 656

BEAUREGARD. — Sur la digestion chez les vésicants..... 662
CHEVREUX (Edouard). — Nouvelles espèces de crustacés amphipodes du sud-ouest de la Bretagne..... 664
LAHILLE (F.). — Etude systématique des tuniciers..... 667
HÉROUARD (Edgard). — Les holothuries de Roscoff et de Banyuls-sur-Mer..... 678
KÜNCKEL D'HERCULAIS. — Distribution géographique des insectes coléoptères à Madagascar. — Comparaison de sa faune avec celle des autres régions du globe..... 680
PRUNIÈRES (Le Dr). — Castors du lac Saint-Andéol, du Kansas (Etats-Unis) et des territoires indiens de l'Amérique du Nord..... 692
—— Mobilier de trente nouveaux tumuli, au milieu des dolmens du causse de Sauveterre..... 698
POMMEROL (Le Dr F.). — Nouvelles pierres à bassins et à écuelles découvertes en Auvergne..... 704
RIVIÈRE (Emile). — Découverte de deux stations néolithiques dans les bois de Chaville et de Fausses-Reposes (Seine-et-Oise)..... 711
SIRET (Henry et Louis). — Les premiers âges du métal dans le sud-est de l'Espagne..... 716
RIVIÈRE (Emile). — L'époque néolithique à Champigny (Seine)..... 720
CAU-DURBAN (L'abbé). — Nécropole d'Ayer (Bordes-sur-Lez)..... 726
MAUREL (Le Dr E.). — De la longueur comparée des deux premiers orteils dans les races mongoles..... 739
MOTAIS (Le Dr). — Rapport de la myopie et de l'hypermétropie avec l'indice céphalique et l'indice orbitaire..... 741
BOSTEAUX (Ch.). — Les fouilles du cimetière gaulois des Champs-Cugniers, commune de Prunay (Marne)..... 743
NICOLAS. — Recherches préhistoriques faites aux environs d'Avignon, année 1887..... 749
BRÉMOND FILS (Ernest). — Action eutrophique du traitement térébenthiné..... 755
CARRE (Marius). — Observation de laparotomie chez une personne tuberculeuse..... 758
ANDRÉ. — Un cas de chromydrose rose..... 759
THIRIAR (J.). — De l'ectopie testiculaire et de la castration préventive chez l'adulte..... 761
DUPLOUY. — De la valeur de la désarticulation du genou..... 771
MONOD (Frédéric). — Trois cas d'accouchement artificiel provoqué par le procédé de Krause. Appréciation de la méthode..... 777
BÉZY. — Epidémie de fièvre typhoïde développée autour d'une usine. 782
FERRY DE LA BELLONE (DE). — Nouveau procédé de recherche médico-légale du sang..... 785
ANDRÉ. — Deux cas d'anévrismes aortiques traités par les préparations iodurées. — Une guérison. — Une amélioration très sensible.. 787
MOURE (E.-J.). — Considérations cliniques sur les troubles de la voix dans la laryngite catarrhale aiguë..... 790
GILLET DE GRANDMONT. — Deux formes nouvelles de kératite..... 794
GRASSET. — De l'inspiration saccadée rythmique au cœur..... 799
ARNOZAN. — Sur les relations entre les affections cutanées du nez et les affections profondes des fosses nasales..... 801
RÉGIS (E.). — Un cas de maladie de Dupuytren dans la paralysie générale progressive..... 803
PINEAU — Trois grosses pierres préputiales dans un ancien phimosis. 806
FAUVELLE. — Des signes de l'homicide par suffocation..... 808
BERNHEIM. — Régularisation de la menstruation par suggestion..... 814
VIEUSSE. — Note pour servir à l'étude de l'hydrocèle péritonéo-funiculaire..... 816
BORIES. — Manifestation exceptionnelle de l'infection blennorragique..... 822
MAUREL (E.). — Etude sur le pouls veineux rétro-sternal..... 825
LARCHÉ (A.). — Statistiques démographiques et médicales d'Avignon pour les années 1883-86..... 826
MASSE. — La région sous-glottique du larynx..... 830

SALET. — De l'action de la cocaïne alcalinisée associée à de faibles doses de morphine dans les affections de l'estomac et du tube digestif..... 838
TACHARD (E.). — Contribution à la méthode antiseptique..... 844
TERSON. — Des divers modes d'administration du mercure et de leurs inconvénients dans la pratique..... 851
ARNAUD DE FABRE. — Sur l'action convulsivante de l'atropine..... 852
ARMAINGAUD. — L'œuvre des hospices maritimes et les nouvelles fondations d'Arcachon et de Banyuls-sur-Mer pour les enfants débiles, lymphatiques et scrofuleux..... 854
SECHEYRON. — Des abouchements anormaux de l'uretère à la vulve, au vagin. — Etude clinique sur l'incontinence d'urine congénitale, et considérations d'embryogénie sur une variété peu connue d'anomalie uretérale..... 859
PÉAN et SECHEYRON. — Etude sur les kystes hydatiques de l'utérus.. 861
MONTAZ. — D'un mode de début fréquent et non décrit de l'orchi-épididymite tuberculeuse aiguë..... 863
PICHENEY. — Recherches sur l'origine animale ou bovine de la scarlatine. — Faits d'observation qui semblent la démontrer. — Trois cas de contagion de la vache à l'enfant..... 867
ARDENNE (D'). — De l'action de l'extrait de coca dans le traitement des affections douloureuses de l'estomac..... 876
SICARD (H.). — De la chlorose des vignes et de son traitement..... 878
LLAURADO (A. DE). — Les irrigations dans les terres arables en Espagne..... 881
TELLIER. — Elévation des eaux par la chaleur atmosphérique..... 889
AUDOYNAUD. — Importance agricole de la craie chloritée et des sables verts dans le sud-est de la France..... 891
MAISTRE (Jules). — La question de l'eau dans le midi de la France... 893
ROLLAND (G.). — Les oasis sahariennes et le palmier-dattier..... 895
FONTÈS. — Considérations sur les avantages des canaux d'irrigation. 904
MICHOU (Le Dr). — De l'alcoolisation des vins..... 917
DU PATY DE CLAM. — Aperçu des données géographiques anciennes sur la Tunisie. — Explication de certains passages tirés de Scylax, Méla et Pline, concernant l'emplacement du lac Triton. — Etablissement des principes devant servir de base à la lecture des tables ptoléméennes..... 919
GRAD (Charles). — Les colonies de l'Allemagne..... 933
BARBIER (J.-V.). — Les transcriptions géographiques..... 944
DONNAT (Léon). — La méthode expérimentale et ses applications en matière économique..... 953
GRAD (Charles). — L'alcool en Allemagne, sa production, son commerce, ses impôts..... 962
RAFFALOVICH (Arthur). — La bourse de Paris et le monopole des agents de change..... 984
FOVILLE (Alf. DE). — Les éléments caractéristiques de la statistique nationale..... 993
DELVAILLE (Le Dr C.). — Le surmenage intellectuel et les colonies sanitaires de vacances..... 1003
BÉRILLON (Le Dr Edgard). — De la suggestion et de ses applications à la pédagogie..... 1010
PICHE (A.). — De l'enseignement pratique de la vie sociale à l'école primaire..... 1021
HENROT (Le Dr H.). — Examen critique des différents projets de loi sur l'organisation de la santé publique en France..... 1025
MASSON. — Quelques indications sur l'assainissement des villes..... 1027
MAUREL (Le Dr). — Recherches microscopiques sur la nature parasitaire du paludisme..... 1030
BUROT (Le Dr). — De l'auto-suggestion en médecine légale..... 1032
GUIRAUD (Le Dr). — Des causes de dépopulation dans la région sud-ouest de la France..... 1035
DROUINEAU (Le Dr). — Des établissements classés antérieurs à 1810.. 1046

GRIOLET AINÉ. — De quelques dispositions de la loi de police sanitaire des animaux applicables à la prophylaxie de certaines maladies contagieuses de l'espèce humaine..... 1053

TABLES.

TABLE analytique..... 1057
— des matières..... 1087

ERRATUM..... 1092

CONGRÈS DE NANCY.

ERRATUM.

A la page 168, au lieu de :

ou enfin

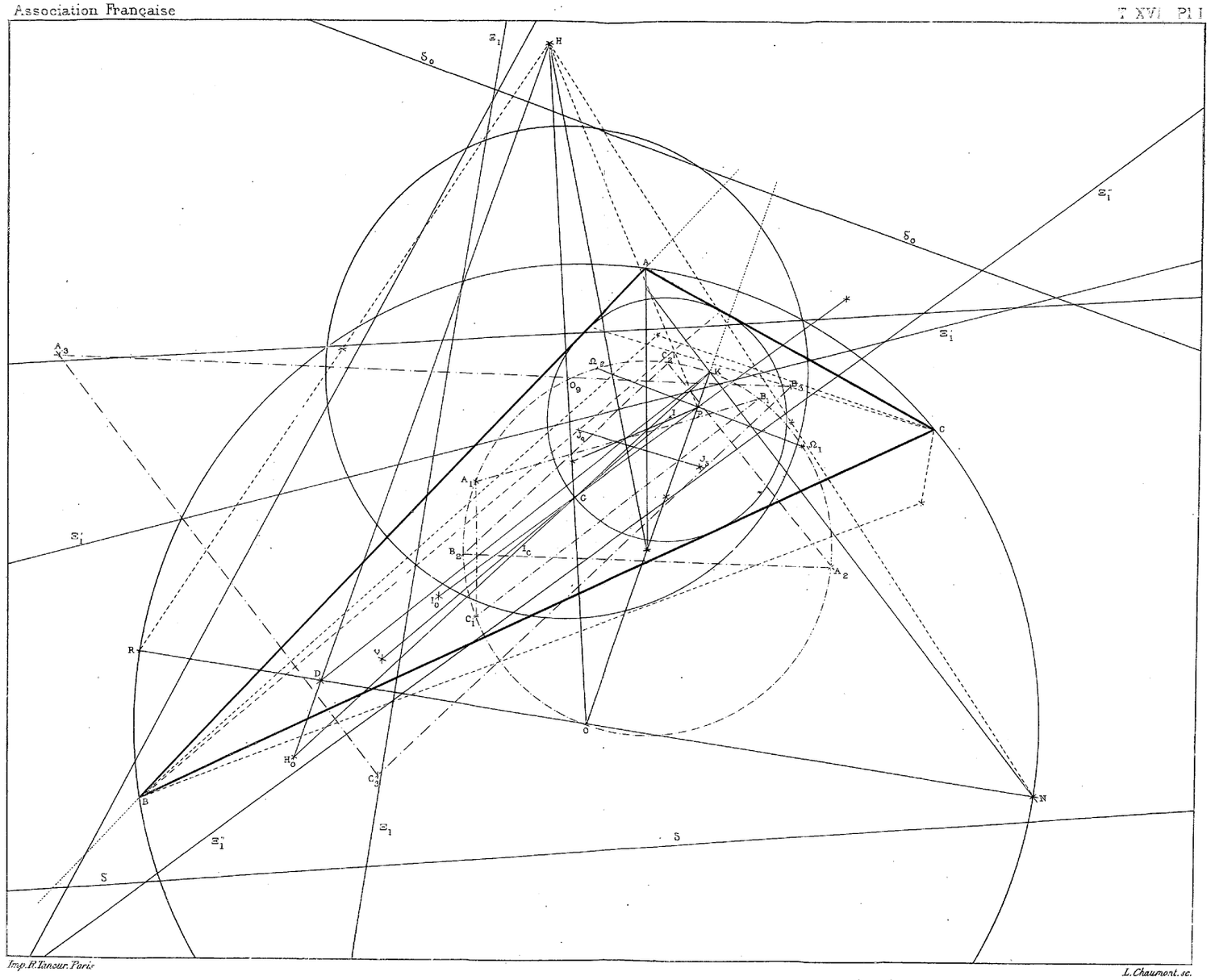
$$Z_n = \frac{\sqrt{\cos h\beta \cos h\beta'}}{\sqrt{2n\pi(\sin h\beta' - \sin h\beta)}} \cdot \frac{(tg\, h\beta' \pm ise' ch\beta')^n}{(tg\, h\beta \pm ise' ch\beta)^{n+1}} e^{\mp i\frac{\pi}{4}}$$

on doit lire :

