ASSOCIATION
FRANÇAISE
POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES

FUSIONNÉE AVEC

L'ASSOCIATION SCIENTIFIQUE DE FRANCE

(Fondée par Le Verrier en 1864)

Reconnues d'utilité publique

COMPTE RENDU DE LA 22me SESSION

BESANÇON

— 1893 —

SECONDE PARTIE

NOTES ET EXTRAITS



PARIS
AU SECRÉTARIAT DE L'ASSOCIATION
28, rue Serpente (Hôtel des Sociétés savantes)
ET CHEZ M. G. MASSON, LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, boulevard Saint-Germain.

—

1894

ASSOCIATION FRANÇAISE
POUR
L'AVANCEMENT DES SCIENCES

NOTES ET EXTRAITS

M. E. FONTANEAU
Ancien Officier de marine, à Limoges.

SUR L'ÉQUILIBRE D'ÉLASTICITÉ DE L'ELLIPSOÏDE (*) [T2a]

— *Séance du 4 août 1893* —

1. — La détermination de l'équilibre d'élasticité des corps isotropes dépend de l'intégration des équations aux dérivées partielles :

$$(1)\quad \begin{cases} \mu\Delta^2 u + (\lambda+\mu)\dfrac{d\theta}{dx} = 0, \qquad \mu\Delta^2 v + (\lambda+\mu)\dfrac{d\theta}{dy} = 0, \\ \mu\Delta^2 w + (\lambda+\mu)\dfrac{d\theta}{dz} = 0. \end{cases}$$

Il s'agit de trouver pour les composantes de déformation u, v, w des valeurs qui satisfassent à ces équations et, de plus, aux conditions à la surface données par les égalités :

$$(2)\quad \begin{cases} x = \lambda a_1\theta + \mu\left[a_1\dfrac{du}{dx} + b_1\dfrac{du}{dy} + c_1\dfrac{du}{dz}\right] + \mu\left[a_1\dfrac{du}{dx} + b_1\dfrac{dv}{dx} + c_1\dfrac{dw}{dx}\right] \\ y = \lambda b_1\theta + \mu\left[a_1\dfrac{dv}{dx} + b_1\dfrac{dv}{dy} + c_1\dfrac{dv}{dz}\right] + \mu\left[a_1\dfrac{du}{dy} + b_1\dfrac{dv}{dy} + c_1\dfrac{dw}{dy}\right] \\ z = \lambda c_1\theta + \mu\left[a_1\dfrac{dw}{dx} + b_1\dfrac{dw}{dy} + c_1\dfrac{dw}{dz}\right] + \mu\left[a_1\dfrac{du}{dz} + b_1\dfrac{dv}{dz} + c_1\dfrac{dw}{dz}\right] \end{cases}$$

(*) Les indications entre crochets, qui suivent les titres, sont celles de l'*Index du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*.

où a_1, b_1, c_1 désignent les cosinus directeurs de la normale menée au point quelconque (x, y, z) de la surface du corps élastique. Tel est le problème que je me propose de résoudre dans le cas particulier où le corps homogène et d'élasticité constante dont il s'agit est un ellipsoïde. J'indiquerai d'abord en peu de mots le procédé général du calcul.

Je suppose que la surface du corps élastique fasse partie d'un groupe de surfaces orthogonales et je la rapporte aux coordonnées curvilignes q_1, q_2, q_3 qui en dérivent. Si elle a pour équation $q_1 = c$, il résulte des formules (2) les suivantes :

$$(3)\quad \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1Z = F = \lambda\theta + 2\mu h_1^2\left[\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{du}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{dv}{dq_1} + \dfrac{dz}{dq_1}\dfrac{dw}{dq_1}\right] \\ a_2X + b_2Y + c_2Z = G \\ = \mu h_1h_2\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{du}{dq_1} + \dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{du}{dq_2} + \dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{dv}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{dv}{dq_2} + \dfrac{dz}{dq_2}\dfrac{dw}{dq_1} + \dfrac{dz}{dq_1}\dfrac{dw}{dq_2}\right] \\ a_3X + b_3Y + c_3Z = H \\ = \mu h_3h_1\left[\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{du}{dq_1} + \dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{du}{dq_3} + \dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{dv}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{dv}{dq_3} + \dfrac{dz}{dq_3}\dfrac{dw}{dq_1} + \dfrac{dz}{dq_1}\dfrac{dw}{dq_3}\right] \end{cases}$$

D'ailleurs, on satisfait d'une manière générale aux équations (1) en posant :

$$(4)\quad \begin{cases} u = \Omega_1 - \dfrac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\dfrac{dp}{dx} \qquad v = \Omega_2 - \dfrac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\dfrac{dp}{dy} \\ w = -\dfrac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\dfrac{dp}{dz}. \qquad p = x\Omega_1 + y\Omega_2 + K \end{cases}$$

et ces expressions des composantes de déformation permettent de leur substituer les fonctions potentielles Ω_1, Ω_2 et K. Effectuant ce calcul, il vient :

$$(5)\quad \begin{cases} F = \lambda\theta + 2\mu h_1^2\left[\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}\right] - \dfrac{(\lambda+\mu)\mu}{\lambda+2\mu}h_1^2\dfrac{d^2p}{dq_1^2} \\ G = \mu h_1h_2\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + \dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_2} + \dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{dp_2}{dq_2}\right] \\ \qquad - \dfrac{(\lambda+\mu)\mu}{\lambda+2\mu}h_1h_2\dfrac{d_2p}{dq_1dq_2} \\ H = \mu h_3h_1\left[\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + \dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_3} + \dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_3}\right] \\ \qquad - \dfrac{(\lambda+\mu)\mu}{\lambda+2\mu}h_3h_1\dfrac{d_2p}{dq_3dq_1}, \end{cases}$$

2. — Soit, pour simplifier :

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}-\dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\Omega_1-\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\Omega_1-\dfrac{1}{\mu}\dfrac{G}{h_1h_2}=\dfrac{dQ}{dq_2} \\ \dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}-\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}\Omega_1-\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\Omega_2-\dfrac{1}{\mu}\dfrac{H}{h_3h_1}=\dfrac{dQ}{dq_3}; \end{cases}$$

on satisfera ainsi aux conditions d'intégrabilité par rapport à p des deux dernières équations (5) et on aura

$$(7)\qquad \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\frac{dp}{dq_1}=\frac{dx}{dq_1}\Omega_1+\frac{dy}{dq_1}\Omega_2+Q,$$

équation qui permet de déterminer K, lorsque les fonctions Ω_1, Ω_2 sont connues. La détermination d'un couple de ces fonctions propres à vérifier simultanément avec K les deux dernières équations (5), résulte de la vérification préalable des relations (6). Dans le cas des coordonnées elliptiques, on a :

$$(8)\qquad \frac{dx}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_3dq_1}-\frac{dx}{dq_3}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}=0,\quad \frac{dy}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_3dq_1}-\frac{dy}{dq_3}\frac{d^2y}{dq_1dq_2}=0,$$

et je suppose qu'il en soit ainsi actuellement. Par suite, on déduira des relations (6) les suivantes :

$$(9)\quad \begin{cases} \left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{dy}{dq_3}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{dy}{dq_2}\right]\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}-\left[\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}-\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}\right] \\ \Omega_1=\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{dQ}{dq_2}-\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{dQ}{dq_3}+\dfrac{1}{\mu}\left[\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{G}{h_1h_2}-\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{H}{h_3h_1}\right] \\ \left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{dy}{dq_3}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{dy}{dq_2}\right]\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}-\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\right] \\ \Omega_2=\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{dQ}{dq_3}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{dQ}{dq_2}+\dfrac{1}{\mu}\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{H}{h_3h_1}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{G}{h_1h_2}\right] \end{cases}$$

On ne fait ainsi que transformer ces relations; sous leur première forme, elles donnent Q lorsqu'on y introduit pour Ω_1 et Ω_2 des fonctions convenablement choisies; sous la seconde, elles facilitent leur recherche. Pour cela il faudra donner à Q une valeur arbitraire, fonction de q_2 et q_3 et prendre pour Ω_1, Ω_2 des expressions de la forme RST où chacun des facteurs de ce produit n'est fonction que d'une seule coordonnée. Le calcul consiste alors essentiellement en un développement suivant les potentielles de surface pour en déduire les fonctions potentielles d'espace que demande le résultat poursuivi.

Lorsqu'on aura ainsi satisfait aux deux dernières équations (5), la difficulté de l'intégration sera réduite au cas plus simple, où les termes tout connus G et H ayant disparu, il ne reste que la composante F normale à la surface du corps élastique.

3.— Dans ce cas les relations (6), dont on a fait disparaître G et H, suffisent encore à assurer l'intégrabilité par rapport à p des trois équations (5), car on a :

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{\mu}\dfrac{d}{dq_2}\left[\dfrac{F}{h_1^2}-\lambda\dfrac{\theta}{h_1^2}\right]-2\dfrac{d}{dq_2}\left[\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}\right] \\ \qquad +\dfrac{d^2}{dq_1dq_2}\left[\dfrac{dx}{dq_1}\Omega_1+\dfrac{dy}{dq_1}\Omega_2\right]+\dfrac{d^2Q}{dq_1dq_2}=0 \\ \dfrac{1}{\mu}\dfrac{d}{dq_3}\left[\dfrac{F}{h_1^2}-\lambda\dfrac{\theta}{h_1^2}\right]-2\dfrac{d}{dq_3}\left[\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}\right] \\ \qquad +\dfrac{d^2}{dq_3dq_1}\left[\dfrac{dx}{dq_1}\Omega_1+\dfrac{dy}{dq_1}\Omega_1\right]+\dfrac{d^2Q}{dq_3dq_1}=0 \end{cases}$$

et il en résulte :

$$(11)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{\mu}\dfrac{F}{h_1^2}-\dfrac{\lambda}{\mu}\dfrac{\theta}{h_1^2}-2\left[\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}\right] \\ \qquad +\dfrac{d}{dq_1}\left[\dfrac{dx}{dq_1}\Omega_1+\dfrac{dy}{dq_1}\Omega_2\right]+\dfrac{dQ}{dq_1}=0 \end{cases}$$

puis :

$$(12)\quad \left\{ \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\frac{dp}{dq_1}=\frac{dx}{dq_1}\Omega_1+\frac{dy}{dq_1}\Omega_2+Q. \right.$$

Mais avant d'employer cette équation à la recherche de K, il faut d'abord obtenir Ω_1 et Ω_2. Pour les déterminer, il faut observer que les forces extérieures appliquées à la surface du corps y sont dirigées suivant la normale; ce sont donc des forces principales d'élasticité et chacune d'elles coïncidera en direction avec la dilatation principale correspondante. On peut donc joindre aux égalités :

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}-\dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\Omega_1-\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\Omega_2=\dfrac{dQ}{dq_2} \\ \dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}-\dfrac{d^2x}{dq_1dq_3}\Omega_1-\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\Omega_2=\dfrac{dQ}{dq_3} \end{cases}$$

celles-ci :

$$(14)\quad \left\{ \frac{dx}{dq_2}\Omega_1+\frac{dy}{dq_2}\Omega_2=\frac{dR}{dq_2} \qquad \frac{dx}{dq_3}\Omega_1+\frac{dy}{dq_3}\Omega_2=\frac{dR}{dq_3} \right.$$

et on verra sans peine qu'il en résulte :

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_3}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_2}+\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_3}-\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_2}=0 \\ \dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_3}-\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_2}+\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_3}-\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_2}=0 \\ \dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d^2\Omega_1}{dq_3dq_1}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d^2\Omega_1}{dq_1dq_2}+\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d^2\Omega_2}{dq_3dq_1}-\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d^2\Omega_2}{dq_1dq_2}=0 \end{cases}$$

relations dont deux seulement sont indépendantes.

Faisant usage des deux premières et ayant égard aux égalités (8), on obtient :

$$(16)\quad \begin{cases} \left[\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\right]\dfrac{d\Omega_1}{dq_2}+\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}-\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\right]\dfrac{d\Omega_1}{dq_3}=0 \\ \left[\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}-\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}\right]\dfrac{d\Omega_2}{dq_2}+\left[\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\right]\dfrac{d\Omega_2}{dq_3}=0 \end{cases}$$

équations aux dérivées partielles et linéaires du premier ordre qu'il faut intégrer. Pour cela j'entre dans l'examen spécial du cas particulier que j'ai en vue.

4. — Je prendrai pour équation de l'ellipsoïde en question la première de celles-ci :

$$(17)\quad \begin{cases} \dfrac{x^2}{q_1^2}+\dfrac{y^2}{q_1^2-b^2}+\dfrac{z^2}{q_1^2-c^2}=1 \quad \dfrac{x^2}{q_2^2}+\dfrac{y^2}{q_2^2-b^2}+\dfrac{z^2}{q_2^2-c^2}=1 \\ \dfrac{x^2}{q_3^2}+\dfrac{y^2}{q_3^2-b^2}+\dfrac{z^2}{q_3^2-c^2}=1 \end{cases}$$

où je suppose que l'on ait :

$$(18)\qquad b^2<c^2<q_1^2 \qquad b^2<q_2^2<c^2 \qquad q_3^2<b^2<c^2.$$

Si on emploie comme coordonnées orthogonales q_1 q_2 et q_3, on a comme on sait

$$x=\frac{q_1q_2q_3}{bc},\ y=\frac{\sqrt{(q_1^2-b^2)(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)}}{b\sqrt{c^2-b^2}},\ z=\frac{\sqrt{(q_1^2-c^2)(c^2-q_2^2)(c^2-q_3^2)}}{c\sqrt{c^2-b^2}}$$

et il sera facile de former les équations (16) ; mais on peut opérer plus simplement.

Pour cela, après avoir obtenu la première des équations (15) et en avoir divisé le premier membre par $\sqrt{q_1^2-b^2}$, on en prend la dérivée par

rapport à q_1. Comme il doit se dédoubler en vertu de l'observation du numéro précédent relative aux trois égalités (15), il en résulte :

$$(19)\qquad q_3\frac{d\Omega_1}{dq_3}-q_2\frac{d\Omega_1}{dq_2}=0\qquad \frac{q_2\sqrt{b^2-q_3^2}}{\sqrt{q_2^2-b^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_3}+\frac{q_3\sqrt{q_2^2-b^2}}{\sqrt{b^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_2}=0$$

et telles sont, sous leur forme la plus simple, les équations que doivent vérifier les fonctions Ω_1 et Ω_2. Leur intégration est immédiate et il en résulte :

$$(20)\qquad \Omega_1=f_1(a_1q_2q_3,\ q_1)\qquad \Omega_2=f_2(a_2\sqrt{(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)},\ q_1)$$

où a_1, a_2 désignent des fonctions arbitraires de q_1.

Il faut maintenant exprimer que Ω_1 et Ω_2 sont des fonctions potentielles. Je considère d'abord la première et la supposant rapportée aux coordonnées thermométriques :

$$(21)\qquad \begin{cases} \alpha=C\displaystyle\int\frac{dq_1}{\sqrt{(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)}} & \beta=C\displaystyle\int\frac{dq_2}{\sqrt{(q_2^2-b^2)(c^2-q_2^2)}} \\ \gamma=C\displaystyle\int\frac{dq_3}{\sqrt{(b^2-q_3)^2(c^2-q_3^2)}} \end{cases}$$

je cherche à quelles conditions elle vérifie l'équation :

$$(22)\qquad (q_2^2-q_3^2)\frac{d^2\Omega_1}{d\alpha^2}+(q_1^2-q_3^2)\frac{d^2\Omega_1}{d\beta^2}+(q_3^2-q_2^2)\frac{d^2\Omega_1}{d\gamma^2}=0$$

Si, pour simplifier, on pose :

$$(23)\qquad a_1q_2q_3=\chi_1\qquad a_2\sqrt{(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)}=\chi_2,$$

on obtient, toutes réductions faites :

$$(24)\qquad \begin{cases} (q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2\Omega_1}{dq_1^2}+\Big[(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)q_2^2q_3^2\Big(\dfrac{da_1}{dq_1}\Big)^2 \\ +q_1^2(b^2c^2-q_2^2q_3^2)a_1^2+(b^2+c^2)q_2^2q_3^2a_1^2-b^2c^2(q_2^2+q_3^2)a_1^2\Big]\dfrac{d^2\Omega_1}{d\chi_1^2} \\ +(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{d\Omega_1}{dq_1}+\Big[(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2a_1}{dq_1^2} \\ +(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{da_1}{dq_1}+(c^2+b^2-2q_1^2)a_1\Big]q_2q_3\dfrac{d\Omega_1}{d\chi_1}=0. \end{cases}$$

Du calcul analogue effectué pour la fonction Ω_2, il résulte :

$$(25)\quad \left\{\begin{array}{l} (q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2\Omega_2}{dq_1^2}+\Big\{(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)\Big(\dfrac{da_2}{dq_1}\Big)^2 \\ \quad +q_1^2\Big[b^2c^2-b^4-(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)\Big]a_2^2-(c^2-b^2)q_2^2q_3^2a_2^2\Big\}\dfrac{d^2\Omega_2}{d\chi_2^2} \\ \quad +(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}+\Big[(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2a_2}{dq_1^2} \\ +(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{da_2}{dq_1}+(c^2-2q_1^2)a_2\Big]\sqrt{(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)}\,\dfrac{d\Omega_2}{d\chi_2}=0 \end{array}\right.$$

et on peut observer relativement au coefficient de $\dfrac{d^2\Omega_2}{dq_2^2}$ que l'on a identiquement :

$$(26)\quad -(c^2-b^2)q_2^2q_3^2a_2^2=\Big[(c^2-b^2)(q_2^2-b^2)(b^2-q_2^2)-b^2(c^2-b^2)(q_2^2+q_3^2-b^2)\Big]a_2^2.$$

Ainsi dans ce coefficient de même que dans celui de $\dfrac{d^2\Omega_1}{d\chi_1^2}$ dans l'équation (24), figure l'expression $q_2^2+q_3^2$ et on ne peut pas amener les équations en question à n'avoir dans leurs coefficients que q_1 et χ_1 ou respectivement χ_2, ; elles ne peuvent donc subsister d'une manière générale sans que l'on ait :

$$(27)\qquad \frac{d^2\Omega_1}{d\chi_1^2}=0 \qquad\qquad \frac{d^2\Omega_2}{d\chi_2^2}=0.$$

Si on les modifie d'après ces conditions, elles deviennent :

$$(28)\quad \left\{\begin{array}{l} (q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2\Omega_1}{dq_1^2}+(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} \\ +\Big[(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2a_1}{dq_1^2}+(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{da_1}{dq_1}+(b^2+c^2-2q_1^2)a_1\Big]\dfrac{\chi_1}{a_1}\dfrac{d\Omega_1}{d\chi_1}=0 \\ (q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2\Omega_2}{dq_1^2}+(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} \\ +\Big[(q_1^2-b^2)q_1^2-c^2)\dfrac{d^2a_2}{dq_1^2}+(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{da_2}{dq_1}+(c^2-2q_1^2)a_2\Big]\dfrac{x_2}{a_2}\dfrac{d\Omega_2}{d\chi_2}=0 \end{array}\right.$$

et on devra y satisfaire avec des expressions de la forme :

$$(29)\qquad \Omega_1=\chi_1+k_1 \qquad\qquad \Omega_2=\chi_2+k_2$$

puisque a_1 et a_2 qui entrent dans les expressions de γ_1 et de γ_2 sont déjà des fonctions arbitraires de q_1 et en supposant que k_1 et k_2 désignent aussi des fonctions de ce genre. Ces équations ne diffèrent d'ailleurs pas de forme et conduisent à des résultats presque identiques.

5. — Je remplace dans la première Ω_1 par son expression (29) et il en résulte les deux équations différentielles du second ordre et linéaires :

$$(30)\quad \begin{cases} 2(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2a_1}{dq_1^2}+2(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{da_1}{dq_1}+(b^2+c^2-2q_1^2)a_1=0 \\ (q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2k_1}{dq_1^2}+(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{dk_1}{dq_1}=0 \end{cases}$$

Ces équations sont faciles à intégrer; comme on a supposé plus haut que les fonctions Ω_1 Ω_2 et K étaient exprimées en coordonnées thermométriques, on peut raisonner ici conformément à l'hypothèse. Supposant qu'il en soit de même pour a_1 et k_1, on a :

$$(31)\quad \begin{cases} \dfrac{da_1}{d\alpha}=\dfrac{1}{C}\sqrt{(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)}\,\dfrac{da_1}{dq_1} \\ \dfrac{d^2a_1}{d\alpha^2}=\dfrac{1}{C^2}(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)\dfrac{d^2a_1}{dq_1^2}+\dfrac{1}{C^2}(2q_1^2-b^2-c^2)q_1\dfrac{da_1}{dq_1} \end{cases}$$

et par suite il vient :

$$(31)\qquad 2\frac{d^2a_1}{d\alpha^2}=\frac{1}{C^2}(2q_1^2-b^2-c^2)a_1 \qquad \frac{d^2k_1}{d\alpha^2}=0.$$

De là il résulte immédiatement :

$$(32)\qquad k_1=m_1\alpha+n_1=m_1\int\frac{dq_1}{\sqrt{(q_1^2-b^2)(q_1^2-c^2)}}+n_1$$

et la première équation permet de développer par la formule de Taylor la valeur de a_1 en une série d'intégrales elliptiques. Je n'effectue pas ce calcul pour éviter les longueurs.

On peut d'ailleurs observer que ce mode d'intégration pourrait être appliqué à toutes les équations différentielles du second ordre linéaires et homogènes. Soit, en effet, l'équation :

$$(33)\qquad P\frac{d^2y}{dx^2}+Q\frac{dy}{dx}-Ry=0\,;$$

on peut la ramener à la forme (E. Mathieu, *Physique Mathématique*, p. 98) :

$$(34)\qquad L\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dL}{dx}\frac{dy}{dx}-Gy=0\,;$$

en posant :

$$\text{(35)} \qquad L = e^{\int \frac{P}{a}\,dx} \qquad G = R\,\frac{L}{P},$$

D'après cela, si l'on désigne par z une fonction de x à déterminer, on aura :

$$\text{(36)} \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx}\frac{dy}{dz} \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \frac{d^2y}{dz^2} + \frac{dy}{dz}\frac{d^2z}{dx^2},$$

par suite :

$$\text{(37)} \qquad L\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \frac{d^2y}{dz^2} + \left[L\,\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{dL}{dx}\frac{dz}{dx}\right]\frac{dy}{dz} = Gy,$$

et cette équation devient :

$$\text{(38)} \qquad \frac{d^2y}{dz^2} = Hy\,;$$

si l'on y fait :

$$\text{(39)} \qquad dz = \frac{C\,dx}{L} \qquad H = \frac{G}{L\left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = \frac{LG}{C^2}.$$

La seconde des équations (28) donne par le même procédé les deux équations différentielles :

$$2(q_1^2 - b^2)(q_1^2 - c^2)\,\frac{d^2a_2}{dq_1^2} + 2q_1(2q_1^2 - b^2 - c^2)\,\frac{da_2}{dq_1} = (2q_1^2 - c^2)a_2,$$

$$(q_1^2 - b^2)(q_1^2 - c^2)\,\frac{d^2k_2}{dq_1^2} + (2q_1^2 - b^2 - c^2)q_1\,\frac{dk_2}{dq_1} = 0,$$

que l'on traitera comme leurs analogues (30).

6. — Ayant ainsi déterminé Ω_1 et Ω_2 pour avoir les valeurs des constantes qui entrent dans leurs expressions (29), il faut les porter dans les relations (13) et intégrer par rapport à q_2 et à q_3 afin d'obtenir Q. Il résulte de ce calcul :

$$\text{(41)} \quad \left\{ \begin{aligned} Q = {} & \frac{q_1\dfrac{da_1}{dq_1} - a_1}{2bc}\,q_2^2q_3^2 + \frac{q_1\dfrac{dk_1}{dq_1} - k_1}{bc}\,q_2q_3 \\ & + \frac{\sqrt{q_1^2 - b^2}\,\dfrac{da_2}{dq_1} - \dfrac{q_1}{\sqrt{q_1^2 - b^2}}}{2b\sqrt{c^2 - b^2}}\,(q_2^2 - b^2)(b^2 - q_3^2) \\ & + \frac{\sqrt{q_1^2 - b^2}\,\dfrac{dk_2}{dq_1} - \dfrac{q_1}{\sqrt{q_1^2 - b^2}}}{b\sqrt{c^2 - b^2}}\,\sqrt{(q_2^2 - b^2)(b^2 - q_3^2)}, \end{aligned} \right.$$

et, en vertu de la formule (12)

$$(42)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\frac{dp}{dq_1} &= \frac{q_1\dfrac{da_1}{dq_1}+a_1}{2bc}\,q_2^2q_3^2 \\ &+\frac{q_1\dfrac{dk_1}{dq_1}}{bc}q_2q_3+\frac{\sqrt{q_1^2-b^2}\dfrac{da_2}{dq_1}+\dfrac{q_1}{\sqrt{q_1^2-b^2}}a_2}{2b\sqrt{c^2-b^2}}(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2) \\ &+\frac{\sqrt{q_1^2-b^2}\dfrac{dk_2}{dq_1}}{b\sqrt{c^2-b^2}}\sqrt{(q_2^2-b^2)(b^2-q_3^2)}\,. \end{aligned}\right.$$

Portant donc ces expressions dans la première des équations (5), où on aura donné à F la valeur qui résulte des calculs indiqués au n° 2; remplaçant θ par son expression en fonction de Ω_1 et Ω_2 et profitant de tous les résultats acquis pour la détermination des fonctions potentielles, on n'aura plus qu'à réduire cette équation à une identité en s'aidant au besoin de la formule de Taylor pour obtenir les valeurs des constantes encore indéterminées qui entrent dans les fonctions potentielles.

7. — En ce qui concerne la fonction potentielle K, le calcul suivant, qui sert en même temps de contrôle à ceux qui précèdent, montrera de quelle manière on doit procéder à sa détermination. D'après le principe de la coïncidence en direction des forces principales d'élasticité et des déplacements principaux, on doit avoir en même temps que les équations (5), où G et H seraient nuls, les suivantes:

$$(43)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\mathrm{D}}{h_1} &= \frac{dx}{dq_1}\Omega_1+\frac{dy}{dq_1}\Omega_2-\frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\frac{dp}{dq_1}, \\ 0 &= \frac{dx}{dq_2}\Omega_1+\frac{dy}{dq_2}\Omega_2-\frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\frac{dp}{dq_2}, \\ 0 &= \frac{dx}{dq_3}\Omega_1+\frac{dy}{dq_3}\Omega_2-\frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)}\frac{dp}{dq_3}, \end{aligned}\right.$$

où D désigne le déplacement principal qui correspond à la force principale d'élasticité F. De ces six équations résultent d'abord les relations suivantes :

$$(44)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{dx}{dq_2}\Omega_1+\frac{dy}{dq_2}\Omega_2=\frac{d\mathrm{R}}{dq_2} \qquad \frac{dx}{dq_3}\Omega_1+\frac{dy}{dq_3}\Omega_1=\frac{d\mathrm{R}}{dq_3}, \\ &\frac{dx}{dq_2}\frac{d\Omega_1}{dq_1}+\frac{dx}{dq_1}\frac{d\Omega_1}{dq_2}+\frac{dy}{dq_2}\frac{d\Omega_2}{dq_1}+\frac{dy}{dq_1}\frac{d\Omega_2}{dq_2}=\frac{d\mathrm{S}}{dq_2} \\ &\frac{dx}{dq_3}\frac{d\Omega_1}{dq_1}+\frac{dx}{dq_1}\frac{d\Omega_1}{dq_3}+\frac{dy}{dq_3}\frac{d\Omega_2}{dq_1}+\frac{dy}{dq_1}\frac{d\Omega_2}{dq_3}=\frac{d\mathrm{S}}{dq_3}, \end{aligned}\right.$$

qui peuvent servir à démontrer de nouveau la seconde des relations (15), en observant qu'on peut différentier les deux premières par rapport à q_1, comme il résulte des conditions d'intégrabilité par rapport à p des équations (43). On déduit en outre de ces équations :

$$(45)\quad \begin{cases} \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{d^2p}{dq_1^2} = 2\dfrac{d^2x}{dq_1^2}\Omega_1 + 2\dfrac{d^2y}{dq_1^2}\Omega_2 + 2\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + 2\dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} \\ \qquad\qquad - 2\dfrac{d}{dq_1}\left(\dfrac{\mathrm{D}}{h_1}\right), \\ \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{d^2p}{dq_1dq_2} = 2\dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\Omega_1 + 2\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\Omega_2 + 2\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} \\ \qquad\qquad + 2\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}, \\ \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{d^2p}{dq_3dq_1} = 2\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}\Omega_1 + 2\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\Omega_2 + 2\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} \\ \qquad\qquad + 2\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1}, \end{cases}$$

et en comparant ces relations avec les équations (5), il en résulte :

$$(46)\quad \begin{cases} \dfrac{\mathrm{F}-\lambda\theta}{h_1^2} = 2\mu\dfrac{d}{dq_1}\left(\dfrac{\mathrm{D}}{h_1}\right) - 2\mu\left[\dfrac{d^2x}{dq_1^2}\Omega_1 + \dfrac{d^2y}{dq_1^2}\Omega_2\right], \\ \dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_2} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_2} - \dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} - \dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} = 2\dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\Omega_1 \\ \qquad\qquad + 2\dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\Omega_2, \\ \dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_3} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_3} - \dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} - \dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} = 2\dfrac{d^2x}{dq_3dq_1} \\ \qquad\qquad + 2\dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\Omega_3. \end{cases}$$

Par suite, les équations (5) deviennent :

$$(47)\quad \begin{cases} \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{d^2p}{dq_1^2} = 2\left[\dfrac{dx}{dq_1}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_1}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} + \dfrac{d^2x}{dq_1^2}\Omega_1 + \dfrac{d^2y}{dq_1^2}\Omega_2\right] \\ \qquad\qquad - 2\dfrac{d}{dq_1}\left(\dfrac{\mathrm{D}}{h_1}\right), \\ \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{d^2p}{dq_1dq_2} = 2\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} + \dfrac{d^2x}{dq_1dq_2}\Omega_1\right. \\ \qquad\qquad \left. + \dfrac{d^2y}{dq_1dq_2}\Omega_2\right], \\ \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{d^2p}{dq_3dq_1} = 2\left[\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_1} + \dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_1} + \dfrac{d^2x}{dq_3dq_1}\Omega_1\right. \\ \qquad\qquad \left. + \dfrac{d^2y}{dq_3dq_1}\Omega_2\right], \end{cases}$$

et en intégrant par rapport à q_1 on reproduit les équations (43). Ayant ainsi établi la concordance des équations (51) et (43), en usant comme intermédiaires des relations (46), on peut se servir des équations (43) pour obtenir la valeur de p. Dans ce but, on remplacera dans la première, $\frac{D}{h_1}$ par sa valeur tirée de la première des relations (46) et on aura :

$$(48)\quad \begin{cases} \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\dfrac{dp}{dq_1} = 2\left[\dfrac{dx}{dq_1}\,\Omega_1 + \dfrac{dy}{dq_1}\,\Omega_2\right] \\ \quad + \dfrac{1}{\mu}\displaystyle\int\left[\frac{\lambda\theta - F}{h_1^2} - 2\mu\left(\frac{d^2x}{dq_1^2}\,\Omega_1 + \frac{d^2y}{dq_1^2}\,\Omega_2\right)\right]dq_1 ; \end{cases}$$

on profitera d'ailleurs de tous les résultats acquis pour obtenir la valeur exacte de p et par suite de K.

On peut remarquer que de la comparaison des formules (7) et (48) résulte l'égalité (11) ; par conséquent, il revient au même d'employer au lieu de (48) les relations (7) et (42) ; mais il faut avoir soin d'y donner aux fonctions a_1, k_1, a_2, k_2 les valeurs obtenues par le calcul indiqué au n° 6.

8. — L'application de cette méthode soulève naturellement l'objection que les formules (4) pourraient ne donner qu'une solution particulière des équations (1), ou, en d'autres termes, n'avoir pas la même généralité que lorsque p est défini par l'égalité :

$$(49)\qquad p = x\Omega_1 + y\Omega_2 + z\Omega_3.$$

Je pourrais expliquer ici comment j'ai été conduit à leur attribuer toute la généralité désirable; mais pour abréger sans cesser d'être rigoureux, je me borne à montrer qu'en faisant usage de l'expression (49) on serait conduit à des résultats analogues à ceux qui ont été obtenus aussi bien dans ce travail que dans celui qui a été présenté au Congrès de Pau sur *la déformation des corps isotropes en équilibre d'élasticité.*

Dans ce dernier travail, les formules (22) [21e Session, 2e partie, p. 196] donnent les expressions des composantes de rotation; on voit aisément que si l'on fait usage de l'expression (49) de p, on devra leur substituer les suivantes :

$$(50)\quad \begin{cases} \dfrac{d\Omega_3}{dy} - \dfrac{d\Omega_2}{dz} = h_1h_2h_3\left[\dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d}{dq_3}\left(\dfrac{D}{h_1}\right) - \dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d}{dq_2}\left(\dfrac{D}{h_1}\right)\right], \\ \dfrac{d\Omega_1}{dz} - \dfrac{d\Omega_3}{dx} = h_1h_2h_3\left[\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d}{dq_3}\left(\dfrac{D}{h_1}\right) - \dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d}{dq_2}\left(\dfrac{D}{h_1}\right)\right], \\ \dfrac{d\Omega_2}{dx} - \dfrac{d\Omega_1}{dy} = h_1h_2h_3\left[\dfrac{dz}{dq_2}\dfrac{d}{dq_3}\left(\dfrac{D}{h_2}\right) - \dfrac{dz}{dq_3}\dfrac{d}{dq_2}\left(\dfrac{D}{h_1}\right)\right]. \end{cases}$$

On a, d'ailleurs, dans la même hypothèse les équations

$$(51)\quad \begin{cases} (\lambda+\mu)\left[x\dfrac{d\Omega_1}{dq_2}+y\dfrac{d\Omega_2}{dq_2}+z\dfrac{d\Omega_3}{dq_2}\right]-(\lambda+3\mu)\left[\dfrac{dx}{dq_2}\,\Omega_1+\dfrac{dy}{dq_2}\,\Omega_2\right. \\ \qquad\qquad \left.+\dfrac{dz}{dq_2}\,\Omega_3\right]=0, \\ (\lambda+\mu)\left[x\dfrac{d\Omega_1}{dq_3}+y\dfrac{d\Omega_2}{dq_3}+z\dfrac{d\Omega_3}{dq_3}\right]-(\lambda+3\mu)\left[\dfrac{dx}{dq_3}\,\Omega_1+\dfrac{dy}{dq_3}\,\Omega_2\right. \\ \qquad\qquad \left.+\dfrac{dz}{dq_3}\,\Omega_3\right]=0, \\ \dfrac{dx}{dq_2}\dfrac{d\Omega_1}{dq_3}-\dfrac{dx}{dq_3}\dfrac{d\Omega_1}{dq_2}+\dfrac{dy}{dq_2}\dfrac{d\Omega_2}{dq_3}-\dfrac{dy}{dq_3}\dfrac{d\Omega_2}{dq_2}+\dfrac{dz}{dq_2}\dfrac{d\Omega_3}{dq_3} \\ \qquad\qquad -\dfrac{dz}{dq_3}\dfrac{d\Omega_3}{dq_2}=0; \end{cases}$$

et on en déduit par un calcul facile :

$$(52)\quad \begin{cases} (\lambda+\mu)\left[\dfrac{d\Omega_3}{dy}-\dfrac{d\Omega_2}{dz}\right]=\left[x\dfrac{dx}{dq_1}+y\dfrac{dy}{dq_1}+z\dfrac{dz}{dq_1}\right] \\ \qquad\qquad \left[\dfrac{dy}{dq_1}\,\Pi_3-\dfrac{dz}{dq_1}\,\Pi_2\right], \\ (\lambda+\mu)\left[\dfrac{d\Omega_1}{dz}-\dfrac{d\Omega_3}{dx}\right]=\left[x\dfrac{dx}{dq_1}+y\dfrac{dy}{dq_1}+z\dfrac{dz}{dq_1}\right] \\ \qquad\qquad \left[\dfrac{dz}{dq_1}\,\Pi_1-\dfrac{dx}{dq_1}\,\Pi_3\right], \\ (\lambda+\mu)\left[\dfrac{d\Omega_2}{dx}-\dfrac{d\Omega_1}{dy}\right]=\left[x\dfrac{dx}{dq_1}+y\dfrac{dy}{dq_1}+z\dfrac{dz}{dq_1}\right] \\ \qquad\qquad \left[\dfrac{dx}{dq_1}\,\Pi_2+\dfrac{dy}{dq_1}\,\Pi_1\right]; \end{cases}$$

en posant pour simplifier :

$$(53)\quad \begin{cases} (\lambda+\mu)\left[x\dfrac{d\Omega_1}{dx}+y\dfrac{d\Omega_1}{dy}+z\dfrac{d\Omega_1}{dz}\right]-(\lambda+3\mu)\,\Omega_1=\Pi_1, \\ (\lambda+\mu)\left[x\dfrac{d\Omega_2}{dx}+y\dfrac{d\Omega_2}{dy}+z\dfrac{d\Omega_2}{dz}\right]-(\lambda+3\mu)\,\Omega_2=\Pi_2, \\ (\lambda+\mu)\left[x\dfrac{d\Omega_3}{dx}+y\dfrac{d\Omega_3}{dy}+z\dfrac{d\Omega_3}{dz}\right]-(\lambda+3\mu)\,\Omega_3=\Pi_3. \end{cases}$$

Pour obtenir ce résultat, on élimine des deux premières équations (51) successivement Ω_1, Ω_2 et Ω_3; puis, au moyen de la troisième équation (51), les quotients différentiels de la fonction éliminée, et il n'y a plus qu'à revenir aux coordonnées cartésiennes pour obtenir les égalités (52).

De plus, on a par la formule (49), en prenant les quotients différentiels de p et y introduisant avec les composantes de la rotation élémentaire les nouvelles quantités Π_1, Π_2, Π_3 :

$$(54)\quad \begin{cases} \dfrac{dp}{dx} = \dfrac{2(\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}\,\Omega_1 - \dfrac{\Pi_1}{\lambda+\mu} + 2[y\rho_3 - z\rho_2], \\ \dfrac{dp}{dy} = \dfrac{2(\lambda+2\mu)}{\gamma+\mu}\,\Omega_2 - \dfrac{\Pi_2}{\lambda+\mu} + 2[z\rho_1 - x\rho_3], \\ \dfrac{dp}{dz} = \dfrac{2(\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}\,\Omega_3 - \dfrac{\Pi_3}{\lambda+\mu} + 2[x\rho_2 - y\rho_1]. \end{cases}$$

Faisant usage de ces expressions pour former les égalités (4), il vient :

$$(55)\quad \begin{cases} u = \dfrac{\Pi_1}{2(\lambda+2\mu)} - \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\,[y\rho_3 - z\rho_2], \\ v = \dfrac{\Pi_2}{2(\lambda+2\mu)} - \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\,[z\rho_1 - x\rho_3], \\ w = \dfrac{\Pi_3}{2(\lambda+2\mu)} - \dfrac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\,[x\rho_2 - y\rho_1], \end{cases}$$

et on achèvera la solution du problème en déterminant au moyen des formules (50) et (55) les inconnues Π_1, Π_2, Π_3 en fonctions des données de la question :

$$(56)\qquad u = a_1 D\,; \qquad v = b_1 D\,; \qquad w = c_2 D.$$

On peut déduire des égalités (50), un résultat que l'on pourrait utiliser pour l'étude expérimentale de la déformation. On a, par des formules connues :

$$(57)\quad \begin{cases} 2\delta a_1 = c_1\left[\dfrac{du}{dz} - \dfrac{dw}{dx}\right] - b_1\left[\dfrac{dv}{dx} - \dfrac{du}{dy}\right]; \\ 2\delta b_1 = a_1\left[\dfrac{dv}{dx} - \dfrac{du}{dy}\right] - c_1\left[\dfrac{dw}{dy} - \dfrac{dv}{dz}\right]; \\ 2\delta c_1 = b_1\left[\dfrac{dw}{dy} - \dfrac{dv}{dz}\right] - a_1\left[\dfrac{du}{dz} - \dfrac{dw}{dx}\right], \end{cases}$$

et, en faisant usage des relations (50), il vient :

$$(58)\quad \left\{\begin{aligned}
2\delta a_1 &= h_1h_2h_3\left\{c_1\left[\frac{dy}{dq_2}\frac{d}{dq_3}\left(\frac{D}{h_1}\right)-\frac{dy}{dq_3}\frac{d}{dq_2}\left(\frac{D}{h_1}\right)\right]\right.\\
&\qquad\left.-b_1\left[\frac{dz}{dq_2}\frac{d}{dq_3}\left(\frac{D}{h_1}\right)-\frac{dz}{dq_3}\frac{d}{dq_2}\left(\frac{D}{h_1}\right)\right]\right\}\\
2\delta b_1 &= h_1h_2h_3\left\{a_1\left[\frac{dz}{dq_2}\frac{d}{dq_3}\left(\frac{D}{h_1}\right)-\frac{dz}{dq_3}\frac{d}{dq_2}\left(\frac{D}{h_1}\right)\right]\right.\\
&\qquad\left.-c_1\left[\frac{dx}{dq_2}\frac{d}{dq_3}\left(\frac{D}{h_1}\right)-\frac{dx}{dq_3}\frac{d}{dq_2}\left(\frac{D}{h_1}\right)\right]\right\}\\
2\delta c_1 &= h_1h_2h_3\left\{b_1\left[\frac{dx}{dq_2}\frac{d}{dq_3}\left(\frac{D}{h_1}\right)-\frac{dx}{dq_3}\frac{d}{dq_2}\left(\frac{D}{h_1}\right)\right]\right.\\
&\qquad\left.-a_1\left[\frac{dy}{dq_2}\frac{d}{dq_3}\left(\frac{D}{h_1}\right)-\frac{dy}{dq_3}\frac{d}{dq_2}\left(\frac{D}{h_1}\right)\right]\right\}
\end{aligned}\right.$$

Ces égalités se réduisent à deux, car on a identiquement :

$$a_1\delta a_1 + b_1\delta b_1 + c_1\delta c_1 = 0\,;$$

mais elles suffisent pour déterminer les quotients différentiels de $\frac{D}{h_1}$ en fonction des variations qu'éprouvent les cosinus directeurs du déplacement principal, ce qui, dans le cas actuel, permettrait de substituer à la détermination expérimentale de D à la surface du corps celle de l'inflexion correspondante qui a dû se produire dans la direction de la normale. Les belles expériences de MM. Fizeau et Cornu montrent assez l'intérêt qui s'attache à cette observation.

9. — Lorsqu'il s'agit de satisfaire en même temps aux équations (1) et aux égalités de conditions à la surface (2), en employant l'expression (49) de p, on peut ne s'occuper que des équations :

$$(59)\quad \left\{\begin{aligned}
\mathrm{F} &= \lambda\theta + 2\mu h_1^2\left[\frac{dx}{dq_1}\frac{d\Omega_1}{dq_1}+\frac{dy}{dq_1}\frac{d\Omega_2}{dq_1}+\frac{dz}{dq_1}\frac{d\Omega_3}{dq_1}\right]\\
&\qquad -\frac{(\lambda+\mu)\mu}{\lambda+2\mu}\,h_1^2\,\frac{d^2p}{dq_1^2}\\
0 &= \mu h_1h_2\left[\frac{dx}{dq_2}\frac{d\Omega_1}{dq_1}+\frac{dx}{dq_1}\frac{d\Omega_1}{dq_2}+\frac{dy}{dq_2}\frac{d\Omega_2}{dq_1}+\frac{dy}{dq_1}\frac{d\Omega_2}{dq_2}\right.\\
&\quad\left.+\frac{dz}{dq_2}\frac{d\Omega_3}{dq_1}+\frac{dz}{dq_1}\frac{d\Omega_3}{dq_2}\right]-\frac{(\lambda+\mu)\mu}{\lambda+2\mu}\,h_1h_2\,\frac{d^2p}{dq_1dq_2},\\
0 &= \mu\, h_3h_1\left[\frac{dx}{dq_3}\frac{d\Omega_1}{dq_1}+\frac{dx}{dq_1}\frac{d\Omega_1}{dq_3}+\frac{dy}{dq_3}\frac{d\Omega_2}{dq_1}+\frac{dy}{dq_1}\frac{d\Omega_2}{dq_3}\right.\\
&\quad\left.+\frac{dz}{dq_3}\frac{d\Omega_3}{dq_1}+\frac{dz}{dq_1}\frac{d\Omega_3}{dq_3}\right]-\frac{(\lambda+\mu)\mu}{\lambda+2\mu}\,h_3h_1\,\frac{d^2p}{dq_3dq_1},
\end{aligned}\right.$$

car il suffit d'une solution particulière des équations données pour amener la question à ce point et pour cela il n'y a pas d'intérêt à employer des formules générales de solution. On a alors, au lieu des relations (15), les suivantes :

$$
(60)\quad \left\{\begin{aligned}
&\frac{dx}{dq_2}\frac{d\Omega_1}{dq_3}-\frac{dx}{dq_3}\frac{d\Omega_1}{dq_2}+\frac{dy}{dq_2}\frac{d\Omega_2}{dq_3}-\frac{dy}{dq_3}\frac{d\Omega_2}{dq_2}+\frac{dz}{dq_2}\frac{d\Omega_3}{dq_3}\\
&\qquad\qquad-\frac{dz}{dq_3}\frac{d\Omega_3}{dq_2}=0,\\
&\frac{d^2x}{dq_1dq_2}\frac{d\Omega_1}{dq_3}-\frac{d^2x}{dq_3dq_1}\frac{d\Omega_1}{dq_2}+\frac{d^2y}{dq_1dq_2}\frac{d\Omega_2}{dq_3}-\frac{d^2y}{dq_3dq_1}\frac{d\Omega_2}{dq_2}\\
&\qquad+\frac{d^2z}{dq_1dq_2}\frac{d\Omega_3}{dq_3}-\frac{d^2z}{dq_3dq_1}\frac{d\Omega_3}{dq_2}=0,\\
&\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2\Omega_1}{dq_3dq_1}-\frac{dx}{dq_3}\frac{d^2\Omega_1}{dq_1dq_2}+\frac{dy}{dq_2}\frac{d^2\Omega_2}{dq_3dq_1}-\frac{dy}{dq_3}\frac{d^2\Omega_2}{dq_1dq_2}\\
&\qquad+\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2\Omega_3}{dq_3dq_1}-\frac{dz}{dq_3}\frac{d^2\Omega_3}{dq_1dq_2}=0.
\end{aligned}\right.
$$

Comme on a

$$\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_3dq_1}-\frac{dz}{dq_3}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}=0,$$

on peut éliminer des deux premières aussi bien les quotients différentiels de Ω_3 que ceux des autres fonctions potentielles et on obtient ainsi les trois équations :

$$
(61)\quad \left\{\begin{aligned}
0=&\left[\frac{dy}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}-\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_1dq_2}\right]\frac{d\Omega_2}{dq_3}-\left[\frac{dy}{dq_3}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}-\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_3dq_1}\right]\frac{d\Omega_2}{dq_2}\\
&+\left[\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}-\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}\right]\frac{d\Omega_3}{dq_3}-\left[\frac{dz}{dq_3}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}-\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_3dq_1}\right]\frac{d\Omega_3}{dq_2}\\
0=&\left[\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_1dq_2}-\frac{dy}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}\right]\frac{d\Omega_1}{dq_3}-\left[\frac{dx}{dq_3}\frac{d^2y}{dq_1dq_2}-\frac{d^2y}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_3dq_1}\right]\frac{d\Omega_1}{dq_2}\\
&+\left[\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_1dq_2}-\frac{dy}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}\right]\frac{d\Omega_3}{dq_3}-\left[\frac{d^2y}{dq_1dq_2}\frac{dz}{dq_3}-\frac{dy}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_3dq_1}\right]\frac{d\Omega_3}{dq_2}\\
0=&\left[\frac{dx}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}-\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_1dq_2}\right]\frac{d\Omega_1}{dq_3}-\left[\frac{dx}{dq_3}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}-\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2x}{dq_3dq_1}\right]\frac{d\Omega_1}{dq_1}\\
&+\left[\frac{dy}{dq_2}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}-\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_1dq_2}\right]\frac{d\Omega_2}{dq_3}-\left[\frac{dy}{dq_3}\frac{d^2z}{dq_1dq_2}-\frac{dz}{dq_2}\frac{d^2y}{dq_1dq_3}\right]\frac{d\Omega_2}{dq_2}
\end{aligned}\right.
$$

D'après les valeurs des coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées elliptiques, on peut former les coefficients qui entrent dans ces

équations et elles deviennent, après la suppression des facteurs communs :

$$(62)\quad \left\{\begin{aligned}
&-\frac{b}{\sqrt{q_1^2-b^2}}\left[q_2\sqrt{\frac{b^2-q_3^2}{q_2^2-b^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_3}+q_3\sqrt{\frac{q_2^2-b^2}{b^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_2}\right.\\
&\left.+\frac{c}{\sqrt{q_1^2-c^2}}\left[q_2\sqrt{\frac{c^2-q_3^2}{c^2-q_2^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_3}-q_3\sqrt{\frac{c^2-q_2^2}{c^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_2}\right]=0,\right.\\
&\qquad b\left[q_3\frac{d\Omega_1}{dq_3}-q_2\frac{d\Omega_1}{dq_2}\right]\\
&+q_1\sqrt{\frac{c^2-b^2}{q_1^2-b^2}}\left[q_2\sqrt{\frac{c^2-q_3^2}{c^2-q_2^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_3}-q_3\sqrt{\frac{c^2-q_2^2}{c^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_2}\right]=0,\\
&\qquad -c\left[q_3\frac{d\Omega_1}{dq_3}-q_2\frac{d\Omega_1}{dq_2}\right]\\
&-q_1\sqrt{\frac{c^2-b^2}{q_1^2-c^2}}\left[q_2\sqrt{\frac{b^2-q_3^2}{q_2^2-b^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_3}+q_3\sqrt{\frac{q_2^2-b^2}{b^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_2}\right]=0.
\end{aligned}\right.$$

Mais on a :

$$(63)\quad \left\{\begin{aligned}
&\frac{dx}{dq_2}\frac{d\Omega_1}{dq_3}-\frac{dx}{dq_3}\frac{d\Omega_1}{dq_2}=\frac{q_1}{bc}\left[q_3\frac{d\Omega_1}{dq_3}-q_2\frac{d\Omega_1}{dq_2}\right],\\
&\qquad\qquad \frac{dy}{dq_2}\frac{d\Omega_2}{dq_3}-\frac{dy}{dq_3}\frac{d\Omega_2}{dq_2}\\
&=\frac{1}{b}\sqrt{\frac{q_1^2-b^2}{c^2-b^2}}\left[q_2\sqrt{\frac{b^2-q_3^2}{q_2^2-b^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_3}+q_3\sqrt{\frac{q_2^2-b^2}{b^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_2}\right],\\
&\qquad\qquad \frac{dz}{dq_2}\frac{d\Omega_3}{dq_3}-\frac{dz}{dq_3}\frac{d\Omega_3}{dq_2}\\
&=-\frac{1}{c}\sqrt{\frac{q_1^2-c^2}{c^2-b^2}}\left[q_2\sqrt{\frac{c^2-q_3^2}{c^2-q_2^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_3}-q_3\sqrt{\frac{c^2-q_2}{c^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_2}\right],
\end{aligned}\right.$$

et en observant que, d'après la première des relations (60), la somme des premiers membres de ces trois égalités doit être nulle, on reconnaîtra qu'on doit avoir séparément dans les équations (62) :

$$(64)\quad \left\{\begin{aligned}
&q_3\frac{d\Omega_1}{dq_3}-q_2\frac{d\Omega_1}{dq_2}=0;\quad q_2\sqrt{\frac{b^2-q_3^2}{q_2^2-b^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_3}+q_3\sqrt{\frac{q_2^2-b_2}{b^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_2}{dq_2}=0;\\
&\qquad q_2\sqrt{\frac{c^2-q_3^2}{c^2-q_2^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_3}-q_3\sqrt{\frac{c^2-q_2^2}{c^2-q_3^2}}\frac{d\Omega_3}{dq_2}=0.
\end{aligned}\right.$$

Les deux premières de ces équations aux dérivées partielles ont déjà été intégrées et la dernière le serait aussi par le procédé employé et donnerait des résultats analogues.

10. — Il faut encore observer que tout ce qui a été dit au n° 6 pour la détermination de p s'applique ici sans modifications, si ce n'est qu'au lieu de deux fonctions potentielles, il y aura dans les équations (43) et (48) les trois fonctions potentielles Ω_1, Ω_2 et Ω_3. La fonction K complètement indéterminée jusqu'à cette dernière opération n'y figure plus et elle est remplacée par la fonction Ω_3 dont le rôle est analogue aux deux autres et ne s'en distingue par aucun caractère spécial. D'ailleurs, la formule (48) ne diffère pas de la première des équations (59) et elle a déjà dû servir à la détermination des trois fonctions potentielles. Le calcul effectué au numéro cité, lorsqu'on l'applique ici, tend donc simplement à établir qu'il doit y avoir une certaine dépendance entre les trois fonctions Ω_1, Ω_2, Ω_3 et que leur emploi simultané pour la solution des problèmes de l'élasticité procure en quelque sorte aux formules une généralité plus que suffisante. C'est ce qui explique cette espèce de paradoxe, qu'on peut employer en prenant trois à trois quatre fonctions potentielles, quatre systèmes de formules d'intégration qui ne diffèrent que par la forme.

Je dois encore faire une observation d'une certaine importance. Au n° 4, dans les équations aux dérivées partielles (24) et (25) que doivent vérifier respectivement les fonctions potentielles Ω_1 et Ω_2, il s'est trouvé dans un coefficient de chacune d'elles l'expression $q_2^2 + q_3^2$ qu'il est impossible de réduire à l'une et à l'autre des formes $q_2 q_3$ et $\sqrt{(q_2^2 - b^2)(b^2 - q_3^2)}$ et par suite il a fallu poser :

$$\frac{d^2\Omega_1}{d\chi_1^2} = 0\,; \qquad \frac{d^2\Omega_2}{d\chi_2^2} = 0.$$

La simplification qui en est résultée n'aurait plus lieu, si les trois coordonnées curvilignes q_1, q_2, q_3 étaient liées par une relation de la forme :

$$\text{(65)} \qquad F(q_2^2 + q_3^2, q_1) = 0.$$

On voit qu'il s'agit ici, en quelque sorte, de cas singuliers, qu'il pourrait être utile d'étudier pour voir ce qu'il résulterait pour l'état intérieur d'un solide en équilibre d'élasticité, de la discontinuité suivant certaines lignes de sa surface, des forces extérieures auxquelles il est soumis. Je n'ai pas cru devoir entrer ici dans cet ordre d'idées et je me contente de le signaler.

M. E. CATALAN

Professeur émérite à l'Université de Liége.

UNE APPLICATION DE LA GÉOMÉTRIE A L'ARITHMÉTIQUE

[I13bα]
[I17c]
[K6a]

— *Séance du 4 août 1893* —

1. — LEMME. — *Si neuf quantités* a, b, c, a′, b′, c′, a″, b″, c″ *satisfont aux six équations :*

$$\left.\begin{aligned} a^2+a'^2+a''^2&=1,\\ b^2+b'^2+b''^2&=1,\\ c^2+c'^2+c''^2&=1,\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} ab+a'b'+a''b''&=0,\\ bc+b'c'+b''c''&=0,\\ ca+c'a'+c''a''&=0;\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

elles satisfont également :

1° Aux six équations :

$$\left.\begin{aligned} a^2+b^2+c^2&=1,\\ a'^2+b'^2+c'^2&=1,\\ a''^2+b''^2+c''^2&=1,\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} aa'+bb'+cc'&=0,\\ a'a''+b'b''+c'c''&=0,\\ a''a+b''b+c''c&=0;\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

2° Aux neuf équations :

$$\left.\begin{aligned} b'c''-c'b''&=\pm a, \quad b''c-c''b=\pm a', \quad bc'-cb'=\pm a'',\\ c'a''-a'c''&=\pm b, \quad c''a-a''c=\pm b', \quad ca'-ac'=\pm b'',\\ a'b''-b'a''&=\pm c, \quad a''b-b''a=\pm c', \quad ab'-ba'=\pm c'';\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

3° A l'équation :

$$a(b'c''-c'b'')+a'(b''c-c''b)+a''(bc'-cb')=\pm 1\ (*). \qquad (6)$$

(*) *Théorie analytique des lignes à double courbure*, p. 2.

La première partie de la proposition appartient à Poisson, qui l'a énoncée d'une manière différente (*Correspondance sur l'École polytechnique*, t. I, p. 240). Pour la seconde partie, due à Lacroix, on peut consulter la *Géométrie analytique* de Lefébure de Fourcy. Le *lemme* (ou plutôt le *théorème*) est généralisé dans mon *Mémoire sur la transformation des variables* (Bruxelles, 1840).

2. — Angle trièdre. — Si les quantités considérées sont réelles, elles représentent les cosinus directifs de trois droites OA, OB, OC, perpendiculaires deux à deux, et rapportées à trois axes rectangulaires OX, OY, OZ. On a ainsi :

a, a', a'', cosinus directifs de OA,
b, b', b'', » » OB,
c, c', c'', » » OC.

3. — Remarque. — Le premier membre de l'équation (6) est :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a, & a', & a'', \\ b, & b', & b'', \\ c, & c', & c'' \end{vmatrix}$$

Comme dans notre *Théorie analytique*, nous supposerons :

$$\Delta = +1 \text{ (*)} \qquad (7)$$

4. — Second trièdre. — D'après les équations (3), ces mêmes quantités a, a', a'', b, etc. déterminent un second trièdre $OA_1B_1C_1$ *trirectangle*, pour lequel :

a, b, c sont les cosinus directifs de OA_1,
a', b', c' » » OB_1,
a'', b'', c'' » » OC_1.

Par conséquent :

$$\begin{array}{lll} AOX = A_1OX, & AOY = B_1OX, & AOZ = C_1OX; \\ BOX = A_1OY, & BOY = B_1OY, & BOZ = C_1OY; \\ COX = A_1OZ, & COY = B_1OZ, & COZ = C_1OZ. \end{array}$$

5. — Cônes circonscrits. — Considérons :

Le cône engendré par OA tournant autour de OX,
» » OB » » OY,
» » OC » » OZ.

Le premier contient l'arête OA_1 ; le deuxième contient l'arête OB_1 ; le troisième contient l'arête OC_1. Ainsi, *les trièdres* OABC, $OA_1B_1C_1$ *ont leurs arêtes situées sur trois cônes de révolution* (**).

(*) Si les directions OA, OB sont choisies de manière que les cosinus a, a', a'', b, b', b'' satisfassent aux conditions

$$a^2 + a'^2 + a''^2 = 1, \quad b^2 + b'^2 + b''^2 = 1, \quad ab + a'b' + a''b'' = 0,$$

la direction OC est donnée, *sans ambiguïté*, par les formules :

$$c = a'b'' - b'a'', \quad c' = a''b - b''a, \quad c'' = ab' - ba'.$$

(**) Cette propriété, à peu près évidente, a-t-elle été déjà signalée ?

6. — SUITE. — L'équation du premier cône a la forme

$$x^2 + y^2 + z^2 = m^2x^2 \text{ (*)}.$$

Prenons OA = 1 : l'abscisse du point A est a ; donc

$$1 = m^2a^2;$$

d'où, par l'élimination de m :

$$\frac{x^2}{a^2} = x^2 + y^2 + z^2. \qquad (8)$$

L'équation du deuxième cône serait :

$$\frac{y^2}{b'^2} = x^2 + y^2 + z^2; \qquad (9)$$

et celle du troisième :

$$\frac{z^2}{c''^2} = x^2 + y^2 + z^2. \qquad (10)$$

L'équation (8) est vérifiée par $x = a$, $y = b$, $z = c$;
» (9) » $x = a'$, $y = b'$, $z = c'$;
» (10) » $x = a''$, $y = b''$, $z = c''$;

ce qui devait être.

7. — RELATIONS ENTRE LES DEUX TRIÈDRES. — Nous avons trouvé (4) :

$$\begin{array}{lll} \text{AOX} = \text{A}_1\text{OX}, & \text{AOY} = \text{B}_1\text{OX}, & \text{AOZ} = \text{C}_1\text{OX}; \\ \text{BOX} = \text{A}_1\text{OY}, & \text{BOY} = \text{B}_1\text{OY}, & \text{BOZ} = \text{C}_1\text{OY}; \\ \text{COX} = \text{A}_1\text{OZ}, & \text{COY} = \text{B}_1\text{OZ}, & \text{COZ} = \text{C}_1\text{OZ}; \end{array}$$

ou, ce qui revient au même :

$$\begin{array}{lll} arc\ \text{AX} = arc\ \text{A}_1\text{X}, & arc\ \text{AY} = arc\ \text{B}_1\text{X}, & arc\ \text{AZ} = arc\ \text{C}_1\text{X}; \\ arc\ \text{BX} = arc\ \text{A}_1\text{Y}, & arc\ \text{BY} = arc\ \text{B}_1\text{Y}, & arc\ \text{BZ} = arc\ \text{C}_1\text{Y}; \quad (11) \\ arc\ \text{CX} = arc\ \text{A}_1\text{Z}, & arc\ \text{CY} = arc\ \text{B}_1\text{Z}, & arc\ \text{CZ} = arc\ \text{C}_1\text{Z}. \quad (**) \end{array}$$

8. — TRIANGLES TRIRECTANGLES. — Soient *(fig. 1)* les triangles ABC, XYZ.

Du point X, comme pôle, je décris l'arc AA_1 (***), de manière que

$$\text{XA}_1 = \text{AX}, \quad \text{YA}_1 = \text{BX}, \quad \text{ZA}_1 = \text{CX} \text{ (****)}; \quad (11)$$

ce qui est possible, d'après le lemme. Ainsi, il existe, sur la sphère donnée, un point A, satisfaisant aux conditions (11) (*****).

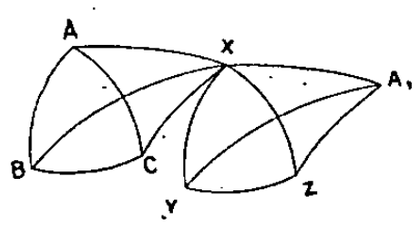


FIG. 1.

(*) Parce que tout plan, perpendiculaire à OX, le coupe suivant une circonférence.
(**) Arcs de *grands cercles*.
(***) Arc de *petit cercle*.
(****) Arcs de *grands cercles*.
(*****) En vertu de ces conditions, les triangles sphériques

$$\text{ABX},\ \text{BCX},\ \text{CAX},\ \text{XYA}_1,\ \text{YZA}_1,\ \text{ZXA}_1$$

sont égaux (ou *symétriques*) deux à deux. Pour plus de simplicité, nous les supposons égaux.

9. — Suite. — Opérant sur Y et Z comme on a opéré sur X, on arrive à cette conclusion :

Étant donné, sur une sphère, deux triangles trirectangles ABC, XYZ, *on peut en déduire un troisième, égal aux deux premiers, et tel que* X, Y, Z *soient, respectivement, les pôles de* A, A_1, *de* B, B_1, *de* C, C_1.

10. — Remarque. — On peut se demander si la *réciproque* suivante est vraie :

Deux triangles trirectangles, ABC, $A_1B_1C_1$, *étant donnés sur une sphère, il en existe un troisième,* XYZ, *tel que les égalités* (11) *soient vérifiées* (IV) (*).

11. — Projection d'un tétraèdre. — Soit ABC *(fig. 2)* la base d'un tétraèdre dont le sommet S est projeté en O, et dont les trois autres faces sont *rectangulaires*.

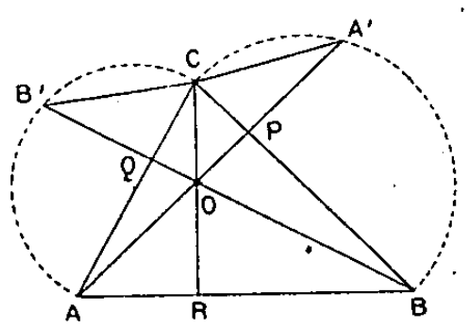


Fig. 2.

Les projections des arêtes AS, BS, CS, sur le plan ABC, sont, respectivement, perpendiculaires à BC, CA, AB. Donc *le point* O *est l'orthocentre de* ABC.

La réciproque est vraie. C'est-à-dire que, O étant l'orthocentre, si l'on décrit les demi-circonférences CA'B, CB'A, *les cordes* CA', CB' *sont égales*. En effet, de :

$$\frac{CP}{CR} = \frac{CO}{BC}, \quad \frac{CQ}{CR} = \frac{CO}{AC},$$

on déduit :

$$CP \times BC = CO \times CR = CQ \times AC,$$

ou

$$\overline{CA'}^2 = \overline{CB'}^2 \ (**)$$

12. — Problème. — *Satisfaire aux équations* (1), (2), (3), (4), *par des valeurs rationnelles des inconnues.*

Les valeurs générales sont, comme on sait :

$$\left.\begin{aligned}
a &= \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\theta,\\
a' &= \sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi\cos\theta,\\
a'' &= \sin\psi\sin\theta,\\
b &= -\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi\cos\theta,\\
b' &= -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\cos\theta,\\
b'' &= \cos\psi\sin\theta,\\
c &= \sin\varphi\sin\theta,\\
c' &= -\cos\varphi\sin\theta,\\
c'' &= \cos\theta\,;
\end{aligned}\right\} \qquad (12)\ (***)$$

(*) La réponse me semble affirmative; mais, pressé par le temps, je néglige cette question incidente.

(**) *Traité élémentaire de Géométrie descriptive,* p. 81.

(***) Formules d'Euler.

dans lesquelles les angles φ, ψ, θ sont *arbitraires*. Les quantités précédentes seront rationnelles si l'on prend :

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi = s, \quad \operatorname{tg}\frac{1}{2}\psi = t, \quad \operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta = u. \tag{13}$$

Effectivement, de :

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{1-s^2}{1+s^2}, \quad \cos\psi = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \cos\theta = \frac{1-u^2}{1+u^2}, \\ \sin\varphi &= \frac{2s}{1+s^2}, \quad \sin\psi = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin\theta = \frac{2u}{1+u^2}, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

on conclut :

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{(1-s^2)(1-t^2)}{(1+s^2)(1+t^2)} - \frac{4st(1-u^2)}{(1+s^2)(1+t^2)(1+u^2)}, \\ a' &= \frac{2s(1-t^2)}{1+s^2)(1+t_2)} + \frac{2t(1-s^2)(1-u^2)}{(1+s^2)(1+t^2)(1+u^2)}, \\ a'' &= \frac{4tu}{(1+t^2)(1+u^2)}, \\ b &= -\frac{2t(1-s^2)}{(1+s^2)(1+t^2)} - \frac{2s(1-t^2)(1-u^2)}{(1+s^2)(1+t^2)(1+u^2)}, \\ b' &= \frac{-4st}{(1+s^2)(1+t^2)} + \frac{(1-s^2)(1-t^2)(1-u^2)}{(1+s^2)(1+t^2)(1+u^2)}, \\ b'' &= \frac{2t(1-t^2)}{(1+t^2)(1+u^2)}, \\ c &= \frac{4su}{(1+s^2)(1-u^2)}, \\ c' &= -\frac{2u(1-s^2)}{(1+s^2)(1-u^2)}, \\ c'' &= \frac{1-u^2}{1+u^2}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

13. — IDENTITÉS. — Si l'on pose :

$$\mathrm{D} = (1+s^2)(1+t^2)(1+u^2), \tag{16}$$

on déduit, des formules (15), diverses identités; par exemple celle-ci :

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{D}^2 = {} & \left[(1-s^2)(1-t^2)(1+u^2) - 4st(1-u^2)\right]^2, \\ & + 4\left[(s+t)(1-st) + u^2(s-t)(1+st)\right]^2, \\ & + 16t^2u^2(1+s^2)^2. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

14. — Suite. — Soient, pour abréger :

$$\left.\begin{aligned} &P = (1 - s^2)(1 - t^2)(1 + u^2) - 4st(1 - u^2), \\ &Q = 2\left[(s + t)(1 - st) + u^2(s - t)(1 + st)\right], \\ &R = 4tu(1 + s^2), \\ &p = 1 + st, \quad q = 1 + tu, \quad r = 1 + us, \\ &p' = s - t, \quad q' = t - u, \quad r' = u - s. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Il est clair que :

$$D^2 = (1 + s^2)(1 + t^2) \times (1 + t^2)(1 + u^2) \times (1 + u^2)(1 + s^2);$$

ou, par la règle de Fibonacci :

$$D^2 = (p^2 + p'^2)(q^2 + q'^2)(r^2 + r'^2) = P^2 + Q^2 + R^2. \qquad (19)$$

D'après la même règle, le produit

$$(p^2 + p'^2)(q^2 + q'^2)(r^2 + r'^2)$$

peut être remplacé par une somme de deux carrés. Donc, au moyen des identités (19), *on peut trouver une infinité de solutions entières de la double équation*

$$N^2 = v^2 + w^2 = x^2 + y^2 + z^2. \qquad (A)$$

15. — Application. — Soient, par exemple :

$$s = 2, \qquad t = 3, \qquad u = 4.$$

Alors :

$$p = 7, \quad q = 13, \quad r = 9, \quad p' = -1, \quad q' = -1, \quad r' = 2;$$

puis :

$$\begin{aligned} P &= (1 - 6)^2 - 5^2 + 16\left[(1 + 7^2)^2 - 1^2\right] \\ &= 16 \times 48 = 768\ (*), \end{aligned}$$

$$Q = 2\left[5(-5) + 16(-1 \times 7)\right] = -274.$$

$$R = 4 \times 4 \times 3 \times 5 = 240.$$

(*) La valeur générale ci-dessus peut être changée en :

$$P = (1 - st)^2 - (s + t)^2 + u^2\left[p^2 - p'^2\right].$$

On doit donc trouver :

$$(7^2 + 1^2)(13^2 + 1^2)(9^2 + 2^2) = 768^2 + 274^2 + 240^2,$$

ou :

$$50 \times 170 \times 85 = 768^2 + 274^2 + 240^2,$$

ou :

$$722\,500 = 589\,824 + 75\,076 + 57\,600;$$

ce qui est exact.

16. — Remarque. — Le produit :

$$(p^2 + p'^2)(q^2 + q'^2)(r^2 + r'^2)$$

est la somme de *huit* carrés. Conséquemment, le nombre N^2, somme de *deux* carrés et somme de *trois* carrés, est encore la somme de *huit* carrés.

Par exemple :

$$722\,500 = 850^2 = 819^2 + 117^2 + 63^2 + 9^2 + 182^2 + 26^2 + 14^2 + 2^2$$
$$= 670\,761 + 13\,689 + 3\,969 + 81 + 33\,124 + 676 + 4.$$

17. — Autres théorèmes. — Pour terminer ce petit travail, je rappellerai les propositions suivantes :

1° *Soient* α *et* $-\beta$ *les racines de l'équation :*

$$x^2 - 2ax - b^2 = 0,$$

dans laquelle a *et* b *sont des nombres entiers. La quantité*

$$\frac{\alpha^{2n-1} + \beta^{2n-1}}{\alpha + \beta} \qquad (n > 1)$$

est la somme de deux carrés et la somme de trois carrés (*).

2° x, y *étant deux nombres entiers, premiers entre eux, la quantité*

$$x^{4n} - x^{4n-2} y^2 + x^{4n-4} y^4 - \ldots + y^{4n}$$

est la somme de deux carrés et la somme de trois carrés.

(*) *Mémoire sur certaines décompositions en carrés* (1884).

M. Joseph NEUBERG

Professeur à l'Université de Liége.

NOTES DE GÉOMÉTRIE [K8f]

— *Séances du 4 et du 5 août 1893* —

I

M. Éd. Collignon a présenté, au Congrès de Marseille, une étude fort intéressante sur certaines séries de triangles et de quadrilatères. Une partie des propriétés qu'il a trouvées ont déjà été signalées, il y a une quinzaine d'années, par M. H. Van Aubel (*) et par moi (**); qu'il me

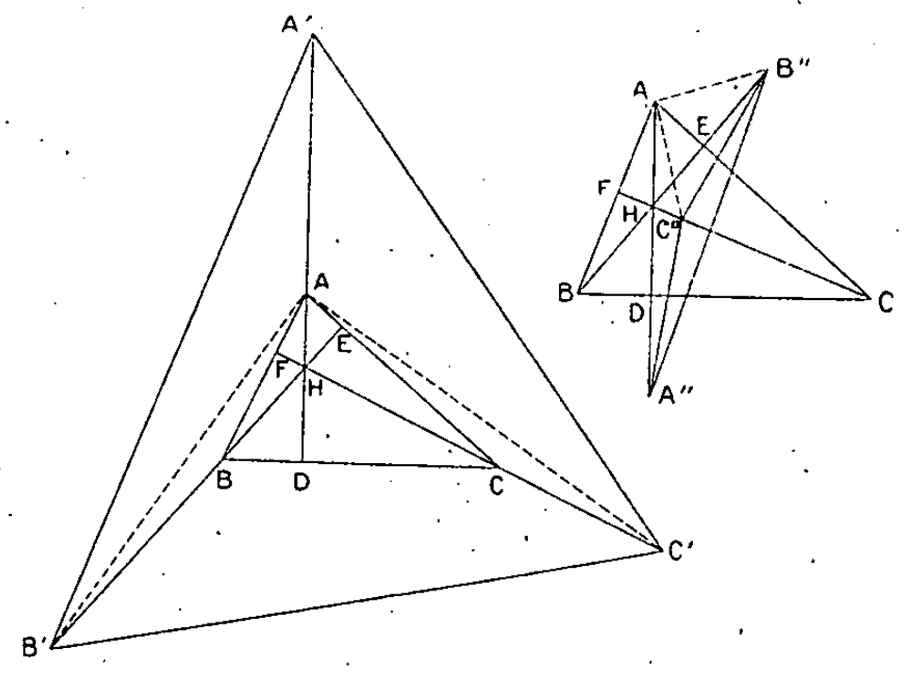


FIG. 1 et 2.

soit permis de reprendre ici le même sujet, tant pour insister sur la simplicité de mes procédés de démonstration que pour indiquer de nouvelles propriétés de la figure.

1. — J'appelle *pseudocarré* tout quadrilatère dont les diagonales sont égales et perpendiculaires entre elles.

(*) *Nouvelle Correspondance mathématique*, 1878, p. 40.
(**) *Nouvelle Correspondance mathématique*, 1878, p. 143.

On déduit, d'un triangle donné ABC *(fig. 1)*, trois pseudocarrés *externes* ABA′C, BCB′A, CAC′B en portant sur les hauteurs, vers l'extérieur, des longueurs AA′, BB′, CC′ égales aux côtés opposés BC, CA, AB. Si l'on porte sur les hauteurs, vers l'intérieur, les longueurs $AA'' = BC$, $BB'' = CA$, $CC'' = AB$ *(fig. 2)*, on obtient trois pseudocarrés *internes* ABA″C, BCB″A, CAC″B (*).

Connaissant le triangle A′B′C′, comment retrouve-t-on le triangle ABC? La solution de ce problème résulte immédiatement du théorème suivant: *Les points* A, B, C *sont les centres des carrés construits intérieurement sur les côtés du triangle* A′B′C′. Pour démontrer cette propriété, il suffit d'observer que les lignes brisées ABB′, C′CA ont leurs composantes, deux à deux, égales et perpendiculaires; les résultantes AB′, C′A sont donc égales et perpendiculaires entre elles.

2. — Soient a, b, c les côtés du triangle ABC, S la surface, T la somme $a^2 + b^2 + c^2$, V l'angle de Brocard; on a

$$T = 4S \cot V, \tag{1}$$

$$16S^2 = 2\Sigma a^2 b^2 - \Sigma a^4. \tag{2}$$

Des notations analogues seront employées pour les triangles A′B′C′, A″B″C″.

Pour calculer a', b', c' en fonction de a, b, c, remarquons que le triangle ABB′ donne:

$$\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2 + 2BB' \cdot BE;$$

mais

$$AB' = \frac{a'}{\sqrt{2}}, \quad BB' \cdot BE = AC \cdot BE = 2S;$$

par conséquent:

$$a'^2 = 2(b^2 + c^2) + 8S, \quad b'^2 = 2(c^2 + a^2) + 8S, \quad c'^2 = 2(a^2 + b^2) + 8S, \tag{3}$$

$$T' = 4T + 24S. \tag{4}$$

Pour trouver S′, écrivons les relations (3) ainsi:

$$a'^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2) + 8S - 2a^2 = 2(U - a^2), \text{ etc.},$$

U désignant la quantité $T + 4S$; et substituons les valeurs précédentes de a'^2, b'^2, c'^2 dans l'égalité

$$16S'^2 = 2\Sigma a'^2 b'^2 - \Sigma a'^4;$$

il vient:

$$\begin{aligned} 4S'^2 &= 2\Sigma(U - a^2)(U - b^2) - \Sigma(U - a^2)^2 \\ &= 3U^2 - 2UT + 16S^2 \\ &= T^2 + 16ST + 64S^2 = (T + 8S)^2, \end{aligned}$$

ou

$$2S' = T + 8S. \tag{5}$$

(*) Pour la clarté de la figure, on n'a pas tracé les lignes A′B, A′C, etc.

Les relations (4) et (5) peuvent encore prendre la forme :

$$T' = 8S(3 + 2\cot V), \qquad S' = 2S(2 + \cot V);$$

on en déduit successivement :

$$\cot V' = \frac{T'}{4S'} = \frac{3 + 2\cot V}{2 + \cot V}, \tag{6}$$

$$\cot V \cot V' + 2(\cot V' - \cot V) - 3 = 0,$$

$$(2 - \cot V')(2 + \cot V) = 1. \tag{7}$$

3. — On sait que la cotangente de l'angle de Brocard admet un minimum $\sqrt{3}$, qui correspond au triangle équilatéral. Si $\cot V = \sqrt{3}$, la formule (6) donne $\cot V' = \sqrt{3}$, de sorte que le triangle A'B'C' est équilatéral ; ce résultat est évident. Lorsque cot V croît indéfiniment à partir de $\sqrt{3}$, cot V' croît constamment jusqu'à un maximum 2. Ce maximum, qui a lieu pour $\cot V = \infty$, correspond à un triangle *aplati* ABC(*) *(fig. 3)*, et donne cette proposition assez curieuse :

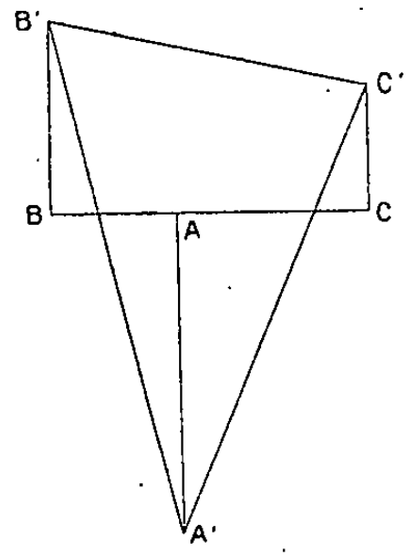


FIG. 3.

Soient A, B, C *trois points en ligne droite,* A *étant compris entre* B *et* C. *On mène, d'un même côté de la droite* BC, *les perpendiculaires* $BB' = AC$, $CC' = AB$, *et de l'autre côté la perpendiculaire* $AA' = BC$; *quel que soit le rapport des segments* AB, AC, *l'angle de Brocard du triangle* A'B'C' *a pour cotangente* 2.

Il résulte, de ce qui précède, que le triangle A'B'C' n'est pas de forme arbitraire : la cotangente de son angle de Brocard est comprise entre $\sqrt{3}$ et 2.

4. — Considérons maintenant le triangle A''B''C'' *(fig. 2)*. *Les points* A, B, C *sont les sommets des carrés construits soit extérieurement, soit intérieurement, sur les côtés du triangle* A''B''C'' ; car les lignes AB'', C''A, résultantes de deux contours ABB'', C''CA dont les composantes sont, deux à deux, égales et perpendiculaires, sont elles-mêmes égales et perpendiculaires. Nous verrons tantôt comment on peut reconnaître si les carrés à construire sur les côtés du triangle A''B''C'' sont extérieurs ou intérieurs.

Cherchons les éléments a'', b'', c'', T'', S'' du triangle A''B''C''. Le triangle AB''B donne :

$$\overline{AB''}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB''}^2 - 2\,BB''\,.\,BE;$$

comme

$$AB'' = \frac{a''}{\sqrt{2}}, \quad BB''.\ BE = AC\,.\,BE = 2S,$$

(*) On peut supposer que le sommet A glisse sur la hauteur AD *(fig. 1)*, et vienne se placer sur BC. V diminue alors jusqu'à zéro.

on trouve :

$$a''^2 = 2(b^2 + c^2) - 8S,\ b''^2 = 2(c^2 + a^2) - 8S,\ c''^2 = 2(a^2 + b^2) - 8S, \quad (3')$$

$$T'' = 4T - 24S. \quad (4')$$

On a ensuite, pour la surface, $4S''^2 = (T - 8S)^2$,

ou
$$2S'' = T - 8S, \quad (5')$$

en convenant de donner à S″ le signe + ou le signe —, suivant que $T > 8S$ ou $< 8S$. Cette convention attribue le même signe à cot V″.

On tire, des formules (4′) et (5′) :

$$\cot V'' = \frac{T''}{4S''} = \frac{2(T - 6S)}{T - 8S} = \frac{2\cot V - 3}{\cot V - 2},$$

ou
$$(2 - \cot V'')(2 - \cot V) = 1. \quad (7')$$

Cette formule peut être considérée comme s'appliquant à la fois aux deux triangles A′B′C′, A″B″C″, pourvu que l'on fasse les conventions suivantes :

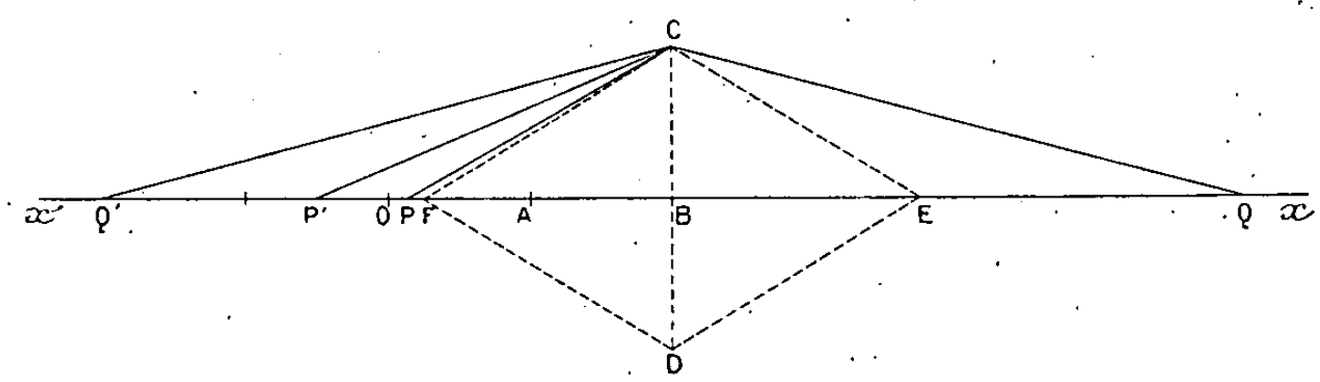


FIG. 4.

1° L'angle V est positif ou négatif, suivant que les pseudocarrés considérés sont internes ou externes au triangle ABC.

2° L'angle V″ est positif ou négatif, suivant que les points A, B, C sont les centres des carrés construits intérieurement ou extérieurement sur les côtés du triangle dérivé A″B″C″ (ou A′B′C′).

La première convention s'explique par la circonstance que les formules relatives à A′B′C′ diffèrent de celles qui se rapportent à A″B″C″, par le changement de S en — S. Pour la seconde, on observe d'abord que cot $V'' = \infty$ pour cot $V = 2$, de sorte qu'on a le théorème suivant :

Si la cotangente de l'angle de Brocard d'un triangle ABC *est égale à* 2, *les quatrièmes sommets des pseudocarrés internes déduits de* ABC *sont en ligne droite.*

Ensuite, lorsque le triangle ABC se déforme d'une manière continue d'après une loi quelconque, le changement d'orientation de A″B″C″ par rapport à ABC s'opère au moment où le triangle A″B″C″ s'aplatit, c'est-à-dire au moment où cot V″ change de signe en passant par l'infini.

La formule (7′) est susceptible d'une représentation géométrique fort élégante. Prenons sur une droite indéfinie *x′x (fig. 4)*, à partir d'une origine O,

deux abscisses OP, OQ dont le produit égale l'unité ; portons aussi la longueur OB = 2, élevons en B une pependiculaire sur laquelle nous prenons BC = BD = 1, construisons les triangles équilatéraux CED, CFD et joignons CQ, CP. Cela posé, OP et OQ sont des valeurs simultanées des facteurs $2 - \cot V''$, $2 - \cot V$; et les valeurs correspondantes des angles V'',V sont $V'' = CPx$ et $V = -CQx'$, ou $V'' = -CPx$ et $V = CQx'$. Les points P et Q doivent être extérieurs au segment EF. Si l'on prend les abscisses négatives OP', OQ', dont le produit égale 1, on a $V = CPx$ et $V'' = CQ'x$, ou $V = CQ'x$ et $V'' = CPx$.

La discussion peut être résumée ainsi :

Pour qu'un triangle donné $\alpha\beta\gamma$ puisse être considéré comme étant le triangle A'B'C' de la figure 1, la cotangente de son angle de Brocard doit être inférieure à 2 ; les points A, B, C sont alors les centres des carrés construits intérieurement sur $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$. Tout triangle $\alpha\beta\gamma$ peut être considéré comme étant le triangle A''B''C'' de la figure 2 ; les points A, B, C sont les centres des carrés construits extérieurement ou intérieurement sur $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$, suivant que la cotangente de l'angle de Brocard du triangle $\alpha\beta\gamma$ est inférieure ou supérieure à 2.

L'équation (7') admet la solution $\cot V = \cot V'' = 1$, qui ne convient pas au problème de géométrie, et la solution $\cot V = \cot V'' = 3$; celle-ci donne :

$$T = 12S, \qquad S'' = 2S, \qquad T'' = 24S = 2T,$$

$$a''^2 = 2(b^2 + c^2) - \frac{2}{3}T = \frac{2}{3}(2b^2 + 2c^2 - a^2), \text{ etc.},$$

de manière que le triangle A''B''C'' de la figure 2 devient semblable à celui qui a pour côtés les médianes de ABC.

5. — Les recherches précédentes peuvent être envisagées à un autre point de vue : Si les parallèles menées par les sommets de ABC aux côtés opposés forment le triangle $A_1B_1C_1$, les points A', B', C' *(fig. 1)* sont les centres des carrés construits extérieurement sur les côtés du triangle $A_1B_1C_1$, et les points A'', B'', C'' *(fig. 2)* sont les centres des carrés construits intérieurement sur ces côtés.

Nous allons étudier directement cette nouvelle figure, en changeant les notations.

Soit donc ABC le triangle fondamental *(fig. 5)*, et soient A', B', C' les centres des carrés BCDE, CAFG, AKHB construits extérieurement sur BC, CA, AB ; les centres des carrés construits intérieurement seront désignés par A'', B'', C''.

Les droites AA', BB', CC' *sont, respectivement, égales et perpendiculaires aux côtés du triangle* A'B'C'. En effet, si A_1, B_1, C_1 sont les milieux de BC,

CA, AB, les lignes brisées $C'C_1B_1B'$, AC_1A_1A' dont les composantes sont, deux à deux, égales et perpendiculaires, ont des résultantes C'B', AA' qui sont égales et perpendiculaires.

Les milieux des côtés du triangle ABC *sont les centres des carrés construits intérieurement sur les côtés du triangle* A'B'C'. Car les lignes brisées $C'C_1A_1$, A_1B_1B' ont leurs composantes, deux à deux, égales et perpendiculaires; donc les résultantes $C'A_1$, A_1B' sont égales et perpendiculaires.

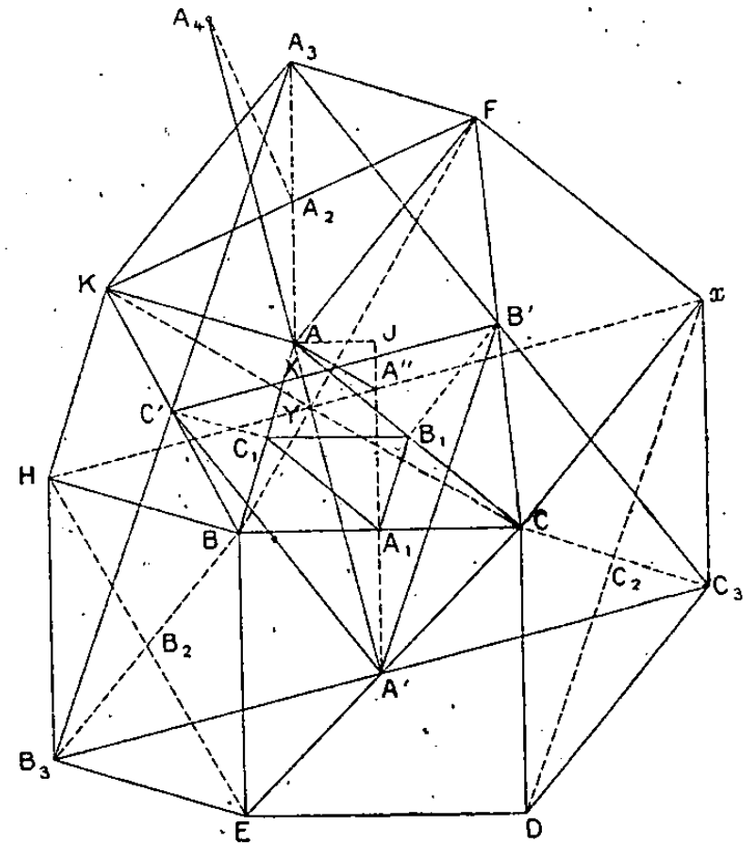


FIG. 5

Les deux propriétés qui précèdent donnent des moyens faciles de retrouver le triangle ABC quand on donne le triangle A'B'C'. Mais une discussion est nécessaire, car le triangle A''B''C'' jouit de propriétés analogues ou qui n'en diffèrent que par l'orientation relative des triangles ABC, A''B''C''.