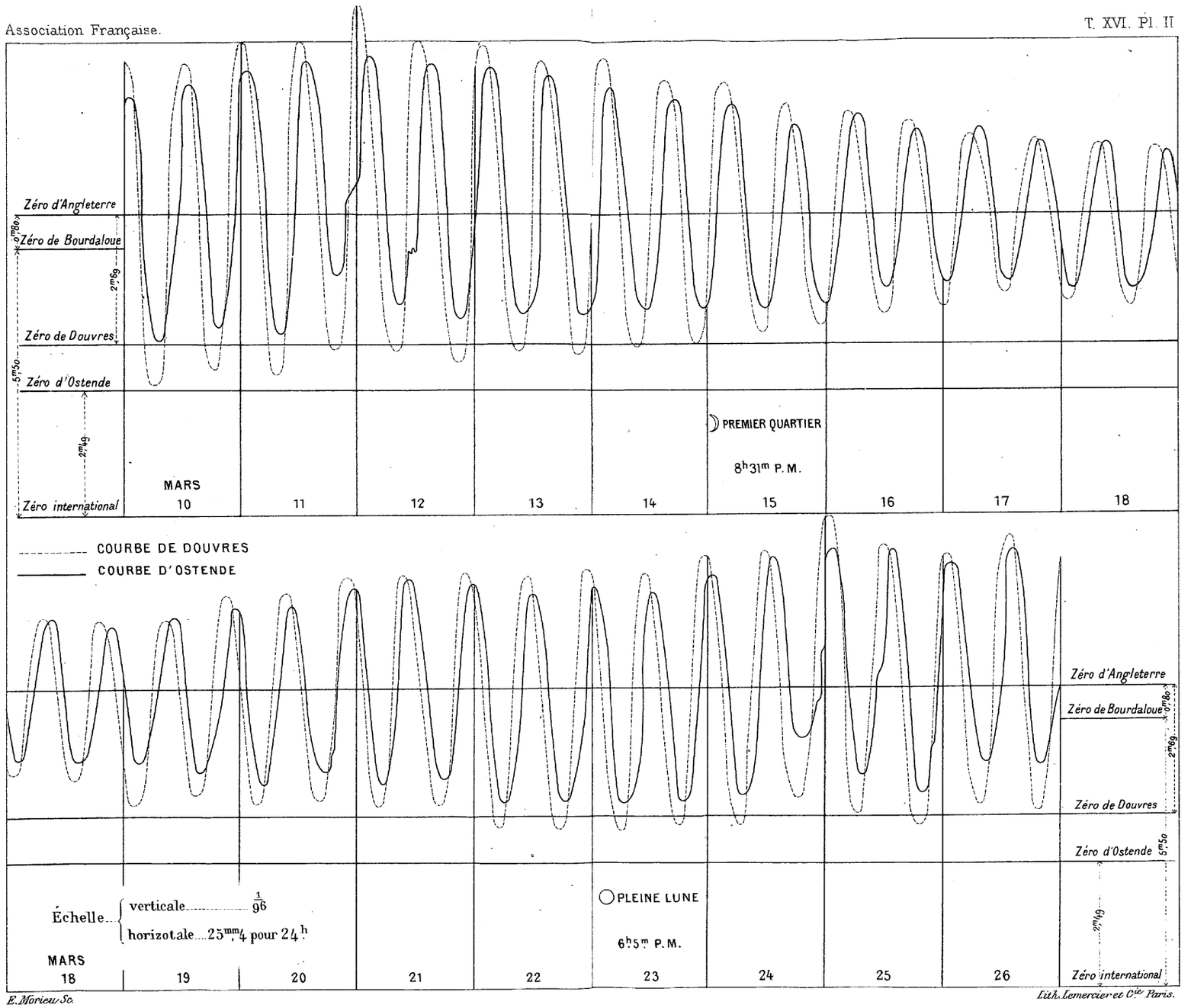
ou enfin, S désignant un signe sommatoire,

$$Z_n = \frac{\sqrt{\cos h\beta \cos h\beta'}}{\sqrt{2n\pi(\sin h\beta' - \sin h\beta)}} S \frac{(tg\, h\beta' \pm ise' ch\beta)^n}{(tg\, h\beta \pm ise' ch\beta)^{n+1}} e^{\mp i\frac{\pi}{4}}$$

Toulouse, imprimerie DOULADOURE-PRIVAT, rue Saint-Rome, 39. — 4278.

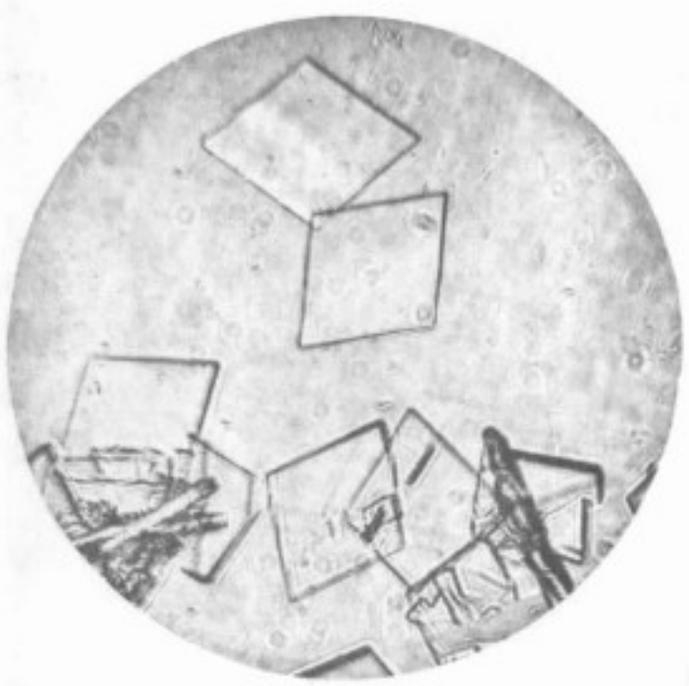


E. VIGARIÉ _ PREMIER INVENTAIRE DE LA GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE

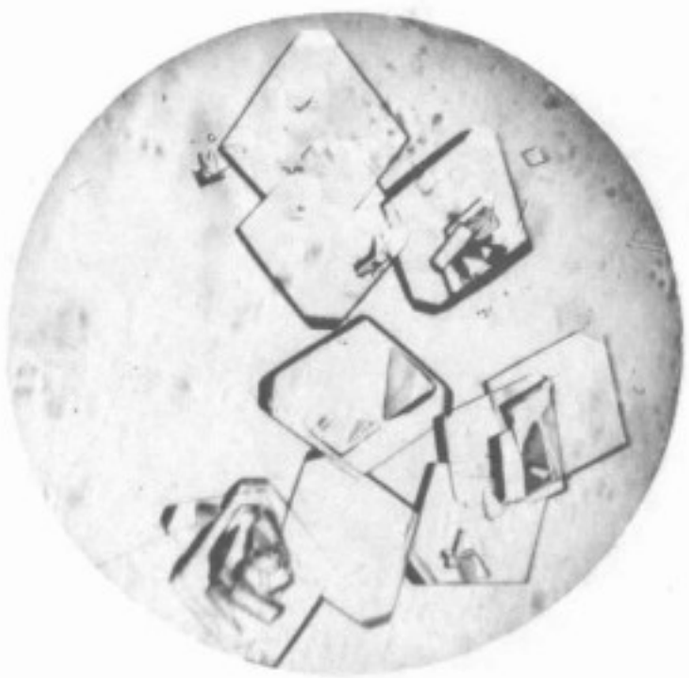


E. Morieu Sc. Lith. Lemercier et Cie Paris.

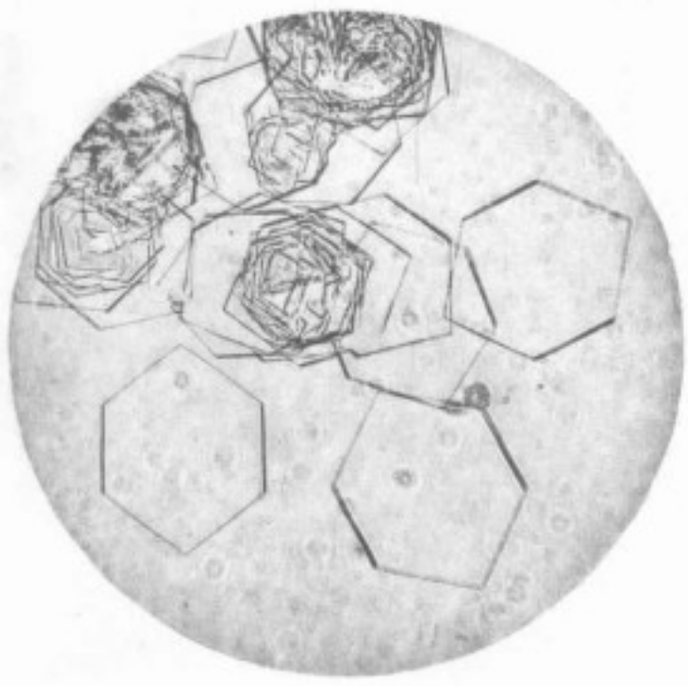
SHOOLBRED — COURBES DES MARÉGRAPHES DE DOUVRES ET D'OSTENDE.



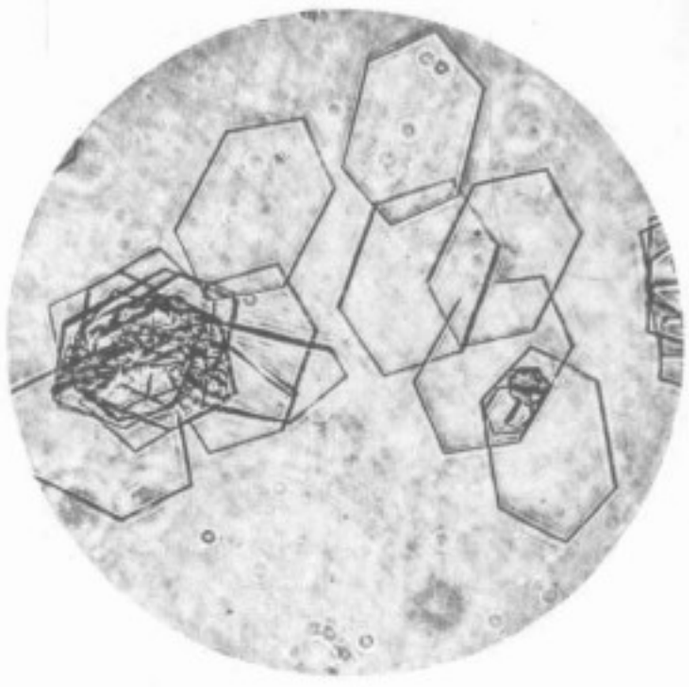
1



2



3



4

Heliog Dujardin

M. BOURQUELOT — Photographies microscopiques de matières sucrees

Imp. Tanoux. Paris



5



6



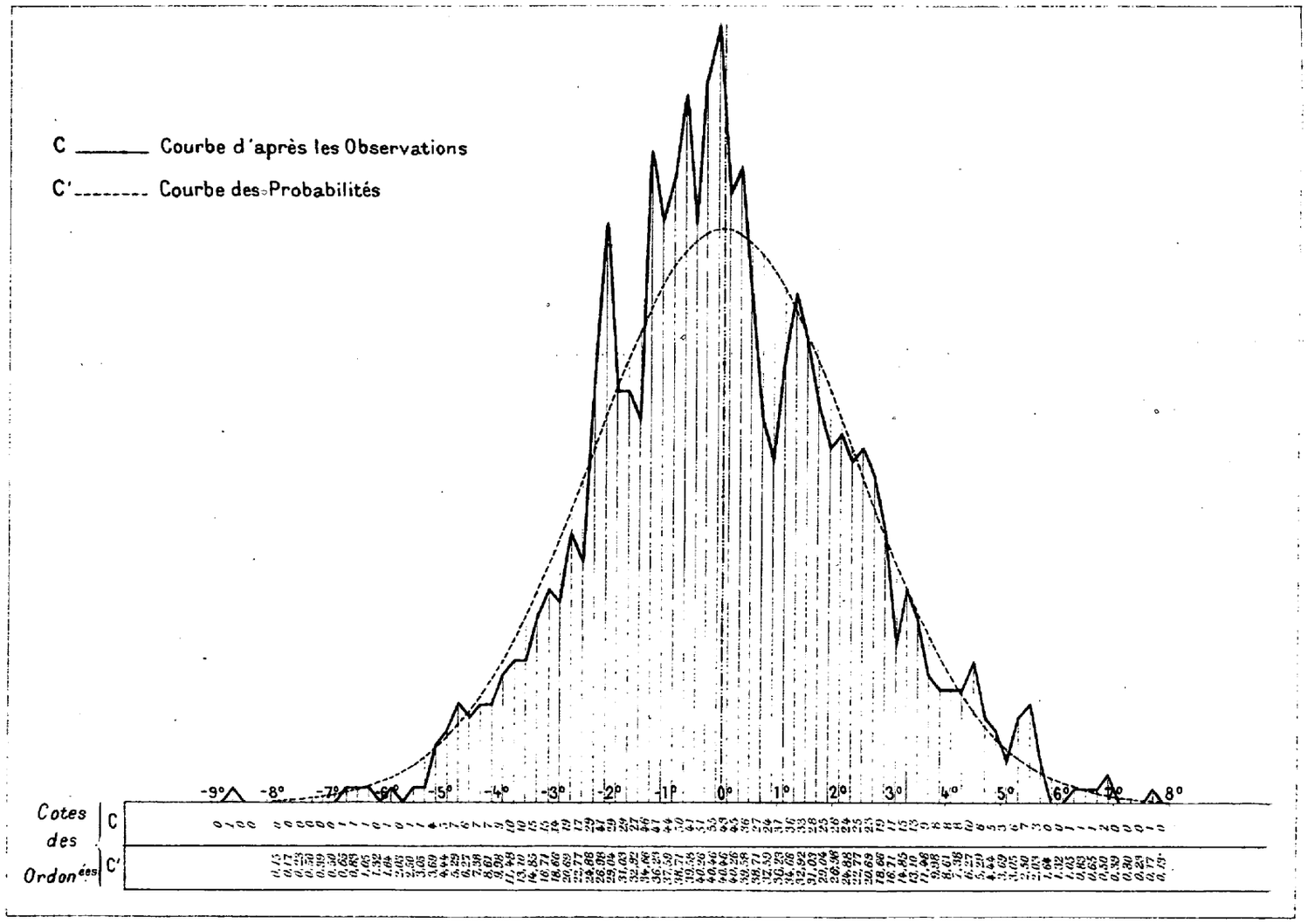
Helios Dujardin 7



8

M. BOURQUELOT — Photographies microscopiques de matieres sucrees

Imp. Lemercier Paris



DE FINES ET SOREL. DE LA PRÉVISION DES GELÉES PRINTANIÈRES À PERPIGNAN.

Paris. Lith. Lemercier et Cie

VARIATION DIURNE AUX DIVERSES SAISONS EN 1886.

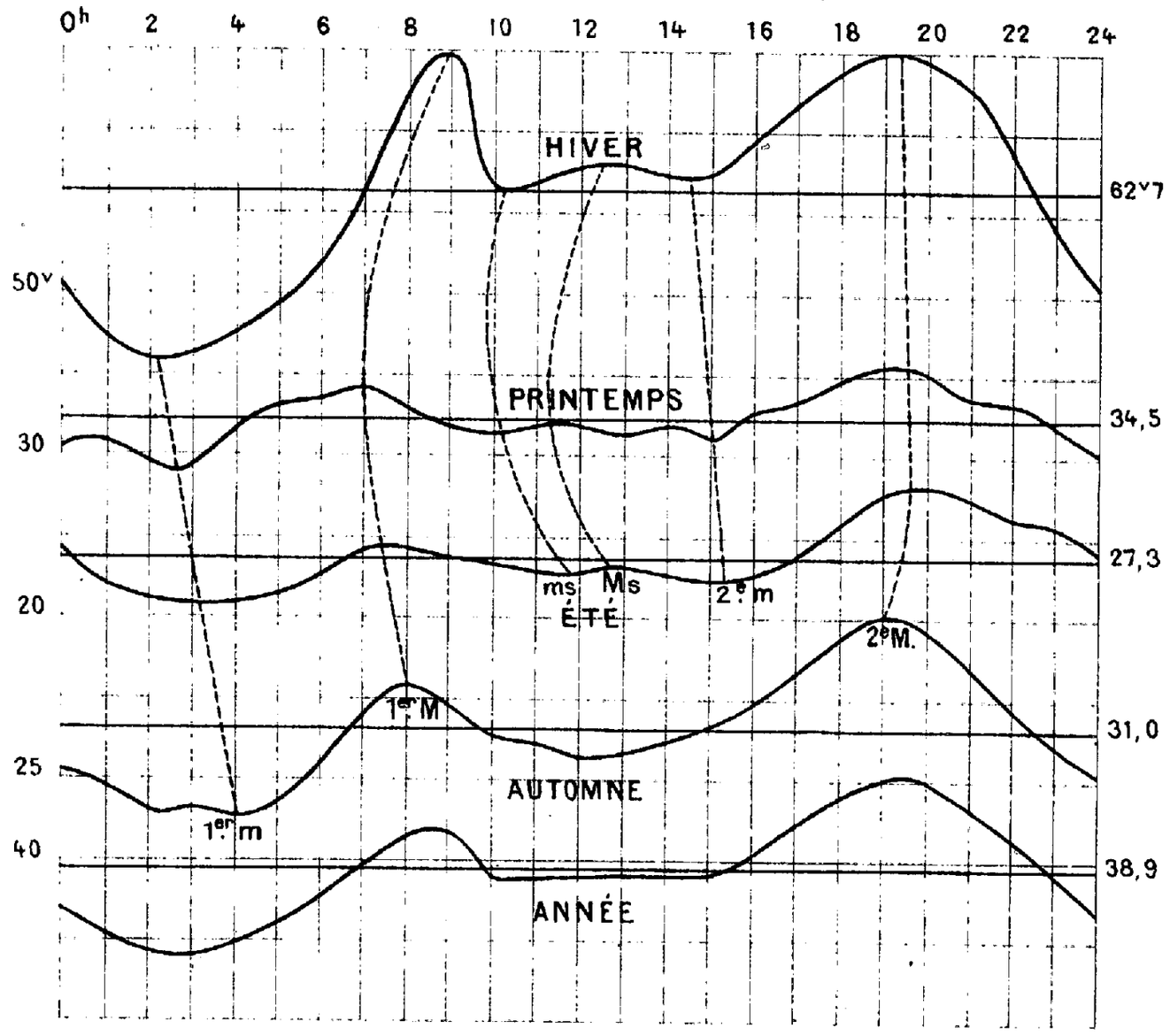


Fig. 1

VARIATION MENSUELLE EN 1886.

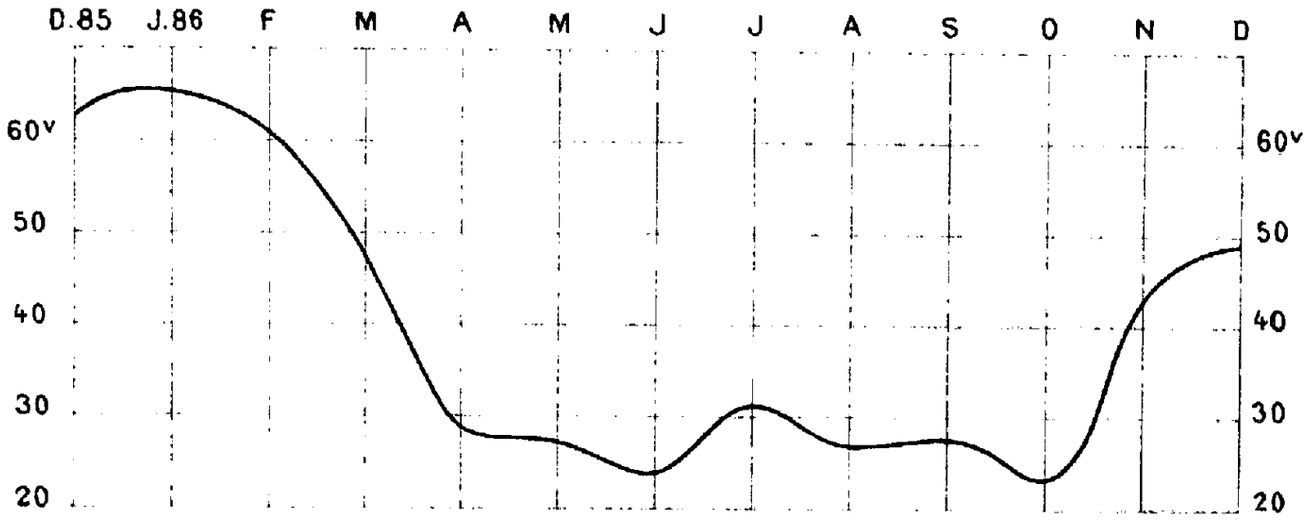
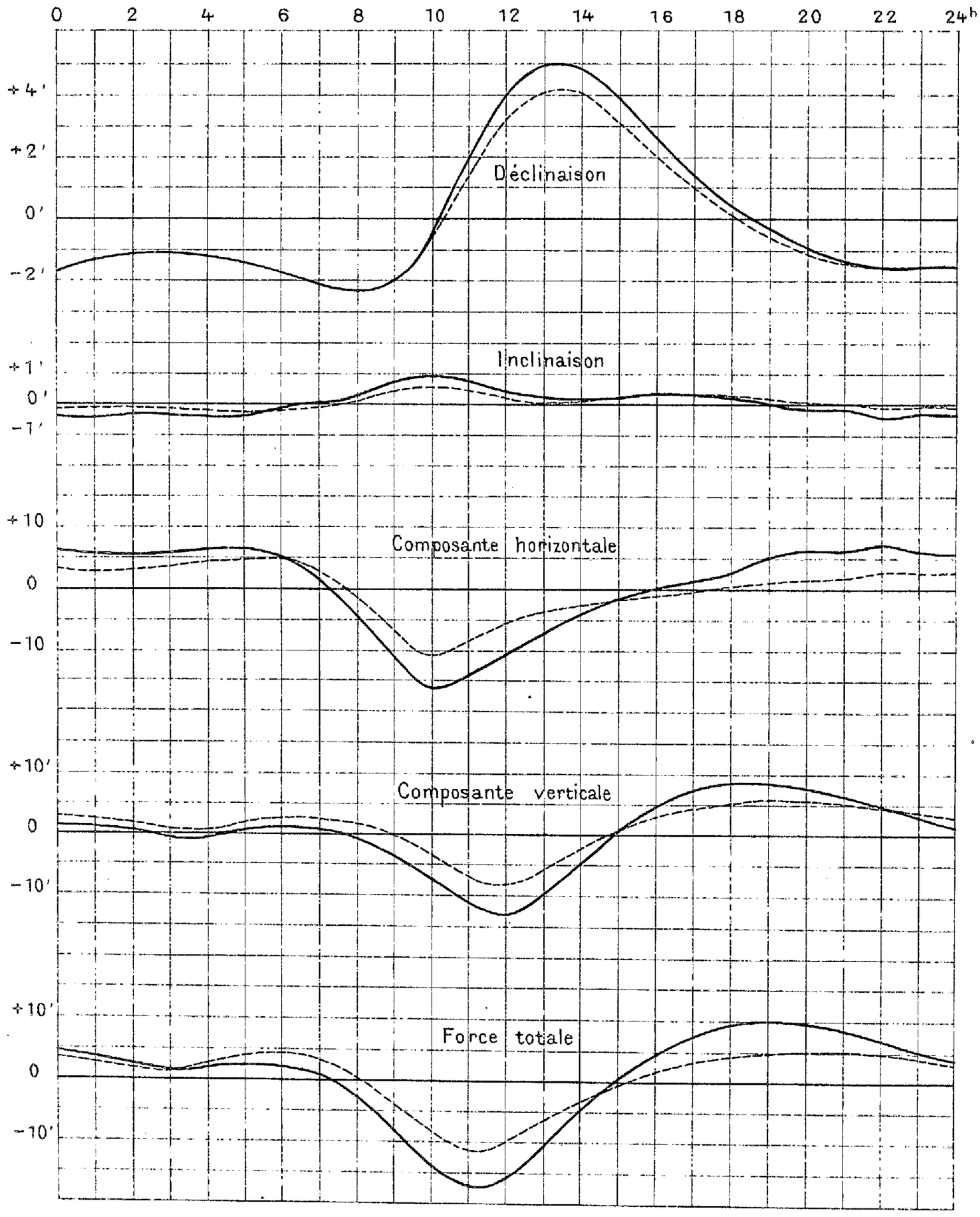


Fig. 2

DEFINES. — VARIATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE À PERPIGNAN.

Paris. Lith. Lemercier et Cie

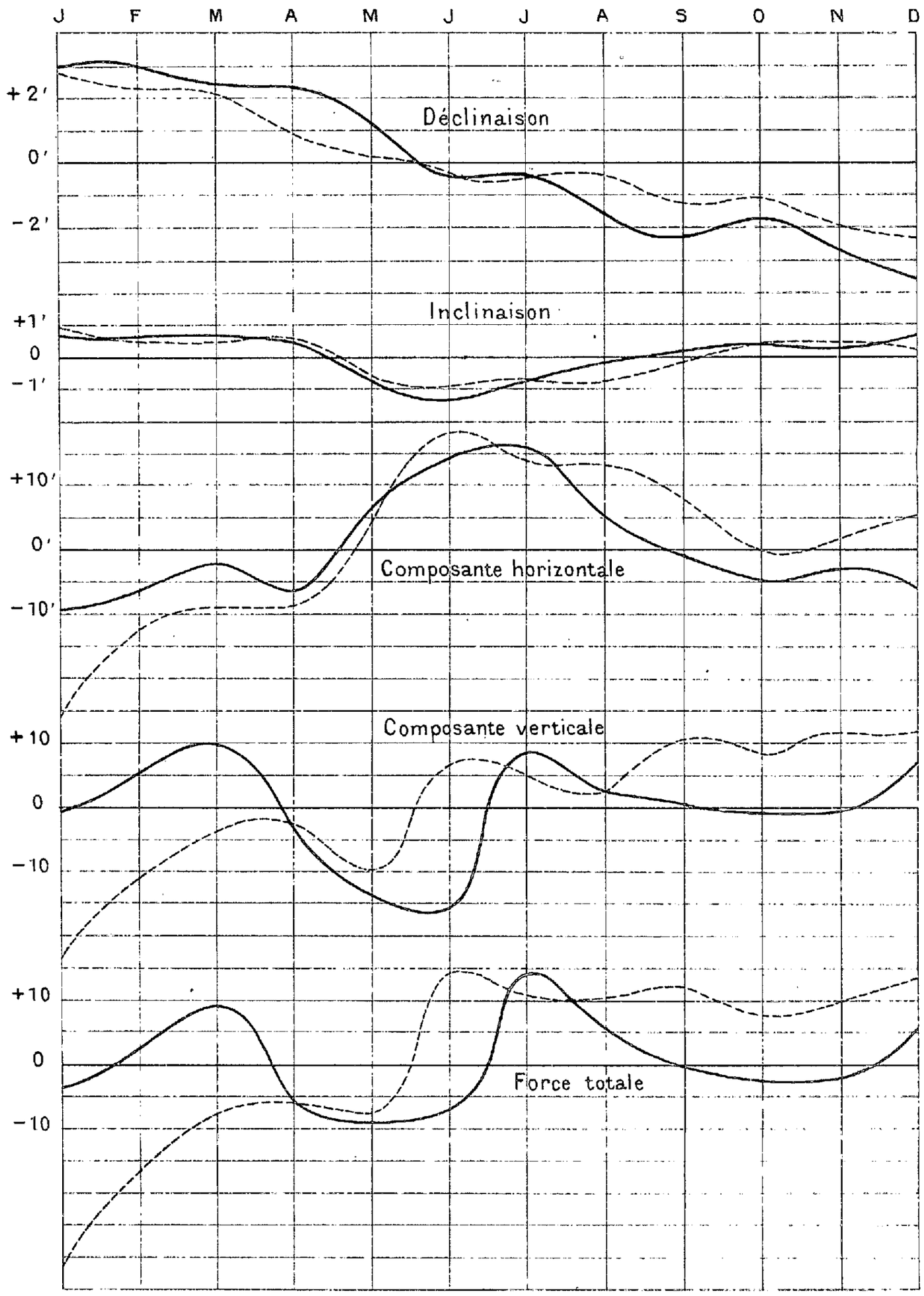


Les variations des deux composantes et de la force totale sont exprimées en unités du 5e ordre (c.g.s.)