6. — Calculons les éléments des triangles A'B'C', A''B''C''. Si J est la projection de A sur la droite A'A'', les triangles $AA'A_1$, $AA''A_1$ donnent:

$$\overline{AA'}^2 = \overline{AA_1}^2 + \overline{A'A_1}^2 + 2A'A_1 \cdot A_1J,$$
$$\overline{AA''}^2 = \overline{AA_1}^2 + \overline{A''A_1}^2 - 2A''A_1 \cdot A_1J;$$

d'où, à cause de $2\overline{AA_1}^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$:

$$2a'^2 = b^2 + c^2 + 4S, \qquad 2a''^2 = b^2 + c^2 - 4S.$$

Par analogie,

$$2b'^2 = c^2 + a^2 + 4S, \qquad 2b''^2 = c^2 + a^2 - 4S,$$
$$2c'^2 = a^2 + b^2 + 4S, \qquad 2c''^2 = a^2 + b^2 - 4S.$$

Ensuite,

$$T' = T + 6S, \qquad T'' = T - 6S. \tag{8}$$

Pour calculer S' et S'', nous écrivons:

$$a'^2 = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2} - \frac{a^2}{2} + 2S = U - \frac{a}{2}, \; a''^2 = U_1 - \frac{a^2}{2},$$

où $$U = \frac{1}{2}T + 2S,\ U_1 = \frac{1}{2}T - 2S,$$

et nous substituons ces valeurs de a'^2, b'^2, c'^2, a''^2, b''^2 c''^2 dans les égalités :

$$16S'^2 = 2\Sigma a'^2 b'^2 - \Sigma a'^4, \qquad 16S''^2 = 2\Sigma a''^2 b''^2 - \Sigma a''^4.$$

Un calcul facile donne :

$$S' = \frac{1}{8}T + S, \qquad S'' = \frac{1}{8}T - S. \tag{9}$$

La dernière égalité attribue à S″ le signe + ou le signe —, suivant que cot V $>$ 2 ou $<$ 2.

En combinant les égalités (8) et (9), on trouve :

$$\cot V' = \frac{2\cot V + 3}{\cot V + 2}, \qquad \cot V'' = \frac{2\cot V - 3}{\cot V - 2}. \tag{10}$$

La première des égalités (10) s'applique à la fois aux deux triangles A′B′C′, A″B″C″, pourvu que l'on établisse les conventions suivantes :

1° L'angle V est positif ou négatif, suivant que les carrés sont construits extérieurement ou intérieurement sur les côtés du triangle ABC.

2° L'angle V′ est toujours positif dans le premier cas ; dans le second cas, il est positif ou négatif suivant que la valeur absolue de cot V est plus grande ou plus petite que 2, c'est-à-dire suivant que le triangle A″B″C″ a une orientation différente de celle de ABC ou a même orientation.

Les points A″, B″, C″ sont en ligne droite lorsque cot V $= -2$; donc, étant donné un triangle ABC dont l'angle de Brocard a pour cotangente 2, les centres des carrés construits intérieurement sur les côtés sont en ligne droite (*).

Les formules (8) et (9) se prêtent à d'autres combinaisons intéressantes, sur lesquelles nous n'insistons pas.

7. — Construisons maintenant les parallélogrammes $FAKA_3$, $HBEB_3$, $DCGC_3$; soient A_2, B_2, C_2 leurs centres *(fig. 5)*.

Les côtés AB, AC du triangle ABC étant égaux et perpendiculaires aux côtés FA_3, FA du triangle FA_3A, les côtés restants BC, AA_3 jouissent de la même propriété (théorème connu) ; donc A_3, B_2 C_3 sont les quatrièmes sommets des pseudocarrés externes dérivés de ABC, et (§ 1) A, B, C sont les centres des carrés construits intérieurement sur B_3C_3, C_3A_3, A_3B_3.

Les points A′, B′, C′ *sont les milieux des côtés du triangle* $A_3B_3C_3$ (**);

(*) Cette droite, d'après un théorème connu, est un axe de l'ellipse de Steiner relative au triangle ABC. (*Congrès de Paris*, p. 166.)

(**) Cette remarque est due à M. Edm. Van Aubel (*Mathesis*, t. I, p. 168, et t. VI, p. 39.)

car les droites AA_3, GC_3 étant égales et parallèles, les lignes A_3C_3, AG se divisent mutuellement en parties égales.

8. — *La figure* BCFK *est un pseudocarré ;* en effet, les lignes brisées BAF, KAC ayant leurs composantes, deux à deux, égales et perpendiculaires, les résultantes BF, KC jouissent de la même propriété.

Soit A_4 le centre du carré construit extérieurement sur le côté FK du triangle AFK. Comme B′ et C′ sont les centres des carrés construits sur les deux autres côtés, les lignes B′C′ et AA_4 sont égales et perpendiculaires ; *donc* A *est le milieu de la droite* $A'A_4$.

Les droites BF, CK, AA′, HG *se coupent en un même point* Y. Car les droites rectangulaires KC, BF se coupent en un point Y commun aux circonférences circonscrites aux carrés KABH, ACGF, et les angles inscrits AYK, AYF, KYH, FYG sous-tendent un arc de 90 degrés, etc.

D'après cela, on peut énoncer la proposition suivante :

Dans tout pseudocarré BCFK, *les carrés construits intérieurement sur deux côtés opposés* CF, BK *ont même centre* A, *et ce centre est le milieu de la droite joignant les centres* A′, A_4 *des carrés construits extérieurement sur les deux autres côtés opposés* BC, FK.

Par analogie, les carrés construits intérieurement sur les côtés opposés BC, KG ont pour centre commun le milieu de la droite HG joignant les centres des carrés construits extérieurement sur les deux autres côtés opposés BK, CF (*).

9. — Soient A′, B′, C′, D′ les centres des carrés construits extérieurement sur les côtés AB, BC, CD, DA d'un quadrilatère quelconque ABCD ; et soient A″, B″, C″, D″ les milieux des mêmes côtés, E le milieu de la diagonale BD *(fig. 6)*.

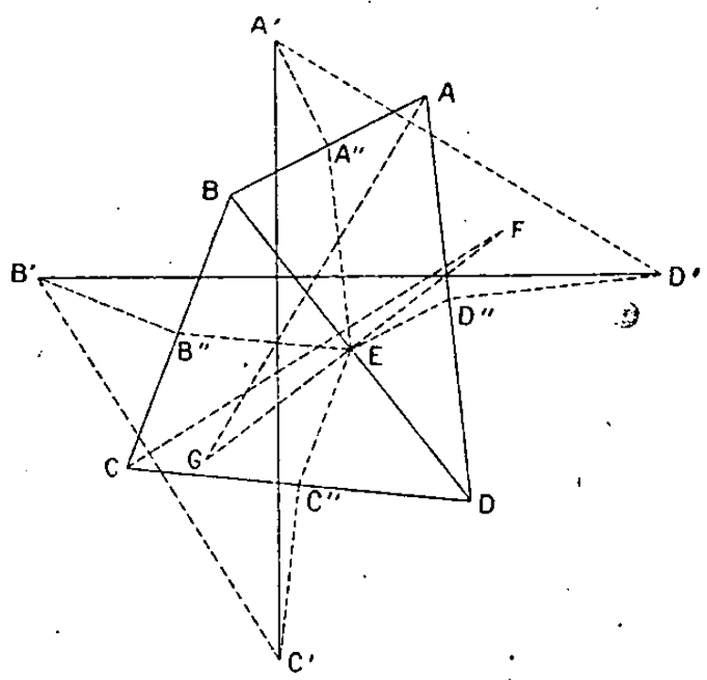


FIG. 6.

Le quadrilatère A′B′C′D′ *est un pseudocarré ;* car les contours A′A″EC″C′, B′B″ED″D′ ayant leurs composantes, deux à deux, égales et perpendiculaires, leurs résultantes A′C′, B′D′ sont égales et perpendiculaires. Il résulte de là qu'on ne peut choisir arbitrairement quatre points A′, B′, C′, D′ comme étant les centres des carrés construits extérieurement sur les côtés d'un même quadrilatère. On le voit aussi en observant

(*) Cette remarque, due à M. H. Van Aubel, peut être établie directement (voir *Mathesis*, t. I, p. 95).

que le milieu E du côté BD commun aux triangles ABD, CBD doit être à la fois le centre d'un carré construit sur A′D′ et celui d'un carré construit sur B′C′.

Si les points donnés A′, B′, C′, D′ sont les sommets d'un pseudocarré, on peut se donner arbitrairement un sommet A du quadrilatère ABCD. En effet, le centre G d'un carré construit sur BD s'obtient en menant la droite AG égale et perpendiculaire à A′D′, et le milieu E de BD est le centre d'un carré construit sur A′D′. Les points B et D se construisent en traçant les droites ED, EB égales et perpendiculaires à GE. Le symétrique F de G par rapport à E étant le centre du carré construit extérieurement sur le côté BD du triangle CBD, le sommet C est l'extrémité d'une perpendiculaire abaissée de F sur C′B′ et égale à C′B′.

Voici une solution plus simple : Mener la droite A′B égale et perpendiculaire à A′A, puis la droite B′C égale et perpendiculaire à B′B, enfin la droite C′D égale et perpendiculaire à C′C.

Il est facile de voir que les points A, G, F, B, C, D décrivent des figures égales entre elles, lorsque l'un d'eux se déplace d'une façon quelconque.

II

10. — Pour généraliser quelques-uns des résultats qui précèdent, nous construisons maintenant sur les côtés d'un triangle donné ABC des triangles BCA′, CAB′, ABC′ semblables à un triangle donné LMN *(fig. 7)*.

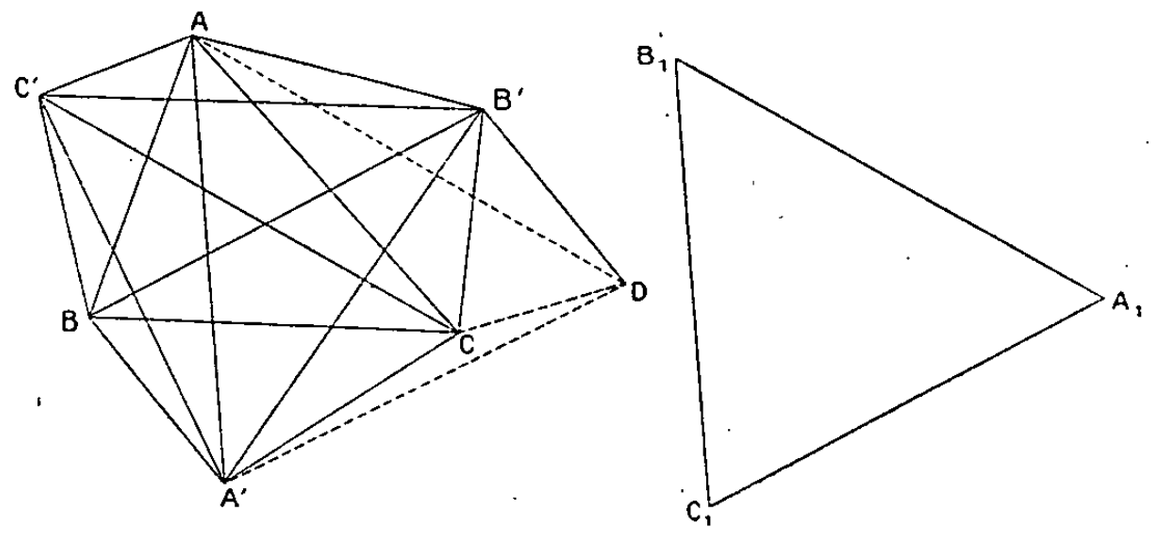


FIG. 7.

Les droites AA′,BB′,CC′ *sont égales et parallèles aux côtés d'un même triangle* $A_1B_1C_1$. En effet, elles sont les résultantes des lignes brisées ABA′,BCB′,CAC′ ; mais les composantes AB, BC, CA ont une résultante nulle, et il en est de même des composantes BA′, CB′, CA′, celles-ci étant proportionnelles aux côtés du triangle ABC et également inclinées sur ces

côtés. Pour démontrer cette proposition, on peut aussi construire le parallélogramme AC′CD, puis observer que le triangle B′CD est semblable à CAB, les côtés B′C, CD étant proportionnels à CA, AB et faisant avec ces derniers l'angle L ; donc B′D fait avec BC l'angle L et, par suite, est parallèle à BA′. De plus, comme

$$B'C : CA = B'D : BC = B'A' : BC,$$

on a B′D = BA′ ; donc le quadrilatère BA′DB′ est un parallélogramme, et les droites BB′, A′D sont égales et parallèles.

11. —Désignons par a_1, b_1, c_1, S_1 les côtés et la surface du triangle $A_1B_1C_1$, par T_1 la somme $a_1^2 + b_1^2 + c_1^2$. Le triangle ABA′ donne :

$$a_1^2 = c^2 + \overline{BA'}^2 - 2\,c\,.\,BA'\cos(B + L);$$

d'où, en remplaçant BA′ par $\frac{a \sin M}{\sin N}$,

$$a_1^2 \sin^2 N = c^2 \sin^2 N + a^2 \sin^2 M - 2ac \sin M \sin N \cos(B + L).$$

Le dernier terme de cette équation se ramène à

$$\begin{gathered} 2ac \cos B\,.\,\sin M \\ \sin N \cos L - 2ac \sin B\,.\,\sin L \sin M \sin N \\ = (a^2 + c^2 - b^2) \sin M \sin N \cos L - 4S \sin L \sin M \sin N ; \end{gathered}$$

par suite

$$\begin{gathered} a_1^2 \sin^2 N = c^2 \sin N (\sin N - \sin M \cos L) + a^2 \sin M (\sin M - \sin N \cos L) \\ + b^2 \sin M \sin N \cos L + 4S \sin L \sin M \sin N \\ = c^2 \sin N \cos M \sin L + a^2 \sin M \cos N \sin L + b^2 \sin M \sin N \cos L \\ + 4S \sin L \sin M \sin N. \end{gathered}$$

Divisant tous les termes par sin L sin M sin N, nous aurons :

$$a_1^2 (\cot L + \cot M) = a^2 \cot N + b^2 \cot L + c^2 \cot M + 4S. \qquad (1)$$

Par analogie,

$$b_1^2 (\cot L + \cot M) = a^2 \cot M + b^2 \cot N + c^2 \cot L + 4S, \qquad (2)$$

$$c_1^2 (\cot L + \cot M) = a^2 \cot L + b^2 \cot M + c^2 \cot N + 4S. \qquad (3)$$

On conclut, de ces égalités,

$$T_1(\cot L + \cot M) = T \cot v + 12S, \qquad (4)$$

v désignant l'angle de Brocard du triangle LMN.

Pour calculer S_1, remarquons d'abord que

$$16S_1^2 = T_1^2 - 2\Sigma a_1^4. \qquad (5)$$

Ensuite, les égalités (1), (2), (3) donnent :

$$(\cot L + \cot M)^2 \Sigma a_1^4 = \Sigma a^4 \Sigma \cot^2 L + 48S^2 + 2\Sigma a^2 b^2 \Sigma \cot L \cot M + 8ST \cot v;$$

on simplifie cette relation en observant que :

$$\Sigma \cot L = \cot v, \qquad \Sigma \cot L \cot M = 1, \qquad \Sigma \cot^2 L = \cot^2 v - 2,$$

et que les formules

$$16S^2 = 2\Sigma a^2 b^2 - \Sigma a^4,$$
$$T^2 = 2\Sigma a^2 b^2 + \Sigma a^4$$

entraînent celles-ci

$$4\Sigma a^2 b^2 = T^2 + 16S^2,$$
$$2\Sigma a^4 = T^2 - 16S^2;$$

par conséquent :

$$2(\cot L + \cot M)^2 \Sigma a_1^4$$
$$= (T^2 - 16S^2)(\cot^2 v - 2) + 96S^2 + (T^2 + 16S^2) + 16ST \cot v$$
$$= T^2(\cot^2 v - 1) + S^2(144 - 16 \cot^2 v) + 16ST \cot v.$$

Substituant les valeurs de T_1^2 et Σa_1^4 dans l'équation (5), on obtient :

$$4S_1(\cot L + \cot M) = T + 4S \cot v. \qquad (6)$$

On déduit, des relations (4) et (6),

$$\cot V_1 = \frac{T_1}{4S_1} = \frac{T \cot v + 12S}{T + 4S \cot v} = \frac{\cot V \cot v + 3}{\cot V + \cot v}, \qquad (7)$$

ou
$$(\cot v + \cot V)(\cot v - \cot V_1) = \cot^2 v - 3. \qquad (8)\ (*)$$

(*) La discussion de cette formule est analogue à celle que nous avons développée ci-dessus (§ 4).

12. — Soient BCA″, CAB″, ABC″ trois triangles semblables à un triangle donné LMN et construits intérieurement sur les côtés du triangle ABC ; il existe un triangle $A_2B_2C_2$ dont les côtés sont égaux et parallèles aux lignes AA″, BB″, CC″. On trouve aisément

$$a_2^2(\cot L + \cot M) = a^2 \cot N + b^2 \cot L + c^2 \cot M - 4S,$$
$$b_2^2(\cot L + \cot M) = a^2 \cot M + b^2 \cot N + c^2 \cot L - 4S,$$
$$c_2^2(\cot L + \cot M) = a^2 \cot L + b^2 \cot M + c^2 \cot N - 4S,$$

$$T_2(\cot L + \cot M) = T \cot v - 12S,$$
$$4S_2(\cot L + \cot M) = T - 4S \cot v. \ (*)$$

Les points A_2, B_2, C_2 sont en ligne droite lorsque $S_2 = 0$; cette condition revient à $\cot v = \frac{T}{4S} = \cot V$, et donne le théorème suivant, déjà connu :

Si l'on construit sur les côtés d'un triangle ABC, *vers l'intérieur, trois triangles* BCA″, CAB″, ABC″ *semblables entre eux et équibrocardiens avec* ABC, *les droites* AA″, BB″, CC″ *sont parallèles entre elles, et l'une d'elles est égale à la somme des deux autres.*

13. — Une permutation tournante des lettres L, M, N change les seconds membres des égalités (1), (2), (3) les uns dans les autres. On en conclut le théorème suivant :

Si l'on construit extérieurement (ou intérieurement) *sur les côtés d'un triangle* ABC *les triangles* BCA′, CAB′, ABC′ *semblables à un même triangle* LMN, *puis les triangles* BCA_1', CAB_1', ABC_1' *semblables à* MNL, *les droites* CC_1', AA_1', BB_1', *sont proportionnelles aux droites* BB′, CC′, AA′ *et font avec celles-ci un même angle.*

14. — Déterminons maintenant les côtés du triangle ABC en fonction de ceux du triangle $A_1B_1C_1$ *(fig. 7)*.

Des égalités (4) et (6), on tire :

$$\frac{\cot^2 v - 3}{\cot L + \cot M} T = T_1 \cot v - 12S_1,$$

$$4\frac{\cot^2 v - 3}{\cot L + \cot M} S = 4S_1 \cot v - T_1.$$

Remplaçons S par sa valeur en fonction de S_1 et T_1 dans les équations (1), (2), (3); nous aurons :

(*) Cette formule attribue à S_2 le signe + ou le signe —, suivant que $\cot v < \cot V$ ou $> \cot V$.

$$a^2 \cot N + b^2 \cot L + c^2 \cot M = (\cot L + \cot M)\left(a_1^2 - \frac{4S_1 \cot v - T_1}{\cot^2 v - 3}\right),$$

$$a^2 \cot M + b^2 \cot N + c^2 \cot L = (\cot L + \cot M)\left(b_1^2 - \frac{4S_1 \cot v - T_1}{\cot^2 v - 3}\right),$$

$$a^2 \cot L + b^2 \cot M + c^2 \cot N = (\cot L + \cot M)\left(c_1 - \frac{4S_1 \cot v - T_1}{\cot^2 v - 3}\right).$$

Résolvons ces nouvelles équations par rapport à a^2, b^2, c^2. Le déterminant des coefficients des inconnues est

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cot N & \cot L & \cot M \\ \cot M & \cot N & \cot L \\ \cot L & \cot M & \cot N \end{vmatrix}$$

ou

$$\Sigma \cot^3 L - 3 \cot L \cot M \cot N$$
$$= \Sigma \cot L(\Sigma \cot^2 L - \Sigma \cot L \cot M) = \cot v(\cot^2 v - 3),$$

et les mineurs Δ_1, Δ_2, Δ_3 relatifs à la première colonne sont égaux à

$$\cot^2 N - \cot L \cot M, \quad \cot^2 M - \cot N \cot L; \quad \cot^2 L - \cot M \cot N.$$

Si l'on multiplie les équations considérées, respectivement, par ces mineurs et qu'on les ajoute ensuite membre à membre, on trouve :

$$a^2\Delta = (\cot L + \cot M)(a_1^2\Delta_1 + b_1^2\Delta_2 + c_1^2\Delta_3 - 4S_1 \cot v + T_1);$$

car $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = \cot^2 v - 3$.

Remplaçons Δ, Δ_1, Δ_2, Δ_3 par leurs valeurs, et T_1 par $\Sigma a_1^2 \Sigma \cot L \cot M$; les coefficients de a_1^2, b_1^2, c_1^2 se ramèneront facilement à

$$\cot N \cot v, \quad \cot M \cot v, \quad \cot L \cot v,$$

de sorte que

$$a^2 \frac{\cot^2 v - 3}{\cot L + \cot M} = a_1^2 \cot N + b_1^2 \cot M + c_1^2 \cot L - 4S_1.$$

$$b^2 \frac{\cot^2 v - 3}{\cot L + \cot M} = a_1^2 \cot L + b_1^2 \cot N + c_1^2 \cot M - 4S_1.$$

$$c^2 \frac{\cot^2 v - 3}{\cot L + \cot M} = a_1^2 \cot M + b_1^2 \cot L + c_1^2 \cot N - 4S_1.$$

On observe que les seconds membres de ces égalités ne diffèrent de ceux des égalités du § 12 que par l'échange des lettres L et M. Cette remarque donne un moyen de retrouver le triangle ABC quand on donne les triangles $A_1B_1C_1$, LMN de la figure 7 :

Si l'on construit sur les côtés du triangle $A_1B_1C_1$, *vers l'intérieur, les triangles* B_1C_1X, C_1A_1Y, A_1B_1Z *semblables au triangle* MLN, *les droites* A_1X, B_1Y, C_1Z *sont les côtés d'un triangle semblable à* ABC.

15. — Considérons maintenant le triangle A'B'C' *(fig. 7)*.

Le triangle AB'C' donne

$$a'^2 = \overline{AB'}^2 + \overline{AC'}^2 - 2AB'.\,AC'\cos(A + L + M).$$

Mais

$$AB' = \frac{b \sin L}{\sin N}, \qquad AC' = \frac{c \sin M}{\sin N};$$

donc

$$a'^2 \sin^2 N = b^2 \sin^2 L + c^2 \sin^2 M + 2bc \sin L \sin M \cos(A - N).$$

Le dernier terme se ramène à

$$\begin{aligned} &2bc \cos A \,.\, \sin L \sin M \cos N + 2bc \sin A \,.\, \sin L \sin M \sin N \\ &= (b^2 + c^2 - a^2) \sin L \sin M \cos N + 4S \sin L \sin M \sin N; \end{aligned}$$

par suite,

$$\begin{aligned} a'^2 \sin^2 N = {} & b^2 \sin L(\sin L + \sin M \cos N) + c^2 \sin M(\sin M + \sin L \cos N) \\ & - a^2 \sin L \sin M \cos N + 4S \sin L \sin M \sin N. \end{aligned}$$

Divisons tous les termes par sin L sin M sin N et observons que

$$\frac{\sin L}{\sin M \sin N} = \frac{\sin(M + N)}{\sin M \sin N} = \cot N + \cot M, \text{ etc.};$$

nous aurons

$$\begin{aligned} a'^2(\cot L + \cot M) = {} & - a^2 \cot N + b^2(\cot M + 2 \cot N) \\ & + c^2(\cot L + 2 \cot N) + 4S. \end{aligned}$$

Introduisons les trois angles L', M', N' définis par les équations :

$$\cot M' = \cot L + 2 \cot N, \ \cot L' = \cot M + 2 \cot N, \ \cot N' = - \cot N;$$

comme :

$$\cot L' \cot M' + \cot M' \cot N' + \cot N' \cot L' = 1,$$

on a $L' + M' + N' = \pi$; ces angles sont ceux d'un triangle L'M'N' semblable au triangle ML_1N qu'on obtient en prolongeant LN de $NL_1 = LN$.

Le côté a' sera donné par l'équation

$$a'^2(\cot L' + \cot M' + 4 \cot N') = a^2 \cot N' + b^2 \cot L' + c^2 \cot M' + 4S.$$

Comparant ce résultat à l'égalité (1), on trouve la propriété suivante : *Si l'on construit extérieurement sur les côtés du triangle* ABC *les triangles* BCX_1, CAY_1, ABZ_1 *semblables au triangle* L'M'N', *les droites* AX_1, BY_1, CZ_1 *sont proportionnelles aux côtés du triangle* A'B'C'.

Nous laissons au lecteur le soin de déterminer a, b, c en fonction de a', b', c' et de retrouver le triangle ABC, étant donné le triangle A'B'C'; ces questions ne présentent aucune difficulté si l'on se rapporte aux §§ 10 et 14.

16. — Pour terminer ces développements, nous allons traiter les mêmes questions par la méthode des équipollences.

Désignons par a, b, c, a_1, b_1, c_1, a', b', c' les droites AB, BC, CA, AA', BB', CC', B'C', C'A', A'B' *(fig. 7)*, considérées en *grandeur et en direction*, et posons

$$\frac{AC'}{AB} = \lambda, \quad \frac{BC'}{BA} = \mu.$$

Les droites AC', C'B, BA', A'C, CB', B'A seront représentées en grandeur et en direction par λc, μc, λa, μa, λb, μb, et nous aurons

$$\lambda + \mu = 1.$$

La figure donne immédiatement :

$$a_1 = c + a\lambda, \quad b_1 = a + b\lambda, \quad c_1 = b + c\lambda; \qquad (9)$$
$$a' = b\mu + c\lambda, \quad b' = c\mu + a\lambda, \quad c' = a\mu + b\lambda. \qquad (10)$$

Comme $a_1 + b_1 + c_1 = 0$, les droites AA', BB', CC' sont équipollentes aux côtés d'un même triangle $A_1B_1C_1$.

Résolvons chacun des systèmes (9) et (10) par rapport à a, b, c; il vient

$$a = \frac{a_1\lambda^2 + b_1 - c_1\lambda}{\lambda^3 + 1}, \text{ etc.}$$

$$a = \frac{-a'\lambda\mu + b'\lambda^2 + c'\mu^2}{\lambda^3 + \mu^3}, \text{ etc.}$$

Transformons ces valeurs en éliminant l'une des quantités a_1, b_1, c_1, ou

a', b', c', au moyen des identités $a_1 + b_1 + c_1 = 0$, $a' + b' + c' = 0$; nous aurons :

$$a = \frac{b_1\mu - c_1\lambda}{\lambda^2 - \lambda + 1} = -\frac{a_1\mu + c_1}{\lambda^2 - \lambda + 1} = \frac{a_1\lambda + b_1}{\lambda^2 - \lambda + 1},$$

$$a = \frac{b'\lambda + c'\mu}{\lambda^2 - \lambda\mu + \mu^2}.$$

Il en résulte :

$$\frac{a}{b_1\mu - c_1\lambda} = \frac{b}{c_1\mu - a_1\lambda} = \frac{c}{a_1\mu - b_1\lambda}, \tag{11}$$

$$\frac{a}{c_1 + a_1\mu} = \frac{b}{a_1 + b_1\mu} = \frac{c}{b_1 + c_1\mu}, \tag{12}$$

$$\frac{a}{b'\lambda + c'\mu} = \frac{b}{c'\lambda + a'\mu} = \frac{c}{a'\lambda + b'\mu}. \tag{13}$$

Ces proportions donnent les moyens de retrouver le triangle ABC, quand on connaît l'un des triangles $A_1B_1C_1$, $A'B'C'$.

Ainsi, *si l'on construit sur les côtés du triangle* $A_1B_1C_1$, *vers l'extérieur, les triangles* $B_1C_1X_1$, $C_1A_1Y_1$, $A_1B_1Z_1$ *semblables à* LMN, *ou vers l'intérieur les triangles* B_1C_1X, C_1A_1Y, A_1B_1Z, *les côtés du triangle* ABC *sont proportionnels aux droites joignant* A_1, B_1, C_1 *aux milieux des lignes* Y_1Z_1, Z_1X_1, X_1Y_1, *ou proportionnels aux droites* A_1X, B_1Y, C_1Z (*).

Si l'on construit sur les côtés du triangle $A'B'C'$, *vers l'intérieur, des triangles* $B'C'X'$, $C'A'Y'$, $A'B'Z'$ *semblables au triangle* MLN, *le triangle* $X'Y'Z'$ *est semblable à* ABC.

Cherchons dans quel cas les triangles $A_1B_1C_1$, $A'B'C'$ *(fig. 7)* sont directement semblables. La condition de la question s'exprime par l'égalité :

$$\frac{a_1}{a'} = \frac{b_1}{b'}, \quad \text{ou} \quad \frac{c + a\lambda}{b\mu + c\lambda} = \frac{a + b\lambda}{c\mu + a\lambda},$$

qu'on ramène facilement à la forme :

$$(c^2 - ab)\mu - (b^2 - ac)\lambda\mu + (a^2 - bc)\lambda^2 = 0.$$

Si l'on multiplie le premier terme par $\lambda + \mu$ et qu'on remplace c par $-(a + b)$, on trouve :

$$(a^2 + ab + b^2)(\lambda^2 + \mu^2) = 0;$$

par conséquent :

$$a^2 + ab + b^2 = 0, \quad \text{ou} \quad \lambda^2 + \mu^2 = 0.$$

(*) M. H. Van Aubel a remarqué que la figure $A_1Y_1XZ_1$ est un parallélogramme (*Mathesis*, t. I, p. 118.)

La première de ces équations exprime que le triangle ABC est équilatéral ; la seconde, que le triangle LMN est rectangle isocèle en N.

17. — Supposons que l'on construise sur les côtés du triangle ABC les triangles BCA′, CAB′, ABC′ respectivement semblables à trois triangles donnés LMN, LMN_1, LMN_2.

M. Tarry nous a communiqué, au Congrès de Besançon, une construction très élégante du triangle ABC, quand on connaît les triangles A′B′C′, LMN, LMN_1, LMN_2. Qu'il nous soit permis de la signaler ici.

Si l'on connaissait le sommet A, on obtiendrait les points B, C en construisant le triangle C′AB semblable à N_2LM, puis le triangle A′BC semblable à NLM ; comme vérification, le triangle B′CA devrait être semblable à N_1LM. Prenons arbitrairement un point A_1, et construisons successivement les triangles $C'A_1B_1$, $A'B_1C_1$, $A_1B'C_2$ semblables à N_2LM, NLM, MN_2L. Lorsque le point A_1 se déplace, les points A_1, B_1, C_1, C_2 décrivent des figures semblables entre elles ; on en conclut que le point C s'obtient en cherchant le centre de similitude des figures décrites par les points C_1, C_2.

Cette solution s'applique aussi au cas où le triangle ABC est remplacé par un polygone plan quelconque (*).

III

18. — Sur les côtés AC, AB d'un triangle scalène ABC *(fig. 8)*, on prend les longueurs $A\beta = A\gamma = \lambda$. Lorsque λ varie, les droites $B\beta$, $C\gamma$ se correspondent dans deux faisceaux homographiques dont l'intersection M engendre une conique Σ_a, passant par les points $B(\lambda = c)$, $C(\lambda = b)$, $A(\lambda = 0)$, par le point de Gergonne $\Gamma(\lambda = p - a)$ et par le quatrième sommet du parallélogramme construit sur AB et $AC(\lambda = \infty)$.

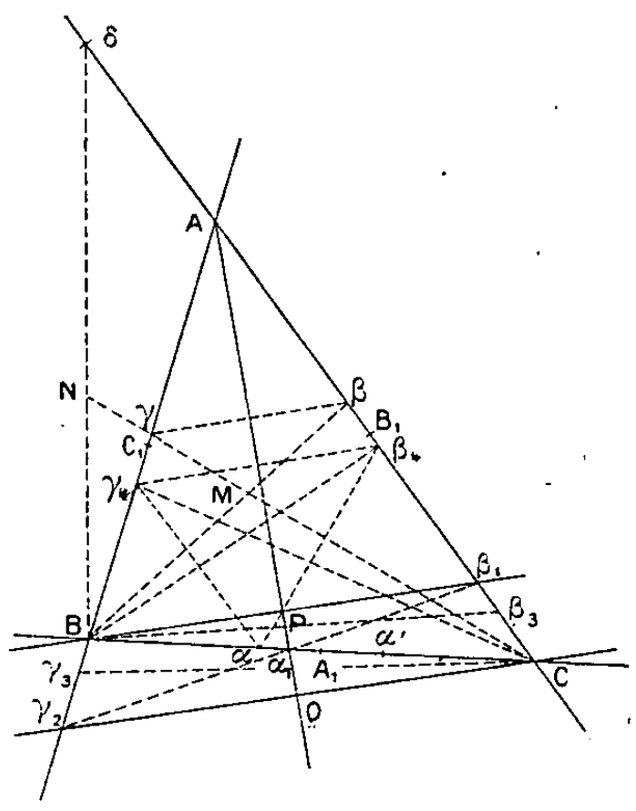


FIG. 8.

Les tangentes aux centres B, C des deux faisceaux sont les rayons $B\beta_1$, $C\gamma_2$, qui, dans l'un des faisceaux, correspondent à la droite BC considérée comme rayon de l'autre faisceau ; on a donc $A\beta_1 = AB$, $A\gamma_2 = AC$.

Ces tangentes étant parallèles, le centre de Σ_a est le milieu A_1 du

(*) Comparer LAISANT, *Théorie et applications des équipollences*, p. 132.

côté BC. Le triangle ABC est inscrit à Σ_a; les tangentes en A, B, C rencontrent les côtés opposés en trois points α_1, β_1, γ_2 qui sont en ligne droite. On en conclut que la tangente en A coïncide avec la bissectrice de l'angle BAC.

19. — La courbe Σ_a est, évidemment, une hyperbole. Pour trouver les directions asymptotiques, il faut chercher une position de la droite $\beta\gamma$ telle que les lignes $B\beta$, $C\gamma$ soient parallèles. Si $\beta_3\ \gamma_3$ est cette position, on conclut du parallélisme des lignes $B\beta_3$, $C\gamma_3$ la proportion

$$AB : A\beta_3 = A\gamma_3 : AC; \text{ d'où } A\beta_3 = A\gamma_3 = \sqrt{bc}, \text{ et } AB : A\beta_3 = \sqrt{c} : \sqrt{b}.$$

Prenons aussi, sur le prolongement de CA, une longueur $A\beta'_3 = \sqrt{bc}$; la seconde asymptote de Σ_a est parallèle à la droite $B\beta'_3$.

Soient A_1, B_1, C_1 les milieux des côtés du triangle ABC; si l'on prend $A_1B_1C_1$ pour triangle de référence d'un système de coordonnées normales, les asymptotes de Σ_a ont pour équation :

$$\frac{y}{\sqrt{b}} = -\frac{z}{\sqrt{c}}, \qquad \frac{y}{\sqrt{b}} = \frac{z}{\sqrt{c}}.$$

20. — La tangente $A\alpha_1$ est perpendiculaire aux milieux P, Q des tangentes $B\beta_1$, $C\gamma_2$; par suite, les points P, Q appartiennent à la circonférence de Monge, qui a pour centre A_1 et pour rayon $\sqrt{\lambda^2 - \mu^2}$, λ et μ désignant les demi-axes de Σ_a.

Cette circonférence a pour diamètre la distance des points α, α' où le côté BC touche le cercle inscrit I et le cercle ex-inscrit I_a, car $A_1P = A_1\alpha$.

Comme $A_1P = \frac{1}{2} C\beta_1 = \frac{1}{2}(b - c)$, on a

$$\lambda^2 - \mu^2 = \frac{1}{4}(b - c)^2.$$

Soit $2d$ la longueur du diamètre conjugué avec BC ou parallèle à $B\beta_1$. D'après un théorème connu,

$$d^2 = BP \cdot CQ = b \sin\frac{A}{2} \cdot c \sin\frac{A}{2} = bc \sin^2\frac{A}{2}.$$

Appliquant le second théorème d'Apollonius aux diamètres conjugués $BC = 2a$ et $2d$, on trouve

$$\lambda\mu = \frac{1}{2} a\sqrt{bc} \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B - C}{2} = \frac{1}{4}(b - c)\sqrt{bc} \sin A;$$

ensuite :

$$(\lambda^2 + \mu^2)^2 = \frac{(b - c)^2}{16}(b^2 + c^2 - 2bc \cos 2A).$$

21. — Étant donnée l'hyperbole Σ_a dont l'axe réel est plus grand que l'axe imaginaire, peut-on déterminer un triangle inscrit ABC tel que la courbe admette la génération indiquée plus haut (§ 19)?

Il suffit de prendre pour BC un diamètre quelconque, pour A le point de contact d'une tangente perpendiculaire à la tangente menée en B.

Si m, m' sont les coefficients angulaires des diamètres passant par A et B, on trouve facilement

$$mm' = -\frac{\mu^4}{\lambda^4},$$

22. — Étant donné un triangle ABC, on peut imaginer deux autres hyperboles Σ_b, Σ_c, admettant la même génération que Σ_a, avec cette différence qu'on prend des segments égaux sur les côtés de l'angle B ou sur ceux de l'angle C.

Les trois hyperboles passent par les quatre points A, B, C, Γ; leurs cercles de Monge ont pour centre radical le centre du cercle inscrit à ABC; leurs asymptotes se coupent, trois à trois, en quatre points ayant pour coordonnées normales par rapport au triangle $A_1B_1C_1$:

$$(\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}),\ (-\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}),\ (\sqrt{a}, -\sqrt{b}, \sqrt{c}),\ (\sqrt{a}, \sqrt{b}, -\sqrt{c}).$$

Si l'on prend pour axe des abscisses CA, pour axe des ordonnées CB, un calcul facile donne pour équation de Σ_c

$$\frac{x^2}{b} - \frac{y^2}{a} = x - y.$$

Le passage aux coordonnées normales homogènes se fait en remplaçant x, y par $\frac{x}{\sin C}$, $\frac{y}{\sin C}$, et en multipliant le second membre de l'équation précédente par $\frac{ax + by + cz}{2S}$; on trouve :

$$(a - b)xy + cyz - czx = 0.$$

23. — Prenons maintenant à partir de A dans les directions AB et CA, ou BA et AC, deux longueurs égales, par exemple Aγ, Aδ. Les droites Bδ, Cγ se coupent en un point N, qui engendre une ellipse Σ'_a passant par A, B, C.

Les tangentes en B et C sont parallèles à la bissectrice intérieure de l'angle A, et la tangente en A est la bissectrice extérieure de cet angle. Le centre de Σ'_a est donc le milieu A_1 de BC.

Pour déterminer les axes $2\lambda'$, $2\mu'$, on a les égalités :

$$\lambda'^2 + \mu'^2 = \frac{1}{4}(b + c)^2,$$

$$\lambda'\mu' = \frac{1}{4}(b + c)\sqrt{bc}\sin A.$$

L'équation de Σ'_a est :

$$(b + c)yz + azx + axy = 0.$$

M. Éd. COLLIGNON

Inspecteur général des Ponts et Chaussées, à Paris.

REMARQUE SUR LE MOUVEMENT PARABOLIQUE DES CORPS PESANTS [R1a]

— Séance du 4 août 1893 —

Par deux points donnés O et A *(fig. 1)*, situés sur une même verticale, faisons passer une circonférence dont le centre sera au point C. Menons au point O la tangente OL, puis par ce même point, menons la corde OM. Du point M où elle coupe la circonférence, menons MP parallèle à OA.

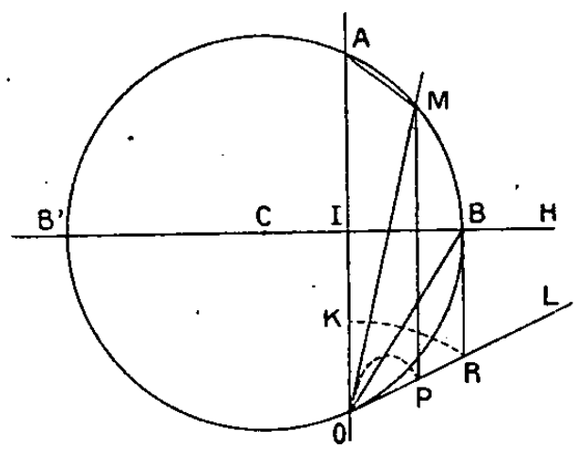


FIG. 1.

Les triangles AOM, OMP donnent la proportion

$$\frac{OA}{\overline{OM}} = \frac{OM}{MP},$$

c'est-à-dire l'égalité

$$\overline{OM}^2 = OA \times MP.$$

Imaginons un mobile parcourant la corde OM avec une vitesse uniforme V, pendant qu'un second mobile, partant du repos, tombe le long de la verticale MP avec une accélération constante égale à g. Les durées t des trajets OM, MP seront les mêmes, si l'on a

$$OM = Vt,$$

$$MP = \frac{1}{2}gt^2,$$

c'est-à-dire si l'on a

$$OA = 4 \times \frac{V^2}{2g}.$$

La corde verticale OA doit donc être quadruple de la hauteur due à la vitesse V.

On peut admettre que, pendant que le mobile décrit uniformément la droite OM, avec la vitesse V, cette droite tombe verticalement avec l'accélération g. Le mouvement résultant du mobile sera le mouvement parabolique d'un point pesant, lancé suivant la direction OM avec la vitesse V. Le point P appartient, par conséquent, à la trajectoire.

Si, laissant fixe la direction OM, on fait varier les circonférences passant par les points O et A *(fig. 2)*, les projections verticales P_1, P_2, P_3... des points de rencontre de OM avec les circonférences sur les tangentes à ces circonférences menées par le point O, seront des points de la parabole décrite par le mobile. Les positions P_1, P_2, P_3... seront occupées par le mobile au bout de temps proportionnels aux segments OM_1, OM_2, OM_3...

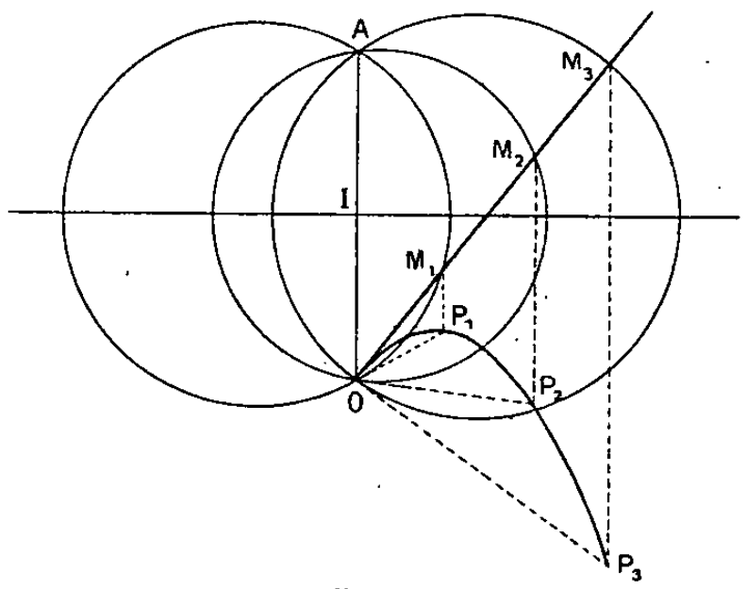


FIG. 2.

Si, au contraire, on laisse fixe la circonférence OBAB *(fig. 1)*, et qu'on fasse pivoter la droite OM autour du point O, le point le plus éloigné que le mobile, toujours lancé avec la vitesse V, pourra atteindre dans la direction OL, correspondra à la droite OB, bissectrice de l'angle AOL; c'est donc dans cette direction qu'il faudra lancer le corps avec la vitesse V pour donner au jet son maximum d'amplitude dans la direction OL. Le point R, projection verticale du point B sur OL, appartient donc à l'enveloppe des paraboles issues du point O, et correspondantes à une même vitesse V. Les deux tangentes au cercle, RO, RB étant égales, on voit immédiatement que le lieu du point R est la parabole qui a pour foyer le point O et pour directrice l'horizontale B'H. C'est la *courbe de sûreté* du tir parabolique. Il est remarquable que la méthode suivie fasse connaître cette courbe de sûreté indépendamment des trajectoires dont elle est l'enveloppe.

Si, étant donnés les points O et P, on propose de lancer du point O un projectile pesant qui atteigne le point P, on mènera par le point O, dans le plan vertical qui contient les deux points, une circonférence tangente

à OP. La verticale du point P coupera généralement cette circonférence en deux points M, et la verticale du point O en un second point A. Cela posé, la corde $OA = 2\frac{V^2}{g}$ fait connaître la vitesse V initiale en grandeur, et la corde OM donne la direction à lui attribuer. La moindre vitesse V correspond à l'égalité OP = PM, ou à OM bissectrice de l'angle AOP.

M. Éd. COLLIGNON

Inspecteur général des Ponts et Chaussées, à Paris.

LA PROMENADE DE DEUX FORÇATS ENCHAINÉS [R 1 b]

— Séance du 4 août 1893 —

Le philosophe Spinoza, excommunié par la synagogue d'Amsterdam, s'est vu condamné par cette mesure peu libérale à maintenir constamment une distance d'*au moins* quatre brasses entre lui et les orthodoxes qu'il rencontrait sur son chemin.

Deux forçats enchaînés l'un à l'autre sont assujettis à une obligation toute contraire : ils peuvent se rapprocher, mais leur distance est limitée *au plus* à la longueur de la chaîne qui les réunit.

Que l'on superpose ces deux conditions, on arrive à imaginer que deux personnes soient assujetties à demeurer à une distance mutuelle constante l. Attribuons à ces deux personnes des pas différents, et supposons que l'une d'elles suive uniformément une ligne droite. On peut se demander quelle sera la trajectoire de l'autre, pour que sa vitesse reste aussi constante. Tel est le problème que nous allons essayer de résoudre, en réduisant, pour plus de simplicité, les deux promeneurs à des points géométriques A et M.

§ Ier. — Énoncé du problème et solution analytique.

Un point A *(fig. 1)* se meut le long de la droite fixe OX avec une vitesse a constante. Un second point M, mobile dans le plan YOX, se meut avec une vitesse b, constante en grandeur, mais non en direction. On

demande quelle doit être la trajectoire du point M pour que la distance MA des deux points reste invariable et égale à une quantité l donnée.

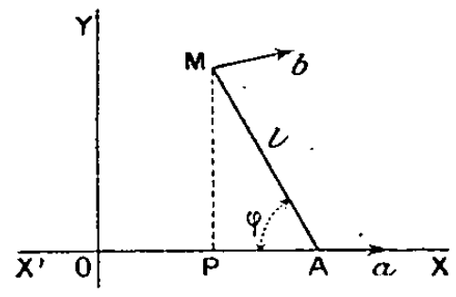


FIG. 1.

Appelons φ l'angle MAX′ que la droite MA fait avec l'axe OX′ pris dans le sens des x négatifs. Soient x et y les coordonnées rectangles, $x = \text{OP}$, $y = \text{PM}$, du point M à l'époque t où le point A occupe une position déterminée sur l'axe OX. La distance OA sera égale à at, si l'on compte le temps t à partir du passage du point A au point O. Nous supposerons qu'à cette époque $t = 0$, on ait pour l'angle φ une valeur connue, que nous supposerons, suivant les cas, égale à 0 ou à $\frac{\pi}{2}$.

Nous aurons les deux équations

$$x = at - l\cos\varphi,$$
$$y = l\sin\varphi.$$

On en déduit

$$\frac{dx}{dt} = a + l\sin\varphi\,\frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{dy}{dt} = l\cos\varphi\,\frac{d\varphi}{dt}.$$

Élevons au carré ces deux équations et ajoutons. Nous aurons dans le premier membre le carré de la vitesse b du point M, et par suite

$$b^2 = a^2 + 2al\sin\varphi\,\frac{d\varphi}{dt} + l^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2, \tag{1}$$

ou bien, en divisant par l^2,

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \frac{2a\sin\varphi}{l}\,\frac{d\varphi}{dt} + \frac{a^2 - b^2}{l^2} = 0,$$

équation qui lie l'angle φ à la variable t. Elle est du second degré en $\frac{d\varphi}{dt}$, et fournit deux valeurs pour la vitesse angulaire de la droite AM autour du point A. Il vient, en la résolvant,

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{a\sin\varphi}{l} \pm \frac{1}{l}\sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi}. \tag{2}$$

On serait conduit directement à l'équation (1) en considérant *(fig. 2)* le triangle des vitesses A′O′B′, dans lequel la vitesse $b = \text{O′B′}$ est la résultante

de la vitesse d'entraînement $OA' = a$, et de la vitesse de circulation $A'B' = l\frac{d\varphi}{dt}$, perpendiculaire au rayon AM. Le mouvement du point M est, dans cet ordre d'idées, la résultante d'un mouvement circulaire le long d'un cercle de rayon l décrit du point A comme centre, et du mouvement de translation de ce cercle, avec une vitesse a constante, le long de la droite OX. L'équation (2) règle la vitesse angulaire d'après la position du rayon AM. Suivant que $\frac{d\varphi}{dt}$ est positif ou négatif, le rayon mobile tourne autour du point A de gauche à droite ou en sens opposé.

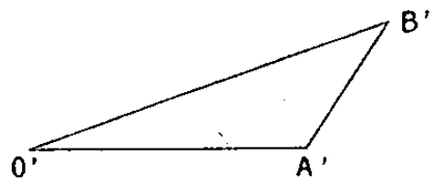


FIG. 2.

La direction MR *(fig. 3)* suivie par le point M quand le point A se déplace le long de AX, fait avec le rayon MA un angle $\mu = \text{RMA}$, qui est lié à l'angle φ par la relation connue

$$b \cos \mu = a \cos \varphi ;$$

elle exprime que la longueur AM reste constante. Cette équation fait voir que les deux chemins MR, MR', qui s'offrent au point M suivant le signe qu'on attribue au radical dans l'équation (2), font le même angle μ avec le rayon MA; qu'en d'autres termes, le rayon MA est la bissectrice des deux routes que peut suivre le point mobile à partir d'une position M donnée.

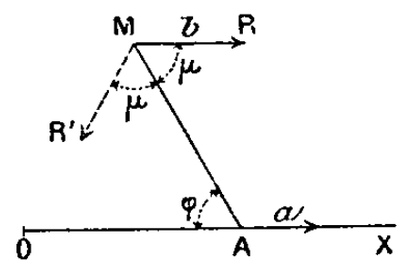


FIG. 3.

Le radical $\sqrt{b^2 - a^2 \cos^2 \varphi}$ n'est autre chose que le produit $b \sin \mu$, de sorte que l'équation (2) peut s'écrire sous la forme

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-a \sin \varphi \pm b \sin \mu}{l},$$

en mettant le double signe du radical en évidence. Si l'on suppose sin μ positif, le signe supérieur correspond à la vitesse $\text{MR} = b$ qui est dirigée du même côté du rayon MA que la vitesse a; le signe inférieur à la vitesse MR', égale aussi à b, mais dirigée par rapport à MA du côté opposé à la vitesse a.

Trois cas sont à distinguer dans la solution, suivant qu'on a

$$a < b, \quad a > b, \quad a = b.$$

Le premier cas correspond au *mouvement révolutif* du point M sur le cercle mobile qui a le point A pour centre et la droite AM pour rayon;

Le second correspond à un *mouvement limité* du point M sur ce même cercle ; dans le cas où le point A serait soumis à un mouvement alternatif le long de l'axe XX′, le point M subirait sur le cercle un *mouvement oscillatoire* entre des limites fixes ;

Le troisième cas est un cas intermédiaire : il correspond soit à l'*immobilité* du point M sur le cercle, soit à son *mouvement asymptotique*, rapprochant indéfiniment sur ce cercle le point mobile d'un point-limite déterminé.

Premier cas : $a < b$.

Les deux racines de l'équation (1) sont réelles, mais de signes contraires, quelle que soit la valeur de l'angle φ.

Pour achever la solution, attribuons un signe particulier au radical dans l'équation (2), et faisons choix du signe $+$.

Nous aurons

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-a\sin\varphi + \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi}}{l}, \tag{3}$$

d'où l'on déduit

$$dt = \frac{l\,d\varphi}{\sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi} - a\sin\varphi} = \frac{l\,d\varphi\,(a\sin\varphi + \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi})}{b^2 - a^2}.$$

Pour avoir dt positif, il faut et il suffit qu'on attribue à $d\varphi$ une valeur positive, c'est-à-dire qu'on fasse tourner de gauche à droite la ligne AM autour du point A. Intégrons les deux membres, et convenons de compter le temps t à partir de la position du point M pour laquelle on a $\varphi = 0$. Il viendra

$$t = \frac{al}{b^2 - a^2}(1 - \cos\varphi) + \frac{l}{b^2 - a^2}\int_0^{\varphi} \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi}\,d\varphi. \tag{4}$$

L'intégrale indiquée est la *fonction elliptique de seconde espèce* de

Legendre, qu'il désigne par la lettre E. Pour la ramener à la forme habituelle, prenons pour nouvelle variable un angle ψ égal à $\frac{\pi}{2} - \varphi$, et posons $\frac{a}{b} = c$, nombre moindre que l'unité par hypothèse. Il viendra

$$\int_0^{\varphi} \sqrt{b^2 - a^2 \cos^2 \varphi}\, d\varphi = -b \int_{\frac{\pi}{2}}^{\psi} \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \psi}\, d\psi$$

$$= b \int_{\psi}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \psi}\, d\psi$$

$$= b \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \psi}\, d\psi - \int_0^{\psi} \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \psi}\, d\psi \right)$$

$$= b\Big(\mathrm{E}_1(c) - \mathrm{E}(c, \psi)\Big),$$

en désignant par $\mathrm{E}_1(c)$ la *fonction complète*, fonction du module c seul. C'est le quart du périmètre d'une ellipse qui aurait l'unité pour demi grand axe et c pour excentricité relative.

On retrouve cette fonction en faisant varier φ de $\frac{\pi}{2}$ à π, de π à $\frac{3\pi}{2}$, etc., de sorte qu'on peut toujours ramener la limite supérieure φ de l'intégrale à être comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. On a, en définitive,

$$(5) \qquad t = \frac{al}{b^2 - a^2}(1 - \cos\varphi) + \frac{lb}{b^2 - a^2}\Big(\mathrm{E}_1(c) - \mathrm{E}(c, \psi)\Big).$$

Si, dans cette équation, on fait successivement

$$\varphi = 0, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}, \qquad \varphi = \pi, \qquad \varphi = \frac{3\pi}{2}, \qquad \varphi = 2\pi,$$

ce qui entraîne

$$\psi = +\frac{\pi}{2}, \qquad \psi = 0, \qquad \psi = -\frac{\pi}{2}, \qquad \psi = -\pi, \qquad \psi = -\frac{3\pi}{2},$$

on obtient les résultats suivants :

ANGLE φ	ANGLE ψ	VALEURS DU TEMPS t	ABSCISSE DU POINT at		COORDONNÉES DU POINT : Abscisse x		Ordonnée y
0	2π	0	A_0	0	M_0	$-l$	0
2π	0	$\frac{la}{b^2-a^2}+\frac{lb}{b^2-a^2}E_1$	A_1	$\frac{la^2}{b^2-a^2}+\frac{lab}{b^2-a^2}E_1$	M_1	$\frac{la^2}{b^2-a^2}+\frac{lab}{b^2-a^2}E_1$	$+l$
π	$-\pi$	$\frac{2la}{b^2-a^2}+\frac{2lb}{b^2-a^2}E_1$	A_2	$\frac{2la^2}{b^2-a^2}+\frac{2lab}{b^2-a^2}E_1$	M_2	$\frac{2la^2}{b^2-a^2}+l+\frac{2lab}{b^2-a^2}E_1$	0
$\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$\frac{ia}{b^2-a^2}+\frac{3lb}{b^2-a^2}E_1$	A_3	$\frac{la^2}{b^2-a^2}+\frac{3lab}{b^2-a^2}E_1$	M_3	$\frac{la^2}{b^2-a^2}+\frac{3lab}{b^2-a^2}E_1$	$-l$
$\pi 2$	$-\frac{3\pi}{2}$	$\frac{4lb}{b^2-a^2}E_1$	A_4	$\frac{4lab}{b^2-a^2}E_1$	M_4	$\frac{4lab}{b^2-a^2}E_1-l$	0

Au bout d'un temps $T=\frac{2la}{b^2-a^2}+\frac{2lb}{b^2-a^2}E_1$, les points A et M sont arrivés en A_2, M_2 et la tige AM est renversée bout pour bout. Au bout d'une nouvelle période $T'=\frac{2lb}{b^2-a^2}E_1-\frac{2la}{b^2-a^2}$, ils se trouvent en A_4 et M_4, et la tige s'est renversée une seconde fois. Au bout du temps $T+T'=\frac{4lab}{b^2-a^2}E_1$, les points mobiles sont dans une situation relative identique à celle qu'ils avaient au temps $t=0$; le mouvement peut, par suite, se prolonger indéfiniment, en répétant autant de fois qu'on le voudra la période accomplie de $\varphi=0$ à $\varphi=2\pi$. La trajectoire du point M a la forme suivante :

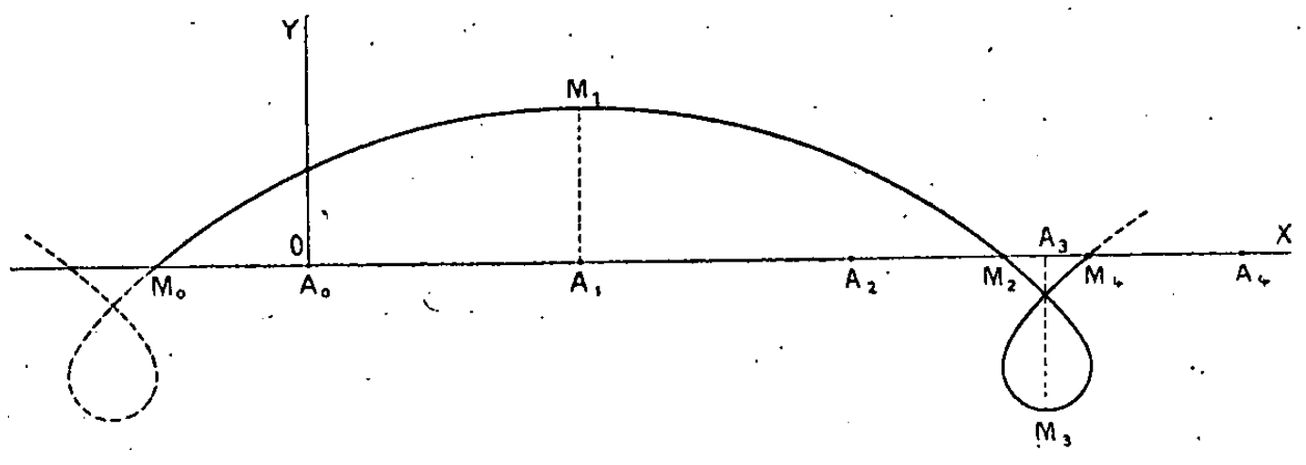


FIG. 4.

Le nombre E_1 étant toujours supérieur à l'unité, on voit que la durée T est supérieure à $\frac{2la}{b^2-a^2}+\frac{2lb}{b^2-a^2}=\frac{2l}{b-a}$. La figure le fait voir ; car la droite M_0M_2 est égale à $aT+2l$; et elle est moindre que l'arc $M_0M_1M_2=bT$, décrit dans le même temps par le point M. Donc

$$aT+2l<bT,$$

inégalité d'où l'on tire

$$T>\frac{2l}{b-a}.$$

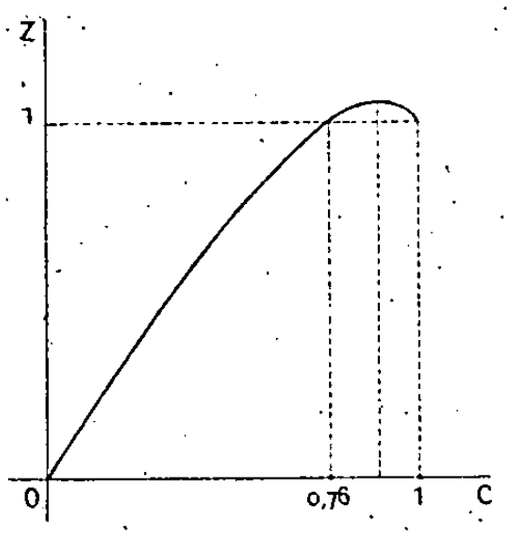


FIG. 5.

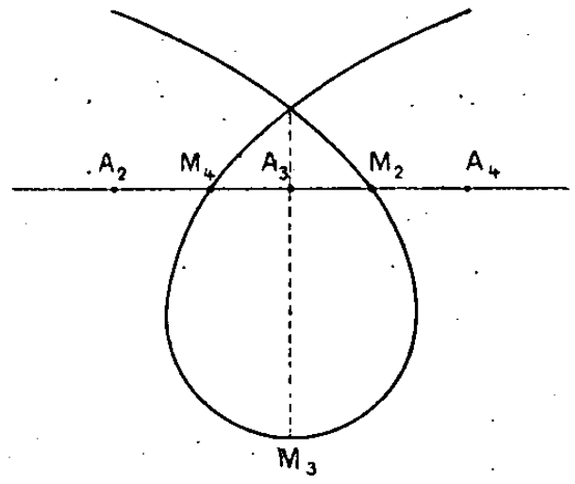


FIG. 6.

On voit aussi que T′ est toujours plus grand que

$$\frac{2lb}{b^2-a^2}-\frac{2la}{b^2-a^2}=\frac{2l}{b+a};$$

et que la différence T — T′ est égale à $\frac{4la}{b^2-a^2}$.

Entre les points M_2 et M_4 la courbe présente une boucle qui peut être, comme dans la figure 4, tout entière au-dessous de l'axe OX, ou bien qui peut être coupée par cet axe *(fig. 6)*, ou enfin qui peut avoir sur l'axe son point double *(fig. 7)*. Ces divers cas se produiront suivant qu'on aura

$$A_0M_2<A_0A_3,\qquad A_0M_2=A_0A_3,\qquad A_0M_2>A_0A_3,$$

c'est-à-dire suivant qu'on aura

$$\frac{2la^2}{b^2-a^2}+l+\frac{2lab}{b^2-a^2}\,E_1 \begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix} \frac{la^2}{b^2-a^2}+\frac{2lab}{b^2+a^2}\,E_1.$$

Le facteur l disparaît de cette relation, qui se réduit, en multipliant par le nombre positif b^2-a^2, et en remplaçant $\frac{a}{b}$ par le module c, à la forme

$$cE_1 \begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix} 1.$$

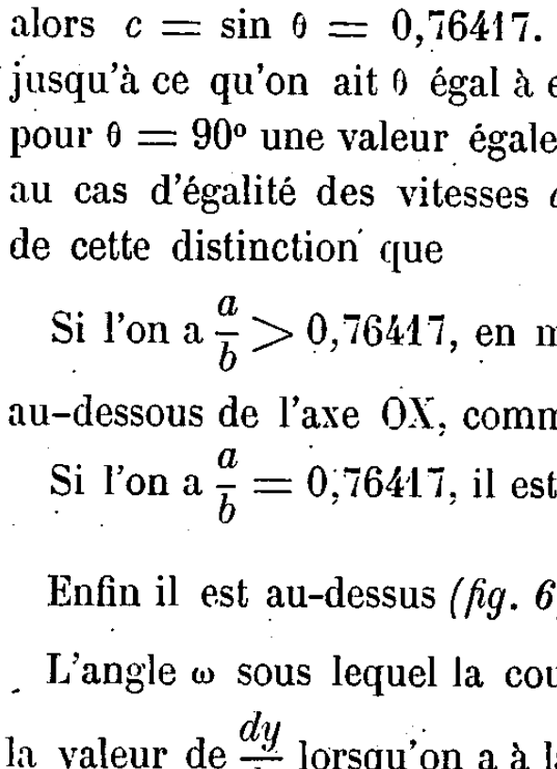


Fig. 7.

Nous avons construit la courbe $z=cE_1$ *(fig. 5)*, en prenant pour abscisse le module $c=\sin\theta$, et en nous aidant des tables de Legendre pour le calcul de la fonction complète E_1. On reconnaît aisément que z est nul pour $c=0$, qu'il croît avec c, et devient égal à l'unité lorsque l'angle θ du module atteint environ la valeur de 49° 50′ ; on a alors $c=\sin\theta=0{,}76417$. Au delà le produit $z=cE_1$ croît encore jusqu'à ce qu'on ait θ égal à environ 80° ; il décroît ensuite et reprend pour $\theta=90°$ une valeur égale à l'unité. Mais cette valeur correspondrait au cas d'égalité des vitesses a et b, que nous excluons ici. On conclut de cette distinction que

Si l'on a $\frac{a}{b}>0{,}76417$, en même temps que $\frac{a}{b}<1$, le point double est au-dessous de l'axe OX, comme dans la figure 4 ;

Si l'on a $\frac{a}{b}=0{,}76417$, il est sur l'axe OX *(fig. 7)* ;

Enfin il est au-dessus *(fig. 6)*, si $\frac{a}{b}$ est $<0{,}76417$.

L'angle ω sous lequel la courbe coupe l'axe OX s'obtient en cherchant la valeur de $\frac{dy}{dx}$ lorsqu'on a à la fois $t=0$, $\varphi=0$. On obtient

$$\operatorname{tang}\omega=\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}=\frac{\sqrt{1-c^2}}{c}=\cot\theta;$$

l'angle ω est donc le complément de l'angle du module. Lorsque le point double est sur l'axe OX, on a $\theta = 49^\circ\ 50'$ environ. L'angle des deux tangentes MT, MT′ au point double est alors égal à $\pi - 2\omega$, ou à 2θ, ou enfin à $99^\circ\ 40'$. L'angle est plus grand que 2θ, si le point double est au-dessus, et plus petit que 2θ, si le point double est au-dessous de l'axe OX.

Pour développer la solution précédente, nous avons attribué le signe supérieur au radical de l'équation (2), ce qui conduit à l'équation

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-a\sin\varphi + \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi}}{l}. \tag{3}$$

Cette équation définit le mouvement relatif du point M sur la circonférence BMB′ *(fig. 8)*, décrite du point A comme centre avec un rayon $AB = l$. Ce mouvement s'opère dans le sens de la flèche f.

Prenons actuellement le signe inférieur, et posons

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-a\sin\varphi - \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi}}{l}. \tag{3 bis}$$

Le mouvement défini par cette équation s'effectue sur le même cercle en sens contraire. Mais si l'on change φ en $-\varphi'$, l'équation devient

$$-\frac{d\varphi'}{dt} = \frac{a\sin\varphi' - \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi'}}{l},$$

ou bien

$$\frac{d\varphi'}{dt} = \frac{-a\sin\varphi' + \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi'}}{l},$$

équation identique à l'équation (3), sauf que l'angle φ' doit être compté en sens inverse de l'angle φ ; le mouvement défini est celui d'un point M′, qui se meut dans le sens de la flèche f', et qu'on peut regarder, en disposant convenablement des constantes, comme le point symétrique du point M par rapport au diamètre AB. Si, à ces deux mouvements circu-

laires symétriques, on ajoute le mouvement d'entraînement uniforme du cercle le long de la droite AX, on obtiendra encore des mouvements symétriques, définis par les équations

$$x = at - l\cos\varphi,$$
$$y = l\sin\varphi$$

pour le point M, et par les équations

$$x = at - l\cos\varphi' = at - l\cos\varphi,$$
$$y = l\sin\varphi' = -l\sin\varphi$$

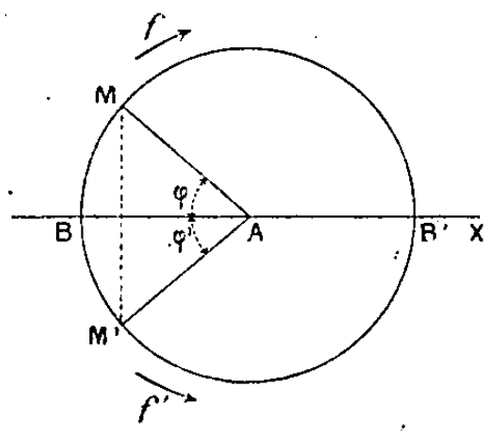


FIG. 8.

pour le point M'. L'adoption du signe inférieur revient donc à reproduire la courbe symétriquement par rapport à l'axe OX, et ne fait pas connaître de nouvelle solution pour le problème.

DEUXIÈME CAS : $a > b$.

Lorsque la vitesse a est supérieure à la vitesse b, l'angle φ ne peut varier qu'entre les limites qui rendent positive la différence $b^2 - a^2\cos^2\varphi$; autrement $\frac{d\varphi}{dt}$ serait imaginaire. Ces limites sont les solutions de l'équation

$$\cos^2\varphi = \left(\frac{b}{a}\right)^2,$$

qui définit deux arcs compris entre 0 et π; nous appellerons le plus petit φ_0 et l'autre sera $\pi - \varphi_0$. L'ordonnée y ne peut donc s'annuler, et reste comprise entre les deux limites positives $y = l\sin\varphi_0$ et $y = l$.

On peut attribuer tel signe qu'on voudra au radical de l'équation (2). Nous adopterons d'abord le signe +. L'équation résolue par rapport à dt donne

$$(6) \qquad dt = -\frac{ld\varphi(a\sin^2\varphi + \sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi})}{a^2 - b^2},$$

et il faudra attribuer à $d\varphi$ une valeur négative, pour maintenir une valeur positive à dt. Nous ferons donc décroître φ de sa limite supérieure, $\pi - \varphi_0$, à sa limite inférieure, φ_0. Mais il y a avantage, pour faire l'intégration,

à substituer à la variable φ la variable μ, qui est liée à φ par la relation

$$a \cos \varphi = b \cos \mu,$$

qu'on peut écrire

$$\cos \varphi = \cos \varphi_0 \cos \mu.$$

L'angle φ variant de $\pi - \varphi_0$ à φ_0, μ varie de π à 0. De cette relation on déduit en différentiant

$$a \sin\varphi \, d\varphi = b \sin\mu \, d\mu,$$

ou bien

$$\sin\varphi \, d\varphi = \cos \varphi_0 \sin\mu \, d\mu.$$

Nous pouvons donc écrire l'équation (6) sous la forme suivante :

$$dt = -\frac{lb}{a^2 - b^2} \sin\mu \, d\mu - \frac{la}{a^2 - b^2} \sqrt{\cos^2 \varphi_0 - \cos^2 \varphi} \, d\varphi$$

$$= -\frac{lb}{a^2 - b^2} \sin\mu \, d\mu - \frac{la}{a^2 - b^2} \cos \varphi_0 \sin\mu \, d\varphi.$$

On chassera $d\varphi$ de cette équation au moyen de la relation

$$d\varphi = \frac{\cos \varphi_0 \sin \mu \, d\mu}{\sin \varphi} = \frac{\cos \varphi_0 \sin \mu \, d\mu}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu}},$$

et par conséquent

$$dt = -\frac{lb}{a^2 - b^2} \sin \mu \, d\mu - \frac{la}{a^2 - b^2} \frac{\cos^2 \varphi_0 \sin^2 \mu \, d\mu}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu}}.$$

Mais on a identiquement

$$\cos^2 \varphi_0 \sin^2 \mu$$

$$= \cos^2 \varphi_0 (1 - \cos^2 \mu) - 1 + 1 = 1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu - \sin^2 \varphi_0,$$

de sorte qu'on peut remplacer

$$\frac{\cos^2 \varphi_0 \sin^2 \mu}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu}}$$

par la fonction

$$\frac{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu - \sin^2 \varphi_0}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu}} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu} - \frac{\sin^2 \varphi_0}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \mu}}.$$

En définitive, l'équation (6) se transforme en la suivante :

$$dt = -\frac{lb}{a^2 - b^2}\sin\mu d\mu$$

$$-\frac{la}{a^2 - b^2}\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\cos^2\mu}\,d\mu + \frac{la\sin^2\varphi_0}{a^2 - b^2}\frac{d\mu}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\cos^2\mu}},$$

et on obtient, en intégrant,

$$(7)\qquad t = C + \frac{lb}{a^2 - b^2}\cos\mu$$

$$-\frac{la}{a^2 - b^2}\int\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\cos^2\mu}\,d\mu + \frac{la\sin^2\varphi_0}{a^2 - b^2}\int\frac{d\mu}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\cos^2\mu}}.$$

Nous aurons la durée T du trajet qui fait varier l'angle φ de $\pi - \varphi_0$ à φ_0. en prenant la fonction précédente entre les limites $\mu = \pi$ et $\mu = 0$. Le terme en $\cos\mu$ donnera $\frac{2lb}{a^2 - b^2}$. Quant aux quadratures indiquées, posons $\mu = \frac{\pi}{2} - \mu'$; on en déduit $d\mu = -d\mu'$, et les limites de μ' seront $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$. On aura donc

$$\int_{\pi}^{0}\frac{d\mu}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\cos^2\mu}}$$

$$= -\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\frac{d\mu'}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\sin^2\mu'}} = -2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\mu'}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\sin^2\mu'}} = -2F_1,$$

$$\int_{\pi}^{0}\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\cos^2\mu}\,d\mu$$

$$= -\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\sin^2\mu}\,d\mu' = -2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1 - \cos^2\varphi_0\sin^2\mu'}\,d\mu' = -2E_1$$

en appelant F_1 et E_1 les fonctions elliptiques complètes de première et de seconde espèce, pour le module égal à $\cos\varphi_0$. Donc enfin

$$(8)\qquad T = \frac{2lb}{a^2 - b^2} + \frac{2la}{a^2 - b^2}E_1 - \frac{2la\sin^2\varphi_0}{a^2 - b^2}F_1$$

$$= \frac{2lb}{a^2 - b^2} + \frac{2la}{a^2 - b^2}E_1 - \frac{2l}{a}F_1,$$

en observant que $\sin^2\varphi_0 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$.

La trajectoire *(fig. 9)* part du point M_0 tangentiellement au rayon $A_0 M_0$ qui fait avec l'axe A_0X' l'angle $\pi - \varphi_0$. Le mobile passe à l'époque $\frac{T}{2}$ au point M_1, pour lequel les angles φ et μ sont égaux à $\frac{\pi}{2}$; on a d'ailleurs $A_1 M_1 = l$, et le point M_1 est le plus haut de la trajectoire. La courbe revient toucher en M_2 le rayon mobile dans la position où il forme avec $A_2 X'$ l'angle φ_0. On obtient le tableau suivant des coordonnées :

ANGLE φ	VALEURS DU TEMPS t	ABSCISSES DES POINTS	COORDONNÉES DES POINTS	
			Abscisse x	Ordonnée y
$\pi - \varphi_0$	0	A_0 : 0	M_0 : $l\cos\varphi_0$	$l\sin\varphi_0$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{lb}{a^2-b^2} + \frac{la}{a^2-b^2}E_1 - \frac{l}{a}F_1$	A_1 : $\frac{lab}{a^2-b^2} + \frac{la^2}{a^2-b^2}E_1 - lF_1$	M_1 : $\frac{lab}{a^2-b^2} + \frac{la^2}{a^2-b^2}E_1 - lF_1$	l
φ_0	$\frac{2lb}{a^2-b^2} + \frac{2la}{a^2-b^2}E_1 - \frac{2l}{a}F_1$	A_2 : $\frac{2lab}{a^2-b^2} + \frac{2la^2}{a^2-b^2}E_1 - 2lF_1$	M_2 : $\frac{2lab}{a^2-b^2} + \frac{2la^2}{a^2-b^2}E_1 - 2lF_1 - l\cos\varphi_0$	$l\sin\varphi_0$

La trajectoire présente la forme ci-dessous :

La ligne droite $A_0A_2 = aT$ étant moindre que la ligne mixte $A_0M_0M_1A_2$, qui a pour longueur $2l + bT$, on a l'inégalité

$$aT < 2l + bT,$$

de sorte que $T < \frac{2l}{a-b}$.

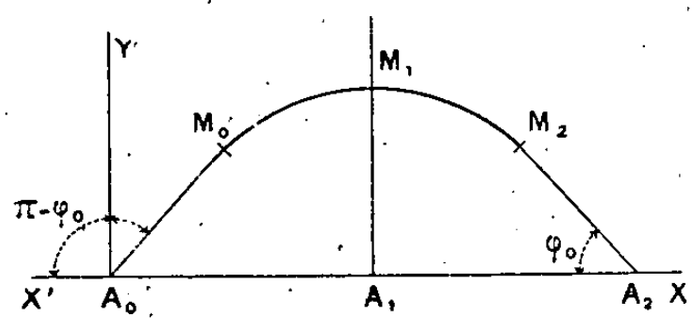


FIG. 9.

La prolongation du mouvement à partir de $t = T$ n'est plus possible dans les conditions du problème. Il faudrait que $d\varphi$ fût négatif pour maintenir une valeur positive à dt : or $d\varphi$ négatif à partir de $\varphi = \varphi_0$ rend imaginaire le radical $\sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi}$: Les conditions du problème ne peuvent donc plus être satisfaites dans le sens strict de l'énoncé. Si le point A continue à s'avancer avec la vitesse a

à droite du point A_2, le point M, qui a une vitesse moindre, ne peut plus le suivre à distance constante.

Examinons en second lieu la solution qui résulte du changement de signe du radical, et qui consiste à poser

$$(9) \qquad dt = \frac{l d\varphi(\sqrt{b^2 - a^2\cos^2\varphi} - a\sin\varphi)}{a^2 - b^2}.$$

La parenthèse du second membre est encore négative, ce qui exige que $d\varphi$ reçoive des valeurs négatives. L'angle φ variera donc encore de $\pi - \varphi_0$ à φ_0. La seconde solution se déduit d'ailleurs de la première en changeant a en $-a$ dans les équations (7) et (8). On trouvera, en définitive, pour le temps T′ du trajet qui amène l'angle φ de sa valeur maximum $\pi - \varphi_0$ à sa plus petite valeur φ_0, la formule

$$(10) \qquad T' = \frac{2lb}{a^2 - b^2} - \frac{2la}{a^2 - b^2} E_1 + \frac{2l}{a} F_1,$$

et le tableau ci-dessus pourra s'appliquer à ce nouveau cas, en y opérant le changement de signe de a dans la colonne des valeurs de t.

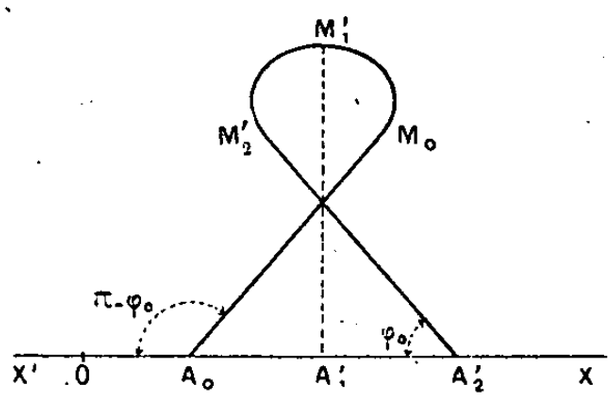


FIG. 10.

Nous obtenons ainsi *(fig. 10)* un nouvel arc de courbe $M_0\, M'_1\, M'_2$, qui sera décrit dans le temps T′, pendant que le point A parcourt sur l'axe OX une longueur $A_0\, A'_2 = T' \times a$. L'arc $M_0\, M'_1\, M'_2$ est tangent en M_0 et en M'_2 aux rayons $M_0\, A_0$, $M'_2\, A'_2$, qui font l'angle φ_0 avec l'axe des abscisses. Arrivé en M'_2, le mobile M se trouve arrêté par la même impossibilité qu'au point M_2 de la première solution.

Chacune de ces deux solutions est d'ailleurs *réversible*. Si le point A, parvenu, soit en A_2, soit en A'_2, revient sur ses pas en conservant la vitesse a, le mobile M parcourra soit l'arc $M_2\, M_1\, M_0$, soit l'arc $M'_2\, M'_1\, M'_0$, avec la vitesse b changée de sens. Cette remarque nous permet de prolonger le mouvement du point M, lorsque b est $< a$, moyennant qu'on assujettisse le point A à des mouvements rétrogrades le long de OX, alternativement répétés.

Imaginons *(fig. 11)* que le point A, parti de A_0 à l'époque $t = 0$, et parvenu en A_2 au bout du temps T, revienne sur ses pas de A_2 à A_4, en conservant dans ce sens la même vitesse a pendant le temps T′. Pendant la première durée, le point M parcourra l'arc $M_0\, M_1\, M_2$ comme par la première solution; pendant la seconde, il parcourra l'arc $M_2\, M_3\, M_4$, fourni par la seconde

quand les mouvements y sont changés de sens. Au bout du temps total $T + T' = \frac{4lb}{a^2 - b^2}$, les deux points mobiles se retrouveront en A_4 et M_4,

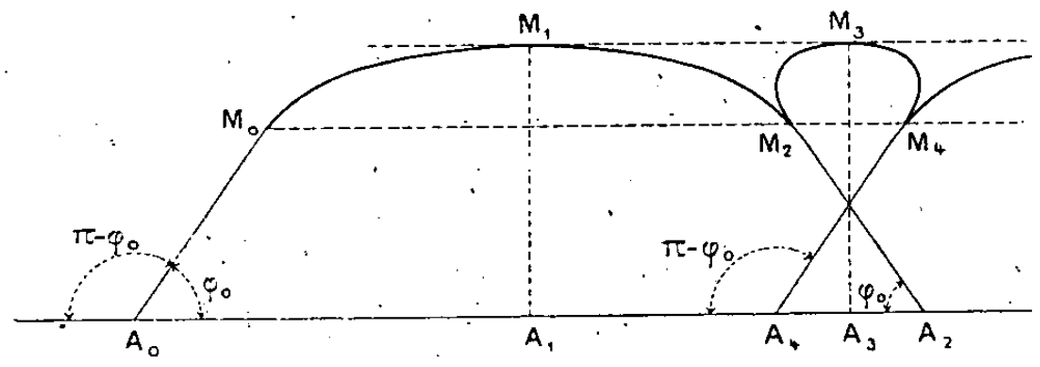


FIG. 11.

dans la même position relative par rapport à OX qu'en A_0 et M_0. Ils pourront donc recommencer à partir de cette position deux nouvelles périodes consécutives de durée T et T'. De cette manière, le mouvement du point M peut être indéfiniment prolongé, sans qu'il revienne jamais à suivre un trajet déjà accompli; tandis que le point A est soumis à des rebroussements périodiques, qui lui font changer le sens de sa vitesse aux points A_2, A_4, A_6...

Il est remarquable que la somme $T + T' = \frac{4lb}{a^2 - b^2}$ soit indépendante des fonctions complètes E_1 et F_1 qui figurent dans les deux parties composantes; il est vrai qu'en réalité, les rebroussements du point A aux points A_2, A_4, A_6,... et les rebroussements du point M en M_2, M_4, M_6,... ne pourraient s'accomplir que moyennant un *temps perdu*, qui s'ajouterait à la durée totale du trajet.

L'arc $M_2 M_3 M_4$ peut avoir différentes formes, suivant la position du point M_2 par rapport à l'ordonnée maximum $A_3 M_3$ la plus voisine. Suivant que le point M_2 sera à gauche de l'ordonnée $A_3 M_3$, ou à droite, ou enfin sur cette ordonnée même, l'arc $M_2 M_3 M_4$ dessinera une sorte de profil de voûte outrepassée *(fig. 12)*, ou une boucle avec point double *(fig. 15)*, ou enfin une courbe fermée dans laquelle les points M_2 et M_4 seront confondus en un seul *(fig. 14)*. Abaissons du point M_2 une perpendiculaire $M_2 P$ sur l'axe OX. Les trois cas à examiner seront exprimés par la triple relation

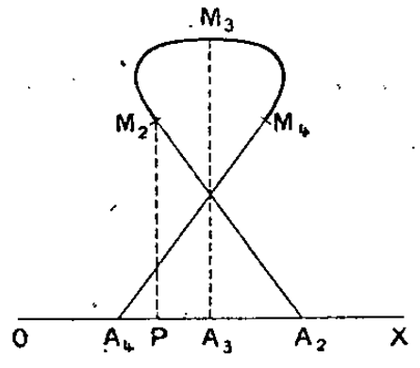


FIG. 12.

$$A_2 A_3 \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} A_2 P,$$

ou bien

$$\frac{1}{2}\, aT' \lessgtr l \cos \varphi_0.$$

Remplaçons T′ par sa valeur prise dans l'équation (10), et $\cos \varphi_0$ par le module $c = \sin 0 = \cos \varphi_0 = \frac{b}{a}$ des fonctions elliptiques. Il viendra

$$\frac{E_1}{1 - c^2} - F_1 \gtrless \frac{c^3}{1 - c^2},$$

ou bien

$$E_1 - F_1 \sin^2 \varphi_0 \gtrless \cos^3 \varphi_0.$$

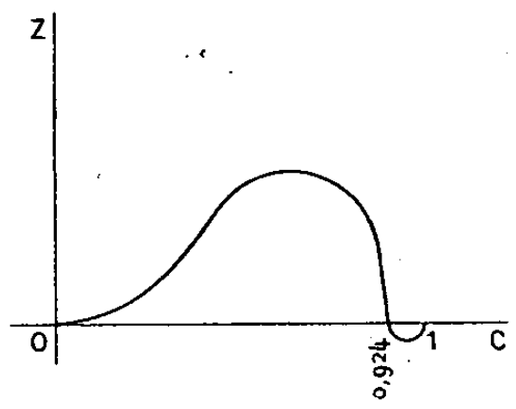


FIG. 13.

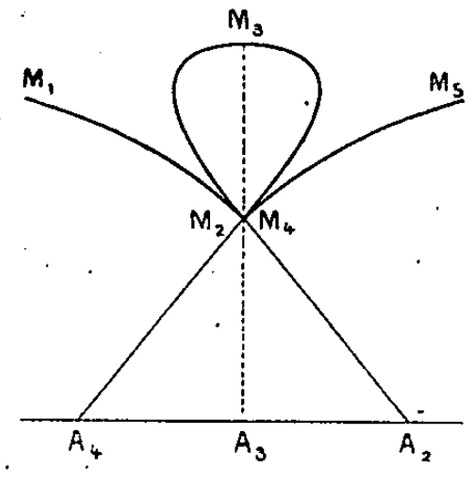


FIG. 14.

Le tracé de la courbe représentée par l'équation

$$z = E_1 - F_1 (1 - c^2) - c^3,$$

où l'on prendra c comme abscisse variant de 0 à 1, et z comme l'ordonnée correspondante *(fig. 13)*, montre qu'il y a égalité entre les deux membres de la relation de condition lorsque $c = 0,92410$, ce qui correspond à $\varphi_0 = 22^\circ\ 28'$; et l'on reconnaît que le premier membre est plus grand que le second, si c est moindre que cette limite.

Si donc on a $\frac{b}{a} < 0,92410$, il en résulte $A_2\, A_3 < A_2\, P$, et l'arc $M_2\, M_3\, M_4$ a la forme de profil outrepassé représentée sur la figure 11 ;

Si $\frac{b}{a} = 0,92410$, l'arc se ferme, et les deux points M_2 et M_4 se confondent *(fig. 14)*;

Si enfin $\frac{b}{a} > 0{,}92410$ et < 1, les deux branches de l'arc se croisent, et l'arc présente deux points doubles sur l'ordonnée $A_3 M_3$, et en outre deux

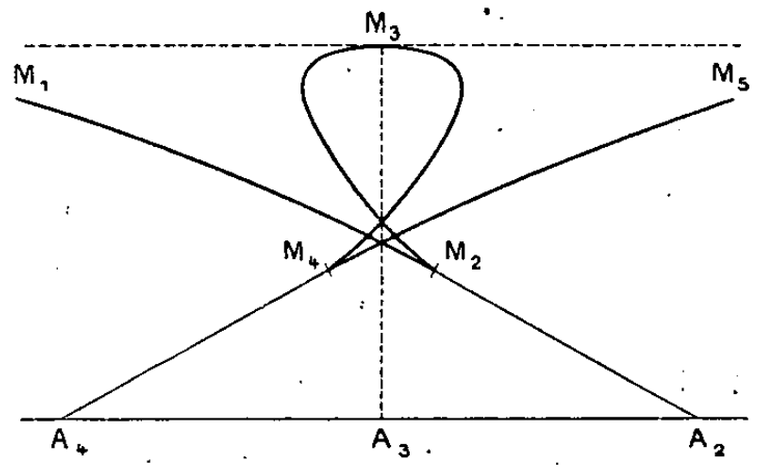


Fig. 15.

autres intersections, symétriques par rapport à cette ordonnée, de la courbe $M_1 M_2$ avec $M_3 M_4$, et de la courbe $M_4 M_5$ avec $M_2 M_3$ *(fig. 15)*.

Troisième cas, ou cas intermédiaire $a = b$.

Lorsque les vitesses a et b sont égales, l'équation (2) donne, soit

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0,$$

soit

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2a \sin \varphi}{l}.$$

La première équation définit une solution évidente, celle qui correspond au transport parallèle du rayon AM, et au mouvement rectiligne du point M.