——— Parc St Maur - - - - - - - - - Perpignan

Dr FINES ET MOUREAUX — MARCHE DIURNE DES ÉLÉMENTS MAGNÉTIQUES AUX OBSERVATOIRES DU PARC St MAUR ET DE PERPIGNAN.

Paris — Lith. Lemercier et Cie

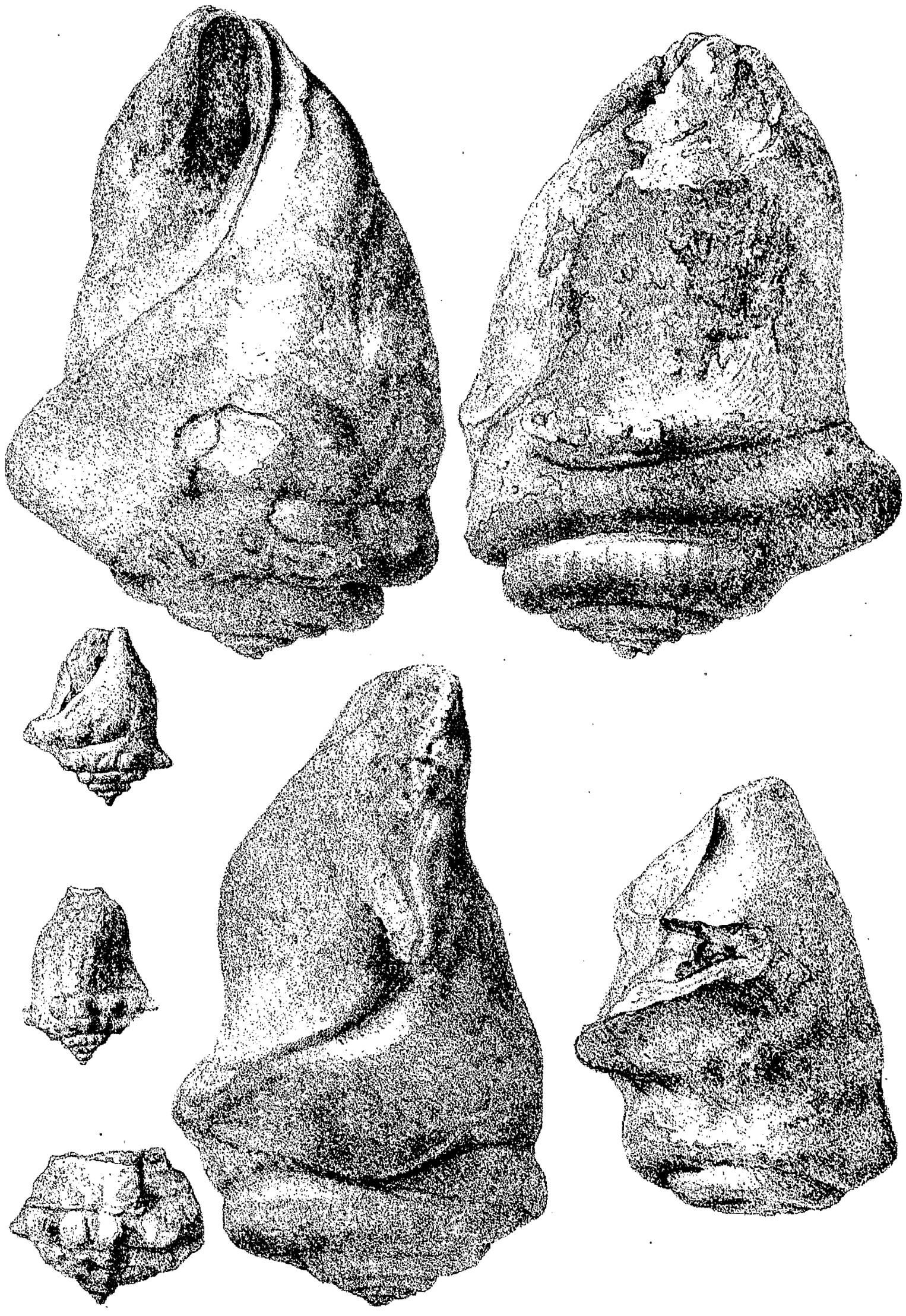


Les variations des deux composantes et de la force totale sont exprimées en unités du 5e ordre (c.g.s.)

——— Parc St Maur - - - - - - - - - Perpignan

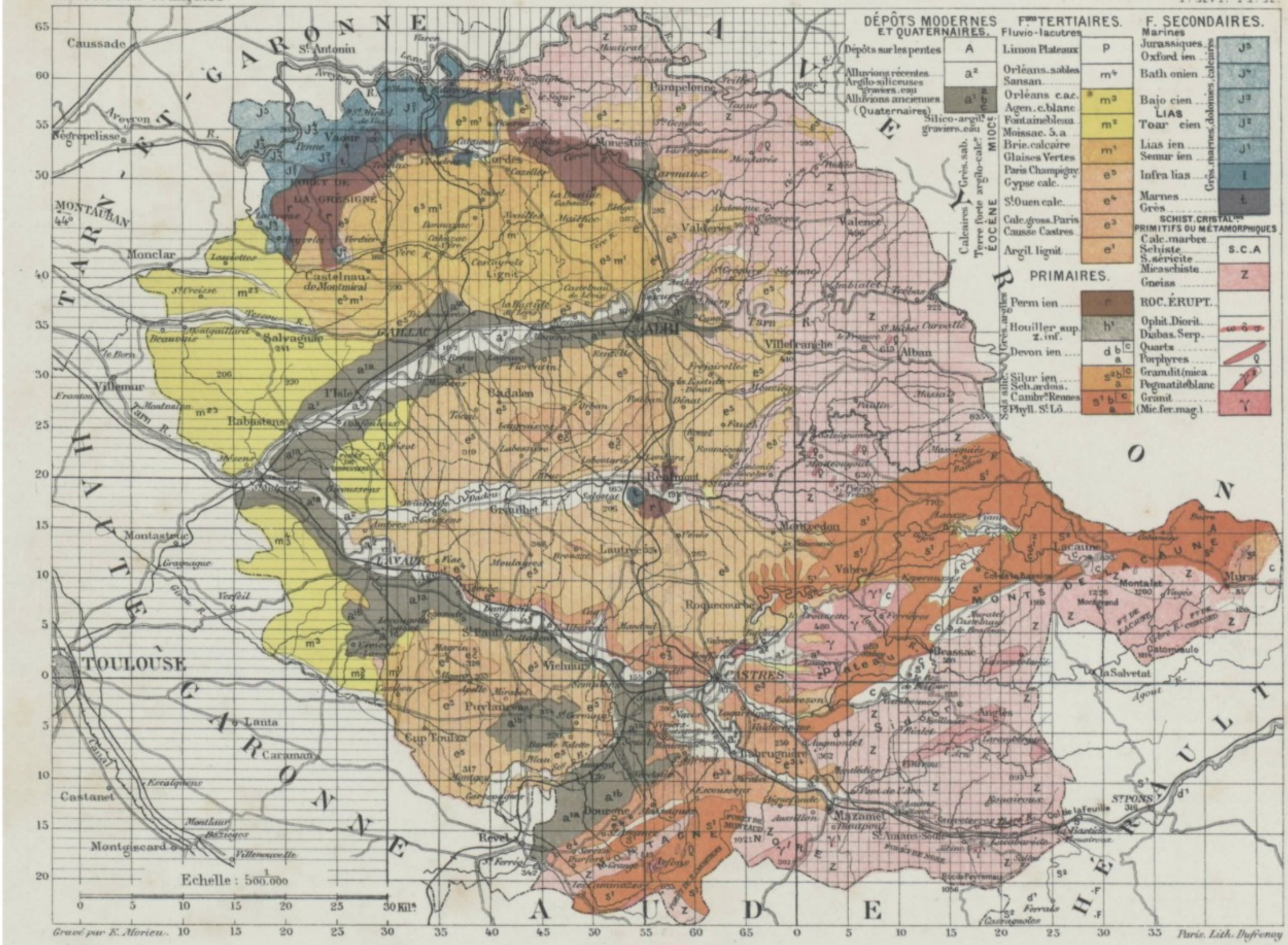
Dr FINES ET MOUREAUX — MARCHE ANNUELLE DES ÉLÉMENTS MAGNÉTIQUES AUX OBSERVATOIRES DU PARC St MAUR ET DE PERPIGNAN.

Paris — Lith. Lemercier et Cie

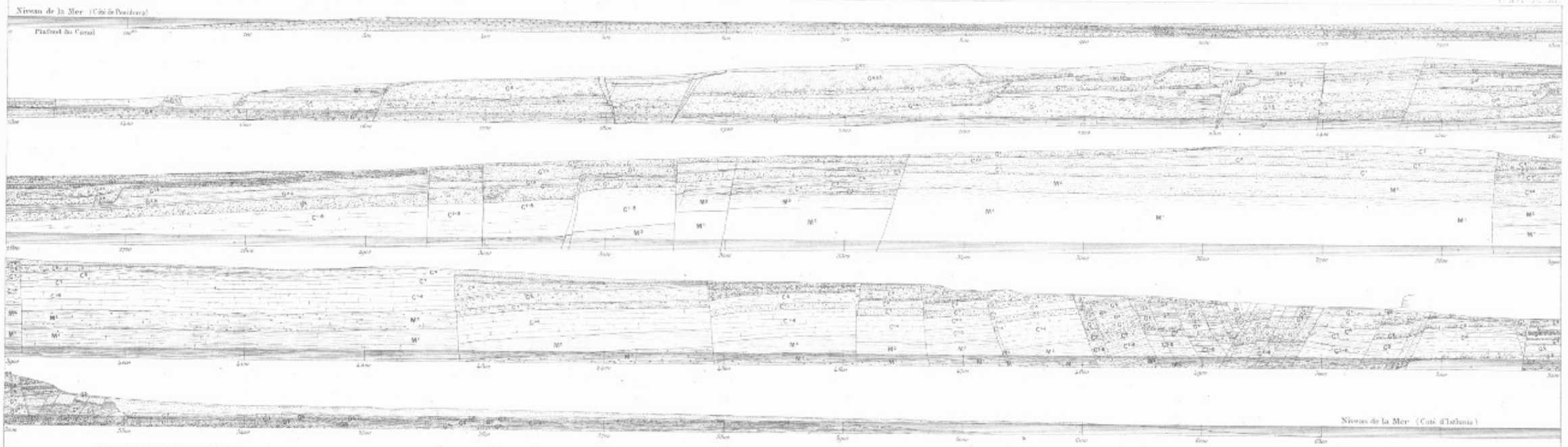


Delahaye lith. *Imp. Lemercier & Cie Paris.*

POMEL — SUR LE GENRE "THERSITEA" COQUAND.



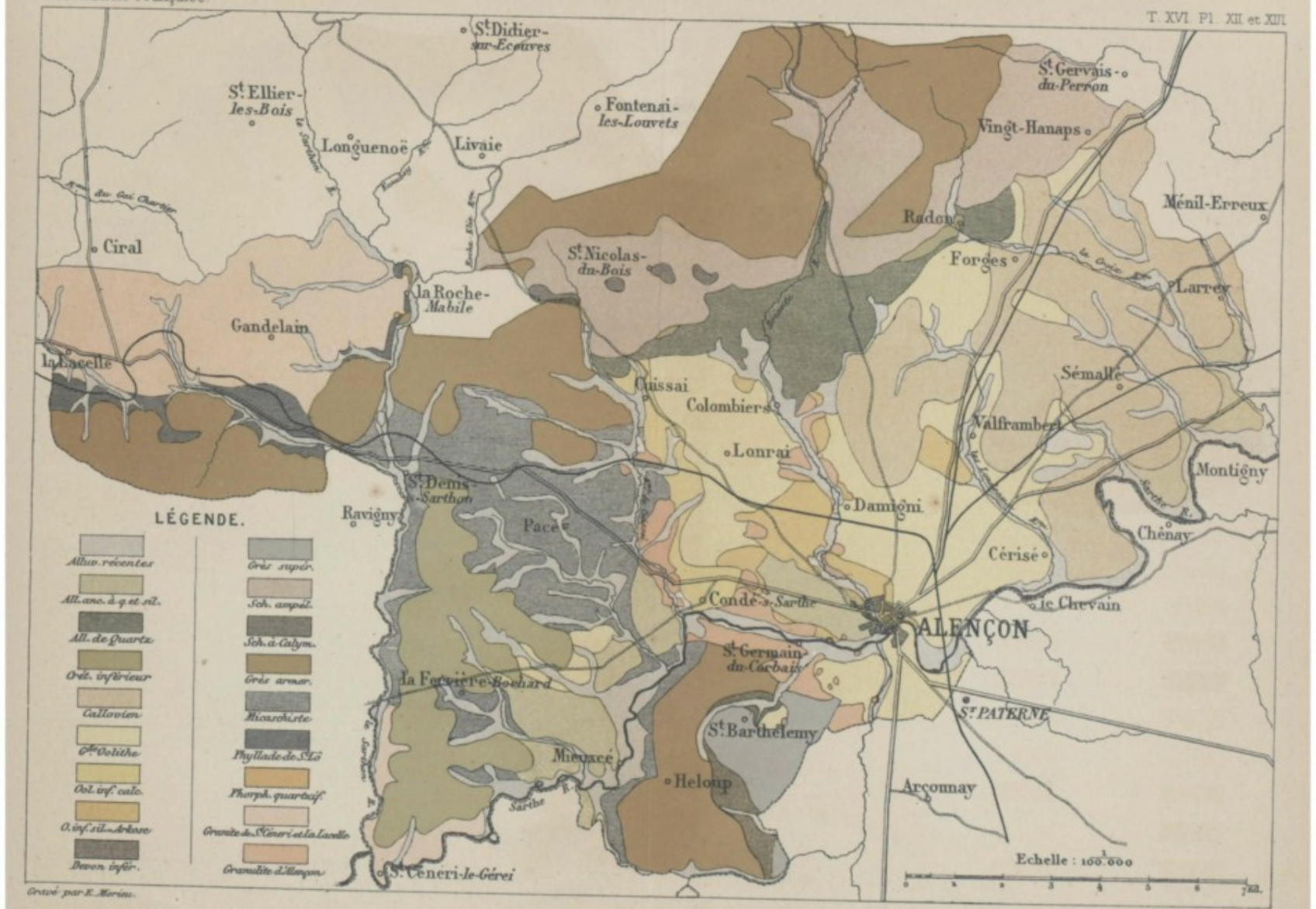
REY-LESCURE — CARTE GÉOLOGIQUE DU DÉPARTEMENT DU TARN.