La seconde équation peut s'intégrer en termes finis. On a, en effet, en indiquant par la notation *log* les logarithmes népériens,

$$\frac{2adt}{l} = -\frac{d\varphi}{\sin \varphi} = -d\left(\log \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2}\right).$$

Posons, pour simplifier l'écriture, $\frac{a}{l} = n$, le nombre n représentant une vitesse angulaire. Il vient en intégrant

$$2nt = -\log \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2},$$

sans ajouter de constante, si l'on convient de compter le temps t à partir de l'époque où l'angle φ passe par sa valeur $\frac{\pi}{2}$. Il en résulte

$$\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = e^{-2nt},$$

d'où l'on déduit

$$\cos\varphi = \frac{e^{2nt} - e^{-2nt}}{e^{2nt} + e^{-2nt}},$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{e^{2nt} + e^{-2nt}};$$

et par conséquent

$$x = at - l\,\frac{e^{2nt} - e^{-2nt}}{e^{2nt} + e^{-2nt}},$$

$$y = \frac{2l}{e^{2nt} + e^{-2nt}}.$$

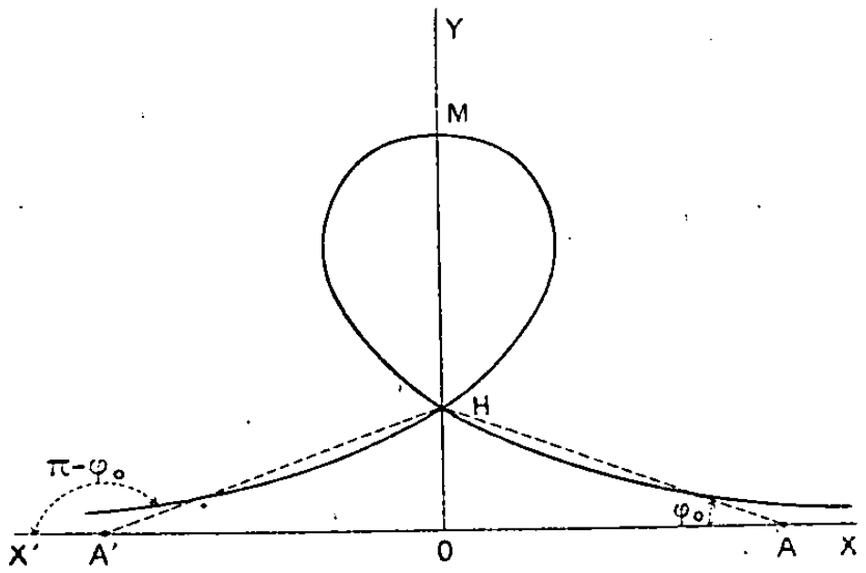


FIG. 16.

On peut aussi poser, en exprimant x et y en fonction de φ,

$$x = -\frac{l}{2}\log\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} - l\cos\varphi, \tag{10}$$

$$y = l\sin\varphi.$$

Quand on donne à φ des valeurs décroissantes à partir de $\frac{\pi}{2}$, l'abscisse x commence par être négative ; elle change de signe pour une valeur de φ que nous appellerons φ_0, et à partir de là, x reste positif et croît indéfiniment à mesure que φ diminue jusqu'à zéro. La courbe est symétrique par rapport à l'axe OY, sur lequel elle a un point double H.

Le point double correspond à $x = 0$, c'est-à-dire à

$$\log\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = -2\cos\varphi.$$

On satisfait à cette équation en faisant $\varphi = \frac{\pi}{2}$, ce qui définit le point le

plus haut de la courbe, M. On trouve une autre solution entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, pour l'angle

$$\varphi_0 = 16^\circ\ 46'$$

environ, comme aussi pour la valeur supplémentaire

$$\pi - \varphi_0,$$

égale en degrés à 163° 14′; car les deux membres de l'égalité changent de signe tous les deux en conservant la même valeur absolue quand on change l'angle φ en son supplément. Ces deux angles définissent les deux positions symétriques HA, HA′ du rayon AM mobile, lesquelles viennent se réunir au point double.

Le tableau suivant contient le relevé des divers cas que nous avons examinés.

TABLEAU RÉSUMÉ DES DIVERS RÉSULTATS OBTENUS

INDICATION DES CAS	NATURE DU MOUVEMENT ET TRAJECTOIRE DU POINT M	SUBDIVISION DES CAS	PARTICULARITÉS CORRESPONDANTES	OBSERVATIONS
Premier cas $a < b$	Mouvement continu des deux points. Trajectoire à boucles périodiquement répétées.	$a < 0{,}76417\ b$	Points doubles au-dessus de l'axe des abscisses.	Durée de la période : $\frac{4lb}{b^2-a^2}\,E_1$
		$a = 0{,}76417\ b$	Points doubles sur l'axe.	
		$a > 0{,}76417\ b$	Points doubles au-dessous.	
Cas intermédiaire ou troisième cas $a = b$	1° Mouvement rectiligne et uniforme, parallèle à l'axe des abscisses. 2° Mouvement continu sur une trajectoire asymptotique à l'axe des abscisses.	»	»	» Point double sur l'ordonnée du point le plus haut.
Deuxième cas $a > b$	1° Mouvement essentiellement limité, possible suivant deux trajectoires distinctes.	»	»	Mouvement oscillatoire des deux points, entre deux positions déterminées. Durée de l'oscillation : $\frac{2lb}{a^2-b^2} \pm \frac{2l}{a}\,F_1 \pm \frac{2la}{a^2-b^2}\,E_1$
	2° Mouvement indéfiniment prolongé, moyennant des rebroussements périodiques des deux points.	$b < 0{,}92410\ a$	Trajectoire sans point double.	Le point A est assujetti à des reculs périodiques. Durée de la période : $\frac{4lb}{a^2-b^2}$.
		$b = 0{,}92410\ a$	Trajectoire à boucles fermées.	
		$b > 0{,}92410\ a$	Trajectoire à points doubles.	

§ 2. — Propriétés géométriques des trajectoires

Détermination des courbes roulantes.

1° Supposons d'abord le premier cas, $a < b$.

Soient Aa, Mb les vitesses simultanées des points mobiles A et M. On aura le centre instantané C de rotation de la droite AM en prenant le point de rencontre des normales MC, AN, menées aux points A et M sur les vitesses b et a ; ces vitesses seront, d'ailleurs, proportionnelles aux

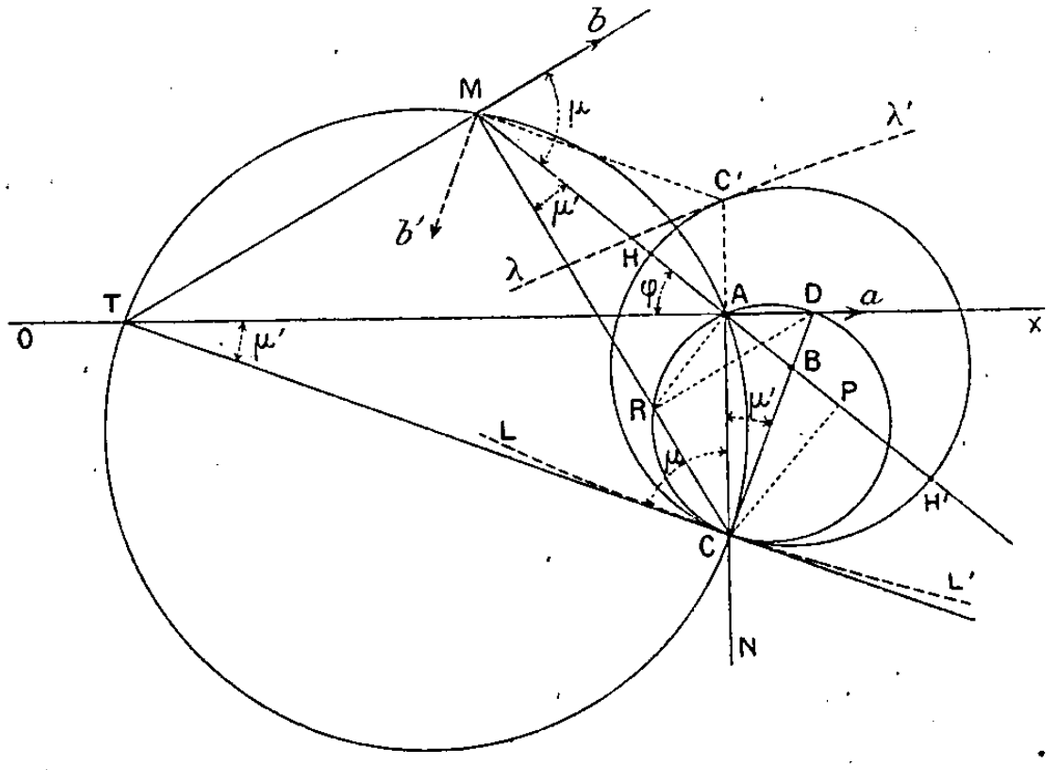


Fig. 17.

distances CM, CA. Le point C appartient donc au lieu des points dont les distances aux deux points A et M sont dans le rapport constant $\frac{a}{b}$. Ce lieu est la circonférence décrite sur le diamètre HH', H et H' étant les points qui divisent le segment constant AM dans ce même rapport. Cette circonférence a une grandeur parfaitement déterminée, dépendante de l et du rapport $\frac{a}{b}$; elle occupe une position fixe par rapport à la droite finie AM, qu'elle accompagne dans son mouvement. Elle est donc la courbe roulante qui, dans son mouvement épicycloïdal, assurera à la droite AM le déplacement exigé par les conditions du problème. Les positions successives du point C dans le plan fixe dessinent une ligne LL', tangente en C à la circonférence mobile, et sur laquelle celle-ci doit rouler.

La normale AN rencontre la circonférence en un second point C', qui serait le centre instantané correspondant à la vitesse b' du point M, lorsqu'on prend le signe inférieur pour le radical dans la valeur de $\frac{d\varphi}{dt}$. A cette

détermination correspond une autre ligne fixe pour guider le roulement de la circonférence mobile, la ligne $\lambda\lambda'$.

Le centre B de la circonférence s'obtiendra sur la droite MA prolongée en faisant en C l'angle BCA = CMA ; ce point satisfait à la relation

$$\frac{BA}{BM} = \frac{a^2}{b^2}.$$

Soit μ l'angle bMA, φ l'angle MAO, μ' l'angle AMC, égal à ACB, complément de μ. Il résulte de là que l'angle MAC est égal à $\varphi + \frac{\pi}{2}$, et l'angle ACT, que forme la droite AC avec la tangente CT aux courbes roulantes, est égal à $\frac{\pi}{2} - \mu'$ ou à μ.

La tangente CT coupe en T l'axe OX, et l'angle ATC, complément de μ, est égal à μ', c'est-à-dire à CMA. Donc les quatre points A, M, C, T sont sur une même circonférence, et comme l'angle TAC est droit, la droite CT est le diamètre de cette circonférence. L'angle TMC est donc aussi droit, et TM est le prolongement de la vitesse Mb. On arrive donc à ce théorème : *les deux vitesses* Aa, Mb, *et la tangente aux courbes roulantes menée au centre instantané de rotation concourent en un même point*.

Il est aisé de calculer les valeurs des divers segments marqués sur la figure. On aura successivement

$$AH = \frac{la}{b+a},$$

$$AH' = \frac{la}{b-a},$$

$$BA = \frac{la^2}{b^2-a^2},$$

$$BH = BH', \text{ rayon du cercle mobile} = \frac{lab}{b^2-a^2}.$$

Voilà pour les segments constants. Quant aux quantités variables, on a

$$AC = \frac{a}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)},$$

$$MC = \frac{b}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)},$$

$$AT = \frac{a}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)} \operatorname{tang} \mu.$$

$$TC = \frac{a}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)} \cos \mu.$$

La distance AC du point A au point où la droite AM touche son enveloppe est égale à

$$\frac{a \sin \mu}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)}.$$

Les coordonnées du centre instantané de rotation C dans le plan fixe sont

$$x = \mathrm{OA} = at,$$
$$y = -\mathrm{AC} = -a\frac{dt}{d\varphi} = -\frac{dx}{d\varphi}.$$

On a donc aussi, en remplaçant $\frac{dt}{d\varphi}$ par sa valeur, équation (2),

$$y = -\frac{al}{b^2 - a^2}(a \sin \varphi + \sqrt{b^2 - a^2 \cos^2 \varphi})$$
$$= -\frac{al}{b^2 - a^2}(a \sin \varphi + b \sin \mu).$$

On en déduit

$$dy = -\frac{al}{b^2 - a^2}(a \cos \varphi\, d\varphi + b \cos \mu\, d\mu)$$
$$= -\frac{al}{b^2 - a^2} b \cos \mu(d\mu + d\varphi).$$
$$dx = adt = \frac{al}{b^2 - a^2}(a \sin \varphi\, d\varphi + b \sin \mu\, d\varphi).$$

Mais
$$a \sin \varphi\, d\varphi = b \sin \mu\, d\mu.$$

Donc
$$dx = \frac{al}{b^2 - a^2} b \sin \mu\,(d\mu + d\varphi).$$

On retrouve, en divisant dy par dx, la relation

$$\frac{dy}{dx} = -\cot \mu,$$

résultat déjà obtenu géométriquement, d'après le tracé de la tangente CT. L'arc ds de la courbe fixe s'obtiendra en formant la fonction

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{lab}{b^2 - a^2}(d\mu + d\varphi).$$

Or, $\frac{lab}{b^2 - a^2}$ est le rayon de la circonférence roulante, et cette équation

exprime qu'il y a roulement sur la courbe fixe. L'arc s de la courbe fixe est donné par la formule

$$\frac{lab}{b^2 - a^2}(\varphi + \mu).$$

La construction de la courbe fixe *(fig. 18)* résulte de ces diverses remarques.

Aux points A_0, A_2, A_4, ... l'ordonnée $A_0 C_0$ est égale à $l \cot \omega$.

Au point le plus haut de la trajectoire, M_1, correspond une ordonnée $A_1C_1 = AH'$.

Au point le plus bas de la boucle, M_3, correspond une ordonnée $A_3C_3 = AH$.

La courbe a des tangentes horizontales en C_1, C_3, et elle touche en C_0, C_2, C_4 ... les droites M_0C_0, M_2C_2, M_4C_4, qui font l'angle $\frac{\tau}{2} - \omega$ avec l'arc OX.

Au point C_0, on a $\varphi = 0$, $\mu = \omega$;

Au point C_4 on a $\varphi = 2\pi$, $\mu = \omega$;

ce qui donne pour la longueur totale de l'arc $C_0C_1C_2C_3C_4$

$$\frac{lab}{b^2 - a^2} \times 2\pi,$$

c'est-à-dire la longueur de la circonférence roulante. Si sur les rayons A_0M_0, A_1M_1, A_2M_2, ... on prend les longueurs A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2, ... égales à $\frac{la^2}{b^2 - a^2}$, on obtiendra les diverses positions du point B, centre de cette circonférence. Les droites C_0B_0, C_2B_2, C_4B_4, seront normales aux droites C_0M_0, C_2M_2, C_4M_4. Le lieu des centres du cercle roulant est la courbe sinueuse $B_0B_1B_2B_3B_4$. Il est remarquable que dans cette courbe les *nœuds* B_0, B_2, B_4, soient équidistants.

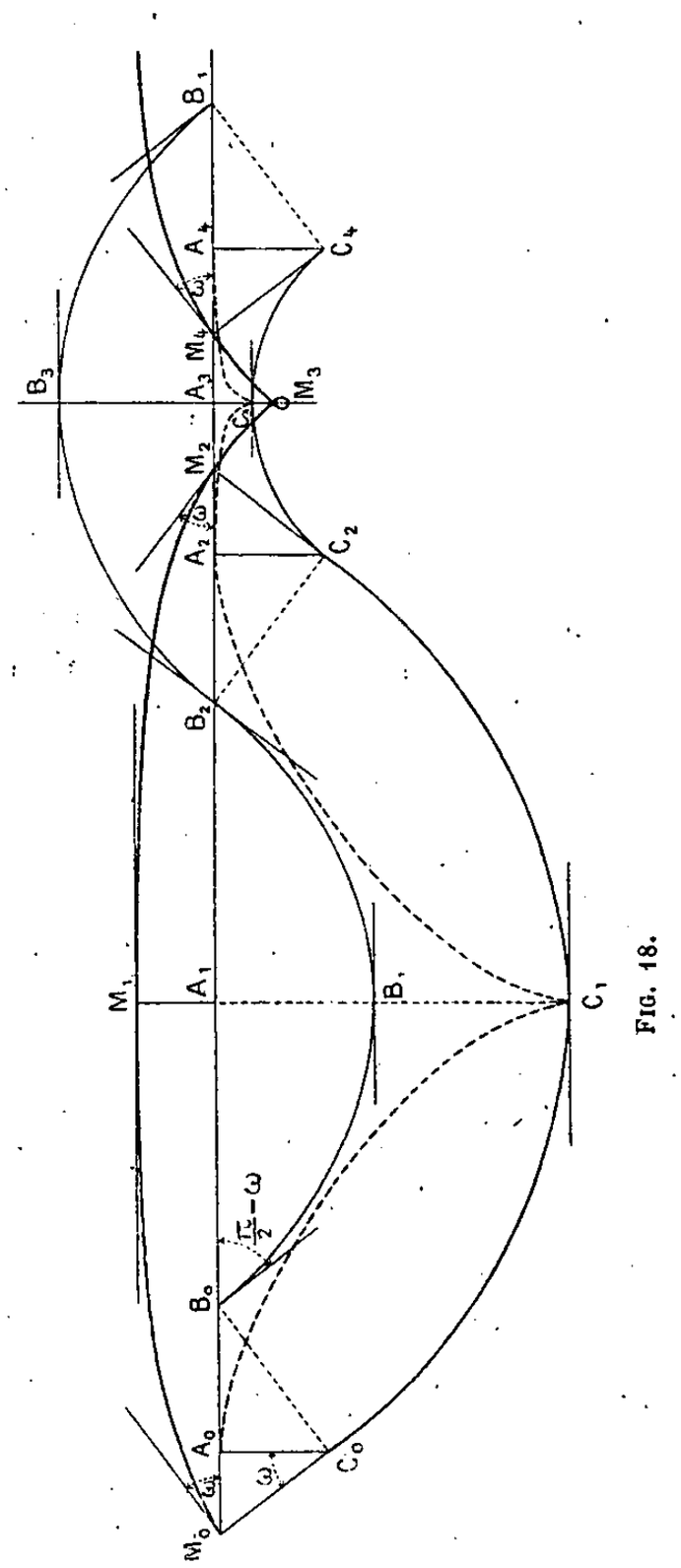
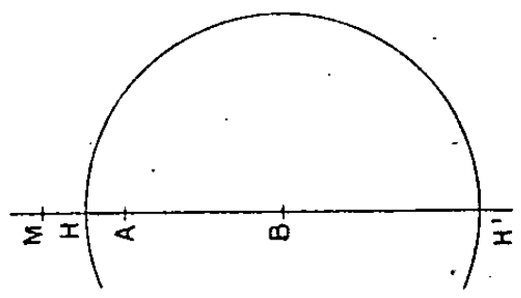


FIG. 18.



On a en effet

$$A_0A_2 = \frac{2la^2}{b^2 - a^2} + \frac{2lab}{b^2 - a^2} E_1,$$

$$A_2A_4 = -\frac{2la^2}{b^2 - a^2} + \frac{2lab}{b^2 - a^2} E_1.$$

$$\text{Donc } A_0A_2 - \frac{2la^2}{b^2 - a^2} = B_0B_2 = A_2A_4 + \frac{2la^2}{b^2 - a^2} = B_2B_4 = \frac{2lab}{b^2 - a^2} E_1;$$

de sorte que la courbe lieu des points B a, comme la sinusoïde, la propriété de couper l'axe des abscisses en des points également espacés; ses écarts maxima par rapport à la ligne moyenne sont égaux en valeur absolue. La droite C_0B_0 étant normale à la courbe au point B_0, l'angle de la courbe avec l'axe OX est égal à $\frac{\pi}{2} - \omega$, ou au complément de l'angle en M_0 formé par la trajectoire.

En définitive, le centre B du cercle roulant décrit une sorte de sinusoïde qui a l'axe OX pour ligne moyenne. A l'écart maximum A_1B_1 ou A_3B_3 près, le lieu des points M est la *cycloïde accourcie* qui serait engendrée par un point lié à un cercle fixe, dont le centre parcourrait la droite OX, en subissant autour de son centre un mouvement de rotation uniforme. On retrouve, en effet, les boucles de la courbe cycloïdale, avec une altération qui amène, en général, les points doubles en dehors de l'axe OX.

Du centre instantané C *(fig. 17)* abaissons une perpendiculaire CP sur la droite AM. Le point P sera le point où la droite mobile touche son enveloppe. La vitesse de ce point, considéré comme lié à la droite, est égale à $a \cos \varphi$, ou à $b \cos \mu$. Sur la figure 18, on voit que le point P coïncide avec $A_0, A_2, A_4, \ldots$ quand φ est égal à $0, \pi, 2\pi, \ldots$ et qu'il coïncide avec les points C_1, C_3, quand φ est égal à $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$ Le lieu du point P est d'ailleurs tangent aux droites A_0M_0, A_1M_1, A_2M_2; c'est une courbe telle que $A_0\,C_1\,A_2\,C_3\,A_4$, tangente à l'axe OX en A_0, A_2, A_4, et ayant des rebroussements tangents à la verticale en C_1, C_3, ...

2° Passons à l'examen du second cas, $a > b$.

Le lieu des points C *(fig. 19)* dont les distances aux deux points A et M sont dans le rapport $\frac{a}{b}$, est une circonférence, qui cette fois enveloppe le point M; le centre instantané de rotation C est à l'intersection de cette circonférence et de la perpendiculaire AN élevée en A à la vitesse a. La circonférence, mobile avec le rayon AM, roule au point C sur une courbe directrice LL', et l'on vérifie aisément que les tangentes à la circonférence

en C, et aux lieux décrits par les points A et M, vont concourir en un même point T, comme dans le premier cas.

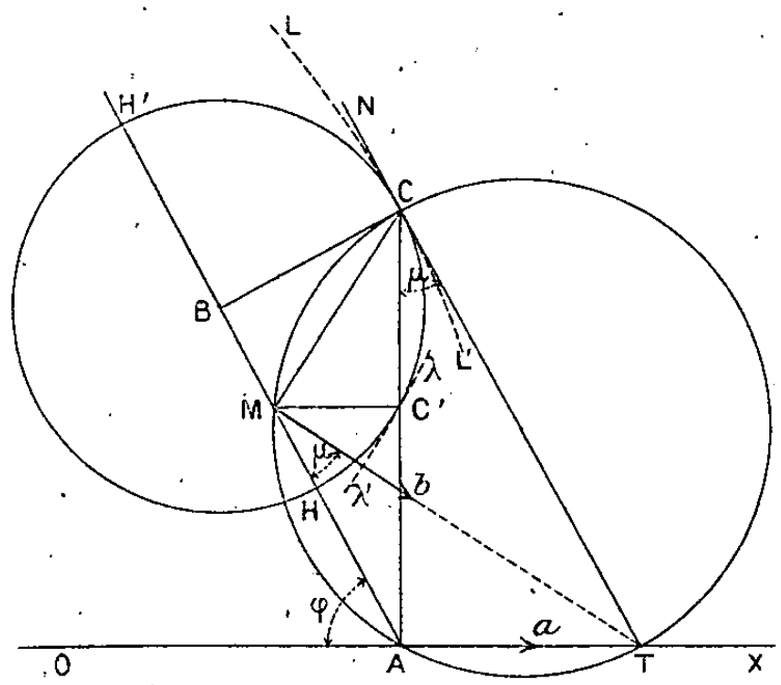


FIG. 19.

La circonférence HH′ coupe en général la droite AN en un second point C′, auquel correspond une autre courbe directrice λλ′, et une autre vitesse égale à b, normale à C′M. Le mouvement s'arrête lorsque les deux points C et C′ sont confondus en un seul ; ce qui a lieu lorsque l'angle φ devient égal à sa limite φ_0. Le rayon BC est alors parallèle à OX *(fig. 20)*.

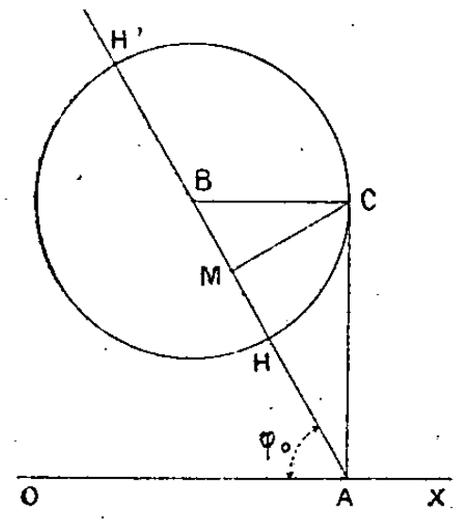


FIG. 20.

On a les égalités

$$\mathrm{BA} = \frac{la^2}{a^2 - b^2},$$

$$\mathrm{BC} = \frac{lab}{a^2 - b^2};$$

et, dans la position générale de la figure,

$$\mathrm{AC} = \frac{a}{-\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)},$$

$$\mathrm{MC} = \frac{b}{-\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)},$$

$$\mathrm{AT} = \frac{a}{-\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)} \operatorname{tang} \mu,$$

$$\mathrm{TC} = \frac{a}{-\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) \cos \mu}.$$

Au point C limite, correspondant à $\varphi = \varphi_0$ ou à $\varphi = \pi - \varphi_0$, les deux courbes directrices $\lambda\lambda'$, LL′ se fondent l'une avec l'autre ; de sorte que ces deux courbes ne sont, en réalité, que deux arcs successifs d'une seule et même courbe.

Nous pouvons, grâce à ces remarques, nous faire une idée de la courbe lieu des points C et de la courbe des centres B du cercle roulant.

Le lieu du point C *(fig. 21)* part du point C_0 tangentiellement à la droite A_0C_0, normale à OX ; il coupe l'ordonnée A_1M_1 au point C_1, à la distance AH′ du point A_1. Il revient toucher en C_2 l'ordonnée du point A_2. Le lieu se prolonge ensuite par la courbe $\lambda\lambda'$, qui se raccorde en C_2 avec la courbe LL′ précédente ; la courbe $\lambda\lambda'$ forme l'arc $C_2C_3C_4$, tangent en C_2 et C_4 aux or-

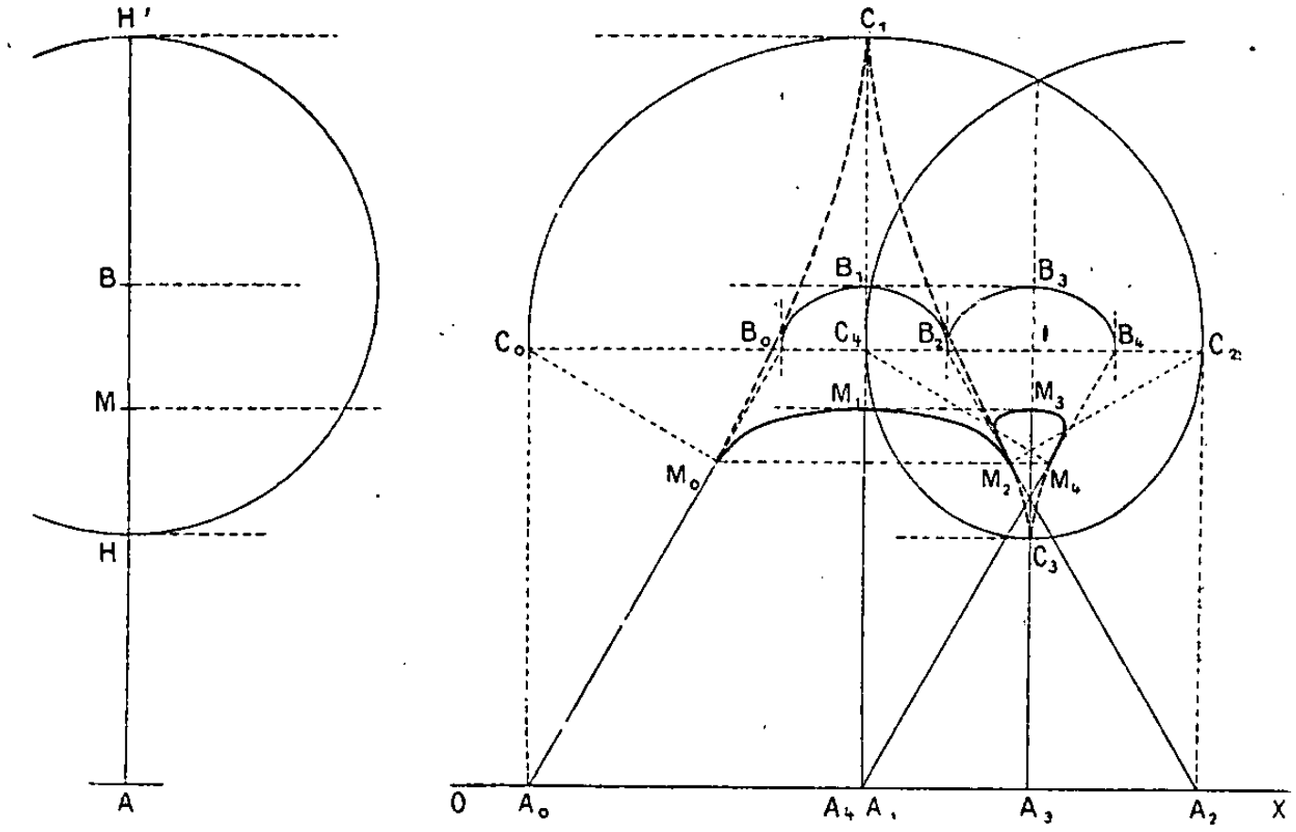


FIG. 21.

données des points A_2 et A_4, et coupant l'ordonnée A_2M_3 à la distance $AC_3 = AH$ du point A_2.

La courbe des centres B s'obtient en prolongeant d'une même quantité MB toutes les droites AM. Elle part de B_0, à la hauteur du point C_0, tangentiellement à l'ordonnée du point B_0 ; en B_1 la courbe a une tangente parallèle à OX, et revient toucher en B_2 l'ordonnée de ce point B_2. Un second arc, correspondant à l'arc $M_2M_3M_4$, fait suite au premier, et a la forme $B_2B_3B_4$. Le lieu de B a donc des rebroussements en B_0, B_2, B_4... tangents aux ordonnées de ces points. On peut vérifier que ces points B_0, B_2... sont équidistants. On a, en effet, $C_0B_0 = C_2B_2 = C_4B_4 = \dfrac{lab}{a^2 - b^2}$, rayon du cercle roulant. On a de plus

$$A_0A_2 = T \times a = \frac{2lab}{a^2 - b^2} - 2lF_1 + \frac{2la^2}{a^2 - b^2} E_1,$$

et $$A_2A_4 = T' \times a = \frac{2lab}{a^2 - b^2} + 2lF_1 - \frac{2la^2}{a^2 - b^2} E_1.$$

On en déduit

$$B_0B_2 = A_0A_2 - 2 \times C_0B_0 = \frac{2la^2}{a^2 - b^2} E_1 - 2lF_1,$$

$$B_2B_4 = B_2C_2 + B_4C_4 - A_2A_4 = \frac{2la^2}{a^2 - b^2} E_1 - 2lF_1 = B_0B_2.$$

En définitive, les arcs $B_0B_1B_2'$, $B_2B_3B_4$, ... ont même base et même montée. Leur flèche commune B_3I est égale à $l \frac{1 - \sin \varphi_0}{\sin^2 \varphi_0}$.

Ces arcs ont beaucoup de ressemblance avec des demi-ellipses, dont les grands axes seraient égaux à B_0B_2, B_2B_4, ... et seraient placés bout à bout sur une même droite parallèle à OX; la flèche B_3I serait le demi petit axe commun à toutes ces courbes. Cette assimilation n'est qu'approximative.

Le point P où la droite mobile AM touche son enveloppe dessine entre les positions A_0M_0, B_2M_2 une courbe $M_0C_1M_2$, tangente en M_0 et M_2 aux rayons inclinés extrêmes et à la courbe $M_0M_1M_2$ qui les réunit; elle a un rebroussement en C_1 tangentiellement à l'ordonnée moyenne A_1M_1. Entre les positions A_2M_2 et A_4M_4, le point P est la projection du centre instantané C', et décrit une courbe qui doit aussi toucher les rayons extrêmes en M_2 et M_4, et couper l'ordonnée moyenne A_3M_3 au point C_3, où la courbe a un rebroussement. Suivant les cas, le point C_3 sera au-dessous du point M_2, ou à la hauteur de ce point, ou au-dessus; l'ordonnée du point M_2 est égale à $l \sin \varphi_0$; la hauteur A_3C_3 du point C_3 est égale à

$$\frac{la}{a + b} = \frac{l}{1 + \cos \varphi_0} = \frac{l}{2 \cos^2 \frac{\varphi_0}{2}}.$$

Il y a donc égalité entre ces deux ordonnées si l'on a

$$2 \cos^2 \frac{\varphi_0}{2} \sin \varphi_0 = 1.$$

Au bout de quelques tâtonnements, on voit que cette équation est satisfaite par $\varphi_0 = 32^\circ\ 56'\ 30''$ environ, ce qui correspond à un rapport de vitesses

$$\frac{b}{a} = 0{,}839225.$$

Suivant que le rapport $\frac{b}{a}$ sera plus petit que 0,839, ou égal à ce nombre, ou plus grand, le point C_3 sera au-dessous des points M_2M_4, ou au

niveau de ces points, ou au-dessus. Ce dernier cas se présente notamment lorsque la courbe $M_2M_3M_4$ se ferme en un point unique par la coïncidence des points M_2 et M_4, et, *a fortiori*, lorsque les deux arcs de $M_2M_3M_4$ se recoupent mutuellement par suite de l'inversion des points M_2 et M_4 ; car la limite du rapport $\frac{b}{a}$ où ces cas se présentent a été trouvée égale à 0,92..., qui est supérieure à la limite que nous venons d'obtenir.

On peut aisément reconnaître que, pour deux rayons parallèles AM, A′M′, appartenant l'un à la courbe $M_0M_1M_2$, l'autre à la courbe $M_2M_3M_4$, les points P et P′ correspondants sont conjugués l'un à l'autre par la relation

$$AP \times A'P' = l^2\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}\right)^2,$$

φ étant l'inclinaison commune aux deux rayons.

3° Examinons, en dernier lieu, le cas intermédiaire, celui de $a = b$, en nous bornant au mouvement curviligne.

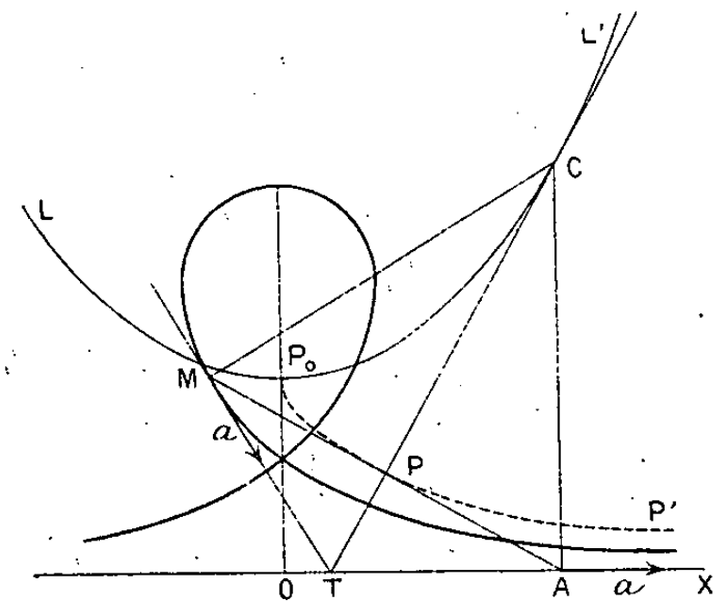


FIG. 22.

Les vitesses des points A et M étant égales, le centre instantané de rotation de la droite AM est un point C de la perpendiculaire élevée au milieu de cette droite ; car ce point doit être à égale distance des extrémités M et A. Il en résulte que le point P est le point où la droite mobile AM touche son enveloppe. Or, comme la longueur PA, égale à la moitié de $MA = l$, est une quantité constante, l'enveloppe des positions successives de la droite AM est la *tractrice* définie par la longueur $AP = \frac{l}{2}$. Le point C, centre instantané de AM, est le centre de courbure de la tractrice au

point P ; il appartient donc à la chaînette LP_0L', qui a pour axe horizontal la droite OX, et pour paramètre la quantité $\frac{l}{2}$.

En définitive, le mouvement du point M s'obtiendra en faisant rouler, sur la chaînette LP_0L' qu'on vient de définir, la tangente CP, entraînant avec elle la droite APM de longueur constante. La tractrice P_0PP' une fois tracée, on en déduira la trajectoire du point M en prolongeant les tangentes AP de la tractrice d'une quantité constante PM = AP.

On reconnaît une propriété de la figure déjà constatée dans les autres cas : les tangentes MT, AX, CP menées à la trajectoire du point M, à celle du point A, et enfin aux courbes roulantes au point C, concourent en un même point T ; ce qui fournit un moyen simple de mener la tangente à la courbe lieu du point M.

Rayons de courbure.

La construction dite de *Savary* fait connaître le rayon de courbure en un point quelconque de la trajectoire.

Le rayon de courbure de la droite AX est infini ; le centre de courbure est donc le point à l'infini sur la droite AC. Le centre B du centre roulant est le centre de courbure de la courbe roulante ; soit B′ le centre de courbure de la courbe fixe LL′. La droite AB et la parallèle à AC menée par le point B′ doivent, d'après la construction de Savary, couper en un même point la perpendiculaire CE élevée sur AC au point de contact C des courbes roulantes. L'intersection E des droites AB et CE étant connue, on obtiendra le point B′ en menant par le point E une parallèle à CA.

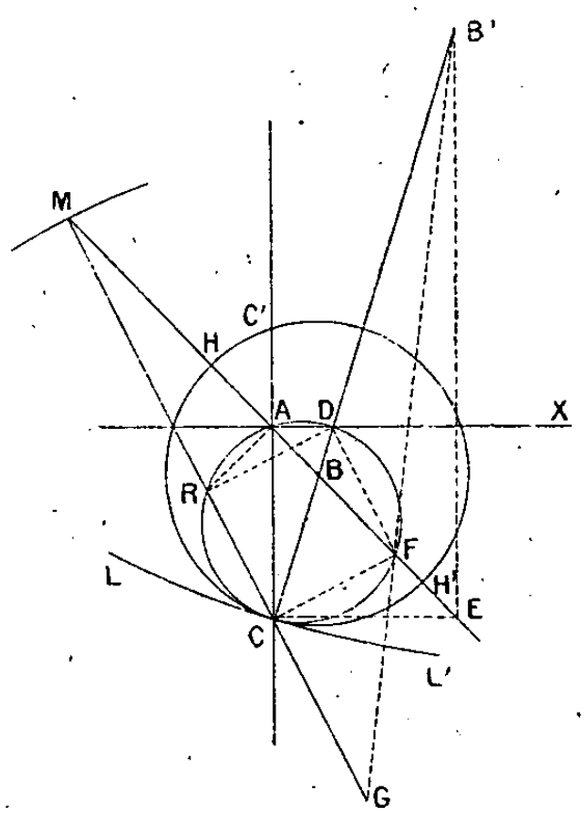


Fig. 23.

Cela fait, appliquons la construction de Savary à la trajectoire du point M. La normale MB et la droite qui joint le point B′ au centre de courbure G de la trajectoire du point M, coupent en un même point la perpendiculaire CF élevée sur CM. On obtiendra donc le point G en élevant CF perpendiculaire à CM, et en menant la droite B′F, qui coupera CM au point G. Le rayon de courbure ρ est égal à MG.

On peut trouver autrement le rayon de courbure en observant que le point A, décrivant une droite dans le mouvement épicycloïdal, appartient à la *circonférence des inflexions*, laquelle touche au point C les courbes roulantes. On aura le diamètre de cette circonférence en prolongeant CB jusqu'à la rencontre en D avec la droite AX. Elle coupe en R la normale CM, et la formule

$$\rho = \frac{\overline{MC}^2}{\overline{MR}}$$

fait connaître le rayon de courbure. Le point F est situé sur la circonférence DARC, et la figure DRCF est un rectangle inscrit dans cette circonférence. La droite AR est perpendiculaire à AM. Car l'angle ARD est égal à l'angle ACD, comme inscrits dans le même segment de cercle, et ce dernier angle est égal, par construction, à l'angle AMC. La droite RD est d'ailleurs perpendiculaire à MC. Donc AR est perpendiculaire à MA.

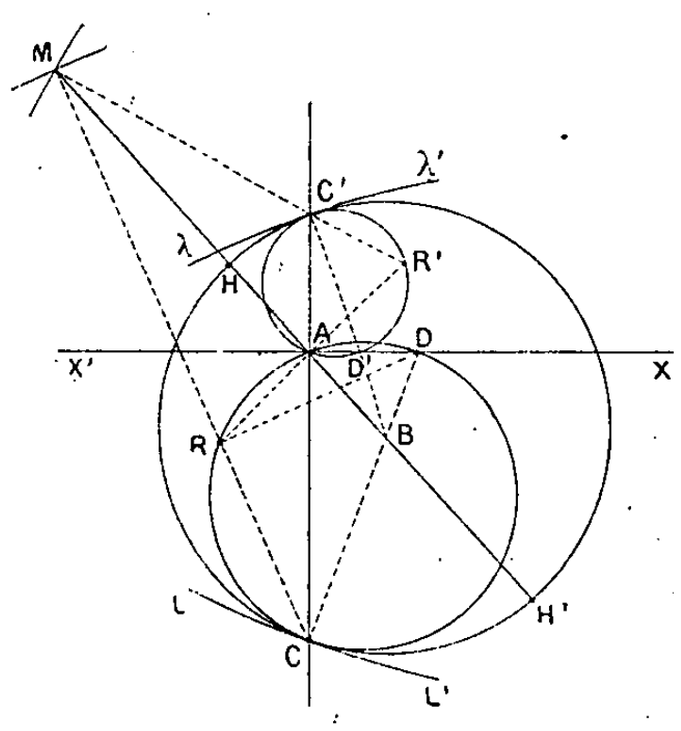


FIG. 24.

Ces conclusions s'appliquent encore au cas où le cercle roulant entoure le point M, moyennant une légère modification de la démonstration.

Si l'on a égard aux deux trajectoires possibles du point M à partir d'une même position, l'une est normale à MC, l'autre à MC', suivant que l'on fait rouler la circonférence HH' sur la courbe LL' ou sur la courbe λλ'. Les circonférences des inflexions correspondantes sont respectivement la circonférence ARC et la circonférence AR'C'; de sorte que les rayons de courbure ρ et ρ' des deux trajectoires sont

$$\rho = \frac{\overline{MC}^2}{\overline{MR}} \quad \text{et} \quad \rho' = \frac{\overline{MC'}^2}{\overline{MR'}}.$$

Mais MA, bissectrice de l'angle des deux trajectoires, est aussi bissectrice de l'angle CMC' de leurs normales, et comme RAR' est perpendiculaire à MA, on a AR = AR', et MR = MR'. Donc, enfin,

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\overline{MC}^2}{\overline{MC'}^2} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{AC'}^2}.$$

La vitesse du point M étant constante et égale à b, l'accélération j de ce point est dirigée suivant la normale MC, et elle est égale à $\frac{b^2}{\rho}$. On a d'ailleurs $b = \text{MC} \times \frac{d\varphi}{dt}$.

Donc $$j = \frac{\overline{\text{MC}}^2 \times \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2}{\overline{\text{MC}}^2} \times \text{MR} = \text{MR} \times \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2.$$

Le point A, dont l'accélération est nulle, est le *centre des accélérations* de la figure mobile. L'accélération totale de M peut se décomposer en une accélération tangentielle, perpendiculaire à MA, et égale à $\text{AM} \times \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, et une accélération centripète égale à $\text{AM} \times \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$; la résultante est l'accélération totale $\text{MR} \times \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$, dirigée suivant MR, et décomposable en deux composantes, l'une proportionnelle à MA, l'autre à AR. Cela revient à dire que l'accélération tangentielle $\text{AM} \times \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ est égale à $-\text{AR} \times \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$. On déduit de là

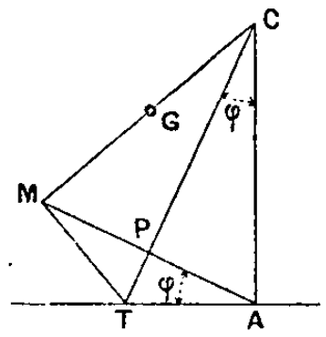


FIG. 25.

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{\text{AR}}{\text{AM}}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \cot \mu.$$

Ces résultats s'appliquent à la limite au cas intermédiaire, et font voir que le rayon de courbure MG de la trajectoire curviligne est égal à la moitié du segment MC. On a $\rho = \frac{\text{MC}}{2} = -\frac{l}{4 \sin \varphi}$.

Le point G appartient à la développée de la trajectoire de M, comme C à la développée de la trajectoire du point P. L'accélération j du mouvement uniforme de M est dirigée suivant MC, et est donnée par l'équation

$$j = \frac{a_2}{\rho} = \frac{4a}{l} \sin \varphi.$$

On peut enfin obtenir le rayon de courbure ρ en fonction des angles μ et φ.

Soit MT *(fig. 25)* la tangente à la trajectoire, faisant l'angle μ avec la droite MA. L'angle α de la tangente avec l'axe OX sera donné par la différence

$$\alpha = \mu - \varphi,$$

si l'angle μ est extérieur au triangle TMA ; tandis que l'on aura

$$\alpha' = \pi - \mu - \varphi,$$

pour la tangente MT′, lorsque l'angle μ est intérieur, comme les angles φ et α', au triangle T′MA. Il en résulte suivant les cas,

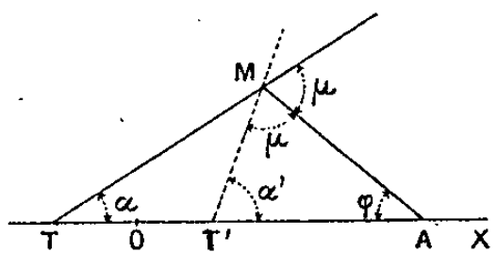


FIG. 26.

$$d\alpha = \quad d\mu - d\varphi,$$

ou

$$d\alpha = -d\mu - d\varphi,$$

et la seconde équation rentre dans la première en donnant un signe à l'angle μ. Nous poserons donc d'une manière générale

$$d\alpha = d\mu - d\varphi,$$

et le rayon de courbure, pris en valeur absolue, sera donné par la formule

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha} = \frac{bdt}{d\mu - d\varphi}.$$

Les angles μ et φ sont liés par la condition

$$b \cos \mu = a \cos \varphi,$$

qui donne

$$d\mu = \frac{a \sin \varphi \, d\varphi}{b \sin \mu}.$$

Donc

$$\rho = \frac{b^2 \sin \mu}{(a \sin \varphi - b \sin \mu)\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)},$$

et comme on a

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-a \sin \varphi + b \sin \mu}{l}$$

il en résulte en valeur absolue

$$\rho = \frac{b^2 l \sin \mu}{(a \sin \varphi - b \sin \mu)^2},$$

formule d'une application très commode, surtout aux points M_0, M_1, M_2, M_3, M_4.

Elle fait voir que, si $a < b$, l'angle μ ne pouvant être nul, puisqu'on aurait alors $a \cos \varphi = b$, ce qui est impossible, le rayon de courbure ne

peut être nul. Il ne peut être non plus infini, car cela supposerait l'égalité

$$a \sin \varphi = b \sin \mu,$$

qui est incompatible avec la condition

$$a \cos \varphi = b \cos \mu.$$

On en déduirait en effet $a^2 = b^2$. Le rayon de courbure ρ, dans le cas de $a < b$, varie entre les limites

$$\left(\frac{b}{a-b}\right)^2 l \text{ et } \left(\frac{b}{a+b}\right)^2 l,$$

qui correspondent respectivement au point M_0 et M_3 de la trajectoire.

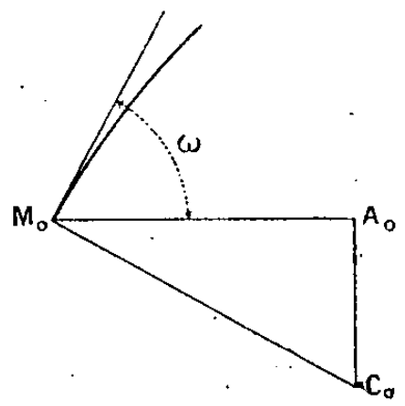


FIG. 27.

Aux points M_0 et M_2 le rayon de courbure est égal à $\frac{l}{\sin \omega}$. Le centre de courbure en M_0 est le point C_0, sur l'ordonnée du point A_0.

Lorsque $a > b$, μ est nul pour $\varphi = \varphi_0$, et le rayon de courbure aux points de rebroussement est nul. Au point le plus haut M_1, on a

$$\varphi = \left(\frac{b}{a-b}\right)^2 l,$$

pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\mu = \frac{\pi}{2}$; et au point M_3, pour $\varphi = \frac{3\pi}{2}$, $\mu = -\frac{\pi}{2}$,

$$\rho = \left(\frac{b}{a-b}\right)^2 l,$$

de sorte que, dans les deux cas, malgré la profonde différence des solutions, les rayons de courbure aux points les plus éloignés de l'axe OX ont les mêmes expressions analytiques.

Pour $a = b$, on a $\mu = -\varphi$, en se bornant à la solution curviligne. Il en résulte l'équation

$$\rho = \frac{l}{4 \sin \varphi},$$

que nous avions déjà obtenue.

Dans le second cas, $b < a$, le rayon de courbure ρ s'annulant aux rebroussements M_0, M_2, M_4, l'accélération totale $\frac{b^2}{\rho}$ devient infinie, ce qui dénote une impossibilité. Il en est ainsi, en effet, si l'on suppose les

mouvements uniformes, soit que les points s'arrêtent brusquement, soit qu'ils échangent leur vitesse pour une vitesse égale et contraire. En réalité, il faudrait admettre qu'à l'approche des points de rebroussement, les vitesses se réduisent graduellement jusqu'à zéro, pour passer ensuite par degrés insensibles à la même valeur prise en sens contraire. Ces altérations des vitesses ne changent rien à la trajectoire du point M, pourvu que le rapport $\frac{b}{a}$ conserve constamment la même valeur. Mais, il en résulte une augmentation des durées T et T′ des trajets M_0M_2 et M_2M_4.

Quadrature des courbes

On peut considérer l'aire de la courbe, soit comme la somme des éléments ydx, pris entre deux ordonnées déterminées, soit comme la somme des aires élémentaires engendrées par le rayon mobile AM, de la même manière que la tige mobile du planimètre d'Amsler balaie l'aire que l'instrument permet d'évaluer. Les limites de l'intégration sont alors deux positions déterminées du rayon AM. Occupons-nous d'abord de ce second point de vue.

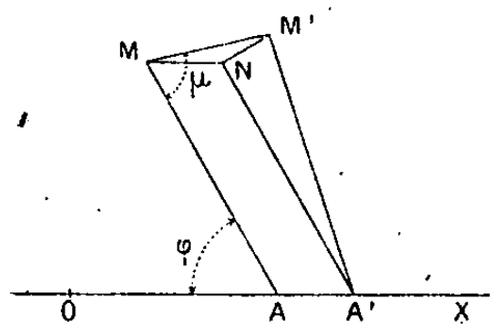


Fig. 28.

La droite mobile AM se transporte dans la position infiniment voisine A′M′ par une translation qui lui fait engendrer le parallélogramme MAA′N, puis par une rotation autour de A′ qui lui fait décrire le secteur NA′M′. Aux infiniment petits d'ordre supérieur près, l'aire MAA′M′ est la somme de ces deux surfaces, et en appelant dS l'aire élémentaire, on a

$$dS = ladt \sin\varphi + \frac{1}{2} l^2 d\varphi \tag{11}$$

Nous supposons, d'après la figure, $a < b$. On a alors

$$dt = \frac{ld\varphi}{b\sin\mu - a\sin\varphi} = \frac{ld\varphi\,(b\sin\mu + a\sin\varphi)}{b^2 - a^2},$$

en appelant μ l'angle M′MA, lié à φ par la relation

$$b\cos\mu = a\cos\varphi.$$

On en déduit

$$b\sin\mu\, d\mu = a\sin\varphi\, d\varphi,$$

et par conséquent

$$ladt \sin\varphi = \frac{l^2a^2 \sin^2\varphi d\varphi + lb^2 \sin^2\mu d\mu}{b^2 - a^2},$$

$$dS = \frac{l^2a^2}{b^2 - a^2} \sin^2\varphi d\varphi + \frac{l^2b^2}{b^2 - a^2} \sin^2\mu d\mu + \frac{1}{2} l^2 d\varphi.$$

L'intégration donne, en appelant C une constante arbitraire,

$$S = \frac{l^2a^2}{b^2 - a^2}\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\varphi\right) + \frac{l^2b^2}{b^2 - a^2}\left(\frac{\mu}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\mu\right) + \frac{1}{2} l^2\varphi + C.$$

Convenons de compter l'aire S à partir du point M_0. Nous aurons $S = 0$ pour $\varphi = 0$ et $\mu = \omega$; ce qui détermine la constante

$$C = -\frac{lb^2}{b^2 - a^2}\left(\frac{\omega}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\omega\right).$$

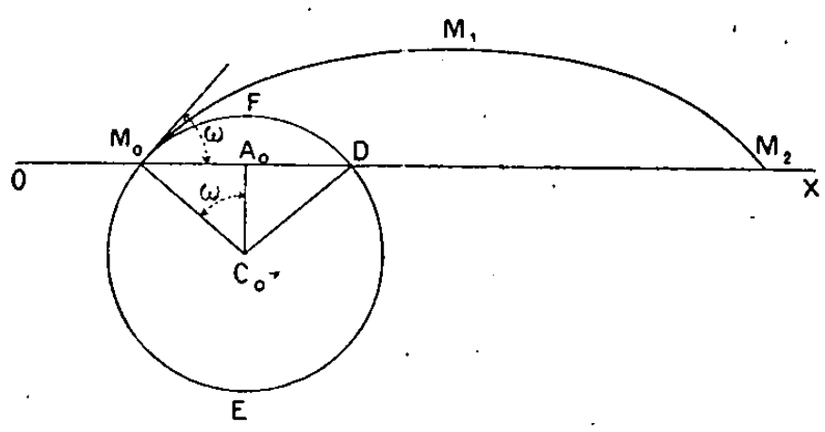


FIG. 29.

Il vient donc

$$(12)\quad \left\{ \begin{array}{l} S = \dfrac{l^2a^2}{b^2 - a^2}\left(\dfrac{\varphi}{2} - \dfrac{1}{4}\sin 2\varphi\right) \\ + \dfrac{l^2b^2}{b^2 - a^2}\left[\left(\dfrac{\mu}{2} - \dfrac{1}{4}\sin 2\mu\right) - \left(\dfrac{\omega}{2} - \dfrac{1}{4}\sin 2\omega\right)\right] + \dfrac{1}{2} l^2\varphi. \end{array} \right.$$

L'aire de la courbe entre le point M_0 et le point M_2 s'obtiendra en faisant $\varphi = \pi$, $\mu = \pi - \omega$ dans cette formule, ce qui donne

$$S_{0,2} = \frac{\pi}{2}\frac{l^2a^2}{b^2 - a^2} + \frac{l^2b^2}{b^2 - a^2}\left[\frac{\pi}{2} - \omega + \frac{1}{2}\sin 2\omega\right] + \frac{\pi}{2} l^2.$$

Remplaçons dans cette équation $\frac{a}{b}$ par $\cos\omega$, ce qui entraîne les relations

$$\frac{a^2}{b^2 - a^2} = \cot^2\omega,$$

$$\frac{b^2}{b^2 - a^2} = \frac{1}{\sin^2\omega};$$

il viendra, en définitive,

$$S_{0,2} = \frac{l^2}{\sin^2 \omega}\left(\pi - (\omega - \frac{1}{2} \sin 2\omega\right).$$

$\frac{l}{\sin \omega}$ est le rayon de courbure ρ_0 au point M_0. Du point C_0, centre de courbure, comme centre, avec $C_0M_0 = \rho_0$ pour rayon, décrivons le cercle osculateur M_0DE *(fig. 29)*. Le segment M_0FD, détaché par l'axe OX, a pour mesure

$$\rho_0^2\left(\omega - \frac{1}{2} \sin 2\omega\right);$$

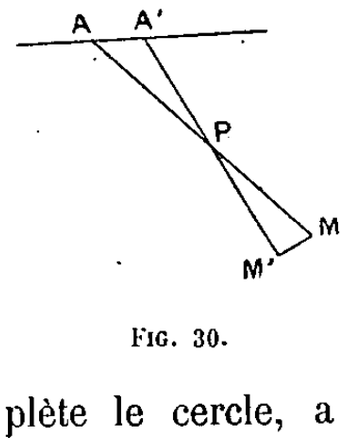


FIG. 30.

et par conséquent le segment M_0ED, qui complète le cercle, a pour mesure $\rho_0^2\left[\pi - (\omega - \frac{1}{2} \sin 2\omega)\right]$, c'est-à-dire qu'il est équivalent à l'aire $M_0M_1M_2$.

Lorsqu'on donne à φ des valeurs supérieures à π et inférieures à 2π, l'aire élémentaire

$$dS = ladt \sin \varphi + \frac{1}{2} l^2 d\varphi$$

devient la somme algébrique de deux termes de signes contraires; le secteur $\frac{1}{2} l^2 d\varphi$ reste positif, tandis que le parallélogramme, $ladt \sin \varphi$, devient négatif avec $\sin \varphi$. Deux positions consécutives du rayon AM se coupent en un point P, situé entre A et M *(fig. 30)*; l'analyse attribue le signe + à l'aire PMM′ et le signe — à l'aire AA′P.

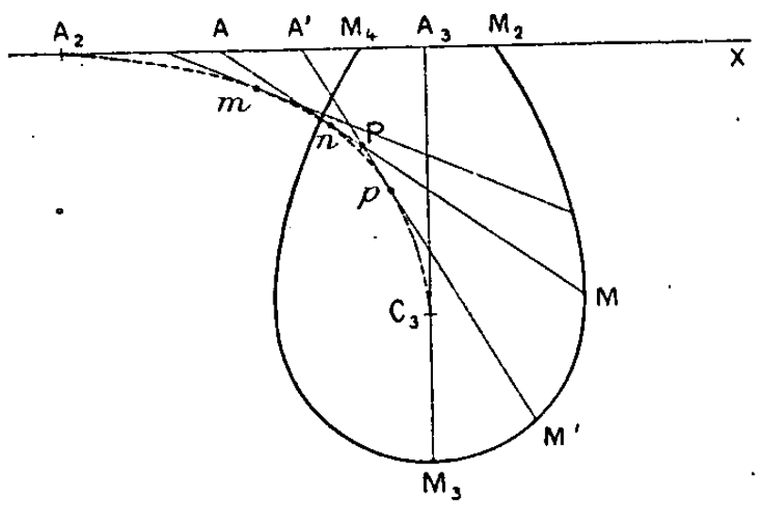


FIG. 31.

Dans le passage de la position A_2M_2 à la position A_3M_3 *(fig. 31)*, lorsque φ varie de π à $\frac{3\pi}{2}$, la droite mobile AM, pivotant successivement autour des divers points m, n, p, ... de sa courbe enveloppe A_2C_3, engendre d'un côté des secteurs positifs PMM′ et de l'autre des triangles négatifs PAA′. Toute l'aire $A_2mnpC_3A_3$, située à gauche de l'ordonnée A_3M_3, disparaît dans la somme algébrique des éléments correspondants; car chaque élément infiniment petit se trouve compris à la fois dans les secteurs positifs et dans les triangles négatifs. Il reste donc

comme résultat final l'aire $M_2MM_3A_3$, située entre la courbe et l'ordonnée A_3M_3, c'est-à-dire la moitié de la surface comprise sous la courbe $M_2M_3M_4$.

Lorsque le point double D est au-dessous de l'axe OX, le même raisonnement fait voir que l'aire $A_2C_3DM_2$, appartenant à la fois aux secteurs et aux

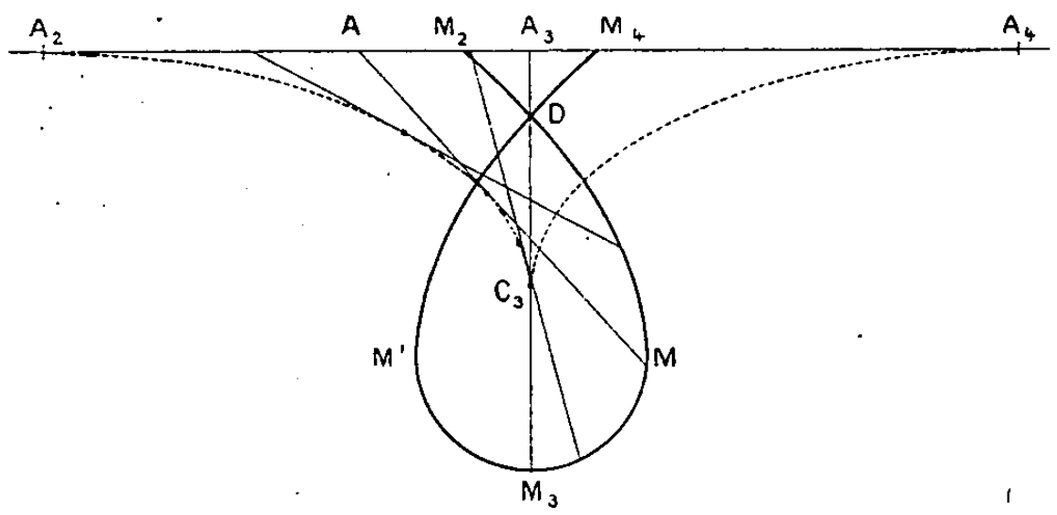


FIG. 32.

triangles élémentaires, disparaîtra dans la somme algébrique de ces surfaces ; il restera donc, d'une part, l'aire DMM_3, à droite de l'ordonnée A_3M_3, qui aura le signe +, et l'aire M_2DA_3, qui appartient exclusivement aux triangles négatifs, et qui aura par conséquent le signe —.

On voit par cette analyse que la formule (12) s'applique pour toutes les valeurs de φ; elle fait connaître, quand on y fait $\varphi = 2\pi$, l'aire totale comprise entre la courbe et l'axe OX, entre les points M_0 et M_4, lorsque le point double est au-dessus de l'axe OX, ou lorsqu'il est situé sur cet axe; lorsque, au contraire, le point double est au-dessous, la formule donne la somme des aires $M_0M_1M_2$ et $DMM_3M'D$, diminuée de l'aire M_2DM_4, extérieure à la courbe, et comprise entre cette courbe et l'axe OX, entre les points M_2, M_4, où la boucle commence et se termine.

Entendue de cette manière, l'aire totale $S_{0,4}$ s'obtiendra en faisant $\varphi = 2\pi$, $\mu = \omega$, ce qui donne

$$S_{0,4} = l^2 \cot^2 \omega \times \pi + l^2 \times \pi = \pi \frac{l^2}{\sin^2 \omega},$$

à savoir l'aire du cercle C_0M_0, osculateur au point M_0. La boucle qui fait suite au point M_2 a pour aire totale le segment M_0FD de ce cercle.

Passons au second cas, celui où l'on a $b < a$. L'équation (11) s'applique encore, avec une valeur négative de φ; de plus *(fig. 34)* le long de l'arc $M_0M_1M_2$ on a, toujours avec $d\varphi$ négatif,

$$dt = -\frac{ld\varphi\,(a \sin\varphi + b \sin\mu)}{a^2 - b^2}.$$

Les équations

$$dS = -\frac{l^2a^2}{a^2-b^2}\sin^2\varphi d\varphi - \frac{l^2b^2}{a^2-b^2}\sin^2\mu d\mu + \frac{1}{2}l^2 d\varphi,$$

$$S = C - \frac{l^2a^2}{a^2-b^2}\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\varphi\right) - \frac{l^2b^2}{a^2-b^2}\left(\frac{\mu}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\mu\right) + \frac{1}{2}l^2\varphi,$$

sont identiques à celles du premier cas. La différence ne s'accuse que lorsqu'on passe aux limites de l'intégration. Au lieu de faire commencer

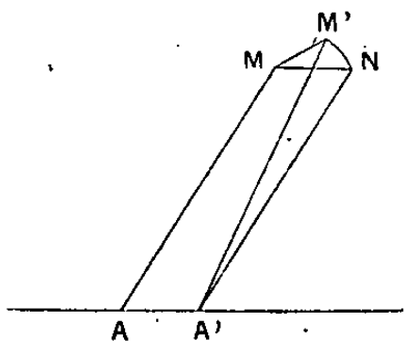


FIG. 33.

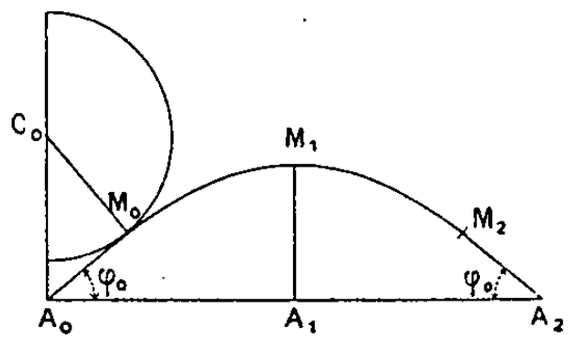


FIG. 34.

l'aire S au rayon A_0M_0, il est plus simple de la compter à partir du rayon A_1M_1, pour lequel on a à la fois $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\mu = \frac{\pi}{2}$. Les sinus de 2φ et de 2μ s'annulent alors, et l'on a

$$C = \frac{l^2a^2}{a^2-b^2} \times \frac{\pi}{4} + \frac{l^2b^2}{a^2-b^2} \times \frac{\pi}{4} - l^2 \times \frac{\pi}{4}$$
$$= \frac{\pi l^2}{4}\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - 1\right) = \frac{\pi l^2}{2} \times \frac{b^2}{a^2-b^2}.$$

Nous avons posé

$$\frac{b}{a} = \cos\varphi_0,$$

d'où l'on déduit

$$\frac{a^2}{a^2-b^2} = \frac{1}{\sin^2\varphi_0},$$
$$\frac{b^2}{a^2-b^2} = \cot^2\varphi_0;$$

et enfin

$$C = \frac{\pi l^2}{2}\cot^2\varphi_0,$$

et

$$S = l^2\cot^2\varphi_0\left[\frac{\pi-\mu-\varphi}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\varphi\right] + \frac{l^2}{4\sin^2\varphi_0}\sin 2\varphi.$$

L'aire $A_1M_1M_2A_2$ s'obtiendra en faisant $\varphi = \varphi_0$, $\mu = 0$ dans cette équation. Il vient

$$S_{1,2} = l^2\cot^2\varphi_0\left(\frac{\varphi-\varphi_0}{2}\right) + \frac{l^2\cot\varphi_0}{2}.$$

L'aire $A_0M_0M_1M_2A_2$ est égale au double de $S_{1,2}$, soit à

$$S_{0,2} = \frac{l^2}{\text{tang } \varphi_0}\left[1 + \frac{\pi - \varphi_0}{\text{tang } \varphi_0}\right].$$

Entre M_2 et M_4, la somme S est une somme algébrique de termes, les uns positifs, les autres négatifs. L'équation (11) devient

$$dS = \frac{1}{2} l^2 d\varphi - lad t \sin \varphi,$$

avec $d\varphi$ positif et lié au temps t par l'équation

$$dt = \frac{l d\varphi (a \sin \varphi - b \sin \mu)}{a^2 - b^2}.$$

On en déduit

$$dS = \frac{l^2}{2} d\varphi - \frac{l^2 a^2}{a^2 - b^2} \sin^2 \varphi d\varphi + \frac{l^2 b^2}{a^2 - b^2} \sin^2 \mu d\mu;$$

et enfin on a, pour l'intégrale générale,

$$S = C + \frac{l^2}{2} \varphi - \frac{l^2 a^2}{a^2 - b^2}\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\varphi\right) + \frac{l^2 b^2}{a^2 - b^2}\left(\frac{\mu}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\mu\right).$$

Appliquons cette équation entre les limites $\varphi = \varphi_0$, $\mu = 0$, et $\varphi = \pi - \varphi_0$, $\mu = \pi$. Il viendra

$$S_{2,4} = \frac{l^2}{\text{tang } \varphi_0}\left(\frac{\varphi_0}{\text{tang } \varphi_0} - 1\right).$$

Cette somme est négative. Si l'on étudie, comme on l'a fait pour le premier cas, la marche du rayon mobile, allant de la position A_2M_2 à la position A_4M_4 *(fig. 35)*, on reconnaît que les éléments de surface situés au-dessus des droites HM_2, HM_4, appartiennent tous aux secteurs positifs; que de même la région comprise dans le triangle A_4HA_2 entre la base et la ligne nC_3p, portion de la courbe enveloppe des rayons mobiles, est tout entière négative et fait partie des éléments négatifs engendrés par le terme $-lad t \sin \varphi$; et qu'enfin la portion de surface comprise entre la courbe enveloppe $M_2mnC_3pM_4$ et les rayons HM_2, HM_3, est composée d'éléments à la fois positifs et négatifs, qui se détruisent dans la somme algébrique.

En résumé, la somme $S_{2,4}$ est la différence de deux aires, savoir:

$$\text{Aire } HM_2M_3M_4H - \text{aire } A_4nC_3pA_2.$$

Telle est la définition de la somme S, prise dans la région où les droites mobiles AM se recoupent entre les points A et M.

La somme S appliquée à toute la courbe, de M_0 à M_4, devient égale à

$$S_{0,4} = \frac{l^2}{\operatorname{tang} \varphi_0}\left(1 + \frac{\pi - \varphi_0}{\operatorname{tang} \varphi_0} + \frac{\varphi_0}{\operatorname{tang} \varphi_0} - 1\right) = \frac{\pi l^2}{\operatorname{tang}^2 \varphi_0}.$$

C'est la surface du cercle décrit du point C_0 comme centre avec C_0M_0 comme rayon : résultat conforme à ce que nous avons trouvé pour le premier cas.

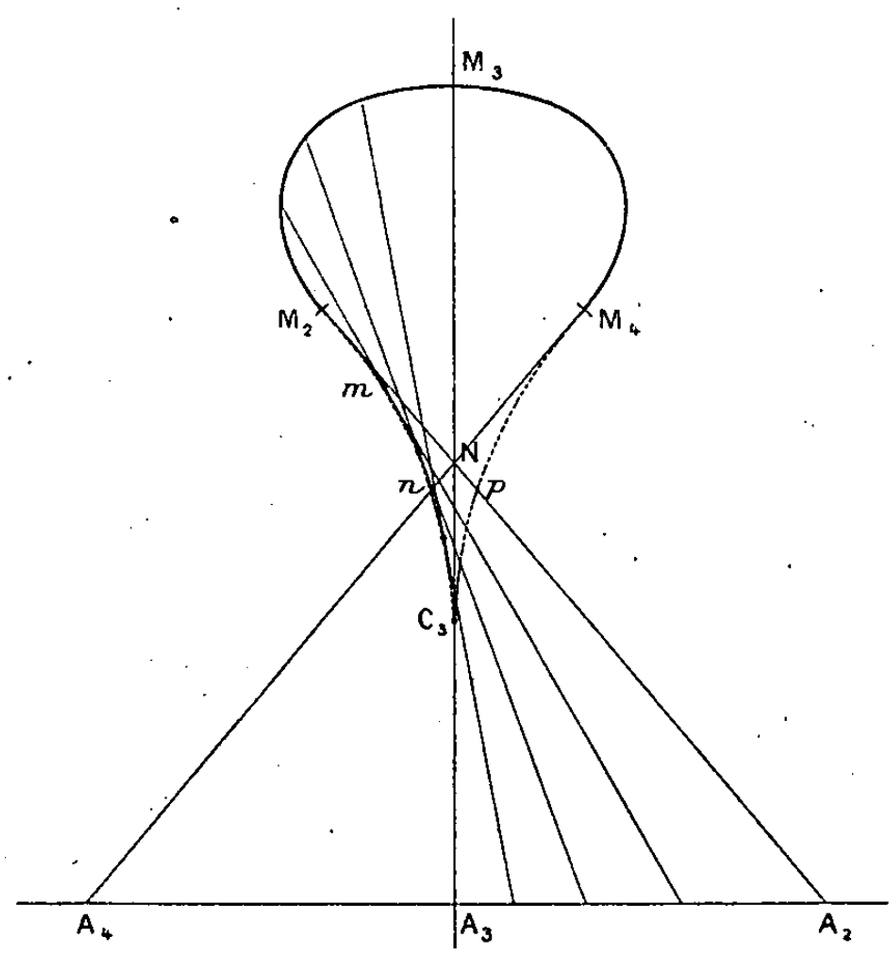


FIG. 35.

Si l'on applique la même méthode au cas intermédiaire, celui de $a = b$, la fonction

$$dS = la \sin \varphi \, dt + \frac{1}{2} l^2 d\varphi$$

se réduit à son premier terme dans le cas du mouvement rectiligne, $d\varphi = 0$; et à zéro lorsqu'on fait

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2a \sin \varphi}{l}.$$

On a donc constamment $dS = 0$ en tout point de la trajectoire curviligne. Ce résultat tient à ce que deux positions infiniment voisines du rayon mobile AM se coupent en leur milieu P *(fig. 36)*, de sorte qu'il y a équivalence entre le triangle positif AA'P et le triangle négatif PMM'.

La considération des aires balayées par le rayon AM ne conduirait donc pas à la quadrature de la courbe. Pour l'étudier, il faut considérer l'aire comme la somme $\int y dx$, suivant la règle ordinaire de l'analyse. Mais il est inutile de faire l'opération, si ce n'est pour vérifier le résultat. On passe en effet de l'aire imaginée comme la somme des aires balayées par le rayon AM, à l'aire $\int y dx$ comprise entre deux ordonnées MP, M'P', par l'addition du triangle AMP, et la soustraction du triangle A'M'P' *(fig. 37)*. Ici la somme des aires balayées restant constamment nulle, on trouvera pour l'aire cherchée la différence des deux triangles. L'aire comprise entre les ordonnées MP, M'P', qui correspondent respectivement aux angles φ et φ', s'exprime donc par la formule

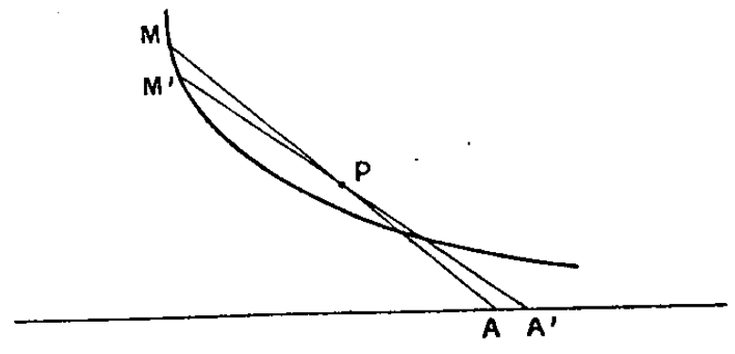


FIG. 36.

$$\Omega = \int y dx = \frac{1}{2} l \sin\varphi \times l \cos\varphi - \frac{1}{2} l \sin\varphi' \times l \cos\varphi'$$
$$= \frac{1}{4} l^2 (\sin 2\varphi - \sin 2\varphi').$$

Cette formule montre en particulier que la demi-boucle $M_0 m H$ est équivalente au triangle HA″O, construit au point double; l'analyse leur attribue

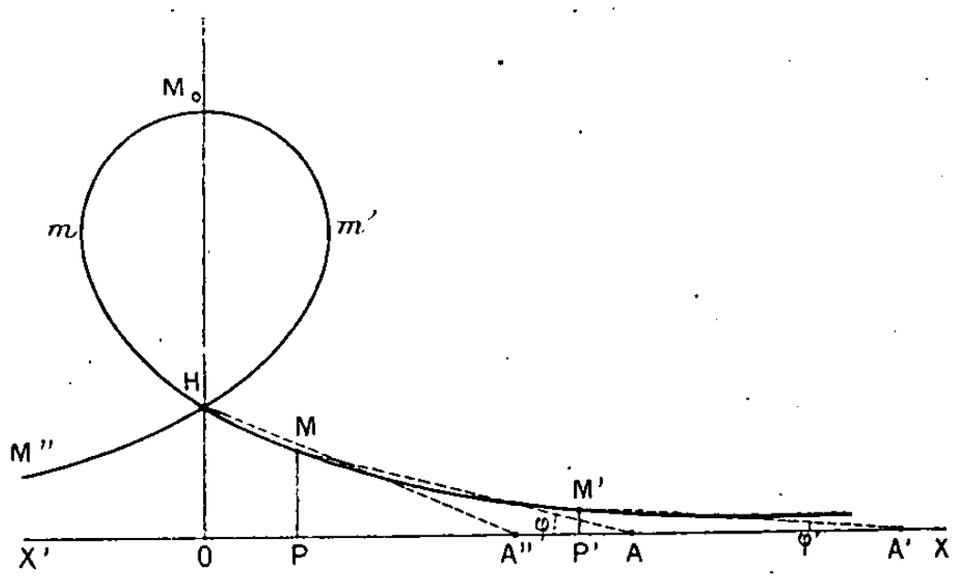


FIG. 37.

le signe — à tous deux; et ce même triangle HA″O, pris positivement, est l'aire comprise entre l'axe OH, l'axe OX et la courbe HM′ indéfiniment prolongée. En d'autres termes, l'aire Hm_0Mm' de la boucle entière est égale à l'aire comprise entre l'axe OX et la courbe M″HM′, indéfiniment prolongée dans les deux sens.

Le centre de gravité d'une portion de l'arc de la courbe s'obtient facilement au moyen des quadratures déjà trouvées.

On a, en effet, $ds = bdt$, et $y = l \sin \varphi$. Donc $yds = lb \sin\varphi \, dt$.

On a, d'un autre côté,

$$dS = la \sin\varphi \, dt + \frac{1}{2} l^2 d\varphi.$$

On en déduit

$$dS - \frac{1}{2} l^2 d\varphi = la \sin\varphi \, dt = \frac{a}{b} yds,$$

et par suite, en intégrant entre deux limites déterminées,

$$(S - S') - \frac{1}{2} l^2 (\varphi - \varphi') = \frac{a}{b} \int_{s'}^{s} yds = \frac{a}{b} y_1 (s - s') = a y_1 (t - t')$$

si l'on appelle y_1 l'ordonnée du centre de gravité de l'arc $s - s'$, et $t - t'$ la durée $\frac{s - s'}{b}$ du parcours de cet arc par le point M. Appliquons cette équation à l'arc $M_0M_1M_2$ du premier cas *(fig. 38)*. Il vient, en résolvant par rapport à y_1,

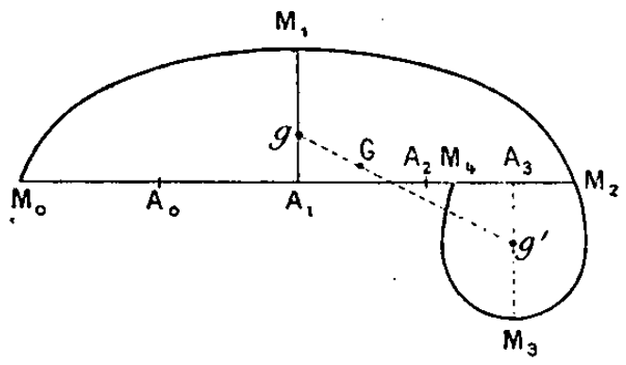


FIG. 38.

$$y_1 = \frac{S_{0,2} - \frac{\pi l^2}{2}}{aT},$$

$S_{0,2}$ désignant l'aire $M_0M_1M_2$, c'est-à-dire la fonction

$$\frac{l^2 (\pi - \omega + \frac{1}{2} \sin 2\omega)}{\sin^2 \omega},$$

et T la durée du parcours $M_0M_1M_2$. Cette ordonnée doit être portée de A en g sur l'ordonnée moyenne A_1M_1. On peut observer que aT est égal à la longueur A_0A_2.

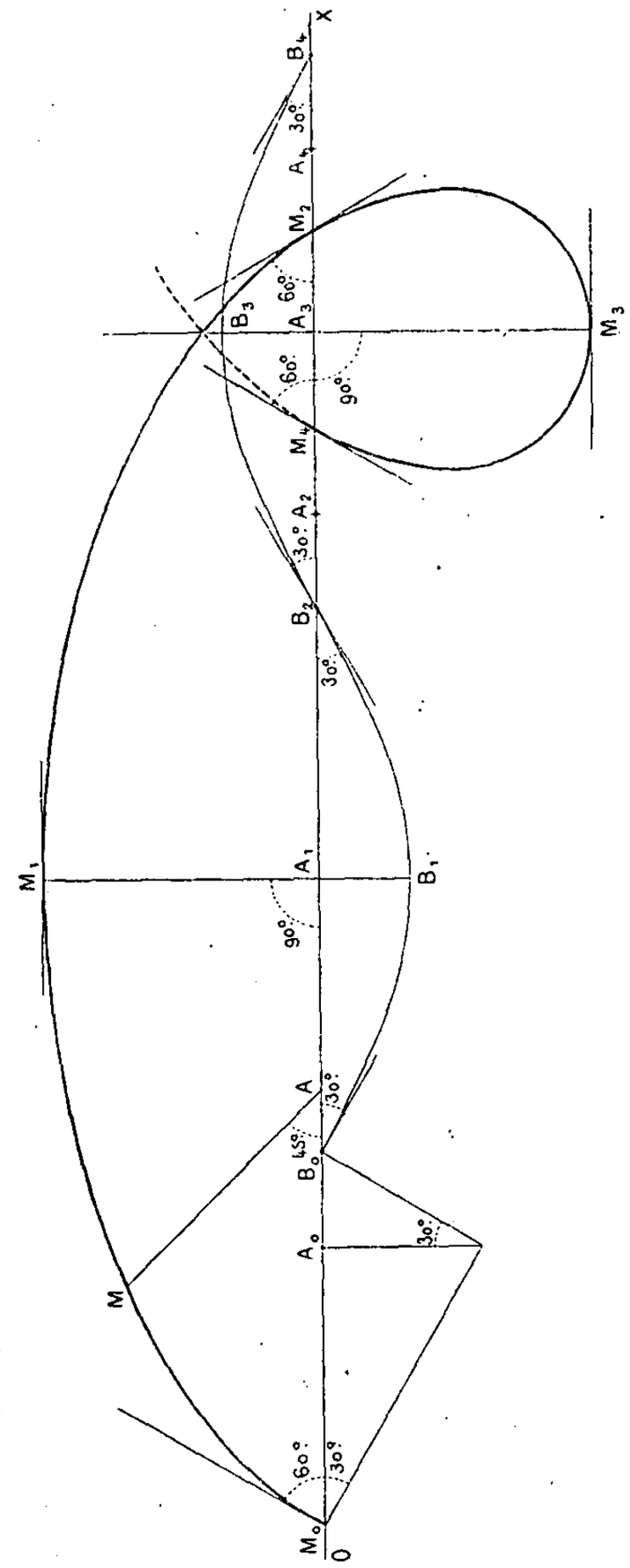
Appliquée à l'arc $M_2M_3M_4$, la formule donne

$$y_1' - \frac{S_{2,4} - \frac{\pi l^2}{2}}{aT'} = \frac{\frac{l^2}{\sin^2 \omega} (\omega - \frac{1}{2} \sin 2\omega) - \frac{\pi l^2}{2}}{aT'},$$

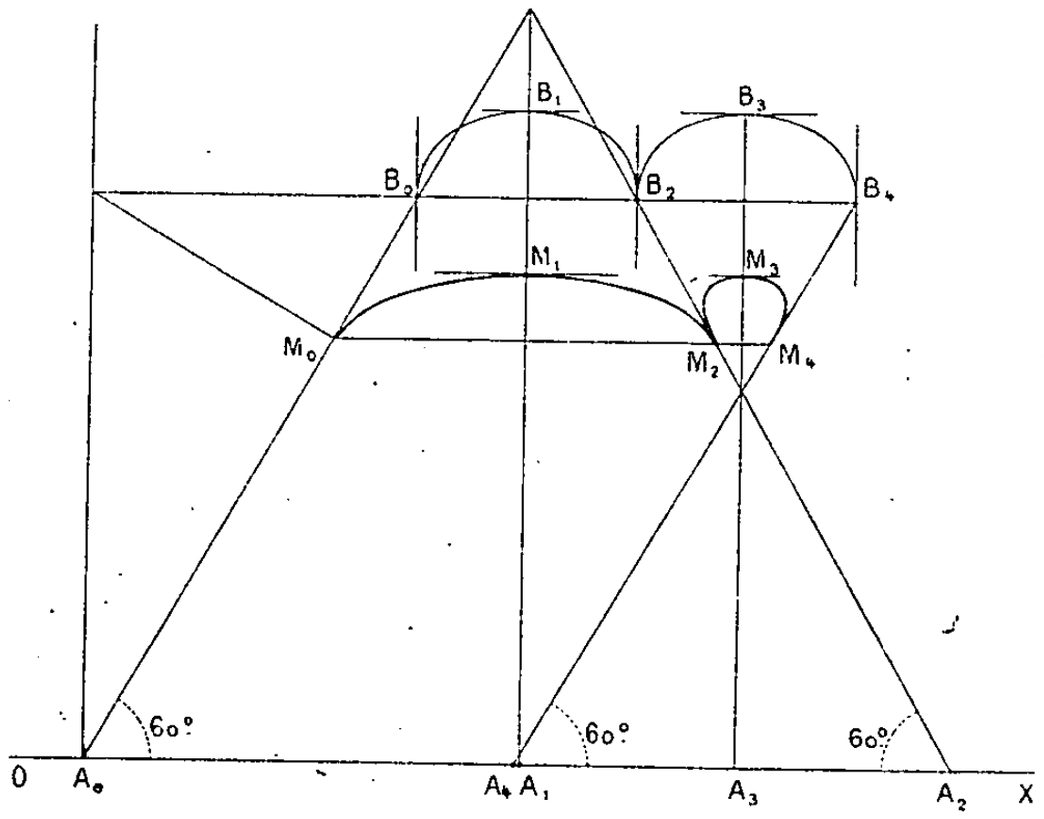
quantité négative, qu'on portera de A_3 en g' sur l'ordonnée A_3M_3. Le centre de gravité G de l'arc entier $M_0M_1 \ldots M_4$ sera sur la droite gg' ; son ordonnée est donnée par l'application de la même équation générale aux limites $\varphi = 0$, $\varphi = 2\pi$:

$$y_1'' = \frac{S_{0,4} - \pi l^2}{a(T + T')} = \frac{\pi l \cos \omega}{4E_1},$$

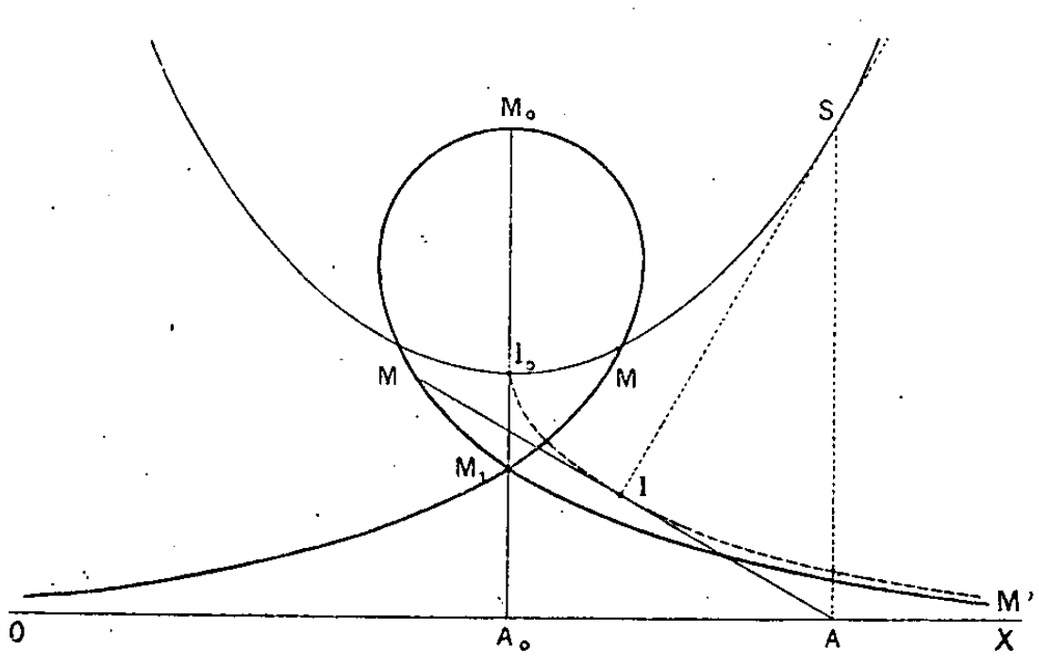
ce qui achève de déterminer le point G.


X
B4
30°
A4
M2
60°
B3
A3
M3
60°
90°
M4
A2
30°
B2
30°
M1
A1
B1
90°
A
30°
B0
45°
A0
30°
M
60°
30°
M0
0

PREMIER CAS.



Deuxième cas.



Troisième cas.

Appliquée au cas intermédiaire, où l'on a constamment $S - S' = 0$, l'équation donne

$$\frac{1}{2} l^2(\varphi' - \varphi) = ay_1(t - t') = y_1 \times AA'.$$

Le premier membre est la différence des secteurs circulaires décrits de

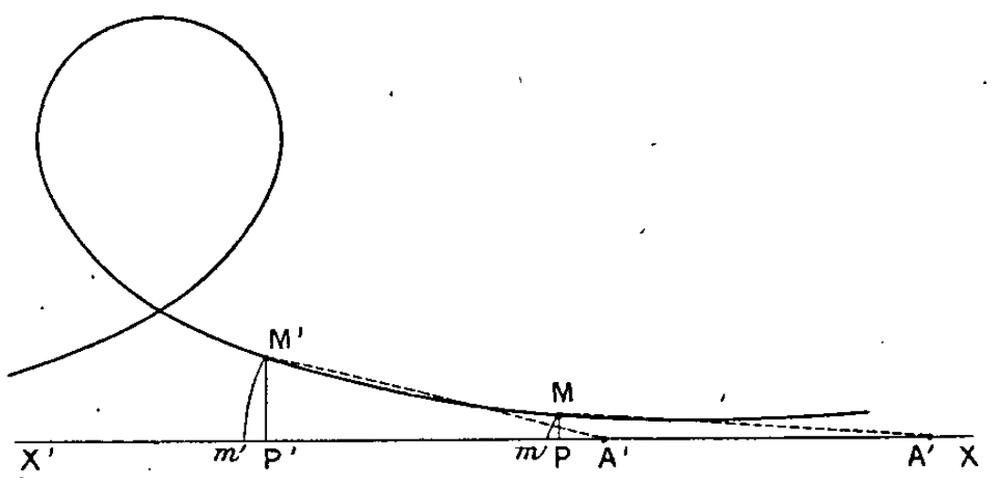


FIG. 39.

A et A′ comme centres avec le rayon l, jusqu'à la rencontre de l'axe XX′; la surface

$$A'M'm' - AMm,$$

divisée par la longueur AA′, fera connaître l'ordonnée y_1 du centre de gravité de l'arc M′M.