Gravé par H. Morvan fils et Vieria, Paris.

Lith. Lemercier et Cie Prod. Réun. Paris.

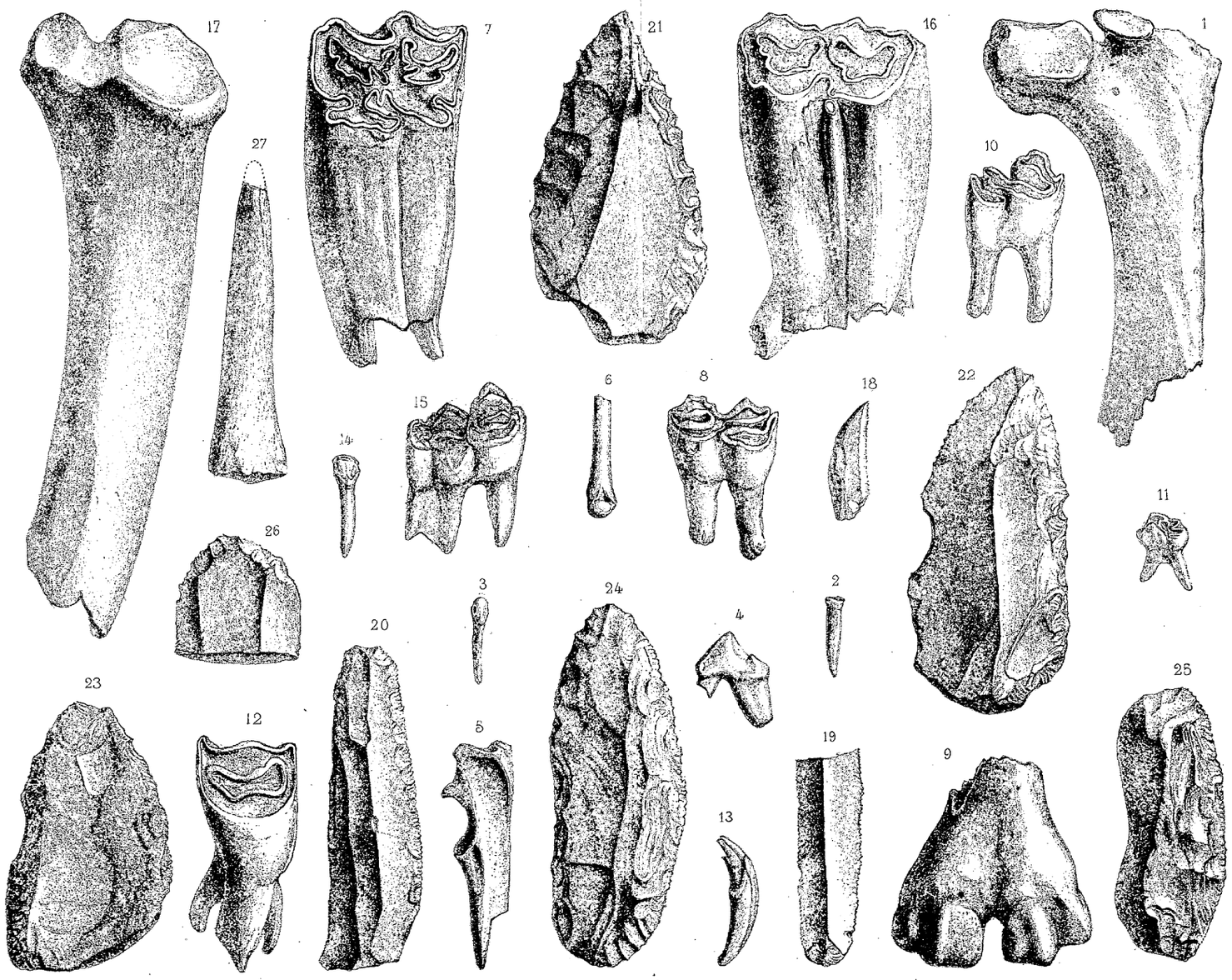
ED. FUCHS — PAROI NORD EST DU CANAL DE CORINTHE.



Gravé par E. Morieu.

Paris. Lith. Lemercier et Cie

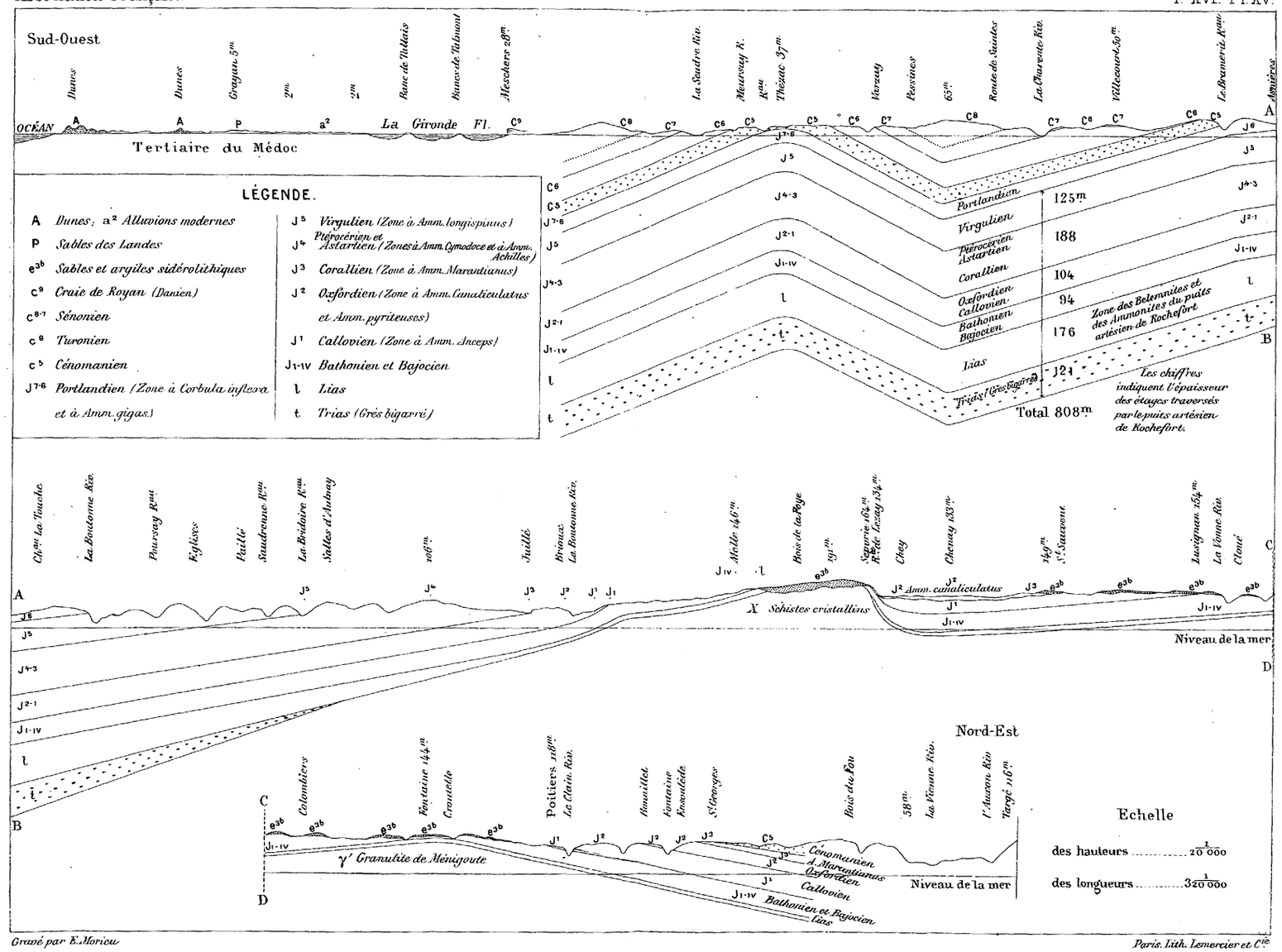
LETELLIER ___ CARTE GÉOLOGIQUE DES DEUX CANTONS D'ALENÇON.



Delahaye del. et lith.

Imp. A. Lemercier, Paris.

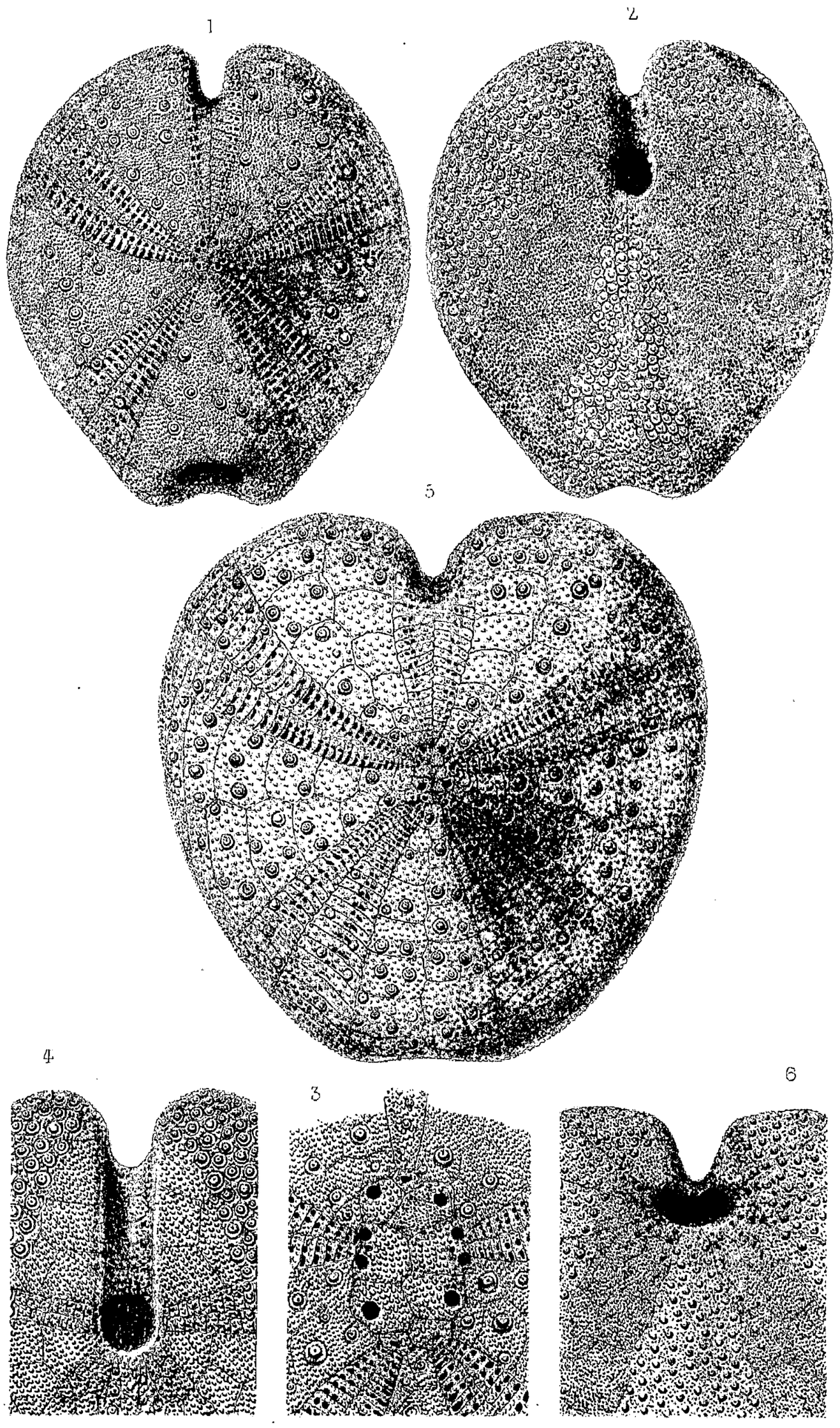
EMILE RIVIÈRE — STATION QUATERNAIRE DE LA QUINA.



Gravé par E. Moricu

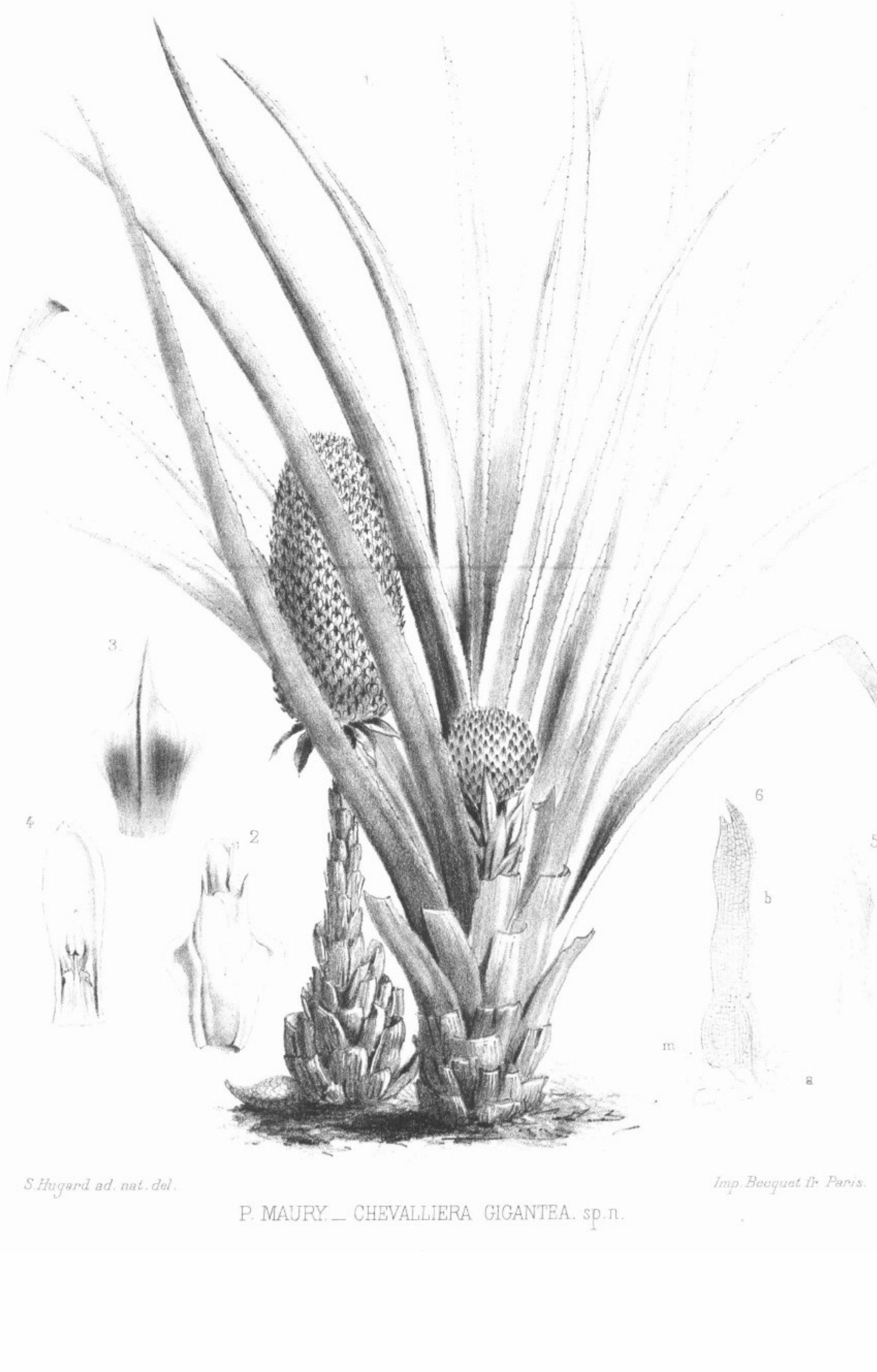
Paris. Lith. Lemercier et Cie

BOISSELIER ___ COUPE GÉOLOGIQUE DU MASSIF VENDÉEN.



Humbert del. Imp. Becquet fr. Paris.

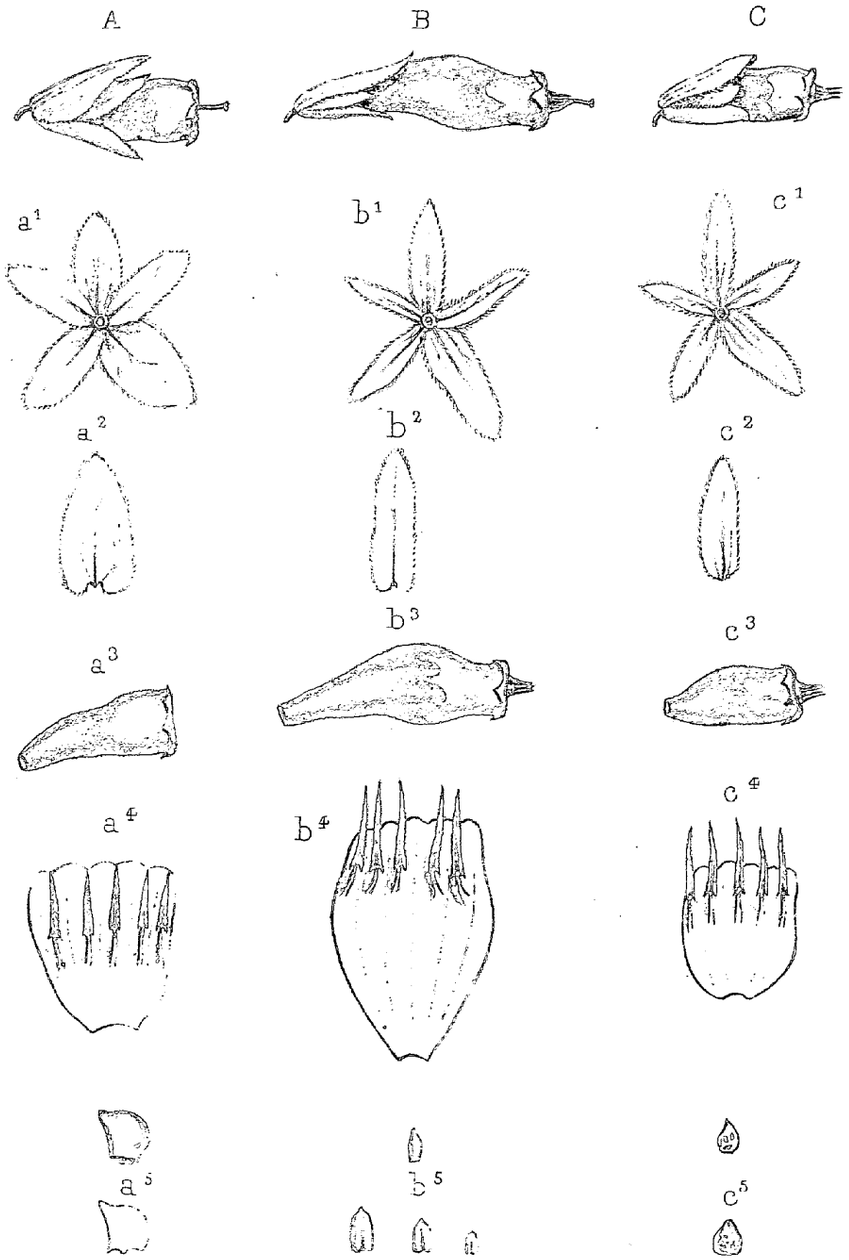
V. GAUTHIER. TYPES NOUVEAUX D'ÉCHINIDES CRÉTACÉS.
1_4. GUETTARDA ANGLADEI.
5_6. ENTOMASTER ROUSSELI.



S. Hugard ad. nat. del.

Imp. Becquet fr. Paris.

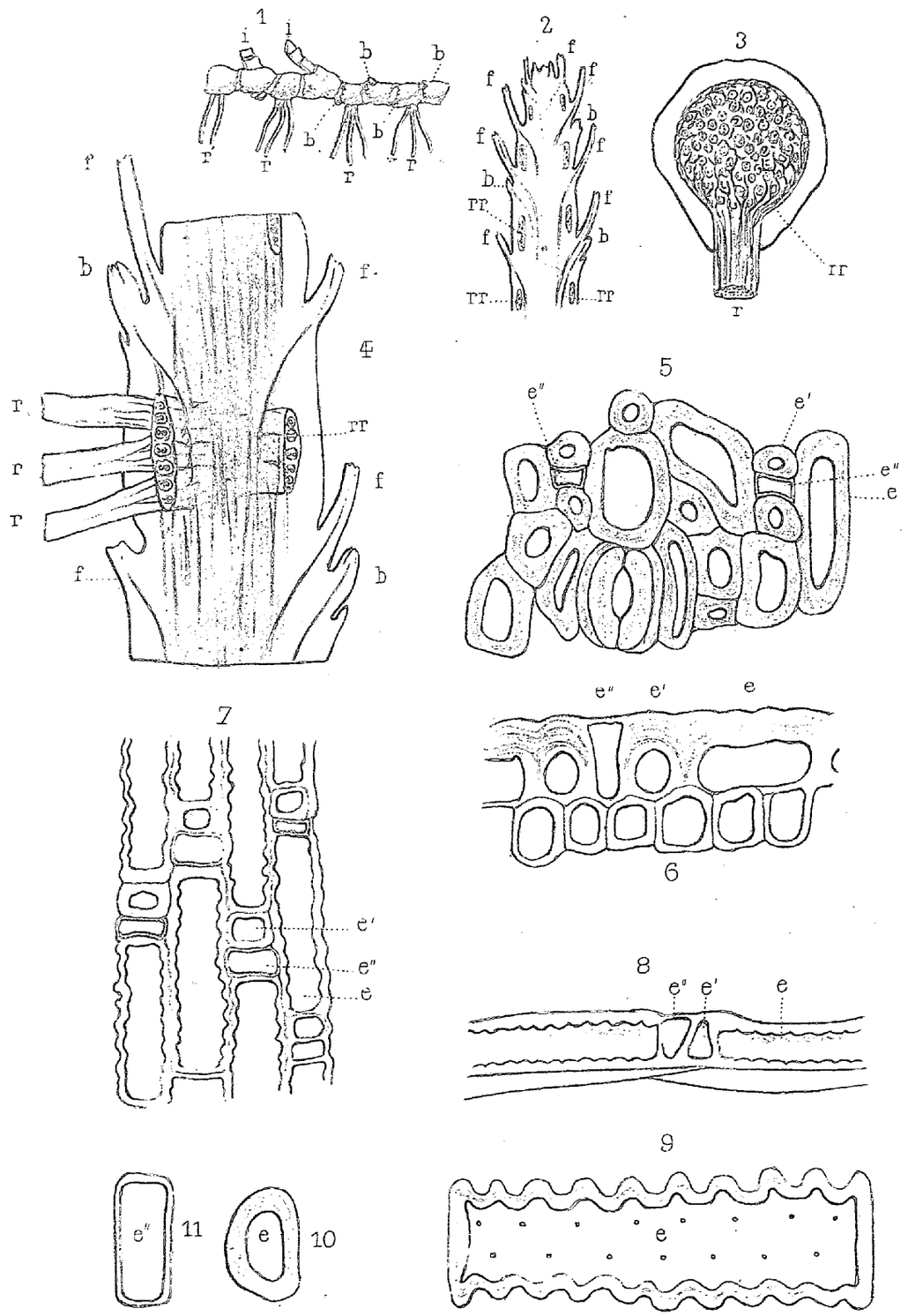
P. MAURY. — CHEVALLIERA GIGANTEA. sp. n.



Trabut del

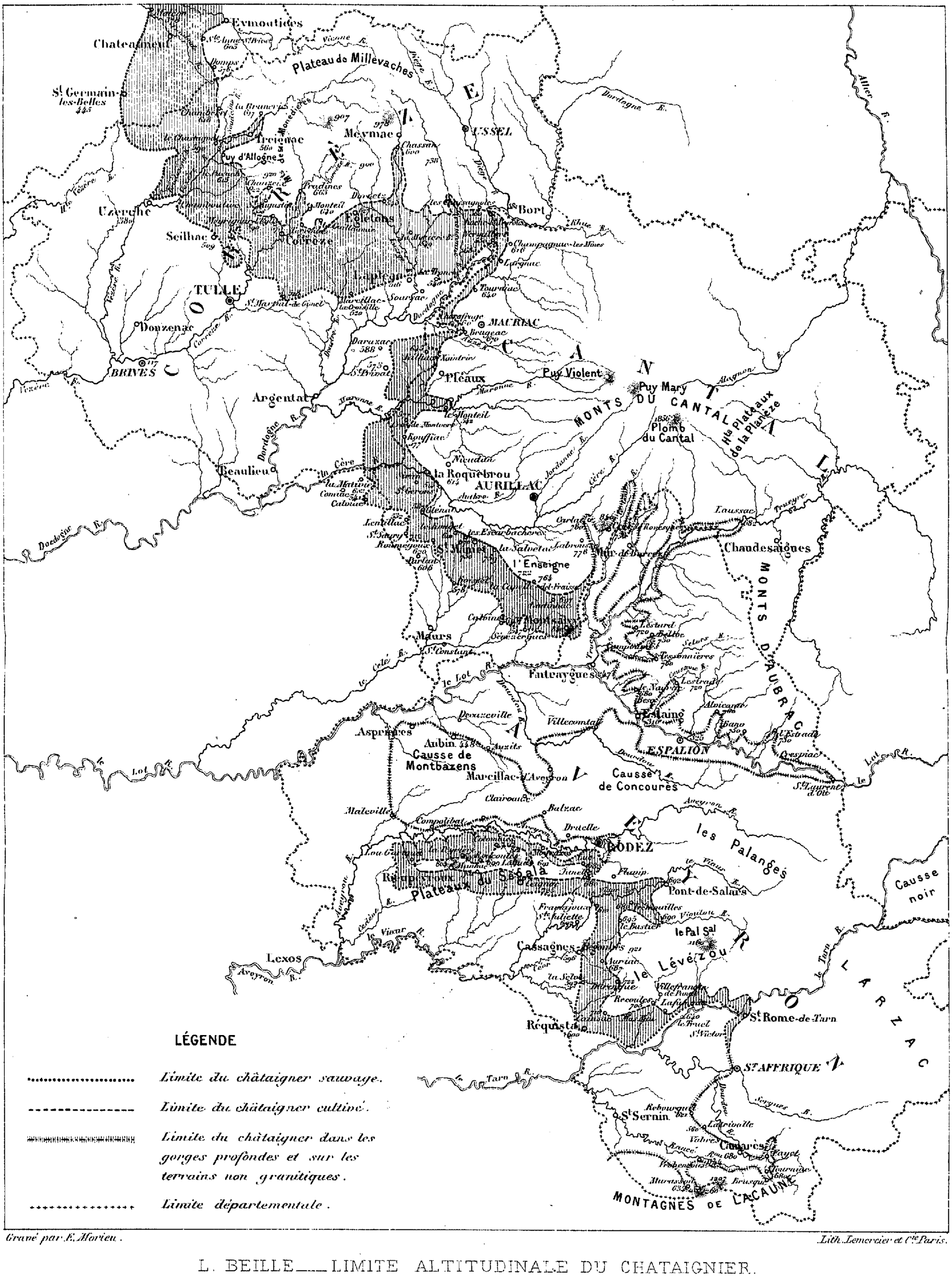
Imp. Becquet fr. Paris.