M. Rodolphe GUIMARÃES

Lieutenant de l'État-major du génie, Délégué de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

LES NORMALES A L'ELLIPSE
D'APRÈS LE THÉORÈME DE FRÉGIER ET D'AUTRES GÉOMÈTRES (*), ETC. [L'5b]

— Séance du 4 août 1893 —

1. — Malgré que la théorie des normales aux coniques ait reçu dans ces derniers temps des développements importants, on ne peut pas dire que le problème de mener une normale à l'ellipse par un point situé sur son

(*) ABRÉVIATIONS

J. M. *Journal de Mathématiques élémentaires ;* — N. A. M. *Nouvelles Annales de Mathématiques ;* — N. C. M. *Nouvelle Correspondance Mathématique ;* — P. M. *El Progrèso Matematico ;* — R. C. M. *Revue coloniale et maritime ;* — B. S. M. *Bulletin de la Société mathématique ;* J. S. M. A. *Jornal de Sciencias mathématicas e astronomicas.*

plan soit complètement résolu, surtout d'une manière simple. On sait que le problème admet quatre solutions, c'est-à-dire que d'un point quelconque P du plan d'une ellipse E il est toujours possible de mener quatre normales telles que leurs pieds sont situés sur une hyperbole équilatère qui passe par le point P et par le centre de l'ellipse E, et dont les asymptotes sont parallèles aux axes de E (*).

MM. d'Ocagne, Lebon, Catalan et d'autres géomètres ont fait remarquer (**) que le problème est assez facile à résoudre lorsque les points d'où l'on veut mener les normales sont sur les axes, et, pour notre part, nous nous sommes occupé, parfois, de cette question, cherchant des points spéciaux du plan de l'ellipse auxquels corresponde une solution simple du problème en question.

Dans cette note, nous nous proposons de présenter quelques-uns des résultats que nous avons obtenus.

2. — Des points ω définis par les expressions:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{b}{a}(a-b)\cdot\cos\alpha \\ y' &= \frac{a}{b}(b-a)\sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

dont le lieu est l'ellipse :

$$a^4x^2 + b^4y^2 = a^2b^2(a-b)^2$$

on peut toujours mener des normales à l'ellipse E dont les demi-axes sont a et b. En effet, d'après les expressions (1), on a :

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{b^2}{a_2}\left(\frac{y'}{x'}\right).$$

Menons du centre O *(fig. 1)* de l'ellipse une droite faisant un angle α défini par l'expression précédente, avec le grand axe de l'ellipse, et portons de part et d'autre du centre les longueurs $OD = b$ et $OD' = a$.

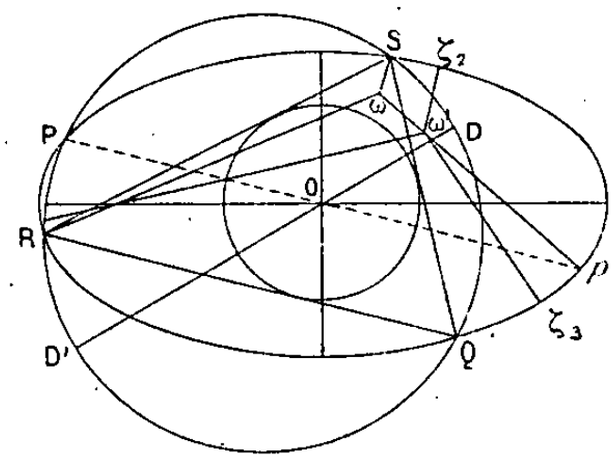


FIG. 1.

Si l'on prend DOD' pour grand axe d'une seconde ellipse E', son cercle principal coupe E en quatre points : P, Q, R, S, et en joignant le point ω à Q, R, S, on a ωQ, ωR, ω S trois droites normales à l'ellipse E, Q, R, S étant leurs pieds (***). Le pied de la quatrième normale issue de ω

(*) N. C. M. 1884, p. 241 (Neuberg).

(**) J. E. 1887, p. 29-31, 110-111 et R. M. C. (d'Ocagne, 1886) ; J. E. 1887, p. 82-83 et 133 (Catalan); N. A. M. (E. Lebon) ; Briot et Bouquet, *Traité de Géométrie analy.* 1887, p. 111 ; N. A. M. t. LXIX, 1860, questions 517 à 521, 95-96, 235-239 et, en 1863, questions 326-328 (Heilermann).

(***) J. Kœhler, *Exercices de géométrie analy. et de géométrie supérieure,* t. I, p. 67.

est au point p, diamétralement opposé à P (théorème de Joachimsthal) (*). Les cordes RS, SQ, QR enveloppent le cercle fixe :

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2b^2}{(a+b)^2}.$$

3. — Nous avons démontré qu'il est extrêmement facile de mener des normales à une ellipse E par des points situés sur les cercles dont les rayons sont $a - b$ et $a + b$ (**). Il suffit de remarquer *(fig. 2)* que la normale au point M coupe respectivement en D et D′ les cercles dont les rayons sont $a - b$ et $a + b$, de manière que $DM = D'M = OM'$, qui est le diamètre conjugué de OM. Or, le cercle dont le rayon est $a - b$, est le lieu des points de concours des normales issues des points de contact de l'ellipse avec les côtés d'un triangle dont le cercle des neuf points est le cercle principal de E′ (***).

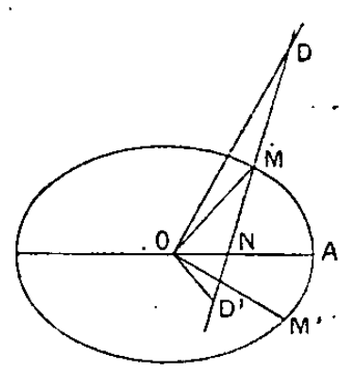


FIG. 2.

Sur la circonférence dont le rayon est $a - b$, il y a un point (****) tel que la normale menée à l'ellipse E passe par le point de la *déviation maxima* de M. d'Ocagne (*****).

Le point considéré est tel que la droite qui le joint au centre de l'ellipse fait avec le grand axe un angle dont la tangente est $\sqrt{\frac{a}{b}}$ (******).

La circonférence dont le rayon est $a + b$, et de laquelle on peut mener des normales à l'ellipse E, est circonscrite au triangle formé par les bissectrices extérieures du triangle QRS, lesquelles sont tangentes à l'ellipse E′.

4. — On peut aussi abaisser des normales à l'ellipse E des points portés sur l'ellipse :

$$(a^2 + b^2)^2 \cdot (b^2x^2 + a^2y^2) = a^2b^2c^4$$

concentrique et homothétique à l'ellipse donnée, dont le rapport de similitude est $\frac{c^2}{a^2 + b^2}$.

(*) Ce théorème, un des plus importants de la théorie des normales à l'ellipse, s'énonce ainsi : *la circonférence qui passe par les pieds de trois normales passe aussi par le point diamétralement opposé au pied de la quatrième normale.* Sa démonstration se rencontre dans le *Journal de Crelle*, t. XXVI. On peut aussi consulter : N. A. M. 1re série, t. VI, p. 370 (Mention) ; t. VII, p. 246, 332, 396 (Pistoris. Catalan) ; t. IX, p. 170 (Terquem) ; t. XIX, p. 253 (Desboves) ; 2e série, t. VIII, p. 472 (Gerono) ; N. C. M. t. V, p. 161 (Lucas).

(**) P. M., t. I, p. 19 (R. Guimarães).

(***) Kœhler, œuvre citée, t. I, p. 70.

(****) P. M., t. I, p. 119, et B. S. M., t. XX, p. 19 (R. Guimarães).

(*****) N. A. M., 3e *série*, 1886 et 1888 (d'Ocagne).

(******) P. M., t. I, p. 120, et B. S. M., t. XX, p. 19 (R. Guimarães).

En effet, d'après le théorème de Frégier, pour mener une normale à l'ellipse E, il suffit de joindre le point au centre O et de mener ensuite *(fig. 3)* un rayon OP tel que POS = SOQ. La droite IP qu'on obtient en joignant les points I et P sera la normale demandée. Ce procédé est une conséquence immédiate de la proposition suivante due à Frégier : *si l'on considère, sur la normale en* P *à une ellipse, le point* I *où se coupent toutes les cordes vues de* P *sous un angle droit, ce point* I *décrit une ellipse homothétique et concentrique, lorsque le point* P *parcourt l'ellipse donnée* E (*).

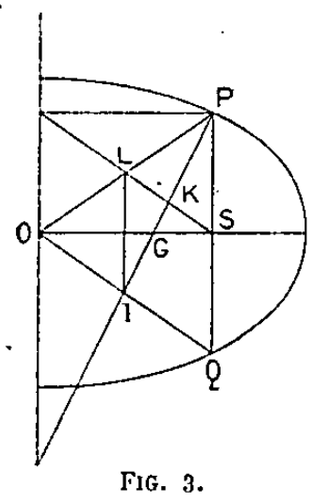


FIG. 3.

5. — Des points dont les coordonnées sont :

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a^2b^2}{a^4+b^4}\cdot\frac{c^2}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ y &= \frac{b^4}{a^4+b^4}\cdot\frac{c^2}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

on peut mener une normale à l'ellipse E. En effet, on sait que OA_1, B_1C étant le rectangle déterminé par les axes d'une ellipse (indéfiniment prolongés) et une corde quelconque $A_1M_2M_1B_1$, prise comme diagonale ; N le point de concours des tangentes menées par M_1 et M_2, P, celui des normales correspondantes, le diamètre perpendiculaire à la droite ON passe par le point P (**). Alors, si l'on suppose que la corde $A_1M_1M_2B_1$ devient tangente à l'ellipse E et qu'elle est également inclinée sur les axes, on trouve que le point de contact a pour cordonnées :

$$x = \frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}, \qquad y = \frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

et on trouve de suite pour la valeur des coordonnées du pied du diamètre perpendiculaire à la droite CN les expressions (2).

Nous avons déjà considéré cette normale (*), laquelle passe par un point D, également écarté des axes de l'ellipse et dont la distance OD au centre O est exprimée par :

$$OD = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{c^2}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

(*) J. Kœhler, œuvre citée, t. I, p. 58.

(**) N. C. M., 1884, p. 246 (Neuberg). *Cette proposition conduit à une nouvelle construction, due à M. de Longchamps, du centre de courbure relatif à un point* M : *il suffit de remplacer la droite* A_1B_1 *par la tangente en* M.

(*) S. S. M. A., t. XI, p. 56, et B. S. M., t. XX, p. 21 (R. Guimarães).

6. — On peut aussi mener une normale à l'ellipse E par un point tel que sa distance OD au centre de l'ellipse soit :

$$\mathrm{OD} = \frac{abc^2}{\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{a^4+b^4}}$$

et l'angle DOA qui fait OD avec le grand axe OA est tel que :

$$\operatorname{tang}\ \mathrm{DOA} = \frac{b^2}{a^2}\cdot$$

Cette normale (*) passe par le point de l'ellipse E, dont les coordonnées sont :

$$x = y = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}},$$

qui est le point d'intersection de l'ellipse avec un vecteur faisant avec le grand axe un angle $\frac{\pi}{4}$.

M. Rodolphe GUIMARÃES

Lieutenant de l'État-major du génie, Délégué de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

SUR UNE FORMULE DE GÉOMÉTRIE [L² 2e]

— Séance du 4 août 1893 —

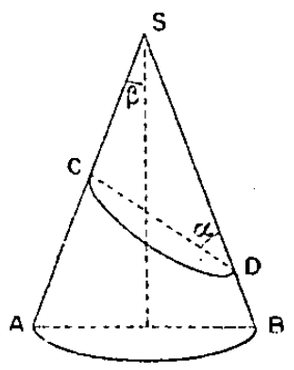
L'expression de la *transformée* des sections planes du cône de révolution :

$$\rho = \frac{d}{1 - 2\,\dfrac{\cos(\alpha+\beta)\,.\,\sin\beta}{\sin(\alpha+2\beta)}\cdot\sin^2\left(\dfrac{\omega}{2\sin\beta}\right)} \qquad (1)$$

que nous avons publiée dans le journal de M. de Longchamps en 1892, et sur laquelle repose notre note sur l'évaluation des aires coniques (**)

(*) B. S. M., t. XX, p. 20 (R. Guimarães).
(**) *Congrès de Pau*, 1892.

suppose que le cône est ouvert le long de la génératrice SA. On peut toutefois mettre cette formule sous une forme plus générale. En effet, un élément de courbe dans l'espace est défini par l'expression :



$$ds_1 = \sqrt{d\rho_1^2 + \rho_1^2 d\omega_1^2}$$

et l'élément correspondant de la transformée sera :

$$ds = \sqrt{d\rho^2 + \rho^2 d\omega^2}.$$

Et comme ces éléments doivent être égaux, on a :

$$\rho_1 \,.\, d\omega_1 = \pm\, \rho \,.\, d\omega \quad \text{ou} \quad \sin\beta \,.\, d\omega_1 = \pm\, d\omega,$$

et, en effectuant l'intégration :

$$\omega_1 \,.\, \sin\beta = \pm\, \omega + \text{const.}$$

d'où :

$$\omega_1 = \frac{\pm\,\omega + 6}{\sin\beta}$$

On a donc, au lieu de l'expression (1), celle-ci plus générale :

$$\rho = \frac{d}{1 - 2 \cdot \dfrac{\cos(\alpha+\beta) \,.\, \sin\beta}{\sin(\alpha+2\beta)} \cdot \sin^2\left(\dfrac{\pm\omega + 6}{2\sin\beta}\right)} \qquad (2)$$

Si le cône est ouvert suivant la génératrice SA, $\omega = 0$ correspond à $\omega_1 = 0$. Alors $6 = 0$ et l'expression (2) se ramène à (1). Mais si le cône est ouvert le long de la génératrice SB, $\omega = 0$ correspond à $\omega_1 = \pi$, d'où il résulte que l'on a :

$$6 = \pi \sin\beta,$$

ce qui donne :

$$\rho = \frac{d}{1 - 2\,\dfrac{\cos(\alpha+\beta) \,.\, \sin\beta}{\sin(\alpha+2\beta)} \cdot \sin^2\left(\dfrac{\pm\,\omega + \pi\sin\beta}{2\sin\beta}\right)}$$

$$= \frac{d \,.\, \sin(\alpha+2\beta)}{\sin\alpha + 2\sin\beta \,.\, \cos(\alpha+\beta) \,.\, \sin^2\left(\dfrac{\omega}{2\sin\beta}\right)}$$

Cette formule est celle à laquelle se ramène l'expression bien connue de la transformée (*) :

$$\rho = \frac{l(h-k)}{h - \mathrm{R} \,.\, \text{tang}\,\Omega \,.\, \cos\,\dfrac{l \,.\, \theta}{\mathrm{R}}}$$

(*) LEROY, *Traité de Géométrie descriptive*, 1881, p. 110.

quand on exprime h, R, $(h - k)$ et Ω en fonction de l et des angles β et α.

En effet, la figure donne aisément :

$$h = l \,.\, \cos\beta,\ \mathrm{R} = l \,.\, \sin\beta,\ \Omega = \frac{\pi}{2}(\alpha+\beta),\ h - k = \frac{d \,.\, \sin(\alpha+2\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

et si l'on remplace ces valeurs dans l'équation précédente, il en résulte :

$$\rho = \frac{d \,.\, \sin(\alpha+2\beta)}{\sin(\alpha+\beta) \,.\, \cos\beta - \sin\beta \,.\, \cos(\alpha+\beta) \,.\, \cos\left(\frac{\omega}{\sin\beta}\right)}$$

ou

$$\rho = \frac{d \,.\, \sin(\alpha+2\beta)}{\sin(\alpha+\beta) \,.\, \cos\beta - \sin\beta \,.\, \cos(\alpha+\beta)\left[1 - 2\sin^2\left(\frac{\omega}{2\sin\beta}\right)\right]}$$

$$= \frac{d \,.\, \sin(\alpha+2\beta)}{\sin\alpha + 2\sin\beta \,.\, \cos(\alpha+\beta) \,.\, \sin^2 \dfrac{\omega}{2\sin\beta}}$$

ce qui démontre ce que l'on proposait.

M. J.-M. RODRIGUES

Capitaine d'artillerie, Professeur à l'Institut industriel de Porto, Membre de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

LES LOIS DE KEPLER DANS LA THÉORIE DE LA RÉTROGRADATION DES PROJECTILES

[R 7 b δ]

— Séance du 4 août 1893 —

I

HODOGRAPHES DU MOUVEMENT

1. — Les lois de Kepler et la loi de l'attraction universelle qui régissent le mouvement des corps célestes sont aussi applicables au mouvement des projectiles dans un fluide résistant.

Pour démontrer cette proposition, considérons le mouvement effectué dans le plan de tir. Soient :

x et y — les coordonnées d'un point quelconque de la trajectoire ;

ρ et ρ' — les composantes tangentielle et normale de la résistance du fluide par rapport à l'unité de masse ;

v et θ — la vitesse et l'inclinaison de la tangente avec l'axe horizontal des abscisses ;

g — l'accélération de la pesanteur.

Les équations différentielles du mouvement sont :

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\rho\cos\theta + \rho'\sin\theta, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\rho\sin\theta - \rho'\cos\theta - g; \end{aligned}\right\}$$

les composantes de la vitesse étant :

$$\frac{dx}{dt} = v\cos\theta, \quad \frac{dy}{dt} = v\sin\theta \tag{1}$$

et les accélérations tangentielle et normale :

$$\left.\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -(\rho + g\sin\theta), \\ v\frac{d\theta}{dt} &= -(\rho' + g\cos\theta). \end{aligned}\right\}$$

Si l'on imagine, à partir de l'origine des coordonnées, supposée celle du mouvement, un vecteur représentatif de la vitesse, constamment parallèle à la tangente, en tous les points de la trajectoire, le lieu de l'extrémité de ce vecteur est l'*hodographe des vitesses*. Un autre vecteur représentatif de l'accélération totale du mouvement, décrit, en partant de la même origine, l'*hodographe des accélérations*.

Dans la balistique, la conception des hodographes entraîne des conséquences très importantes pour le mouvement des projectiles.

Quand les composantes de la résistance du fluide sont proportionnelles aux composantes de la pesanteur suivant la tangente et la normale,

$$\frac{\rho}{g\sin\theta} = \frac{\rho' - r}{g\cos\theta} = n$$

r étant une constante et n le coefficient de proportionnalité, les projectiles rétrogradent quand ils sont sur la branche descendante des trajectoires, et

les lois de Kepler et de Newton régissent le mouvement des vecteurs sur les hodographes de même que celui des corps célestes sur leurs orbites.

Les équations du mouvement des projectiles, quand les forces extérieures sont soumises à cette loi, sont :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = r \sin \theta, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -r \cos \theta - g',$$

et les composantes de l'accélération suivant la tangente et la normale:

$$\frac{dv}{dt} = -g' \sin \theta, \qquad v\frac{d\theta}{dt} = -(r + g' \cos \theta)$$

étant donné que

$$g' = (n+1)\, g$$

Si l'on désigne par x_1 et y_1 les composantes de l'accélération suivant les axes, on a :

$$x_1 = r \sin \theta, \quad y_1 = -r \cos \theta - g'$$

d'où il résulte

$$x_1^2 + (y_1 + g_1')^2 = r^2$$

donc l'hodographe des accélérations est un cercle.

Si l'on élimine t entre les composantes de l'accélération, et si l'on pose $g' = e.r$, il en résulte l'équation différentielle du mouvement du vecteur des vitesses :

$$\frac{dv}{v} = \frac{e \sin \theta \,.\, d\theta}{1 + e \,.\, \cos \theta},$$

et l'intégrale de cette expression est

$$v(1 + e \cos \theta) = p, \qquad (2)$$

la constante arbitraire étant déterminée par la relation

$$v_o(1 + e \cos \varphi) = p,$$

où v_o représente la vitesse initiale et φ l'angle de projection.

L'équation (2) est l'équation polaire des coniques, dont le foyer est pris pour pôle ; l'hodographe décrit par le vecteur de la vitesse autour du pôle est donc une conique. C'est la première loi de Kepler.

La conique sera respectivement une ellipse, parabole ou hyperbole, selon

$$e = \frac{g'}{r} \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 1.$$

2. — On déduit de l'équation de l'accélération centripète du mouvement

$$v \cdot \frac{d\theta}{dt} = - r (1 + e \cos \theta) ;$$

et de l'équation (2) de l'hodographe, la suivante :

$$v^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} = - rp ;$$

donc, les aires décrites par le vecteur de la vitesse autour du pôle croissent proportionnellement au temps.

C'est la deuxième loi de Kepler.

3. — On tire aisément de l'équation polaire (2)

$$\cos \theta = \frac{p - v}{ev} ;$$

mais comme on a :

$$\frac{dv}{dt} = - g' \sin \theta$$

on aura

$$dt = - \frac{e}{g'} \cdot \frac{vdv}{\sqrt{e^2 v^2 - (v - p)^2}}.$$

Considérons un hodographe elliptique, si a désigne le demi grand axe puisque

$$p = a (1 - e^2),$$

on aura :

$$dt = - \frac{e}{g' \sqrt{1 - e^2}} \cdot \frac{vdv}{\sqrt{a^2 e^2 - (v - a)^2}} \qquad (3$$

L'intégration de cette expression s'effectue aisément, si l'on pose :

$$v - a = ae \cos z.$$

En effet, cette relation ramène l'équation (3) à celle-ci :

$$dt = \frac{ae}{g' \sqrt{1 - e^2}} (1 + e \cdot \cos z) \, dz,$$

dont l'intégrale est :

$$t - t_o = \frac{ae}{g' \sqrt{1 - e^2}} (z + e \cdot \sin z).$$

d'où l'on déduit l'équation de Kepler :

$$z = \frac{2\pi\,(t - t_o)}{\mathrm{T}} - e \sin z \qquad (4)$$

étant :

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \,.\, ea}{g'\sqrt{1 - e^2}}$$

la durée d'une révolution du vecteur autour du pôle.

On déduit de l'expression (4)

$$\mathrm{T}^2 = \frac{a^2}{1 - e^2} \cdot \frac{4\pi^2}{r'^2},$$

ou :

$$\mathrm{T}^2 = \frac{a^3}{p} \cdot \frac{4\pi^2}{r^2},$$

c'est-à-dire : les carrés des temps des révolutions du rayon vecteur autour du pôle sont proportionnels aux cubes des grands axes des hodographes. C'est la troisième loi de Kepler.

4. — En désignant par x' et y' les composantes de la vitesse

$$x' = \frac{dx}{dt} = v\cos\theta, \quad y' = \frac{dy}{dt} = v\sin\theta,$$

les équations du mouvement sont :

$$\frac{dx'}{dt} = r\sin\theta, \quad \frac{dy'}{dt} = -r\cos\theta - g',$$

et en les dérivant par rapport à t :

$$\frac{d^2x'}{dt^2} = r\cos\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt}, \quad \frac{d^2y'}{dt^2} = r\sin\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt};$$

en vertu du théorème des aires, il en résulte les équations du mouvement du vecteur :

$$\frac{d^2x'}{dt^2} = -\frac{r^2p}{v^2} \,.\, \cos\theta, \quad \frac{d^2y'}{dt^2} = -\frac{r^2p}{v^2} \,.\, \sin\theta,$$

$$m \,.\, \frac{d^2x'}{dt^2} = -m \,.\, \frac{r^2p}{v^3} \,.\, x', \quad m \,.\, \frac{d^2y'}{dt^2} = -m \,.\, \frac{r^2p}{v^3} \,.\, y',$$

qui représentent aussi les équations du mouvement elliptique.

Il résulte, de ce que nous venons d'exposer, que la force qui sollicite le vecteur autour de l'origine du mouvement est constamment dirigée vers le pôle

et qu'elle varie proportionnellement à la masse du projectile et en raison inverse du carré de la longueur du rayon vecteur, c'est-à-dire :

$$F = m \cdot \frac{r^2 p}{v^2}.$$

C'est la loi de Newton. Les grandes lois de la nature existent donc dans le mouvement des projectiles dans les milieux résistants, et elles régissent le mouvement du vecteur des vitesses autour de l'origine comme le mouvement des planètes autour du soleil.

II

DES ÉQUATIONS DE LA TRAJECTOIRE

5. — La conception des hodographes nous fournit *a priori* les variations de vitesse et d'accélération, les inclinaisons de la tangente, la direction et le sens du mouvement et la forme des trajectoires.

En faisant une analyse du mouvement du vecteur dans les hodographes elliptique, parabolique ou hyperbolique, on reconnaît que la vitesse du mouvement prend une valeur finie, égale au demi-paramètre, au point de la trajectoire où la tangente est verticale. A ce point commence la rétrogradation du mouvement.

Dans les hodographes elliptiques, la vitesse, au delà de ce point, augmente jusqu'à acquérir un *maximum*, et ensuite diminue jusqu'à sa valeur primitive; et dans les hodographes paraboliques et hyperboliques la vitesse augmente indéfiniment. La rétrogradation des projectiles peut être donc effectuée suivant des courbes fermées ou des courbes ouvertes.

Dans l'étude qui s'ensuit nous déterminerons seulement les équations des trajectoires relatives à un hodographe elliptique, et nous présenterons deux méthodes à suivre dans la résolution du problème des trajectoires.

6. — L'équation polaire (2) donne :

$$\cos\theta = \frac{p - v}{ev}, \quad \sin\theta = \frac{1}{ev}\sqrt{e^2v^2 - (v-p)^2}$$

et en remplaçant dans les équations (1), en tenant compte de la relation

$$p = a(1 - e^2),$$

il vient :

$$\frac{dx}{dt} = -ae + \frac{a-v}{e}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \cdot \sqrt{a^2e^2 - (v-a)^2},$$

mais

$$v = a\,(1 + e\cos z),$$
$$dt = \frac{T}{2\pi}\,(1 + e\cos z)\,dz,$$

d'où

$$\left.\begin{aligned} dx &= -\frac{aT}{2\pi}\left[e + (1 - e^2)\cos z + e\cos^2 z\right]\cdot dz \\ dy &= \sqrt{1 - e^2}\cdot\frac{aT}{2\pi}\,(\sin z + e\cos z\,.\,\sin z)\cdot dz \end{aligned}\right\}$$

d'où il résulte, intégration faite, les coordonnées de la trajectoire en fonction de l'anomalie de l'excentrique :

$$\left.\begin{aligned} x &= x_o - e\cdot\frac{aT}{2\pi}\left[z - \frac{2\,(1 - e^2)}{e}\cdot\sin z - \sin 2z\right] \\ y &= y_o + \sqrt{1 + e^2}\cdot\frac{aT}{2\pi}\left(\cos z + \frac{e}{2}\cdot\cos^2 z\right) \end{aligned}\right\}$$

équations qui se ramènent à la forme :

$$\left.\begin{aligned} x &= x_o - e\mathrm{R}\,(z - b\sin z) \\ y &= y_o - h\mathrm{R}\left[1 - b\cos z - \left(1 + \frac{be}{2}\cos^2 z\right)\right] \end{aligned}\right\}$$

mais les équations

$$\left.\begin{aligned} x' &= x_o - e\mathrm{R}\,(z - b\sin z) \\ y' &= y_o - h\mathrm{R}\,(1 - b\cos z) \end{aligned}\right\}$$

sont celles d'une cycloïde allongée, R étant le rayon du cercle et $\mathrm{R}b = \mathrm{D}$ la distance du point générateur au centre du cercle, et les équations

$$x'' = e\mathrm{R}\,.\,\sin 2z$$
$$y'' = h\mathrm{R}\left(1 + \frac{be}{2}\cos^2 z\right)$$

appartiennent à une ellipse. Et comme :

$$x = x' + x'' \quad \text{et} \quad y = y' + y''$$

on conclut que les trajectoires correspondant à un hodographe elliptique sont des courbes résultant d'une ellipse et d'une cycloïde allongée.

7. — On est porté à ce même résultat, en suivant une autre marche.

En effet, les équations du mouvement :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = r \sin\theta, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -r\cos\theta - g',$$

se ramènent à

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{r}{v}\cdot\frac{dy}{dt}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{r}{v}\cdot\frac{dx}{dt} - g',$$

d'où l'on conclut :

$$\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2}\cdot\frac{dy}{dt} = -g'\frac{dy}{dt};$$

or :

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

et par conséquent :

$$dv^2 = -2g'.dy,$$

et

$$v^2 = -2g'y + v_o^2,$$

d'où :

$$v = v_o\cdot\sqrt{1-ay},$$

en posant

$$a = \frac{2g'}{v_o^2}.$$

On aura donc :

$$d\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{r}{v_o}\cdot\frac{dy}{\sqrt{1-ay}}$$

et en effectuant l'intégration, on trouve :

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{2r}{av_o}\cdot\sqrt{1-ay} + \text{const},$$

et comme dans l'origine le mouvement est $y = 0$, et :

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_o = v_o\cdot\cos\varphi = u_o,$$

il en résulte :

$$\frac{dx}{dt} = b\left(1-\sqrt{1-ay}\right) + u_o \qquad (5)$$

étant :

$$b = \frac{rv_o}{g'}.$$

La seconde équation du mouvement fournit :

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{r}{v_o} \cdot \frac{b + u_o}{\sqrt{1 - ay}} + \frac{r^2 - g'^2}{g'},$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{1}{2} \cdot d\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = -\frac{c \,.\, dy}{\sqrt{1 - ay}} + h \,.\, dy$$

et ensuite :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{2c}{a} \cdot \sqrt{1 - ay} + hy + \text{const},$$

et, en déterminant la constante arbitraire par les conditions initiales du mouvement, on trouve :

$$b = \frac{1}{2} w_o^2 - \frac{2c}{a},$$

d'où

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{w_o^2 + 2hy - \frac{4c}{a}\left(1 - \sqrt{1 - ay}\right)}. \qquad (6)$$

Si l'on élimine t entre les expressions (5) et (6) représentatives des composantes de la vitesse, il en résulte l'équation différentielle de la trajectoire :

$$dx = \frac{\left[b\left(1 - \sqrt{1 - ay}\right) + u_o\right] \cdot dy}{\sqrt{w_o^2 + 2hy - \frac{4c}{a}\left(1 - \sqrt{1 - ay}\right)}}.$$

Le temps dépensé par le projectile dans le parcours de la courbe définie par l'équation antérieure sera :

$$dt = -\frac{1}{g'} \cdot \frac{dy}{\sqrt{w_o^2 + 2hy - \frac{4c}{a}\left(1 - \sqrt{1 - ay}\right)}},$$

équation qui entraîne à une conséquence très remarquable — à la troisième loi de Kepler. En effet, comme

$$v = v_o \cdot \sqrt{1 - ay},$$

il en résulte :

$$dt = -\frac{1}{g'} \cdot \frac{v \,.\, dv}{\sqrt{\left(w_o^2 + \frac{2h}{a} - \frac{4c}{a}\right) + \frac{4c}{a} \cdot \frac{v}{v_o} - \frac{2h}{a} \cdot \frac{v^2}{v_o^2}}}$$

et en faisant

$$v = u + \frac{cv_o}{h} = u + k,$$

on trouve :

$$dt = -\frac{1}{g'} \cdot \frac{(u+k)\,.\,du}{\sqrt{\mathrm{K} - \frac{h}{g'} \cdot u^2}}$$

étant

$$\mathrm{K} = w_o^2 + 2\,\frac{(h-c)^2}{ah}.$$

Pour intégrer cette expression, on fait :

$$u = \sqrt{\frac{g'}{h}\,.\,\mathrm{K}.\cos\,.\,z},$$

puisque h est positif, ce qui donne :

$$dt = \frac{cv_o}{g'h} \cdot \sqrt{\frac{g'}{h}} \left(1 + \sqrt{\frac{g'h}{c^2v_o^2}\,.\,\mathrm{K}\,.\cos z}\right) dz$$

d'où il résulte immédiatement l'équation de Kepler :

$$t - t_o = \frac{cv_o}{g'h} \sqrt{\frac{g'}{h}} \left(z + \frac{\sqrt{g'h\mathrm{K}}}{cv_o} \cdot \sin z\right)$$

8. — Si $z = 2\pi$ la durée du mouvement sera :

$$\mathrm{T} = 2\pi \cdot \frac{cv_o}{g'h} \cdot \sqrt{\frac{g'}{h}}$$

et si l'on pose :

$$\Sigma = \frac{\sqrt{g'h\mathrm{K}}}{cv_o}$$

l'angle auxiliaire sera exprimé par l'équation :

$$z = \frac{2\pi\,(t - t_o)}{\mathrm{T}} - \Sigma \sin z,$$

et la vitesse du mouvement par l'équation :

$$v = \frac{cv_o}{h}\,(1 + \Sigma \cos z).$$

L'excentricité de la trajectoire et la durée du mouvement en fonction des conditions initiales sont calculées très facilement. En effet :

$$g' = e \,.\, r, \quad a = \frac{2r}{v_o^2} \cdot e, \quad b = \frac{v_o}{e},$$

$$h = \frac{r}{e}(1 - e^2), \quad c = \frac{r}{e}(1 + e\cos\varphi)$$

et, par suite,

$$\mathrm{K} = v_o^2\left[\sin^2\varphi + \frac{e^2}{1 - e^2}(1 + \cos\varphi)^2\right]$$

et alors l'excentricité de la trajectoire sera :

$$\varepsilon = e \cdot \frac{\sqrt{(1 - e^2)\sin^2\varphi + e^2(1 + \cos\varphi)^2}}{1 + e\cos\omega}$$

et

$$\frac{cv_o}{h} = \frac{v_o(1 + e\cos\varphi)}{1 - e^2} = a,$$

et par conséquent

$$v = a(1 + \Sigma\cos z),$$

c'est la vitesse du mouvement.

Mais, comme

$$\frac{\mathrm{T}^2}{4\pi^2} = \frac{c^2 v_o^2}{g' h^3},$$

il vient :

$$\frac{\mathrm{T}^2}{4\pi^2} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{v_o^2(1 + e\cos\varphi)^2}{(1 - e^2)^3},$$

mais dans l'hodographe elliptique :

$$v_o(1 + e\cos\varphi) = a(1 - e^2) = p,$$

d'où :

$$\mathrm{T}^2 = \frac{a^3}{p} \cdot \frac{4\pi}{r^2},$$

c'est-à-dire : *les carrés des durées du mouvement des projectiles dans leurs trajectoires sont proportionnels aux cubes des demi grands axes des hodographes des vitesses.*

La troisième loi de Kepler régit donc, soit le mouvement du rayon vecteur dans l'hodographe des vitesses, soit le mouvement des projectiles sur leurs trajectoires.

M. G. OLTRAMARE

Professeur à l'Université de Genève.

INTÉGRATION DE QUELQUES ÉQUATIONS QU'ON PEUT RAMENER A DES ÉQUATIONS LINÉAIRES A COEFFICIENTS CONSTANTS [H 12 b]

— *Séance du 4 août 1893* —

Nous allons considérer certaines équations aux différences qu'on peut ramener à des équations linéaires et intégrer à l'aide du calcul de généralisation.

I. — *Proposons-nous de déterminer la fonction* $\varphi(x)$ *qui satisfait à l'équation*

$$\varphi(x)\varphi(x+a) = \mathrm{F}(x) \qquad (1)$$

$\mathrm{F}(x)$ *étant une fonction donnée.*

En prenant les logarithmes des deux membres, nous aurons :

$$\log \varphi(x) + \log \varphi(x+a) = \log \mathrm{F}(x) \qquad (2)$$

équation dont il est aisé de déterminer l'intégrale à l'aide du calcul de généralisation. Posons à cet effet :

$$\log \varphi(x) = \mathrm{G}e^{xu'} \quad (3) \qquad \log \mathrm{F}(x) = \mathrm{G}e^{xu} ;$$

nous pourrons écrire l'équation (2) sous la forme symbolique :

$$\mathrm{G}e^{xu'}(1 + e^{au'}) = \mathrm{G}e^{xu}$$

et par conséquent nous obtiendrons, à l'aide d'un principe connu :

$$\mathrm{G}e^{xu'} = \varphi(x) = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu}}{1 + e^{au}} ;$$

effectuant la généralisation, nous aurons :

$$\log \varphi(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \log \mathrm{F}(x + an)$$

comme intégrale particulière de l'équation (2).

Pour en obtenir l'intégrale complète, il suffit de déterminer l'intégrale de cette équation lorsqu'on y suppose le second membre nul.

Nous avons, dans cette hypothèse :

$$Ge^{xu'}(1 + e^{au'}) = 0,$$

équation qui est satisfaite en posant

$$e^{au'} = -1.$$

Si donc l'on désigne par β_K l'une des a racines de l'unité, nous aurons :

$$e^{u'} = \beta_K \sqrt[a]{-1}.$$

Cette valeur de $e^{u'}$ mise dans relation (3) donne

$$\log \varphi(x) = G\left(\beta_K \sqrt[a]{-1}\right)^x = C\left(\beta_K \sqrt[a]{-1}\right)^x.$$

Si donc β_0, β_1, β_2, ... β_{a-1} représentent les a racines de l'unité, nous aurons comme intégrale générale de l'équation (2) avec second membre nul :

$$\log \varphi(x) = \sum_{K=0}^{K=a-1} C_K\left(\beta_K \sqrt[a]{-1}\right)^x$$

et pour intégrale complète de l'équation (2)

$$\log \varphi(x) = \sum_{K=0}^{K=a-1} C_K\left(\beta_K \sqrt[a]{-1}\right)^x + \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \log \mathrm{F}(x + an)$$

par suite, la valeur de $\varphi(x)$, qui satisfait à l'équation proposée (1), sera exprimée par :

$$\varphi(x) = e^{\sum_{K=0}^{K=a-1} C_K\left(\beta_K \sqrt[a]{-1}\right)^x + \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \log \mathrm{F}(x + an)}$$

que l'on peut écrire sous la forme :

$$\varphi(x) = C_1\left(\beta_0 \sqrt[a]{-1}\right)^x C_1\left(\beta_1 \sqrt[a]{-1}\right)^x \cdots \frac{\mathrm{F}(x)\mathrm{F}(x+2a)\mathrm{F}(x+4a)\cdots}{\mathrm{F}(x+a)\mathrm{F}(x+3a)\mathrm{F}(x+5a)\cdots},$$

intégrale qui renferme a constantes arbitraires.

II. — *Intégration de l'équation*

$$\varphi(x + a)^m \varphi(x - b)^n = \mathrm{F}(x),$$

$\mathrm{F}(x)$ *désignant une fonction donnée.*

En prenant les logarithmes des deux membres, nous aurons :

$$m \log (x + a) + n \log (x - b) = \log \mathrm{F}(x).$$

En posant :

$$\log \varphi(x) = \mathrm{G}e^{xu'} \quad (3) \qquad \log \mathrm{F}(x) = \mathrm{G}e^{xu},$$

nous aurons l'équation symbolique :

$$\mathrm{G}e^{xu'}(me^{au'} + ne^{-bu'}) = \mathrm{G}e^{xu}$$

et, par conséquent, pour intégrale particulière :

$$\mathrm{G}e^{xu'} = \log \varphi(x) = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu}}{me^{au} + ne^{-bu}}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{p=0}^{p=\infty}(-1)^p\left(\frac{m}{n}\right)^p \log \mathrm{F}\big(x + pa + (p+1)b\big)$$

En supposant, dans l'équation (2), le second membre nul, nous aurons :

$$me^{au'} + ne^{-bu'} = 0$$

et par suite : $$e^{(a+b)u'} = -\frac{n}{m},$$

ou : $$e^{u'} = \sqrt[a+b]{-\frac{n}{m}} = \left(\cos\frac{2\mathrm{K}\pi}{a+b} + \sin\frac{2\mathrm{K}\pi}{a+b}\sqrt{-1}\right)\sqrt[a+b]{-\frac{1}{n}}.$$

Cette valeur, mise dans la relation (3), donne

$$\log \varphi(x) = \sum_{\mathrm{K}=0}^{\mathrm{K}=a+b-1} \mathrm{C}_{\mathrm{K}}\left(-\frac{n}{m}\right)^{\frac{x}{a+b}} e^{\frac{2\mathrm{K}\pi x}{a+b}\sqrt{-1}};$$

nous aurons ainsi, pour l'intégrale complète de l'équation (2), l'expression

$$\log \varphi(x) = \sum_{\mathrm{K}=0}^{\mathrm{K}=a+b-1} \mathrm{C}_{\mathrm{K}}\left(-\frac{n}{m}\right)^{\frac{x}{a+b}} e^{\frac{2\mathrm{K}\pi x}{a+b}\sqrt{-1}}$$

$$+ \frac{1}{n}\sum_{p=0}^{p=\infty}(-1)^p\left(\frac{m}{n}\right)^p \log \mathrm{F}\big(x + pa + (p+1)\,b\big)$$

et pour l'intégrale de l'équation (1)

$$\varphi(x) = \frac{\mathrm{F}(x+b)^{\frac{1}{n}}\mathrm{F}(x+2a+3b)^{\frac{m^3}{n^3}}\mathrm{F}(x+4a+5b)^{\frac{m^4}{n^5}}\ldots}{\mathrm{F}(x+a+2b)^{\frac{m}{n^2}}\mathrm{F}(x+3a-4b)^{\frac{m^3}{n^4}}\mathrm{F}(x+5a+6b)^{\frac{m^5}{n^6}}\ldots} e^{\sum_{\mathrm{K}=0}^{\mathrm{K}=a+b-1} \mathrm{C}_{\mathrm{K}}\left(-\frac{n}{m}\right)^{\frac{x}{a+b}} e^{\frac{2\mathrm{K}\pi x}{a+b}\sqrt{-1}}}$$

III. — *Soit proposé d'intégrer l'équation :*

$$\varphi(x+1)^m\varphi(x-1)^n - \mathrm{F}(x)\varphi(x)^{2a} = 0 \qquad (1)$$

$\mathrm{F}(x)$ *étant une fonction donnée.*

Si nous prenons le logarithme des deux membres, nous en déduirons :

$$m \log \varphi(x+1) + n \log \varphi(x-1) - 2a \log \varphi(x) = \log \mathrm{F}(x) ; \qquad (2)$$

en posant :

$$\log \varphi(x) = \mathrm{G}e^{xu'}, \qquad (3)$$

$$\log \mathrm{F}(x) = \mathrm{G}e^{xu}, \qquad (4)$$

nous aurons l'équation symbolique :

$$\mathrm{G}e^{xu'}(me^{u'} + ne^{-u'} - 2a) = \mathrm{G}e^{xu},$$

dont on déduit l'intégrale particulière

$$\log \varphi(x) = \mathrm{G}e^{xu'} = \mathrm{G}\frac{e^{xu}}{me^{u} + ne^{-u} - 2a}.$$

Pour obtenir l'intégrale générale de l'équation (2), nous supposerons que son second membre est nul et nous écrirons :

$$m \log \varphi(x+1) + n \log \varphi(x-1) - 2a \log x = 0 \qquad (5)$$

et en supposant toujours $\log \varphi(x) = \mathrm{G}e^{xu'}$, nous aurons :

$$\mathrm{G}e^{xu'}\left(e^{u'} + \frac{n}{m}e^{-u'} - \frac{2a}{m}\right) = 0,$$

équation qui est satisfaite si l'on pose

$$e^{u'} + \frac{n}{m}e^{-u'} - \frac{2a}{m} = 0 ;$$

résolvant cette équation, on trouve

$$e^{u'} = \frac{a}{m} \mp \frac{1}{m}\sqrt{a^2 - nm}$$

et comme intégrale de l'équation (2)

$$\log \varphi(x) = \mathrm{C}_1\left(\frac{a}{m} + \frac{1}{m}\sqrt{a^2-nm}\right)^x + \mathrm{C}_2\left(\frac{a}{m} - \frac{1}{m}\sqrt{a^2-nm}\right)^x + \mathrm{G}\frac{e^{xu}}{me^{u} + ne^{-u} - 2a}$$

on satisfera donc à l'équation proposée (1), en posant :

$$\varphi(x) = C_1^{\left(\frac{a}{m}+\frac{1}{m}\sqrt{a^2-nm}\right)^x} C_2^{\left(\frac{a}{m}-\frac{1}{m}\sqrt{a^2-nm}\right)^x} e^{G\frac{me^u+ne^{-u}-2a}{e^{xu}}}. \qquad (6)$$

En considérant le cas particulier

$$\varphi(x+1)\varphi(x-1) = F(x)\varphi(x)^2,$$

nous aurons comme intégrale :

$$\varphi(x) = CF(x+1)F(x+2)^2F(x+3)^3F(x+4)^4 \ldots$$

IV. — *Soit proposé de déterminer la fonction* $\varphi(x)$ *qui satisfait à l'équation*

$$\varphi(x+1)^X - \varphi(x-1)^{X_1} = 0, \qquad (1)$$

X *et* X_1 *étant des fonctions données de* x.

L'équation donne, en passant aux logarithmes

$$\log . \log \varphi(x+1) - \log . \log \varphi(x-1) = \log \frac{X_1}{X}; \qquad (2)$$

si nous posons :

$$\log . \log \varphi(x) = Ge^{xu'}$$

$$\log \frac{X_1}{X} = Ge^{xu},$$

nous en déduirons :

$$Ge^{xu'} = \log . \log \varphi(x) = G\frac{e^{xu}}{e^u - e^{-u}}$$

$$= -\frac{1}{4\sqrt{-1}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-e^{\pi y}}{1+e^{\pi y}}\log\frac{X_1(x+y\sqrt{-1})}{X(x+y\sqrt{-1})}dy;$$

par conséquent, nous aurons comme intégrale particulière de l'équation proposée :

$$\varphi(x) = e^{e^{-\frac{1}{4\sqrt{-1}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-e^{\pi y}}{1+e^{\pi y}}\log\frac{X_1(x+y\sqrt{-1})}{X(x+y\sqrt{-1})}dy}}.$$

En supposant dans l'équation (2) le second membre nul, nous aurons :

$$Ge^{xu'}(e^{u'} - e^{-u'}) = 0;$$

en posant le facteur $e^{u'} - e^{-u'} = 0$, nous aurons $e^{u'} = \pm 1$, et par suite :

$$\log . \log \varphi(x) = C + C'(-1)^x;$$

nous aurons ainsi pour l'intégrale complète de l'équation (1) :

$$\varphi(x) = e^{e^{C+c'(-1)^x - \frac{1}{4\sqrt{-1}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{\pi y}}{1+e^{\pi y}} \log \frac{X_1(x+y\sqrt{-1})}{X(x+y\sqrt{-1})} dy}}$$

V. — *Soit proposé de déterminer la fonction* $\varphi(x)$ *qui satisfait à l'équation :*

$$F(x)^{\mp(x+a)} - F_1(x)^{\varphi(x-b)} = 0, \qquad (1)$$

dans laquelle $F(x)$ *et* $F_1(x)$ *sont deux fonctions données.*

En passant aux logarithmes, nous déduirons de cette équation :

$$\log \varphi(x + a) - \log \varphi(x - b) = \log \frac{\log F_1(x)}{\log F(x)}; \qquad (2)$$

si nous posons :

$$Ge^{xu'} = \log \varphi(x) \qquad (3)$$

$$Ge^{xu'} = \log \frac{\log F_1(x)}{\log F(x)}, \qquad (4)$$

l'équation (2), en supposant son second membre nul, pourra se mettre sous la forme symbolique :

$$Ge^{xu'}(e^{au'} - e^{-bu'}) = 0;$$

en déterminant $e^{u'}$ de sorte que :

$$e^{au'} - e^{-bu'} = 0,$$

nous aurons :

$$e^{u'} = \sqrt[a+b]{1} = \cos \frac{2K\pi}{a+b} + \sin \frac{2K\pi}{a+b} \sqrt{-1}$$

et par suite, à l'aide de la relation (3) :

$$\log \varphi(x) = \sum_{K=0}^{K=a+b-1} C_K \left(\cos \frac{2K\pi x}{a+b} + \sin \frac{2K\pi x}{a+b} \sqrt{-1} \right); \qquad (5)$$

nous aurons ainsi l'intégrale de l'équation (2) lorsque le second membre est nul.

Si, maintenant, nous admettons que le second membre de l'équation (2) ne soit pas nul, nous aurons, à l'aide des relations (3) et (4) :

$$Ge^{xu'}\left(e^{au'} - e^{-bu'}\right) = Ge^{xu}$$

et, par conséquent,

$$\log \varphi(x) = Ge^{xu'} = G\frac{e^{xu}}{e^{au} - e^{-bu}} = \sum_{n=0}^{n=\infty} \log \frac{\log F_1\left(x - a - (a+b)n\right)}{\log F\left(x - a - (a+b)n\right)}; \quad (6)$$

nous obtenons ainsi une intégrale particulière de l'équation (2) lorsque son second membre n'est pas nul.

L'intégrale complète de l'équation (2) sera donc exprimée par la somme des intégrales (5) et (6), soit :

$$\log \varphi(x) = \sum_{K=0}^{K=a+b-1} C_K\left(\cos\frac{2K\pi x}{a+b} + \sin\frac{2K\pi x}{a+b}\sqrt{-1}\right) + \sum_{n=0}^{n=\infty} \log \frac{\log F_1\left(x - a - (a+b)n\right)}{\log F\left(x - a - (a+b)n\right)};$$

nous aurons donc pour la valeur de $\varphi(x)$, qui satisfait à l'équation (1) :

$$\varphi(x) = e^{\sum_{K=0}^{K=a+b-1} C_K\left(\cos\frac{2K\pi x}{a+b} + \sin\frac{2K\pi x}{a+b}\sqrt{-1}\right) + \sum_{n=0}^{n=\infty} \log \frac{\log F_1\left(x-a-(a+b)n\right)}{\log F\left(x-a-(a+b)n\right)}}$$

$$= e^{\sum_{n=0}^{K=a+b-1} C_K e^{\frac{2K\pi x}{a+b}\sqrt{-1}} \prod_{n=0}^{n=\infty} \left[\frac{\log F_1\left(x-a-(a+b)n\right)}{\log F\left(x-a-(a+b)n\right)}\right]}$$

intégrale qui renferme $a + b$ constantes arbitraires.

M. É. LEMOINE

Ancien Élève de l'École Polytechnique, à Paris.

COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTROGRAPHIE [K] [V1]

— Séance du 4 août 1893 —

Ce mémoire ne se compose que de simplifications aux constructions données l'année dernière dans notre mémoire de Pau, simplifications qui m'ont été presque toutes indiquées par MM. TARRY et BERNÈS dans une série de lettres, dont je me suis, même quand je ne le signale pas dans le texte, largement servi pour cette rédaction.

J'avais donné les symboles de soixante-trois constructions; ils ont été simplifiés — et quelquefois de plusieurs façons — au nombre de trente et un. Ce sont les symboles des constructions : XVII, XX, XXIV, XXV, XXVII, XXVIII, XXIX, XXXIII, XXXIV, XXXIV *bis*, XXXV, XXXVI, XXXVIII, XLI, XLIII, XLIV, XLV, XLVI, XLVII, XLIX, L, LI, LII, LIII, LIV, LV, LVI, LIX, LX, LXI, LXIII.

Je disais, d'ailleurs, que j'étais loin de supposer que j'avais trouvé toutes les constructions définitivement les meilleures au point de vue de la *Géométrographie;* les perfectionnements que j'indique cette année — et qui ne donnent sans doute pas tous le dernier mot dans chaque construction — montrent l'intérêt qu'il y a à ces recherches. Je ne citerai qu'un exemple pour montrer jusqu'où peuvent aller les simplifications lorsqu'on les recherche pour elles-mêmes avec le critérium que j'ai proposé.

En 1888, à Oran, lors de mes premiers essais dans cette voie, je construisais le problème XXIV au moyen d'une méthode qui exigeait soixante et onze opérations élémentaires; en 1892, une méthode mieux choisie, donnée au Congrès de Pau, réduisait ce nombre à vingt-trois; celle que je cite aujourd'hui n'en demande que seize et, s'il n'est pas guidé par le critérium que donne la *Géométrographie*, elles paraissent au géomètre aussi simples l'une que l'autre, parce qu'elles se *conçoivent* et *s'expliquent* avec une égale simplicité.

J'ai eu la satisfaction de voir que cette idée de présenter un critérium pour l'examen des constructions avait paru utile à quelques-uns; que, de plus, un certain nombre de professeurs en ont donné le principe dans

leurs cours à Paris et que, même à l'étranger, M. Chomé, professeur de géométrie descriptive à l'École militaire de Belgique, m'a écrit qu'il l'enseignait aux élèves en ajoutant, pour le cas particulier qui le concerne, les symboles relatifs à l'usage de l'équerre ainsi que je l'avais proposé dès mon mémoire d'Oran en 1888.

Les numéros du présent travail correspondent aux numéros des constructions du mémoire sur la *Géométrographie* de l'année dernière; il faut avoir ce mémoire sous les yeux pour pouvoir suivre la plupart des simplifications.

XVII. — M. Tarry remarque que dans le cas 3°, où la droite est donnée par deux de ses points, j'aurais dû économiser C_1; en effet, puisque je prends AB après avoir tracé A(BC), une pointe est déjà en A; donc je prends AB et je trace C(AB) par . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$ seulement.

Le symbole total doit donc être :

Op. : $(2R_1 + R_2 + 5C_1 + 2C_3)$; simplicité : 10; exactitude : 7; 1 droite, 2 cercles.

Nous n'avons pas indiqué le cas où l'on veut *mener une parallèle quelconque à une droite donnée.* Voici le symbole y relatif :

Je trace un cercle quelconque qui coupe AB en A et B;

Je décris B(R), A(R) qui coupent le premier cercle en A′ et B′ du même côté de AB. . . . . op. : $(2C_1 + 3C_3)$.

Je trace AB′ . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

C'est une parallèle à AB :

Op. : $(2R_1 + R_2 + 2C_1 + 3C_3)$; simplicité : 8; exactitude : 4; 1 droite, 3 cercles.

XX. — A propos de la Remarque I, M. Tarry observe que, si la droite n'est pas tracée, il vaut mieux la tracer et faire alors la construction ordinaire, que d'opérer comme je l'indique, car si on la trace, il suffit d'ajouter. . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$ à la construction *b)*; on a ainsi :

Op. : $(6R_1 + 3R_2 + C_1 + C_3)$; simplicité : 11 ; exactitude : 7; 3 droites, 1 cercle.

La Remarque II signale une construction qui peut être également un peu simplifiée.

Je trace n circonférences de rayon arbitraire A(ρ), B(ρ), etc. . . . . op. : $n(C_1 + C_3)$.

J'élève en A à L la perpendiculaire, en me servant du cercle A(ρ). . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 2C_1 + 2C_3)$.

Je prends l'arc du quadrant sur A(ρ) et je le transporte sur toutes les

autres circonférences . . . . . op. : $[2C_1 + (n - 1)(C_1 + C_3)]$.

Je trace les $(n - 1)$ perpendiculaires qui restent à tracer en B, C, etc. à M, N, etc . . . . . op. : $[(n - 1)(2R_1 + R_2)]$.

J'ai. . . . . op. : $[(2nR_1 + nR_2 + (2n + 3)C_1 + (2n + 1)C_3]$ dont le coefficient de simplicité est : $7n + 4$.

La méthode sera donc meilleure à appliquer que la méthode générale (qui donne $8n$ pour coefficient de simplicité) dès que $n > 4$.

XXIV. — Dans le mémoire d'Oran, 1888, le coefficient de simplicité de la construction indiquée était 71, ainsi que je l'ai dit plus haut; dans le mémoire de Pau (1892), j'en donnais une où il était 23 ; la construction suivante de M. Tarry le réduit à 16 !

D'un point quelconque A de AB, je trace un cercle A(R) de rayon R suffisant pour qu'il coupe CD en C. . . . . op. : $(C_2 + C_3)$

soit B le point A(R) coupe AB.

Je trace C(R) qui coupe CD en D . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace D(R) qui coupe A(R) en E . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace BE qui coupe CD en H . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

Je trace la perpendiculaire au milieu de BH . . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 2C_1 + 2C_2)$.

C'est la droite cherchée :

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 5C_1 + 5C_2)$; simplicité : 16 ; exactitude : 9 ; 2 droites, 5 cercles.

Remarque. — On voit, dans le courant de cette construction, qu'on obtient soit AF, soit BE, c'est-à-dire une parallèle à l'une des bissectrices de deux droites qu'on ne peut prolonger, par le symbole. . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + 3C_3)$.

XXV. — Voici une solution différente (Tarry), quelquefois préférable parce qu'elle n'exige pas la connaissance du centre du cercle.

Je trace $A(\rho)$, ρ étant quelconque, qui coupe la circonférence donnée en B et en C. . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace $B(\rho)$ . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je prends BC pendant que la pointe est en B et je trace A(BC) qui coupe $B(\rho)$ en D . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace AD . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

C'est la tangente cherchée, obtenue par :

Op. : $(2R_1 + R_2 + 4C_1 + 3C_3)$; simplicité : 10; exactitude : 6; 1 droite, 3 cercles.

XXVII. — M. Bernès me fait remarquer d'abord que l'on peut gagner C_1 sur la construction que j'indique si, sans déterminer D et E, on porte sur

CB, C'X = CA et que l'on place R' par la construction du cercle B(BX) qui coupe BA en R'.

La construction théorique du cercle inscrit a donc pour symbole :

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 10C_1 + 6C_3)$; simplicité : 22; exactitude : 14; 2 droites, 6 cercles.

Si $a - b$ est petit, il sera toujours préférable d'employer la construction que j'ai donnée en déterminant les points D et E.

M. Bernès propose ensuite la construction suivante pour tracer les quatre cercles :

Lemme. — *On décrit* B(c) *qui coupe* CB *en* D (*situé sur* BC *dans le sens* BC) *et en* D_1,

Et C(b) *qui coupe* CB *en* E (*situé sur* CB *dans le sens* CB) *et en* E_1.

Si A', A'_a, A'_b, A'_c *sont respectivement les points de contact de* BC *avec les cercles tangents aux trois côtés de rayons* r, r_a, r_b, r_c, *on voit que* A', A'_a, A'_b, A_c *sont respectivement les milieux des segments* DE, D_1E_1, DE_1, ED_1.

Je trace B(*c*) . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je mène les deux bissectrices des angles en B par les cercles de rayon quelconque ρ : A(ρ), D(ρ), $D_1(\rho)$. . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 3C_1 + 3C_3)$.

Je trace C(*b*). . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$;

au moyen des quatre cercles du rayon ρ quelconque suffisamment grand D(ρ), $D_1(\rho)$, E(ρ), $E_1(\rho)$, je mène les quatre perpendiculaires à BC par A'_1 A'_a, A'_b, A'_c; chacune détermine, sur une des deux bissectrices tracées en B, le centre d'un cercle tangent aux trois côtés de ABC et, comme les cercles $D(\rho)_1$ $D,(\rho)$ ont déjà été tracés pour avoir les bissectrices de B, cela se fait par . . . . . op. : $(8R_1 + 4R_2 + 2C_1 + 2C_3)$.

Il suffit maintenant de tracer les quatre cercles par : op. : $(8C_1 + 4C_3)$.

La figure est donc entièrement tracée par le symbole :

Op. : $(12R_1 + 6R_2 + 17C_1 + 11C_3)$; simplicité : 46; exactitude : 29; 6 droites, 11 cercles.

La méthode convient pour déterminer un seul des cercles, le cercle inscrit, par exemple, en faisant ainsi :

Je trace C(*b*), B(*c*) qui me donnent E, D, D_1; puis la bissectrice intérieure de B par A(ρ), D(ρ). . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 6C_1 + 4C_3)$.

Je trace la perpendiculaire au milieu de DE en traçant E(ρ) puisque D(ρ) est tracé; cette perpendiculaire coupe la bissectrice en O . . . . . .

Je décris OA' . . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + 3C_3)$.

Le cercle inscrit est donc décrit par le symbole :

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 9C_1 + 6C_3)$; simplicité : 21; exactitude : 13; 2 droites, 6 cercles.

Si l'on n'a en vue que la détermination des quatre centres, il vaut mieux opérer ainsi :

Je mène les quatre bissectrices des angles en B et en C :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 8C_1 + 8C_3)$; simplicité : 28; exactitude : 16; 4 droites, 8 cercles.

Il vaut encore mieux, si l'on n'a pour but que la recherche des centres, opérer ainsi :

Je trace les perpendiculaires au milieu des côtés AB, AC. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 3C_1 + 3C_3)$.

Elles se coupent en O, centre du cercle circonscrit que je trace . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je joins B aux deux points où la perpendiculaire au milieu de CA coupe ce cercle; je joins C aux deux points où la perpendiculaire au milieu de BA coupe ce cercle. . . . . op. : $(8R_1 + 4R_2)$.

Ces quatre droites déterminent les centres des cercles cherchés; en tout :

Op. : $(12R_1 + 6R_2 + 5C_1 + 4C_3)$; simplicité : 27; exactitude : 17; 6 droites, 4 cercles.

On voit que non seulement cette construction est plus simple que la précédente, mais qu'elle donne en même temps le centre du cercle circonscrit et qu'elle n'exige pas que les côtés de ABC soient tracés.

Voici une autre méthode pour construire les quatre cercles tangents o, o_a, o_b, o_c aux trois côtés d'un triangle ABC; elle est souvent préférable puisque le cercle circonscrit se trouve tracé en même temps.

Je détermine les deux médiatrices de AB et de CB et le cercle circonscrit . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 5C_1 + 4C_3)$.

J'appelle L et N les milieux de BC et de AB.

Soient δ, δ' les points de rencontre de la médiatrice de BC avec le cercle circonscrit, δ étant au-dessous de BC.

Traçons les droites $A\delta$, $A\delta'$ et les cercles $\delta(\delta B)$, $\delta'(\delta' B)$ qui placent sur $A\delta$, $A\delta'$ les points o, o_a, o_b, o_c. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 4C_1 + 2C_3)$.

Les distances de L aux quatre points de contact sur BC des quatre cercles tangents que nous avons appelés A', A'_a, A'_b, A'_c sont tels que :

$$LA' = LA'_a = \frac{b - c}{2}$$

$$LA'_b = LA'_c = \frac{b + c}{2}$$

Ce qui permet de placer ces points ainsi : je trace L(LN) qui coupe CB en ε dans le sens BC, en ε' dans le sens CB . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace ε(BN) qui coupe BC en A'_a et A'_b; je trace ε'(BN) qui coupe BC en A' et A_c. . . . . op. : $(4C_1 + 2C_3)$.

puis les quatre cercles inscrit et ex-inscrits . . . . . op. : $(8C_1 + 4C_3)$.

En tout :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 23C_1 + 13C_3)$; simplicité : 48; exactitude : 31; 4 droites, 13 cercles.

XXVIII. — Voici une solution plus simple d'une unité (TARRY) et très ingénieuse :

Je trace C(AB) qui coupe CD en D . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Je trace D(AB) qui coupe CE en E . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace E(AB) . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je détermine au moyen de ces trois cercles le centre du cercle circonscrit à CDE . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

Je trace un cercle de même rayon passant en A et en B; c'est le segment cherché. . . . . op. : $(5C_1 + 3C_3)$.

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 10C_1 + 6C_3)$; simplicité : 24; exactitude : 14; 2 droites, 6 cercles.

XXIX. — PREMIÈRE MÉTHODE. — J'ai dit :

1° Je trace O(OB'), O(OB'') et je compte $4C_1$; il ne faut que $3C_1$ puisque la pointe n'a été mise qu'une fois en O.

Ce qui fait que le symbole rectifié est :

Op. : $(24R_1 + 12R_2 + 12C_1 + 8C_3)$; simplicité : 56; exactitude : 36; 12 droites, 8 cercles.

2° J'ai dit aussi : Si l'on n'a à tracer que les deux tangentes communes extérieures ou les deux intérieures, on aura seulement : . . . . . op. : $(12R_1 + 6R_2 + 10C_1 + 6C_3)$.

Il faut :

Op. : $(14R_1 + 7R_2 + 10C_1 + 6C_3)$; simplicité : 37; exactitude : 24; 7 droites, 6 cercles.

3° Le symbole rectifié est donc :

Op. : $(16R_1 + 8R_2 + 11C_1 + 8C_3)$; simplicité : 43; exactitude : 27; 8 droites, 8 cercles.

Il faut effacer, page 17, les lignes 3, 4, 5 en remontant.

DEUXIÈME MÉTHODE. — Pour placer sur le cercle O les deux points α et α_1, j'ai compté $2C_1 + C_3$; il faut $3C_1 + 2C_3$.

Ce qui fait que, pour cette seconde méthode, on a :

Op. : $(14R_1 + 7R_2 + 19C_1 + 9C_3)$; simplicité : 49; exactitude : 33; 7 droites, 9 cercles.

Une faute d'impression avait d'ailleurs, dans le mémoire du Congrès de Pau, marqué 48 au lieu de 47 pour simplicité, nombre qu'il aurait fallu d'après le symbole complet d'où il était tiré. . . . . .

Le symbole, pour mener deux tangentes communes seulement, sera donc :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 12C_1 + 6C_3)$; simplicité : 30; exactitude : 20; 4 droites, 6 cercles; ou :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 11C_1 + 7C_3)$; simplicité : 30; exactitude : 19; 4 droites, 7 cercles, suivant la construction que l'on a choisie pour mener la tangente d'un point extérieur à une circonférence (construction XXVI) à laquelle on est ramené.

On voit qu'il faut également augmenter de $C_1 + C_3$ les symboles des constructions des deux cas particuliers examinés : si l'on n'a à mener que deux tangentes communes; si les circonférences se coupent.

Il est facile de voir que si les deux circonférences se touchent, le symbole que nous avons indiqué peut être réduit à :

Op. : $(10R_1 + 5R_1 + 13C_1 + 7C_3)$; simplicité : 35; exactitude : 23; 5 droites, 7 cercles, en employant la première construction XXVI, ou. . . . . op. : $(10R_1 + 5R_2 + 12C_1 + 8C_3)$, etc., en employant la seconde.

Il suffit pour cela de marquer, quand on décrit le cercle A(AO) pour placer α, l'autre point x où il coupe OO′ et de se servir de O et de x pour mener la tangente en A, laquelle est perpendiculaire au milieu de Ox.

La deuxième méthode peut enfin se simplifier; en effet, lorsque les points V et V_1 sont placés, nous avons fait en tout . . . . . op. : $(6R_1 + 3R_2 + 5C_1 + 3C_3)$.

Il faut mener de V et de V_1 les tangentes à O, par exemple, ce qui en employant convenablement la méthode classique qui consiste à décrire un cercle sur OV comme diamètre, etc., se fait par. . . . . op. : $(12R_1 + 6R_2 + 7C_1 + 5C_3)$.

On a donc en tout, pour mener les quatre tangentes communes à deux circonférences, le symbole :

Op. : $(18R_1 + 9R_2 + 12C_1 + 8C_3)$; simplicité : 47; exactitude : 30; 9 droites, 8 cercles.

La deuxième méthode, beaucoup plus simple que la première, présente quelquefois l'inconvénient d'être pratiquement inapplicable, lorsque les rayons des deux circonférences diffèrent peu, car le centre de similitude externe se trouve hors des limites de l'épure. Voici une solution très originale, et aussi simple, de M. Tarry, avec laquelle cette difficulté ne se présente pas.

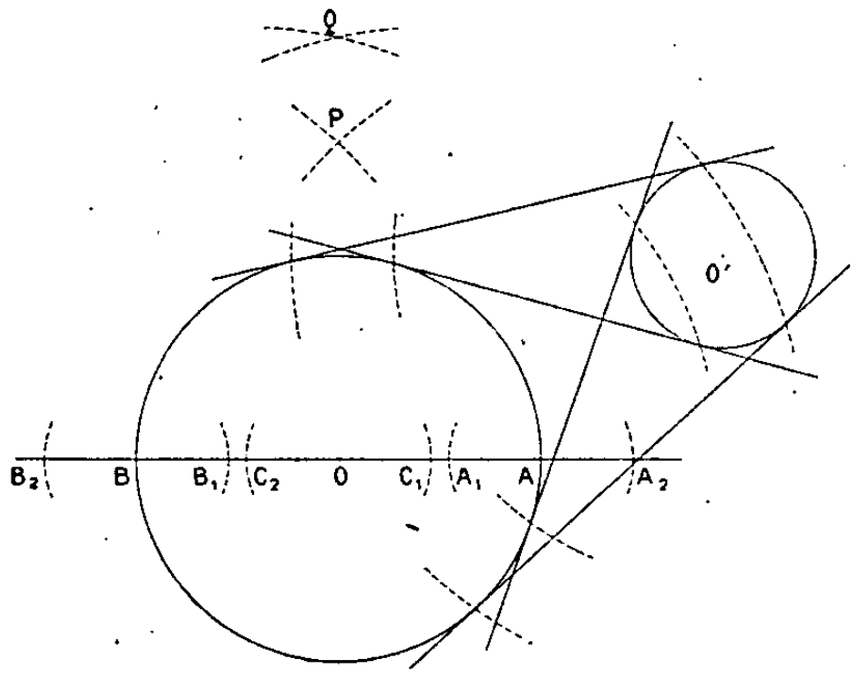
Soit R le rayon de O, R′ le rayon de O′ *(fig. 1)*.

Par O je trace un diamètre qui coupe O en A et en B. . op. : $(R_1 + R_2)$.

Je prends R′ et je décris A(R′), B(R′), O(R′) qui coupent respectivement AB en A_1, A_2; B_1, B_2; C_1, C_2. . . . . op. : $(5C_1 + 3C_3)$, AA_2, OC_1, BB_1 ayant le sens OA.

Je prends $OO' = d$ (la circonférence O(R') ayant été tracée la dernière) et je trace $A_2(d)$, $B_2(d)$ qui se coupent en P. . . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$. (PO est la longueur de la tangente intérieure.)

Je trace $A_1(d)$, $B_1(d)$ qui se coupent en Q. . . . . op. : $(2C_1 + 2C_3)$. (QO est la longueur de la tangente extérieure.)



Je trace O(PA), O(QA), O'(PC_1), O'(QC_1) . . . . op. : $(12C_1 + 4C_3)$.

On voit aisément que O(PA), O(QA) coupent O' respectivement aux points de contact de O' avec les tangentes intérieures et extérieures et que O'(PC_1), O'(QC_1) coupent de même O aux points de contact des tangentes intérieures et extérieures, et je trace les quatre tangentes . . . . . op. : $(8R_1 + 4R_2)$.

On a en tout :

Op. : $(9R_1 + 5R_2 + 22C_1 + 11C_3)$; simplicité : 47; exactitude : 31; 5 droites, 11 cercles.

XXXIII. — Voici une construction générale (Tarry) de ce problème très important qui est un peu plus simple que celles que j'ai données; elle s'appuie sur le théorème suivant:

Soient AB *et* CD *deux cordes parallèles dans un cercle,* AB *et* CD *ayant le même sens;* P' *un point quelconque de ce cercle; soit* I *le point où* P'A *coupe* CB, *on a :* AI . P'B = C^te *quel que soit* P'. La constante est CA . CB, comme on le voit, en prenant P' en coïncidence avec C.

Soit à construire : $$X = \frac{NP}{M}.$$

D'un rayon plus grand que la moitié de la plus grande des trois lignes M, N, P, je décris un cercle quelconque . . . . . op. : (C_3).

Je prends C sur cette circonférence et je prends aussi sur elle un point A tel que CA = N . . . . . op. : $(2C_1 + C_2 + C_3)$.

Dans le même sens que CA je prends CB = P . . . op. : $(3C_1 + C_3)$;
puis AD = P. . . . . op. : $(C_1 + C_3)$;
puis BP′ = M . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Je joins CD et AP′ qui coupe CD en I . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

AI est la longueur X cherchée.

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 9C_1 + C_2 + 5C_3)$; simplicité : 21 ; exactitude : 3 ; 2 droites, 5 cercles.

On pourrait également bien, au lieu de prendre BP′ = M, décrire A(M) qui couperait CD en I, tracer AI qui couperait la circonférence en P′, et l'on aurait alors : P′B = X.

Cette solution se prête à construire $X = \frac{NP}{M}$ *rien qu'avec le compas.*

Voici la solution :

Je trace un cercle quelconque de rayon suffisant . . . . . op. : (C_3), soit O son centre.

D'un point quelconque C du cercle, je trace C(N) qui marque A sur le cercle . . . . . op. : $(2C_1 + C_2 + C_3)$.

Je trace C(P), A(P) qui marquent dans le sens CA les points B et D sur le cercle . . . . . op. : $(4C_1 + 2C_3)$.

Je trace D(P) qui coupe C(N) en A′ . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace A(M), A′(M) qui se coupent en I . . . . . op. : $(4C_1 + 2C_3)$, I est sur la corde CD (non tracée).

Je trace I(IO) et A(AO) . . . . . op. : $(4C_1 + 2C_3)$, qui se coupent en O′ symétrique de O par rapport à la droite qui passerait en A et en I.

Je trace O′(AO) qui coupe le cercle O(OA) en un point P′ et l'on a : P′B = X . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Op. : $(17\,C_1 + C_2 + 10C_3)$; simplicité : 28 ; exactitude : 18 ; 10 cercles.

XXXIV. — La construction que nous venons de donner (XXXIII) pour la quatrième proportionnelle s'applique à construire la troisième proportionnelle ; en faisant N = P on a : $X = \frac{N^2}{M}$.

Je trace un cercle quelconque O(OA) comme pour XXXIII ; soit A un point quelconque de ce cercle.

Je trace A(N) qui détermine sur le cercle les points C et B. . . . . op. : $(2C_1 + C_2 + C_3)$.

Je trace A(M) qui marque P′ sur le cercle. . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Je trace CD et P′A qui se coupent en I . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

AI c'est X longueur obtenue par :

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 5C_1 + C_2 + 2C_3)$; simplicité : 13 ; exactitude : 10 ; 2 droites, 2 cercles.

On pourrait, par le même moyen que l'on a employé pour construire avec le compas seul : $X = \frac{NP}{M}$, construire $X = \frac{N^2}{M}$ en faisant $N = P$.

Indiquons encore quelques rectifications à faire au texte de la construction XXXIV :

Il faut : la construction *a)* donnera. op. : $(2R_1 + 3R_2 + 10C_1 + 4C_3)$. *Plus bas*, D n'est pas défini ; pour le faire, après : je trace A(N), il faut ajouter : qui coupe B(M) en D.

XXXIV *bis*. — M. Bernès fait remarquer que si $c < 2a$, $\frac{c^2}{a}$ et $\frac{bc}{a}$ peuvent toujours s'obtenir avec une simplicité 8 comme il suit :

Je trace C(a) et B(c) qui se coupent en K . . . . . op. : $(4C_1 + 2C_3)$.

Je trace K(c) qui coupe BC en D . . . . . op. : $C_1 + C_3$)

et l'on a $BD = \frac{c^2}{a}$, $AD = \frac{bc}{a}$.

Comme on a toujours soit $c < 2a$, soit $b < 2a$, $\frac{bc}{a}$ peut toujours s'obtenir par ce procédé et cela permet de simplifier un grand nombre de constructions.

XXXV. — La construction de la moyenne proportionnelle que j'attribuais à M. Gouzy (*N. A.*, 1857) a été donnée, comme l'a fait remarquer dernièrement M. John S. Mackay, professeur à Edimbourg, dans une lettre de Thomas Struve (3 novembre 1684) qui se trouve dans le Traité d'algèbre de Wallis (*A treatise of Algebra both historical and practical*, London, 1885), et en traduction latine dans les *Johannis Wallisii opera mathematica* (t. I, p. 299-301, 1693). Le manque de tout critérium n'avait jamais fait remarquer son extrême simplicité !

XXXVI. — Au lieu de : Je prends le milieu ω de AB, etc., il faut : Je prends *le milieu* O de AB. Je n'ai indiqué dans la construction *a)* que le placement du segment additif ; pour placer aussi le segment soustractif, il faut ajouter . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Dans la construction *c)*, pour placer aussi le segment soustractif, il faut ajouter . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

En somme, le symbole complet de la construction classique *a)* est :

Op. : $(6R_2 + 3R_2 + 10C_1 + 8C_3)$; simplicité : 27 ; exactitude : 16 ; 3 droites ; 8 cercles, celui de la construction *c)*.

Op. : $(2R_1 + R_2 + 12C_1 + 7C_3)$; simplicité : 22 ; exactitude : 14 ; 1 droite, 7 cercles.

Voici deux constructions beaucoup plus simples, *d)* et *e)*, qui m'ont été envoyées par M. BERNÈS :

d) Je trace A(AB) qui coupe AB en B'. . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace B'(AB) qui coupe A(AB) en O et O' . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace deux cercles B'(R), B(R)' de rayon arbitraire R > AB en ayant soin de tracer B'(R) quand la pointe est en B' . . . . . op. : $(C_1 + 2C_3)$.

Je trace à l'aide des intersections de ces deux cercles la perpendiculaire au milieu de BB' qui coupe A(AB) en K . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

Je trace OO' qui coupe AB en H. . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

Enfin je trace H(HK) qui coupe AB aux deux points cherchés D et D'. . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 6C_1 + 5C_3)$; simplicité : 17 ; exactitude : 10 ; 2 droites, 5 cercles.

e) Je trace A(AB) qui coupe AB en B'. . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace B'(AB) qui coupe AB en B'' et A(AB) en F. op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace B''(B''A) et B(B''A) qui se coupent en O. op. : $(3C_1 + 2C_3)$.

La pointe restant en B, je prends BF. . . . . op. : (C_1).

Je trace O(BF) . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$, qui coupe AB aux points cherchés D et D'. En tout : Op. : $(8C_1 + 5C_3)$; simplicité : 13 ; exactitude : 8 ; 5 cercles.

f) Voici encore une autre construction toute différente dont le coefficient de simplicité est le même que celui de *e* et dont l'emploi peut présenter quelquefois avantage.

Je trace A(AB) qui coupe AB en B' et B'(AB) qui coupe A(AB) en F et en F'. . . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$.

Je trace FF' qui coupe AB en G . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

Ayant AB dans le compas, je prends sur GF, GH = AB. . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Laissant la pointe en G, je prends GB. . . . . op. : (C_1).

Je décris H(GB) . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$, qui coupe AB aux deux points cherchés D et D'. En tout : Op. : $(2R_1 + R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; simplicité : 13 ; exactitude : 8 ; 1 droite, 4 cercles.

g) M. BERNÈS enfin m'a envoyé en dernier lieu la construction suivante, qui me paraît la meilleure de toutes :

Je trace A(AB) qui coupe AB en B'. . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace B(AB) qui coupe A(AB) en C au-dessous de AB . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace B'C . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

Je trace B'(AB) qui coupe A(AB) en F au-dessus de AB et CB' en G au delà de B' dans le sens CB' . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace F(FG) qui coupe AB en D et D' points cherchés . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

En tout :

Op. : $(2R_1 + R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; simplicité : 13; exactitude : 8; 1 droite, 4 cercles.

Cette méthode est l'application d'un cas particulier du théorème suivant :

Soit un cercle de centre A; B, B′ *les extrémités d'un diamètre*; H *le milieu de* AB′; P *un point quelconque de la perpendiculaire menée en* H *à* AB; G *l'extrémité d'un diamètre perpendiculaire à* PA.

Le cercle qui a pour centre P *et pour rayon* PG *passe par deux points fixes* D *et* D′ *sur* AB. D *et* D′ *sont les points de division de* AB *en moyenne et extrême raison.*

XXXVIII. — Voici une construction de M. Bernès plus simple que celles que j'ai indiquées :

Je trace OA et par A une sécante quelconque coupant le cercle donné en B et en C . . . . . op. : $(3R_1 + 2R_2)$.

Je trace P(PB), P étant un point quelconque de OA, qui coupe la circonférence donnée en B′; je trace CB′ qui coupe OA en A′, point cherché : . . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + C_1 + C_2 + C_3)$.

En tout :

Op. : $(5R_1 + 3R_2 + C_1 + C_2 + C_3)$; simplicité : 11; exactitude : 7; 3 droites, 1 cercle.

La simplicité se réduirait à : 8 si OA est déjà tracé, et à 6 si en même temps on a déjà une droite passant par A.

XLI. — M. Bernès remarque que la construction de l'axe radical peut être un peu simplifiée.

Au moyen d'un cercle quelconque qui coupe les deux cercles donnés, je place un point A de l'axe radical. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + C_3)$.

Je trace O(OA), O′(O′A) qui se coupent en un second point A′. Je trace AA′ . . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 4C_1 + 2C_3)$, qui est l'axe radical cherché, obtenu par :

Op. : $(6R_1 + 3R_2 + 4C_1 + 3C_3)$; simplicité : 16; exactitude : 10; 3 droites, 3 cercles.

XLIII. — J'ai compté un C_1 en trop; en effet, si je relève la longueur x quand j'ai décrit A(y), le tracé du cercle B(x) compte en tout pour . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Le symbole est donc :

Op. : $(9C_1 + 4C_3)$; simplicité : 13; exactitude : 9; 4 cercles.

XLIV. — En se reportant à la correction faite plus haut à la construction XXIX, deuxième méthode, premier cas, on voit que le symbole est :

Op. : $(6R_1 + 3R_2 + 5C_1 + 3C_3)$; simplicité : 17; exactitude : 11; 3 droites, 3 cercles.

XLV. — *a)* J'ai dit qu'il fallait placer directement quatre centres de similitude ; il suffit évidemment d'en placer trois, non en ligne droite.

Le symbole corrigé est :

Op. : $(20R_1 + 10R_2 + 9C_1 + 6C_3)$; simplicité : 45 ; exactitude : 29 ; 10 droites, 6 cercles.

b) En déterminant au moyen de la parallèle à OO′ menée par O″ les deux centres de similitude de O′ et de O″ et un seul des centres de similitude de O et de O″, on trouve seulement :

Op. $(20R_1 + 10R_2 + 4C_1 + 2C_3)$; simplicité : 36 ; exactitude : 24 ; 10 droites, 2 cercles.

XLVI. — M. Bernès donne une construction plus simple : en décrivant A(AG), B(BC) et plaçant le centre de similitude de ces deux circonférences, on trouve :

Op. : $(2R_1 + R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; simplicité : 13 ; exactitude : 8; 1 droite, 4 cercles.

XLVII. — Voici (MM. Tarry, Bernès) une solution un peu plus simple : Je prends la longueur AB, puis je trace A(AB), B(AB) qui se coupent en K et K′; je trace KK′ ; je trace K′(AB) qui coupe KK′ en L ; L(AB) coupe A(AB), B(AB) aux sommets cherchés :

Op. : $(2R_1 + R_2 + 5C_1 + 4C_2)$; simplicité : 12 ; exactitude 7 ; 1 droite, 4 cercles.

XLIX. — M. Bernès abaisse de 54 à 30 par une méthode, et à 29 par une autre méthode, le coefficient de simplicité de *a)* comme il suit :

Première méthode. — M est sur la diagonale d'un parallélogramme BNDL (N étant sur BC, L sur BA) tel que : $BN = n$, $BL = l$.

M est aussi sur la diagonale d'un parallélogramme CQEP (Q étant sur BC, P sur CA) tel que $CQ = m$, $CP = l$.

Pour le premier parallélogramme qui place D.

Je trace les cercles B(l) . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.
— B(n) . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.
— L(n) . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.
— N(l) . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

l étant relevé sur LB pendant que la pointe est en L après avoir tracé L(n).

Pour le deuxième parallélogramme qui place E, je fais des opérations

analogues, seulement P est placé par. . . . . op. : $(C_1 + C_3)$, puisque je peux tracer le cercle C(l) après avoir tracé B(l).

Je trace BD, CE. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

En tout :

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 16C_1 + 8C_3)$; simplicité : 30 ; exactitude : 20 ; 2 droites, 3 cercles.

Deuxième méthode. — Sur le côté CB je prends, dans le sens CB, CQ $= m$ et dans le sens BC, BN $= n$ . . . . . op. : $(6C_1 + 2C_3)$.

Je trace A(l) qui coupe AC et AB en L′ et en L, AL′ et AL étant respectivement dans le sens AC et AB . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Je trace Q(l), N(l) et pendant que la pointe du compas est en N je prends NL . . . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$.

Je trace A(NL) qui coupe N(l) en D dans le sens convenable . . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace A(QL′) qui coupe Q(l) en E dans le sens convenable . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Je trace BD, CE qui se coupent en M . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 16C_1 + 7C_3)$; simplicité : 29 ; exactitude : 20 ; 2 droites, 7 cercles.

Nous avons supposé que l, m, n étaient positifs, et nous n'expliquons pas cette construction dont l'exactitude est facile à vérifier.

Lorsque les coordonnées normales d'un point M *sont inversement proportionnelles à* l, m, n, *on opère ainsi :*

Je trace C(m) qui coupe CA en Q dans le sens CA, B(l) qui coupe BC en L dans le sens BC, B(n) qui coupe BA en N dans le sens BA. . . . . op. : $(9C_1 + 3C_3)$.

Je trace L(n) et N(l) qui se coupent en D pour former le parallélogramme BLDN, en ayant soin de prendre $l =$ LB pendant que la pointe est en L pour décrire L(n) . . . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$.

Je trace Q(l) et B(QL) qui se coupent en E pour former le parallélogramme BLQE en ayant soin de prendre QL pendant que la pointe est en Q . . . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$.

Je trace BD, CE qui se coupent en M . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 15C_1 + 7C_3)$; simplicité : 28 ; exactitude : 19 ; 2 droites, 7 cercles.

b) Supposons le problème résolu soit M_a M_b les projections de M sur CB et CA. Si je porte $CM'_a = l$ sur BC dans le sens BC et $CM'_b = m$ sur CA dans le sens CA et que j'élève $M'_a\mu$ et $M'_b\mu$ respectivement perpendiculaires à CB et à CA, le quadrilatère $CM'_a\mu$ M'_b sera égal à MM'_a CM'_b et Cμ sera perpendiculaire à CM ; en partant de cette observation on arrivera facilement à placer M par le symbole :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 13C_1 + 8C_3)$; simplicité : 33 ; exactitude : 21 ; 4 droites, 8 cercles.

L. — La construction *a)* est théoriquement peut-être un peu moins simple que la construction *b)*, mais elle place en même temps le centre du cercle circonscrit et doit alors fréquemment être choisie.

J'ai mis page 43, ligne 8, de mon mémoire donné à Paris sur la *Géométrographie* : je décris les cercles B(CA), A(CB); il faut B(CA), C(AB).

De plus, ces deux cercles se décrivent par le symbole. . . . . op. : $(5C_1 + 2C_3)$ et non $(6C_1 + 2C_3)$; en faisant ainsi je décris B(CA) . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Sans enlever la pointe B, je prends la longueur BA, de sorte que C(BA) se décrit par . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Le symbole de cette construction du centre de gravité est donc :

Op. : $(6R_1 + 3R_2 + 5C_1 + 2C_3)$; simplicité : 16 ; exactitude : 12 ; 3 droites, 2 cercles.

LI. — En opérant comme il suit, M. Bernès me fait remarquer que l'on peut gagner deux points sur le symbole de l'opération et que l'on place en même temps le centre O du cercle circonscrit.

Je trace les perpendiculaires au milieu de AB et de AC. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 3C_1 + 3C_3)$.

Je fais en A avec AB (en dehors du triangle) un angle égal à l'angle C, à cause des cercles déjà tracés pour obtenir les médiatrices, j'obtiens cet angle par le symbole. . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + C_3)$.

J'ai ainsi la tangente en A au cercle circonscrit qui coupe en B_1 et en C_1 les perpendiculaires au milieu de AB et de AC.

Je trace BB_1, CC_1 . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

Elles se coupent en K, point cherché obtenu ainsi par le symbole . . . . . op. : $(10R_1 + 5R_2 + 6C_1 + 4C_3)$.

LII. — *Erratum* : Le symbole est :

Op. : $(6R_1 + 3R_2 + 7C_1 + 5C_3)$; simplicité : 21 ; exactitude : 13 ; 3 droites, 5 cercles.

LIII. — Avec les simplifications précédemment faites on verra que G et K et aussi O se placent en même temps par le symbole :

Op. : $(14R_1 + 7R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; simplicité : 31 ; exactitude : 20 ; 7 droites, 4 cercles.

Un peu plus simple que ce que nous avons indiqué.

LIV. — On peut gagner un point sur le symbole de cette construction et par suite aussi sur la construction LV.

Je trace B(c) qui coupe CB en A′ dans le sens BC, op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace C(c), qui coupe BC en E′ dans le sens CB et AC en F′ dans le sens CA. . . . . op.: $(C_1 + C_3)$.

Je prends sur C(c) l'arc E′E (E au-dessus de CB) égal à l'arc A′A . . . . . op. : $(3C_1 + C_3)$.

Je prends sur B(c) l'arc F′AF égal aussi à AA′ . . . op.: $(C_1 + C_3)$.

CF est tangente en C à la circonférence ABC.

Je trace AE et je trace CF qui se coupent en D . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

Je trace BD qui passe par l'un des points de *Brocard* op.: $(2R_1 + R_2)$, et l'angle CBD est l'angle ω de *Brocard*.

Soit G le point où BD coupe B(c).

Si l'on porte sur C(c), dans le sens convenable, arc F′J = arc AG . . . . . op.: $(3C_1 + C_3)$, et que l'on trace CJ . . . . . op.: $(2R_1 + R_2)$, qui contient aussi le point ω, ce point sera donc déterminé par le symbole :

Op. : $(3R_1 + 4R_2 + 10C_1 + 5C_3)$; simplicité : 27 ; exactitude : 14 ; 4 droites, 5 cercles.

Cette construction n'est du reste que celle du mémoire de *Pau* conduite un peu plus économiquement.

Voici une construction plus simple : soit D le point où la droite C ω coupe la parallèle à BC menée par A (ω CB étant l'angle de *Brocard*), on voit facilement que $AD' = \frac{c^2}{a}$, car angle D′BA = angle ACB. Cette remarque jointe à la très simple construction que nous venons d'indiquer pour $\frac{c^2}{a}$ (XXXVIII) va donner une très simple construction du point de *Brocard*.

Je trace B(c) qui coupe AC en G . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace C(CG) qui coupe CB en D, CD et CB étant de même sens . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

On voit facilement que $DB = \frac{c^2}{a}$.

Je trace A(BD). . . . . op.: $(3C_1 + C_3)$.

Je prends AD la pointe restant en A et je trace B(AD) op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace C(AD). . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.

Je trace CD′ qui contient ω . . . . . op. : $(2R_1 + R_2)$.

Je trace l'angle de *Brocard* ABω en me servant des circonférences B(AD), C(AD) . . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + C_3)$.

ω est donc déterminé par :

Op. : $(4R_1 + 2R_2 + 13C_1 + 6C_3)$; simplicité : 25 ; exactitude : 17 ; 2 droites, 6 cercles.

LV. — En ajoutant. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 2C_2 + 2C_3)$ au symbole précédent, on obtient donc les deux points de *Brocard* par :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 13C_1 + 7C_3)$; simplicité : 32; exactitude : 21 ; 4 droites, 7 cercles.

LVI. — M. Bernès remarque qu'en conduisant plus économiquement la construction LVII, elle donne les points de Steiner et de Tarry, construction LVII, par des symboles plus simples, comme il suit : Point de Steiner : Je trace le cercle circonscrit à ABC de centre O au moyen des trois cercles A(a), B(a), C(a) . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 6C_1 + 4C_3)$.

Ce cercle O(OA) coupe A(a) en B_1,C_1.

Je trace B_1C_1 qui coupe BC en A_2 ; je trace AA_2 qui coupe O(OA) en R, point de Steiner. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

En tout :

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 6C_2 + 4C_3)$; simplicité : 22; exactitude : 14; 4 droites, 4 cercles.

Construction LVIII. — Point de Tarry : Je trace RO : op. : $(2R_1 + R_2)$, qui coupe O(OA) au point de Tarry obtenu ainsi par :

Op. : $(10R_1 + 5R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; simplicité : 25; exactitude : 16; 5 droites, 4 cercles.

Et l'on a l'avantage d'avoir ainsi placé le cercle circonscrit.

LIX. — Le point de Gergonne peut se placer plus simplement ainsi :

Je trace C(b) qui coupe CB en D dans le sens CB en D_1 dans le sens BC et B(c) qui coupe CB en E dans le sens BC en E_1 dans le sens CB . . . . . op. : $(4C_1 + 2C_3)$.

Je prends le milieu A′ de DE, c'est le point de contact du cercle inscrit sur BC. . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 2C_1 + 2C_2)$.

Je trace B(BA′) qui coupe AB en C′; je trace AA′, CC′ . . . . . op. : $(4R' + 2R_2 + 2C_1 + C_3)$.

En tout :

Op. : $(6C_1 + 3R_2 + 8C_1 + 5C_3)$; simplicité : 22 ; exactitude : 14 ; 3 droites, 5 cercles.

LX. — M. Bernès indique la simplification suivante :

Soient D, E, F les milieux de BC, CA, AB ; la bissectrice de l'angle DEF coupe AB en un point G tel que FG = FE et la bissectrice de l'angle EFD coupe AC en un point K tel que EK = EF.

Donc ayant déterminé E et F. . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 3C_1 + 3C_3)$, on décrit E(FE), F(FE). . . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$, qui placent K et G et l'on obtient le point I en traçant EG, FK . . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.

Op. : $(8R_1 + 4R_2 + 6C_1 + 5C_3)$; simplicité : 23; exactitude : 14; 4 droites, 5 cercles.

LXI. — M. Bernès fait la remarque suivante :

Le milieu de $\beta_1\gamma_1$ est le point A'_a. (Voir précédemment les notations qui se rapportent à la construction XXVII.)

Si on porte en sens inverse sur BC les longueurs de $B\beta_1$, $C\gamma_1$ en $B\beta_2$, $C\gamma_2$, les autres points de contact des cercles inscrit et ex-inscrits sur BC sont les milieux de $\beta_2\gamma_2$, de $\beta_1\gamma_2$, de $\gamma_1\beta_2$.

LXIII. — *a)* M. Bernès, *en suivant la même marche que moi*, mais construisant plus économiquement, arrive à un coefficient de simplicité de 109 au lieu de 148.

De plus, il montre qu'en opérant autrement que moi, on peut arriver à une construction qui a pour coefficient de simplicité 64. Je laisse au lecteur à chercher ces réductions ou d'autres analogues qui montrent l'importance pratique de la poursuite *systématique* de la simplicité des constructions.

Notes.

Dans le *Journal de Mathématiques élémentaires* de M. de Longchamps, 1893, page 130, j'ai comparé la construction classique donnée (voir le *Traité de Géométrie* de MM. Rouché et de Comberousse, 6e édition, p. 179) pour construire les côtés des pentagones réguliers inscrits dans un cercle, à une construction un peu oubliée, due à Ptolémée, et j'avais trouvé que cette dernière était beaucoup plus simple.

Les symboles étant respectivement . . op.: $(7R_1 + 4R_2 + 10C_1 + 8C_3)$ pour la construction classique, et . . . op. : $(5R_1 + 3R_2 + 5C_1 + 4C_1)$ pour celle de Ptolémée.

Mais j'avais dit qu'en utilisant la construction nouvelle (XXXVI — *c*) que je propose dans le mémoire de Pau (*Géométrographie*, *A. F.*, 1892) pour diviser une droite en moyenne et extrême raison, on réduisait la première à . . . . . op. : $(3R_1 + 2R_2 + 10C_1 + 6C_3)$.

M. Bernès me fait remarquer que la construction des côtés des pentagones peut se réduire encore en la conduisant ainsi :

Soit O le centre et R le rayon du cercle pour lequel on veut déterminer les côtés des pentagones inscrits.

Je trace un diamètre quelconque A'OA . . . . . op. : $(R_1 + R_2)$.

Je trace A(R) qui coupe O(R) en F, AA' en A'' . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.

Je trace A'(2R), A''(2R) qui se coupent en G. . . . op. : $(3C_1 + 2C_3)$.

Je trace A(AG) qui coupe O(R) en B . . . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.
B est à égale distance de A et de A′.
Je trace F(AG) qui coupe AA′ en D et D′. . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.
BD et BD′ sont les côtés cherchés obtenus par :
Op. : $(R_1 + R_2 + 8C_1 + 5C_3)$; simplicité : 15 ; exactitude : 9; 1 droite, 5 cercles.

On aura, me dit encore M. BERNÈS, une autre construction équivalente *théoriquement*, mais plus naturelle, en opérant ainsi :
Je trace le diamètre A′OA. . . . . op. : $(R_1 + R_2)$.
Je place B sur O(R) à égale distance de A et de A′. . . . . .
. . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 2C_1 + 2C_3)$.
Je trace le cercle A(R) qui coupe O(R) en F. . . . op. : $(2C_1 + C_3)$.
La pointe restant en A je prends la longueur AB. . . . . op. : (C_1).
Je trace F(AB) qui coupe AA′ en D et D′. . . . . op. : $(C_1 + C_3)$.
BD et BD sont les côtés cherchés obtenus par :
Op. : $(3R_1 + 2R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; simplicité : 15 ; exactitude : 9 ; 2 droites, 4 cercles.

EXERCICES.

1. — En partant de la construction LI modifiée, on obtient le cercle de BROCARD par le symbole . . . . . op. : $(14R_1 + 7R_2 + 10C_1 + 7C_3)$.
Le cercle de Brocard étant tracé comme on vient de le dire, on peut placer ω et ω′ en ajoutant le symbole. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2)$.
2. — Les centres isodynamiques V et V′ s'obtiennent par le symbole. .
. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 11C_1 + 7C_3)$.
On obtient en même temps V, V′ et la droite de LEMOINE par le symbole
. . . . . op. : $(6R_1 + 3R_2 + 11C_1 + 7C_3)$.
3. — On obtient en même temps V, V′ O, K par le symbole. . . . . .
. . . . . op. : $(12R_1 + 6R_2 + 8C_1 + 5C_3)$.
4. — L'orthocentre se place par le symbole. . . . . .
. . . . . op. : $(4R_1 + 2R_2 + 5C_1 + 4C_3)$.
On place les symétriques A′ et B′ de A et de B par rapport aux côtés CB, CA en traçant B(BA), A(BA), etc.
5. — Le cercle des 9 points se trace par le symbole . . . . . .
. . . . . op. : $(6R_1 + 3R_2 + 9C_1 + 7C_3)$.
6. — Lorsque les constructions s'appliquent à un triangle inscrit dans un cercle tracé :

L'orthocentre se place avec un coefficient de simplicité.	12
Le cercle des 9 points se trace avec un coefficient de simplicité .	22
Le point de STEINER se trace avec un coefficient de simplicité. .	10

7. — Il serait intéressant d'étudier par la *Géométrographie* les constructions usuelles de l'homographie et de l'involution en recherchant *les plus simples* ; par exemple, pour placer les points doubles d'une involution connaissant deux couples de points correspondants, etc.

8. — Trouver à la fois les deux points de Brocard et le centre du cercle circonscrit par une construction dont le coefficient de simplicité soit 35.

9. — Tracer en A une droite qui fasse un angle de 30° avec une droite donnée AB . . . . . op. : $(2R_1 + R_2 + 2C_1 + 2C_3)$.

10. — Construire les centres isodynamiques V et V′ et le point de Lemoine K ; on peut y arriver par une construction dont le coefficient de simplicité est 30, celui d'exactitude 19.

11. — Construire le centre O du cercle circonscrit et les centres isodynamiques ; les coefficients de simplicité et d'exactitude peuvent être 28, 18.

12. — Construire O, K, V, V′ et la droite de Lemoine ; les coefficients de simplicité et d'exactitude peuvent être 37, 24.

Ces quatre derniers exercices viennent de M. Bernès.

M. É. LEMOINE

Ancien Élève de l'École Polytechnique, à Paris.

NOTES DE GÉOMÉTRIE [K2]

— Séance du 4 août 1893 —

§ 1. — Exemples d'application de la transformation continue

I. — ABC étant le triangle de référence, nous avons souventes fois rencontré, dans nos études sur le triangle, le point M dont les coordonnées normales sont : $\frac{2a - p}{a}$, etc., et montré ses propriétés ; c'est par exemple le point dont il s'agit dans notre Mémoire du Congrès de Lyon, 1873, XIII.

Si nous remarquons que ses coordonnées normales *absolues* sont :

$$4r - h_a, \quad 4r - h_b, \quad 4r - h_c,$$

l'on en déduit une construction facile de ce point. h_a, h_b, h_c sont les trois hauteurs.

On construirait d'une façon analogue les trois points M_a, M_b, M_c déduits de ce dernier par *transformation continue*, points jouissant, naturellement, de propriétés déduites par *transformation continue* de celles du point M.

Le point M_a a pour coordonnées : $-(4r_a + h_a)$, $4r_a - h_b$, $4r_a - h_c$.

II. — Les points jumeaux des points de *Nagel* et de *Gergonne*, points qui ont respectivement pour coordonnées normales $\frac{p-a,}{b+c-2a}$, etc.; $\frac{1}{(b-c)^2 + a(b+c-2a)}$, etc., sont sur l'hyperbole équilatère circonscrite dont l'équation est : $\Sigma(b-c)(p-a)yz = 0$

laquelle a pour centre le point : $\frac{(b-c)^2(p-a)}{a}$, etc., point de contact du cercle des 9 points et du cercle inscrit.

Si l'on applique la transformation continue en A, on a le résultat suivant : le jumeau du point $-\frac{p}{a}$, $\frac{p-c}{b}$, $\frac{p-b}{c}$ et le jumeau du point $-\frac{1}{ap}$, $\frac{1}{b(p-c)}$, $\frac{1}{c(p-b)}$ qui ont respectivement pour coordonnées :

$$-\frac{p}{c+b+2a}, \quad \frac{p-c}{a-c+2b}, \quad \frac{p-b}{a-b+2c} \text{ et : } \frac{1}{(b-c)^2 - a(b+c+2a)},$$

$$\frac{1}{(a+c)^2 - b(a-c+2b)}, \quad \frac{1}{(a+b)^2 - c(a-b+2c)},$$

sont sur l'hyperbole équilatère qui a pour équation :

$$(b-c)pyz + (a+c)(p-c)zx - (a+b)(p-b)xy = 0,$$

et dont le centre est au point de contact du cercle des 9 points et du cercle ex-inscrit de rayon r_a, etc., résultat qu'il ne serait pas commode d'établir et *surtout* de prévoir autrement.

III. — *Soit* ABC *un triangle, le lieu des points* M *tels que, si l'on joint* AM, BM, CM, *ces trois droites coupant respectivement* BC, CA, AB *en trois points* A′, B′, C′, *qui forment sur les trois côtés les six segments* CA′, A′B, BC′, C′A, AB′, B′C, *la somme de trois segments* CA′ + BC′ + AB′ *n'ayant pas d'extrémité commune soit égale à la somme des trois autres est la cubique qui a pour équation en coordonnées barycentriques :*

$$\sum \alpha(p-a)(\beta^2-\gamma^2)=0.$$

Cette cubique est sa propre inverse barycentrique, elle passe par le barycentre, par le point de *Nagel*, par le point de *Gergonne:*

$$\frac{1}{p-a},\ \frac{1}{p-b},\ \frac{1}{p-c}.$$

On a donc le théorème :

Les sommets du triangle pédal du point de Nagel *et du triangle pédal du point de* Gergonne *d'un triangle divisent les trois côtés en six segments tels que la somme de trois segments n'ayant pas d'extrémité commune est égale à la somme des trois autres.*

La *transformation continue en* A donne immédiatement les résultats suivants :

Soit ABC, un triangle, le lieu des points M_a tels que si l'on joint AM'_a, BM'_a, CM'_a, ces trois droites coupant respectivement BC, CA, AB en A′, B′, C′ qui forment six segments sur BC, CA, AB, on ait

$$BA'+CB'-AC'=A'C-B'A+C'B=\frac{p-a}{2}$$

est la cubique qui a pour équation :

$$\alpha p(\beta^2-\gamma^2)+\beta(p-c)(\gamma^2-\alpha^2)+\gamma(p-c)(\alpha^2-\beta^2)=0.$$

Cette cubique circonscrite, qui est sa propre inverse barycentrique, passe par le barycentre, par le *transformé continu en* A : $-p$, $p-c$, $p-b$ du point de *Nagel*, *par le transformé continu en* A :

$\frac{1}{p}$, $\frac{1}{p-c}$, $\frac{1}{p-b}$ du point de *Gergonne*, et pour ces points on a :

$$-A'B-B'C+AC'=\frac{p-a}{2},\ \text{etc.}$$

IV. — *Soit un triangle* ABC : *une parallèle à* BC *coupe* AC *en* A_c, AB *en* A_b ; *une parallèle à* CA *coupe* BA *en* B_a, BC *en* B_c ; *une parallèle à* AB *coupe* CB *en* C_b ; CA *en* C_a ; *on suppose de plus que l'on a :*

$l=A_cA_b=B_cB_a=C_aC_b$; *on demande d'étudier la figure hexagonale* $A_cA_bB_aB_cC_bC_a$.

Il est évident que, pour une longueur donnée l, il y aura huit figures différentes à étudier, savoir :

1° A_cA_b, B_aB_c, C_bC_a étant respectivement inscrites dans les angles A, B, C;

2° A_cA_b, B_aB_c, C_bC_a étant dans les angles opposés par le sommet à A, B, C;

3° B_aB_c, C_bC_a étant dans les angles B et C, A_cA_b dans l'angle opposé par le sommet à A;

4° B_aB_c, C_bC_a étant dans les angles opposés par le sommet à B et à C, A_cA_b étant dans l'angle A, etc. Il suffira d'étudier le premier cas; le second s'en déduira en changeant l en $-l$ dans les résultats obtenus et les six autres s'obtiendront immédiatement *par la transformation continue* en A, en B et en C, opérée sur les deux premiers cas.

Premier cas. — Soit $A_1B_1C_1$ le triangle formé par les trois droites A_bA_c, B_cB_a, C_aC_b.

a) Les trois droites AA_1, BB_1, CC_1 se coupent en un point dont les coordonnées normales sont $\frac{l-a}{a^2}$, $\frac{l-b}{b^2}$, $\frac{l-c}{c^2}$.

Le lieu de ce point est la droite dont l'équation est :

$$a^2(b-c)x + b^2(c-a)y + c^2(a-b)z = 0$$

qui joint le centre de gravité au point $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{b^2}$, $\frac{1}{c^2}$.

b) Le lieu de A_1 est la droite $ax(b-c) - bcy + bcz = 0$, qui passe par le pied de la bissectrice sur BC et par le point symétrique de A par rapport au milieu de BC.

Les trois lieux de A_1, de B_1 et de C_1 se coupent au point : $\frac{-bc+ca+ab}{a}$, etc. (Voir *J. É.*, p. 101, XXXIII, 1884.)

c) L'équation de A_bA_c est : $axl + by(l-a) + cz(l-a) = 0$.

d) L'hexagone $A_bA_cB_cB_aC_aC_b$ n'est circonscriptible à une conique que lorsque $l = \frac{abc}{bc+ca+ab}$; il a, dans ce cas, tous ses côtés égaux et les droites C_aB_a, A_bC_b, B_cA_c se coupent au point $b+c$, $c+a$, $a+b$.

L'équation de la conique inscrite est : $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=0$. Si α, β, γ sont les points où cette conique touche A_cA_b, B_cB_a, C_aC_b, les trois droites $A\alpha$, $B\beta$, C se coupent au point $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{b^2}$, $\frac{1}{c^2}$.

e) L'hexagone A_cA_b, B_aB_c, C_bC_a est toujours inscriptible à une conique dont l'équation est :

$$\sum a^2l(l-b)(l-c)x^2 + \sum bc(l-a)\left[l^2 + (l-b)(l-c)\right]zy = 0.$$

Ce qui se rapporte aux sept autres cas s'obtient immédiatement de ces

premiers résultats (ainsi que nous venons de le dire), en appliquant la *transformation continue*.

V. — Si o est le centre du cercle inscrit, M′ le point dont les coordonnées normales sont : $\frac{1}{a(b+c)}$, etc., M″ le point $\frac{1}{a^2}$, etc., on a en grandeur et en signe :

$$\frac{oM'}{M'M''} = \frac{bc + ca + ab}{4p^2}$$

on en déduit *par transformation continue en* A.

Si o_a est le centre du cercle ex-inscrit tangent à BC, M'_a le point dont les coordonnées normales sont : $\frac{1}{a(b+c)}, \frac{1}{b(c-a)}, \frac{1}{c(a-b)}$,

M''_a le point : $-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^2}, \frac{1}{c^2}$,

On a en grandeur et en signe : $\frac{o_a M'_a}{M''_a M'_a} = \frac{ab + ac - bc}{4(p-a)^2}$.

VI. — 1. On a pour toute valeur entière positive ou négative de n :

$$\sum a^n = 2p \sum a^{n-1} - (p^2 + r\delta) \sum a^{n-2} + abc \sum a^{n-3}$$

et, *par transformation continue en* A, en posant :

$$\sum_a a^n = a^n + (-1)^n b^n + (-1)^n c^n$$

$$\sum_a a^n = -2(p-a)\sum_a a^{n-1} - \left[(p-a)^2 - r_a\delta_a\right]\sum_a a^{n-2} + abc\sum_a a^{n-3}$$

2. On a pour toute valeur entière, positive ou négative de n :

$$\frac{r}{p}\sum a^n r_a = 2\sum a^{n+1} - 3p\sum a^n + \left[p^2 + r\delta + 4Rr\right]\sum a^{n-1} - abc\sum a^{n-2}$$

et, *par transformation continue en* A, en posant :

$\sum_a a^n r_a = a^n r + (-1)^n b^n r_c + (-1)^n c^n r_b$, on a :

$$-\frac{r_a}{p-a}\sum a^n r_a = 2\sum_a a^{n+1} + 3(p-a)\sum_a a^n$$

$$+\left[(p-a)^2 - r_a\delta_a - 4Rr_a\right]\sum_a a^{n-1} - abc\sum_a a^{n-2}$$

3. On a pour toute valeur entière positive ou négative de n :

$$\sum \frac{r_a^{n+1}}{r_a - r} = \delta \sum \frac{r_a^n}{r_a - r} - p^2 \sum \frac{r_a^{n-1}}{r_a - r} + p^2 r \sum \frac{r_a^{n-2}}{r_a - r}$$

et, *par transformation continue en* A, en posant :

$$\sum_a \frac{r_a^n}{r_a - r} = (-1)^{n+1} \frac{r^n}{r_a - r} + (-1)^{n+1} \frac{r_b^n}{r_a + r_b} + (-1)^{n+1} \frac{r_c^n}{r_a + r_c}$$

$$\sum_a \frac{r_a^{n+1}}{r_a - r} = -\delta_a \sum_a \frac{r_a^n}{r_a - r} - (p-a)^2 \sum_a \frac{r_a^{n-1}}{r_a - r}$$

$$+ (p-a)^2 r_a \sum_a \frac{r_a^{n-2}}{r_a - r}$$

4. On a pour toute valeur entière positive ou négative de n :

$$\sum b^{n+1} c^{n+1} = (p^2 + r\delta) \sum b^n c^n - 2pabc \sum b^{n-1} c^{n-1} + a^2 b^2 c^2 \sum b^{n-1} c^{n-2}$$

et, *par transformation continue en* A, en posant :

$$\sum_a b^n c^n = b^n c^n + (-1)^n c^n a^n + (-1)^n a^n b^n, \text{ on a :}$$

$$\sum_a b^{n+1} c^{n+1} = \left[(p-a)^2 - r\delta_a\right] \sum_a b^n c^n$$

$$+ 2(p-a)abc \sum_a b^{n-1} c^{n-1} + a^2 b^2 c^2 \sum_a b^{n-2} c^{n-2}$$

5. On a pour toute valeur entière positive ou négative de n :

$$\sum a^{n+1} \cos A = 2p \sum a^n \cos A - (p^2 + r\delta) \sum a^{n-1} \cos A + abc \sum a^{n-2} \cos A$$

et, *par transformation continue en* A, en posant :

$$\sum_a a^n \cos A = a^n \cos A + (-1)^n b^n \cos B + (-1)^n c^n \cos C, \text{ on a :}$$

$$\sum_a a^n \cos A = -2(p-a) \sum_a a^n \cos A - \left[(p-a)^2 - r_a \delta_a\right] \sum_a a^{n-1} \cos A$$

$$+ abc \sum_a a^{n-2} \cos A$$

Formules qu'il ne serait pas aisé de prévoir sans la *Transformation continue*. Nous avons posé pour abréger $4R + r = \delta$, $4R - r_a = \delta_a$.

§ 2. — Quelques lieux géométriques.

I. — *Soit* ABC *un triangle,* A′, B′, C′ *trois points de son plan tels que*
AB′ *et* AC′ *soient symétriques par rapport à la bissectrice de* A,
BC′ *et* BA′ — — — *de* B,
CA′ *et* CB′ — — — *de* C.

On voit facilement que l'hexagone AC′BA′CB′ est toujours circonscriptible à une conique, parce que les droites AA′, BB′, CC′ se coupent en un même point O. Cela posé : 1° *si on suppose que* CA′ *et* CB′ *sont fixes, le lieu de* O *est une conique ;* 2° *si* AC′BA′CB′ *est inscriptible dans une conique, le lieu du centre de cette conique si* CA′ *et* CB′ *varient, est aussi une conique.*

Prenons des coordonnées normales et ABC pour triangle de référence. Soient :

$y = \lambda z$ et $\lambda y = z$ les équations de AB′ et de AC′,
$z = \mu x$ et $\mu z = x$ — BC′ et de BA′,
$x = \nu y$ et $\nu x = y$ — CA′ et de CB′.

Si l'hexagone AC′BA′CB′ est inscriptible, les couples des côtés opposés de cet hexagone se coupent en trois points en ligne droite, ce qui donne la condition :

$$\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 - 2\lambda\mu\nu - 1 = 0.$$

Les coordonnées de O étant λ, μ, ν, l'on trouve que, si ν est fixe, le lieu de O est dans ce cas la conique :

$$\nu^2(x^2 + y^2) + (\nu^2 - 1)z^2 - 2\nu^3 xy = 0 \qquad (1)$$

Si ν varie, le lieu des centres de la conique (1) est la conique :

$$c(ay - bx)^2 - z(b^2 - a^2)(ax - by) = 0$$

qui touche AB au pied de la symédiane partant de C, qui passe au point C et qui a pour centre le milieu de la distance des points de *Brocard.* C'est toujours une hyperbole non équilatère et elle est tangente en C à la médiane partant de C.

II. — *Le lieu des centres des coniques inscrites à un triangle et telles que le produit de leurs axes égale la surface du triangle, est une cubique, qui a pour équation en coordonnées barycentriques :*

$$(\alpha + \beta + \gamma)^3 - (-\alpha + \beta + \gamma)(\alpha - \beta + \gamma)(\alpha + \beta - \gamma) = 0$$

III. — *Le lieu des points* M *du plan d'un triangle* ABC (pris pour triangle de référence) *tels que :* $\widehat{MAB} + \widehat{MBC} + \widehat{MCA} = \widehat{MAC} + \widehat{MBA} + \widehat{MCB}$, *est la cubique qui a pour équation :*

$$\sum x(y^2 - z^2)\cos A = 0 \text{ (coordonnées normales)}.$$

Cette cubique circonscrite est sa propre inverse ; elle passe par le centre du cercle circonscrit, par l'orthocentre où elle est tangente à la droite d'*Euler*, par les centres des quatre cercles tangents aux trois côtés ; elle coupe les côtés aux mêmes points que les droites qui joignent les sommets au centre du cercle circonscrit.

§ 3. — Deux modes de génération de quelques points remarquables.

I. — Si x, y, z sont les coordonnées normales d'un point J_0,

Si J_a, J_b, J_c sont les symétriques de J_0 par rapport aux milieux respectifs de BC, CA, AB, les trois droites AJ_a, BJ_b, CJ_c se coupent en un point J_1 qui a pour coordonnées $\frac{by + cz}{a}$, $\frac{cz + ax}{b}$, $\frac{ax + by}{c}$. Cela posé :

Si J_0 est le centre du cercle inscrit, J_1 est le centre de gravité du périmètre.

Si J_0 est le point : $p - a$, etc., J_1 est le point : $\frac{\delta + r_a}{a}$ du centre de gravité du périmètre.

Si J_0 est le point : $\frac{1}{a^2}$, etc., J_1 est le point : $(b + c)$, etc.

Si J_0 est le point : $\frac{1}{a^3}$, etc., J_1 est le point qui est au milieu de la distance des points de *Brocard*.

Si J_0 est le point de *Nagel* : $\frac{p - a}{a}$, etc., J_1 est le centre du cercle inscrit.

Si J_0 est le point : $\frac{ab + ac - bc}{a}$, etc., J_1 est le point : $\frac{1}{a^2}$, etc.

Si J_0 est le point : $\cos A - \cos B \cos C$, etc., J_1 est l'orthocentre.

Si J_0 est le point de *Gergonne* : $\frac{1}{a(p - a)}$, etc., J_1 est le point : $(p - a)$, etc.

Si J_0 est le point : $\frac{2a - p}{a}$, etc., J_1 est le point de *Nagel* : $\frac{p - a}{a}$, etc.

Si J_0 est le point de *Steiner* : $\frac{1}{a(b^2 - c^2)}$ du cercle inscrit, J_1 est le centre de l'hyperbole de *Kiepert* $\frac{(b^2 - c^2)^2}{a}$, etc.

Si l'on traite J_1 comme on a traité J_0 pour obtenir J_1, etc., on obtient la série de points J_1, J_2 ...

Les coordonnées de J_{2n} sont :

$$\frac{1}{a}\left[(2^{2n}+2)ax + (2^{2n}-1)by + (2^{2n}-1)cz\right],$$

$$\frac{1}{b}\left[(2^{2n}-1)ax + (2^{2n}+2)by + (2^{2n}-1)cz\right],$$

$$\frac{1}{c}\left[(2^{2n}-1)ax + (2^{2n}-1)by + (2^{2n}+2)cz\right].$$

Celles de J_{2n+1} sont :

$$\frac{1}{a}\left[(2^{2n+1}-2)ax + (2^{2n+1}+1)by + (2^{2n+1}+1)cz\right],$$

$$\frac{1}{b}\left[(2^{2n+1}+1)ax + (2^{2n+1}-2)by + (2^{2n+1}+1)cz\right],$$

$$\frac{1}{c}\left[(2^{2n+1}+1)ax + (2^{2n+1}+1)by + (2^{2n+1}-2)cz\right].$$

II. — Soit J_0 un point du triangle ABC dont les coordonnées normales sont x, y, z. Soit $A_1B_1C_1$ le triangle podaire de J_0.

Je prends respectivement sur les hauteurs partant de A, B, C les longueurs AJ_a, BJ_b, CJ_c équipollentes à $2J_0A_1$, $2J_0B_1$, $2J_0C_1$; les parallèles à BC, CA, AB menées par J_a, J_b, J_c se coupent en un point J_1 dont les coordonnées sont :

$$\frac{by + cz - ax}{a}, \text{ etc. (Congrès de Lyon, 1873, LEMOINE, XVI.)}$$

On en conclut :

Si J_0 est le milieu de la ligne qui joint les points de *Brocard*, J_1 est le point : $\frac{1}{a^3}$, etc.

Si J_0 est le centre du cercle inscrit, J_1 est le point de *Nagel* : $\frac{p-a}{a}$, etc.

Si J_0 est le point : $\frac{1}{a^2}$, etc., J_1 est le point : $\frac{ba + ca - bc}{a}$, etc.

Si J_0 est le point : $\frac{1}{a^3}$, etc., J_1 est le point Φ : $\frac{b^2a^2 + a^2c^2 - b^2c^2}{a}$, etc.

Si J_0 est le point de *Lemoine*, J_1 est le point : $\frac{\cos A}{a^2}$, etc.

Si J_0 est le point de *Nagel*, J_1 est le point : $\frac{2a - p}{a}$, etc.

Si J_0 est le point : $p - a$, etc., J_1 est le point de *Gergonne* : $\frac{1}{a(p - a)}$, etc.

Si J_0 est le centre de gravité du périmètre : $\frac{b + c}{a}$, etc., J_1 est le centre du cercle inscrit.

Si J_0 est le point : cos A — cos B cos C, etc., J_1 est le point : 3 cos B cos C — cos A, etc.

Si J_0 est le point : $\frac{b^2 + c^2}{a}$, etc., J_1 est le point de *Lemoine*.

Si J_0 est le point de *Gergonne*, J_1 est le point : $\frac{\delta - 2r_a}{a}$, etc.

Si J_0 est le point : $b + c$, etc., J_1 est le point : $\frac{1}{a^2}$, etc.

Si J_0 est l'orthocentre, J_1 est le point : cos A — cos B cos C, etc.

Si J_0 est le centre du cercle circonscrit, J_1 est l'orthocentre.

Tous ces points se rencontrent fréquemment dans la géométrie du triangle.

On sait (voir Congrès de Lyon, *loco citato*) que si J_0 décrit un certain lieu, J_1 décrit une courbe homothétique; en particulier, si J_0 décrit le cercle circonscrit, J_1 décrira le cercle dont l'équation est :

$$\sum a^4x^2 + (a^2 + b^2 + c^2)\sum bcyz = 0,$$

qui passe par les symétriques de chaque sommet par rapport au milieu du côté opposé.

Soit J_p le point déduit de J_{p-1}, comme J_1 l'a été de J_0.

Les coordonnées de J_{2n} et de J_{2n+1} seront respectivement, en posant $ax + by + cz = 2S_1$:

$$\frac{1}{a}\left[2^{2n}(2S_1 - 3ax) - 2S_1\right],\ \frac{1}{b}\left[2^{2n}(2S_1 - 3by) - 2S_1\right],$$
$$\frac{1}{c}\left[2^{2n}(2S_1 - 3cz) - 2S_1\right];$$
$$\frac{1}{a}\left[2^{2n+1}(2S_1 - 3ax) + 2S_1\right],\ \frac{1}{b}\left[2^{2n+1}(2S_1 - 3by) + 2S_1\right],$$
$$\frac{1}{c}\left[2^{2n+1}(2S_1 - 3cz) + 2S_1\right].$$

Tous les points J_p sont sur la droite J_0G, G étant le barycentre de ABC.

§ 4. — Sur une courbe transcendante et le cas ou elle devient algébrique.

Soient L, M, N *des quantités données ;* A, B, C *les sommets du triangle de référence ; je suppose une droite mobile* P *telle que les distances de* A, B, C *à cette droite soient respectivement proportionnelles à* L^p, M^p, N^p. *Je vais trouver l'enveloppe de la droite* P *quand p varie.*

En coordonnées barycentriques l'équation de P est :

$$L^p.\alpha + M^p.\beta + N^p.\gamma = 0. \qquad (1)$$

En dérivant par rapport à p, j'ai :

$$L^p.\alpha.lL + M^p.\beta.lM + N^p.\gamma.lN = 0. \qquad (2)$$

De (1) et (2) je tire :

$$\frac{L^p}{\beta.\gamma.l\left(\frac{N}{M}\right)} = \frac{M^p}{\gamma.\alpha.l\left(\frac{L}{N}\right)} = \frac{N^p}{\alpha.\beta.l\left(\frac{M}{L}\right)} \qquad (3)$$

En prenant les logarithmes on a :

$$p.lL - l\left[\beta.\gamma.l\left(\frac{N}{M}\right)\right] = p.lM - l\left[\gamma.\alpha.l\left(\frac{L}{N}\right)\right] = p.lN - l\left[\alpha.\beta.l\left(\frac{M}{L}\right)\right]$$

En éliminant p on trouve :

$$\left[l\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)+ll\left(\frac{L}{N}\right)-ll\left(\frac{M}{L}\right)\right]lL+\left[l\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)+ll\left(\frac{M}{L}\right)-ll\left(\frac{N}{M}\right)\right]lM+\left[l\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)+ll\left(\frac{N}{M}\right)-ll\left(\frac{L}{N}\right)\right]lN=0.$$

C'est l'équation cherchée. Nous pouvons la mettre sous une forme beaucoup plus simple. Posons pour cela : $L = e^\lambda$, $M = e^\mu$, $N = e^\nu$.

Elle deviendra :

$$\lambda.l\left(\frac{\gamma}{\beta}\cdot\frac{\lambda-\nu}{\mu-\lambda}\right) + \mu.l\left(\frac{\alpha}{\gamma}\cdot\frac{\mu-\lambda}{\nu-\mu}\right) + \nu.l\left(\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{\nu-\mu}{\lambda-\nu}\right) = 0.$$

ou :
$$\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^\lambda\left(\frac{\lambda-\nu}{\mu-\lambda}\right)^\lambda\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^\mu\left(\frac{\mu-\lambda}{\nu-\mu}\right)^\mu\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\nu\left(\frac{\nu-\mu}{\lambda-\nu}\right)^\nu = 1.$$

ou :
$$\alpha^{\nu-\mu}.\beta^{\lambda-\nu}.\gamma^{\mu-\lambda} = (\nu-\mu)^{\nu-\mu}(\lambda-\nu)^{\lambda-\nu}(\mu-\lambda)^{\mu-\lambda}. \qquad (4)$$

Il serait peut-être possible de discuter cette courbe par une méthode analogue à celle que M. *Cesàro* a employée pour la potentielle triangulaire. (*N. A.*, 1888, p. 257.)

REMARQUE I. — Si L, M, N sont en progression géométrique, λ, μ, ν sont en progression arithmétique et l'on a un résultat *tout à fait remarquable ;* la courbe transcendante représentée par l'équation (4) devient une courbe algébrique fort simple. Si, par exemple, $M^2 = LN$ on a : $\mu - \lambda = \nu - \mu$ et l'équation (4) devient $\beta^2 = 4\alpha\gamma$;, ce qui représente une parabole de *Artzt.*

REMARQUE II. — On peut encore simplifier la forme de l'équation (4). Posons $\nu - \mu = r$; $\lambda - \nu = s$; $\mu - \lambda = t$, on a :

$$\left(\frac{\alpha}{r}\right)^r \cdot \left(\frac{\beta}{s}\right)^s \cdot \left(\frac{\gamma}{t}\right)^t = 1,$$

avec la condition $r + s + t = 0$.

§ 5. — QUELQUES THÉORÈMES ET REMARQUES RELATIFS AU TRIANGLE OU AUX CONIQUES

I. — *Le point dont les coordonnées normales absolues* x, y, z *sont proportionnelles à :* a^2, b^2, c^2, *est tel que :* $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c}$ *est minimum.*

Ce minimum a pour valeur :

$$\frac{4S^2}{\Sigma a^3} = \frac{2rS}{p^2 + 6Rr - 3r\delta}.$$

II. — *Si* R *est un point du cercle circonscrit à un triangle* ABC *dont les milieux des côtés* BC, CA, AB *sont* L, M, N *respectivement ; si* AR, BR, CR *coupent ces mêmes côtés, en* L′, M′, N′, *les six points* L, M, N, L′, M′, N′ *appartiennent à une même hyperbole équilatère.*

III. — *Soit* M *un point d'une ellipse, la tangente en* M *à l'ellipse coupe l'hyperbole qui a mêmes foyers que l'ellipse et passe en* M, *en un second point* M′. *Si de* M′ *on mène la tangente à l'ellipse autre que* MM′, *cette tangente est aussi tangente au cercle osculateur en* M *de l'ellipse considérée.*

IV. — *Les deux médianes d'un triangle* ABC *partant de* B *et de* C *font entre elles un angle* λ *donné par :* $\operatorname{cotg}\lambda = \frac{1}{12S}(b^2 + c^2 - 5a^2)$.

On en conclut immédiatement :

1° La proposition connue : *l'angle de* Brocard *du faisceau des médianes est égal à l'angle de* Brocard *du triangle* ABC.

2° *Les médianes partant de* B *et de* C *sont perpendiculaires si l'on a :* $b^2 + c^2 = 5a^2$.

V. — *Si deux triangles* ABC, A′B′C′ *sont homologiques, que* ABC *soit fixe, que les côtés de* A′B′C′ *soient donnés de direction, le lieu du centre d'homologie de* ABC *et de* A′B′C′ *est une conique circonscrite à* ABC.

M. Sollertinsky m'a fait remarquer que, si D est un point fixe et que B′C′, C′A′, A′B′ sont respectivement perpendiculaires à AD, BD, CD, cette conique est l'hyperbole équilatère ABCD.

VI. — *Une conique est tangente en* A *à une droite. On mène par* A *deux droites de part et d'autre de la normale en* A *et faisant avec elle un angle* α; I *et* I′ *sont les seconds points d'intersection de ces droites avec la conique;* i et i′ *les projections de* I *et de* I′ *sur la tangente en* A ; $\frac{1}{Ii} - \frac{1}{I'i'}$ *est proportionnel à* $\operatorname{tg}\alpha$.

VII. — *Dans une hyperbole équilatère toute corde* MM′ *est vue du même angle de chaque extrémité d'un même diamètre, si* M *et* M′ *appartiennent à une même branche et de deux angles supplémentaires, si* M *et* M′ *appartiennent à des branches différentes.*

VIII. — *Le lieu des projections du centre d'une ellipse sur les cordes communes à cette ellipse et à son cercle osculateur est la courbe représentée par :*

$$a^2x^2 + b^2y^2 = (x^2 - y^2)^2,$$

les axes coordonnés étant les axes de l'ellipse.

IX. — *Soient deux cercles fixes de centres* C *et* C′, *d'un point* M *variable de* C, *on décrit une circonférence de rayon donné* ρ *qui coupe la circonférence* C′ *en* A *et* B.

1° *L'enveloppe de* AB *est une conique qui a le point* C′ *pour un de ses foyers.*

2° *Le lieu du centre du cercle circonscrit au triangle* ABC *est une circonférence.*

§ 6. — Quelques formules et quelques renseignements relatifs au triangle

I. — *Si l'on a dans un triangle* ABC : $1 + 64\cos A\cos B\cos C = 3\operatorname{tg}^2\omega$, ω *étant l'angle de* Brocard, *le cercle de* Brocard *et le cercle de* de Longchamps *ont même rayon.* (Le cercle de *de Longchamps* est le cercle

qui coupe orthogonalement les trois cercles de rayons a, b, c décrits de A, B, C respectivement comme centres.)

II. — *Si* ABC *est le triangle de référence,* M *le point dont les coordonnées normales sont* x, y, z, *l'orthocentre de* MBC *a pour coordonnées :*

$$(y + x\cos C)(z + x\cos B), \quad (x\cos A - z\cos C)(y + x\cos C),$$
$$(x\cos A - y\cos B)(z + x\cos B).$$

III. — *Si la conique inscrite représentée par l'équation :*

$$\sqrt{Lx} + \sqrt{My} + \sqrt{Nz} = 0$$

est tangente aux deux droites :

$$lx + my + ny = 0; \quad l'x + m'y + n'z = 0,$$

on a :

$$\frac{L}{ll'(mn' - nm')} = \frac{M}{mm'(nl' - ln')} = \frac{N}{nn'(lm' - ml')}.$$

La conique est une ellipse, une parabole ou une hyperbole, suivant que l'on a

$$-LMN(bcL + caM + abN),$$

plus petit que zéro, égal à zéro ou plus grand que zéro.

IV. — *Si* x, y, z ; x′, y′, z′ ; x″, y″, z″ *sont les coordonnées normales* PROPORTIONNELLES *des trois points* M, M′, M″ *en ligne droite, on a, en grandeur et en signe :*

$$\frac{MM'}{MM''} = \frac{ax'' + by'' + cz''}{ax' + by' + cz'} \times$$

$$\frac{(x + y + z)(ax' + by' + cz') - (x' + y' + z')(ax + by + cz)}{(x + y + z)(ax'' + by'' + cz'') - (x'' + y'' + z'')(ax + by + cz)}.$$

V. — *Si, dans un triangle* ABC, m_a, m_b, m_c *désignent les longueurs des trois médianes,* l_a, l_b, l_c, *celles des trois symédianes, on a :*

$$\sum \frac{[l_a^2(4m_a^2 + m_b^2 + m_c^2)]^2}{m_a^2} = 36 \sum m_c^2 m_b^2.$$

VI. — *Les deux bissectrices de l'angle* A *et les deux bissectrices de l'angle* B *d'un triangle* ABC *sont tangentes à une parabole qui a pour foyer le point* C *et pour directrice le côté* AB ; *son équation est :*

$$x^2 + y^2 - z^2\sin^2 C + 2xy\cos C = 0.$$

VII. — *L'équation de l'ellipse qui passe par le point de* LEMOINE *et touche en* B *et en* C *le cercle circonscrit a pour équation :*

$$3bcx^2 - a^2yz - abxz - acxy = 0$$

son centre à pour coordonnées :

$$a\cos A, \quad 3c + a\cos B, \quad 3b + a\cos C.$$

VIII. — *Soient* α', β', γ' *les coordonnées barycentriques d'un point* M ; *par* M *on mène* A_cA_b *parallèle à* CB *coupant* AC *en* A_c, AB *en* A_b, *etc.*

1° *L'hexagone* $A_bA_cB_cB_aC_aC_b$ *est circonscriptible à la conique qui a pour équation :*

$$\sum\alpha^2(\beta' + \gamma')^2 - 2\sum\beta\gamma(\alpha' + \beta')(\alpha' + \gamma') = 0.$$

Le point de *Gergonne* de cette conique a pour coordonnées $\frac{1}{\beta' + \gamma'}$, etc.

Le centre : $2\alpha' + \beta' + \gamma'$, etc.

Ce même hexagone est inscriptible à la conique qui a pour équation :

$$\sum\alpha^2(\beta' + \gamma')\beta'\gamma' - \sum\beta\gamma\alpha'\left[(\alpha' + \beta')(\alpha' + \gamma') + \beta'\gamma'\right] = 0.$$

Les coordonnées barycentriques du centre de cette conique sont :

$$\alpha'\left[\alpha'^2 - \beta'\gamma' - (\beta'\gamma' + \gamma'\alpha' + \alpha'\beta')\right], \text{ etc.}$$

M. É. LEMOINE

Ancien Élève de l'École Polytechnique, à Paris (*)

APPLICATION AU TÉTRAÈDRE DE LA TRANSFORMATION CONTINUE [K 13 c]

— Séance du 4 août 1893 —

Je désigne par A, B, C, D les sommets d'un tétraèdre.

Donnons maintenant les notations que nous adoptons pour désigner les principaux éléments de ce tétraèdre.

(*) Voir *Mathesis*, 1892, p. 58. — *A .F.*, Congrès de Marseille, 1891, p. 118.

1° *Les faces :* ABC, BCD, CDA, DAB seront : F_d, F_a, F_b, F_c.
(La somme $F_d + F_a + F_b + F_c$ sera désignée par S.)

2° *Les angles plans des faces :*

BDC,	CDA,	ADB	seront	D_a,	D_b,	D_c
CAB,	DAB,	DAC	»	A_d,	A_c,	A_b
ABC,	ABD,	DBC	»	B_d,	B_c,	B_a
BCA,	BCD,	DCA	»	C_d,	C_a,	C_b

3° *Les longueurs des arêtes* BC, CA, AB, DA, DB, DC seront : a, b, c, a', b', c'.

4° *Les angles dièdres* qui ont pour arêtes BC, CA, AB, DA, DB, DC seront $\widehat{a}$, $\widehat{b}$, $\widehat{c}$, $\widehat{a'}$, $\widehat{b'}$, $\widehat{c'}$.

5° *Les angles que fait une arête, avec les deux faces qui ne la contiennent pas, seront désignés chacun par la lettre qui désigne l'arête, suivie de la lettre qui désigne la face considérée ;* il y aura donc les douze angles :

$\widehat{aF}_c$,	$\widehat{aF}_b$,	$\widehat{a'F}_d$,	$\widehat{a'F}_a$
$\widehat{bF}_c$,	$\widehat{bF}_a$,	$\widehat{b'F}_d$,	$\widehat{b'F}_b$
$\widehat{cF}_b$,	$\widehat{cF}_a$,	$\widehat{c'F}_d$,	$\widehat{c'F}_c$

6° *Les hauteurs* seront : h_d, h_a, h_b, h_c, l'indice désignant le sommet d'où elles partent.

7° *Les rayons et les centres de la sphère inscrite et des sphères ex-inscrites de première espèce* seront : r, r_a, r_b, r_c, r_d ; o, o_a, o_b, o_c, o_d.

Les rayons et les centres des sphères ex-inscrites de seconde espèce ou sphères inscrites dans les combles du tétraèdre seront :

$$r'_a,\ r'_b,\ r'_c\ ;\quad o'_a\ o'_b,\ o'_c,$$

r'_a et o'_a appartenant à la sphère inscrite dans l'un des combles qui ont pour arêtes DA ou BC (on sait qu'il n'y a qu'une sphère pour deux combles opposés) ;

r'_b et o'_b appartenant à la sphère inscrite dans l'un des combles qui ont pour arêtes DB ou CA ;

r'_c et o'_c appartenant à la sphère inscrite dans l'un des combles qui ont pour arêtes DC ou AB (*)

(*) Le tétraèdre *général* possède toujours ces huit sphères tangentes aux quatre faces ; quand une sphère, ou deux sphères, ou les trois sphères inscrites dans les combles manquent, ce qui peut arriver, car, lorsque la somme de deux faces qui ont même arête est égale à la somme des deux autres, la sphère des combles correspondant à ces arêtes a un rayon infini. Ce n'est plus le tétraèdre *général*, puisqu'il y a alors une ou plusieurs relations entre les faces, et la *transformation continue* n'est plus applicable, au moins sans discussion préalable.

8° Le volume du tétraèdre et le rayon de la sphère circonscrite seront : V et R.

O sera le centre de cette sphère.

9° Les angles de DA et de BC; de DB et de AC; de DC et de BA seront : α, β, γ.

10° Les longueurs des droites qui joindront les milieux de DA et de BC; de DB et de AC; de DC et de BA seront : l, m, n.

Le symbole (x) signifiera : ce que devient x par transformation continue.

Cela posé, je fais tourner le plan BCD autour de BC comme charnière; pour fixer les idées je suppose que D soit d'abord au-dessus du plan horizontal ABC et que le mouvement de BCD s'effectue dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Tant que, dans ce mouvement, D restera au-dessus de ABC j'aurai ce que j'appelle le *premier état* de la figure; lorsque D aura passé à l'infini sur AD au moment du parallélisme de AD et du plan mobile, et que ce plan continuera son mouvement, D passera au-dessous de ABC et j'aurai le *second état* de la figure qui correspondra à ce que nous appelons: *la Transformation continue en* D.

Dans le premier état de la figure, comme dans le second état, c'est toujours du tétraèdre *général* qu'il s'agit, par suite toute propriété du premier état s'appliquera au second; mais, si l'on suit d'une façon continue ce que deviennent certaines propriétés du premier état de la figure lorsque cette figure passe au second état, on s'aperçoit qu'elles donnent lieu à des énoncés différents dans la forme; par exemple, si l'on applique au premier état une propriété du tétraèdre où entre le rayon r de la sphère inscrite, et qu'on la suive continûment en passant au second état, on voit qu'elle donnera lieu à une propriété du tétraèdre où entrera r_d.

C'est l'étude générale des changements qu'éprouvent, dans le passage du premier état de la figure au second, les éléments du tétraèdre qui constitue l'objet de cette note. On pourra alors introduire ces changements dans les formules, dans les théorèmes, dans les équations et en tirer de nouveaux résultats qui seront l'application de la *transformation continue*.

En gardant pour le second état de la figure les conventions de signe qui déterminent le signe des éléments du premier état, on voit que dans le second état a, b, c restent a, b, c et que a', b', c' changent de signe; car si AD du premier état est positif, AD du second état est de sens contraire et par suite est négatif, etc.

Comme le couple d'un tétraèdre et de son symétrique est complètement déterminé par six arêtes a, b, c, a', b', c', quand on a indiqué leurs positions respectives, on voit que le changement de a, b, c, a', b', c', en a, b, c, $-a'$, $-b'$, $-c'$, constitue *au fond* toute la *transformation continue en* D,

et ce que nous allons développer sera la conséquence forcée de ce seul changement.

REMARQUE. — Les formules relatives au tétraèdre reviennent toujours à des identités entre a, b, c, a', b', c', de même que les théorèmes ne sont qu'une manière d'énoncer ces identités; on voit par suite que l'on peut imaginer une infinité de transformations en changeant a, b, c, a', b', c' en a_1, b_1, c_1, a'_1, b'_1, c'_1, ces dernières quantités étant des fonctions des premières; mais nous n'avons trouvé que la transformation étudiée ici (ce qui ne veut pas dire qu'il n'y en a pas d'autres) qui nous ait conduit à une interprétation géométrique et à des applications.

$$F_d, F_a, F_b, F_c \text{ deviennent } F_d, -F_a, -F_b, -F_c.$$

En effet, la transformation de a, b, c, a', b', c' en a, b, c, $-a'$, $-b'$, $-c'$, laisse le triangle ABC sans changement; mais dans les triangles BCD, ADC, ADB, on fait respectivement les *transformations* :

$$\begin{array}{lll} a, b', c' & \text{en} & a, -b', -c' \\ b, c', a' & \text{en} & b, -c', -a' \\ c, a', b' & \text{en} & c, -a', -b' \end{array}$$

c'est-à-dire qu'on opère sur chacun d'eux la transformation continue en D que nous avons étudiée (voir *A. F.*, Congrès de Marseille, 1891, etc.) dans le cas du triangle; il suit de là que F_d est invariable et que F_a, F_b, F_c deviennent $-F_a$, $-F_b$, $-F_c$.

La même remarque donne la transformation de tous les éléments qui ne dépendent que des éléments d'une face, ainsi :

$$\begin{array}{lll} D_a, D_b, D_c \text{ deviennent} & & -D_a, \quad -D_b, \quad -D_c \\ A_d, A_c, A_b & » & A_d, \pi - A_c, \pi - A_b \\ B_d, B_c, B_a & » & B_d, \pi - B_c, \pi - B_a \\ C_d, C_a, C_b & » & C_d, \pi - C_a, \pi - C_b \end{array}$$

La continuité montre que h_d, h_a, h_b, h_c deviennent $-h_d$, h_a, h_b, h_c.

Les formules $V = \frac{1}{3} h_d F_d = \frac{1}{3} h_a F_a$, etc., montrent, en appliquant la transformation *continue en* D aux éléments h_d, h_a, etc., F_d, F_a, etc., déjà étudiés dans leur *transformation*, que V devient $-V$, car on en tire :

$(V) = \frac{1}{3} \times -h_d \times F_d$, etc., en les transformant en D.

R rayon du cercle circonscrit se transformera en $-R$, car le rayon mené par O perpendiculairement à la face ABC est évidemment de sens contraire

dans le premier état de la figure et dans le second. On peut y arriver autrement; en effet, on a (voir *Brassine*, *N. A.*, 1847, p. 227) : $24\,R.V =$

$$\sqrt{(a.a'+b.b'+c.c')(b.b'+c.c'-a.a')(c.c'+a.a'-b.b')(a.a'+b.b'-c.c')}$$

formule vraie dans les deux états de la figure; puisque V devient — V dans la transformation, il faut que R devienne — R.

On voit directement, en suivant la continuité dans la figure passant du premier état au second, que :

$$\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}, \quad \widehat{a'}, \widehat{b'}, \widehat{c'}$$

deviennent respectivement

$$\pi - \widehat{a}, \quad \pi - \widehat{b}, \quad \pi - \widehat{c}, \quad \widehat{a'}, \widehat{b'}, \widehat{c'};$$

que α, β, γ deviennent $\pi - \alpha$, $\pi - \beta$, $\pi - \gamma$.

l, m, n restent l, m, n, ce qui peut se déduire des formules de *Chasles* : $6V = a.a'.l.\sin\alpha$, et les deux autres analogues.

Il nous reste à examiner ce que deviennent r, r_a, r_b, r_c, r_d, r'_a, r'_b, r'_c.

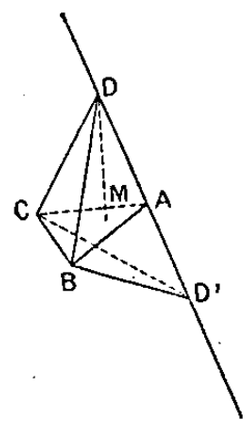
Établissons ou rappelons d'abord quelques propositions qui nous seront utiles.

I

S'il y a une sphère inscrite dans un comble, c'est que la somme des deux faces qui n'ont pas l'arête de ce comble pour côté est plus grande que la somme des deux autres.

II

Soit un triangle ABC, soit M un point quelconque de son plan,



point dont les distances à BC, CA, AB, sont respectivement x, y, z. Soit DM la perpendiculaire au plan ABC menée par M. Je dis qu'il y aura toujours un point Δ sur MD à partir duquel, si l'on prend un point D tel que $MD > M\Delta$, la somme de deux des triangles DBC, DCA, DAB sera plus grande que la somme du troisième triangle et de ABC; en effet, posons $DM = t$. Les rapports des surfaces des trois triangles DBC, DCA, DAB sont évidemment les mêmes que les rapports des produits :

$$a\sqrt{1+\left(\frac{x}{t}\right)^2}, \quad b\sqrt{1+\left(\frac{y}{t}\right)^2}, \quad c\sqrt{1+\left(\frac{z}{t}\right)^2}$$

qui tendent respectivement vers a, b, c quand t croît indéfiniment.

Si nous supposons que a est le plus grand des côtés de ABC, il suffira de démontrer que, à partir d'une certaine valeur t_1, de t on a pour toutes les valeurs de t plus grandes que t_1

$$b\sqrt{1+\left(\frac{y}{t}\right)^2} + c\sqrt{1+\left(\frac{z}{t}\right)^2} > \frac{2S}{t} + a\sqrt{1+\left(\frac{x}{t}\right)^2}; \quad (a)$$

or, les deux membres de l'inégalité (a) décroissent constamment quand t croît ; et, comme le premier membre tend vers $b+c$ et le second vers a de façon à en différer d'aussi peu qu'on voudra, il est évident que, à partir d'une certaine valeur de t et pour les valeurs plus grandes, l'inégalité (a) sera satisfaite, puisque $b+c>a$.

III

Les théorèmes I et II montrent que je peux admettre, en opérant *la transformation continue en* D, que le tétraèdre général ABCD est tel que, avant le passage à l'infini de D, les trois sphères inscrites dans les combles le sont certainement dans les combles BC, CA, AB. Car il est facile de voir, en établissant les formules (6), (7), (8) qui suivent, que :

Si $F_b + F_c > F_d + F_a$, r'_a est dans le comble BC ;
Si $F_c + F_a > F_b + F_d$, r'_b » » CA ;
Si $F_a + F_b > F_c + F_d$, r'_c » » AB ;

c'est du reste le théorème I. On a donc dans notre hypothèse :

$$\frac{3V}{r} = F_a + F_b + F_c + F_d \quad (1)$$

$$\frac{3V}{r_a} = F_b + F_c + F_d - F_a \quad (2)$$

$$\frac{3V}{r_b} = F_c + F_d + F_a - F_b \quad (3)$$

$$\frac{3V}{r_c} = F_d + F_a + F_b - F_c \quad (4)$$

$$\frac{3V}{r_d} = F_a + F_b + F - F_d \quad (5)$$

$$\frac{3V}{r'_a} = F_b + F_c - F_a - F_d \quad (6)$$

$$\frac{3V}{r'_b} = F_c + F_a - F_b - F_d \quad (7)$$

$$\frac{3V}{r'_c} = F_a + F_b - F_c - F_d \quad (8)$$

Les quatre premières formules sont évidemment générales, mais nous pouvons dire que les trois dernières formules le sont aussi, c'est-à-dire ont lieu indépendamment de notre hypothèse sur la position de o'_a, o'_b, o'_c dans les combles BC, CA, AB ; il suffit pour cela de regarder r'_a, r'_b, r'_c comme positifs si o_a, o'_b, o'_c sont dans les combles BC, CA, AB et comme négatifs s'ils sont dans les combles DA, DB, DC ; les valeurs de ces rayons changent ainsi de signe en passant par l'infini.

On aura donc dans tous les cas

$$r'_a = \frac{3V}{F_b + F_c - F_d - F_a}, \quad r'_b = \frac{3V}{F_c + F_a - F_b - F_d}, \quad r'_c = \frac{3V}{F_a + F_b - F_c - F_d}.$$

Soient P, Q, R les trois plans bissecteurs *intérieurs* des angles dièdres $\widehat{a}$, $\widehat{b}$, $\widehat{c}$, P_1, Q_1, R_1 les trois plans bissecteurs extérieurs des mêmes angles dièdres ; de même nous appellerons P′, Q′, R′ les trois plans bissecteurs *intérieurs* des angles dièdres $\widehat{a'}$, $\widehat{b'}$, $\widehat{c'}$ et P'_1, Q'_1, R'_1 les trois plans bissecteurs extérieurs.

On peut voir facilement que :

o	est dans les six plans	P,	Q,	R,	P_1,	Q_1,	R_1.
o_a	»	»	P_1,	Q,	R,	P′,	Q'_1,	R'_1.
o_b	»	»	P,	Q_1,	R,	P'_1,	Q′,	R'_1.
o_c	»	»	P,	Q,	R_1,	P'_1,	Q'_1,	R′.
o_d	»	»	P_1,	Q_1,	R_1,	P′,	Q′,	R′.
a'_a	»	»	P,	Q_1,	R_1,	P′,	Q'_1,	R'_1.
o'_b	»	»	P_1,	Q,	R_1,	P'_1,	Q′,	R'_1.
o'_c	»	»	P_1,	Q_1,	R,	P'_1,	Q'_1,	R′.

Effectuons maintenant *la transformation continue en* D en faisant tourner le plan DCB autour de CB de façon que D s'éloigne du plan ABC à partir de Δ jusqu'à l'infini, puis passe de l'autre côté du plan ABC en continuant son mouvement dans le même sens. On voit très clairement que les sphères dont les rayons sont r, r_a, r_b, r_c, r_d, r'_a, r'_b, r'_c se transforment dans les sphères dont les rayons sont r_d, r'_a, r'_b, r'_c, r, r_a, r_b, r_c ; puisque, après le passage de D, que j'appelle alors D′, de l'autre côté du plan ABC, les théorèmes I, II, III montrent que l'on a, depuis l'infini jusqu'à ce que D′ s'approche à une certaine distance de ABC :

$$F_b + F_c > F_d + F_a,$$
$$F_c + F_a > F_d + F_b,$$
$$F_a + F_b > F_d + F_c,$$

c'est-à-dire que les rayons des sphères des combles sont positifs puisqu'ils sont dans les combles BC, CA, AB de la figure transformée.

Le calcul nous conduit au même résultat par une autre voie, car les formules (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8) deviennent par *transformation continue en* D :

$$(1)' \qquad \frac{-3\,V}{(r)} = -F_a - F_b - F_c + F_d, \text{ donc } r \text{ devient } r_d$$

$$(2)' \qquad \frac{-3\,V}{(r_a)} = -F_b - F_c + F_d + F_a \quad » \quad r_a \quad » \quad r'_a$$

$$(3)' \qquad \frac{-3\,V}{(r_b)} = -F_c + F_d - F_a + F_b \quad » \quad r_b \quad » \quad r'_b$$

$$4)' \qquad \frac{-3\,V}{(r_c)} = \quad F_d - F_a - F_b + F_c \quad » \quad r_c \quad » \quad r'_c$$

$$(5)' \qquad \frac{-3\,V}{(r_d)} = -F_a - F_b - F_c - F_d \quad » \quad r_d \quad » \quad r$$

$$(6)' \qquad \frac{-3\,V}{(r'_a)} = -F_b - F_c + F_a - F_d \quad » \quad r'_a \quad » \quad r_a$$

$$(7)' \qquad \frac{-3\,V}{(r'_b)} = -F_c - F_a + F_b - F_d \quad » \quad r'_b \quad » \quad r_b$$

$$(8)' \qquad \frac{-3\,V}{(r'_c)} = -F_a - F_b + F_c - F_d \quad » \quad r'_c \quad » \quad r_c$$

Le principe de la continuité, sans l'aide des théorèmes I, II, III, n'eût pas laissé voir clairement les transformations, car on aurait été dans l'incertitude, au moment du passage à l'infini, sur le comble où va se trouver la sphère de première espèce devenant de seconde espèce, tandis que ces théorèmes fixent les états bien définis de la figure du premier état un peu avant le passage à l'infini du point D et de la figure du deuxième état un peu après le passage.

Tableau résumé de la TRANSFORMATION CONTINUE EN D *pour les principaux éléments du tétraèdre :*

a, b, c, a', b', c'	deviennent	$a, b, c, -a', -b', -c'$
F_a, F_b, F_c, F_d	»	$-F_a, -F_b, -F_c, \quad F_d$
D_a, D_b, D_c	»	$-D_a, -D_b, -D_c$
A_d, A_c, A_b	»	$A_d, \pi - A_c, \pi - A_b$
B_d, B_c, B_a	»	$B_d, \pi - B_c, \pi - B_a$
C_d, C_a, C_b	»	$C_d, \pi - C_a, \pi - C_b$
$\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}, \widehat{a'}, \widehat{b'}, \widehat{c'},$	»	$\pi - \widehat{a}, \pi - \widehat{b}, \pi - \widehat{c}, \widehat{a'}, \widehat{b'}, \widehat{c'}$
h_a, h_b, h_c, h_d	»	$h_a, h_b, h_c, -h_d$
$r, r_a, r_b, r_c, r_d, r_a, r'_b, r'_c$	»	$r_d, r'_a, r'_b, r'_c, r, r_a, r_b, r_c$
V, R	»	$-V, -R$
α, β, γ	»	$\pi - \alpha, \pi - \beta, \pi - \gamma$
l, m, n	»	l, m, n
$\widehat{a'F_d}, \widehat{a'F_a}, \widehat{aF_b}, \widehat{aF_c}$	»	$\pi - \widehat{a'F_d}, -\widehat{a'F_a}, \widehat{aF_b}, \widehat{aF_c}$
$\widehat{b'F_d}, \widehat{bF_a}, \widehat{b'F_b}, \widehat{bF_c}$	»	$\pi - \widehat{b'F_d}, \widehat{bF_a}, -\widehat{b'F_b}, \widehat{bF_c}$
$\widehat{c'F_d}, \widehat{cF_a}, \widehat{cF_b}, \widehat{c'F_c}$	»	$\pi - \widehat{c'F_d}, \widehat{cF_a}, \widehat{cF_b}, -\widehat{c'F_c}$

On vérifie encore ces dernières transformations des angles des arêtes avec les faces, en appliquant la *transformation continue* aux formules de trigonométrie sphérique qui les déterminent.

REMARQUE. — On établirait de même la *transformation continue tétraédrique* en A, en B, en C.

La chose se ferait absolument de la même façon que pour la *transformation continue en* D; seulement il y a une remarque essentielle à faire.

Dans la *transformation continue en* D nous avons supposé les points o'_a, o'_b, o'_c dans les combles BC, CA, AB; en suivant notre marche pour établir la *transformation continue en* A, les points devront être supposés dans les combles BC, BD, CD, c'est-à-dire que, pour établir la *transformation continue en* A, nous appellerons r'_a, $-r'_b$, $-r'_c$, ce que nous avons appelé r'_a, r'_b, r'_c pour établir la *transformation continue en* D.

Voici le Tableau de la TRANSFORMATION CONTINUE EN A *des mêmes éléments :*

a, b, c, a', b', c'	deviennent	$a, -b, -c, -a', b', c',$
F_a, F_b, F_c, F_d	»	$F_a, -F_b, -F_c, -F_d$
D_a, D_b, D_c	»	$D_a, \pi - D_b, \pi - D_c$
A_d, A_c, A_b	»	$-A_d, -A_c, -A_b$
B_d, B_c, B_a	»	$\pi - B_d, \pi - B_c, B_a$
C_d, C_a, C_b	»	$\pi - C_d, C_a, \pi - C_b$
$\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}, \widehat{a'}, \widehat{b'}, \widehat{c'}$	»	$\pi - \widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}, \widehat{a'}, \pi - \widehat{b'}, \pi - \widehat{c'}$
h_a, h_b, h_c, h_d	»	$-h_a, h_b, h_c, h_d$
$r, r_a, r_b, r_c, r_d, r'_a, r'_b, r'_c$	»	$r_a, r, -r'_c, -r'_b, r'_a, r_d, -r_c, -r_b$
V, R	»	$-V, -R$
α, β, γ	»	$\pi - \alpha, \pi - \beta, \pi - \gamma$
l, m, n	»	l, m, n
$\widehat{a'F_d}, \widehat{a'F_a}, \widehat{aF_b}, \widehat{aF_c}$	»	$-\widehat{a'F_d}, \pi - \widehat{a'F_a}, \widehat{aF_b}, \widehat{aF_c}$
$\widehat{b'F_d}, \widehat{bF_a}, \widehat{b'F_b}, \widehat{b'F_c}$	»	$\widehat{b'F_d}, \pi - \widehat{bF_a}, \widehat{b'F_b}, -\widehat{bF_c}$
$\widehat{c'F_d}, \widehat{cF_a}, \widehat{cF_b}, \widehat{c'F_c}$	»	$\widehat{c'F_d}, \pi - \widehat{cF_a}, -\widehat{cF_b}, \widehat{c'F_c}$

En reprenant le calcul donné par M. CATALAN (*N. A.*, 1847, p. 257), mais avec nos notations et nos hypothèses, on trouve :

$$r = \frac{2F_d}{a\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{a}}{2} + b\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{b}}{2} + c\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r_a = \frac{2F_d}{-a\ \operatorname{tg}\frac{\widehat{a}}{2} + b\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{b}}{2} + c\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r_b = \frac{2F_d}{a\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{a}}{2} - b\ \operatorname{tg}\frac{\widehat{b}}{2} + c\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r_c = \frac{2F_d}{a\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{a}}{2} + b\ \operatorname{cotg}\frac{\widehat{b}}{2} - c\ \operatorname{tg}\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r_d = \frac{2F_d}{a\ \operatorname{tg}\frac{\widehat{a}}{2} + b\ \operatorname{tg}\frac{\widehat{b}}{2} + c\ \operatorname{tg}\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r'_a = \frac{2F_d}{-a\,\mathrm{cotg}\,\frac{\widehat{a}}{2} + b\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{b}}{2} + c\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r'_b = \frac{2F_d}{a\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{a}}{2} - b\,\mathrm{cotg}\,\frac{\widehat{b}}{2} + c\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{c}}{2}}$$

$$r'_c = \frac{2F_d}{a\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{a}}{2} + b\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{b}}{2} - c\,\mathrm{cotg}\,\frac{\widehat{c}}{2}}$$

Si l'on avait d'abord établi ces formules, on aurait pu en déduire aussi ce que deviennent les rayons quand on les transforme continûment.

Ainsi, par exemple, *transformons* en D la formule :

$$r_a = \frac{2F_d}{-a\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{a}}{2} + b\,\mathrm{cotg}\,\frac{\widehat{b}}{2} + c\,\mathrm{cotg}\,\frac{\widehat{c}}{2}}$$

on aura :

$$\textcircled{r_a} = \frac{2F_d}{-a\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\widehat{a}}{2}\right) + b\,\mathrm{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\widehat{b}}{2}\right) + c\,\mathrm{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\widehat{c}}{2}\right)}$$

ou :

$$\textcircled{r_a} = \frac{2F_d}{-a\,\mathrm{cotg}\,\frac{\widehat{a}}{2} + b\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{b}}{2} + c\,\mathrm{tg}\,\frac{\widehat{c}}{2}}$$

ou :

$$\textcircled{r_a} = r'_a, \text{ etc.}$$

C'est un nouveau contrôle de l'exactitude de nos déductions.

La formule :

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_d} = \frac{2}{r},$$

facile à démontrer en partant des valeurs des rayons exprimées en fonction des faces et du volume du tétraèdre, *étant transformée en* D, donne :

$$\frac{1}{r'_a} + \frac{1}{r'_b} + \frac{1}{r'_c} + \frac{1}{r} = \frac{2}{r_d}$$

Si nous la *transformons en* A, on obtient :

$$\frac{1}{r}-\frac{1}{r'_b}-\frac{1}{r'_c}+\frac{1}{r'_a}=\frac{2}{r_a}$$

et les deux formules analogues par *transformation en* B *et en* C.

Nous insistons sur ce point que nos formules sont *générales* pourvu qu'il soit bien entendu que, dans tout tétraèdre ABCD, ce que nous appelons r'_a, r'_b, r'_c sont les valeurs positives ou négatives données respectivement par les expressions :

$$\frac{3V}{F_b+F_c-F_a-F_d},\quad \frac{3V}{F_c+F_a-F_b-F_d},\quad \frac{3V}{F_a+F_b-F_c-F_d}.$$

Les formules suivantes qui, avec nos notations, sont celles que M. *Catalan* indique dans les *N. A.*, 1847, p. 255 :

$$2\left[\frac{1}{r'_b}+\frac{1}{r'_c}-\frac{1}{r'_a}\right]=\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}+\frac{1}{r_d}-\frac{3}{r_a} \qquad (9)$$

$$2\left[\frac{1}{r'_c}+\frac{1}{r'_a}-\frac{1}{r'_b}\right]=\frac{1}{r_c}+\frac{1}{r_d}+\frac{1}{r_a}-\frac{3}{r_b} \qquad (10)$$

$$2\left[\frac{1}{r'_a}+\frac{1}{r'_b}-\frac{1}{r'_c}\right]=\frac{1}{r_d}+\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}-\frac{3}{r_c} \qquad (11)$$

$$2\left[\frac{1}{r'_a}+\frac{1}{r'_b}+\frac{1}{r'_c}\right]=\frac{3}{r_d}-\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_c} \qquad (12)$$

donnent par *transformation continue en* D :

$$2\left[\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}-\frac{1}{r_a}\right]=\frac{1}{r'_b}+\frac{1}{r'_c}+\frac{1}{r}-\frac{3}{r'_a} \qquad (9)'$$

$$2\left[\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_c}-\frac{1}{r}\right]=\frac{1}{r'_c}+\frac{1}{r}+\frac{1}{r'_a}-\frac{3}{r'_b} \qquad (10)'$$

$$2\left[\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_c}\right]=\frac{1}{r}+\frac{1}{r'_a}+\frac{1}{r'_b}-\frac{3}{r'_c} \qquad (11)'$$

$$2\left[\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}\right]=\frac{3}{r}-\frac{1}{r'_a}-\frac{1}{r'_b}-\frac{1}{r'_c} \qquad (12)'$$

Les formules :

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_d}+\frac{1}{r_c}-\frac{1}{r'_c}=\frac{1}{r_d}+\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r'_b}=\frac{1}{r_d}+\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r'_a}$$

$$\frac{1}{r^2_a}+\frac{1}{r^2_b}+\frac{1}{r^2_c}+\frac{1}{r^2_d}=\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r'^2_a}+\frac{1}{r'^2_b}+\frac{1}{r'^2_c}$$

se reproduisent par *transformation continue en* D.

On sait que : le plan bissecteur d'un angle dièdre d'un tétraèdre ABCD divise l'arête opposée en deux segments additifs proportionnels aux aires des faces adjacentes à ces segments.

Le plan bissecteur de l'angle supplémentaire d'un angle dièdre d'un tétraèdre divise l'arête opposée en deux segments soustractifs proportionnels aux aires des faces adjacentes à ces segments.

Par exemple :

Si le plan bissecteur de l'angle dièdre $\widehat{a'}$ coupe BC en U' on aura :

$$\frac{U'B}{U'C} = \frac{F_c}{F_b},$$

et si le plan bissecteur du supplément de $\widehat{a'}$ coupe BC en U'_1 on aura :

$$\frac{U'_1B}{U'_1C} = \frac{F_c}{F_b}.$$

Les droites qui partagent les arêtes opposées d'un tétraèdre chacune en deux segments additifs proportionnels aux faces adjacentes à ses deux extrémités se coupent toutes les trois en un même point centre de la sphère inscrite au tétraèdre.

Transformons continûment ce théorème.

Pour abréger le langage il nous faut de nouvelles notations ; j'appelle :

U, V, W les points où les plans bissecteurs de $\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}$ coupent AD, BD, CD ;

U', V', W' les points où les plans bissecteurs de $\widehat{a'}$, $\widehat{b'}$, $\widehat{c'}$ coupent BC, CA, AB ;

U_1, V_1, W_1 les points où les plans bissecteurs des suppléments de $\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}$ coupent AD, BD, CD ;

U'_1, V'_1, W'_1 les points où les plans bissecteurs des suppléments de $\widehat{a'}, \widehat{b'}, \widehat{c'}$ coupent BC, CA, AB.

Le théorème précédent peut alors s'énoncer ainsi :

1. *Les trois droites* UU', VV', WW' *se coupent en* o, *centre de la sphère inscrite.*

Transformant continûment en D, puis en A, en B, en C, on aura :

2. *Les trois droites* U_1U', V_1V', W_1W' *se coupent* en o_d.
3. *Les trois droites* U_1U', VV'_1, WW'_1 *se coupent en* o_a.
4. *Les trois droites* UU'_1, V_1V', WW'_1 *se coupent en* o_b.
5. *Les trois droites* UU'_1, VV'_1, W_1W' *se coupent en* o_c.

Si nous transformons en A *le théorème 4,* on a :

6. *Les trois droites* $U_1U'_1$, $V_1V'_1$, WW' *se coupent en* o'_c;

on aurait de même :

7. *Les trois droites* UU', $V_1V'_1$, W_1W_1 *se coupent en* o'_a.

8. *Les trois droites* $U_1U'_1$, VV', $W_1W'_1$ *se coupent en* o_b.

M. *Ernest Genty* (*N. A.*, 1880, p. 527) a donné comme question 1352 (résolue et légèrement rectifiée, *N. A.*, 1881, p. 342, par M. *Faure*) deux jolis théorèmes : Aux notations que nous avons déjà adoptées, ajoutons encore que a_1, b_1, c_1, d_1 sont les points d'intersection de Ao, Bo, Co, Do avec les faces opposées, a_2, b_2, c_2, d_2 les points de contact de la sphère inscrite avec les faces F_a, F_b, F_c, F_d du tétraèdre. Si V_1 et V_2 sont les volumes des tétraèdres $a_1b_1c_1d_1$, $a_2b_2c_2d_2$, on a pour exprimer les théorèmes de M. *Genty*, les deux formules :

$$V_1 = \frac{3VF_aF_bF_cF_d}{(S-F_a)(S-F_b)(S-F_c)(S-F_d)}$$

$$V_2 = \frac{9r^2V^3}{4F_aF_bF_cF_d}$$

La *transformation continue en* D, appliquée à ces deux formules, donne (sans qu'il y ait besoin de s'arrêter ici à définir V_{1d}, V_{2d}, etc.) :

$$V_{1d} = \frac{3VF_aF_bF_cF_d}{(F_a+F_b+F_c)(F_b+F_c-F_d)(F_c+F_a-F_d)(F_a+F_b-F_d)}$$

$$V_{2d} = \frac{9r_d^2V^3}{4F_aF_bF_cF_d}$$

et des formules analogues pour V_{1a}, V_{2a}, etc.

Dans le tétraèdre équifacial (voir Congrès de Nantes, 1875), V_1 et V_2 ont respectivement pour valeurs :

$$\frac{1}{27}V, \quad \frac{81}{64}\frac{V^5}{F^6}$$

V_{1d} et V_{2d} ont respectivement pour valeurs : V, $\frac{81 \cdot V^5}{16 \cdot F^6}$.

Nous pouvons trouver aussi *par transformation continue* les formules analogues correspondantes aux sphères inscrites dans les combles ; soient par exemple, pour la sphère inscrite dans le comble BC ou dans le comble AD, $V_{1a'}$, $V_{2a'}$, les volumes correspondant à V_1, V_2.

Prenons les formules suivantes :

$$V_{1a} = \frac{3V \cdot F_a F_b F_c F_d}{(F_b + F_c + F_d)(F_b + F_c - F_a)(F_b + F_d - F_a)(F_c + F_d - F_a)}$$

$$V_{2a} = \frac{9 r_a^2 V^3}{4 F_a F_b F_c F_d}.$$

Si nous les *transformons continûment en* D, nous aurons :

$$V_{1a'} = \frac{3V \cdot F_a F_b F_c F_d}{(F_b + F_c - F_d)(F_b + F_c - F_a)(F_a + F_d - F_b)(F_a + F_d - F_c)}$$

$$V_{2a'} = \frac{4 r_a'^2 V^3}{4 F_a F_b F_c F_d};$$

on trouverait les valeurs analogues pour :

$$V_{1b'}, V_{2b'}; V_{1c'}, V_{2c'}.$$

On peut se demander comment il se fait que $V_{1a'}$ donné par cette formule ait *toujours* une valeur effective puisqu'il peut arriver qu'il n'y ait pas de sphère dans les combles BC, AD.

La chose est facile à expliquer, car si la sphère n'existe pas, c'est que $r_{a'}$ est infini, mais comme d'ailleurs o'_a est toujours sur la droite UU', il est alors à l'infini sur cette droite et les droites Ao'_a, Bo'_a, Co'_a, Do'_a existent, puisqu'on connaît leur direction et un de leurs points, elles donnent $V_{1a'}$.

Quant à $V_{2a'}$ il est évidemment infini et la formule qui exprime $V_{2a'}$ le montre, puisqu'elle contient r'_a au numérateur.

Pour le cas du tétraèdre équifacial, on a :

$$V_{1a'} = 3V.$$

Il n'aurait peut-être pas été simple de démontrer, par une autre voie, ces théorèmes, déduits de la formule de M. *Genty*, et du reste leur énoncé ne serait pas venu à l'esprit.

Nous avons déduit de la *Transformation continue* appliquée au triangle, une transformation analytique correspondante nouvelle ; une pareille transformation analytique peut se faire pour le tétraèdre et nous allons indiquer en quoi elle consiste dans le cas des coordonnées normales tétraédriques. Si x, y, z, t sont les coordonnées normales absolues d'un point M, on a :

$$3V = xF_a + yF_b + zF_c + tF_d.$$

Supposons que f, φ, ψ, θ soient les fonctions des éléments du tétraèdre qui donnent x, y, z, t et appelons f_d, φ_d, ψ_d, θ_d ce que deviennent f, φ, ψ, θ quand on opère la *transformation continue* en D.

Appliquons maintenant la *transformation continue en* D à l'équation précédente, il viendra :

$$-3V = -f_d F_a - \varphi_d F_b - \psi_d F_c + \theta_d F_d$$

ou :

$$3V = f_d F_a + \varphi_d F_b + \psi_d F_c - \theta_d F_d$$

D'où l'on conclut qu'il y a un point M_d dont les coordonnées normales tétraédriques sont :

$$f_d, \quad \varphi_d, \quad \psi_d, \quad -\theta_d,$$

M_d sera le *transformé continu en* D du point M.

Il y aura de même les *transformés continus* M_a, M_b, M_c de M en A, en B, en C.

J'appelle M_a, M_b, M_c, M_d transformés continus de M de PREMIÈRE ESPÈCE.

Je peux conclure de ce qui précède que si une propriété géométrique est exprimée en coordonnées tétraédriques normales par l'équation :

$$\Phi(x, y, z, t, P, Q, R, \ldots) = 0,$$

et que je désigne par P_d, Q_d, R_d ... ce que deviennent P, Q, R,... *par transformation continue en* D, l'équation $\Phi(x, y, z, -t, P_d, Q_d, R_d, \ldots) = 0$ représentera cette propriété transformée en D ; et, si l'on a un calcul représenté par un ensemble d'équations pour obtenir un certain résultat, il suffira d'opérer la *transformation continue en* D sur chacune de ces équations, de la façon que nous venons de définir à propos de l'équation $\Phi = 0$, pour avoir la série des calculs qui amèneraient à ce résultat transformé en D, si on voulait y arriver directement sans effectuer la *transformation continue en* D. Cette remarque s'applique évidemment aussi à une série de raisonnements puisque les calculs ne sont au fond qu'une autre manière de présenter les raisonnements.

J'ai appelé M_a, M_d, M_c, M_d *transformés* de première espèce du point M, ils correspondent aux trois transformés continus que nous avons trouvés pour un point dans le triangle; mais il y en a d'autres dans la *transformation continue* effectuée sur le tétraèdre. En effet, reprenons l'équation :

$$3V = f_d F_a + \varphi_d F_b + \psi_d F_c - \theta_d F_d \qquad (13)$$

et opérons sur elle la *transformation continue en* A, nous aurons :

$$-3V = f_{da} F_a - \varphi_{da} F_b - \psi_{da} F_c + \theta_{da} F_d.$$

Ce qui nous montre qu'il y a un point dont les coordonnées absolues sont :

$$-f_{da}, \varphi_{da}, \psi_{da}, -\theta_{da};$$

les *transformations en* B *et en* C de l'équation (13) donneront de même les points :

$$f_{db}, -\varphi_{db}, \quad \psi_{db}, -\theta_{db}$$
$$f_{dc}, \quad \varphi_{dc}, -\psi_{dc}, -\theta_{dc}$$

La *transformation en* D redonnerait le point M.

On a donc ainsi trois nouveaux points.

Si l'on *transformait* en D, B, C l'équation :

$$3\,V = -f_a F_a + \varphi_a F_b + \cdots$$

on aurait encore trois points, etc.

En tout douze points, mais qui ne sont pas tous différents et n'en donnent finalement que trois ; nous les appellerons *transformés continus* de M de SECONDE ESPÈCE. Sans insister davantage pour le moment sur le sujet de la *transformation continue* appliquée au tétraèdre, nous conclurons que, étant donné un point M déterminé par ses coordonnées tétraédriques ou par d'autres coordonnés, mais *en tous cas* en fonctions des éléments du tétraèdre, il *peut* y avoir à étudier sept autres points (quatre de première espèce, trois de seconde espèce) qui en dérivent par *transformation continue*.

Ainsi le point o dont les coordonnées normales sont r, r, r, r se transforme dans les points : o_a, o_b, o_c, o_d de la première espèce et o_a, o'_b, o'_c de la seconde espèce, etc.

La *transformation continue* ayant été établie pour le triangle et ayant donné de nombreux résultats intéressants, il était naturel d'essayer de l'étendre au tétraèdre et nous venons de le faire ; mais, s'il était important au point de vue de la doctrine de s'appliquer à cette extension, la moisson qu'elle peut donner *jusqu'ici* n'est pas comparable à celle qu'a fourni la *transformation continue* appliquée au triangle ; cela tient principalement à ce que la Géométrie particulière du tétraèdre général, fort difficile et fort compliquée du reste, est encore bien moins avancée que ne l'était celle du triangle il y a quelques années ; ainsi, pour trouver des applications, j'ai compulsé avec l'aide de mon ami *Brocard* les collections complètes des *Nouvelles Annales de Mathématiques*, de la *Nouvelle Correspondance mathématique*, des journaux de mathématiques élémentaires et de mathématiques spéciales de M. de *Longchamps*, de *Mathesis*, etc., feuilleté quelques ouvrages didactiques, quelques mémoires, les notes de la Géométrie de *Legendre*, celles de la Géométrie de *Rouché* et de *Comberousse*, le mémoire si intéressant et si varié de M. *Neuberg* sur le tétraèdre (extrait du t. XXXVII

des *Mémoires couronnés* et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique, 1884), etc., c'est-à-dire plus de cent mémoires ou questions qui ont pour sujet le tétraèdre et nous avons trouvé, en somme, très peu de choses se rapportant à mon étude ; ou bien les travaux concernaient des questions qui ne touchaient aucun *élément déterminable comme fonction des arêtes* du tétraèdre, ou bien la *transformation continue* reproduisait simplement la formule primitive, ou bien les travaux se rapportaient à des tétraèdres spéciaux : tétraèdres de *Mobius*, tétraèdre équifacial, etc., auxquels ne s'applique pas la transformation continue, puisque ce ne sont pas des tétraèdres généraux.

Je citerai comme m'ayant particulièrement servi les deux très remarquables articlesde M. *Catalan* dans les *Nouvelles Annales*, 1847, p. 253 et suiv. ; 1850, p. 352 et suiv. Il y a quelques-uns des résultats du présent travail qui sont différents, peut-être seulement de forme, de certaines formules données dans ces articles ; mais cela tient, je crois, à ce que M. *Catalan* (1847, p. 254) prend, pour fixer les idées, $F_a > F_b > F_c > F$ et si l'on est sûr alors que o'_c et o'_b sont dans les combles AB et AC, on ne sait point si o'_a se trouve dans le comble BC ou dans le comble AD, tandis que notre convention que r'_a, r'_b, r'_c sont positifs si o'_a, o'_b, o'_c sont dans les combles BC, CA, AB et négatifs dans le cas contraire, nous permet d'avoir des formules générales.

Signalons encore que la deuxième formule indiquée (*N. A.*, 1847, p. 260) comme trouvée par M. *Aubert*, de Christiania, qui l'aurait publiée dans le journal de Crelle (t. V, p. 163, 1830), formule que voici :

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'_a} - \frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_d} + \frac{1}{r'_c} + \frac{1}{r'_b} \pm \frac{1}{r'_a} = 0, \quad \text{est inexacte.}$$

J'ai rencontré, depuis que ce mémoire a été lu au Congrès, mon camarade M. *E. Genty*, l'auteur de la question 1352 des *N. A.*, citée plus haut ; nous avons parlé de mon travail et il m'a déclaré, à ma grande surprise, que, s'il était exact, en effet, que la Géométrie du tétraèdre général fût entièrement à faire, il était cependant facile de l'édifier avec les méthodes de la *Géométrie vectorielle ;* il m'a engagé, pour me prouver l'exactitude de son dire, à lui proposer sur ce sujet telles questions, à mon choix, qui pourraient servir à mon étude et que je jugerais inabordables par les procédés ordinaires. J'ai accepté l'offre et les résultats que M. *Genty* m'a donnés comme réponses, et très rapidement, eussent formé ici un chapitre inédit et fort intéressant d'applications de la *transformation continue* ; la place, et surtout le temps, me faisant défaut pour terminer ainsi mon travail, je trouve le sujet assez important et assez inattendu pour me réserver d'en faire l'objet d'un prochain mémoire.

M. HATON DE LA GOUPILLIÈRE

Membre de l'Institut, à Paris.

SUR LE MINIMUM DU POTENTIEL DE L'ARC [R5aα]

— Séance du 4 août 1893 —

I. — Dans le savant *Traité du Calcul des variations* de Lindelœf et Moigno (1861, p. 253) se trouve envisagé le problème suivant :

« Trouver la courbe qui a le plus grand ou le plus petit moment d'inertie par rapport à un point donné. » Les auteurs, après avoir dégagé l'équation différentielle de cette ligne sans l'intégrer, concluent « qu'il paraît difficile d'en tirer quelque résultat simple ».

Déjà, cependant, Euler avait abordé dans les termes suivants (*Methodus inveniendi*, etc., 1744, p. 53) une question plus étendue : « *Invenire curvam in quâ sit*

$$\int (xx + yy)^n \sqrt{1 + pp}\, dx.$$

maximum vel minimum. » Il suffirait d'exécuter *exactement* les calculs d'Euler pour obtenir la solution générale, qui comprendrait, pour l'hypothèse $n = 1$, celle du problème précédent. Mais, par une singulière inadvertance, l'illustre précurseur de Lagrange pour cet ordre de recherches a écrit, dans une partie des termes, $2n$ au lieu de $2n + 1$, ce qui fausse complètement le résultat de son analyse, et conduit à une courbe étrangère à la question. On ne saurait mettre cette inexactitude sur le compte de l'imprimeur, car elle se trouve répétée jusqu'à sept fois dans la suite des calculs. Il arrive même qu'Euler ayant commencé par traiter un cas particulier qui lui fournit à juste titre une hyperbole, celle-ci ne se trouve plus comprise dans la formule finale, qui a été faussée dans l'intervalle.

Exactement un siècle plus tard, en 1844, Ossian Bonnet a inséré dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées* (première série, t. IX, p. 97) un intéressant article intitulé : *Propriétés géométriques et mécaniques de quelques courbes remarquables*. Il le termine en ces termes : « Je conclurai en rappelant une propriété de minimum dont jouissent ces lignes et qui a été indiquée par Euler dans le *Methodus inveniendi*, p. 53. » La solution, parfaitement exacte, ne renferme aucune allusion à la circons-

tance précédente; soit que l'auteur l'ait jugée sans importance (et elle n'en saurait avoir en effet qu'à un point de vue de curiosité, une erreur d'Euler à relever n'étant pas chose commune), soit peut-être que Bonnet, discernant à travers l'analyse d'Euler compliquée d'imaginaires que la vraie route se trouve dans l'emploi des coordonnées polaires, ait de suite exécuté son propre calcul, en se bornant à en reconnaître superficiellement le résultat dans celui d'Euler, où on le lirait en effet très clairement après y avoir rectifié le lapsus qu'il renferme.

Le calcul d'O. Bonnet le conduit à l'équation :

$$r^{2n+1}\cos(2n+1)\theta = 1. \tag{1}$$

les lignes qu'elle représente sont (conformément au titre de son mémoire) fort remarquables par leurs nombreuses et élégantes propriétés. Ces courbes se sont, à diverses époques, présentées à certains géomètres, parmi lesquels je citerai Allégret, Barbier, Fagnano, Frenet, Lamé, Lhopital, Luces, Mac-Laurin, Nicolaïdès, Riccati, William Roberts, Sacchi, Salmon, Serret, Vieille, etc. Je les ai moi-même rencontrées plusieurs fois, et j'ai donné (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. XV, p. 97) un résumé assez étendu de leur théorie réduit aux énoncés et à l'indication des sources correspondantes.

Dans toutes les recherches que je viens de rappeler, il n'est question que du maximum ou du minimum *absolus*. Il m'a semblé intéressant de reprendre ici la question pour le maximum ou le minimum *relatifs du potentiel de l'arc parmi les courbes qui admettent une même valeur pour le potentiel de l'aire*. Nous laisserons d'ailleurs, pour plus de généralité, complètement quelconques et indépendantes l'une de l'autre les lois d'attraction relatives à ces deux potentiels.