BATTANDIER._CERINTHE DE L'ALGÉRIE.



Imp. Becquet fr. Paris.

TRABUT._CELLULE ÉPIDERMIQUE ABSORBANTE CHEZ L'HALFA

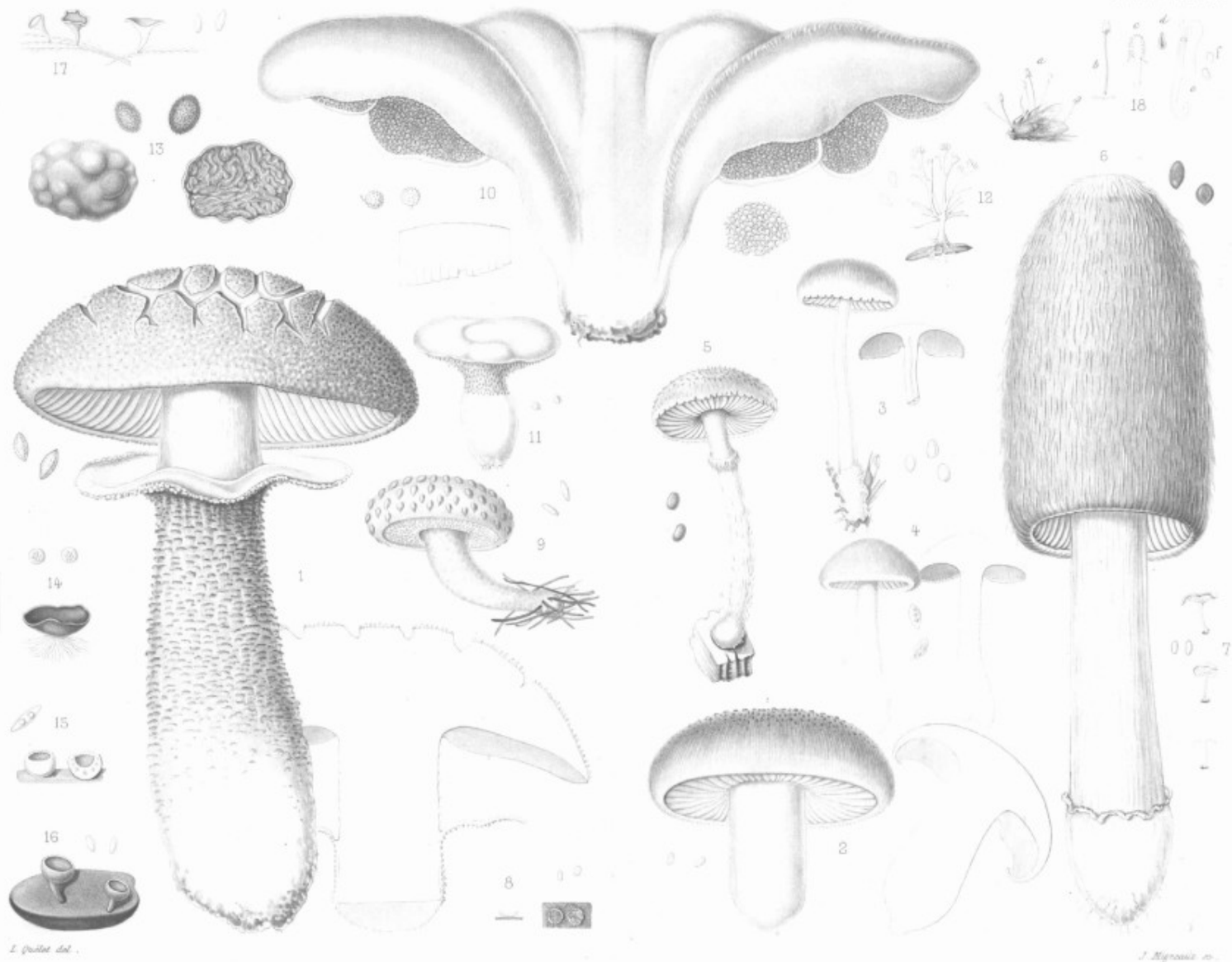


LÉGENDE

.....	*Limite du châtaigner sauvage.*
- - - - - - - - - - - - - -	*Limite du châtaigner cultivé.*
▬▬▬▬▬▬▬▬▬▬▬▬▬▬	*Limite du châtaigner dans les gorges profondes et sur les terrains non granitiques.*
- - - - - - - - - - - - - - - -	*Limite départementale.*

Gravé par E. Morieu. *Lith. Lemercier et Cie Paris.*

L. BEILLE — LIMITE ALTITUDINALE DU CHATAIGNIER.

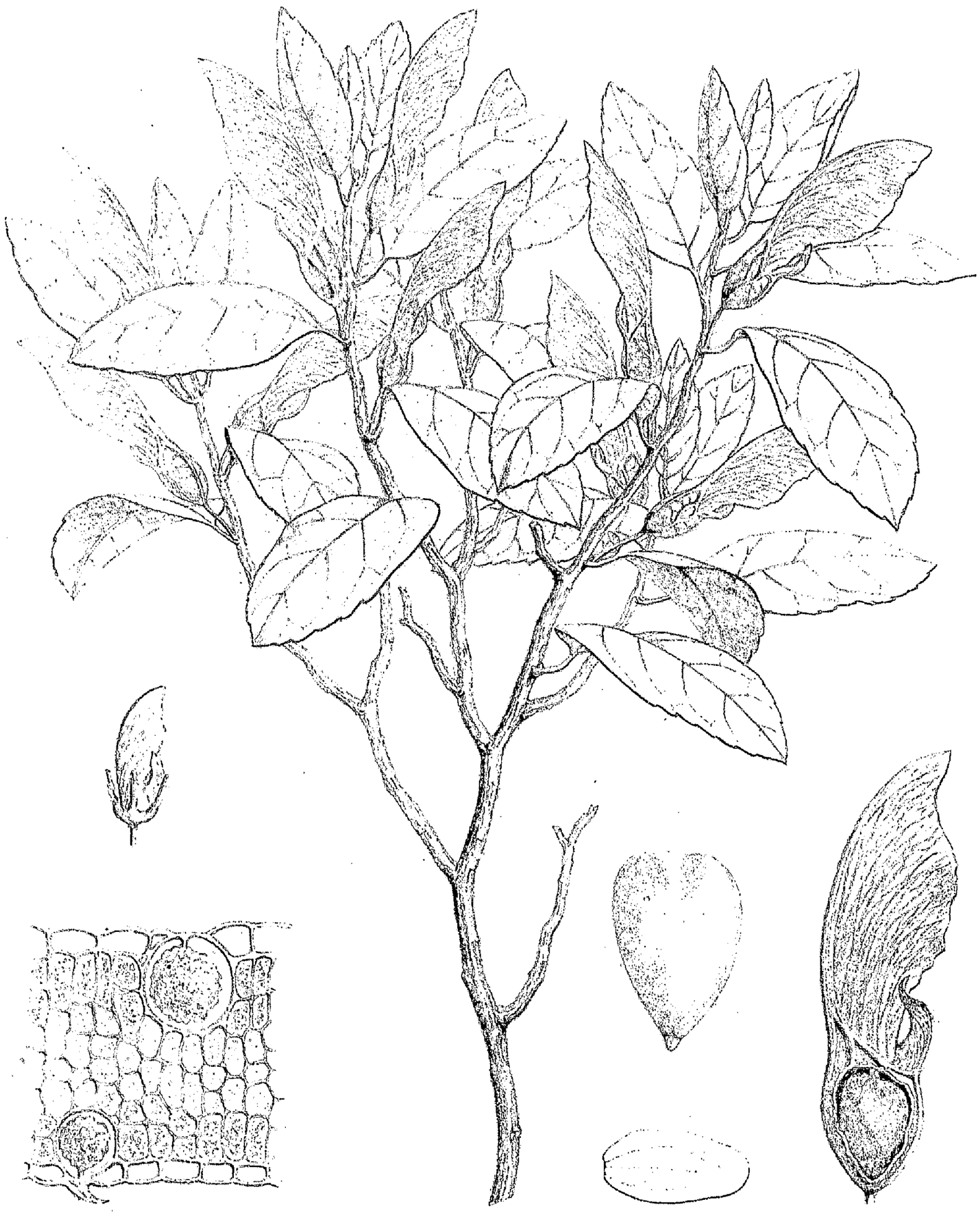


L. Quélet del.

J. Migeon sc.

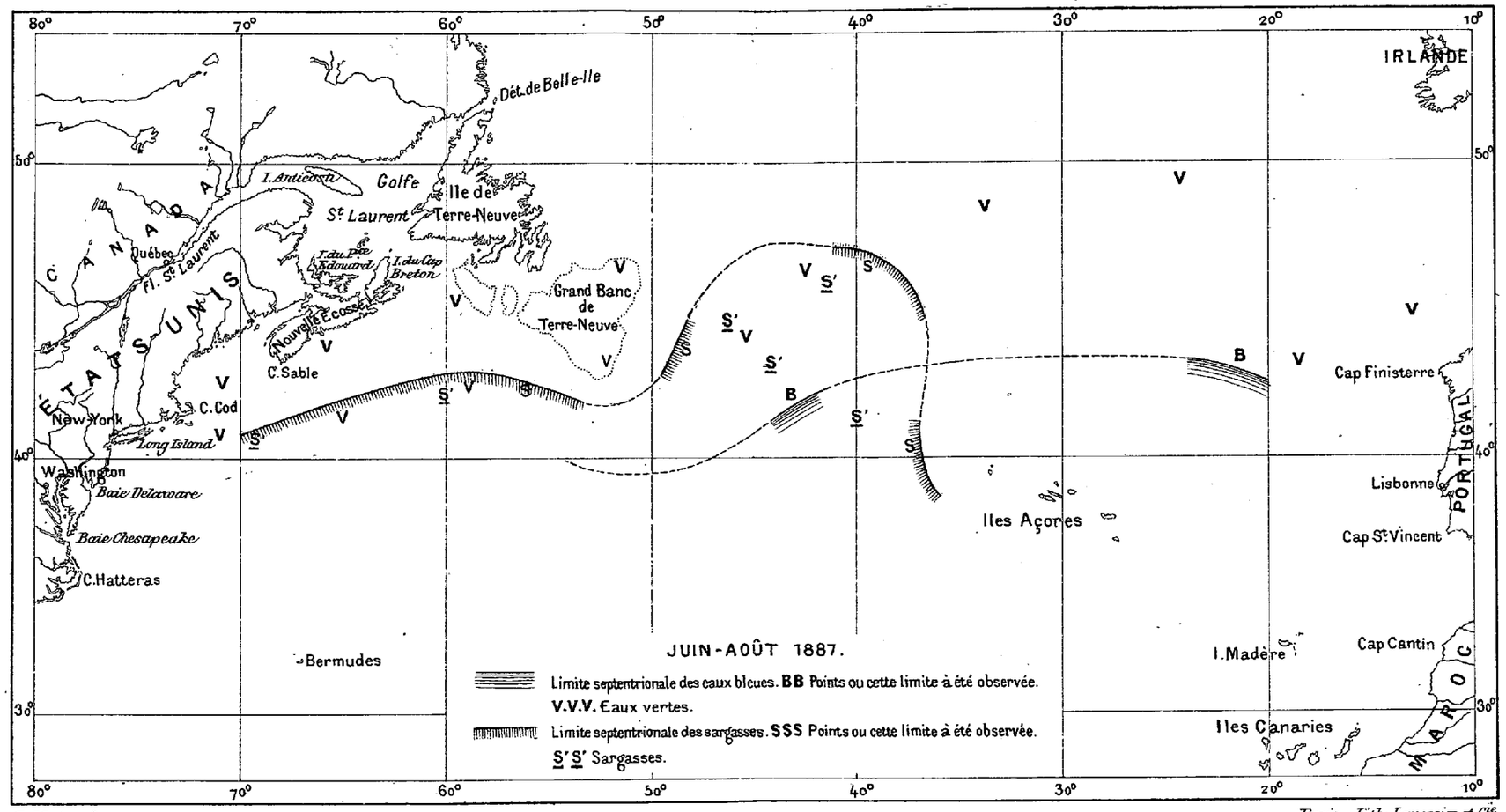
L. QUÉLET. — QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE LA FRANCE

Imp. R. Taveau, Paris.