II. — Si l'on imagine, en ce qui concerne l'arc, que l'attraction procède d'après la puissance $m-2$ de la distance, son potentiel aura pour expression :

$$\int r^{m-1}\sqrt{r^2+r'^2}\,d\theta; \tag{2}$$

en admettant, d'autre part, pour l'aire une loi d'attraction proportionnelle à la puissance $n-3$ de la distance, son potentiel sera, sauf un facteur constant :

$$\int r^n d\theta. \tag{3}$$

Nous devons, d'après cela, conformément aux règles du calcul des variations, envisager l'intégrale :

$$\int \mathrm{V}\,d\theta,$$

dans laquelle V désigne la fonction :

$$V = r^{m-1}\sqrt{r^2 + r'^2} - a^{m-n}r^n, \tag{4}$$

et a^{m-n} une constante arbitraire.

Comme cette expression ne renferme pas explicitement la variable indépendante θ, nous pouvons éviter de passer par l'équation différentielle du second ordre et poser directement :

$$V - r'\frac{dV}{dr'} = 0;$$

la constante d'intégration qui devrait former le second membre est prise ici égale à zéro, car il nous est loisible de nous donner *a priori* les valeurs des deux rayons extrêmes du secteur envisagé, ce qui revient à astreindre l'arc inconnu à avoir ses extrémités sur deux cercles concentriques à l'origine.

Il vient en développant :

$$r^{m-1}\sqrt{r^2 + r'^2} - a^{m-n}r^n - \frac{r^{m-1}r'^2}{\sqrt{r^2 + r'^2}} = 0,$$

c'est-à-dire :

$$r^{m+1} - a^{m-n}r^n\sqrt{r^2 + r'^2} = 0,$$

$$r^2 + r'^2 = \frac{r^{2(m-n+1)}}{a^{2(m-n)}}, \tag{5}$$

d'où, en rendant à r' sa signification $\frac{dr}{d\theta}$:

$$d\theta = \frac{dr}{r\sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^{2(m-n)} - 1}}.$$

Effectuons maintenant ce changement de variables :

$$\left(\frac{r}{a}\right)^{m-n} = x, \quad (m-n)\frac{dr}{r} = \frac{dx}{x}.$$

l'équation différentielle deviendra :

$$(m - n)d\theta = \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}},$$

d'où, en intégrant avec une constante arbitraire $(m - n)b$:

$$(6) \qquad (m - n)(\theta + b) = \text{arc tang}\sqrt{x^2 - 1}.$$

On conclut de là, en supprimant pour simplifier la constante b, qui n'a d'autre influence que de déplacer l'axe polaire :

$$x^2 = 1 + \text{tang}^2\,(m - n)\,\theta = \frac{1}{\cos^2\,(m - n)\theta},$$

et par suite finalement :

$$(7) \qquad r^{m-n}\cos\,(m - n)\,\theta = a^{m-n};$$

nous retrouvons ainsi, pour le point de vue relatif, la même classe de courbes (1) que pour le minimum absolu (*).

III. — Il nous reste à effectuer la distinction du maximum et du minimum, en nous assurant tout d'abord que l'on a bien effectivement l'un des deux, et non pas une solution étrangère, ne correspondant ni à l'un ni à l'autre.

A cet égard, le théorème de Jacobi exige en premier lieu que le rapport des dérivées de la fonction inconnne r par rapport à chacune des deux constantes d'intégration ne passe pas deux fois par la même valeur pour l'amplitude effective de la variable indépendante.

Or, l'équation (6) nous donne :

$$r = a\cos^{\frac{1}{m-n}}(m - n)(\theta + b),$$

et par suite :

$$\frac{dr}{da} = \cos^{\frac{1}{m-n}}(m - n)(\theta + b),$$

$$\frac{dr}{db} = a\cos^{\frac{1}{m-n}-1}(m - n)(\theta + b).\sin\,(m - n)(\theta + b).$$

(*) On remarquera avec soin que la série des potentiels de l'arc ne doit pas comprendre l'hypothèse $m = 1$, qui assignerait à ce dernier la forme logarithmique. Le problème auquel correspond pour cette valeur l'analyse précédente prend alors une autre signification. L'intégrale (2) représente dans ce cas l'arc lui-même. Dès lors l'équation :

$$r^{n-1} = a^{n-1}\cos\,(n-1)\,\theta$$

représente, parmi les courbes isopérimètres, celle qui conduit au maximum du potentiel de l'aire (pour une loi d'attraction procédant suivant la puissance $n - 3$ de la distance).

Dans ce résultat, il faut de même excepter de la série des potentiels de l'aire la valeur $n = 2$, qui donnerait à cette fonction la forme logarithmique. L'intégrale (3) représente alors, sauf une constante, l'aire elle-même. Nous obtenons donc dans l'équation :

$$r = a\cos\theta,$$

la solution du problème des isopérimètres pour la courbe d'aire maximum. Elle représente, en effet, comme on devait s'y attendre, un cercle.

il en résulte :

$$\frac{\frac{dr}{db}}{\frac{dr}{da}} = a \operatorname{tang}(m-n)(\theta + b),$$

mais la tangente repasse par la même valeur après un intervalle angulaire égal à π, c'est-à-dire, dans le cas actuel, lorsque θ aura varié de $\frac{\pi}{m-n}$. C'est là précisément l'amplitude qui constitue la boucle ou la périodicité de la courbe de module $m-n$. Telle est donc la limite au-dessous de laquelle nous devons nous tenir pour avoir réellement un maximum ou un minimum.

La distinction repose alors sur le signe de la dérivée $\frac{d^2V}{dr'^2}$, laquelle a ici pour valeur (4) :

$$\frac{d^2V}{dr'^2} = \frac{r^{m+1}}{(r^2 + r'^2)^{\frac{3}{2}}};$$

or, le radical est pris positivement dans le calcul précédent, car il y représente la valeur absolue de l'arc élémentaire qui figure dans V. La solution (7) correspond donc à un minimum.

IV. — Il est facile d'obtenir les valeurs effectives que prennent, pour la boucle complète des courbes (7), les potentiels (2) et (3).

Je considère en premier lieu le potentiel de l'arc, en supposant que l'attraction procède suivant une puissance quelconque $p-2$ de la distance, et généralisant en outre la question par l'hypothèse d'une densité variable d'après une puissance arbitraire q de la distance (*).

Nous poserons d'après cela pour la demi-boucle :

$$P = \int r^{p-1} r^q ds$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2(m-n)}} r^{p+q-1} \sqrt{r^2 + r'^2}\, d\theta.$$

(*) Cette hypothèse nous permettra d'embrasser dans un seul calcul des problèmes très divers, en raison des propriétés que présentent les spirales sinusoïdes (HATON DE LA GOUPILLIÈRE, *loco citato*). Je citerai, par exemple, les suivants :

$q = -m-1$, densité proportionnelle à la courbure.
$q = -m+1$, densité proportionnelle à la projection du rayon vecteur sur la normale.
$q = m+1$, densité proportionnelle à la normale.
$q = m-1$, densité proportionnelle à la vitesse avec laquelle la courbe est parcourue suivant la loi des aires.
$q = m-3$, densité proportionnelle à la force centripète de ce mouvement.
$q = 2m-3$, densité proportionnelle à la force centrale.
$q = 0$, courbe homogène.

Mais nous avons trouvé (5) :

$$\sqrt{r^2 + r'^2} = \frac{r^{m-n+1}}{a^{m-n}}.$$

Il vient donc :

$$(8) \qquad P = \frac{1}{a^{m-n}} \int_0^{\frac{\pi}{2(m-n)}} r^{m-n+p+q}\, d\theta$$

$$= a^{p+q} \int_0^{\frac{\pi}{2(m-n)}} \cos^{-\frac{m-n+p+q}{m-n}} (m-n)\,\theta d\theta,$$

ou, en changeant de variable :

$$P = \frac{a^{p+q}}{m-n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{-\frac{m-n+p+q}{m-n}} \varphi d\varphi.$$

Or on a, quel que soit k, avec la notation des transcendantes eulériennes :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^k \varphi d\varphi = \frac{\sqrt{\pi}}{k} \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)};$$

il vient par suite (*) :

$$P = \frac{a^{p+q}\sqrt{\pi}}{n-m-p-q} \cdot \frac{\Gamma\left[\frac{p+q}{2(n-m)}\right]}{\Gamma\left[\frac{m-n+p+q}{2(n-m)}\right]}.$$

On obtiendra, par exemple, le potentiel newtonien en faisant $p = 0$; le potentiel minimum, dont la recherche a été le point de départ de cette étude, pour les hypothèses $p = m$, $q = 0$; la masse totale pour $p = 1$; la rectification de la courbe homogène en faisant en outre $q = 0$ (**) ; le moment d'inertie pour $p = 3$.

(*) Nous faisons, bien entendu, toute réserve des combinaisons particulières de valeurs des indéterminées qui seraient de nature à mettre en défaut les formules générales du calcul intégral. Il est bien inutile de nous arrêter ici à une telle discussion.

(**) On obtient par là une vérification, en retrouvant ainsi le résultat donné autrefois par Serret (*Journal de Mathématiques pures et appliquées,* première série, t. VII, p. 115).

V. — On peut exprimer de même le potentiel de l'aire. En admettant que l'attraction procède suivant la puissance $n - 3$ de la distance, il aura pour valeur :

$$P' = \int_0^r \int_0^{\frac{\pi}{2(m-n)}} r\,d\theta dr \,.\, r^{n-2}$$

$$= \frac{1}{n} \int_0^{\frac{\pi}{2(m-n)}} r^n d\theta,$$

formule qui rentre dans le type précédent (8). On obtiendra, par exemple, le potentiel newtonien pour $n = 1$, l'aire de la courbe pour $n = 2$, et son moment d'inertie en faisant $n = 4$.

Nous pourrions étendre encore ces recherches et évaluer le potentiel P″ de la surface de révolution engendrée par la courbe (7), en la composant même, pour plus de généralité, de zones de densités proportionnelles à r^q; ainsi que le potentiel P‴ du volume de ce corps de révolution. Les intégrales auxquelles on se trouve ainsi conduit se ramènent aux fonctions eulériennes.

Les potentiels P″ et P‴ comprennent comme cas particuliers la superficie elle-même et le volume du corps de révolution. En appliquant à ces expressions les théorèmes de Guldin, on déterminera les centres de gravité du périmètre et de l'aire des spirales sinusoïdes génératrices.

La théorie des intégrales eulériennes présente, comme on le sait, un certain nombre de formules dans lesquelles le produit de deux ou de plusieurs fonctions Γ prend une valeur explicite tout à fait indépendante de ce signe de transcendance. Il sera facile de disposer des indéterminées m, n, p, q qui figurent dans les potentiels P, P′, P″, P‴, de manière à en adapter les facteurs à ces relations. On obtiendra ainsi autant de théorèmes, dont quelques-uns pourraient n'être pas sans intérêt.

Ces divers calculs sont sans difficulté; mais ils excéderaient les bornes dans lesquelles j'ai tenu à renfermer les dimensions de cette note.

M. COCCOZ

Commandant d'artillerie en retraite, à Paris.

DES VARIATIONS QU'ON PEUT APPORTER AUX CARRÉS DE HUIT MAGIQUES AUX DEUX PREMIERS DEGRÉS [Q4bα]

— *Séance du 4 août 1893* —

Dans le mémoire traitant la question nouvelle des carrés magiques aux deux premiers degrés, qui a été inséré dans le compte rendu de la 21e session (année 1892), afin de ne pas dépasser les limites ordinaires des communications de ce genre, nous avons dû nous borner à énoncer, sans aucun développement, que les carrés construits par les procédés dont nous venions de faire un exposé sommaire sont susceptibles de recevoir de nombreuses variations. Nous nous proposons de combler en partie cette lacune en ce qui concerne le carré de huit de base, et de présenter quelques exemples de ces variations qui ont pour effet de comprendre, dans les horizontales ou les verticales d'un carré, des associations de nombres qui semblaient devoir être spécialement réservées à garnir les diagonales.

On sait que les lignes qui présentent la double égalité conservent cette propriété quand on ajoute à chacun de leurs éléments ou qu'on en retranche une même quantité. Pour ce motif, nous continuerons à ne considérer que les 64 premiers nombres consécutifs et quand nous nous servirons de l'expression *complémentaire* au sujet de deux nombres a et b, sans autre explication, il s'agira de ceux dont la somme $a + b = 65$ (*).

(*) M. Pfeffermann a communiqué à certains journaux, notamment aux *Tablettes du Chercheur*, plusieurs carrés ne commençant point par l'unité et d'autres faits avec des nombres formant une suite interrompue d'une manière régulière et uniforme.

Le carré figure 1 est obtenu par la réunion de deux générateurs; les plus faibles couples employés dans les horizontales sont 13 et 21 (4e groupement), et dans les verticales, ces faibles couples sont 16 et 18 (2e groupement).

Chaque diagonale comprend deux fois (33 + 97).

Une seconde paire de diagonales est dans les mêmes conditions : 3, 30 ; 7, 26 ; 41, 56 ; 45, 52 et 9, 24 ; 13, 20 ; 35, 62 ; 39, 58.

Avant de transformer ce carré, nous allons indiquer rapidement par quel procédé on prépare et l'on rend moins laborieuse la recherche des huit nombres qui peuvent être mis en diagonale. Il est évident qu'ils

FIG. 1.

	A	*a*	B	*b*	C	*c*	D	*d*	
13	38	47	**3**	10	29	**24**	60	49	A′
13	32	21	57	**52**	**39**	46	2	11	B′
21	**7**	14	34	43	64	53	25	**20**	C′
13	61	**56**	28	17	6	15	**35**	42	D′
13	51	**58**	22	31	12	1	**45**	40	*c′*
13	**9**	4	48	37	50	59	23	**30**	*d′*
21	18	27	55	**62**	**41**	36	16	5	*a′*
21	44	33	**13**	8	19	**26**	54	63	*b′*
	16	18	16	18	18	16	18	16	

seront répartis dans le carré de manière qu'il ne s'en trouvera qu'un seul dans chaque ligne (horizontale ou verticale). La première opération à effectuer est d'essayer de placer dans ces conditions les nombres accouplés de manière à remplir toutes les cellules. Cela se fait par des déplacements de lignes dans les deux sens, comme nous allons l'expliquer.

DIAGONALES FORMÉES DE 4 COUPLES. — 65

D'après le mode de construction d'un carré, l'une quelconque de ses lignes normales est toujours formée de termes complémentaires de ceux d'une autre ligne qui lui est parallèle ; telles sont celles désignées par deux lettres semblables, l'une majuscule et l'autre minuscule, inscrites en dehors du cadre. On comprend dès lors qu'en mettant l'horizontale *a′* au-

dessous de A′ ces deux lignes formeront une bande où il y aura quatre petits carrés élémentaires dont les diagonales seront égales à 65.

A	*a*	B	*b*	C	*c*	D	*d*	
38	47	3	10	29	24	60	49	A′
18	27	55	62	41	36	16	5	*a*′

Résultat semblable en amenant la ligne *b*′ immédiatement au-dessous de son analogue B′, et ainsi des autres désignées par des mêmes lettres, ce qui permettra d'avoir, dans un carré de 64 cellules, quatre bandes dont l'ensemble présentera seize petits carrés et trente-deux fois le couple 65.

Pour trouver une bonne diagonale par 65, si le carré en comporte, il ne s'agira plus que de chercher si dans quatre des carrés élémentaires disposés convenablement, les couples sont susceptibles de fournir la seconde égalité et, en cas de réussite, à en trouver une seconde dans de semblables conditions qui puisse se conjuguer avec la première.

La recherche des diagonales est certainement la partie la plus ardue de la construction des carrés à deux degrés ; on peut heureusement abréger beaucoup le temps nécessaire à cette recherche, et supprimer tout calcul, en établissant une fois pour toutes la liste des combinaisons de quatre couples uniformément composés dont les carrés donnent la constante au second degré.

DIAGONALES PAR COUPLES RÉPÉTÉS AUTRES QUE 65

Le carré figure 1 est un de ceux que l'on peut arranger en seize carrés élémentaires des six manières (autres que la précédente) qui permettent de former seize fois le nombre 130 avec des couples de valeurs différentes, c'est-à-dire par $64 + 66$; $63 + 67$; $61 + 69$; $57 + 73$; $49 + 81$ et $33 + 97$. Ainsi le nombre qui ajouté à 38 donne 66 est 28 inscrit sur l'horizontale D′ ; les deux nombres du quadrangle dont 38 et 28 font partie sont 3 et 61 dont la somme est 64. Faisant arriver 28 à occuper la place de 21, et à l'aide d'autres déplacements de lignes, on aura une première bande de quatre carrés dans chacun desquels 130 est décomposé en 66 et 64 situés en diagonales.

A	B	*b*	*a*	D	C	*c*	*d*	
38	3	10	47	60	29	24	49	A′
61	28	7	56	35	6	15	42	D′

En continuant, on formerait trois autres bandes ; l'ensemble comprendrait comme précédemment seize petits carrés ; seulement, dans cet exemple, on aurait dans une bande quatre diagonales inversées, c'est-à-dire par 64 et 66 au lieu d'être comme les douze autres par 66 et 64. Ce qui peut être un présage de non-réussite.

Le nombre qui ajouté à 38 donne 63 est 25, ligne C′. En quadrangle, on a 60 + 7. Il faut, dans ce cas, faire arriver 25 en place de 21 par un double déplacement des lignes C′ et D. Voici la composition d'une première bande dont les couples en diagonales sont 63 et 67 :

A	D	*b*	*c*	C	B	*d*	*a*	
38	60	10	24	29	3	49	47	A′
7	25	43	53	64	34	20	14	C′

Le procédé étant toujours le même, nous donnons seulement les premières bandes que fournit le carré quand on veut chercher les diagonales qui peuvent lui convenir et dont la composition a lieu par la répétition des couples 61 et 69 ; 57 et 73 ; 49 et 81 ; 33 et 97.

A	*b*	*a*	B	*c*	D	C	*d*	
38	10	47	3	24	60	29	49	A′
51	31	58	22	1	45	12	40	*c*′

A	C	B	D	*d*	*b*	*c*	*a*	
38	29	3	60	49	10	24	47	A′
44	19	13	54	63	8	26	33	*b*′

A	*d*	B	*c*	*b*	C	*a*	D	
38	49	3	24	10	29	47	60	A′
32	11	57	46	52	39	21	2	B′

A	*c*	*a*	C	*d*	B	D	*b*	
38	24	47	29	49	3	60	10	A′
9	59	4	50	30	48	23	37	*d*′

TRANSFORMATIONS DES CARRÉS A LIGNES NORMALES

Les transformations dont nous avons à nous occuper portent sur un nombre pair de lignes parallèles, deux ou quatre ; prenons dans le carré figure 1 les horizontales complémentaires A′ et *a′*, D′ et *d′*, et apportons à l'arrangement de leurs termes les changements nécessaires pour qu'elles ne soient composées que des couples 65.

Les nouvelles lignes seront, par exemple (*) :

38	27	55	10	41	24	60	5
18	47	3	62	29	36	16	49
61	4	48	17	50	15	35	30
9	56	28	37	6	59	23	42

Voici le carré *(fig. 1)* dont quatre lignes ont été changées.

FIG. 2.

15	38	**27**	5	60	10	55	**41**	24	65 65
13	32	21	11	**2**	**52**	57	39	46	
21	**44**	33	63	54	8	13	19	**26**	
19	18	47	**49**	16	62	**3**	29	36	65 65
19	61	4	**30**	35	17	**48**	50	15	65 65
21	**7**	14	20	25	43	34	64	**53**	
13	51	58	40	**45**	**31**	22	12	1	
15	9	**56**	42	23	37	28	**6**	59	65 65
	16	18	16	18	18	16	18	16	

(*) Pour effectuer semblable opération, il suffit d'avoir sous les yeux une liste des lignes faites dans les conditions que l'on préfère. Ainsi, avec les trente-deux mêmes nombres, on pourrait se proposer d'avoir quatre lignes par 64 et 66 ou par 33 97. Ces lignes pourraient être :

Dans le premier cas :

3	15	18	30	36	48	49	61
4	16	17	29	35	47	50	62
5	9	24	28	38	42	55	59
6	10	23	27	37	41	56	60

Dans le second cas :

3	4	29	30	47	48	49	50
15	16	17	18	35	36	61	62
5	9	24	28	38	42	55	59
6	10	23	27	37	41	56	60

On comprend qu'il est inutile en pareil cas de chercher à faire des diagonales par 65 65 ; mais, en procédant comme nous l'avons indiqué plus haut, on en découvre qui sont autrement composées et que nous donnons ci-après.

Les quatre lignes nouvelles portent à droite en dehors du cadre, l'indication des couples répétés dans chacune d'elles ; les chiffres inscrits à gauche et à la partie inférieure sont ceux des plus faibles couples. Ces diverses indications rendent facile la comparaison de deux carrés, dont l'un a été obtenu directement par la méthode, et l'autre est le résultat d'une transformation.

Les diagonales sont par 33 et 97 ; il y en a une autre paire dans les mêmes conditions : 2 31 6 27 44 53 48 49 et 3 30 7 26 41 56 45 52. Deux autres paires se décomposent soit en 64 et 66, soit en 63 67 :

$$\left.\begin{matrix} 9 & 12 & 17 & 20 & 46 & 47 & 54 & 55 \\ 10 & 11 & 18 & 19 & 45 & 48 & 53 & 56 \end{matrix}\right\} \text{et} \left\{\begin{matrix} 5 & 8 & 29 & 32 & 34 & 35 & 58 & 59 \\ 6 & 7 & 30 & 31 & 33 & 36 & 57 & 60 \end{matrix}\right.$$

La disposition des seize petits carrés par 61 69, de même que celle par 49 81, ne donne pas de diagonales ; mais celle par 57 73, en donne deux paires :

$$\left.\begin{matrix} 3 & 54 & 4 & 53 & 31 & 42 & 32 & 41 \\ 23 & 34 & 24 & 33 & 11 & 62 & 12 & 61 \end{matrix}\right\} \text{et} \left\{\begin{matrix} 5 & 52 & 6 & 51 & 25 & 48 & 26 & 47 \\ 17 & 40 & 18 & 39 & 13 & 60 & 14 & 59 \end{matrix}\right.$$

En résumé, six paires de diagonales peuvent être adaptées à ce même carré, d'où $6 \times 192 = 1152$ manières de le présenter.

FIG. 3.

15	2	**40**	13	43	32	**19**	58	53	
19	**62**	15	49	4	**18**	29	35	48	64 66
15	27	42	24	**37**	55	60	6	**9**	64 66
19	52	22	**53**	25	46	33	**12**	7	
15	39	1	**44**	14	57	54	**31**	20	
19	16	61	3	**50**	36	47	17	**30**	64 66
15	**41**	28	38	23	**5**	10	56	59	64 66
19	21	**51**	26	64	11	**8**	45	34	
	18	16	16	18	16	18	18	16	

La figure 3 représente un transformé dont les quatre lignes par 64 66,

étaient primitivement faites d'après les données du 5e groupement. Voici cette disposition :

3	6	28	29	41	48	50	55
10	15	17	24	36	37	59	62
4	5	27	30	42	47	49	56
9	16	18	23	35	38	60	61

Les éléments de ces lignes ont été arrangés pour qu'elles ne comprennent que les couples répétés 64 et 66.

La disposition de ces trente-deux nombres par 65 65 serait la même que celle du carré *figure* 2, on en obtiendrait le carré *figure 4* (*).

FIG. 4.

15	2	43	40	**58**	32	19	**13**	53	
15	**24**	38	**41**	55	10	5	27	60	65 65
19	51	**26**	21	11	**45**	34	64	8	
19	15	61	50	48	17	**30**	4	**35**	65 65
15	37	23	28	6	59	**56**	49	**9**	65 65
19	25	**52**	63	33	**7**	12	22	46	
19	**62**	16	**3**	29	36	47	49	18	65 65
15	44	1	14	**20**	54	57	**39**	31	
	17	17	17	17	17	17	17	17	

Il y a deux paires de diagonales que l'on peut considérer comme composées des couples 33 97, ou des couples 61 69.

Voici la seconde :

3	9	24	30	39	45	52	58
7	13	20	26	35	41	56	62

On sait que lorsque la double égalité est obtenue par la répétition de couples égaux, il y en a une troisième. En élevant au cube les nombres

(*) D'une manière générale on aurait pour former quatre lignes, outre les combinaisons précédentes :

3	16	17	30	36	47	50	61		5	10	23	28	38	41	56	59		5	6	27	28	41	42	55	56
4	15	18	29	35	48	49	62		6	9	24	27	37	42	55	60		9	10	23	24	37	38	59	60
3	16	18	29	35	48	50	61		5	10	24	27	37	42	56	59		5	10	23	29	36	42	55	60
4	15	17	30	36	47	49	62		6	9	23	28	38	41	55	60		5	10	24	27	38	41	55	60
3	16	18	29	36	47	49	62		4	15	17	30	35	48	50	61		6	9	23	28	37	42	56	59

des 2e, 4e, 5e et 7e horizontales, on trouverait dans chacune d'elles la constante 540.800 (*).

Le carré *figure 5* n'a de particulier que d'être fait avec des générateurs de composition mixte : les horizontales appartiennent à deux modes

FIG. 5.

13	**47**	**60**	3	10	24	29	38	49
21	**5**	**18**	55	62	36	41	16	27
15	19	53	32	**40**	58	2	**43**	13
19	12	46	**25**	33	63	7	52	**22**
15	57	31	44	20	**14**	**54**	1	39
19	34	8	45	21	**11**	**51**	26	64
21	56	35	**6**	15	17	28	61	**42**
13	30	9	50	**59**	37	48	**23**	4
	17	17	9	25	25	9	17	17

FIG. 6.

11	24	40	**47**	31	57	**9**	2	50	49 81
19	53	5	14	**62**	**28**	44	35	19	49 81
17	1	**42**	27	52	22	61	**16**	39	
17	**59**	20	33	10	48	**7**	54	**29**	
17	**36**	11	58	17	55	32	45	**6**	
17	26	**49**	4	43	13	38	**23**	64	
15	46	30	21	**37**	**3**	51	60	12	49 81
23	**15**	63	**56**	8	34	**18**	25	**41**	49 81
	16	16	18	18	16	16	18	18	

de formation, ceux des 3e et 4e groupements et les verticales aux 1er et 5e.

(*) Quand il s'agit de couples égaux $A+a=B+b=C+c=D+d\ldots=m$. Il y a double égalité lorsque l'on constate que $Aa+Bb=Cc+Dd$. Quand cette dernière condition est satisfaite, la troisième égalité existe aussi. L'identité $(A+a)^3+(B+b)^3=(C+c)^3=(D+d)^3$ étant décomposée en deux parties $A^3+a^3+B^3+b^3=C^3+c^3+D^3+d^3$ et $3(A^2a+a^2A)+3(B^2b+b^2B)=3(C^2c+c^2C)+3(D^2d+d^2D)$. Cette dernière simplifiée prend la forme $(A+a)Aa+(B+b)Bb=(C+c)Cc+(D+d)Dd$, qui revient à $mAa+mBb=mCc+mDd$. On aura donc l'égalité des quantités élevées à la 3e puissance quand il s'agira de couples égaux susceptibles de donner les deux premières. C'est le cas des lignes qui sont composées de quatre fois le couple 65.

Les diagonales ne comprenant que des couples 65, présentent au 3e degré la constante 540.800. La seconde paire est:

5 60 11 54 23 42 25 40
6 59 14 51 18 47 22 43

FIG. 7.

19	3	50	36	**17**	**61**	16	30	47	64	66
25	**13**	12	63	58	22	19	40	**33**		
19	38	**23**	24	37	9	60	**59**	10	61	69
9	44	45	**26**	31	51	**54**	1	8		
25	57	64	**11**	14	34	**39**	20	21		
11	55	**6**	5	56	28	41	**42**	27	61	69
9	**32**	25	46	43	7	2	53	**52**		
19	18	35	49	**4**	**48**	29	15	62	64	66
	16	18	16	18	16	18	16	18		

FIG. 8.

18	3	58	**25**	36	15	**54**	21	48	53	73
16	45	24	55	**14**	**33**	28	59	2	53	73
25	22	**12**	34	64	19	13	**39**	57		
9	**31**	1	43	53	26	8	46	**52**		
25	**60**	38	16	18	61	35	9	**23**		
9	49	**17**	5	27	56	42	**4**	30		
16	10	51	20	**41**	**6**	63	32	37	57	73
18	49	29	**62**	7	44	**17**	50	11	57	73
	13	13	21	21	21	21	13	13		

(Fig. 6). Les horizontales marquées 49 81 peuvent être considérées aussi comme faites de couples 33 97 répétés. Parmi ces lignes deux sont tout à fait irrégulières, les plus petits couples entrant dans leur composition étant 11 et 23 qui ne font partie d'aucun des cinq groupements de la méthode. Les diagonales sont par 65.

Nous avons vu que les trente-deux nombres empruntés au 5e groupement de la méthode peuvent être disposés de diverses manières pour fournir quatre lignes à double égalité. Les figures 3 et 4 ont ces lignes composées,

la première des couples 64 et 66, la seconde des couples 65. Voici les quatre lignes faites avec moins d'uniformité : deux sont par 64, 66 ou 33, 97, et deux par 61 69, et en outre les plus faibles couples 19 par 9 et 10 et 11 par 5 et 6 ne font partie d'aucun groupement régulier de la méthode. Deux paires de diagonales sont par 65 65, 3e constante 540.800.

Il y a une seconde paire de diagonales par 64 66 :

4	12	23	31	33	41	54	62
6	14	17	25	39	47	52	60

Le semi-magique *figure 9* est préparé pour la recherche des diagonales, il présente un cas particulier : les deux bandes verticales de gauche ont

FIG. 9.

9	1	28	47	54	42	**8**	**29**	51	
28	38	63	12	17	**59**	21	16	**34**	33 97
25	**57**	**36**	23	14	18	64	37	11	
10	**30**	**7**	52	41	3	45	56	26	33 97
25	15	22	**33**	**60**	40	10	19	61	
8	44	49	**6**	**31**	53	27	2	48	33 97
9	55	46	25	4	**32**	50	43	**5**	
22	20	9	62	39	13	**35**	**58**	24	33 97
	16	18	18	18	16	18	18	16	

les diagonales de leurs petits carrés par 64 et 66, et les deux bandes verticales de droite les ont par 63 et 67.

Il y a deux paires de diagonales qui sont disposées de manière qu'on puisse rendre le carré magique ; elles se décomposent ainsi :

1°	57	7	6	60	29	34	32	35
	31	33	30	36	5	58	8	59
2°	9	55	12	54	18	45	19	48
	17	47	20	46	10	53	11	56

En plaçant les horizontales de manière que les chiffres de la première soient 32 50 25 55 46 4 43 5, et ceux de la verticale de gauche soient 32 13 53 18 3 40 42 59, on rendrait le carré magique avec l'une des paires de diagonales ; des déplacements de lignes qu'il est inutile d'indiquer auraient un résultat analogue avec les nombres de l'autre paire.

REMARQUE AU SUJET DES DIAGONALES

Nous avons dit qu'il est bon, afin d'éviter de recommencer plusieurs fois les mêmes calculs, d'établir la liste des combinaisons qui conviennent pour garnir les diagonales. Cette opération se fait, comme toutes celles que nous avons décrites, sans pour ainsi dire qu'on ait à se préoccuper de la seconde puissance des nombres à grouper. Il y a deux cas à considérer suivant qu'il s'agit de composer 130 avec des impairs comme $65 + 65$, $63 + 67$, $61 + 69$, $57 + 73$, $9 + 81$ et $33 + 97$; ou avec des couples pairs comme $64 + 66$.

Avec les impairs, on emploie les nombres triangulaires. Exemple : il y a trente-deux couples égaux à $65 = 32 + 33 = 31 + 34 = 30 + 35 \ldots 1 + 64$. Au lieu de ces couples, considérons la suite 0 1 3 6 ... 496 des nombres triangulaires, précédée de 0 ; la somme de ces nombres est $S = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{31 \times 32 \times 33}{6} = 5456$ dont le huitième est 682.

A toutes les associations de quatre nombres triangulaires qui forment cette somme 682 correspondent quatre couples donnant la constante 11.180 au second degré.

On opère d'une façon analogue tant qu'il s'agit de couples impairs en observant que : 1° afin de pouvoir former seize carrés élémentaires, il faut que 63 soit par :

1	2	5	6	9	10	13	14	17	18	21	22	25	26	29	30
62	61	58	57	54	53	50	49	46	45	42	41	38	37	34	33

les trente-deux nombres restants servent à former seize fois 67.

2° 61 doit être fait par :

1	2	3	4	9	10	11	12	17	18	19	20	25	26	27	28
60	59	58	57	52	51	50	49	46	44	43	41	36	35	34	33

et 69 avec les trente-deux nombres restants.

3° 57 emploie les nombres consécutifs de 1 à 8 et de 17 à 24 complétés par les suites de 33 à 40 et de 49 à 56 ; il reste pour faire 73 les nombres de 9 à 16 et de 25 à 32 complétés par ceux de 41 à 48 et de 57 à 64.

4° 49 s'obtient par les consécutifs de 1 à 16 complétés par ceux de 33 à 48 et 81 par les consécutifs de 17 à 32 complétés par ceux de 49 à 64.

5° 33 emploie les nombres de 1 à 32 et 97 ceux de 33 à 64.

Dans chacun de ces cas il n'est fait usage que de seize nombres triangu-

laires, la suite naturelle de ces nombres étant interrompue comme l'est celle des nombres ordinaires.

Exemple :	à	30 + 33	et	32 + 35	correspond	1
	à	29 + 34	et	31 + 36	»	3
	à	26 + 37	et	28 + 39	»	15
	à	25 + 38	et	27 + 40	»	21
	.	. . . . .		. . . . .	. . .	. .
	.	. . . . .		. . . . .	. . .	. .
	à	1 + 62	et	3 + 64	correspond	465

On a pour somme des seize triangulaires 2720 dont le quart est 680. A toutes les associations de quatre de ces nombres qui ont pour somme 680 correspondent des couples qui donnent les deux constantes.

Tels sont :	435	auquel	correspondent	2 + 61	et	4 + 63
	153		»	14 + 49	et	16 + 51
	91		»	18 + 45	et	20 + 47
	1		»	30 + 33	et	32 + 35
	680					

Ce qui donne les six combinaisons :

2	61	16	51	18	45	32	35	≡	260	11180
2	61	16	51	20	47	30	33	≡	260	11180
2	61	14	49	20	47	32	35	≡	260	11180
4	63	14	49	20	47	30	33	≡	260	11180
4	63	14	49	18	45	32	35	≡	260	11180
4	63	16	51	18	45	30	33	≡	260	11180

La somme des triangulaires $\frac{2696}{4} = 674$ convient pour les couples 61 et 69

»	»	$\frac{2600}{4} = 650$	»	»	57 et 73
»	»	$\frac{2216}{4} = 554$	»	»	49 et 81
»	»	$\frac{680}{4} = 170$	»	»	33 et 97

DIAGONALES PAR 64 ET 66

Les nombres impairs servent à former 64 et tous les pairs à former 66.

$$31 + 33 = 29 + 35 = 27 + 37 = 25 + 39 = 23 + 41 \ \ldots = 64$$
$$32 + 34 = 30 + 36 = 28 + 38 = 26 + 40 = 24 + 42 \ \ldots = 66$$

On sait que si l'on élève à la seconde puissance les éléments de couples de forme

$$n + (n + 2)\,;\ (n - 1) + (n + 3)\,;\ \ldots\ldots\ (n - (n - 1) + (n + (n + 1),$$

on a pour différences successives 6 10 14 18 22 ..., c'est-à-dire une progression arithmétique dont le premier terme est 6 et la raison 4. Rapportées toutes au premier couple $n^2 + (n + 2)^2$ les différences deviennent 6 16 30 48, etc., etc., que l'on peut remplacer par la suite naturelle des carrés 1 4 9 16 25, etc., etc., interrompue comme l'est celle des nombres composant les couples. La somme des seize carrés mis en œuvre est 5.456, dont le quart est 1.364. Par analogie avec l'emploi des nombres triangulaires, à toutes les associations de quatre carrés ayant pour somme 1.364, correspondent six combinaisons donnant les deux constantes.

Exemple :	961	correspond	à	1	63	et	2	64
	225	»	à	17	47	et	18	48
	169	»	à	19	45	et	20	46
	9	»	à	29	35	et	30	36
	1364							

d'où l'on déduit les six bonnes lignes suivantes :

$1 + 63 + 17 + 47 + 20 + 46 + 30 + 36$	$\equiv$	260 11180
$1 + 63 + 18 + 48 + 19 + 45 + 30 + 36$	$\equiv$	260 11180
$1 + 63 + 18 + 48 + 20 + 46 + 29 + 35$	$\equiv$	260 11180
$2 + 64 + 18 + 48 + 19 + 45 + 29 + 35$	$\equiv$	260 11180
$2 + 64 + 17 + 47 + 20 + 46 + 29 + 35$	$\equiv$	260 11180
$2 + 64 + 17 + 47 + 19 + 45 + 30 + 36$	$\equiv$	260 11180

Dans le mémoire publié en 1892, nous avons fait connaître que M. A. Rilly avait calculé 23.136 bonnes combinaisons de huit nombres pris dans la suite naturelle de 1 à 64 et qu'il comptait en trouver plus de 30.000. Le travail que ce laborieux et habile calculateur avait entrepris et auquel il ne pouvait se livrer qu'à ses moments perdus est terminé. Le nombre total des combinaisons donnant les deux constantes, pouvant par conséquent entrer dans la composition d'un carré de 8, magique à deux degrés, est 37.534.

M. F. MICHEL

Lieutenant du Génie, à Montpellier.

SUR UNE TRANSFORMATION DU CONOÏDE DE PLÜCKER ET SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS D'UNE SURFACE PARTICULIÈRE DU QUATRIÈME ORDRE [M²7bγ] [M²4]

— *Séance du 4 août 1893* —

Le conoïde de Plücker a été, dans ces dernières années, l'objet de travaux intéressants. Cette surface, désignée sous le nom de cylindroïde par M. le professeur Cayley, a été étudiée par M. Mannheim dans son *Cours de Géométrie descriptive de l'École polytechnique* (2e édition) et dans une note publiée dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (mars 1888), où il a indiqué un mode de génération remarquable de ce conoïde.

Entre temps, M. Picquet a étudié la construction du plan tangent et de la courbe d'ombre de cette surface (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 1886).

La note présente, qui ne touche qu'à un point particulier de l'inversion des surfaces réglées, a pour but d'indiquer les relations qui lient ce conoïde à la surface, lieu des centres de courbure des sections planes d'une surface qui passent par un point de cette dernière, et de montrer comment on peut déduire les propriétés de la surface des centres de celles du conoïde ou inversement, au moyen d'une transformation par rayons vecteurs réciproques.

I. — On sait que le lieu des centres de courbure des sections planes d'une surface S en un point de celle-ci est une surface Σ qui peut être engendrée par un cercle variable, dont le plan passe par la normale à la surface S en ce point, dont le centre décrit cette normale, le diamètre ρ de ce cercle variable étant lié aux rayons de courbure principaux R_1 et R_2 de la surface S par la relation d'Euler :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\cos^2 \varphi}{R_1} \pm \frac{\sin^2 \varphi}{R_2},$$

φ étant l'angle que fait le plan du cercle avec l'un des plans principaux de la surface S au point considéré (*).

La surface Σ admet pour droite double la normale à la surface S, et contient les asymptotes de l'indicatrice à cette dernière surface au pied de la normale.

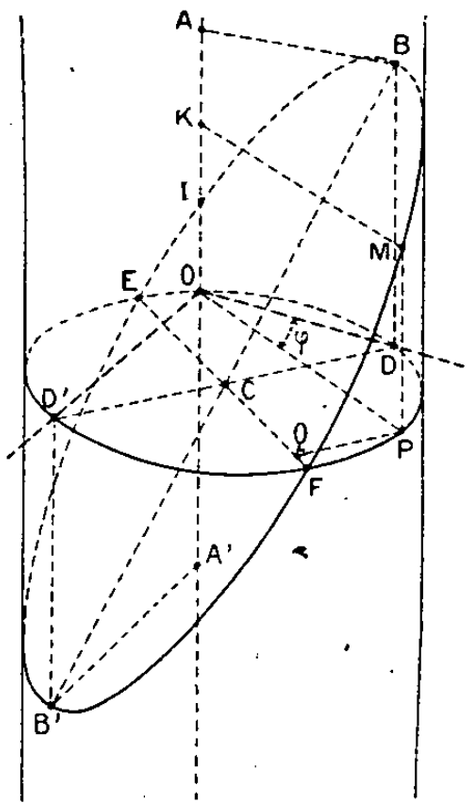


FIG. 1.

II. — Ceci étant admis, cherchons la relation qui lie le déplacement angulaire d'une génératrice du conoïde de Plücker autour de l'axe de ce conoïde, avec son déplacement linéaire le long de cet axe.

Je considère un cylindre de révolution, une ellipse (Γ) tracée sur ce cylindre et le cercle (C) passant par le centre de cette ellipse.

Soit OIA une génératrice quelconque du cylindre, rencontrant le cercle en O et l'ellipse en I.

Toute droite KM, s'appuyant sur OA et sur l'ellipse (Γ) et qui reste parallèle au plan du cercle (C), engendre un conoïde de Plücker.

Je désigne par DD' la projection du grand axe de l'ellipse BB'; et par φ l'angle de OP, projection de KM, avec OD.

Je vais chercher la relation qui existe entre OK et l'angle φ. La figure 1 indique immédiatement les relations suivantes :

$$OK = MP \qquad OA = BD$$

$$\frac{MP}{BD} = \frac{PQ}{CD}.$$

J'en déduis :

$$\frac{OK}{OA} = \frac{PQ}{CD}.$$

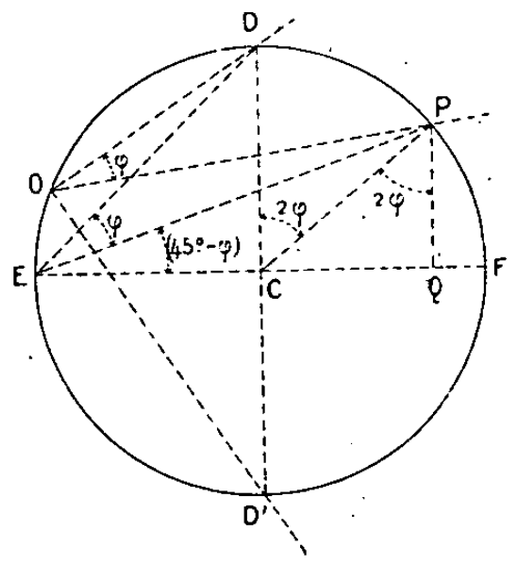


FIG. 2.

La seconde figure représente le cercle (C) dans son plan et donne la relation :

$$PQ = (CD + CQ\ (tg).\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)$$

ou

$$PQ = CD\ (1 + \sin 2\varphi)\ tg.\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)$$

(*) La démonstration géométrique de ces propriétés est une simple application du théorème de Meusnier.

et finalement :

$$PQ = CD\ (\cos^2\varphi - \sin^2\varphi).$$

Il résulte de là que :

$$(1) \qquad OK = OA\ (\cos^2\varphi - \sin^2\varphi).$$

C'est la relation cherchée.

— Si l'on transporte parallèlement à lui-même le plan du cercle (C) jusqu'en O′ situé entre O et A, on a :

$$OK = O'K + OO' \qquad OA = O'A + OO'$$

et la formule (1) devient :

$$O'K = O'A\cos^2\varphi - (O'A + 2OO')\sin^2\varphi.$$

ou

$$O'K = O'A\cos^2\varphi - O'A'\sin^2\varphi.$$

— Enfin, si le point O′ est au delà du point A :

$$OK = OO' - O'K \qquad OA = OO' - O'A,$$

et il vient :

$$O'K = O'A\cos^2\varphi + (2OO' - O'A)\sin^2\varphi,$$

ou

$$O'K = O'A\cos^2\varphi + O'A'\sin^2\varphi.$$

On voit donc que, quelle que soit la position du point O′ sur la génératrice du cylindre, la relation que nous cherchions est de la forme :

$$(2) \qquad O'K = O'A\cos^2\varphi \pm O'A'\sin^2\varphi,$$

sauf dans le cas où le point O′ coïncide avec un des points A ou A′ ; alors l'un des termes du second membre disparaît.

III. — Si donc on transforme par rayons vecteurs réciproques le conoïde de Plücker par rapport au point O′, chaque génératrice KM se transformera en un cercle (C′) situé dans le plan O′KM, dont le centre sera sur O′A et dont le diamètre D satisfera à la relation :

$$\frac{1}{D} = O'A\cos^2\varphi \pm O'A'\sin^2\varphi.$$

Le cercle (C′) décrira donc la surface Σ, lieu des centres de courbure des sections planes d'une surface S normale à O′A au point O′ et dont les plans de courbure principaux seront AOD et AOD′.

Il est alors facile de voir, d'après ce qui précède, que lorsque le pôle d'inversion O′ est entre A et A′ la surface S est à courbures opposées au point O′ ; en particulier, quand O′ coïncide avec O, milieu de AA′, les deux courbures sont égales et les deux asymptotes de l'indicatrice OE et OF sont rectangulaires.

Si le point O′ n'est pas entre A et A′, la surface S a des courbures de même sens au point O′, et les deux asymptotes de l'indicatrice sont imaginaires.

Enfin, lorsque O′ coïncide avec A ou A′, la formule (2) n'a qu'un terme au second membre ; l'indicatrice est parabolique ; la surface S est développable.

De tout ceci résulte donc la propriété suivante :

La transformée par rayons vecteurs réciproques d'un conoïde de Plücker par rapport à un point de son axe est la surface Σ, *lieu des centres de courbure des sections planes d'une surface* S *normale à cet axe au point considéré.*

Inversement :

Si l'on transforme par rayons vecteurs réciproques la surface Σ, *lieu des centres de courbure des sections planes en un point d'une surface* S, *par rapport à ce point, on obtient un conoïde de Plücker.*

— Je suppose que l'on donne à AA′ une valeur constante ; alors :

$$O'A \pm O'A' = AA' = C^{te}.$$

Les rayons de courbure principaux de la surface S sont :

$$R_1 = \frac{1}{2.O'A} \qquad R_2 = \frac{1}{2.O'A'}.$$

On aura donc la relation :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right) = C^{te}$$

et on pourra énoncer le théorème suivant :

Si une surface S *se déplace de façon qu'un de ses points décrive une droite fixe à laquelle elle reste normale, qu'elle admette comme plans principaux de courbure deux plans rectangulaires fixes, passant par la droite considérée, et que sa courbure moyenne en ce point soit constante, les asymptotes de l'indicatrice engendrent un conoïde de Plücker.*

IV. — Les remarques qui précèdent permettent de déduire quelques propriétés de la surface Σ des centres de courbure, de celles bien connues du conoïde de Plücker.

1° — Je considère une surface S et la normale OZ en un point O de cette surface; soient ZOX et ZOY les plans principaux de courbure de cette surface ; OP et OQ les asymptotes de l'indicatrice au point O.

La surface Σ, lieu des centres de courbure des sections planes, passant en O, de la surface S, contient les deux droites OP et OQ ; et, d'après ce qui précède, si l'on transforme Σ par rayons vecteurs réciproques en prenant le point O pour pôle d'inversion, on obtient un conoïde de Plücker qui admet OP et OQ comme génératrices.

Or, tout plan perpendiculaire à l'axe OZ de ce conoïde le coupe suivant deux droites ; on déduira de là que :

Toute sphère ayant son centre sur la droite double de la surface Σ et passant par son point triple coupe cette surface suivant deux cercles.

2° — On peut aussi étudier les sections de la surface Σ par des plans passant par une des droites OP ou OQ.

Tout plan passant par OQ coupe le conoïde de Plücker suivant une ellipse passant en O et dont la tangente OT en ce point est située dans le plan ZOP ; la transformée de cette ellipse par rapport au point O est une cubique circulaire. — Donc :

Tout plan passant par une des droites de la surface Σ la coupe suivant une cubique circulaire.

L'asymptote de cette cubique circulaire est parallèle à OT ; donc, si l'on fait tourner le plan de section autour de OQ, cette asymptote restera parallèle au plan ZOP, en rencontrant toujours la droite OQ ; elle engendrera donc un conoïde asymptote à la surface Σ. Par suite :

La *surface Σ a deux conoïdes asymptotes ayant respectivement pour directrices rectilignes les deux droites simples de la surface, et dont les plans directeurs respectifs sont les deux plans déterminés par la droite double et chacune des droites simples.*

3° — Je considère un plan P passant par une des génératrices G du conoïde de Plücker ; à ce plan correspond une sphère (*s*) passant par un cercle (C) de la surface Σ, le cercle (C) étant le transformé de la génératrice G.

Le plan P coupe le conoïde suivant la droite G et une ellipse (Γ) ; la sphère (*s*) coupera donc la surface Σ suivant le cercle (C) et une cyclique gauche (γ) ; donc :

Toute sphère passant par un des cercles de la surface Σ la coupe suivant une cyclique gauche.

A tous les plans P passant par la génératrice G du conoïde correspondent des sphères (*s*) passant par le cercle (C) de la surface Σ. Or, le lieu des centres des sphères (*s*) passant par ce cercle (C) est une droite D perpendiculaire au plan du cercle (C) et passant par son centre.

Il est alors aisé de voir que si l'on fait tourner le plan du cercle (C)

autour de la droite double OZ, ce cercle engendrera la surface Σ, et la droite D engendrera un conoïde de Plücker ayant OZ pour axe. Il en résulte que :

Le lieu des centres des sphères qui passent par un des cercles de la surface Σ *est un conoïde de Plücker ayant pour axe la droite double de cette surface.*

D'autre part, toutes les ellipses déterminées dans le conoïde de Plücker par les plans P sont tangentes à un même plan passant par OZ, au point où la génératrice G rencontre cet axe : ce plan est d'ailleurs symétrique du plan (GOZ) par rapport aux plans principaux de la surface S ; cette remarque permet d'énoncer la propriété suivante :

Toutes les cycliques (γ) *déterminées dans la surface* Σ *par des sphères* (s) *passant par un cercle* (C) *de la surface ont même plan tangent au point situé sur la droite double où elles rencontrent ce cercle ; ce plan tangent est symétrique du plan du cercle* (C) *par rapport aux plans principaux de courbure.*

Enfin, l'ellipse déterminée dans le conoïde par un des plans P coupe la génératrice G en un point situé sur OZ et en un autre point m ; en ce dernier point, le plan P est tangent au conoïde.

De même, la cyclique gauche (γ), déterminée par la sphère (s) sur la surface Σ coupe le cercle (C) au point où ce cercle rencontre OZ et en un autre point m_1 correspondant au point m du conoïde. Les trois points O, m et m_1 sont en ligne droite, et l'on voit que la sphère (s) est tangente à la surface Σ au point m_1.

Si le plan P tourne autour de la génératrice G du conoïde, la sphère (s) varie en passant toujours par le cercle (C) ; le point m se déplace sur la droite G et le point correspondant m_1 sur le cercle (C) ; on peut donc dire que :

Toute sphère passant par un des cercles de la surface Σ *est tangente à cette surface en un point de ce cercle.*

Le lieu des centres des sphères (s) passant par un cercle (C) de la surface Σ étant une droite D, ainsi qu'on l'a vu plus haut, on peut maintenant énoncer le théorème suivant :

Les normales à la surface Σ *en tous les points d'un de ses cercles* (C) *rencontrent une même droite. Cette droite est la perpendiculaire élevée au plan du cercle* (C) *en son centre.*

Ce qui peut s'énoncer autrement :

Les normalies à la surface Σ, *qui ont pour directrice un cercle de cette surface, ont aussi pour directrice une droite perpendiculaire élevée au plan de ce cercle en son centre.*

M. G. DE LONGCHAMPS

Professeur au Lycée Saint-Louis, à Paris.

SUR UN TRISECTEUR [X8]

— Séance du 4 août 1893 —

L'étude, encore inachevée au moment où nous faisons cette communication, d'une certaine *transformation cubique* nous a conduit à imaginer un trisecteur dont la manœuvre nous paraît tout à fait simple. Nous indiquerons, en quelques mots, quelle est la transformation que nous avons en vue et comment elle nous a conduit à l'appareil que nous avons l'honneur de présenter aux membres de la première et de la deuxième Section.

PRINCIPE DE CORRESPONDANCE

Étant donnés une droite Δ *(fig. 1)* et, sur cette droite, un point fixe O; à un point M de la figure qu'on veut transformer, on fait correspondre un point M′, dans les conditions suivantes :

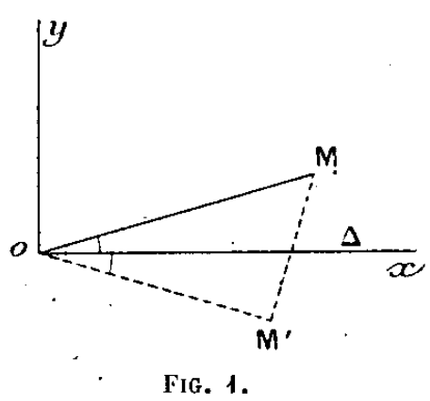


Fig. 1.

1° Δ est bissectrice de l'angle MOM′;

2° MM′ est perpendiculaire sur OM.

Cette transformation peut être appliquée à des figures quelconques. Pour l'application que nous avons en vue, nous nous bornerons au cas où l'on effectue la transformation d'une figure située dans un plan passant par Δ.

FORMULES DE TRANSFORMATION

Prenons le point O pour origine ; Δ, pour axe Ox ; les axes étant d'ailleurs rectangulaires.

Soient : x, y les coordonnées de M ;
» X, Y » M′.

Les conditions énoncées plus haut donnent, pour déterminer X, Y, les relations :

$$xX + yY = X^2 + Y^2,$$
$$xY + yX = 0.$$

On peut résoudre ces équations par rapport à x, y, de façon à effectuer la transformation de l'espace, lieu de M ; de telle sorte que, connaissant l'équation de ce lieu, on puisse déduire celle de la transformée, lieu de M′.

On trouve immédiatement (*) :

$$x(X^2 - Y^2) = X(X^2 + Y^2),$$
$$y(X^2 - Y^2) = -Y(X^2 + Y^2).$$

D'après ce résultat, on voit que la transformation en question rentre dans le genre des transformations cubiques : *à une droite correspond une cubique* (**) ; *et, en général, à une courbe de l'ordre* n, *une courbe de l'ordre* 3n.

Nous ne voulons pas, dans cette Note, entrer profondément dans l'étude de cette transformation ; mais nous devons pourtant indiquer comment, connaissant la tangente en M, on construit la tangente en M′ ; nous aurons ainsi indiqué une première construction, par points et par tangentes, de la courbe que nous utilisons dans le trisecteur en question.

CONSTRUCTION DE LA TANGENTE A LA TRANSFORMÉE

Considérons deux points M, μ *(fig. 2)*, du premier espace ; soient M′, μ' les points correspondants dans l'espace transformé.

Les droites MM′, $\mu\mu'$ se coupent en ω. Les angles $OM'\omega$, $O\mu'\omega$ étant droits, la perpendiculaire élevée au milieu de $M'\mu'$ va passer par le milieu I de $O\omega$.

D'ailleurs, on a :

$$\mu'OM' = \mu OM = \mu\omega M.$$

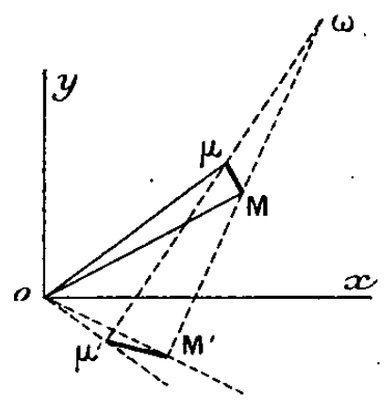


FIG. 2.

De cette remarque, il résulte que les circonférences $OM\mu$, $\omega M\mu$ sont égales.

Ce point ω qui, à la limite, se trouve placé sur MM′, est un point

(*) On peut aussi résoudre ces équations par rapport à X, Y ; les formules que l'on trouve ainsi :

$$X(x^2 + y^2) = x(x^2 - y^2)$$
$$Y(x^2 + y^2) = -y(x^2 - y^2)$$

permettraient d'effectuer le passage inverse, c'est-à-dire de transformer, par la loi géométrique indiquée, le lieu du point M′.

(**) C'est une strophoïde oblique.

bien déterminé ; voici comment on l'obtient, en utilisant la remarque précédente.

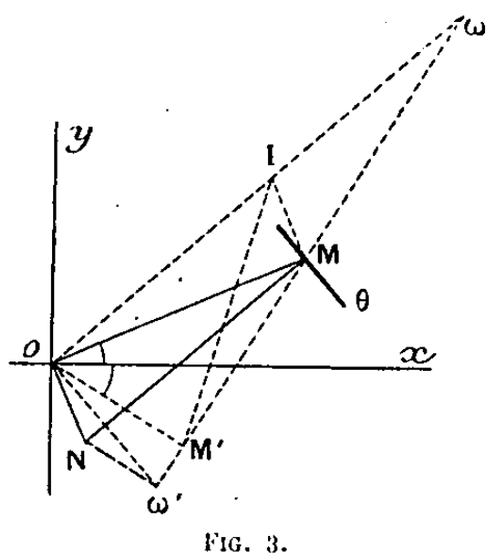


FIG. 3.

La circonférence OMμ, quand les points M, μ sont confondus sur la tangente donnée Mθ *(fig. 3)*, est la circonférence passant par les points O, M et par un point N obtenu en traçant la perpendiculaire, en M, à Mθ et la perpendiculaire, en N, à OM. En abaissant Nω′ perpendiculaire sur MM′ (ou, si l'on préfère, en menant Nω′ parallèle à OM′), ω′ représente le point où la circonférence MON rencontre MM′. Pour avoir ω, il suffit de prendre Mω = Mω′. Le point I, milieu de Oω, s'obtient donc, finalement, en traçant MI parallèle à Oω′ ; M′I est la normale au lieu décrit par le point M′ (*).

LA ROSACE A QUATRE FOLIUMS

Cherchons quelle est, dans la transformation en question, la courbe qui correspond à une circonférence Δ de centre O.

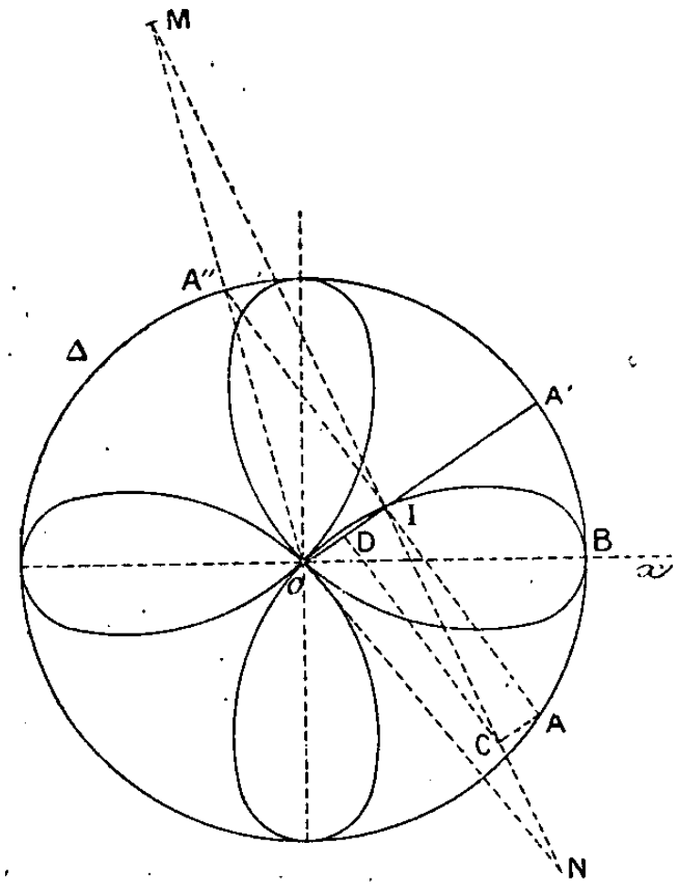


FIG. 4.

Soit B *(fig. 4)* l'un des points communs à Δ et à Ox ; de part et d'autre de B, prenons deux arcs égaux BA, BA′ et, de A, abaissons AI perpendiculaire sur OA′.

La courbe, lieu du point I, est la transformée de Δ. En désignant par R le rayon de Δ, on a, pour l'équation polaire du lieu I :

$$\rho = R \cos 2\omega. \qquad (1)$$

Cette courbe du sixième degré (**) est une dérivée de la circonférence ; pour rappeler sa forme générale, nous l'appellerons

(*) Lorsqu'une courbe U est *dérivée* d'une courbe donnée V, par une certaine loi de correspondance géométrique, il existe une infinité de façons de tracer, en M′, la tangente à V, connaissant la tangente au point correspondant M de la courbe U. Il est bien probable qu'il est possible de trouver, dans la présente transformation, des tracés plus simples que celui que nous venons d'indiquer.

(**) On trouvera dans notre *Géom. an.*, p. 597, une autre génération de cette courbe, par points et par tangentes, ainsi qu'une détermination de certains points remarquables.

la rosace à quatre foliums. Toutes ces courbes, quel que soit le rayon R de la circonférence qui a servi à les engendrer, sont *semblables*.

CONSTRUCTION DE LA NORMALE

La normale, au point I, à la rosace peut s'obtenir en appliquant le tracé général indiqué au paragraphe précédent. Dans le cas particulier qui nous occupe, ce tracé se simplifie sensiblement et, comme on pourra le vérifier, conduit à une construction de la normale, construction que l'on trouve directement par la remarque suivante.

L'équation (1) donne :

$$\rho' = -2R \sin 2\omega.$$

D'ailleurs :

$$AI = R \sin 2\omega.$$

On a donc :

$$2AI = -\rho'.$$

Si l'on construit, en ON, comme l'indique la figure, la sous-normale correspondant au point I, la perpendiculaire élevée en D, milieu de OI, à OI, rencontre IN en un point C, tel que :

$$CD = AI.$$

La figure IACD est, d'après cela, un rectangle et l'on a le théorème suivant qui donne une élégante construction de la normale en un point de la courbe que nous étudions.

Théorème (A). — *Soit* I *un point de la rosace* (*) *à quatre foliums ; ayant pris le point* D, *milieu du vecteur* OI, *la normale en* I *passe par* C, *quatrième sommet du rectangle construit avec les côtés* ID, IA.

Cette propriété conduit à une autre que nous allons faire connaître et qui permet de construire la normale plus simplement (**).

La droite AI *rencontre* Δ *en* A″ ; *la normale* CI *coupe* OA″ *en un certain point* M *tel que* OM = 2OA″.

(*) Les *rosaces* paraissent avoir été considérées, d'après un renseignement que nous empruntons à l'ouvrage de M. Marie, pour la première fois, par Guido-Grandi, géomètre italien du XVIII^e^ siècle, son ouvrage : *Flores Geometrici ex rhodonearum*, etc..., en 1728.

M. Marie donne, par erreur, l'ouvrage comme imprimé à Venise. C'est à Florence qu'a paru le livre en question. Nous devons ce renseignement à M. Aubry. (V. *Journal de Math. sp.*, 1893).

(**) En appelant α l'angle I0*x*, l'équation de la normale au point I est :

$$R\frac{2 \sin 4\alpha}{\rho} = 3 \sin (3\alpha - \omega) + \sin (\omega + \alpha).$$

Pour $\omega = 3\alpha$, on a $\rho = 2R$; c'est la propriété signalée.

Pour $\omega = -\alpha$, on trouve $\rho = \frac{2}{3}R$. Cette dernière remarque conduit au théorème suivant : *la normale en* I, *à la rosace, coupe le rayon* OA *en un point* K *tel que* $OK = \frac{2}{3}OA$.

Ce théorème se déduit d'ailleurs, immédiatement, par les considérations géométriques les plus élémentaires du théorème (A).

En effet, on a :

$$A''I = AI,$$

par conséquent :

$$A''I = CD.$$

Le quadrilatère IA″CD est donc un parallélogramme. On conclut de là que A″D est parallèle à MI ; or, D est le milieu de OI ; donc A″ est le milieu de OM (*).

En observant que AA′ est perpendiculaire sur Ox ; AA″ sur OA′, on a une construction fort simple, par points et par normales, de la rosace à quatre foliums. Mais cette courbe servant, pour ainsi dire, de *base* au trisecteur que nous allons décrire tout à l'heure, il est nécessaire de poursuivre l'étude de cette courbe.

Nous allons, à cet effet, rechercher une construction *directe* de la tangente ; nous déterminerons ensuite les tangentes remarquables.

CONSTRUCTION DE LA ROSACE, TANGENTE PAR TANGENTE

Soit I *(fig. 5)* le point pris sur la rosace ; ρ_1, ω_1 ses coordonnées polaires. En élevant, en I, une perpendiculaire à OI, la droite ainsi tracée rencontre

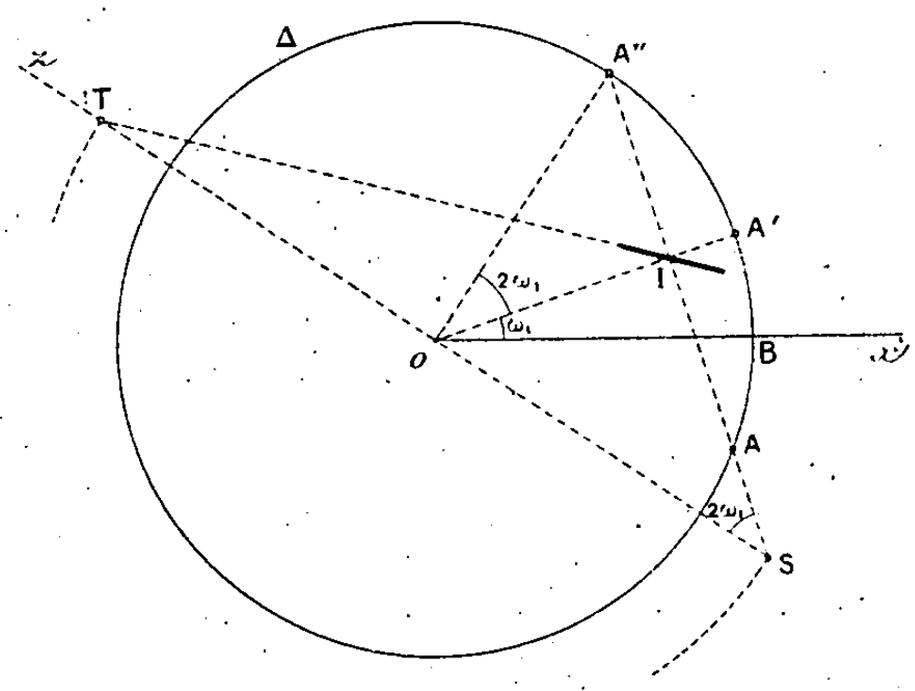


FIG. 5.

la circonférence génératrice Δ en deux points A, A″ tels que :

$$AOx = \omega_1, \qquad A''Ox = 3\omega_1.$$

(*) Nous avons donné (*Journal de Mathématiques spéciales*, août 1893) la construction des normale aux rosaces. La propriété, ici signalée, n'est qu'un cas particulier du théorème démontré *loc. cit.* Cette remarque s'applique à la construction de la tangente que nous donnons plus loin.

L'équation de la tangente en I étant :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1}\cos(\omega - \omega_1) + \left(\frac{1}{\rho_1}\right)'\sin(\omega - \omega_1),$$

on a, pour la courbe considérée :

$$R\,.\,\frac{\cos^2 2\omega_1}{\rho} = \cos 2\omega_1 \cos(\omega - \omega_1) + 2\sin 2\omega_1 \sin(\omega - \omega_1).$$

En remplaçant ω par $\frac{\pi}{2} + 3\omega_1$, on trouve :

$$R\cos 2\omega_1 = \rho \sin 2\omega_1. \qquad (1)$$

Cette égalité fait connaître la valeur du vecteur qui correspond au point de rencontre de la tangente en I avec la droite Oz, perpendiculaire à OA″. Si nous prolongeons A″A jusqu'à sa rencontre en S avec Oz, nous avons :

$$OI = R\cos 2\omega_1 = OS \sin 2\omega_1. \qquad (2)$$

La comparaison des égalités (1), (2) prouve que :

$$\rho = OS.$$

En prenant OT = OS, TI sera la tangente cherchée.

LES TANGENTES REMARQUABLES

Proposons-nous maintenant, pour mieux fixer le tracé de la courbe, de rechercher le point M pour lequel la tangente à la rosace est parallèle à Ox et le point N, auquel correspond une tangente perpendiculaire à la première bissectrice.

1° *Tangente parallèle à* Ox. — La méthode classique pour déterminer un pareil point conduit à l'équation :

$$2\sin 2\omega\, \mathrm{tg}\omega = \cos 2\omega,$$

de laquelle on tire :

$$\cos 2\omega = \frac{2}{3}.$$

Pour cette valeur de ω, le vecteur OM, correspondant, est égal aux $\frac{2}{3}$ du rayon.

D'après cela, ayant pris $OB = \frac{2}{3} OA$ *(fig. 6)*, on élève, en B, BC perpendiculaire à OA et l'on abaisse OD perpendiculairement à CA. L'arc de cercle décrit, de O comme centre, avec BO pour rayon, coupe OD au point cherché.

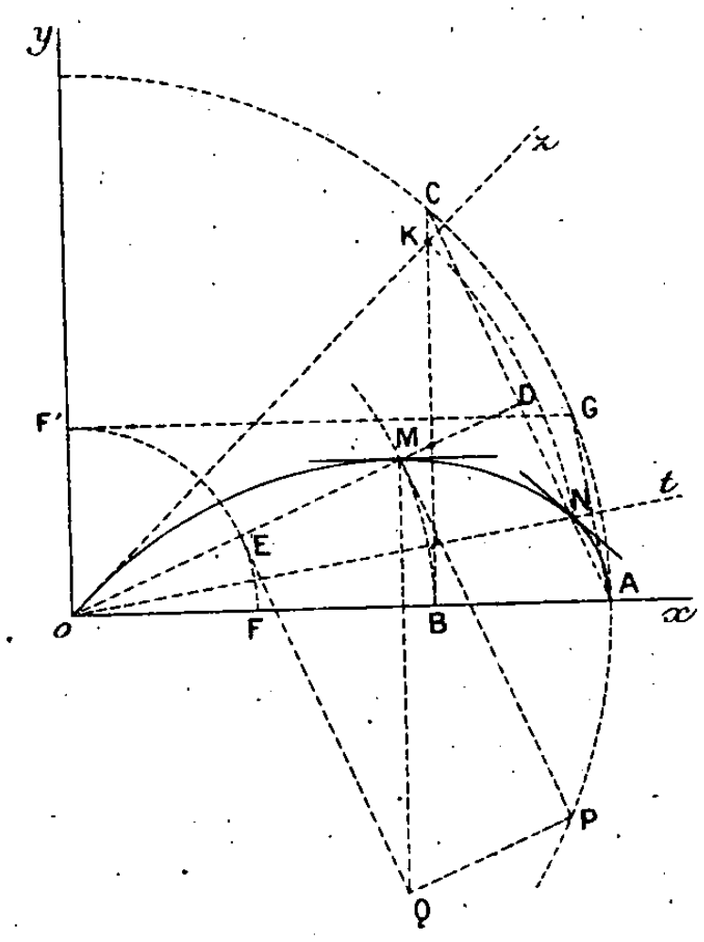


FIG. 6.

2° *Tangente perpendiculaire à la première bissectrice* Oz. — La rosace que nous étudions possède quatre axes de symétrie: les axes Ox, Oy et leurs bissectrices. Nous venons de montrer comment on obtient les tangentes parallèles à Ox et comment, par conséquent, on a les tangentes parallèles à Oy, puisque la courbe est symétrique par rapport à Oz. Il est tout aussi important, pour assurer à la courbe un tracé aussi exact que possible, de rechercher les tangentes parallèles à Oz. Soit N le point de contact inconnu.

En ce point N, l'angle V formé par le vecteur ON avec la tangente est égal à $3\frac{\pi}{4} - \omega$; ω désignant l'angle $NO x$. On a donc :

$$\operatorname{tg} V = -\operatorname{tg}\left(4\frac{\pi}{4} - \omega\right),$$

et comme :

$$\operatorname{tg} V = \frac{\rho}{\rho'} = -\frac{\cos 2\omega}{2 \sin 2\omega},$$

les calculs effectués conduisent, pour déterminer l'angle ω, à l'équation :

$$\operatorname{tg}^2 \omega - 6 \operatorname{tg} \omega + 1 = 0.$$

De cette relation nous allons déduire une construction du point N.

Un calcul évident donne :

$$\cos 2\omega = \frac{\sqrt{8}}{3}; \qquad (1)$$

on a donc :

$$ON = R\frac{\sqrt{8}}{3}.$$

La droite Oz rencontre BC en un point K; comme $OB = \frac{2R}{3}$, on a $OK = R\frac{\sqrt{8}}{4}$. Ainsi ON = OK. Le point cherché N appartient donc à une circonférence décrite, de O comme centre, avec OK pour rayon.

D'autre part, la formule (1) donne :

$$\sin 2\omega = \frac{1}{3}.$$

Soit F le milieu de OB; alors $OF = \frac{R}{3}$. Ayant rabattu OF sur Oy, en OF_1; puis, ayant tracé $F'G_1$ parallèle à Ox, le point N se trouve sur la droite Ot, abaissée, de O, perpendiculairement à AG. Le point N se trouve ainsi bien déterminé, par une construction assez simple.

DESCRIPTION DU TRISECTEUR

La courbe que nous venons d'étudier et sur le tracé de laquelle nous devions insister, avant d'aborder le sujet principal de cette Note, conduit bien naturellement à la construction d'un compas trisecteur; nous abordons maintenant sa description.

Deux branches métalliques, aplaties Ox, Oy *(fig. 7)* sont articulées en O. L'une d'elles, Oy, comporte deux demi-cercles égaux, de diamètre OQ, placés l'un au-dessus de l'autre et séparés par un mince intervalle dans lequel peut pénétrer un feuillet métallique reposant par sa base rectiligne OP, base égale au diamètre OQ, sur la partie interne de Ox et dont la périphérie curviligne est l'arc de la rosace à quatre branches obtenu en faisant varier ω, de 0 à $\frac{\pi}{4}$, dans l'équation de cette courbe.

En se reportant à la figure 5, le jeu de l'instrument est rendu manifeste.

Sur cette figure, on voit, en effet : 1° que le point I est à l'intersection de la rosace et du demi-cercle décrit sur OA″ comme diamètre; 2° que $A''OB = 3IOB$.

D'après cela, ayant placé les côtés intérieurs du compas de façon qu'ils coïncident avec les côtés de l'angle AOB que l'on veut *trisecter*, le point R, commun à la rosace et aux demi-cercles du trisecteur, se trouve déterminé; on le marque avec la pointe d'un crayon. Ayant tracé OR, on a :

$$AOR = \frac{1}{3}AOB.$$

En plaçant la branche $0x$, qui supporte l'arc de rosace, successivement sur OA, puis sur OB, on aura les deux trisectrices cherchées.

Cette opération ne laisse rien à désirer comme rapidité. Elle exige seule-

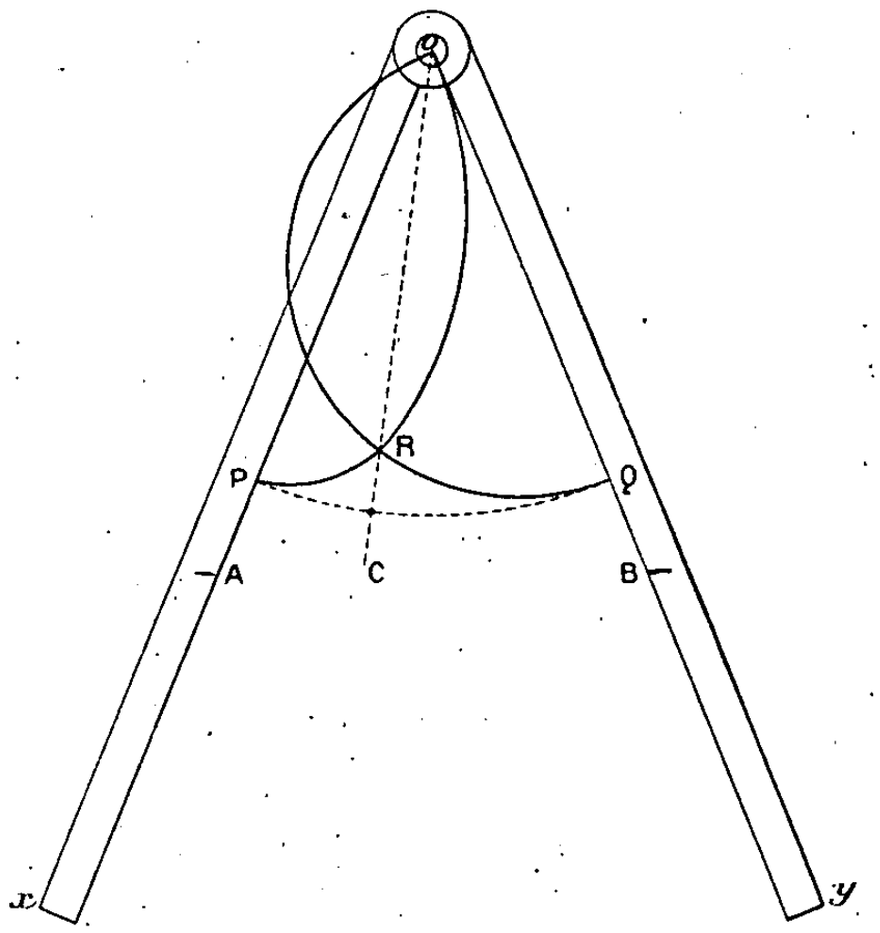


FIG. 7.

ment que l'instrument soit bon; il sera tel si l'arc de rosace a été construit avec le soin nécessaire. C'est pour cela, nous l'avons dit déjà, qu'il est utile de bien connaître, parmi les propriétés de la rosace, celles qui intéressent le tracé de la courbe.

TRISECTION DES ANGLES OBTUS

Avec un compas comportant l'arc de rosace dont nous avons parlé, on peut trisecter tous les angles qui sont inférieurs à 135°. Mais, dans la pratique, on doit opérer, pour la trisection des angles obtus supérieurs ou non à 135°, comme nous allons l'indiquer.

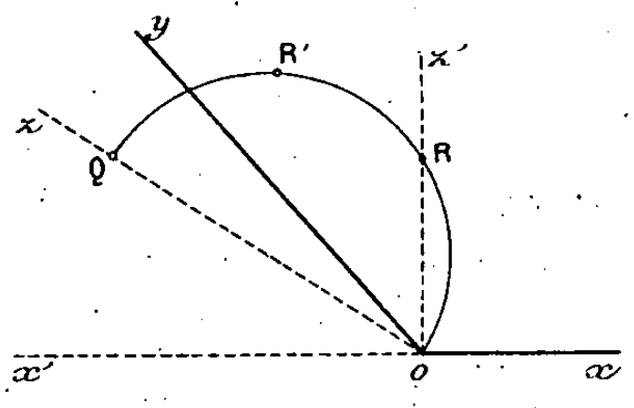


FIG. 8.

Soit $y0x$ *(fig. 8)* l'angle obtus que l'on veut trisecter; on détermine au moyen de l'instrument la trisectrice $0z$ de l'angle supplémentaire $y0x'$, de telle sorte que :

$$z0y = \frac{y0x}{3}.$$

Ayant ouvert le compas de façon que le demi-cercle ait son diamètre confondu avec OQ, on trouve sur la périphérie de ce cercle un point R, tel que $QOR = 60°$. On marque le point R avec la pointe du compas, OR est une des trisectrices de l'angle proposé $y0x$. L'autre se déterminera de la même façon.

CAS DES PETITS ANGLES

Dans le cas des angles assez petits, l'instrument se prête difficilement à la trisection parce que le point R *(fig. 7)* commun aux deux courbes ne se détermine pas avec toute la précision désirable. On peut alors opérer de la manière suivante :

Soit $y0x$ *(fig. 9)* l'angle que l'on veut trisecter et qu'on suppose petit. Élevons $0z$ perpendiculaire à $0x$ et soit $0t$ une trisectrice de $y0z$, de telle sorte que :

$$y0t = \frac{1}{3}\, z0y.$$

La droite $0t'$ telle que :

$$y0t' = \frac{1}{3}\, y0x,$$

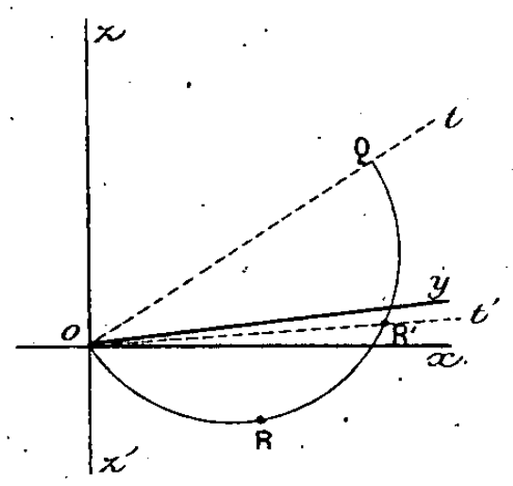


FIG. 9.

fait avec $0t$ un angle $t0t'$ égal à 30°. Sur le demi-cercle se trouve un point R', marqué comme le point R, et formant avec ce point et les extrémités 0, Q du diamètre un demi-hexagone régulier. En plaçant le demi-cercle comme l'indique la figure 9, de façon que le diamètre OQ de ce demi-cercle coïncide avec $0t$, le point R' détermine l'une des droites cherchées $0t'$; l'autre se détermine en opérant sur l'angle $z'0x$, comme nous venons de le faire avec $z0x$.

Les qualités saillantes de l'instrument que nous venons de décrire peuvent se vérifier facilement en l'expérimentant. Elles tiennent à l'extrême simplicité de la manœuvre qu'il demande et à la construction si simple et si précise de la courbe qui sert de base à l'instrument.

Il est, en effet, à peine besoin de faire observer que, au point de vue pratique, la solution la meilleure du problème de la trisection est celle qui dépend non du degré plus ou moins élevé de la courbe qui est utilisée dans la solution, mais de la facilité plus ou moins grande que présente l'exécution de son tracé. Dans ces conditions, la *base* de l'instrument, comme nous l'avons appelée, est obtenue avec toute l'exactitude possible ; et c'est là, encore une fois, pour la solution du problème de la trisection, le seul point de vue intéressant.

Nous ferons une dernière remarque.

La méthode qui nous a conduit à la construction du trisecteur s'applique au partage de l'angle en un nombre quelconque de parties égales. Supposons que l'on veuille *partager un angle en* CINQ *parties égales.*

Sur une circonférence Δ *(fig. 10)*, prenons un point fixe A. Soit B un point mobile sur Δ. De A, comme centre, décrivons l'arc BB′; de B′ comme centre, l'arc BB″; enfin, de B, comme centre, l'arc B″B‴.

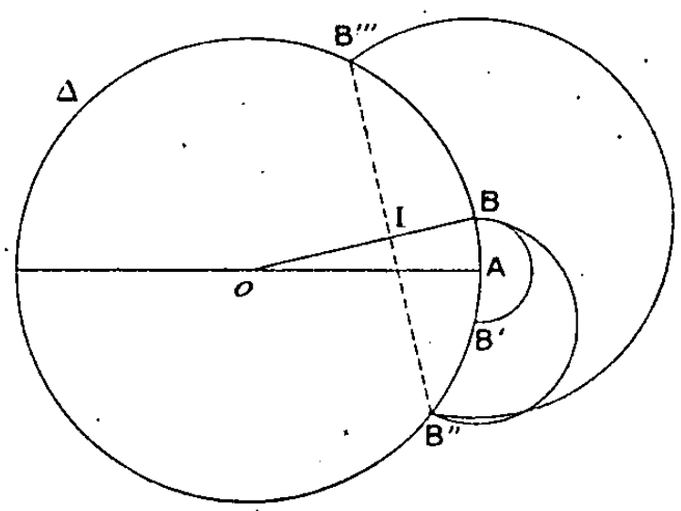


FIG. 10.

De cette construction il résulte :

$$BB' = 2AB,$$

$$BB'' = 2BB' = 4AB, \quad BB'' = BB''',$$

et, finalement :

$$AB''' = 5AB.$$

La corde B″B‴ rencontre OB en un point I tel que, après avoir posé $BOA = \omega$, $OI = \rho$, on ait :

$$\rho = R \cos 4\omega.$$

Le lieu du point I est une *rosace à huit branches*, se construisant, point par point, comme nous l'avons montré. En prenant un arc de cette rosace, celui qui correspond à la variation de ω entre 0 et $\frac{\pi}{8}$, pour *base* d'un instrument analogue à celui que nous avons décrit tout à l'heure, on aura un compas permettant de partager les angles en *cinq* parties égales ; et ainsi de suite.

M. G. DE LONGCHAMPS

Professeur au Lycée Saint-Louis, à Paris.

L'ARITHMÉTIQUE AVEC LES FIGURES NÉGATIVES [11]

— Séance du 4 août 1893 —

Le nombre des symboles ou figures qui, dans le système décimal, sont nécessaires à la représentation des nombres est égal à *dix*. La notation que nous allons indiquer a pour but de réduire ce nombre et de ramener

tous les calculs de l'arithmétique à des opérations sur des nombres exprimés au moyen des symboles

$$0, 1, 2, 3, 4, 5.$$

Les symboles

$$6, 7, 8, 9,$$

qui donnent lieu aux difficultés matérielles des calculs, se trouvent ainsi éliminés. Cette transformation dans l'écriture des nombres aboutira, nous le croyons, à plus d'une heureuse conséquence.

En effet, on peut affirmer que la simplicité des démonstrations et la facilité des découvertes d'une science sont, presque toujours, en raison inverse du nombre des symboles qu'elle exige.

Quoi qu'il en soit, et pour le moment, nous voulons seulement montrer le principe de la transformation que nous proposons.

Convention. — Si, dans le système décimal, un nombre N est figuré par la notation :

$$abc,$$

on a :

$$N = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c.$$

Nous convenons que l'écriture suivante :

$$a\bar{b}c$$

représentera un nombre égal à :

$$a \cdot 10^2 - b \cdot 10 + c.$$

En général, le signe — placé au-dessus d'un chiffre k, rappellera que, dans le nombre *développé* (*), la partie correspondante $k \cdot 10^{\alpha}$ (α représentant, bien entendu, le nombre des chiffres qui suivent k) doit être prise avec le signe —.

Voici maintenant le théorème fondamental :

Théorème. — *Avec l'emploi des figures négatives, tout nombre peut, dans le système décimal, être représenté avec les seuls signes :*

$$0, 1, 2, 3, 4, 5. \qquad (1)$$

(*) Lorsqu'un nombre est représenté par le symbole

$$abc \ldots \quad (n \text{ chiffres})$$

nous dirons, pour abréger le langage, que

$$a \cdot 10^n + b \cdot 10^{n-1} + c \cdot 10^{n-2} + \ldots$$

est le *nombre développé*.

Considérons un nombre :

$$N = abcde.$$

Supposons, par exemple, que le chiffre c soit supérieur à 5 et posons

$$10 - c = c',$$

c' étant, par conséquent, l'un des chiffres de la suite (1). Nous avons :

$$N = abode + c \cdot 10^3 \ldots$$

ou :

$$N = ab\bar{c}'de + (c + c')\,10^3,$$

ou enfin :

$$N = ab\bar{c}'de + 10^4.$$

Si b n'est pas égal à 9, $(b + 1)$ représente, dans l'égalité précédente, le second chiffre. Si $b = 9$, $(b + 1)\,10^4 = 10^5$; $(a + 1)$ sera le premier chiffre du nombre N. En opérant ainsi successivement pour les chiffres supérieurs à 5, on transformera la représentation arithmétique ordinaire de N en une autre ne renfermant que les symboles inférieurs à 6.

Cette transformation se fait d'ailleurs instantanément, dans la pratique. Pour le montrer, prenons un exemple.

Le nombre N, dans l'écriture ordinaire, étant représenté par

$$N = 378.162.748 ;$$

dans l'écriture que nous proposons on aura :

$$N = 4\bar{2}\bar{2}.2\bar{4}3.\bar{3}5\bar{2}$$

La transformation se fait par l'application d'une règle pratique fort simple, mais sur laquelle nous devons insister un peu pour montrer, qu'en effet, ce changement peut être effectué sans effort (*).

On prend le complément de 8 à 10 ; c'est 2. On écrit $\bar{2}$, pour le dernier chiffre et on reporte 1 au chiffre précédent. Si, après cette augmentation, le second chiffre ne dépasse pas 5, on le conserve et on continue la transformation du nombre considéré, en allant toujours de droite à gauche. Lorsqu'on rencontre le chiffre 8 qui est au troisième rang, on le remplace

(*) Dans cet ordre d'idées *(transformation dans la représentation d'un nombre donné)*, nous signalerons ici une Note de M. Collignon publiée récemment dans la chronique des *Annales des Ponts et Chaussées* (avril 1893, p. 790), intitulée : UNE REMARQUE SÛR LA MULTIPLICATION.

Le point de départ de cette Noté est tout différent de celui que nous venons d'exposer et il peut, je crois, se résumer ainsi :

Un nombre N *étant donné, quelconque d'ailleurs, on peut toujours le représenter par une somme ou une différence de nombres* A, B, C, D, *en nombre égal à* 4, *tout au plus ; ces nombres étant exprimés par les seuls symboles* 0, 1, 2, 3.

par $\bar{2}$; le chiffre 7, qui occupe le second rang, doit alors être remplacé par 8, ou par $\bar{2}$, en mettant 4 au lieu de 3, au premier rang. Il suffit de réfléchir un instant à cette opération pour comprendre combien elle est d'une réalisation facile ; mais, si l'on doute de la chose, la conviction s'imposera quand on aura fait seulement deux ou trois transformations de cette nature.

Les opérations arithmétiques dans la nouvelle manière. — Nous avons à nous demander, avant d'aller plus loin, comment se modifient les règles ordinaires du calcul arithmétique, quand on écrit les nombres comme nous le proposons ici.

D'une façon générale, on peut dire que ces règles subsistent, avec cette simple modification que, dans les applications, on suivra *la règle des signes* (*).

Voici, pour citer un premier exemple, une addition faite dans le système en question :

$$\begin{aligned} N &= 765.294 = 1\,\bar{2}\bar{4}\bar{5}.3\bar{1}4 \\ N' &= 378.572 = 4\bar{2}\bar{1}.\bar{4}\bar{3}2 \\ N'' &= 257.829 = 3\bar{4}\bar{2}.\bar{2}3\bar{1} \\ \hline N + N' + N'' &= 1.401.695 = 1.402.\bar{3}\bar{1}\bar{5} \end{aligned}$$

Pour l'addition, même pour celle qui est relative à de grands nombres, la simplification qui résulterait de l'emploi de la méthode que nous exposons est, nous l'accordons, assez minime. Elle constitue pourtant, tout au moins, une vérification du calcul pour ceux qui auront pris l'habitude des figures négatives. Mais en effectuant quelques opérations, on verra bientôt combien l'usage des chiffres affectés du signe —, facilite le calcul. Et, en effet, les nombres obtenus par l'addition des chiffres renfermés dans une même colonne, au lieu d'aller en augmentant toujours, ce qui est inévitable avec l'écriture ordinaire, se trouvent être notablement plus simples, en bénéficiant du mélange des chiffres positifs et des chiffres négatifs. La justesse de cette observation est facile à vérifier sur le calcul précédent.

(*) Cette règle des signes et toute la théorie des nombres dits *négatifs* se trouvent, habituellement, exposées au commencement de l'algèbre. Nous ne voyons, pour notre part, que des avantages à la placer en arithmétique, lorsqu'on s'adresse à ceux qui doivent s'expliquer la partie théorique de cette science. Quant aux autres, à ceux qui se bornent à la partie pratique, il ne leur sera pas difficile d'ajouter au bagage ordinaire une règle de plus ; surtout une règle aussi simple.

Prenons maintenant un exemple de multiplication et soit proposé de multiplier l'un par l'autre les deux nombres :

$$N = 289.764 = 3\bar{1}0.\bar{2}\bar{4}4$$
$$N' = 182.879 = 2\bar{2}3.1\bar{2}\bar{1}$$

La multiplication faite par la voie ordinaire donne le tableau suivant :

289764
182879
2607876
2028348
2318112
579528
2318112
289764
52991750556

Par l'autre méthode, le calcul se présente sous cette forme :

$3\bar{1}0\bar{2}\bar{4}4$
$2\bar{2}3\bar{1}2\bar{1}$
$\bar{3}10244$
$\bar{6}20488$
$\bar{3}10244$
$9\bar{3}0\bar{7}\bar{1}2$
$\bar{6}20488$
$6\bar{2}0\bar{4}\bar{8}8$
$5301\bar{2}3\bar{5}1\bar{4}\bar{4}\bar{4}$

Dans le courant du calcul, pour éviter certaines complications, qui disparaîtraient d'ailleurs avec la pratique, nous avons fait usage des sym-

boles 6, 7... ; mais en faisant l'addition des résultats partiels, il faut revenir à la notation adoptée.

La preuve par 9 s'applique à l'opération précédente, comme elle se fait avec les nombres écrits à la manière ordinaire. Le calcul se trouve, au contraire, simplifié ; la somme des chiffres s'obtenant plus facilement, nous l'avons déjà observé, quand quelques-uns d'entre eux sont négatifs.

Voici un exemple d'une division effectuée successivement par les deux méthodes:

$$\begin{array}{r|l} 293964 & 374 \\ \hline 3216 & 786 \\ 2244 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3\bar{1}40\bar{4}4 & 4\bar{3}4 \\ \hline 4\bar{3}4 & 1\bar{2}\bar{1}\bar{4} \\ \hline \bar{1}200 & \\ \bar{8}6\bar{8} & \\ \hline \bar{1}5\bar{2}\bar{4} & \\ 4\bar{3}\bar{4} & \\ \hline \bar{2}504 & \\ \bar{1}5\bar{1}6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Pour cette opération, le manque d'habitude ne permettant pas de faire, à la fois, la multiplication du multiplicateur par les chiffres successifs du quotient et la soustraction correspondante, les opérations sont plus longues. Mais nous pensons que la pratique ferait facilement disparaître cette difficulté. Il y a, dans tous les cas, au système que nous préconisons, un avantage non contestable et qui résulte de ce fait que, les calculs ne portant pas sur les symboles 6, 7, 8, 9, le chiffre du quotient se détermine presque toujours sans le tâtonnement que l'on rencontre si fréquemment dans l'opération ordinaire.

Comme dernier exemple, proposons-nous d'extraire la racine carrée de

$$614656$$

On a :

$$614656 = 1\bar{4}1\bar{5}3\bar{4}\bar{4}$$

Le calcul, disposé conformément à la pratique ordinaire, donne le tableau suivant :

$$\begin{array}{r|l}
\sqrt{1\bar{4}15\bar{3}\bar{4}\bar{4}} & 1\bar{2}\bar{2}4 \\
\bar{4}1 & \overline{2\bar{2}\times\bar{2}} \\
\bar{4}4 & \overline{24\bar{2}\times\bar{2}} \\
\overline{\bar{3}5\bar{3}} & \overline{2\bar{4}\bar{4}\times 4} \\
\bar{3}\bar{2}4 & \\
\overline{1\bar{4}\bar{3}\bar{4}\bar{4}} & \\
1\bar{4}3\bar{4}\bar{4} & \\
\overline{0} &
\end{array}$$

La racine est égale à $1\bar{2}\bar{2}4$, ou à 784, comme on le vérifie facilement.

M. C.-A. LAISANT

Docteur ès sciences, à Paris.

SUR LES TABLEAUX DE SOMMES. — NOUVELLES APPLICATIONS [A 1 C α]

— Séance du 4 août 1893 —

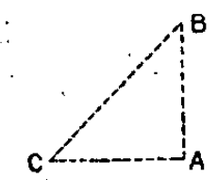
1. — *Définition et Propriétés.* — Je rappellerai tout d'abord la définition d'un tableau de sommes. Si, sur un échiquier indéfini, on inscrit dans une colonne, de haut en bas, des termes arbitraires $u_{0,0}$, $u_{1,0}$, $u_{2,0}$, ..., puis, sur la ligne passant par $u_{0,0}$, d'autres termes arbitraires $u_{0,1}$, $u_{0,2}$, $u_{0,3}$, ... ; et qu'ensuite on remplisse successivement les cases de l'échiquier par des termes $u_{x,y}$ formés d'après la loi suivante :

$$u_{x,y} = u_{x-1,y} + u_{x,y-1},$$

la figure arithmétique ainsi formée sera un tableau de sommes. Autrement dit, dans un tableau de sommes, chaque terme est la somme de celui qui est placé à sa gauche et de celui qui est placé immédiatement au-dessus.

L'un des exemples les plus simples de tableaux de sommes êst le carré arithmétique de Fermat, qui fournit les coefficients des puissances successives d'un binôme, et que j'ai étudié dans une communication présentée en 1891 au Congrès de Marseille.

Tout tableau de sommes présente une triple propriété, des plus intéressantes, et dont la découverte, croyons-nous, est due au regretté Édouard Lucas; je me contenterai de rappeler ici les énoncés de ces théorèmes, dont la démonstration est du reste très facile. Si nous considérons les centres A, B, C de trois cases de l'échiquier formant un triangle rectangle isocèle, A, C étant sur une même ligne et A, B sur une même colonne, appelons $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_n$ les $n+1$ termes que nous rencontrons en suivant la ligne BC; $\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_n = \alpha_n$, ceux que nous rencontrons en marchant de A vers C; $\gamma_0 = \beta_0, \gamma_1, \ldots \gamma_n = \alpha_0$ ceux que nous rencontrons en marchant de A vers B. Soient enfin $c_0 = 1, c_1, c_2, \ldots c_n = 1$ les coefficients du développement de $(z+1)^n$.



Cela posé, nous aurons, pour les valeurs des termes $\beta_0 = \gamma_0$, $\alpha_0 = \gamma_n$, $\alpha_n = \beta_n$, respectivement placés dans les cases A, B, C :

$$\begin{aligned}
\beta_0 &= c_0\alpha_0 + c_1\alpha_1 + \ldots + c_n\alpha_n,\\
\alpha_0 &= c_0\beta_0 - c_1\beta_1 + \ldots \pm c_n\beta_n,\\
\alpha_n &= c_0\gamma_0 - c_1\gamma_1 + \ldots \pm c_n\gamma_n,
\end{aligned}$$

ou, symboliquement :

$$\beta_0 = \alpha_0[1+\alpha]^{(n)}, \qquad \alpha_0 = \beta_0[1-\beta]^{(n)}, \qquad \alpha^n = \gamma_0[1-\gamma]^{(n)},$$

les exposants devant être transformés en indices.

Nous utiliserons plus loin ces importantes propriétés.

2. — Au lieu de se donner comme conditions initiales les termes d'une colonne et d'une ligne, on peut prendre ceux d'une diagonale ayant la direction BC de la figure ci-dessus; alors le tableau de sommes peut se former à droite et au-dessous de cette diagonale, mais non pas dans la région opposée, car il est aisé de voir qu'il resterait une indétermination.

Si, par exemple, on prend pour cette diagonale les coefficients d'un polynôme entier $P(z)$ en les faisant précéder et suivre de zéros, chaque diagonale parallèle donnera successivement les coefficients du produit de $P(z)$ par $(z+1), (z+1)^2, \ldots (z+1)^p$. C'est même là le procédé de calcul le plus simple pour effectuer une telle multiplication, et, à ce titre, les tableaux de sommes mériteraient d'entrer dans l'enseignement, même élémentaire. Comme exemple unique, supposons que nous voulions multiplier

$$z^3 - 2z + 1 \text{ par } (z+1)^5.$$

La figure suivante, qui se comprend d'elle-même, donnera le résultat :

$$z^8 + 5z^7 + 8z^6 + z^5 - 10z^4 - 9z^3 + 3z + 1.$$

					0			
				1	1	1	1	1	1
			−2	−1	0	1	2	3	
		0	−2	−3	−3	−2	0		
	1	1	−1	−4	−7	−9			
0	1	2	1	−3	−10				
0	1	3	4	1					
1	4	8							
1	5								
1									

La formation inverse, permettant de remonter d'une diagonale donnée aux diagonales précédentes, donnerait de même les développements des quotients d'un polynôme $P(z)$ par les puissances successives de $(z + 1)$. Il suffit dans ce cas de conserver la même valeur au premier coefficient ; mais, bien entendu, la série des coefficients ainsi obtenus ne se termine pas en général.

3. — Les tableaux de sommes sont également d'un usage commode pour multiplier ou diviser un polynôme en z par une puissance de $z - 1$. Il suffit d'écrire les coefficients de ce polynôme, soit sur une colonne, de haut en bas, en les faisant suivre et précéder de zéros, soit sur une ligne de gauche à droite, et de former le tableau, en prenant pour le premier terme des colonnes ou des lignes suivantes le même coefficient. Prenons, par exemple, le polynôme $2z^3 + 3z^2 + 5z - 10$. Nous pourrons écrire :

		0			
2	2	2	2	2	2
−1	1	3	5	7	9
1	2	5	10	17	26
−17	−15	−10	0	17	43
25	10	0	0	17	60
−10	0	0	0	17	77
0	0	0			

Le produit du polynôme donné par $(z-1)^2$ est :

$$2z^5 - z^4 + z^3 - 17z^2 + 25z - 10.$$

Son quotient par $z-1$ est : $2z^2 + 5z + 10$;

par $(z-1)^2$, c'est $2z + 7 + 17z^{-1} + 17z^{-2} + \ldots$

4. — *Applications aux coefficients du binôme.* — Ainsi que nous l'avons rappelé plus haut, le carré arithmétique de Fermat, qui n'est qu'une forme plus commode du triangle arithmétique de Pascal, est un tableau de sommes qui donne par ses diagonales successives les coefficients des développements des puissances de $z+1$. Reproduisons-le ici sous la forme même que nous lui avons donnée dans notre communication du Congrès de Marseille *(fig. 2)*. Nous reconnaissons que la diagonale $\nearrow$ qui part de l'origine ne comprend, sauf l'origine elle-même, que des zéros ; et tous les éléments compris depuis cette diagonale jusqu'à l'axe des y ne sont également que des zéros. La première ligne, ou axe des y, ne comprend que des 1 ; la deuxième ligne (nombres naturels) contient des éléments respectivement égaux à $y+1$; la troisième (nombres triangulaires) des éléments représentés par une fonction du deuxième degré de y ; et en général dans la ligne qui a pour abscisse x, les éléments sont des fonctions entières de y, de degré x.

1	−8						1	0	0	0	0	
1	−7	21	−35	35	−21	7	−1	0	0	0	0	0
1	−6	15	−20	15	−6	1	0	0	0	0	0	0
1	−5	10	−10	5	−1	0	0	0	0	0	0	
1	−4	−6	−4	1	0	0	0	0	0	0	0	
1	−3	3	−1	0	0	0	0	0	0	0		
1	−2	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	−1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	$\longrightarrow y$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	
1	4	10	20	35	56	84						
1	5	15	35	70	126							
1	6	21	56	126								
1	7	28	84									
1	8	36										
1	9	45										
↓												
x												

Considérons, au-dessus de l'axe des y, une colonne comprenant n zéros. Si nous appliquons au zéro le plus élevé de cette colonne le théorème rappelé au n° 1, en assimilant ce zéro au sommet B du triangle rectangle isocèle, nous aurons, en appelant toujours $c_0, c_1, c_2, \ldots c_n$, les coefficients du développement de $(z+1)^n$,

$$c_0 - c_1 + c_2 \ldots \pm c_n = 0,$$

propriété bien connue.

Descendons d'une case de hauteur le triangle considéré, et il viendra :

$$1 \,.\, c_0 - 2c_1 + 3c_2 \ldots \pm (n+1)c_n = 0,$$

d'où, par rapprochement avec la relation précédente, $\sum_0^n (-1)^p p c_p = 0$.

Descendant encore d'une case, et nous rappelant que les coefficients sont des fonctions de p du deuxième degré, il s'ensuivra $\sum_0^n (-1)^p p^2 c_p = 0$; et ainsi de suite, tant que nous pouvons faire descendre notre triangle rectangle sans que le sommet B cesse d'occuper une case remplie par un zéro ; c'est-à-dire que la dernière relation ainsi obtenue sera :

$$\sum_0^n (-1)^p p^{n-1} c_p = 0.$$

En résumé, nous avons donc les n relations :

$$\begin{array}{lllll}
c_0 - c_1 & + c_2 & - c_3 & + \ldots\ldots & \pm c_n = 0, \\
- 1 \,.\, c_1 & + 2c_2 & - 3c_3 & + \ldots\ldots & \pm nc_n = 0, \\
- 1^2 \,.\, c_1 & + 2^2 c_2 & - 3^2 c_3 & + \ldots\ldots & \pm n^2 c_n = 0, \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\
- 1^{n-1} c_1 & + 2^{n-1} c_2 & - 3^{n-1} c_3 & + \ldots\ldots & \pm n^{n-1} c_n = 0.
\end{array}$$

Il est à peu près évident que ces relations subsistent si nous remplaçons les coefficients 0, 1, 2, ... n par une suite de termes $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_n$ d'une progression arithmétique quelconque. Les relations que nous venons d'écrire étant linéaires et homogènes, nous en déduisons le théorème suivant:

Soient $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_n$ les termes successifs d'une progression par différence. Formons le tableau rectangulaire

$$\left|\begin{array}{ccccccc}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 \ldots & & 1 \\
\alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \ldots & \ldots & & \alpha_n \\
\alpha_0^2 & \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \ldots & \ldots & & \alpha_n^2 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\alpha_0^{n-1} & \alpha^{n-1} & \alpha_2^{n-1} & \ldots & \ldots & & \alpha^{n-1}
\end{array}\right|$$

qui contient n *lignes et* $n+1$ *colonnes, et appelons* $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_n$ *les déterminants obtenus en supprimant dans ce tableau la* 1re; *la* 2e, *la* 3e, ... *la* $(n+1)^e$ *colonne.*

Si $c_0, c_1, \ldots c_n$ *sont les coefficients du développement de* $(z+1)^n$, *on aura :*

$$\frac{c_0}{\Delta_0} = \frac{c_1}{\Delta_1} = \ldots = \frac{c_n}{\Delta_n}.$$

Comme on sait que c_0 et c_n sont égaux à l'unité, il s'ensuit qu'un coefficient quelconque c_p a pour expression $\frac{\Delta_p}{\Delta_n}$.

Par exemple, en prenant les nombres naturels 1, 2, 3, ... $n+1$, on formerait le tableau rectangulaire :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \ldots & 1 \\ 1 & 2 & 3 \ldots & n+1 \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 \ldots & (n+1)^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1^{n-1} & 2^{n-1} & 3^{n-1} \ldots & (n+1)^{n-1} \end{vmatrix}$$

et le déterminant de Vandermonde Δ_n a dans ce cas pour expression :

$$1!\,2!\,3! \ldots (n-1)! = 1^{n-1}\,2^{n-2} \ldots (n-2)^2\,(n-1),$$

en sorte que :

$$c_p = \frac{\Delta_p}{1!\,2! \ldots -(n-1)!}.$$

Cette propriété a été énoncée, sans démonstration, dans une communication faite dans l'une des séances de la Société mathématique, il y a quelques mois. Nous en avions trouvé une démonstration purement algébrique assez compliquée, tandis que celle qui précède est au fond d'une simplicité extrême, grâce à l'emploi du théorème du triangle rectangle.

4. — Soit un polynôme $f(z) = A_0 + A_1 z + \ldots + A_p z^p$ d'un degré p inférieur à n. Si nous multiplions par $A_0, A_1, \ldots A_p$ les $p+1$ premières relations linéaires obtenues au numéro précédent, nous aurons par addition :

$$c_0 f(\alpha_0) - c_1 f(\alpha_1) + \ldots \pm c_n f(\alpha_n) = 0.$$

On a donc ce théorème, d'ailleurs facile à établir d'une façon directe :

Si, dans une fonction entière f(z) *de degré* p, *on substitue à* z *des valeurs* $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_n$ *en progression par différence,* n *étant supérieur à* p, *et si on appelle* $f_0, f_1 \ldots f_n$ *les résultats de ces substitutions, on aura la relation symbolique*

$$f_0\,[1-f]^n = 0,$$

les exposants devant être remplacés par des indices dans le développement.

5. — Nous avons reproduit plus haut la figure du carré arithmétique de Fermat, obtenue en partant, comme conditions initiales, d'une ligne de 1 et d'une colonne de 1 ; en introduisant une simple modification qui consiste à placer dans la case origine un 0 au lieu d'un 1, on obtient une nouvelle figure, à peu près identique, mais qui semble présenter certains avantages. Elle permet, en effet, d'étendre la construction sur toute la surface du plan, et présente une symétrie complète par rapport à la bissectrice de l'angle *yox*. Nous nous bornons à reproduire ici les premiers éléments de ce carré, sur lequel on vérifiera sans peine les propriétés qu'il présente. On remarquera que la région positive des x et des y est absolument identique à la figure ordinaire du carré arithmétique :

					0	0	0	1	−4	6	−4	1	0	0	0	0
				0	0	0	0	1	−3	3	−1	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	1	−2	1	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	1	−1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1 → y
1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
15	10	6	3	1	0	0	1	4	10	20	35	56	84	120		
−20	−10	−4	−1	0	0	0	1	5	15	35	70	126	210			
15	5	1	0	0	0	0	1	6	21	56	126	252				
−6	−1	0	0	0	0	0	1	7	28	84	210					
1	0	0	0	0	0	0	1	8	36	120						

↓ x

6. — Formons un tableau de sommes en prenant pour condition initiale une diagonale dont les termes forment la progression arithmétique 0, 1, 2, ...

					5	11
				4	9	20
			3	7	16	36
		2	5	12	28	
	1	3	8	20	48	
0	1	4	12	32	80	

On démontre immédiatement que les diagonales successives parallèles à la première contiennent des termes formant des progressions arithmétiques de raisons, 2, 4, 8, ... et que les diagonales perpendiculaires contiennent des termes formant des progressions par quotient de raison 4. Il en résulte qu'un terme quelconque, occupant le rang $n+1$ dans sa ligne et sa colonne est égal à 2^n, multiplié par la demi-somme des termes situés en tête de la colonne et à gauche de la ligne. En particulier, le terme de rang $n+1$ de la ligne inférieure a pour expression $n2^{n-1}$. Donc, en appliquant le théorème du triangle rectangle :

$$0c_0 + 1c_1 + 2c_2 + \ldots + nc_n = n \cdot 2^{n-1},$$

on conclut immédiatement de là :

$$ac_0 + (a+h)\,c_1 + (a+2h)\,c_2 + \ldots + (a+nh)c_n = (2a+nh)\,2^{n-1}.$$

7. — Un problème qui paraît difficile, et que nous n'avons pas la prétention de résoudre, est celui qui consiste à trouver une formule qui donnerait la somme des cubes des coefficients $c_0, c_1, \ldots c_n$. Mais voici un mode de formation de cette somme qui permet de l'obtenir bien aisément, et qui peut être de nature à provoquer dans cette voie de nouvelles recherches. Il suffit d'écrire comme diagonale initiale la suite des carrés des coefficients, et de former le tableau de sommes, en se limitant à la formation d'un triangle rectangle. Au sommet de l'angle droit, on trouvera la somme cherchée. Par exemple, pour avoir la somme $1^3 + 4^3 + 6^3 + 4^3 + 1^3$ des coefficients de $(z+1)^4$, nous écrirons :

				1
			16	17
		36	52	69
		16	52	104	173
	1	17	69	173	346

et 346 est la somme demandée.

8. — *Applications à la série de Fibonacci.* — Écrivons la série récurrente de Fibonacci, dont la loi de récurrence est $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$, avec les conditions initiales $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, en prolongeant cette série dans les deux sens : ...

13 −8 5 −3 2 −1 1 0 1 1 2 3 5 8 13 21 34

On remarque immédiatement cette propriété que $u_{-p} = (-1)^{p+1} u_p$; et,

en outre, si l'on formait le tableau des différences, on aurait encore la série de Fibonacci dans toutes les lignes successives.

Si nous formons un tableau de sommes en prenant pour colonne initiale la suite $u_0, u_1, u_2, \ldots$ et pour ligne initiale $u_0, u_2, u_4, \ldots$ nous aurons la figure ci-dessous :

			89	34	13	5	2	1	1	2	5	13
			−55	−21	−8	−3	−1	−0	1	3	8	21
		89	34	13	5	2	1	1	2	5	13	34
		−55	−21	−8	−3	−1	0	1	3	8	21	55
	89	34	13	5	2	1	1	2	5	13	34	89
−55	−21	−8	−3	−1	0	1	3	8	21	55	144 → y	
34	13	5	2	1	1	2	5	13	34	89		
−21	−8	−3	−1	0	1	3	8	21	55			
13	5	2	1	1	2	5	13	34	89			
−8	−3	−1	0	1	3	8	21	55				
5	2	1	1	2	5	13	34	89				
−3	−1	0	1	3	8	21	55					
2	1	1	2	5	13	34	89					
−1	0	1	3	8	21	55						
1	1	2	5	13	34	89						
0	1	3	8	21	55							
↓												
x												

Il est à remarquer que, dans ce tableau, toutes les colonnes et toutes les diagonales ↗ reproduisent la série de Fibonacci. Toutes les lignes représentent les termes de la série pris de deux en deux. Toutes les diagonales ↘ représentent les termes de la série pris de trois en trois. Si nous désignons comme plus haut par $\ldots u_{-2}, u_{-1}, u_0, u_1, u_2, \ldots$ les termes de la série, et par $v_{x,y}$ l'élément qui occupe la case ayant pour coordonnées x, y, on a :

$$v_{x,y} = u_{x+2y}.$$

Si nous plaçons sur ce tableau le triangle rectangle ABC indiqué au n° 1 ,

en appelant n le nombre des intervalles compris sur chacun des côtés, les éléments correspondant à C, B, A auront respectivement pour valeurs

$$v_{x,y}, \qquad v_{x-n,y+n}, \qquad v_{x,y+n},$$

c'est-à-dire :

$$u_{x+2y}, \qquad u_{x+2y+n}, \qquad u_{x+2y+2n},$$

ou u_p, u_{p+n}, u_{p+2n}, en posant $x+2y=p$. Appliquant les théorèmes du triangle rectangle, nous avons donc les propositions représentées par les relations symboliques suivantes :

$$u_{p+2n} = u_p\,[u+1]^{(n)},$$
$$u_p = u_{p+n}\,[u-1]^{(n)},$$
$$u_{p+n} = u_p\,[u^2-1]^{(n)}.$$

En particulier, pour $p=0$, ces relations deviennent :

$$u_{2n} = [u+1]^{(n)},$$
$$0 = u_n\,[u-1]^{(n)},$$
$$u_n = [u^2-1]^{(n)}.$$

Les multiplications symboliques qui figurent dans ces relations permettent d'énoncer les propositions suivantes :

En multipliant symboliquement un terme quelconque de la série de Fibonacci par $[u-1]^{(n)}$ *on le fait reculer de* n *rangs ;*

En le multipliant par $[u^2-1]^{(n)}$ *on le fait avancer de* n *rangs ;*

En le multipliant par $[u+1]^{(n)}$ *on le fait avancer de* 2n *rangs.*

Les indications rapides qui précèdent suffiront à faire comprendre les services que peuvent rendre les tableaux de sommes, soit pour la pratique du calcul, soit pour la recherche de certaines propriétés arithmétiques ou algébriques.

9. — *Rapprochement avec la théorie des différences.* — Il est facile de voir qu'un tableau de différences peut prendre assez simplement la forme d'un tableau de sommes, par une disposition particulière ; ayant écrit des termes quelconques, par exemple 2, 4, 8, 11, 14, 19, 23, formons leurs différences successives comme d'habitude, mais en les écrivant au-dessus des termes. Puis, dans le tableau ainsi construit, faisons glisser les lignes successives, de manière à aligner verticalement leurs derniers éléments.

Nous aurons alors les deux figures ci-après, transformées l'une de l'autre :

			5	−6		
		−4		1	−5	
	−3		1		2	−3
2		−1		0		2		−1
	2		4		3		3		5		4	
4		8		11		14		19		23	

					5	−6
				−4	1	−5
			−3	1	2	−3
		2	−1	0	2	−1
	2	4	3	3	5	4
2	4	8	11	14	19	23

et la dernière est évidemment un tableau de sommes, défini comme nous l'avons fait au commencement de cette note.

Toute la théorie des différences peut se faire en partant de là, et, au fond, de la même manière que d'habitude. Cette modification peut paraître un peu puérile puisqu'elle repose sur un simple changement dans la manière d'écrire. Au point de vue pratique, elle a cependant une certaine importance. Dans la formation d'un tableau de différences, en effet, on a recours à la soustraction, et une erreur peut facilement être commise sur le sens de la soustraction, c'est-à-dire sur le signe de la différence. Dans les tableaux de sommes, au contraire, une semblable erreur n'est pas à redouter, l'addition étant commutative.

M. Gaston TARRY

Inspecteur des Contributions diverses, à Alger.

GÉOMÉTRIE GÉNÉRALE — MESURE DES ARCS DE COURBE, ETC. (*) [Q 1 d]

— *Séance du 5 août 1893* —

DE LA LONGUEUR DES LIGNES COURBES

193. — Définition. — *La longueur d'une courbe est la limite vers laquelle tend le périmètre d'une ligne brisée inscrite dans cette courbe, lorsque les côtés tendent vers zéro.*

Nous justifierons cette définition en démontrant que cette limite existe et est unique, quelle que soit la loi suivant laquelle les côtés du polygone tendent vers zéro, pourvu toutefois que la courbe soit continue et monogène.

Ces deux conditions étant nécessaires et suffisantes, il ne sera question, dans ce chapitre, que de courbes continues et monogènes.

En général, un point d'une courbe donnée n'est pas déterminé quand on connaît la position d'une seule de ses composantes. En effet, considérons une courbe quelconque, et soit P la composante positive d'un de ses points. Il est clair que les points de la courbe, dont P est la composante positive, sont les points d'intersection de cette courbe avec la droite isotrope positive de support P. Par conséquent, si la courbe est algébrique et de degré n, il existera n points de la courbe ayant pour composante positive P.

Mais, la courbe étant continue et monogène par hypothèse, les deux composantes isotropes d'un point qui se meut sur la courbe se trouvent tellement liées l'une à l'autre, que si l'une d'elles décrit une ligne continue, l'autre décrira en même temps une ligne continue parfaitement déterminée.

Il ne peut y avoir de difficultés que dans les deux cas suivants :

1° Quand le point, représenté par ses deux composantes, passe par un point multiple de la courbe.

(*) Suite du mémoire inséré au C. R. du Congrès de Pau, 1892, p. 132.

En effet, le point peut évidemment continuer sa route en suivant l'un quelconque des chemins indiqués par les tangentes qui aboutissent au point multiple;

2° Quand le point mobile passe par un *point circulaire*, c'est-à-dire par un point de contact de la courbe avec une droite isotrope.

Les points de la courbe infiniment voisins du point circulaire sont les points d'intersection de la tangente isotrope avec une circonférence de rayon infiniment petit ayant pour centre le point circulaire. Ces points d'intersection sont les points cycliques, et l'on voit que la route à poursuivre par le point arrivé à un point circulaire est encore plus indéterminée que dans le cas précédent. L'examen de la question ferait connaître que les points circulaires sont des circonférences évanouissantes, et non des points uniques.

Considérons une courbe donnée et soit AA′ l'un de ses points.

Faisons décrire à la composante positive A une ligne continue quelconque APZ; la composante négative A′ décrira en même temps une autre ligne continue A′P′Z′ et le point AA′ se rendra à la position ZZ′ en suivant sur la courbe un chemin parfaitement déterminé, à la condition toutefois de ne pas rencontrer sur sa route un point multiple ou circulaire.

La forme arbitraire de la ligne APZ, qui relie A à Z, introduit dans la mesure de la longueur de l'arc de courbe AA′PP′ZZ′ une indétermination qui ne se présente pas en géométrie ordinaire.

En géométrie générale, un point peut se rendre d'une extrémité à l'autre d'un arc de courbe en passant par une infinité de chemins différents, tous tracés sur le même arc de courbe.

Il est donc indispensable de démontrer que la longueur du chemin parcouru est toujours la même, quelle que soit la route suivie.

194. — *Théorème de l'indépendance de la longueur d'un arc de courbe envers le chemin suivi pour en rejoindre les deux extrémités.*

Ce théorème présente la plus grande analogie avec celui de Cauchy, relatif à l'indépendance de la valeur d'une intégrale $\int y dx$ envers le chemin suivi pour en rejoindre les deux limites. Pour mieux faire ressortir cette ressemblance, nous calquerons autant que possible notre démonstration sur celle du théorème de Cauchy donnée par M. Marie (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, année 1890, page 389).

Notre théorème peut s'énoncer ainsi :

Un chemin propre à rejoindre les deux extrémités d'un arc de courbe, et qui ne passe pas par un point multiple ou circulaire de la courbe, peut être modifié infiniment peu, puis insensiblement d'une manière appréciable, sans qu'il en résulte aucun changement dans la longueur du chemin, pourvu que, durant sa déformation continue, ce chemin ne passe jamais par un point multiple ou circulaire de la courbe.

Considérons un premier chemin AA′BB′CC′ ... XX′YY′ZZ′, et divisons-le en ses éléments

$$AA'BB',\ BB'CC',\ \ldots,\ XX'YY',\ YY'ZZ'.$$

Nous avons démontré (147) que la longueur d'un arc de courbe monogène infiniment petit est égale à la longueur de sa corde. Il résulte de là que la somme des longueurs des cordes infiniment petites

$$AA'BB' + BB'CC' + \ldots + XX'YY' + YY'ZZ'$$

est égale à la longueur du premier chemin.

Construisons un deuxième chemin qui soit infiniment voisin du premier, et qui ne passe pas non plus par un point multiple ou circulaire de la courbe. Supposons en outre que, dans le mouvement continu infiniment petit opéré par le premier chemin pour venir occuper la position du deuxième, aucun des points situés sur ces parcours intermédiaires ne passe par un point multiple ou circulaire de la courbe.

Il existera toujours sur le deuxième chemin des points B_1B_1', C_1C_1', ..., X_1X_1', Y_1Y_1', qui seront respectivement infiniment voisins des points BB', CC', ..., XX', YY' du premier chemin. Les cordes $AA'B_1B_1'$, $B_1B_1'C_1C_1'$, ..., $X_1X_1'Y_1Y_1'$, $Y_1Y_1'ZZ'$ sont infiniment petites et leur somme

$$AA'B_1B_1' + B_1B_1'C_1C_1' + \ldots + X_1X_1'\,Y_1Y_1' + Y_1Y_1'ZZ'$$

est égale à la longueur du deuxième chemin.

Les arcs de courbe monogène infiniment petits se confondant avec leurs cordes, les arcs

$$AA'BB'B_1B_1',\ BB'B_1B_1'CC'C_1C_1',\ \ldots,\ XX'X_1X_1'YY'Y_1Y_1',\ YY'Y_1Y_1'ZZ'$$

peuvent être considérés comme des éléments de lignes droites.

On a, par conséquent, les égalités suivantes :

$$\begin{aligned}
AA'B_1B_1' &= AA'BB' + BB'B_1B_1' \\
BB'B_1B_1' + B_1B_1'C_1C_1' &= BB'CC' + CC'C_1C_1' \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
XX'X_1X_1' + X_1X_1'Y_1Y_1' &= XX'YY' + YY'Y_1Y_1' \\
YY'Y_1Y_1' + Y_1Y_1'ZZ' &= YY'ZZ'
\end{aligned}$$

Additionnons ces égalités membre à membre, et supprimons les termes égaux de part et d'autre; nous aurons :

$$AA'B_1B_1' + B_1B_1'C_1C_1' + \ldots + Y_1Y_1'ZZ' = AA'BB' + BB'CC' + \ldots + YY'ZZ'.$$

Cette égalité exprime que la longueur du deuxième chemin est égale à celle du premier.

On pourrait, sous des conditions analogues, remplacer le deuxième chemin par un troisième, et recommencer indéfiniment, tant que les conditions exigées seront rigoureusement remplies.

Ainsi deux chemins terminés aux mêmes extrémités pourront se substituer l'un à l'autre, si le premier peut se transformer insensiblement dans le second, sans que, dans ses formes intermédiaires, il passe jamais par un point multiple ou circulaire de la courbe.

Nous donnerons le nom de *réseau isodrome* à l'ensemble de tous ces chemins égaux.

La démonstration précédente, fondée uniquement sur les propriétés élémentaires des courbes monogènes (146), prouve en même temps que le périmètre d'une ligne brisée inscrite dans une courbe, et dont les côtés diminuent indéfiniment, tend vers une limite unique. Notre définition de la longueur d'une courbe est donc entièrement justifiée.

195. — Le théorème de l'indépendance des longueurs des chemins peut s'énoncer sous cette forme :

La longueur du chemin suivi sur une courbe par un point qui revient à sa position de départ est identiquement nulle, lorsque ce chemin peut se réduire à un point unique, sans que, dans ses transformations successives, il passe jamais par un point multiple ou circulaire de la courbe.

On voit que dans la mesure de la longueur d'un parcours, il est indispensable de tenir compte du sens des éléments qui composent le chemin. En conséquence, les grandeurs de deux éléments consécutifs PP′QQ′ et QQ′RR′, nécessairement situés sur une même droite, auront le même signe ou des signes contraires suivant que les semi-droites PP′QQ′ et QQ′RR′ seront de même sens ou de sens contraires (33 et suivants).

196. — Par analogie avec ce qui se passe en géométrie ordinaire, on comprend que les extrémités d'un arc de courbe puissent être reliées l'une à l'autre par des chemins de longueurs différentes, et il est aisé de se rendre compte des conditions dans lesquelles les longueurs des chemins varient.

Tout point multiple peut être considéré comme un carrefour auquel aboutissent plusieurs réseaux isotropes. Un point de la courbe peut donc se rendre d'une station à une autre en empruntant des réseaux isotropes différents.

Sur un même réseau isotrope fermé un point peut aller d'une station à une autre sans quitter le réseau, en suivant deux chemins opposés; le point peut encore revenir à sa position initiale en décrivant un chemin égal à la somme des deux premiers. Dans ce dernier cas, le réseau isotrope fermé ne peut être réduit à un point unique.

La longueur constante de tous les parcours entiers d'un réseau isotrope fermé, qui ne peut se réduire à un point unique, est désigné sous le nom de *période*.

Tous les chemins que l'on peut suivre sur la courbe pour se rendre d'une position à une autre ne peuvent varier que de quantités constantes, correspondant exactement aux longueurs des périodes.

Le nombre de fois que ces périodes doivent être introduites respectivement dans chaque parcours dépend des chemins suivis pour aller de la station de départ à la station d'arrivée.

MESURE DES ARCS DE CIRCONFÉRENCE

197. — THÉORÈME. — *Le rapport d'un angle à son sinus a pour limite l'unité lorsque l'angle converge vers zéro.*

Soit $\alpha + \beta\sqrt{-1}$ un angle quelconque. De l'égalité

$$\sin(\alpha + \beta\sqrt{-1}) = \sin\alpha\cos(\beta\sqrt{-1}) + \cos\alpha\sin(\beta\sqrt{-1})$$

on déduit la suivante :

$$\sin(\alpha + \beta\sqrt{-1}) = \sin\alpha\cosh\beta + \sqrt{-1}\cos\alpha\sinh\beta.$$

Si α et β tendent indéfiniment vers zéro, on a :

$$\lim.\sin\alpha = \alpha,\ \lim.\sinh\beta = \beta,\ \lim.\cos\alpha = 1,\ \lim.\cosh\beta = 1,$$

et par suite :

$$\lim.\sin\alpha\cosh\beta = \alpha,\ \lim.\cos\alpha\sinh\beta = \beta,$$
$$\lim.\sin(\alpha + \beta\sqrt{-1}) = \alpha + \beta\sqrt{-1} \qquad \text{(C. Q. F. D.)}$$

198. — THÉORÈME. — *Tout angle au centre infiniment petit a la même mesure que l'arc qu'il intercepte sur une circonférence décrite de son sommet, comme centre, avec un rayon égal à l'unité.*

Le rayon étant égal à l'unité, la grandeur de la corde de l'arc intercepté par l'angle est égale au double du sinus de l'angle moitié. Par conséquent, en vertu du théorème précédent, la grandeur d'une corde infiniment petite, dans le cercle de rayon égal à l'unité, a la même mesure que l'angle au centre infiniment petit qui soutient cette corde.

D'autre part, la longueur d'un arc de courbe monogène infiniment petit est égale à la longueur de sa corde. D'où l'on conclut que tout angle au centre infiniment petit a pour mesure l'arc de circonférence compris entre ses côtés.

199. — THÉORÈME. — *Tout angle au centre a pour mesure l'arc compris entre ses côtés.*

L'angle au centre est égal à la somme d'une infinité d'angles infiniment petits, et chacun de ces angles infiniment petits a pour mesure l'arc de circonférence qu'il intercepte.

Or, la somme de ces arcs infiniment petits est égale à l'arc intercepté par l'angle au centre.

Donc l'angle au centre a pour mesure l'arc de circonférence compris entre ses côtés.

200. — A l'angle 2π correspond un arc qui a pour mesure la longueur d'une circonférence entière. On a donc le théorème suivant :

Le rapport de la longueur d'une circonférence quelconque à son diamètre est égal au nombre réel π.

En conséquence, la période du réseau isodrome formé par une circonférence du rayon $r + r'\sqrt{-1}$ est égale à $2\pi\left(r + r'\sqrt{-1}\right)$.

Les seuls points singuliers de la circonférence sont ses deux points circulaires, qui se confondent avec les deux points cycliques.

201. — Nous pouvons maintenant énoncer les théorèmes suivants :

Dans un même cercle ou dans des cercles égaux : deux angles au centre égaux interceptent des arcs égaux, et réciproquement deux arcs égaux sont interceptés par deux angles égaux.

Tout angle inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés, ou en diffère de π.

Tout angle formé par deux sécantes a pour mesure la demi-somme des arcs compris entre ses côtés, ou en diffère de π.

RÈGLE DES SIGNES EN GÉOMÉTRIE

202. — *Lorsqu'un théorème relatif à des segments et à des angles situés d'une façon quelconque dans un plan est convenablement et complètement énoncé, il doit toujours comporter la règle des signes.* (LAGUERRE.)

Il est regrettable que la règle des signes, ainsi entendue, ne soit pas toujours appliquée lorsqu'on considère des segments comptés sur des lignes différentes ou des angles n'ayant pas même sommet. Les théorèmes énoncés sans tenir compte de la règle des signes perdent de leur beauté, manquent de généralité et paraissent quelquefois moins exacts. En voici un exemple.

Tous les traités de géométrie élémentaire donnent le théorème suivant :

Dans le cercle, tous les angles inscrits sous-tendus par la même corde sont égaux ou supplémentaires.

Ainsi, tout angle APB inscrit dans l'un des deux segments déterminés par la corde AB serait le supplément d'un angle quelconque AP'B inscrit dans l'autre segment *(fig. 1)*.

Rappelons la définition de l'angle conforme à la règle des signes.

Étant données deux semi-droites a et b, l'angle (a, b) que fait la semi-droite origine a avec la semi-droite terme b est l'angle dont il faut faire tourner a autour de l'intersection des deux semi-droites jusqu'à ce que les deux semi-droites s'appliquent l'une sur l'autre et soient dirigées dans le même sens.

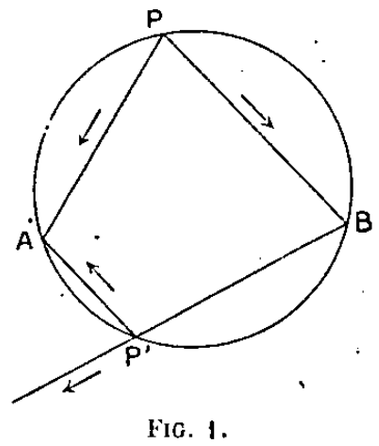


FIG. 1.

L'angle est donc déterminé à un multiple près de 2π et si l'un de ses côtés change de sens l'angle est augmenté de π.

On voit immédiatement, sur la figure, que les angles APB et AP'B diffèrent de π. Il paraît donc plus exact d'énoncer le théorème sous cette forme :

Dans le cercle, tous les angles inscrits sous-tendus par la même corde sont égaux ou diffèrent de π.

Le lieu géométrique des sommets d'un angle de grandeur constante, dont les côtés tournent autour de deux points fixes est, de fait, une circonférence entière, et non un système de deux arcs de cercle, comme on serait porté à le croire si l'on n'appliquait pas la règle des signes.

203. — Quand on change la direction de l'un des côtés d'un angle, la grandeur de l'angle varie de π, mais sa représentation matérielle ne subit aucune modification.

La géométrie analytique fournit le moyen de dessiner les figures écrites dans ses équations, mais elle paraît impuissante pour distinguer deux figures différentes qui ont la même représentation matérielle, comme deux segments de droites égaux en grandeur absolue et de sens contraires, ou deux angles qui diffèrent de π.

On comprend dès lors pourquoi la géométrie analytique ne fait pas connaître la distance de deux points, ni la grandeur d'un angle, mais seulement le carré de la distance et le double de l'angle, ou bien la longueur de sa tangente.

C'est pour cette raison que Laguerre, dans ses recherches analytiques sur l'emploi des imaginaires en géométrie, n'a pu découvrir que les relations fondamentales concernant le carré de la grandeur d'un segment et le double de la grandeur d'un angle.

IMPORTANCE DU THÉORÈME FONDAMENTAL

204. — La définition suivante de la grandeur de l'angle a été donnée par Laguerre dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (année 1859, p. 57).

L'angle de deux droites est égal au logarithme multiplié par $\frac{\sqrt{-1}}{2}$ du rapport anharmonique que ces droites forment avec les lignes allant de leur point d'intersection aux points circulaires imaginaires.

En d'autres termes, le double de la grandeur d'un angle est égal au logarithme géométrique du rapport anharmonique formé par les deux côtés de l'angle et les deux droites isotropes passant par son sommet.

On démontre que cette définition revient identiquement à la suivante :

Le double de la grandeur d'un angle est égal au logarithme géométrique du rapport des carrés des segments déterminés sur ses côtés par une droite isotrope quelconque.

Notre théorème fondamental s'énonce ainsi :

La grandeur d'un angle, réel ou imaginaire, est égale au logarithme géométrique du rapport des segments déterminés sur ses côtés par une droite isotrope quelconque.

Le théorème de Laguerre ne peut pas servir de fondement à une géométrie générale, pour l'unique raison qu'il ne permet pas de distinguer l'un de l'autre deux angles qui diffèrent de π. Un exemple suffira pour convaincre le lecteur.

Considérons un triangle quelconque AA′BB′CC′ et l'une de ses médianes AA′MM′. Les deux triangles AA′MM′BB′ et AA′MM′CC′ sont inégaux ; cependant les doubles des angles correspondants AA′MM′BB′ et AA′MM′CC′ sont égaux, et les côtés adjacents à ces angles sont égaux chacun à chacun.

Le théorème de Laguerre ne peut donc servir à démontrer que deux triangles sont égaux lorsqu'ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun. Au contraire, l'emploi du théorème fondamental rend très aisées les démonstrations des premières propositions de géométrie générale.

Dans mes précédents mémoires, je me suis laissé entraîner à suivre de trop près la marche tracée par la géométrie ordinaire. En géométrie générale, il est préférable de relier les premières propositions au théorème fondamental par la voie la plus directe. Si l'on adopte cette méthode, les démonstrations s'abrègent et se simplifient ; il n'est plus nécessaire d'avoir recours à des artifices.

Toute la géométrie générale est contenue en germe dans le théorème fondamental.

RELATIONS ENTRE LES COTÉS ET LES ANGLES D'UN TRIANGLE

205. — Pour nous conformer à la règle des signes, nous appellerons triangle la figure formée par trois semi-droites non isotropes qui se

coupent deux à deux en trois points propres distincts, et nous considérerons toujours ces trois points dans un ordre circulaire déterminé.

Pour abréger, nous représenterons par des lettres simples les points, les droites et les angles de la géométrie générale ; en outre, pour permettre de suivre plus facilement les raisonnements sur une figure, nous remplacerons les lignes de la géométrie générale par les lignes correspondantes de la géométrie ordinaire.

Soient A, B, C les sommets d'un triangle ABC considérés dans l'ordre circulaire indiqué, et a, b, c les grandeurs des segments BC, CA, AB, mesurés sur les semi-droites qui déterminent le triangle ABC. Deux côtés du triangle considérés dans l'ordre indiqué, b et c par exemple, forment un angle (b, c) appelé angle extérieur. L'angle intérieur d'un triangle sera égal à l'angle extérieur correspondant augmenté ou diminué de π. Par angles d'un triangle on entend les angles intérieurs.

Les angles formés par deux semi-droites étant en nombre infini, pour lever l'indétermination, nous conviendrons de choisir pour la partie réelle de chaque angle d'un triangle la grandeur comprise entre $+\pi$ et $-\pi$.

206. — Un système de trois semi-droites représente deux triangles, ABC et ACB, dans lesquels les sommets et les angles sont considérés dans un ordre inverse. Les côtés origine et terme des angles extérieurs de l'un de ces triangles sont respectivement les côtés terme et origine des angles correspondants dans l'autre triangle.

Ces deux triangles ont tous leurs éléments, côtés et angles, inverses chacun à chacun, et l'on voit que la figure géométrique formée par trois droites représente seize triangles différents.

207. — En menant par un point des semi-droites parallèles de même sens aux côtés d'un triangle quelconque, on démontre immédiatement que la somme des angles extérieurs de ce triangle est égale à 0 ou $\pm\pi$.

D'autre part, les angles d'un triangle différent de π des angles extérieurs correspondants et, par convention, la partie réelle de ces angles est comprise entre $+\pi$ et $-\pi$.

D'où l'on conclut que *la somme des angles d'un triangle quelconque est égale à* $+\pi$ *ou* $-\pi$.

208. — Considérons un triangle quelconque ABC *(fig. 2)*.

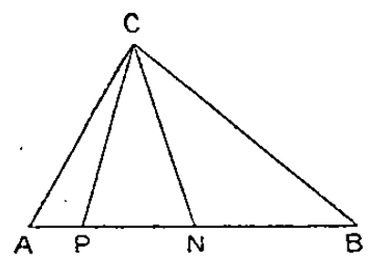


FIG. 2.

Soient α, β, γ les grandeurs des angles aux sommets A, B, C, et a, b, c les longueurs des côtés opposés à ces sommets.

Les droites isotropes positive et négative, qui passent par le sommet C, rencontrent respectivement le côté opposé c en des points que nous désignerons par P et N.

En vertu du théorème fondamental, on a les relations suivantes :

$$\varepsilon^{\beta\pm\pi} = \frac{BP}{BC} = \frac{BC}{BN}, \quad \varepsilon^{\alpha\pm\pi} = \frac{CA}{PA} = \frac{NA}{CA},$$

tous les segments étant comptés sur les semi-droites qui forment les côtés du triangle.

Ces égalités donnent les suivantes :

$$-BP = a\varepsilon^{\beta}, \quad -BN = a\varepsilon^{-\beta}, \quad -PA = b\varepsilon^{-\alpha}, \quad -NA = b\varepsilon^{\alpha},$$

et comme $c = AB = -BP - PA = -BN - NA$, on a :

$$c = a\varepsilon^{\beta} + b\varepsilon^{-\alpha} \quad \text{et} \quad c = a\varepsilon^{-\beta} + b\varepsilon^{\alpha}.$$

Ces formules expriment les relations fondamentales existant entre les angles et les côtés d'un triangle.

209. — Des formules fondamentales on déduit immédiatement les suivantes :

$$c = a\,\frac{\varepsilon^{\beta} + \varepsilon^{-\beta}}{2} + b\,\frac{\varepsilon^{\alpha} + \varepsilon^{-\alpha}}{2}$$

(1)
$$c = a\cos\beta + b\cos\alpha$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\varepsilon^{\alpha} - \varepsilon^{-\alpha}}{\varepsilon^{\beta} - \varepsilon^{-\beta}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

(2)
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\,\frac{\varepsilon^{\alpha+\beta} + \varepsilon^{-\alpha-\beta}}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha+\beta)$$

(3)
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma.$$

En combinant les relations (1) et (2), on a :

(4)
$$\begin{cases} \sin\gamma = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\ \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta. \end{cases}$$

210. — Nous avons vu (206) que la figure géométrique formée par trois droites représente seize triangles. Soient a, b, c et α, β, γ les gran-

deurs des côtés et des angles de ces triangles. Les éléments des seize triangles auront pour séries de valeurs :

a	b	c	α	β	γ	a	b	c	$-\alpha$	$-\beta$	$-\gamma$
a	b	$-c$	$\alpha\pm\pi$	$\beta\pm\pi$	γ	a	b	$-c$	$-\alpha\pm\pi$	$-\beta\pm\pi$	$-\gamma$
a	$-b$	c	$\alpha\pm\pi$	β	$\gamma\pm\pi$	a	$-b$	c	$-\alpha\pm\pi$	$-\beta$	$-\gamma\pm\pi$
a	$-b$	$-c$	α	$\beta\pm\pi$	$\gamma\pm\pi$	a	$-b$	$-c$	$-\alpha$	$-\beta\pm\pi$	$-\gamma\pm\pi$
$-a$	b	c	α	$\beta\pm\pi$	$\gamma\pm\pi$	$-a$	b	c	$-\alpha$	$-\beta\pm\pi$	$-\gamma\pm\pi$
$-a$	b	$-c$	$\alpha\pm\pi$	β	$\gamma\pm\pi$	$-a$	b	$-c$	$-\alpha\pm\pi$	$-\beta$	$-\gamma\pm\pi$
$-a$	$-b$	c	$\alpha\pm\pi$	$\beta\pm\pi$	γ	$-a$	$-b$	c	$-\alpha\pm\pi$	$-\beta\pm\pi$	$-\gamma$
$-a$	$-b$	$-c$	α	β	γ	$-a$	$-b$	$-c$	$-\alpha$	$-\beta$	$-\gamma$

La partie réelle de chaque angle d'un triangle devant être comprise entre $+\pi$ et $-\pi$, le signe qui accompagne π sera toujours déterminé.

Il est évident que toute relation entre les six éléments d'un triangle peut être remplacée par une relation identique entre les éléments correspondants d'un autre triangle représenté par la même figure géométrique. Donc, dans toute formule relative au triangle et qui renferme des valeurs des éléments a, b, c, α, β, γ, on peut remplacer ces quantités respectivement par celles qui leur correspondent dans l'une quelconque des séries du tableau ci-dessus, et la nouvelle formule obtenue sera exacte. Ainsi, par exemple, a, b, c, α, β, γ pourront être remplacés respectivement par a, $-b$, $-c$, $-\alpha$, $-\beta\pm\pi$, $-\gamma\pm\pi$. Si les trois angles α, β, γ sont réels et positifs, ils seront remplacés par $-\alpha$, $\pi-\beta$, $\pi-\gamma$.

Dans ces transformations, il peut arriver que la somme des angles soit égale à $+\pi$ dans un triangle et à $-\pi$ dans l'autre. Dans ce cas, les résultats obtenus pourraient différer, mais alors on rétablirait sûrement l'exactitude en augmentant ou en diminuant de 2π l'un quelconque des six angles des deux triangles.

La méthode de transformation indiquée est l'extension à la géométrie générale de la méthode de *transformation continue* de M. É. Lemoine.

SIMILITUDE DES TRIANGLES

211. — On y voit beaucoup plus clair en géométrie générale, quand on commence par l'étude des relations entre les côtés et les angles d'un triangle.

En conséquence, il nous paraît utile de donner de nouvelles démonstrations pour quelques propositions qui n'ont pas été présentées sous leur véritable jour.

212. — Théorème. — *Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés égaux sont égaux, et réciproquement tout triangle qui a deux angles égaux est isocèle.*

Dans tout triangle, les côtés sont proportionnels aux sinus des angles opposés. Par conséquent, les angles opposés aux côtés égaux d'un triangle isocèle ont leurs sinus égaux.

Les angles qui ont leurs sinus égaux sont égaux, ou bien leur somme est égale à $\pm\pi$. Or, la somme de deux angles d'un triangle ne peut être égale à $\pm\pi$. Donc, ces deux angles sont égaux.

Réciproquement, tout triangle qui a deux angles égaux est isocèle. En effet, les angles égaux ont leurs sinus égaux, et les côtés opposés à ces angles sont proportionnels à leurs sinus.

Ces démonstrations sont beaucoup plus simples et plus claires que celles données aux n^{os} 73 et 74.

213. — Théorème. — *Deux triangles sont directement semblables lorsqu'ils ont deux angles égaux chacun à chacun.*

Deux triangles sont dits directement semblables lorsqu'ils ont leurs angles égaux et les côtés homologues proportionnels.

Deux triangles qui ont deux angles égaux chacun à chacun ont les trois angles égaux. Soient a, b, c et a', b', c' les côtés homologues de deux triangles qui ont leurs angles égaux. Des égalités

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}, \qquad \frac{a'}{\sin\alpha}=\frac{b'}{\sin\beta}=\frac{c'}{\sin\gamma},$$

on déduit immédiatement les suivantes :

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'} \qquad \text{(c. q. f. d.)}.$$

Remarque. — Quand on change les signes des côtés d'un triangle, on obtient un second triangle directement semblable au premier. Le rapport de similitude de ces deux triangles est égal à — 1.

214. — Théorème. — *Deux triangles sont inversement semblables lorsqu'ils ont deux angles inverses chacun à chacun.*

On dit que deux triangles sont inversement semblables lorsqu'ils ont les angles inverses et les côtés homologues proportionnels.

Deux triangles qui ont deux angles inverses ont les trois angles inverses. Soient a, b, c, α, β, γ et a', b', c', $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$ les éléments des deux triangles. On a les égalités :

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}, \qquad \frac{a'}{\sin\alpha}=\frac{b'}{\sin\beta}=\frac{c'}{\sin\gamma},$$

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'} \qquad \text{(c. q. f. d.)}.$$

REMARQUE. — Quand on change le signe conventionnel de rotation des angles, on obtient un second triangle inversement égal au premier.

215. — THÉORÈME. — *Deux triangles sont directement ou inversement égaux lorsqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux ou inverses chacun à chacun.*

En effet, ces deux triangles sont directement ou inversement semblables, et leur rapport de similitude est égal à l'unité.

Les triangles inversement égaux sont aussi appelés symétriquement égaux, parce que deux triangles symétriques par rapport à une droite sont inversement égaux.

216. — THÉORÈME. — *Toute semi-droite* DE, *parallèle de même sens à l'un des côtés* BC *d'un triangle* ABC, *divise les deux autres côtés en parties proportionnelles.*

Les angles des deux triangles ABC et ADE, dont les côtés correspondants sont parallèles de même sens, sont égaux ; par conséquent, ces deux triangles sont directement semblables et ont leurs côtés proportionnels. La proposition est donc démontrée.

217. — THÉORÈME. — *Dans tout triangle* ABC, *la bissectrice* BD *d'un angle* ABC, *extérieur ou intérieur, divise le côté opposé en deux segments* AD *et* DC *proportionnels aux côtés adjacents* AB *et* BC *(fig. 3).*

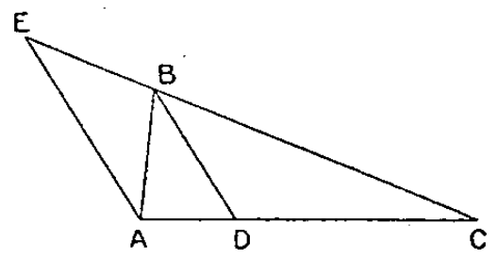


FIG. 3.

La bissectrice BD de l'angle extérieur en B est une semi-droite déterminée ; la semi-droite opposée serait la bissectrice d'un autre angle différant du premier d'un multiple impair de 2π. La semi-droite parallèle de même sens à la bissectrice et menée par le sommet A, rencontre le côté opposé en un point E, et l'on a :

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{BC}}.$$

D'autre part, les angles BAE et AEB sont respectivement égaux aux angles ABD et DBC, et par suite le triangle BAE est isocèle. En remplaçant, dans la proportion précédente, le segment EB par son égal BA, il vient :

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} \quad \text{ou} \quad \frac{\overline{DA}}{\overline{DC}} = \frac{c}{a}.$$

On démontrerait de même que la bissectrice de l'angle intérieur en B coupe le côté opposé en un point D′ tel qu'on ait :

$$\frac{\overline{D'A}}{\overline{D'C}} = -\frac{c}{a}.$$

218. — THÉORÈME. — *Le lieu des points dont les distances à deux semi-droites fixes ont un rapport donné est une ligne droite qui passe par leur point de concours.*

La démonstration peut être calquée sur celle donnée par M. Rouché (*Traité de Géométrie*, 6e édition). On trouve pour le lieu une seule droite, au lieu d'un système de deux droites, en appliquant le principe des signes.

219. — PROBLÈME. — *Construire le point double* (centre de similitude) *de deux figures directement semblables.*

Soient AB, A′B′ deux segments homologues et X le point cherché.

On connaît le rapport des deux segments XA et XA′, égal au rapport des deux segments AB et A′B′, et l'angle des semi-droites XA et XA′, égal à l'angle formé par deux semi-droites homologues quelconques. Le problème est donc ramené à construire un triangle AXA′ de similitude donnée, connaissant l'un de ses côtés AA′.

REMARQUE. — Quand les deux figures sont directement égales, le point X se trouve sur la perpendiculaire élevée au milieu du segment AA′. Il résulte de là que si deux segments AB et A′B′ sont égaux, les perpendiculaires élevées aux milieux des segments AA′ et BB′ se coupent en un point X tel que les deux triangles XAB et XA′B′ soient directement égaux, et non inversement égaux.

220. — On dit que deux semi-droites, tracées dans le plan d'un angle, sont *antiparallèles* lorsque la première fait avec l'un des côtés de l'angle donné un angle inverse à celui que la seconde fait avec l'autre côté.

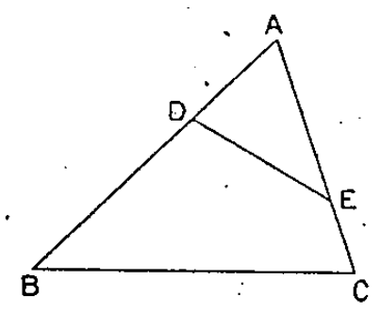


FIG. 4.

Ainsi les deux semi-droites DE et BC sont antiparallèles par rapport à l'angle A si l'angle ADE est inverse à l'angle ACB. On voit que, réciproquement, les côtés de l'angle A sont antiparallèles par rapport à l'angle formé par les deux semi-droites DE et BC.

221. — THÉORÈME. — *Deux semi-droites antiparallèles par rapport à un angle déterminent avec les côtés de cet angle deux triangles inversement semblables.*

En effet, les deux triangles ADE, ACB ont deux angles inverses chacun à chacun, savoir l'angle ADE inverse à l'angle ACB et l'angle EAD inverse à l'angle BAC.

222. — THÉORÈME. — *Lorsque les deux côtés d'un angle sont coupés par deux semi-droites antiparallèles, le produit des distances du sommet aux deux points où chacun des côtés est rencontré par les deux transversales est constant.*

Soient DE et BC, deux semi-droites antiparallèles par rapport à l'angle A.

Les deux triangles ADE et ACB sont inversement semblables et, par conséquent, ont leurs côtés homologues proportionnels. Donc :

$$\frac{AD}{AC} = \frac{EA}{BA} \quad \text{ou} \quad AD \cdot AB = AE \cdot AC \qquad (\text{C. Q. F. D.}).$$

223. — THÉORÈME. — *Si du sommet* A *de l'angle droit d'un triangle rectangle* ABC, *on abaisse la perpendiculaire* AD *à l'hypoténuse : 1° Chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre l'hypoténuse et sa projection sur l'hypoténuse ; 2° La perpendiculaire* AD *est moyenne proportionnelle entre les deux segments* BD *et* DC *déterminés sur l'hypoténuse par le pied* D *de la perpendiculaire (fig. 5).*

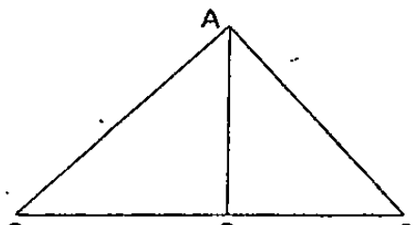


FIG. 5.

Menons par le point A les semi-droites respectivement antiparallèles à AC par rapport à l'angle B, et à AB par rapport à l'angle C.

Ces deux antiparallèles rencontrent l'hypoténuse au même point D, projection du sommet A, et il est aisé de voir que ces antiparallèles sont des semi-droites de sens contraires.

La propriété fondamentale des antiparallèles donne les relations suivantes :

$$BA^2 = BC \cdot BD, \qquad CA^2 = CB \cdot CD.$$

Les deux triangles BDA et ADC, inversement semblables au triangle BAC, sont directement semblables et ont leurs côtés proportionnels. Par conséquent :

$$\frac{BD}{DA} = \frac{AD}{DC}.$$

Les segments DA et AD, mesurés sur des semi-droites opposées, sont égaux, et par suite l'égalité précédente peut être remplacée par la suivante :

$$AD^2 = BD \cdot DC.$$

224. — THÉORÈME. — *Si, d'un point pris dans le plan d'un cercle, on mène des sécantes à ce cercle, le produit des distances de ce point aux deux points d'intersection de chaque sécante avec la circonférence est constant, quelle que soit la direction de la sécante.*

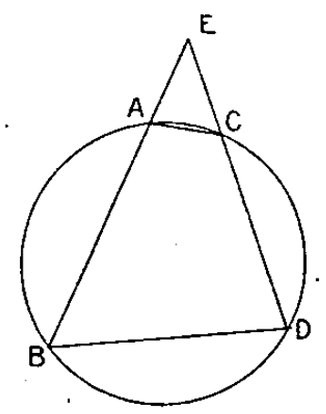


FIG. 6.

Soient EA, EC deux sécantes issues du point fixe E *(fig. 6)* ; il s'agit de démontrer qu'on a :

$$EA \cdot EB = EC \cdot ED.$$

L'angle que fait la semi-droite AB avec la semi-droite AC est égal à l'angle que fait la semi-droite DB avec la semi-

droite DC, ou en diffère de π. Par conséquent, l'angle EAC est égal à l'angle BDE ou en diffère de π, et les deux semi-droites AC et BD sont antiparallèles, ou bien l'une d'elles est antiparallèle à la direction opposée de l'autre.

Donc, dans l'un et l'autre cas, on a la relation ci-dessus.

225. — THÉORÈME. — *Le lieu géométrique des points dont les distances à deux points fixes sont dans un rapport donné est une circonférence.*

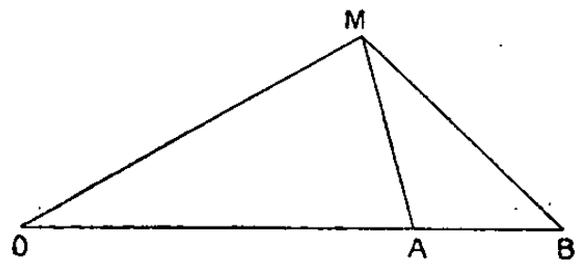


FIG. 7.

Soient A et B les deux points fixes *(fig. 7)*, λ le rapport donné et M un point quelconque du lieu, c'est-à-dire un point tel que $\frac{MA}{MB} = \lambda$.

Par le point M menons la droite antiparallèle à la droite AB par rapport à l'angle AMB, et soit O l'intersection de cette antiparallèle avec la droite AB.

Les droites MA, MB sont antiparallèles par rapport à l'angle en O, et l'on a les relations suivantes :

$$\frac{OA}{OM} = \frac{OM}{OB} = \frac{MA}{MB} = \lambda,$$

$$\frac{OA}{OB} = \lambda^2, \quad OM^2 = OA \cdot OB.$$

Ces relations démontrent que le point O est fixe et que la distance OM est constante.

Le point variable M se trouve donc sur une circonférence fixe.

Réciproquement, tout point M de cette circonférence appartient au lieu.

En effet, l'égalité $OA \cdot OB = OM^2$ prouve que les droites MA et MB sont antiparallèles. On a donc les relations suivantes :

$$\frac{MA}{MB} = \frac{OA}{OM} = \frac{OM}{OB} = \sqrt{\frac{OA}{OB}} = \lambda.$$

226. — PROBLÈME. — *Construire le point double de deux figures inversement semblables.*

Un point quelconque M, considéré comme appartenant successivement à chacune des deux figures inversement semblables, a pour homologue A et B dans l'autre. Le point double est le point O de la figure précédente.

Cette construction est la plus simple que je connaisse, au point de vue de la *Géométrographie* de M. É. Lemoine.

On remarquera que si deux figures sont symétriques par rapport à une droite, à tout point du plan considéré comme appartenant à l'une ou l'autre des deux figures correspond toujours le même point homologue dans l'autre.

Dans ce cas très particulier, il existe une infinité de points doubles dont le lieu est l'axe de symétrie des deux figures.

CONSTRUCTION DES TRIANGLES

227. — Nous allons donner les constructions fondamentales du triangle, en appliquant la règle des signes. Il sera important de remarquer que le triangle pourra toujours être construit avec la règle et le compas ou résolu par la trigonométrie générale, quelles que soient les valeurs des données, réelles ou imaginaires.

Pour chacun de ces problèmes nous comparerons la solution géométrique avec la solution trigonométrique, et nous constaterons leur entière concordance.

Nous continuerons à représenter les éléments du triangle par des lettres simples. Les côtés et les angles seront désignés par a, b, c et α, β, γ.

228. — Problème. — *Construire un triangle connaissant un côté* a *et les deux angles adjacents* β, γ.

Sur une semi-droite quelconque construisons un segment BC égal au côté a. Nous connaissons les grandeurs des angles β, γ et leur côté commun ; nous savons construire les semi-droites des seconds côtés. Soit A le point d'intersection de ces deux semi-droites.

ABC est le triangle cherché. Les grandeurs des côtés et des angles sont déterminées sans ambiguïté.

Solution trigonométrique. — Les valeurs des éléments inconnus sont données par les formules suivantes :

$$\alpha = \pm\pi - \beta - \gamma, \qquad \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}.$$

L'angle α est déterminé sans ambiguïté, la valeur de la partie réelle de cet angle devant être comprise entre $+\pi$ et $-\pi$. Les valeurs des côtés b et c sont aussi déterminées.

229. — Problème. — *Construire un triangle connaissant deux côtés,* b *et* c, *et l'angle compris* α.

Construisons un segment CA égal à b. Menons la semi-droite qui passe par le point A et fait avec la semi-droite du côté b un angle égal à α, et sur cette semi-droite construisons le segment AB égal à c.

En mesurant le segment BC sur l'une et l'autre des deux semi-droites

qui passent par les points B et C, on obtiendra deux triangles qui satisferont aux conditions de l'énoncé et auront la même représentation matérielle.

Les éléments respectifs de ces deux triangles sont :

$$a,\ b,\ c,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma \quad \text{et} \quad -a,\ b,\ c,\ \alpha,\ \beta \pm \pi,\ \gamma \pm \pi,$$

le signe de π étant toujours déterminé.

Solution trigonométrique. — On se servira des formules suivantes :

$$\frac{\beta + \gamma}{2} = \pm\frac{\pi}{2} - \alpha, \qquad \operatorname{tang}\frac{\beta - \gamma}{2} = \frac{(b - c)\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}{b + c}.$$

La dernière égalité fournit deux valeurs pour $\frac{\beta - \gamma}{2}$, qu'on peut écrire sous la forme $\omega \pm \frac{\pi}{2}$, et les formules donnent les valeurs suivantes pour l'angle β :

$$\beta = \pm\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \omega \pm \frac{\pi}{2}.$$

Appelons 0 la partie réelle de l'angle égal à $-\frac{\alpha}{2} + \omega$. On voit que 0 est compris entre $+\pi$ et $-\pi$ et que la partie réelle de l'angle β est nécessairement égale à 0 ou $0 \pm \pi$, le signe de π étant déterminé sans ambiguïté.

La valeur de l'angle β étant fixée, celle de l'angle γ l'est aussi.

A chaque système de valeurs de β et γ correspond pour le côté a une grandeur unique, déterminée par la relation :

$$a = \frac{b \sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Le problème a toujours deux solutions.

230. — Problème. — *Construire un triangle connaissant deux côtés,* a *et* b, *et l'angle* β, *opposé à l'un d'eux.*

Construisons un segment BC égal à a, et par le point B menons la semi-droite formant avec la semi-droite du côté a un angle égal à β ; le côté c sera sur cette semi-droite. Construisons la circonférence de centre C et de rayon b.

Soit A un point d'intersection de cette circonférence avec la semi-droite du côté c. Le triangle ABC satisfait aux conditions exigées et est entièrement déterminé.

Le problème a deux solutions, qui se confondent en une seule quand le triangle est rectangle en A.

Solution trigonométrique. — L'angle α est donné par la formule :

$$\sin \alpha = \frac{a \sin \beta}{b}.$$

Il existe donc pour α deux valeurs, dont la somme est égale à $+\pi$ ou $-\pi$. Par suite, l'angle γ peut prendre deux valeurs différentes.

A chaque valeur de l'angle γ correspond pour le côté c une valeur unique :

$$c = \frac{b \sin \gamma}{\sin \beta}.$$

Le problème a deux solutions, qui se réduisent à une seule quand l'angle α est égal à $+\frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{\pi}{2}$.

231. — Problème. — *Construire un triangle connaissant les trois côtés* a, b, c.

Soit BC un segment égal à a. Construisons la circonférence de centre C et de rayon b, puis la circonférence de centre B et de rayon c. Ces deux circonférences se coupent en deux points A et A′, symétriques par rapport à la droite BC.

Les deux triangles symétriques ABC et A′BC ont tous leurs éléments déterminés, et satisfont aux conditions de l'énoncé.

Le problème a deux solutions distinctes, si un côté n'est pas égal à la somme ou à la différence des deux autres, ou encore si la somme des trois côtés n'est pas égale à 0.

Solution trigonométrique. — La formule suivante donne l'angle α :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

L'angle α, déterminé par son cosinus, peut prendre des valeurs inverses qui conviennent toutes deux.

A une valeur fixée de l'angle α correspond une valeur unique pour chacun des deux autres angles. Ainsi l'angle β est déterminé sans ambiguïté ; on connaît, en effet, les valeurs de son cosinus et de son sinus, données par les formules suivantes :

$$\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}, \qquad \sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a}.$$

Le problème a deux solutions, qui se confondent en une seule quand le cosinus d'un des angles est égal à $+1$ ou -1.

M. FONTÈS

à Toulouse.

SUR L'ANCIENNETÉ DU TRIANGLE ARITHMÉTIQUE [A1oα] [V6]

— Séance du 5 août 1893 —

Les auteurs les plus récents qui ont refait l'histoire des mathématiques ne font pas remonter au delà de Viète (*) la formule numérique des coefficients du binôme, que le grand géomètre a donnée sans démonstration dans son *Canon mathematicus* (**) sous la forme d'un triangle arithmétique, comme plus tard Pascal.

Ils n'ignorent pas cependant que Libri (***) avait signalé dans Tartaglia (*General trattato di numeri e misure*. Vinegia, 1556, part. II, f. 71, lib. II, c. 21) un triangle arithmétique isocèle, différent de celui de Pascal comme disposition, mais dont les nombres étaient obtenus d'après la même loi.

Viète pouvait se dispenser d'expliquer la formation du tableau numérique qui lui donnait les puissances successives du binôme, parce que cette figure était, à l'époque où il s'instruisait dans les mathématiques (c'est-à-dire vers 1560), connue des bons auteurs, où on pouvait la rencontrer indépendamment de l'ouvrage de Tartaglia, et même avant sa publication.

Je relève, en effet, le triangle arithmétique rectangle, tel qu'il est disposé dans Pascal :

1° Dans l'*Arithmetica integra* de Michel Stifel (Nuremberg, 1544, p. 44 (verso), mais sans la colonne d'unités qu'y ont ajoutée Viète et Pascal, Stifel donne (p. 45) le moyen de déduire chaque nombre du tableau de la somme de deux autres de la ligne horizontale qui précède. Son triangle est poussé jusqu'à la dix-septième ligne. Il s'en sert pour l'extraction des

(*) Le *Canon mathematicus* est aujourd'hui un ouvrage rarissime (dont Brunet ne décrit que deux exemplaires), parce que Viète, mécontent de fautes d'impression, le retira, dit-on, de la circulation. I ne figure pas dans les œuvres complètes édictées par Schooten. Il serait à désirer qu'il fût réimprimé, au moins comme texte, car il est exposé à être définitivement perdu.

(**) Voir : MAX. MARIE, *Hist. des Sciences math.*, Paris, Gauthier-Villars, t. III, 1884, p. 24. — HOEFER, *Hist. des Math.*, Paris, Hachette, 1886, p. 359. — RITTER, *Bulletin du prince Buoncompagni*, Rome.

(***) LIBRI, *Hist. des Sciences math. en Italie*, Paris, 1840, t. III, p. 158. — HOEFER, *loc. cit.*, p. 342.

racines d'ordre quelconque, dont la théorie nécessite, si on suppose le problème résolu, la connaissance de la composition, des coefficients des puissances successives d'un binôme de même degré.

Stifel ne donne pas l'indication des considérations qui l'ont conduit à la formation de son tableau. Il ne dit pas explicitement qu'il en est l'inventeur. Cependant les termes dont il se sert sont de nature à le faire supposer: « *Restat jam ut tradam modum* INUENIENDI *numeros... tradam autem* INUENTIONEM *per tabulam sequentem... sic autem constructum vides... Certe admodum* MIRANDUM *est talia contineri sub numerorum vicibus.* » Les mots *mirandum, mirabiles* sont, en général, ceux dont il se sert quand il expose quelque chose de son cru (comme ses carrés magiques à bordures, l'emploi des nombres négatifs, etc.). Aux autres auteurs, il réserve, le cas échéant, comme à Cardan, l'épithète de *delectans*.

2° Dans le troisième livre de l'*Arithmétique* de Pierre FORCADEL (*), de Béziers (Paris, Guillaume Cavellat, 1557), où l'on trouve à la page 68 le tableau des puissances successives du binôme jusqu'à la treizième incluse, sous forme de Triangle Arithmétique.

Le procédé de formation de son tableau est aussi curieux qu'inattendu. Après de longues considérations sur l'extraction des racines carrée et cubique, il passe au cas le plus général de l'extraction des racines quelconques, ce qui le conduit à former les puissances successives d'un *nombre composé*. (Ce que nous appelons aujourd'hui un binôme. Ce mot avait pour lui un autre sens. Il désignait par *binôme premier* une expression de la forme $5 + \sqrt{7}$, et $5 - \sqrt{7}$ était un premier résidu.) Pour développer $(a+b)^m$ il s'y reprend à deux fois. Il insère d'abord entre a^m et b^m, $m-1$: *milieux proportionnels* qui sont $a^{m-1}b$, $a^{m-2}b^2 \ldots ab^{m-1}$, puis il indique quel nombre on doit prendre de chacun de ces milieux proportionnels. Le tout est exprimé, bien entendu, en chiffres et non littéralement.

Il consacre à cette dernière question un chapitre entier (p. 67 verso), qui commence ainsi :

Déclaration de la table suivante. — « *Premièrement il te conuiet sauoir que tout nombre multiplie par 11 il produit autant de dixaines comme est celuy nombre et d'auantage autant de simples vnités...* »

Il n'est pas nécessaire d'aller beaucoup plus loin pour prévoir qu'il va déduire ses coefficients de la formation des puissances successives de 11. Mais ce qui fait l'ingéniosité de sa méthode, c'est l'artifice qu'il emploie, lorsqu'il arrive à la cinquième puissance, pour que le calcul arithmétique

(*) P. FORCADEL (frère du jurisconsulte Etienne Forcadel) fut professeur au Collège de France de 1560 à 1572. Cet auteur, à qui l'on doit la première recherche d'un caractère de divisibilité pour un module différent de 9, passe pour n'avoir fait que des traductions et est moins connu qu'il ne le mérite. Je me propose de mettre en lumière quelques-uns de ses travaux.

n'embrouille pas son calcul algébrique (le calcul littéral n'était pas encore connu de son temps). Cet artifice consiste à poser les nombres tels qu'ils viennent sans rien retenir, de telle sorte que $\overline{11}^5$ ne soit plus le nombre 161051 où l'on ne verrait plus rien, mais : « *1. 5. 10. 10. 5. 1 qui se doit ainsi poser et à son côté dextre 5, qui nous signifie que cent cinquante dix mil, dix cens cinquante vn, est le nombre cinquiesme ou quatriesme quantité à 11...* »

Forcadel est tout joyeux de son « *inuention* » qu'il doit trouver « subtile », car, après l'avoir exposée, il fait précéder son tableau de l'inscription suivante : « *La seule prudence voïd l'infinite: et par ce elle se delecte au causes.* »

Suit le tableau ainsi formé :

1	1						1
	1	1					
1	2	1					2
	1	2	1				
1	3	3	1				3
	1	3	3	1			
1	4	6	4	1			4
	1	4	6	4	1		
1.	5.	10.	10.	5.	1		5
	1.	5.	10.	10.	5.	1	
1.	6.	15.	20.	15.	6.	1	6
..	..	...	...	...	..	.	..

et ainsi de suite jusqu'à 13

Le tableau est suivi de l'indication d'un « *presage par lequel se peult cognoistre si les produicts trouuez sont certains* » et qui consiste à faire remarquer que la somme des coefficients de la puissance m est 2^m, ce qui lui donne une vérification de chaque ligne horizontale de son tableau.

Un peu plus loin, sous le nom de « *Abbreuiation par laquelle se parfaict la table precedente* », Forcadel donne un triangle arithmétique disposé comme suit :

					1	1	1
				1	2	1	2
			1	3	3	1	3
		1	4	6	4	1	4
	1.	5.	10.	10.	5.	1	5
1.	6.	15.	20.	15.	6.	1	6
..	...	..	..	....	....	...	...	.	..
..	...	..	..	....	....	...	...	.	..
1.	13.	..	..	715.	286.	78.	13.	1	13

construit au moyen de la règle d'addition qu'indique Stifel; puis enfin (p. 70) un troisième chapitre intitulé :

« *Autre briefue et très-vtile abbreuiation des tables precedentes* », où l'on ne trouve plus que le triangle suivant :

1
2
3. 3
4. 6
5. 10. 10
6. 15. 20
7. 21. 35 35
.. ..
.. ..
13. 78. 286 .. .. .. 1718. 1718

qui ne contient plus que les chiffres strictement nécessaires.

Il est permis de penser que Forcadel, qui devait avoir lu Stifel, a cherché une démonstration de la loi de formation de la table de celui-ci, et l'a trouvée en faisant appel aux puissances successives de 11.

Il est à remarquer que sa deuxième figure est précisément celle de Viète, à l'orientation près.

Quoi qu'il en soit, l'étude de Forcadel est remarquable en ce qu'elle nous livre un genre de recherche auquel nous ne penserions pas aujourd'hui, et en ce que l'observation sur la somme des coefficients du binôme dénote chez son auteur, eu égard à l'époque où elle est faite, une aptitude mathématique peu commune.

4° Dans l'*Arithmétique* de Jean TRENCHANT (*) (Lyon, Michel Jove, 1566). Cet ouvrage, dont le privilège est de 1557 et dont une édition de 1631 reproduit une dédicace de 1557, a dû certainement avoir une ou plusieurs éditions antérieures à 1566. On y trouve d'abord (p. 229) un triangle isocèle qui n'est que la reproduction de celui de Tartaglia; puis plus loin celui de Viète, mais retourné comme la seconde figure de Forcadel. Trenchant ne donne aucune démonstration.

5° Dans un opuscule de Cardan que je ne cite que pour mémoire, car il ne paraît pas avoir vu le jour du vivant de son auteur. Je veux parler de l'*Exereton mathematicon*, publié en 1663, à Lyon, par Jean Huguetan et Antoine Ravaud, dans les *Œuvres complètes de Cardan*, t. III, p. 259,

(*) Je n'ai pu me procurer de renseignements sur cet auteur dont l'œuvre a eu un succès attesté par sa réédition au XVIIe siècle, peut-être à cause de la présence d'un curieux « Petit discours sur les changes ».

et qui serait resté manuscrit jusqu'à cette époque. Le triangle arithmétique y est reproduit comme étant « Michaelis Stifeli ». Le manuscrit passe pour avoir été écrit en 1572. Le Triangle Arithmétique avait donc fait quelque chemin depuis cette époque.

Je me garderais d'affirmer, vu le cercle restreint dans lequel ont porté mes recherches, que cette figure ne pourra être rencontrée chez des auteurs antérieurs à Stifel (*), Rudolff, par exemple.

Ce que je voulais établir, c'est que Viète et Pascal ont pu trouver dans plus d'un ouvrage répandu de leur temps le Triangle Arithmétique, qui porte à tort le nom de ce dernier.

Cela n'ôte rien à la gloire des deux grands géomètres, qui étaient l'un et l'autre de force à inventer ou à retrouver la loi de formation des puissances successives du binôme telle que cette figure la donne, et dont le mérite réside, non dans cette invention, mais dans les conséquences admirables qu'ils ont su en déduire.

M. FONTÈS

à Toulouse.

SUR LES CARACTÈRES DE DIVISIBILITÉ [12 b]

— Séance du 5 août 1893 —

M. Perrin a présenté au Congrès de Paris de 1889 (*Notes et Mémoires*, p. 24), au sujet d'un caractère général de divisibilité proposé par M. Loir (*Comptes rendus*, 9 avril 1888), un très savant mémoire sur ceux de ces caractères qui peuvent être formés au moyen de fonctions *linéaires* des chiffres ou groupes de chiffres du nombre dont on se propose de reconnaître la divisibilité par un module donné.

(*) Cela nous paraît cependant peu probable. PELETIER, du Mans, qui écrivait en 1548, s'exprime à ce sujet en ces termes : ..... *Stifel enseigne une manière de tirer toutes racines laquelle me semble très belle, facile et* NOUVELLE. *Nous la verrons quelque jour Dieu aidant...* (L'*Arithmétique de Peletier du Mans*. Poitiers, à l'enseigne du Pelican. Iean et Enguilbert de Marnef... 1549, p. LIX (rare.) Peletier, qui paraît avoir été très au courant des travaux des mathématiciens de son temps, avait donc lu l'*Arithmetica integra*, et n'hésitait pas à attribuer l'« inuention » de la figure à Stifel. Il est dès lors permis, jusqu'à nouvel ordre, de faire comme lui. Il est permis aussi de supposer que Viète, qui faisait son droit à Poitiers de 1558 à 1559 (d'après M. Ritter), lut l'*Arithmétique* de Peletier et ne négligea pas Stifel, que cet auteur recommande dans le chapitre VII de son troisième livre comme un excellent mathématicien.

Il a été conduit par ses recherches à des coefficients très simples, partant très faciles pour le calcul ; mais les nombres qui résultent de ses opérations ne jouissent pas, en général, de la propriété d'avoir même résidu minimum que le nombre proposé suivant le module, résidu dont on a souvent besoin *a priori* (par exemple dans les réductions de congruence). Il a remédié, il est vrai, à cet inconvénient en indiquant comment on peut calculer ce résidu, au moyen des résultats successifs de ses calculs, en résolvant une congruence du premier degré, opération souvent un peu longue.

Nous avons fait voir (*Comptes rendus*, 26 décembre 1892) comment, en formant certaines fonctions linéaires des groupes de chiffres du nombre proposé [que nous avions rencontrées en cherchant à simplifier l'opération arithmétique de la division (Congrès de Pau, 1892, p. 182)], on pouvait obtenir des nombres congrus au proposé suivant le module, par des calculs d'une simplicité comparable à celle des calculs de M. Perrin, ayant sur ceux-ci l'avantage de fournir, en dernière analyse, le résidu minimum, sans avoir recours à la résolution d'une congruence du premier degré.

Les calculs dont nous proposions l'adoption peuvent se justifier au moyen des mathématiques les plus élémentaires, ce qui n'est pas inutile. Les calculs de M. Perrin, il est vrai (à part la résolution de la congruence finale), peuvent être effectués par une personne tout à fait étrangère aux considérations de théorie des nombres qui l'ont conduit à son résultat, grâce à l'heureuse idée qu'il a eue de joindre à son travail un tableau des coefficients à employer pour les modules premiers inférieurs à 150. Il n'en est pas moins vrai qu'il est bon, en général, de pouvoir comprendre les opérations qu'on effectue.

C'est dans cet ordre d'idées que nous avons cherché à remanier notre travail de façon à le simplifier. Cette étude nous a fait voir qu'on pouvait, en se bornant à généraliser et à étendre l'idée qui a été mise au jour par Pascal dans son traité : *De numeris multiplicibus*, et qu'a développée plus tard Lagrange, ramener tout ce que contiennent à ce sujet les traités d'arithmétique (en même temps que notre propre travail) à un principe unique aussi simple qu'élémentaire.

C'est cette théorie élémentaire des caractères de divisibilité formés de nombres congrus au proposé suivant le module, que nous venons exposer ici.

I

Soit N un nombre quelconque, M un diviseur (ou module) donné. Le but qu'on se propose dans la recherche des caractères de divisibilité est de savoir, par un calcul beaucoup plus rapide que l'opération arithmé-

tique appelée division, si le nombre N est divisible par le module M.

Pour y parvenir, il est nécessaire d'étudier à l'avance chaque diviseur, de façon à donner au calcul qui doit fournir le critérium cherché le plus grand degré de simplicité possible. L'idée qui paraît la plus naturelle *a priori* et dont la réalisation immédiate est la plus facile, est celle qui consiste à rechercher des nombres donnant le même reste *(ou le même résidu minimum, si l'on veut s'exprimer d'une façon plus générale)* que N lorsqu'on les divise par M. Ce qu'il y a de plus naturel, en effet, est de chercher à apercevoir, *a priori*, dans la composition de N, un multiple de M, le plus grand possible, pour l'en retrancher et n'avoir plus à faire, de cette façon, pour arriver au résultat, qu'une division plus facile que celle qui s'imposait au début.

Cette opération se simplifie beaucoup quand on a étudié les relations du module donné M, au point de vue de la division, avec les puissances successives de la base du système de numération (*) employé pour représenter N.

Un nombre quelconque, $N = 34674256$ par exemple, peut être considéré comme la somme des tranches de ses chiffres entrant chacune dans sa composition avec leurs valeurs absolues, multipliées respectivement par une puissance convenable de 10. Ainsi N est égal à $34000056 + 6742 \times 10^2$. On voit tout le parti qu'on pourra tirer de cette observation si l'on connaît les restes ou les résidus minimums de la division des puissances successives de 10 par le module. Prenons, en effet, dans l'exemple présent le module 7 ; nous savons que

$$10^2 = 14 \times 7 + 2.$$

Le nombre $N = 34674256$ est par suite égal à

$$34000056 + 6742 \times 14 \times 7 + 6742 \times 2$$

Nous en concluons immédiatement que puisque $6742 \times 14 \times 7$ est un multiple de 7, on ne changera rien au reste de la division de N par 7 én en retranchant ce produit et que, par suite, ce reste sera le même que celui de la division de $34000056 + 6742 \times 2$ par le même nombre.

De même, si nous cherchons à connaître le reste *(ou le résidu minimum)* du nombre proposé par rapport au module 17, nous considérerons que

$$10^2 = 6 \times 17 - 2$$

(*) Dans tout ce qui suivra, on se servira, pour simplifier l'exposé, de la numération décimale, la généralisation pouvant se faire d'elle-même pour les autres systèmes de numération.

et nous remplacerons au point de vue du reste *(ou du résidu minimum)* le nombre N par $34000056 - 6742 \times 2$.

Si nous voulons généraliser, nous énoncerons le théorème suivant :

« On ne change pas le reste *(ou le résidu minimum)*, pris avec son signe, de la division d'un nombre quelconque N par un module donné M, si on retranche de ce nombre une tranche d'un nombre quelconque de chiffres, et si on remplace dans ce nombre les chiffres de cette tranche par autant de zéros, à la condition d'ajouter au nombre ainsi modifié le produit de la valeur numérique de la tranche par le reste *(ou résidu minimum)*, suivant le module M, de la puissance de 10 qui lui donnait sa valeur de position. »

Mais ce que nous avons dit d'une tranche prise au hasard dans le nombre proposé peut se dire de toutes les tranches qu'on peut détacher de la même façon.