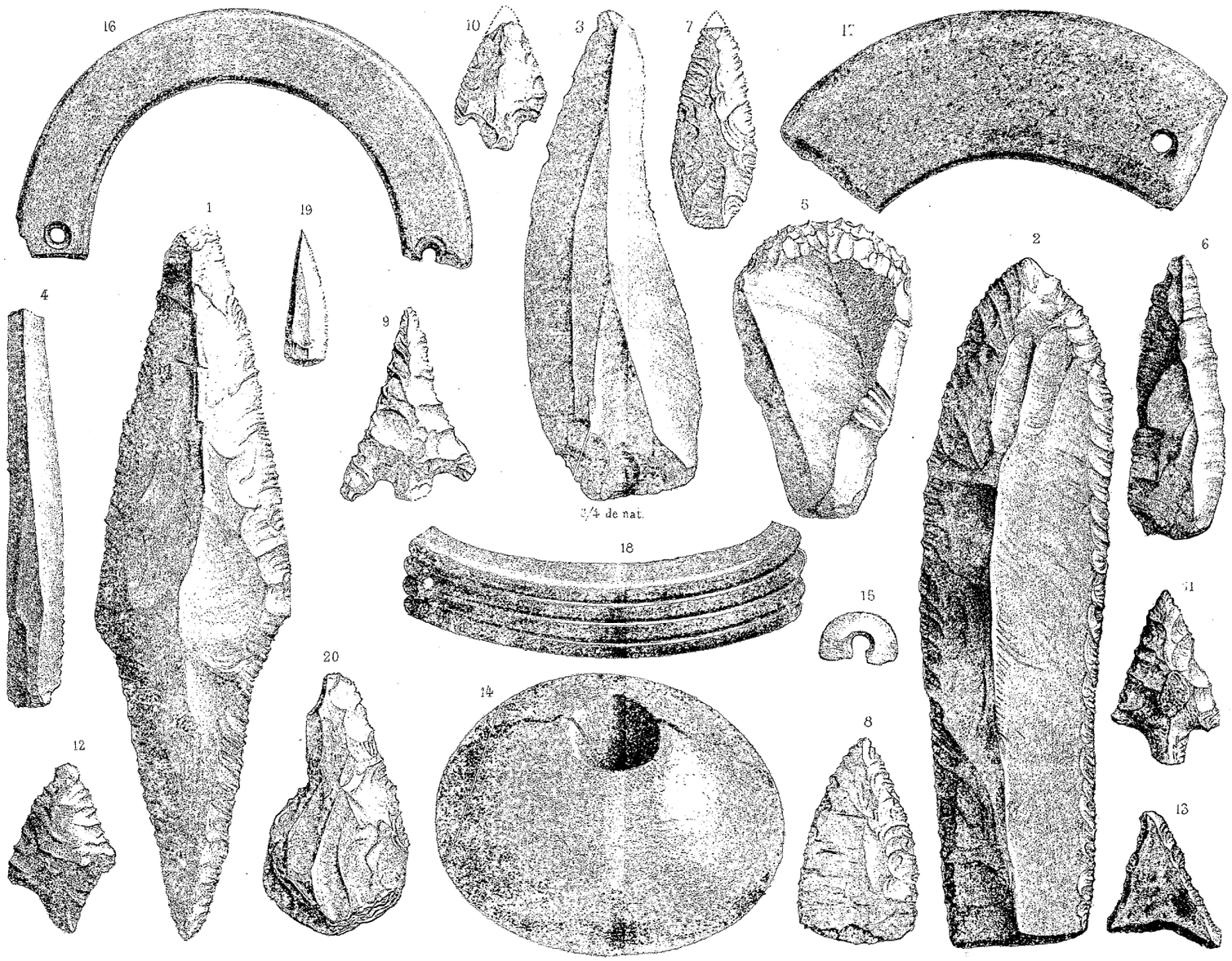
Imp. Becquet fr Paris

J. POISSON_ SAMAROCELTIS RHAMNOIDES.



E. Morieu Sc. Paris_Lith. Lemercier et Cie

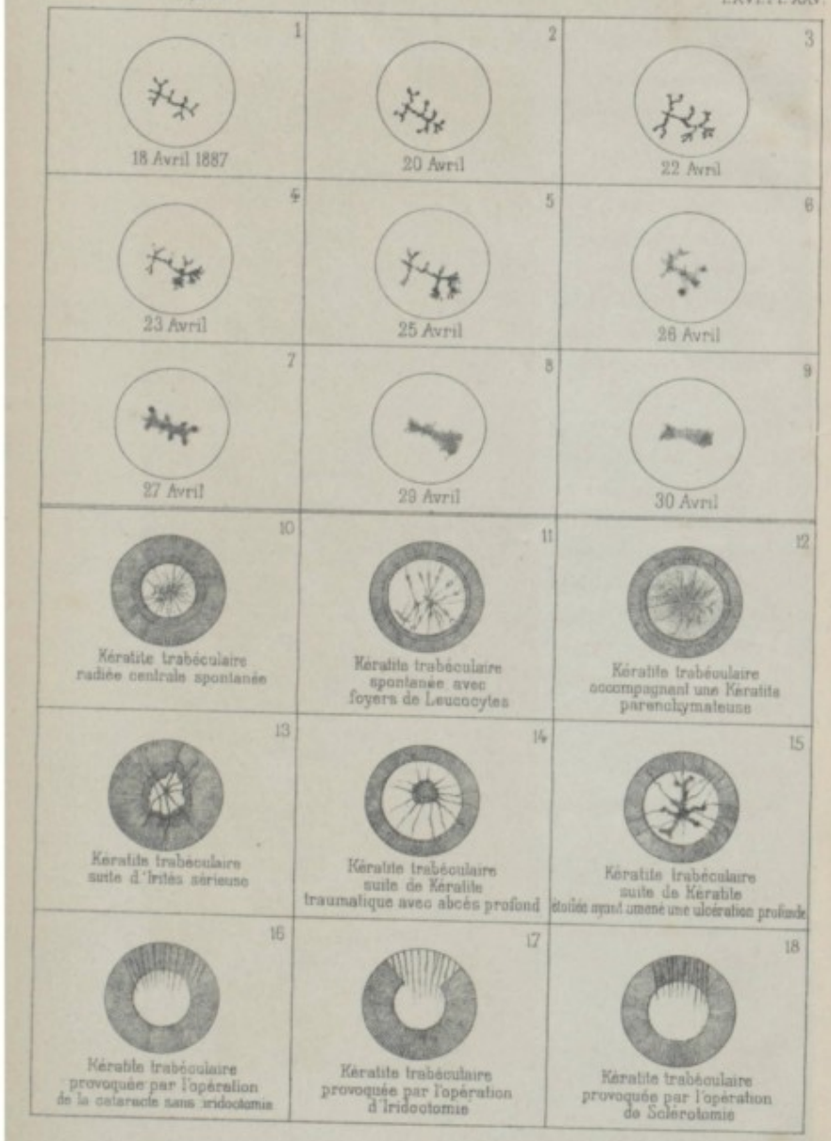
G. POUCHET___COLORATION DES EAUX DE LA MER.



Delahaye del. et lith.

Imp. A. Lemercier, Paris.

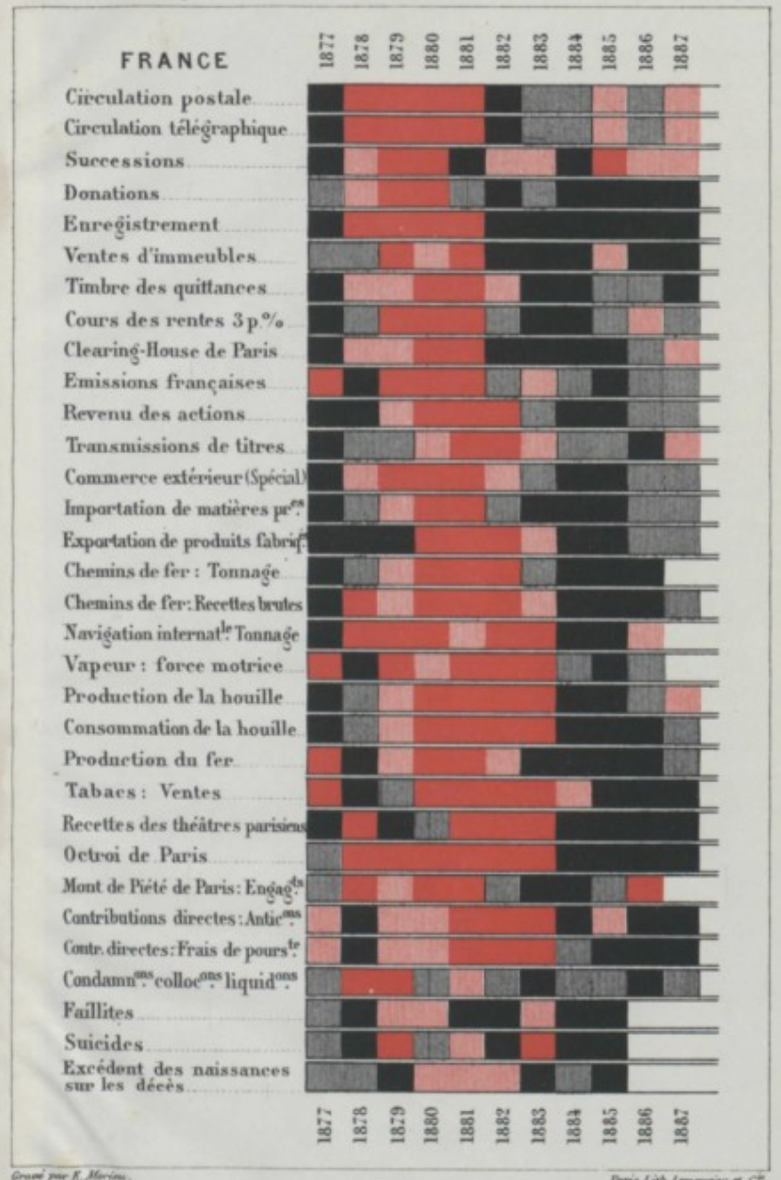
EMILE RIVIÈRE _ L'ÉPOQUE NÉOLITHIQUE A CHAMPIGNY.



Dr GILLET DE GRANDMONT

KÉRATITE EN SILLONS ÉTOILÉS (FIG 1 A 9). KÉRATITE TRABÉCULAIRE (FIG 10 A 18).

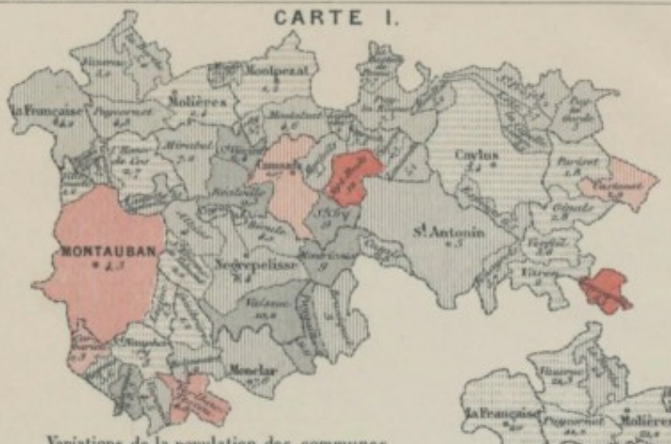
Imp. A. Lemercier Paris



Gravé par E. Morieu. Paris Lith. Lemercier et Cie

DE FOVILLE. — ÉLÉMENTS CARACTÉRISTIQUES DE LA STATISTIQUE NATIONALE.

CARTE I.



Variations de la population des communes
de l'Arrondissement de Montauban
de 1861 à 1886.

La teinte rose indique une augmentation de population.
La teinte grise indique une diminution de population.
Le chiffre placé à la suite du nom de la commune est la proportion par 100 habitants de la diminution ou de l'augmentation.
Les teintes sont d'autant plus accentuées que les coefficients sont plus élevés.

CARTE II.



Répartition par communes
des excédants de décès et de naissances.

La teinte rose indique les excédants de naissance.
La teinte grise indique les excédants de décès.
Les chiffres placés à la suite des noms des communes représentent la proportion pour 1000 habitants de ces excédants.
Les teintes sont d'autant plus accentuées que les excédants sont plus forts.

CARTE III.



Répartition de la mortalité générale
par communes.

Le chiffre placé à la suite du nom de la commune représente le coefficient de mortalité rapporté à 1000 hab.
La teinte est d'autant plus accentuée que la mortalité est plus élevée.

Natalité par communes.

Le chiffre placé à la suite du nom de la commune représente le coefficient de natalité de chaque commune rapporté à 1000 hab.
La teinte est d'autant plus accentuée que le coefficient est plus élevé.

Dime mortuaire.

(Rapport des décès de 0 à 1 an aux naissances vivantes de la même période)
Le chiffre placé à la suite du nom de la commune représente la dime mortuaire de la commune rapportée à 1000 naissances vivantes.
La teinte est d'autant plus accentuée que le coefficient est plus élevé.

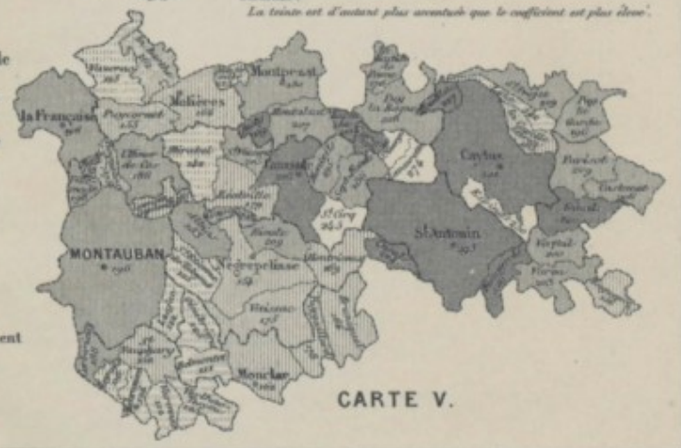
CARTE IV.



- **CHEF-LIEU** de l'arrondissement
- Chef-lieu de Canton

Communes

CARTE V.



Gravé par E. Morin. *Paris, Lith. Lemercier et Cie*

Dr GUIRAUD — DES CAUSES DE DÉPOPULATION DANS LA RÉGION SUD-OUEST DE LA FRANCE.