On peut donc dire que :

On ne change pas le reste *(ou résidu minimum)* d'un nombre quelconque N par rapport à un diviseur donné ou module M, si, après l'avoir divisé en tranches de chiffres d'une manière quelconque, on le remplace par la somme obtenue en multipliant respectivement chaque tranche considérée par le reste *(ou résidu minimum pris avec son signe)* de la division par le module choisi de la puissance de 10 qui lui donne, dans le nombre considéré, sa valeur de position.

Ainsi le nombre $N = 34674256$ peut être remplacé, au point de vue de la recherche du reste *(ou résidu minimum)* de la division par 7, par le nombre

$$34 + 6742 \times 2 + 56$$

les restes de la division de 10^2 et de 10^6 par 7 étant respectivement 2 et 1, et au point de vue de la division par 17, par

$$-34 \times 8 + 67 \times 4 - 42 \times 2 + 56$$

les résidus minimums de 10^2, 10^4 et 10^6 suivant le module 17 étant respectivement — 2, 4 et — 8.

Toute la théorie des caractères de divisibilité enseignée dans les traités d'arithmétique est implicitement comprise dans cet énoncé, qui n'est autre chose que la généralisation du principe mis en œuvre par Pascal dans son traité cité plus haut. C'est ce que nous allons faire voir.

Considérons, par exemple, le nombre

$$N = 19173720160433$$

si nous voulons savoir s'il est divisible par 53, nous observerons que

le reste de la division de 10^6 par 53 est 49 et (*par suite le résidu minimum* — 4) de telle sorte que $10^6 =$ mult. 53 — 4 ; nous ferons donc la différence $(19173720 \times -4) + 160433$ qui nous donnera le nombre plus petit — 76534447. Puis comme $10^2 =$ mult. 53 — 6, nous ferons encore la somme algébrique $-[(76 \times -4) + 5344 \times -6) + 47]$, qui nous donnera + 32321 que nous remplacerons successivement par $(323 \times -6) + 21 = -1917$; puis $-[(19 \times -6) + 17] = 97 = 53 + 44$.

Le nombre proposé n'est donc pas divisible par 53 et le reste de la division est 44.

Il paraît préférable de régler ces opérations par un procédé qui est en général plus pratique (quoiqu'en apparence plus compliqué), que celui qui consiste à n'employer comme facteurs, dans les diverses multiplications auxquelles on est conduit, que les plus petits numériquement..

Soit, par exemple, N = 7372010433 et M = 19 ; nous pouvons écrire N sous la forme

$$N = (73 \times 100^4) + (72 \times 100^3) + (1 \times 100^2) + (4 \times 100) + 33.$$

Or, nous savons que le reste d'un produit est le même pour le même diviseur que celui du produit des restes de ses facteurs. Cette observation s'applique évidemment aux puissances d'un même nombre. Par suite, nous déduisons

$$\begin{aligned} 100 &= \text{multiple } 19 + 5 \\ 100^2 &= \text{multiple } 19 + 5^2 \\ 100^3 &= \text{multiple } 19 + 5^3 \\ 100^4 &= \text{multiple } 19 + 5^4 \end{aligned}$$

Par conséquent, nous pouvons remplacer le nombre N, par

$$\Delta_2 = (73 \times 5^4) + (72 \times 5^3) + (1 \times 5^2) + (4 \times 5) + 33 \text{ (*)}$$

nombre manifestement plus petit que N.

Il n'est pas nécessaire d'en dire plus long pour montrer que la loi est générale et peut s'appliquer à un module quelconque.

Si l'on substitue à la notion du reste celle du résidu minimum, on trouve de la même façon que ci-dessus qu'au nombre N précédemment étudié suivant le module 53, on pourra substituer, en vertu de

$$1000 = \text{mult. } 53 - 7$$

$$\Delta_3' = 19 \times (-7)^4 + 173 \times (-7)^3 + 720 \times (-7)^2 + 160 \times (-7) + 4$$

(*) Nous retombons ainsi de la façon la plus élémentaire sur le premier des théorèmes exposés au Congrès de Pau (1892) au sujet de la division arithmétique.

ou

$$\Delta'_3 = 19 \times \overline{7}^4 - 173 \times \overline{7}^3 \times 720 \times \overline{7}^2 - 160 \times \overline{7} + 42$$

Nous pouvons donc énoncer le second théorème suivant :

« Si on sait que 10^n divisé par un module donné M donne q pour reste *(ou résidu minimum pris avec son signe)*, le reste de la division d'un nombre quelconque N par M sera le même que celui de la somme algébrique obtenue en multipliant respectivement les tranches de n chiffres de N par les mêmes puissances de q que celles de 10^n qui leur donnent leurs valeurs de position dans N. »

En faisant l'application de ce qui précède aux plus petits modules premiers nous arrivons aux conséquences suivantes :

1° — Si on prend les modules 3 et 9 comme $10 = 3 \times 3 + 1 = 9 + 1$, on est conduit immédiatement à la règle connue qui consiste à additionner entre eux les chiffres significatifs de N.

2° — Si on prend M = 11, comme $10 = 11 - 1$, nous obtenons immédiatement le critérium à signes alternatifs connus. Il est à remarquer qu'en partant de $10^2 = 9 \times 11 + 1$ on obtient un critérium à tranches positives de deux chiffres, qui n'exige pas plus de calculs que le procédé usuel. C'est celui qu'indiquait Pascal.

3° — Pour 7 et 13 on prendra $1000 = 11 \times 13 \times 7 - 1$; on en déduira le critérium connu à signes alternatifs qui conduit, en fin de compte, à un nombre de 3 chiffres au plus. Pour ce dernier nombre on observera que :

$$100 = 14 \times 7 + 2 = 8 \times 13 - 4.$$

Il suffira donc, pour le module 7, de multiplier par 2 son chiffre des centaines et de l'ajouter à la tranche des deux chiffres de droite. Pour le module 13, les centaines seront multipliées par 4 et retranchées de cette tranche.

4° — La règle à appliquer pour 17 est également très simple. On observera d'abord que 10^8 mult. 17 — 1. On ramènera ainsi N à n'avoir que huit chiffres au plus. Puis, le nombre ainsi réduit sera repris, par groupes de deux chiffres, en s'appuyant sur ce que :

$$100 = 6 \times 17 - 2.$$

Par exemple, si N = 28432572, on formera :

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= 28 \times (-2)^3 + 43 \times (-2)^2 + 25 \times (-2) + 72 \\ &= -28 \times 8 + 43 \times 4 - 25 \times 2 + 72 \end{aligned}$$

Le module 19 va être pour nous l'occasion d'une simplification générale. Si nous reprenons l'exemple choisi plus haut, ou

$$\Delta_2 = 73 \times 5^4 - 72 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 4 \times 5 + 33$$

nous observerons que :

$$5^2 = \quad 19 + 6$$
$$5^2 = \text{mult. } 19 - 8$$
$$5^4 = \text{mult. } 19 - 2$$

Le résidu minimum de Δ_2 pour le module 19 sera, par conséquent, le même que celui de :

$$\Theta_2 = 73 \times (-2) + 72 \times (-8) + 1 \times 6 + 4 \times 5 + 33$$
$$= -73 \times 2 - 72 \times 8 + 1 \times 6 + 4 \times 5 + 33$$

car, en remplaçant Δ_2 par Θ_2, on n'en aura retranché que des multiples de 19.

Nous observerons en outre que, comme

$$10^9 = \text{mult. } 19 - 1$$

il nous eût suffi de retrancher au préalable le premier chiffre de gauche du nombre proposé et de le réduire ainsi à 372010426, ce qui eût permis de n'avoir à calculer que

$$\Theta_2' = -3 \times 2 - 72 \times 8 + 1 \times 6 + 4 \times 5 + 26 = -530$$

qui doit être repris en formant

$$\Theta_2'' = -5 \times 5 - 30 = -55 = -19 \times 2 - 17$$

Le reste de la division est donc + 2.

La même simplification peut être apportée aux critériums à signes alternatifs. Ainsi, dans l'exemple relatif au module 53, on peut observer que les résidus respectifs de 7^2, -7^3, 7^4, sont respectivement -4, $+25$, $+16$. On pourra donc remplacer Λ_3 par Θ_3 :

$$\Theta_3 = 19 \times 16 + 173 \times 25 + 720 \times -4 + 160 \times -7 + 433$$

qui est égal à -7588, puis former

$$\Theta_3' = -[7 \times (-7) + 588] = -539 \text{ (*)}$$

et comme

$$100 = 2 \times 53 - 6,$$

calculer

$$\Delta_2' = -[5 \times (-6) + 39] = -9$$

(*) On pourrait s'arrêter là, le résidu minimum de $-539 = -(530 + 9)$ étant visiblement pour le module 53. Mais cette simplification n'étant que fortuite, le calcul est continué jusqu'au bout, à titre d'exemple.

Le résidu minimum est donc — 9 et le reste 44, résultat obtenu précédemment par un calcul qui n'est pas plus simple que le présent.

On court, en effet, moins de chances de se tromper en s'astreignant (au risque d'avoir des coefficients un peu plus compliqués) à séparer le nombre proposé en tranches d'un même nombre de chiffres. Au point de vue de la pratique, la répartition en tranches d'un nombre inégal de chiffres augmente les chances d'erreur.

II

Nous n'avons fait appel, dans ce qui précède, à aucune considération compliquée d'algèbre ou d'arithmétique supérieure, si ce n'est à la notion des nombres négatifs, qui commence à s'introduire d'elle-même, non sans raisons, dans les ouvrages didactiques. Cette notion a, en effet, l'avantage de permettre de substituer au *reste* des anciens arithméticiens, toujours positif, le *résidu minimum* suivant le module, dont le signe est quelconque.

Il suffit, pour comprendre notre exposé, de savoir que le reste (ou résidu minimum) suivant un module donné, d'un produit de plusieurs facteurs, est le même que celui du produit des restes (ou résidus minima) des divers facteurs du produit suivant le même module. Ce théorème se rencontre à peu près dans tous les traités d'arithmétique.

La théorie des caractères de divisibilité, en nombres congrus au proposé suivant le module, telle que nous venons de l'exposer (ou sous une forme équivalente) pourrait donc être substituée, dans les traités d'arithmétique élémentaire, à la suite de théorèmes séparés sur les nombres 3, 9, 11, 7 et 13 qu'on y trouve généralement. Cela offrirait l'avantage, au point de vue philosophique, de montrer à l'étudiant comment les critériums anciennement connus se rattachent les uns aux autres, tout en le préparant à l'étude des congruences.

Quoi qu'il en soit, il nous reste à compléter notre petit travail par l'étude de détail, à l'imitation de M. Perrin, des divers modules premiers compris entre 1 et 150. Les calculateurs seront mis ainsi en position de choisir, suivant leur commodité, entre celle des deux méthodes qui s'adaptera le mieux aux besoins du moment.

III

Avant de donner les formules applicables en particulier à chaque module premier, il nous est nécessaire d'indiquer les notations que nous allons employer pour simplifier l'emploi et la rédaction de nos formules. En

général λp indiquera une tranche de p chiffres du nombre proposé N, qu'on supposera décomposé à partir de la droite en tranches $\mu\ldots$, γ. β, α, d'un nombre uniforme de p chiffres, la tranche α seule pouvant avoir un nombre de p' chiffres différent de p. Δp indiquera le nombre formé de l'addition algébrique des produits respectifs $\lambda_p \times q^n$ des tranches λ_p par les puissances successives du résidu minimum q de 10^p suivant le modèle donné M. Θ^p indiquera le critérium plus simple obtenu en prenant, au lieu des puissances de q supérieures en valeur absolue à $\frac{M}{2}$, leurs résidus minima suivant le module M.

Comme il y a toujours un nombre positif $g < \frac{M}{2}$ tel que $10^g \pm 1$ (*) soit divisible par M, le nombre N pourra toujours être ramené à un nombre de g chiffres au plus par simple voie d'addition ou de soustraction. La notation $g_{-1} = m$ à côté du module M, indiquera que $10^m - 1$ est divisible par M, $g'_{+1} = m'$, que $10^{m'} + 1$ est divisible par M. Comme nous venons de le dire, g ne sera pas toujours divisible par p. Il pourra dès lors y avoir en tête de N une tranche de gauche $\alpha_{p'}$ de p' chiffres, p' étant toujours $< p$.

Cela posé, passons aux formules particulières à chaque module.

Module 3.

$g_{-1} = 1$. — On fait la somme des chiffres de N, la somme des chiffres du résultat, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à un seul chiffre.

En appliquant les règles que nous avons données au Congrès de Pau pour la division, on obtient facilement à la fois et le quotient et le reste de la division par 3 du nombre proposé ; mais ce n'est qu'une opération de pure curiosité, prendre le tiers d'un nombre étant une opération facile.

Module 5.

Pour mémoire, le reste de la division par 5 d'un nombre étant le même que celui de la division par 5 du dernier chiffre de droite de ce nombre.

Module 7.

$g_{+1} = 3$. — On ramène N à un nombre de trois chiffres affecté du signe + ou du signe —, puis on observe que $10^2 = \text{mult. } 7 + 2$. On en

(*) Cette application du théorème de Fermat n'est qu'un résultat qu'il ne serait pas nécessaire d'exposer aux commençants.

déduit $\Delta_2 = 2\alpha_1 + \beta_2$. On peut obtenir très aisément le quotient de N par 7 sans faire la division, en opérant d'abord [comme nous l'avons indiqué l'an dernier (Pau, p. 188) pour la division par 73], sur des tranches de 3 chiffres, puis en ajoutant au résultat $14\alpha_1$ augmenté du plus grand multiple de 7 compris dans $2\alpha_1 + \beta_2$.

Module 11.

$g_{-1} = 2$. — Rien n'est plus simple. On décompose le nombre en tranches de deux chiffres qu'on ajoute sans coefficients et on recommence jusqu'à ce qu'on n'ait plus qu'un nombre de deux chiffres. Alors, comme $10 = 11 - 1$, la différence de ces deux chiffres donne le résidu minimum. Le quotient s'obtient comme nous l'avons indiqué pour la division par 99 que nous avons indiquée dans le mémoire déjà cité. Il n'y a de différence que dans la multiplication par 9 qu'on doit opérer à la fin.

Module 13.

$g_{-1} = 3$. — On opérera, comme pour le module 7, sur un nombre ramené à trois chiffres. Puis, pour terminer, comme $10^2 = 8 \times 13 - 4$, on formera $\Delta_2 = -4\alpha_1 + \beta_2$, qui se ramènera à un nombre de deux chiffres. Le quotient s'obtient comme pour 7, mais en ajoutant à la partie principale d'abord $8\alpha_1$, puis, avec son signe, le plus grand entier contenu dans $-4\alpha_1 + \beta_1$. La simplification est plus grande ici que pour le module 7.

Module 17.

$g_{-1} = 8$. — On ramènera d'abord N à un nombre de huit chiffres, puis comme $10^2 = 6 \times 17 - 2$, on fera :

$$\Delta_2 = -8\alpha_2 + 4\beta_2 - 2\gamma_2 + \delta_2,$$

de façon à n'avoir plus qu'un nombre de deux chiffres, qu'on pourra même se dispenser de diviser par 17 en faisant $\Delta_1 = -7\alpha_1 + \beta_1$, nombre qui se ramène à un seul chiffre.

Module 19.

$g_{-1} = 9\ldots$ On n'opère que sur neuf chiffres au plus et comme $10^2 = \text{mult. } 19 + 5$:

$$\Theta_2 = -2\alpha_1 - 8\beta_2 + 6\gamma_2 + 5\delta_2 + \varepsilon_2. \qquad (1)$$

Ce qui permet de n'avoir qu'un nombre de deux chiffres. On peut même réduire à un seul en faisant $\Delta_1 = -9\alpha_1 + \beta_1$.

MODULE 23.

$g_{+1} = 11$ . . . . . au plus 11 chiffres.
$\overline{10}^6 = \text{mult. } 23 + 6 \ldots \Theta_6 = 6\alpha_5 + \beta_6$ . . . . . 6 »
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 23 + 8 \quad \Theta'_2 = -5\alpha'_2 + 8\beta'_2 + \gamma'_2$ . . . . . 2 »

MODULE 29.

$g_{+1} = 14$. . . . . au plus 14 chiffres.
$\overline{10}^4 = \text{mult. } 29 - 5. - \Theta_4 = -9\alpha_2 - 4\beta_4 - 5\gamma_4 + \delta_4$ 4 »
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 29 + 13 \quad \Theta' = +13\alpha'_2 + \beta'_2$. . . . . 2 »

MODULE 31.

$g_{-1} = 15$ . . . . . au plus 15 chiffres.
$\overline{10}^5 = \text{mult. } 31 - 6 \ldots \Theta_6 = -5\alpha_5 - 6\beta_5 + \gamma_5$ . . . 5 »
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 31 + 7 \ldots \Delta'_2 = -13\alpha' + 7\beta'_2 + \gamma'_2$. . . . 2 »

MODULE 37.

$g_{-1} = 3$. . . . . au plus 3 chiffres.
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 37 - 11 \ldots \Theta_2 = -11\alpha_1 + \beta_2$. . . . . 2 »

MODULE 41.

$g_{-1} = 5$ . . . . . au plus 5 chiffres.
$\overline{10}^3 = \text{mult } 44 + 16 \ldots \Delta_3 = 16\alpha_2 + \beta_3$ . . . . . 3 »
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 41 + 18 \ldots \Delta'_2 = 18\alpha'_1 + \beta'_2$ . . . . . 2 »

MODULE 43.

$g_{-1} = 21$. . . . . au plus 21 chiffres.
$\overline{10}^9 = \text{mult. } 43 - 2 \ldots \Delta_9 = 4\alpha_3 - 2\beta_9 + \gamma_9$ . . 9 »
$\overline{10}^3 = \text{mult. } 43 + 11 \ldots \Theta'_3 = -8\alpha'_3 + 11\beta_3 + \gamma_3$ . . 3 »
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 43 + 14 \ldots \Delta''_2 = 14\alpha''_1 + \beta''_2$. . . . . 2 »

MODULE 47.

$g_{+1} = 23$ . . . . . au plus 23 chiffres.
$\overline{10}^{7} = \text{mult. } 47 - 2 \ldots \Delta_7 = -8\alpha_2 + 4\beta_7 - 2\gamma_7 + \delta_7$ 7 »
$\overline{10}^{2} = \text{mult. } 47 + 6 \ldots \Theta'_2 = -19\alpha'_1 - 11\beta'_2 + 6\gamma'_2 + \delta'_2$ 2 »

MODULE 53.

$g_{-1} = 13$ . . . . . au plus 13 chiffres.
$10^{6} = \text{mult. } 53 - 4 \ldots \Delta_6 = 16\alpha_1 - 4\beta_6 + \gamma_6$ . . . . . 6 »
$10^{3} = \text{mult. } 53 - 7 \ldots \Theta_3 = -7\alpha'_3 + \beta'_3$ . . . . . 3 »
$10^{2} = \text{mult. } 53 - 6 \ldots \Delta_2 = -6\alpha''_1 + \beta''_2$ . . . . . 2 »

MODULE 59.

$g_{+1} = 29$ . . . . . au plus 29 chiffres.
$\overline{10}^{12} = \text{mult. } 59 + 22 \ldots \Theta_{12} = 6\alpha_5 + 22\beta_{12} + \gamma_{12}$ . . . 12 »
$\overline{10}^{3} = \text{mult. } 59 - 3 \ldots \Theta'_3 = -22\alpha'_3 + 9\beta'_3 - 3\gamma'_3 + \delta'_3$ 3 »
$\overline{10}^{2} = \text{mult. } 59 - 18 \ldots \Delta''_2 = -18\alpha''_1 + \beta''_2$ . . . . . 2 »

MODULE 61.

$g_{+1} = 30$ . . . . . au plus 30 chiffres.
$\overline{10}^{12} = \text{mult. } 61 - 3 \ldots \Theta_{12} = 9\alpha_6 - 3\beta_{12} + \gamma_{12}$ . . . . 12 »
$10^{4} = \text{mult. } 61 - 4 \ldots \Delta'_4 = 16\alpha_4 - 4\beta'_4 + \gamma'_4$ . . . . . 4 »
$\overline{10}^{2} = \text{mult. } 61 - 22 \ldots \Delta''_2 = -22\alpha''_2 + \beta''_2$ . . . . . 2 »

MODULE 67.

$g_{+1} = 33$ . . . . . au plus 33 chiffres.
$\overline{10}^{9} = \text{mult. } 67 + 9 \ldots \Theta_{10} = -8\alpha_6 + 14\beta_9 + 9\gamma_9 + \delta_9$ 9 »
$10^{3} = \text{mult. } 67 - 5 \ldots \Theta'_3 = 25\alpha'_3 - 5\beta'_3 + \gamma'_3$ . . . . 3 »
$\overline{10}^{2} = \text{mult. } 67 + 33 \ldots \Delta''_2 = 33\alpha''_1 + \beta''_2$ . . . . . 2 »

MODULE 71.

$g_{-1} = 35$ . . . . . au plus 35 chiffres.
$10^{9} = \text{mult. } 71 + 3 \ldots \Delta_9 = 27\alpha_8 + 9\beta_9 + 3\gamma_9 + \delta_9$ . . 9 »
$10^{3} = \text{mult. } 71 + 6 \ldots \Theta'_3 = -35\alpha'_3 + 6\beta'_3 + \gamma'_3$ . . . 3 »
$10^{2} = \text{mult. } 71 + 29 \ldots \Delta'' = 29\alpha''_1 + \beta'_2$ . . . . . 2 »

Module 73.

$g_{+1} = 4$ . . . . . au plus 4 chiffres.
$\overline{10}^3 = \text{mult. } 73 - 22 \ldots \ \Delta_3 = -22\alpha_1 + \beta_2$ . . . . . 3 »
$\overline{10}^2 = 73 + 27 \ldots \ \Delta'_2 = 27\alpha'_1 + \beta_2$ . . . . . 2 »

Module 83.

$g_{+1} = 41$ . . . . . au plus 41 chiffres.
$\overline{10}^{11} = \text{mult. } 83 + 9 \ldots \Theta_{11} = -18\alpha_8 - 2\beta_{11} + 9\gamma_{11} + \delta_{11}$ 11 »
$\overline{10}^3 = \text{mult. } 83 + 4 \ldots \ \Delta'_4 = -19\alpha'_1 + 16\beta'_3 + 4\gamma'_3 + \delta'_3$ 3 »
$\overline{10}^2 = \text{mult. } 83 + 17 \ldots \ \Delta''_2 = 17\alpha''_1 = \beta_2$ . . . . . 2 »

Module 89.

$g_{+1} = 22$. . . . . au plus 22 chiffres.
$\overline{15}^9 = \text{mult. } 89 + 5 \ldots \ \Delta_9 = 25\alpha_4 + 5\beta_9 + \gamma_9$ . . . . 9 »
$10^3 = \text{mult. } 89 + 21 \ldots \ \Theta'_3 = -4\alpha'_2 + 21\,\beta'_3 + \gamma'_3$ . . 3 »
$10^2 = 89 + 11 \ldots \ \Delta''_2 = 11\alpha''_1 + \beta''_2$. . . . . 2 »

Module 97.

$g_{+1} = 48$. . . . . au plus 48 chiffres.
$\overline{10}^{11} = \text{mult. } 79 + 5 \ldots \Theta_{11} = -4\alpha_4 - 38\alpha_{11} + 25\gamma_{11} + 5\delta_{11} + \varepsilon_{11}$. 11 »
$\overline{10}^4 = \text{mult. } 97 + 9 \ldots \ \Theta'_4 = -13\alpha'_3 + 9\beta'_4 + \gamma'_4$ . . . 4 »
$\overline{10}^2 = 97 + 3 \ldots \ \Delta''_3 = 3\alpha_2 + \beta_2$. . . . . 2 »

Module 101.

On n'a qu'à séparer en tranches de deux chiffres et à faire la différence des sommes des tranches impaires et des tranches paires; mais si le nombre est grand, comme $10^4 - 1 = (10^2 + 1)(10^2 - 1)$, il sera plus commode de faire la somme des tranches de quatre chiffres, de façon à arriver à un nombre de quatre chiffres seulement et de former ainsi $\Delta_4 = \Sigma\lambda_4$, puis de prendre $\Delta_2 = -\alpha_2 + \beta_2$.

Module 109.

$g_{-1} = 54$ . . . . . au plus 54 chiffres.

$\overline{10}^{13} = \text{mult. } 109 + 5 \ldots \ \Theta_{16} = +16\alpha_4 + 25\beta_{16} + 5\gamma_{16} + \delta_{16}$ 16 »

$\overline{10}^{9} = \text{mult. } 109 - 8 \ldots \ \Delta'_9 = -8\alpha'_7 + \beta'_9$ . . . . . 9 »

$\overline{10}^{4} = \text{mult. } 109 - 28 \ldots \ \Theta''_4 = 21\alpha''_1 - 28\beta''_4 + \gamma''_4$ . . . . 4 »

$\overline{10}^{2} = 109 - 9 \ldots \ \Delta'''_2 = -9\alpha'''_2 + \beta'''_2$ . . . . . 2 »

Module 113.

$g_{+1} = 56$ . . . . . au plus 56 chiffres.

$\overline{10}^{15} = \text{mult. } 113 - 12 \ldots \Theta_{15} = -33\alpha_{11} + 31\beta_{15} - 12\gamma_{15} + \delta_{15}$ 15 »

$\overline{10}^{5} = \text{mult. } 113 - 5 \ldots \ \Delta'_5 = 25\alpha'_5 - 5\beta'_5 + \gamma_5$ . . . . . 5 »

$\overline{10}^{2} = 113 - 13 \ldots \Delta''_5 = 56\alpha''_1 - 13\beta_2 + \gamma_2$ . . . . . 3 »

Module 127 (*).

$g_{-1} = 21$ . . . . . au plus 21 chiffres.

$\overline{10}^{6} = \text{mult. } 127 + 2 \ldots \ \Delta_6 = 8\alpha_3 + 4\beta_6 + 2\gamma_6 + \delta_6$ . . 6 »

$\overline{10}^{3} = \text{mult. } 127 - 16 \ldots \Delta'_3 = -16\alpha'_3 + \beta'_3$ . . . . . 3 »

$\overline{10}^{2} = 127 - 27 \ldots \ \Delta''_2 = -27\alpha''_1 + \beta_1$ . . . . . 3 »

Module 131.

$g_{+1} = 65$ . . . . . au plus 65 chiffres.

$\overline{10}^{18} = \text{mult. } 131 - 2 \ldots \ \Delta_{18} = -8\alpha_{11} + 4\beta_{18} - 2\gamma_{18} + \delta_{18}$. 18 »

$\overline{10}^{9} = \text{mult. } 131 - 28 \ldots \ \Delta'_9 = -28\alpha'_9 + \beta'_9$. . . . . 9 »

$\overline{10}^{4} = \text{mult. } 131 + 44 \ldots \ \Theta''_4 = -29\alpha''_1 + 44\beta''_4 + \gamma''_4$ . . . 4 »

$\overline{10}^{2} = 131 - 31 \ldots \ \Delta'''_2 = -31\alpha'''_2 + \beta'''_2$ . . . . . 3 »

Module 137.

$g_{-1} = 4$ . . . . . au plus 4 chiffres.

$\overline{10}^{3} = \text{mult. } 137 + 31 \ldots \ \Delta_3 = 31\alpha_1 + \beta_3$. . . . . 3 »

On peut, si l'on veut, avec $\Delta'_2 = -37\alpha'_1 + \beta'_2$, avoir . . 3 »

(*) Pour certains modules, les critériums ci-dessus sont plus simples que ceux de M. Perrin. On n'a qu'à traiter directement le nombre de douze chiffres choisi à la fin du mémoire de 1889 pour s'en convaincre.

Module 139.

$g_{-18} = 23$ . . . . . au plus 23 chiffres.
$\overline{10}^{10} = \text{mult. } 139 + 6 \ldots \Delta_{16} = 36\alpha_3 + 6\beta_{10} + \gamma_{10}$ . . . . 10 »
$10^4 = \text{mult. } 139 - 8 \ldots \Delta'_4 = 64\alpha'_2 - 8\beta'_4 + \gamma'_4$ . . . . 4 »
$10^2 = 139 - 39 \ldots \Delta''_2 = -39\alpha''_2 + \beta''_2$ . . . . . 3 »

Module 149.

$g_{+1} = 74$ . . . . . au plus 74 chiffres.
$10^{36} = \text{mult. } 149 - 64 \ldots \Delta_{36} = 73\alpha_2 - 64\beta_{36} + \gamma_{36}$ . . 36 »
$10^{12} = \text{mult. } 149 - 4 \ldots \Delta'_{12} = 16\alpha'_{12} - 4\beta'_{12} + \gamma'_{12}$ . . 12 »
$10^8 = \text{mult. } 149 - 9 \ldots \Delta'' = -9\alpha''_4 + \beta_8$ . . . . . 8 »
$10^4 = \text{mult. } 149 + 17 \ldots \Delta'''_4 = 17\alpha'''_4 + \beta_4$ . . . . . 4 »
$\overline{10}^2 = 149 - 49 \ldots \Delta^{IV}_2 = -49\alpha^{IV}_2 + \beta^{IV}_2$ . . . . . 3 »

M. A. GOB

Professeur à l'Athénée royal de Hasselt (Belgique).

SUR UNE FORMULE DONNANT LE RAYON DE COURBURE DES CONIQUES [L'6b]

— Séance du 5 août 1893 —

La formule qui fait l'objet de cette note a été donnée par M. Neuberg dans les *Bulletins de l'Académie royale de Belgique* (3e série, t. XXV, n° 4, pp. 374-386, 1893), et dans *Mathesis* (juin 1893). M. Neuberg la démontre par des considérations cinématiques ; nous allons l'établir par la géométrie (*).

(*) M. Cesaro a démontré analytiquement une formule équivalente. (Voir *Mathesis*, 1890, p. 190, et 1893, p. 217.)

I. — Considérons d'abord deux triangles, ABC et A′B′C′ inscrits à un même cercle, et soit R le rayon de ce cercle. La surface d'un triangle étant égale au produit de ses trois côtés divisé par le double du diamètre du cercle circonscrit, nous aurons :

$$A'BC \cdot B'CA \cdot C'AB = \frac{A'B \cdot A'C \cdot B'C \cdot B'A \cdot C'A \cdot C'B \cdot BC \cdot CA \cdot AB}{64R^3},$$

$$AB'C' \cdot BC'A' \cdot CA'B' = \frac{AB' \cdot AC' \cdot BC' \cdot BA' \cdot CA' \cdot CB' \cdot B'C' \cdot C'A' \cdot A'B'}{64R^3},$$

d'où :
$$\frac{A'BC \cdot B'CA \cdot C'AB}{AB'C' \cdot BC'A' \cdot CA'B'} = \frac{BC \cdot CA \cdot AB}{B'C' \cdot C'A' \cdot A'B'},$$

ou enfin :
$$\frac{A'BC \cdot B'CA \cdot C'AB}{AB'C' \cdot BC'A' \cdot CA'B'} = \frac{ABC}{A'B'C'}. \qquad (1)$$

II. — Cette relation ne contenant que des surfaces, subsistera si nous faisons une projection orthogonale (réelle ou imaginaire) de la figure, c'est-à-dire si nous supposons que les triangles ABC, A′B′C′ soient inscrits à une même conique. Mais nous avons, en désignant par x_M, y_M, z_M et x'_M, y'_M, z'_M les coordonnées normales d'un point M par rapport aux triangles ABC et A′B′C′, et par R, R′ les rayons des cercles ABC, A′B′C′ :

$$A'BC = \frac{1}{2} BC \cdot x_{A'}, \text{ etc.} \qquad ABC = \frac{BC \cdot CA \cdot AB}{4R}.$$

La formule (1) peut donc s'écrire :

$$\frac{BC \cdot CA \cdot AB \cdot x_{A'} \cdot y_{B'} \cdot z_{C'}}{B'C' \cdot C'A' \cdot A'B' \cdot x'_A \cdot y'_B \cdot z'_C} = \frac{R' \cdot BC \cdot CA \cdot AB}{R \cdot B'C' \cdot C'A' \cdot A'B'},$$

ou
$$\frac{x_{A'} \cdot y_{B'} \cdot z_{C'}}{x'_A \cdot y'_B \cdot z'_C} = \frac{R'}{R}. \qquad (2)$$

III. — Supposons maintenant que les points B′, C′ tendent indéfiniment vers A′ ; le cercle A′B′C′ aura pour limite le cercle osculateur en A′ ; les distances $x_{A'}$, $y_{B'}$, $z_{C'}$ deviendront les coordonnées normales x, y, z du point A′, par rapport au triangle ABC, et x'_A, y'_B, z'_C deviendront les distances α, β, γ des points A, B, C à la tangente en A′. Nous aurons donc, en appelant ρ le rayon de courbure en A′ :

$$\rho = R \frac{xyz}{\alpha\beta\gamma}. \qquad (3)$$

Telle est la formule que nous nous proposions de démontrer.

IV. — La formule (2) subsisterait si les deux triangles ABC, A'B'C étaient circonscrits à une même conique, ou étaient autopolaires par rapport à une même conique; car, en vertu d'un théorème connu, ils seraient, dans chacun de ces cas, inscriptibles à une même conique. Il reste à voir quelle sera alors la limite du cercle A'B'C' lorsque B' et C tendent vers A' (*).

Considérons d'abord le premier cas. Soient r', r'_a, r'_b, r'_c les rayons des cercles inscrit et ex-inscrits au triangle A'B'C' ; on sait que :

$$4R + r' = r'_a + r'_b + r'_c.$$

Lorsque les tangentes A'B', A'C' tendent à se confondre avec la droite B'C' que nous supposons fixe, r', r'_b, r'_c ont pour limites 0 et r'_a a pour limite le rayon ρ du cercle de courbure au point de contact de B'C' (**).
Donc : lim. $4R' = \rho$,
et la relation (2) devient :

$$\rho = 4R \frac{xyz}{\alpha\beta\gamma}. \qquad (4)$$

V. — Pour le second cas, on peut démontrer assez simplement que le cercle autopolaire du triangle A'B'C' a pour limite le cercle osculateur au point limite où viennent se confondre les sommets A'B'C'. Mais si R'' désigne le rayon du cercle autopolaire, on a :

$$R''^2 = -4R'^2 \cos A' \cos B' \cos C'.$$

Or, si l'on suppose que A'B'C' devienne infiniment petit, on aura :

$$A' = 180^0, \quad B' = 0, \quad C' = 0.$$

Donc : $$\lim. R''^2 = 4 \lim. R'^2,$$

ou : $$\lim. R'' = 2 \lim. R' = \frac{\rho}{2}.$$

On obtient donc la formule :

$$\rho = 2R \frac{xyz}{\alpha\beta\gamma}.$$

VI. — Les formules (3), (4), (5) donnent immédiatement la solution des problèmes suivants (***) :

(*) L'idée de cette généralisation nous a été suggérée par M. Neuberg.
(**) Nous empruntons cette démonstration à un article de M. Servais. (*Mathesis*, t. IX, pp. 105 et 136.)
(***) Ces problèmes, lorsque la conique variable est circonscrite à un triangle fixe, ont été proposés par M. Jamet. (Voir *Mathesis*, pp. 121 et 143.)

a) *On considère les coniques inscrites, circonscrites ou autopolaires à un triangle fixe* ABC, *et passant par un point donné* A′, *lieu du centre de courbure en* A′.

b) *On considère les coniques circonscrites, inscrites ou autopolaires à un triangle fixe* ABC, *et touchant une droite donnée* m, *lieu du centre de courbure au point de contact avec* m.

Pour les problèmes *a*, les quantités R, x, y, z sont des constantes et les relations (3), (4), (5) sont de la forme :

$$\rho\alpha\beta\gamma = \textit{constante}.$$

Prenons pour pôle A′ et pour axe polaire une droite quelconque passant par A′. Soient (r_1, α_1), (r_2, α_2), (r_3, α_3) les coordonnées polaires des points A, B, C et ρ, θ celles du centre de courbure ; nous aurons :

$$\begin{aligned}
\alpha &= r_1 \sin(\alpha_1 - \theta + 90^\circ) = r_1 \cos(\theta - \alpha_1),\\
\beta &= r_2 \cos(\theta - \alpha_2),\\
\gamma &= r_3 \cos(\theta - \alpha_3).
\end{aligned}$$

L'équation polaire du lieu sera donc :

$$\rho \cos(\theta - \alpha_1)\cos(\theta - \alpha_2)\cos(\theta - \alpha_3) = \textit{constante}.$$

Cette équation représente une cubique.

VII. — Pour les problèmes *b*, R, α, β, γ sont des constantes et les relations (3), (4), (5) sont de la forme :

$$\rho = xyz \,.\, \textit{constante}.$$

Prenons pour axes la droite m et une perpendiculaire quelconque à cette droite. Soient :

$$\begin{aligned}
X\cos\alpha_1 + Y\sin\alpha_1 - p_1 &= 0,\\
X\cos\alpha_2 + Y\sin\alpha_2 - p_2 &= 0,\\
X\cos\alpha_3 + Y\sin\alpha_3 - p_3 &= 0,
\end{aligned}$$

les équations des droites BC, CA, AB. Désignons par X, Y les coordonnées du centre de courbure au point A′. Nous aurons :

$$\rho = X, \qquad x = X\cos\alpha_2 - p_1, \text{ etc.}$$

L'équation du lieu géométrique sera donc :

$$Y = \textit{constante}.\ (X\cos\alpha_1 - p_1)(X\cos\alpha_1 - p_2)(X\cos\alpha_3 - p_3).$$

C'est l'équation d'une cubique.

M. Ant. GOB

Professeur à l'Athénée royal de Hasselt (Belgique).

APPLICATIONS DU THÉORÈME DE CARNOT [M′ 3 d α]

— Séance du 5 août 1893 —

I

Soient $(A_1, A_2, A_3 \ldots A_n)$, $(B_1, B_2 \ldots B_n)$, $(C_1, C_2, \ldots C_n)$ les points de rencontre d'une courbe algébrique plane de degré n avec les côtés BC, CA, AB du *triangle fondamental* ABC. Si l'équation de la courbe en coordonnées barycentriques est :

$$Ax^n + By^n + Cz^n + Dx^{n-1}y + \ldots = 0,$$

les points $A_1, A_2, \ldots A_n$ correspondent à $x = 0$; donc leurs coordonnées vérifient l'équation :

$$By^n + Cz^n + \ldots = 0.$$

Celle-ci donne n valeurs du rapport $\frac{y}{z}$ ayant pour produit $(-1)^n \frac{C}{B}$.

Mais le rapport $\frac{y}{z}$ relatif au point A_k est égal à $-\frac{A_kC}{A_kB}$, si l'on tient compte de la règle des signes des coordonnées x, y, z et si l'on convient que le rapport $\frac{A_kC}{A_kB}$ est négatif ou positif, suivant que A_k est situé entre B et C ou en dehors du segment BC. On a donc :

$$\Pi_1^n \frac{A_kC}{A_kB} = \frac{C}{B}.$$

Opérant de même pour les côtés CA, AB et multipliant les trois égalités obtenues, on trouve :

$$\Pi_1^n \frac{A_kC}{A_kB} \cdot \Pi_1^n \frac{B_kA}{B_kC} \cdot \Pi_1^n \frac{C_kB}{C_kA} = 1 \text{ (*)}. \qquad (1)$$

(*) C'est pour préciser la règle des signes, qui diffère de celle de Salmon, que nous reproduisons ici la démonstration du théorème de Carnot.

L'égalité (1) constitue le théorème de Carnot (*).

Nous allons étudier les modifications qu'éprouve la formule (1) lorsque la courbe passe par un sommet du triangle ABC, ou touche un côté de ce triangle en l'une de ses extrémités, ou lorsque deux côtés de ce triangle se rapprochent indéfiniment.

1. — Si la courbe passe par A sans toucher en ce point l'un des côtés AB, AC, écrivons d'abord la relation (1) ainsi :

$$\frac{B_nC}{B_nA}\cdot\frac{C_nA}{C_nB}\cdot\Pi_1^n\frac{A_kB}{A_kC}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kC}{B_kA}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{C_kA}{C_kB}=1,$$

et observons que dans le triangle AB_nC_n on a :

$$\frac{C_nA}{B_nA}=\frac{\sin AB_nC_n}{\sin AC_nB_n}.$$

Supposons que la courbe se déforme d'une manière continue de manière que les points C_n, B_n tendent à se réunir en A et soit AT la tangente en A. La relation (1) devient à la limite :

$$\frac{AC}{AB}\frac{\sin CAT}{\sin BAT}\cdot\Pi_1^n\frac{A_kB}{A_kC}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kC}{B_kA}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{C_kA}{C_kB}=1. \qquad (2)$$

Le rapport $\frac{AC}{AB}$ est positif et la règle des signes est applicable aux angles CAT, BAT.

La relation (2) sert à déterminer la tangente en A, quand on connaît les points d'intersection de la courbe avec les côtés du triangle ABC.

2. — Si la courbe touche AB en A, menons par B une sécante, infiniment voisine de BA et rencontrant la courbe en C'_1, C'_2 ... C'_n et CA en A'. Appliquons la formule (1) au triangle A'BC, en l'écrivant comme suit :

$$\frac{C'_{n-1}A'}{C'_{n-1}B}\cdot\frac{C'_nA'}{C'_nB}\cdot\frac{AC}{AA'}\cdot\Pi_1^n\frac{A_kB}{A_kC}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kC}{B_kA'}\cdot\Pi_1^{n-2}\frac{C'_kA'}{C'_kB}=1.$$

Faisons tendre BA' vers BA et supposons que C'_n et C'_{n-1} tendent à se confondre avec A, et que C'_1, C'_2, ... C'_{n-2} aient pour limites C_1, C_2... C_{n-2}. Nous aurons :

$$\lim\frac{C'_{n-1}A'\cdot C'_nA'}{AA'}\cdot\frac{AC}{AB^2}\Pi_1^n\frac{A_kB}{A_kC}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kC}{B_kA}\cdot\Pi_1^{n-2}\frac{C_kA}{C_kB}=1.$$

(*) Le lecteur est prié de dessiner lui-même les figures lorsque cela sera nécessaire.

(**) M. Demoulin a examiné les conséquences du théorème de Newton, dans une note remarquable qui a paru dans les *Mémoires couronnés et autres mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique, t. XLV.

Il reste à trouver la limite de la quantité $\frac{C'_{n-1}A' \cdot C'_nA'}{AA'}$.

On peut d'abord remplacer $C'_{n-1}A'$, C'_nA' par $C'_{n-1}A$, C'_nA. Car :

$$\lim \frac{C'_{n-1}A'}{C'_{n-1}A} = \lim \frac{\sin C'_{n-1}A'A}{\sin C'_{n-1}AA'} = 1, \text{ etc.}$$

Soit H la projection de A sur BA', et R le rayon du cercle $AC'_{n-1}C'_n$; nous aurons :

$$\lim \frac{C'_{n-1}A' \cdot C'_nA'}{AA'} = \lim \frac{C'_{n-1}A \cdot C_n}{AH} \sin AA'H = \lim 2R \sin BAC$$
$$= 2\rho \sin A,$$

désignant le rayon de courbure en A. La relation cherchée est donc :

$$2\rho \sin A \cdot \frac{AC}{AB^2} \cdot \Pi_1^n \frac{A_kB}{A_kC} \cdot \Pi_1^{n-1} \frac{B_kC}{B_kA} \cdot \Pi_1^{n-2} \frac{C_kA}{C_kB} = 1. \qquad (3)$$

On obtient ainsi le rayon de courbure en A. On peut observer qu'il existe une infinité de courbes de degré n passant par A_1, $A_2 \ldots A_n$, $B_1 \ldots B_{n-1}$, $C_1 \ldots C_{n-2}$ et touchant AB en A. Toutes ces courbes ont même courbure en A.

3. — Considérons une courbe de degré n, touchant AB en A, BC en B', CA en C', et coupant en outre ces côtés en $n - 3$ autres points : $(C_1, C_2 \ldots C_{n-3})$, $(A_1, A_2 \ldots A_{n-3})$, (B_1, B_2, B_{n-3}). Remplaçons BC par une sécante infiniment voisine, coupant AB en B', AC en C' et la courbe en A'_1, $A'_2 \ldots A'_n$. D'après le théorème précédent on a, en désignant par ρ_A, ρ_B, ρ_C les rayons de courbure en A, B, C :

$$2\rho_A \cdot \frac{AC'}{AB'^2} \cdot \sin A \cdot \frac{A_nB'}{A_nC'} \cdot \frac{A_{n-1}B'}{A_{n-1}C'} \cdot \frac{A_{n-2}B'}{A_{n-2}C'} \cdot \frac{CC'^2}{CA^2} \cdot \frac{BA}{BB'} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{A'_kB'}{A'_kC'}$$
$$\cdot \Pi_1^{n-3} \frac{B_kC'}{B_kA} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{C_kA}{C_kB'} = 1.$$

Faisons tendre B'C' vers BC et supposons que A'_n et A'_{n-1} tendent vers B, A'_{n-2} vers C et A'_1, $A'_2 \ldots A'_{n-3}$ respectivement vers A_1, A_2, $\ldots A_{n-3}$. Nous aurons :

$$2\rho_A \sin A \frac{1}{AC \cdot AB \cdot BC} \lim \frac{A'_nB' \cdot A'_{n-1}B'}{BB'} \lim \frac{CC'^2}{A_{n-2}C'} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{A_kB}{A_kC} \cdot$$
$$\Pi_1^{n-3} \frac{B_kC}{B_kA} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{C_kA}{C_kB} = 1.$$

Or, on démontrera par la même méthode qu'au n° 2, que :

$$\lim \frac{A'_nB' \cdot A'_{n-1}B'}{BB'} = 2\rho_A \sin B, \quad \lim \frac{CC'2}{A_{n-2}C'} = 2\rho_A \sin C.$$

La formule devient donc :

$$8\rho_A\rho_B\rho_C \frac{\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C}{AC \cdot AB \cdot BC} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{A_kB}{A_kC} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{B_kC}{B_kA} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{C_kA}{C_kB} = 1,$$

ou :

$$\rho_A\rho_B\rho_C C = R^3 \Pi_1^{n-3} \frac{B_kA}{B_kC} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{A_kC}{A_kB} \cdot \Pi_1^{n-3} \frac{C_kB}{C_kA}, \qquad (4)$$

R désignant le rayon du cercle ABC. En particulier, si $n = 3$ on trouve :

$$\rho_A\rho_B\rho_C = R^3,$$

théorème dû à M. Mannheim.

4. — Si la courbe ne passe pas par les sommets du triangle ABC, joignons les points $(A_1, A_2 \dots A_n)$, $(C_1, C_2 \dots C_n)$ par les droites A_1C_1, A_2C_2, $\dots$ A_nC_n. Appliquons au système de ces n droites, considéré comme une ligne d'ordre n, la relation (1) : si $D_1, D_2 \dots D_n$ sont les points de rencontre de ces droites avec AC, on a :

$$\Pi_1^n \frac{A_kC}{A_kB} \cdot \Pi_1^n \frac{D_kA}{D_kC} \cdot \Pi_1^n \frac{C_kB}{C_kA} = 1.$$

Il en résulte que :

$$\Pi^n \frac{D_kA}{D_kC} = \Pi_1^n \frac{B_kA}{B_kC}.$$

Mais $D_kA = CA - CD_k = D_kC - AC$, $B_kA = B_kC - AC$. Donc :

$$\Pi_1^n \left(1 - \frac{AC}{D_kC}\right) = \Pi_1^n \left(1 - \frac{AC}{B_kC}\right).$$

Faisons tourner le côté BA autour de B jusqu'à ce qu'il se confonde avec BC, et supposons que $C_1, C_2 \dots C_n$ tendent respectivement vers $A_1, A_2, \dots A_n$; les droites $A_1C_1, A_2C_2 \dots A_nC_n$ auront pour limites les tangentes en $A_1, A_2 \dots A_n$. Soient maintenant $D_1, D_2, \dots D_n$ les points où ces tangentes coupent CA. Si l'on développe l'égalité précédente, qu'on la divise par CA, et qu'on passe à la limite pour $CA = 0$, on trouve :

$$\sum \frac{1}{CD_k} = \sum \frac{1}{CB_k}. \qquad (5)$$

Cette relation est due à Mac-Laurin (*Salmon-Chemin*, p. 170). Elle montre que si A_1, A_2 ... A_n sont les points de rencontre d'une droite avec la courbe, la polaire d'un point quelconque C de cette droite est la même, qu'on la prenne par rapport à la courbe, ou par rapport au système des n tangentes aux points A_1, A_2 ... A_n, considéré comme formant une courbe du n^e degré.

5. — Il peut arriver que le point C coïncide avec un des points A_k, par exemple avec A_n. Cherchons comment on doit, dans ce cas, modifier la relation (5). Écrivons-la comme suit :

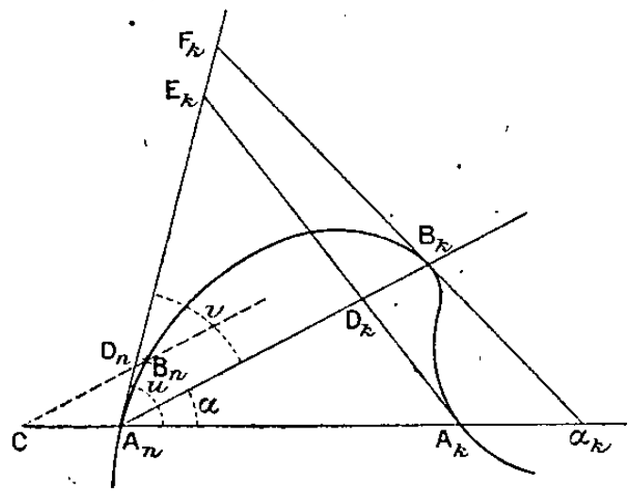


FIG. 1.

$$\frac{1}{CD_n}-\frac{1}{CB_n}=\sum_1^{n-1}\frac{1}{CB_k}-\sum_1^{n-1}\frac{1}{CD_k}.$$

Faisons glisser la droite CB_k parallèlement à elle-même, jusqu'à ce que C vienne se confondre avec A_n (*fig. 1*). Désignons encore par B_k, D_k les positions limites des points B_k, D_k et supposons que B_n et D_n soient ceux de ces points qui tendent à se confondre avec A_n. En passant à la limite nous aurons :

$$\lim\left(\frac{1}{CD_n}-\frac{1}{CB_n}\right)=\sum_1^{n-1}\frac{1}{CB_k}-\sum_1^{n-1}\frac{1}{CD_k};$$

or :

$$\frac{1}{CD_n}-\frac{1}{CB_n}=\frac{B_nD_n}{CB_n\,.\,CD_n},$$

$$\frac{B_nD_n}{CD_n}=\frac{\sin D_nA_nB_n\,.\,\sin C}{\sin D_nB_nA_n\,.\,\sin CA_nD_n},\quad \frac{1}{CB_n}=\frac{\sin C}{A_nB_n\sin B_nA_nC}.$$

D'où :

$$\lim\left(\frac{1}{CD_n}-\frac{1}{CB_n}\right)=\lim\frac{\sin^2 C}{\sin D_nB_nA_n\,.\,\sin CA_nD_n\,.\,\sin CA_nB_n}\cdot\lim\frac{\sin D_nA_nB_n}{A_nB_n}$$

$$=\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2 u\sin v}\lim\frac{1}{A_n\omega},$$

u, v, α désignant les angles $A_kA_nD_n$, $B_kA_nD_n$, $A_kA_nB_k$, et ω le point de rencontre de la perpendiculaire menée par B_n avec la normale au point A_n. Mais $A_n\omega$ a pour limite le double du rayon de courbure ρ au point A_n. On aura donc finalement :

$$\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2 u\sin v}\times\frac{1}{2\rho}=\sum_1^{n-1}\frac{1}{A^nB_k}-\sum_1^{n-1}\frac{1}{A_nD_k},$$

ou :

$$\frac{1}{2\rho}(\operatorname{cotg} v - \operatorname{cotg} u) = \left(\sum_1^{n-1} \frac{1}{A_n B_k} - \sum_1^{n-1} \frac{1}{A_n D_k}\right) \frac{\sin u}{\sin \alpha}.$$

6. — On peut, dans la relation (6), intervertir les rôles des droites A_nA_k, A_nB_k *(fig. 1)*, cette relation devient alors :

$$\frac{1}{2\rho}(\operatorname{cotg} u - \operatorname{cotg} v) = \left(\sum_1^{n-1} \frac{1}{A_n A_k} - \sum_1^{n-1} \frac{1}{A_n \alpha_k}\right) \frac{\sin v}{\sin(-\alpha)},$$

α_k désignant le point de rencontre de la tangente au point B_k avec la droite A_nA_k. Combinant cette égalité avec la relation (6), par voie de soustraction, nous obtenons :

$$\frac{1}{\rho}\left(\operatorname{cotg} v - \operatorname{cotg} u\right)$$

$$= \frac{1}{\sin \alpha} \sum \left(\frac{\sin u}{A_n B_k} - \frac{\sin v}{A_n \alpha_k}\right) = \frac{1}{\sin \alpha} \sum \left(\frac{\sin u}{A_n D_k} - \frac{\sin v}{A_n A_k}\right)$$

Désignons par E_k, F_k les points de rencontre des tangentes en A_k et B_k avec la tangente au point A_n. La surface du triangle $A_nF_k\alpha_k$ étant égale à la somme des surfaces des triangles $A_nF_kB_k$, $A_nB_k\alpha_k$, nous aurons :

$$A_n\alpha_k \cdot A_nF_k \sin u - A_nB_k \cdot A_nF_k \sin v = A_nB_k \cdot A_n\alpha_k \sin \alpha,$$

ou :
$$\frac{\sin u}{A_nB_k} - \frac{\sin v}{A_n\alpha_k} = \frac{\sin \alpha}{A_nF_k},$$

de même :
$$\frac{\sin u}{A_nD_k} - \frac{\sin v}{A_nA_k} = \frac{\sin \alpha}{A_nE_k}.$$

On a donc :

$$\frac{1}{\rho}(\operatorname{cotg} v - \operatorname{cotg} u) = \sum_1^{n-1} \frac{1}{A_nF_k} - \sum_1^{n-1} \frac{1}{A_nE_k} \qquad (7)$$

7. — Considérons encore la relation (6) et faisons tourner la droite A_nB_k jusqu'à ce qu'elle coïncide avec A_nA_k. Supposons que les points B_k, D_k tendent vers A_k et écrivons la relation (6) comme suit :

$$\frac{1}{2\rho \sin^2 u \sin v} = \sum_1^{n-1} \frac{\dfrac{1}{A_nB_k} - \dfrac{1}{A_nD_k}}{\sin^2 \alpha}.$$

Mais

$$\frac{1}{A_nB_k} - \frac{1}{A_nD_k}$$

$$= \frac{B_kD_k}{A_nB_k \cdot A_nD_k} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin D_kB_kA_k \cdot \sin A_nA_kD_k \cdot \sin A_nA_kB_k} \cdot \frac{\sin D_kA_kB_k}{A_kB_k}.$$

Passons à la limite et nous aurons :

$$\frac{1}{2\rho \sin^3 u} = -\sum \frac{1}{2\rho_k \sin^3 u_k}$$

ρ_k désignant le rayon de courbure au point A_k et u_k l'inclinaison de la tangente au point A_k avec l'axe A_nA_k. Cette formule a été donnée par Reiss (*Corr. math. et phys.*, de QUETELET, t. IX, p. 152) (*). Elle peut s'écrire :

$$\sum_1^n \frac{1}{\rho_k \sin^3 u_k} = 0.$$

8. — Dans la relation (6), il pourrait arriver que la droite A_nB_k coïncidât avec la tangente au point A_n. Pour voir ce que devient la formule (6), écrivons comme suit la relation (5) :

$$\frac{1}{CB_n} + \frac{1}{CB_{n-1}} = \sum_1^n \frac{1}{CD_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{CB_k},$$

et supposons que CD_k soit parallèle à la tangente au point A_n *(fig. 2)*. Dans ce cas, $A_nD_n = \infty$ et le rapport $\frac{1}{CD_n}$ est nul. Si l'on fait tendre le point C vers A_n, la droite CD_k conservant sa direction, deux des points B_k tendront vers A_n. Désignons-les par B_n et B_{n-1} et désignons encore par D_k et B_k les positions limites des points D_k et B_k. Passons à la limite et nous aurons :

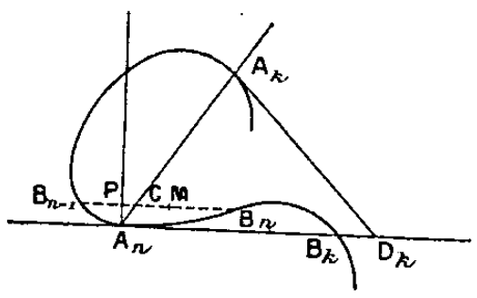


FIG. 2.

$$\lim \left(\frac{1}{CB_n} - \frac{1}{B_{n-1}C} \right) = \sum_1^{n-1} \frac{1}{A_nD_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{A_nB_k}.$$

(*) Voir sur le même sujet : MANNHEIM, *Géom. descr.*, p. 215; GHYSENS, *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, séance du 5 mai 1877; DEMOULIN, *Mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique, t. 45, 1891.

Soit M le milieu de $B_{n-1}B_n$ et P le point de rencontre de la normale au point A_n avec $B_{n-1}B_n$. On aura :

$$\frac{1}{CB_n} - \frac{1}{B_{n-1}C} = \left(\frac{1}{PB_n} - \frac{1}{B_{n-1}P}\right) + \left(\frac{1}{CB_n} - \frac{1}{PB_n}\right) + \left(\frac{1}{B_{n-1}P} - \frac{1}{B_{n-1}C}\right)$$

$$\text{Or : } \lim\left(\frac{1}{CB_n} - \frac{1}{PB_n}\right) = \lim \frac{PC}{CB_n \cdot PB_n} = \lim \frac{A_nP}{\overline{PB_n}^2} \operatorname{cotg} u = \frac{\operatorname{cotg} u}{2\rho},$$

u désignant l'angle $A_kA_nD_k$.

$$\text{De même : } \lim\left(\frac{1}{B_{n-1}P} - \frac{1}{B_{n-1}C}\right) = \frac{\operatorname{cotg} u}{2\rho}.$$

$$\text{Donc : } \lim\left(\frac{1}{CB_n} - \frac{1}{B_{n-1}C}\right)$$

$$= \frac{\operatorname{cotg} u}{\rho} + \lim\left(\frac{1}{PB_n} - \frac{1}{B_{n-1}P}\right) = \frac{\operatorname{cotg} u}{\rho} + \lim \frac{2PM}{PB_n \cdot PB_{n-1}}.$$

$$\text{Or : } \frac{2PM}{PB_n \cdot PB_{n-1}} = \frac{2PM}{A_nP} \times \frac{A_nP}{A_nB_n \cdot A_nB_{n-1}} \cdot \frac{A_nB_n \cdot A_nB_{n-1}}{PB_n \cdot PB_{n-1}}.$$

La troisième fraction a pour limite — 1, la deuxième est égale à l'inverse du diamètre du cercle $A_nB_nB_{n-1}$ et a pour limite $\frac{1}{2\rho}$. Il reste à trouver la limite de $\frac{PM}{A_nP}$. Prenons pour axe des x la tangente et pour axe des y la normale au point A_n et désignons par (x_1, y), (x_2, y), les coordonnées des points B_n, B_{n-1}. Soient enfin y''_o, y'''_o les dérivées seconde et troisième relatives à A_n, et ρ' le rayon de courbure de la développée, au point qui correspond à A_n. On a :

$$y = \frac{x_1^2}{2} y''_o + \frac{x_1^3}{6} y'''_o + \ldots, \text{ etc.}$$

$$y = \frac{x_2^2}{2} y''_o + \frac{x_2^3}{6} y'''_o + \ldots. \text{ etc.}$$

D'où, en retranchant et divisant par $y(x_1 - x_2)$:

$$\frac{x_1 + x_2}{2y} y''_o + \frac{x_1^2 + x_2x_1 + x^2}{by} y''_o + \ldots = 0$$

Passons à la limite en remarquant que les deux premières égalités donnent :

$$\lim \frac{y}{x_1^2} = \lim \frac{y}{x_2^2} = \frac{y_o''}{2}, \quad \lim \frac{y}{x_1 x_2} = \lim \frac{y}{x_1^2} \lim \frac{x_1}{x_2} = -\frac{y_o'}{2'},$$

et nous aurons :

$$\lim \frac{x_1 + x^2}{2y} y_o'' - \frac{y_o'''}{3y_o''} = 0,$$

d'où : $$\lim \frac{\mathrm{MP}}{\mathrm{A}_n\mathrm{P}} = \lim \frac{x_1 + x_2}{2y} = -\frac{y_o'''}{3y_o''^2}$$

Mais on a : $\rho = \frac{1}{y_o''}$, $\rho' = -\frac{y_o'''}{y_o''^3}$; donc $\lim \frac{\mathrm{PM}}{\mathrm{A}_n\mathrm{P}} = \frac{\rho'}{3\rho}$.

La formule cherchée est donc :

$$\frac{\operatorname{cotg} u}{\rho} - \frac{\rho'}{3\rho^2} = \sum_1^{n-1} \frac{1}{\mathrm{A}_n\mathrm{D}_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_k}. \qquad (8)$$

On verra aisément que ρ' doit être pris positivement lorsqu'il est dirigé du côté des x négatifs.

9. — Soit $\mathrm{A}_n\theta$ la position limite de la droite $\mathrm{A}_n\mathrm{M}$. Cette droite a reçu le nom d'*axe d'aberration*, et l'angle qu'elle fait avec la normale celui d'*angle d'aberration* (*). Si l'on imagine une conique, tangente à la courbe au point A_n et passant par les points B_n et B_{n-1}, la droite $\mathrm{A}_n\mathrm{M}$ sera un diamètre de cette conique. L'axe d'aberration est donc le lieu géométrique des centres des coniques ayant avec la courbe, au point A_n, un contact du troisième ordre. Si l'on désigne par δ l'angle d'aberration et par ε l'inclinaison de la sécante $\mathrm{A}_n\mathrm{A}_k$ sur l'axe d'aberration, on aura : $tg\delta = \lim \frac{\mathrm{PM}}{\mathrm{A}_n\mathrm{P}} = \frac{\rho'}{3\rho}$, et la formule (8) pourra s'écrire :

$$\frac{1}{\rho}(\operatorname{cotg} u - tg\delta) = \sum_1^{n-1} \frac{1}{\mathrm{A}_n\mathrm{D}_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_k},$$

$$\text{ou : } \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\sin \varepsilon}{\sin u . \cos \delta} = \sum_1^{n-1} \frac{1}{\mathrm{A}_n\mathrm{D}_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_k}. \qquad (9)$$

(*) SALMON-CHEMIN, *Courbes planes*, p. 511.
A. TRANSON, *Journal de Liouville*, t. VI, 1841.

En particulier, si A_nA_k coïncide avec l'axe d'aberration, $\varepsilon = 0$ et l'on a :

$$\sum_1^{n-1} \frac{1}{A_nD_k} = \sum_1^{n-2} \frac{1}{A_nB_k} (*).$$

10. — Des formules que nous venons de rencontrer, on peut déduire d'autres formules en donnant à divers éléments des déplacements infiniment petits. Nous nous contenterons d'appliquer cette méthode à la formule de Reiss.

Soient $A_1, A_2 \ldots A_k$ les points de rencontre d'une sécante quelconque avec la courbe, ρ_k le rayon de courbure au point A_k ρ'_k le rayon de courbure de la développée, et u_k l'angle que forme la sécante avec la tangente au point A_k. La formule de Reiss (voir § 7) peut s'écrire :

$$\sum_1^n \rho_k^{-1} \sin^{-3} u_k = 0.$$

Déplaçons la droite A_1A_k parallèlement à elle-même d'une distance infiniment petite ε et soit A'_k la nouvelle position du point A_k. Différentiant la formule de Reiss, nous obtenons :

$$3\sum_1^n \rho_k^{-1} \sin^{-4} u_k \cos u_k du_k + \sum_1^n \rho_k^{-2} \sin^{-3} u_k d\rho_k = 0.$$

Mais :
$$du_k = \frac{A_kA'_k}{\rho_k} = \frac{\varepsilon}{\rho_k \sin u},$$

$$d\rho_k = \frac{\rho'_k}{\rho_k} A_kA'_k = \frac{\rho_k \sin u}{\rho'_k} \varepsilon.$$

Substituant ces valeurs dans la formule précédente, nous avons :

$$3\sum \rho_k^{-2} \sin^{-5} u_k \cos u_k + \sum \rho'_k \rho_k^{-3} \sin^{-4} u = 0,$$

ou :
$$\sum_1^n \frac{3\rho_k \cos u_k + \rho'_k \sin u_k}{\rho_k^3 \sin^5 u_k} = 0. \qquad (10)$$

Cette formule peut prendre une forme plus simple, si l'on introduit

(*) Il resterait à examiner ce que devient la formule (5) dans le cas où la courbe est tangente à la droite CA_k en un point autre que C. Nous ne considérerons pas ce cas pour éviter des longueurs. Nous donnerons plus loin une relation corrélative de celle que nous trouverions dans ce cas.

l'angle d'aberration δ_k. Remarquons en effet que $\frac{3\rho_k}{\rho'_k} = tg\delta_k$ et nous pourrons écrire comme suit la formule précédente :

$$\sum_1^n \frac{\cos u_k + tg\delta_k \sin u_k}{\rho_k^3 \sin^5 u_k} = 0,$$

ou, en désignant par ε_k l'inclinaison de la sécante sur l'axe d'aberration relatif au point A_k :

$$\sum_1^n \frac{\sin \varepsilon_k}{\rho_k^2 \sin^5 u_k \cos \delta_k} = 0. \qquad (11)$$

II

11. — Si l'on suppose que dans les équations du § 1er, x, y, z représentent des coordonnées tangentielles barycentriques, on arrivera par le même raisonnement qu'au § 1er, au théorème suivant, qui est le corrélatif de celui de Carnot :

Soient $(A_1, A_2 \ldots A_n)$, $(B_1, B_2 \ldots B_n)$, $(C_1, C_2 \ldots C_n)$ les points de rencontre des côtés du triangle fondamental ABC avec les tangentes menées par les sommets de ce triangle à une courbe algébrique de classe n. On a la relation :

$$\Pi_1^n \frac{A_kC}{A_kB} \cdot \Pi_1^n \frac{B_kA}{B_kC} \cdot \Pi_1^n \frac{C_kB}{C_kA} = 1 \qquad (12)$$

La règle des signes étant l'inverse de celle du § 1er.

Si la courbe touche au point M le côté BC, la relation (12) doit être modifiée comme suit :

$$\frac{MB}{MC} \cdot \Pi_1^n \frac{A_kC}{A_kB} \cdot \Pi_1^{n-1} \frac{B_kA}{B_kC} \cdot \Pi_1^{n-1} \frac{C_kB}{C_kA} = 1. \qquad (13)$$

Nous laissons au lecteur le soin de démontrer cette relation.

12. — Considérons le cas où la courbe touche AB au point A. Menons par B une droite infiniment rapprochée de BA et soit A′ le point où cette droite rencontre CA. Menons par le point A′ les n tangentes à la courbe et désignons par A_1, $A'_2, \ldots A'_n$ les points où ces droites coupent

BC. Appliquons au triangle A′BC la formule (11), en l'écrivant comme suit :

$$\frac{A_nC}{A'_nB}\cdot\frac{A'_{n-1}C}{A'_{n-1}B}\cdot\frac{AA'}{AC}\cdot\Pi^{n-2}\frac{A'_kC}{A'_kN}\cdot\Pi^{n-1}\frac{B_kA'}{B_kC}\cdot\Pi_1^n\frac{C_kB}{C_kA'}=1.$$

Faisons tendre A′ vers A et supposons que A'_{n-1} et A'_n tendent à se confondre avec B. Nous aurons, en passant à la limite :

$$\lim\frac{AA'}{A'_nB.A'_{n-1}B}\cdot\frac{BC^2}{AC}\cdot\Pi_1^{n-2}\frac{A_kC}{A_kB}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kA}{B_kC}\cdot\Pi_1^n\frac{C_kB}{C_kA}=1.$$

Soient P et Q les points de rencontre des droites $A'A_{n-1}$, $A'A_n$ avec BA; les triangles $PA_{n-1}B$, QA_nB donnent :

$$A_nB=QB\frac{\sin Q}{\sin A_n},\qquad A_{n-1}B=PB\frac{\sin P}{\sin A_{n-1}}.$$

d'ou :
$$\lim\frac{AA'}{A_nB.A_{n-1}B}=\frac{\sin^2 B}{AB^2}\lim\frac{AA'}{\sin P.\sin Q}.$$

Soit H la projection de A′ sur BA, et R le rayon du cercle A′PQ; le triangle A′PQ donne :

$$\frac{PQ}{\sin PA'Q}=\frac{A'H}{\sin P.\sin Q}=\frac{AA'\sin A}{\sin P.\sin Q}.$$

D'où :
$$\lim\frac{AA'}{\sin P.\sin Q}=\frac{1}{\sin A}\lim\frac{PQ}{\sin PA'Q}=\frac{2}{\sin A}\lim R.$$

Or, R a pour limite le quart du rayon de courbure ρ au point A (*) ; la formule cherchée est donc :

$$\frac{BC^2}{AC}\cdot\frac{\sin^2 B}{AB^2}\cdot\frac{\rho}{2\sin A}\cdot\Pi_1^{n-2}\frac{A_kC}{A_kB}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kA}{B_kC}\cdot\Pi_1^n\frac{C_kB}{C_kA}=1,$$

ou :
$$\frac{h}{AB^2}\cdot\frac{\rho}{2}\cdot\Pi_1^{n-2}\frac{A_kC}{A_kB}\cdot\Pi_1^{n-1}\frac{B_kA}{B_kC}\cdot\Pi^n\frac{C_kB}{C_kA}=1,\qquad(14)$$

h désignant la distance du point C au côté AB.

(*) En effet, si l'on représente par r, r', r'', r''' les rayons des cercles inscrit et ex-inscrits au triangle A′PQ, r, r'', r''' ont pour limite 0 et r' a pour limite ρ. D'ailleurs $4R=r'+r''+r'''-r$. D'où $\lim R=\frac{1}{4}\lim r'=\frac{\rho}{4}$. Voir *Servais Mathesis*, t. IX, pp. 105 et 136.

13. — Si la courbe n'est tangente à aucun des côtés du triangle, désignons par δ_k le point de rencontre des droites AA_k, CC_k et par α_k, β_k, γ_k les points de contact de la courbe avec les tangentes AA_k, BB_k, CC_k. Représentons par D_k le point de rencontre de $A\delta_k$ avec AC et appliquons au système des n points δ, considéré comme constituant une courbe de classe n, relation (12). Nous aurons :

$$\Pi_1^n \frac{A_kC}{A_kB} \cdot \Pi_1^n \frac{D_kA}{D_kC} \cdot \Pi_1^n \frac{C_kB}{C_kA} = 1.$$

On a donc :

$$\Pi_1^n \frac{D_kA}{D_kC} = \Pi_1^n \frac{B_kA}{B_kC},$$

ou :

$$\Pi_1^n \left(1 - \frac{AC}{D_kC}\right) = \Pi_1^n \left(1 - \frac{AC}{B_kC}\right).$$

Passons à la limite pour $AC = 0$. A la limite, la droite Bd_k devient Bj_k ; continuons à désigner son point de rencontre avec CA, par D_k. Développons l'égalité précédente, divisons-la par AC, puis faisons $y AC = 0$; nous aurons :

$$\sum_1^n \frac{1}{CD_k} = \sum_1^n \frac{1}{CB_k}. \qquad (15)$$

14. — Dans cette égalité, la droite CB_kD_k est arbitraire. Supposons la perpendiculaire sur BC et la formule (15) pourra s'écrire :

$$\sum_1^n \operatorname{cotg} \beta_k BC = \sum_1^n \operatorname{cotg} \gamma_k BC. \qquad (16)$$

Par analogie, on aura :

$$\sum_1^n \operatorname{cotg} \beta_k CB = \sum_1^n \operatorname{cotg} \gamma_k CB.$$

Ajoutons ces deux dernières égalités et remarquons que :

$$\operatorname{cotg} \beta_k BC + \operatorname{cotg} \beta_k CB = \frac{BC}{\beta_k \varepsilon_k}, \qquad \operatorname{cotg} \gamma_k BC + \operatorname{cotg} \gamma_k CB = \frac{BC}{\gamma_k \lambda_k},$$

ε_k et λ_k étant les projections de β_k et de γ_k sur BC. Nous aurons :

$$\sum_1^n \frac{1}{\beta_k \varepsilon_k} = \sum_1^n \frac{1}{\gamma_k \lambda_k}. \qquad (17)$$

Les relations (15), (16), (17) sont corrélatives de la relation (5) de Mac-Laurin.

La relation (17) donne le théorème suivant : *Si un point* B *se meut sur une droite* Δ, *et si de ce point on mène à la courbe* n *tangentes, la somme des inverses des distances des points de contact de ces tangentes à la droite* Δ *est constante.*

15. — Il peut arriver que le point γ_n coïncide avec β_n. Dans ce cas, la courbe touche BC au point β_n et les formules précédentes doivent être modifiées. Menons par le point B *(fig. 3)* une droite BC′, infiniment voisine de BC, et prenons sur cette droite BC′ = BC. Désignons par $\gamma'_1, \gamma'_2 \ldots \gamma'_n$ les points de contact des tangentes menées par le point C′ à la courbe, et appliquons la relation (16), en l'écrivant ainsi :

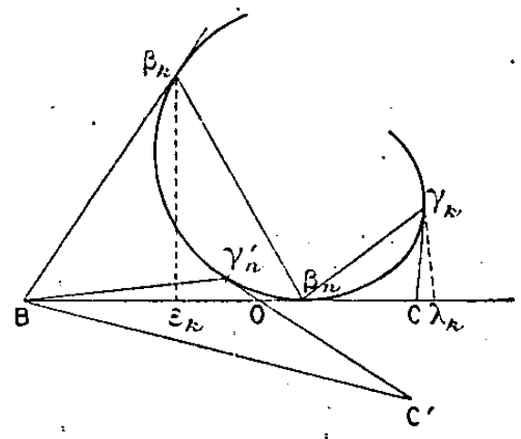


FIG. 3.

$$\cot g\, \beta_n BC' - \cot g\, \gamma'_n BC' = \sum_1^{n-1} \cot g\, \gamma'_k BC' - \sum_1^{n-1} \cot g\, B_k BC'.$$

Passons à la limite en supposant que γ'_k ait pour limite γ_k et que γ'_n tende vers β_n :

$$\lim (\cot g\, \beta_n BC' - \cot g\, \gamma'_n BC') = \sum_1^{n-1} \cot g\, \gamma_k BC - \sum_1^{n-1} \cot g\, B_k BC.$$

Or :

$$\cot g\, \beta_n BC' - \cot g\, \gamma'_n BC' = \frac{\sin (\gamma'_n BC' - \beta_n BC')}{\sin \gamma'_n BC' \,.\, \sin \beta_n BC'} = \frac{\sin \gamma'_n B\beta_n}{\sin \gamma'_n BC' \,.\, \sin \beta_n BC'}.$$

D'autre part : $$\frac{\sin \beta'_n B\beta_n}{\sin \beta_n BC'} = \frac{O\gamma'_n}{OC'} \cdot \frac{BC'}{B\gamma'_n},$$

O désignant le point de rencontre de $C'\gamma'_n$ et $B\beta_n$.

Nous aurons donc :

$$\lim \frac{\sin \gamma_n B\beta_n}{\sin \beta_n BC' \,.\, \sin \gamma'_n BC'} = \lim \frac{BC'}{OC' \,.\, B\gamma_n} \cdot \frac{O\gamma'_n}{\sin \gamma'_n BC'}$$

$$= \frac{BC}{\beta_n C \,.\, \beta_n B} \lim \frac{\beta_n \gamma'_n}{\sin O} \cdot \frac{O\gamma_n}{\beta_n \gamma'_n} \cdot \frac{\sin O}{\sin \gamma'_n BC'} = \frac{BC}{\beta_n C \,.\, \beta_n B} \cdot \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{B_n C},$$

ρ désignant le rayon de courbure au point β_n. Nous avons donc la formule suivante :

$$\frac{\overline{BC}^2}{\overline{\beta_n C}^2 . \beta_n B} \cdot \frac{\rho}{2} = \sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} \gamma_k BC - \sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} B_k BC. \qquad (18)$$

16. — La formule (18) peut s'écrire :

$$\frac{\rho}{2}\left(\frac{1}{\beta_n B} + \frac{1}{\beta_n C}\right) = \frac{\beta_n B}{BC}\left(\sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} \gamma_k BC - \sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} \beta_k BC\right).$$

Par analogie on aura :

$$\frac{\rho}{2}\left(\frac{1}{\beta_n B} + \frac{1}{\beta_n C}\right) = \frac{\beta_n B}{BC}\left(\sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} \beta_k CB - \sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} \gamma_k CB\right).$$

Ajoutons membre à membre ces deux égalités et remarquons que :

$$\beta_n C \operatorname{cotg} \gamma_k BC - \beta_n B \operatorname{cotg} \gamma_k CB = BC \operatorname{cotg} \gamma_k \beta_n C,$$
$$\beta_n B \operatorname{cotg} \beta_k CB - \beta_n C \operatorname{cotg} \beta_k BC = BC \operatorname{cotg} \beta_k \beta_n B;$$

nous obtiendrons la formule suivante :

$$\rho\left(\frac{1}{\beta_n B} + \frac{1}{\beta_n C}\right) = \sum_1^{n-1} \operatorname{cotg} \gamma_k \beta_n C + \sum_1^{n} \operatorname{cotg} \beta_k \beta_n B. \qquad (19)$$

Cette formule est corrélative à la formule (7). Appliquée aux coniques elle se confond avec elle.

17. — Il peut encore arriver que la courbe passe par le point B. Prenons, dans ce cas, sur BC, un point B′ infiniment voisin de B; soient β'_1, $\beta'_2 \ldots \beta'_n$ les points de contact des tangentes issues de ce point et ε'_1, $\varepsilon'_2 \ldots \varepsilon'_n$ les projections de ces points sur BC *(fig. 4)*.

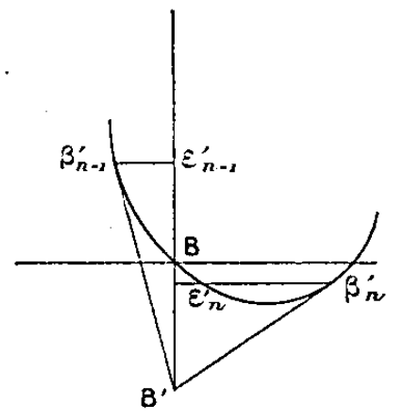


FIG. 4.

La formule (17) peut s'écrire :

$$\frac{1}{\beta_n \varepsilon_n} = \frac{1}{\beta_{n-1}\varepsilon_{n-1}} = \sum_1^{n} \frac{1}{\gamma_k \lambda_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{\beta'_k \varepsilon'_k}.$$

Faisons tendre B′ vers B et passons à la limite, en supposant que β'_k et ε'_k aient pour limites β_k et ε_k et que β'_n et ε'_{n-1} tendent vers B. Nous devrons chercher la limite de $\frac{1}{\beta'_n \varepsilon_n} + \frac{1}{\beta_{n-1}\varepsilon_{n-1}}$ ou de $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, (x_1, y_1)$,

(x_2, y_2) étant les coordonnées des points β'_n, β_{n-1} par rapport à BC pris comme axe des y et à une perpendiculaire menée par B à cette droite, prise comme axe des x. Représentons par y'_o, y''_o, y'''_o les dérivées relatives à l'origine et nous aurons :

$$y = \frac{x}{1} y'_o + \frac{x^2}{1.2} y''_o + \frac{x^3}{1.2.3} y'''_o + \dots$$

$$y' = y'_o + \frac{x}{1} y''_o + \frac{x^2}{1.2} y'''_o + \dots$$

D'où : $$xy' - y = \frac{x^2}{2} y''_o + \frac{x^3}{1.3} y'''_o + \dots$$

Mais les tangentes $B'\beta'_n$, $B'\beta_{n-1}$, ayant même ordonnée à l'origine, nous aurons : $x_1 y'_1 - y_1 = x_2 y'_2 - y_2$. Par suite :

$$\frac{x_1^2 - x_2^2}{2} y''_o + \frac{x_1^3 - x_2^3}{3} y'''_o + \dots = 0,$$

ou : $$\frac{x_1 + x_2}{2} y''_o + \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2}{3} y'''_o + \dots = 0.$$

Cette égalité montre que $x_1 + x_2$ est du second ordre, par suite, $\lim \frac{x_1}{x_2} = -1$.

De plus, en la divisant par $x_1 x_2$ et passant à la limite pour $x_1 = x_2 = 0$, on a :

$$\lim \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) y''_o + \lim \frac{\frac{x_1}{x_2} + 1 + \frac{x_2}{x_1}}{3} y'''_o = 0,$$

ou : $$\lim \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{2}{3} \frac{y'''_o}{y''_o}.$$

D'autre part, si l'on désigne par ρ le rayon de courbure en B, et par ρ' le rayon de courbure de la développée, correspondant au même point, on trouve sans peine :

$$\frac{y'''_o}{y''_o} = \frac{2}{\sin \theta} \left(\frac{\operatorname{cotg} \theta}{\rho} - \frac{\rho'}{3\rho^2} \right),$$

θ désignant l'angle que forme la tangente au point B avec la droite BC. On a donc la formule suivante :

$$\frac{2}{\sin \theta} \left(\frac{\operatorname{cotg} \theta}{\rho} - \frac{\rho'}{3\rho^2} \right) = \sum_1^{n-1} \frac{1}{\gamma_k \lambda_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{\beta_k \varepsilon_k}, \qquad (20)$$

ou encore en désignant par ε l'angle que forme la droite BC avec l'axe d'aberration au point B, et par δ l'angle d'aberration :

$$\frac{2 \sin \varepsilon}{\rho \sin^2 \theta \sin \delta} = \sum_1^{n-1} \frac{1}{\gamma_k \lambda_k} - \sum_1^{n-2} \frac{1}{\beta_k \varepsilon_k}. \qquad (21)$$

Il resterait à examiner le cas où la courbe touche BC au point B. Pour ne pas trop allonger cette note, nous ne considérerons pas ce cas ; nous avons d'ailleurs démontré au § 8 la relation corrélative de celle à laquelle nous faisons allusion.

Nous terminerons en faisant observer que les diverses relations que nous venons de considérer se généralisent facilement pour le cas des points ou des tangentes multiples.

M. G. DE LONGCHAMPS

Professeur au Lycée Saint-Louis, à Paris.

UN THÉORÈME SUR LA GÉOMÉTRIE DES MASSES (*) [R2b]

— Séance du 5 août 1893 —

M. Laisant (**), dans la traduction qu'il a faite du Traité des équipollences de M. Bellavitis, a, parmi beaucoup d'autres, donné l'élégant théorème suivant :

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le BARYCENTRE (***) *du*

(*) Dans le *Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques*, la Géométrie des Masses occupe le paragraphe 2 de la classe R. C'est à M. Haton de la Goupillière que l'on doit cette expression, et c'est lui qui est le créateur de cette Géométrie dont les éléments, dispersés dans de nombreux mémoires, gagneraient à être rassemblés dans un ouvrage unique. M. Haton de la Goupillière a eu, nous le savons, l'idée, malheureusement restée non exécutée, d'écrire ce livre dont l'absence est si regrettable. On trouvera dans la *Revue générale des Sciences*, n° du 15 juin 1893, un article qui peut être considéré comme la préface d'une *Géométrie des Masses*. Nous voulons espérer qu'en l'écrivant, M. Haton de la Goupillière a pensé qu'il s'engageait à nous donner, quelque jour, le livre lui-même.

(**) Voyez *Traité de Mécanique* de M. Carvallo, 1893, p. 76.

(***) M. Laisant propose d'appeler Barycentre le centre de gravité des masses égales, appliquées en des points donnés. On évite ainsi certaines confusions de langage. Ainsi, quatre points étant donnés, on distinguera, en adoptant l'expression proposée par M. Laisant, le centre de gravité des masses appliquées aux sommets du quadrilatère, du centre de gravité de l'aire correspondante.

groupe formé par le centre du cercle inscrit et par les centres des cercles ex-inscrits.

Cette proposition peut être énoncée dans une autre forme et l'on peut dire :

Le barycentre d'un groupe orthocentrique est le centre du cercle d'Euler correspondant à ce groupe (*).

Cette proposition est d'ailleurs manifeste. En effet, le barycentre d'un quadrilatère A, B, C, D se trouve situé sur la droite que joint le milieu de AB au milieu de CD. Dans le cas d'un groupe orthocentrique, on a, ainsi, trois droites qui concourent au centre du cercle d'Euler.

Cette remarque étant faite, considérons quatre points A, B, C, D ; prenons trois de ces points A, B, C et soit H_D l'orthocentre correspondant. Appliquons aux points donnés A, B, C, D des masses égales (**) ; soit G le barycentre. Au point H_D appliquons aussi des masses opposées + 1, — 1. Les points A, B, C, H_D formant un groupe orthocentrique, le barycentre est le point Ω_D, centre du cercle d'Euler correspondant au triangle ABC. En prenant une masse 1, en chacun des points A, B, C, H_D, on obtient une masse 4, au point Ω_D.

Finalement, en combinant les points A, B, C, D trois à trois, de toutes les façons possibles, et en reproduisant, pour chacune de ces décompositions, l'application de la remarque précédente, on obtient : des masses égales à 4, appliquées aux points Ω_A, Ω_B, Ω_C, Ω_D ; et des masses égales à — 1 (***), appliquées aux points H_A, H_B, H_C, H_D. En désignant par Ω le barycentre des points Ω_A, ... ; par H, le barycentre des points H_A, ... ; on voit que l'action des masses considérées peut être envisagée comme égale à celle d'une masse 12 appliquée au barycentre G ; ou, comme la résultante de l'action d'une masse 16, appliquée en Ω et de celle d'une masse — 4 appliquée en H.

Ainsi les points G, Ω, H sont en ligne droite, dans l'ordre où nous les énonçons, et l'on a :

$$GH = 4G\Omega.$$

Le théorème qui correspond à cette remarque ne mériterait guère d'être mis en lumière, malgré sa grande simplicité, s'il n'était suscep-

(*) Nous avons proposé *(Mathesis)* d'appeler *groupe orthocentrique* un groupe de quatre points A, B, C, D ; ces points étant tels que l'un quelconque puisse être considéré comme l'orthocentre du triangle formé par les trois autres.

Il est évident que si cette propriété est vérifiée pour un des points, et pour le triangle correspondant, elle est vraie pour tous. A ces quatre points formant un groupe orthocentrique, correspond un cercle passant par les milieux des côtés AB, BC, ... CD (cercle des 9 points de l'un quelconque des triangles ABC, ... BCD) ; nous l'appelons cercle d'Euler correspondant au groupe considéré.

(**) Nous les supposerons égales à *trois unités*.

(***) On comprend ce que nous entendons par là ; au point H_D nous avons appliqué deux forces *égales et contraires*, chacune d'elles représentant l'action de l'unité de masse.

tible d'une généralisation que nous allons indiquer et qui nous conduira à un théorème d'un certain intérêt, parce qu'il ressort de la géométrie générale des polygones, encore peu connue (*).

Cette généralisation repose sur un principe que nous énoncerons d'abord.

Étant donnés N *points* $A_1, A_2, \ldots A_n$ *(dans un plan ou dans l'espace), quelconques d'ailleurs ; si deux autres groupes* $B_1, B_2, \ldots B_n$; $C_1, C_2 \ldots C_n$ *sont tels que* A_i, B_i, C_i (de $i = 1$, à $i = n$) *soient trois points en ligne droite et si l'on a :*

$$A_iB_i = kB_iC_i$$

(*k* étant constant, quel que soit *i*), *les barycentres* α, β γ *des groupes considérés sont en ligne droite et l'on a :*

$$\alpha\beta = k.\beta\gamma \ (**)$$

Cela posé, considérons cinq points A, B, C, D, E et faisons abstraction du point E. Il reste quatre points A, B, C, D ; soit G_E le barycentre correspondant. Si nous appelons : H_E, le barycentre des orthocentres des quatre triangles ABC, ... BCD ; Ω_E celui des centres des cercles d'Euler de ces mêmes triangles ; nous venons de reconnaître que G_E, Ω_E, H_E sont en ligne droite et que

$$G_EH_E = 4G_E\Omega_E.$$

En appliquant cette remarque aux points $G_A, \ldots G_E$; $\Omega_A, \ldots \Omega_E$; $H_A, \ldots H_E$ et en utilisant le principe rappelé plus haut, on voit que les barycentres de ces trois groupes (les points G, Ω, H) sont en ligne droite et que

$$GH = 4G\Omega.$$

D'ailleurs, si l'on prend tous les triangles formés par les points donnés, groupés trois à trois, il est facile de voir que Ω est le barycentre des centres des cercles d'Euler, correspondants ; H, de même, est le barycentre des orthocentres de ces triangles. En étendant, par une généralisation évidente, ces résultats à un polygone déterminé par *n* points, on aboutit à la proposition suivante, qui est celle que nous voulions établir.

On donne N *points et l'on considère tous les triangles formés par ces*

(*) Nous rappelons, à ce propos, les efforts que nous avons faits dans cette voie, en imaginant la *Géométrie récurrente* et en donnant quelques propriétés sur les figures formées par *n* points, ou par *n* droites, quelconques.

(**) Cette propriété a dû être signalée depuis longtemps ; elle est presque évidente. Il suffit d'observer qu'une masse égale à K + 1 appliquée en B_i peut être remplacée : par une masse 1, placée en A_i et par une masse K, appliquée en C_i.

points, combinés trois à trois; puis, pour chacun d'eux, le centre ω *du cercle d'Euler et l'orthocentre* h_1.

Le barycentre Ω *du groupe formé par les centres* ω *et le barycentre* H *du groupe constitué par les points tels que* h *sont en ligne droite avec le barycentre* G *du groupe donné et l'on a*

$$GH = 4G\Omega.$$

M. G. DE LONGCHAMPS

Professeur au Lycée Saint-Louis, à Paris.

L'ESPACE INFINITÉSIMAL AUTOUR D'UN POINT D'INFLEXION (*) [O2j]

— *Séance du 5 août 1893* —

1. — Sur une courbe Γ, prenons un point d'inflexion O. Pour fixer les idées, nous nous supposerons, d'abord, placé dans le cas le plus simple : celui où la tangente en O rencontre Γ en *trois* points confondus avec celui-ci.

Pour étudier l'espace infinitésimal auquel appartient ce point O, nous rapporterons Γ à deux axes rectangulaires : Ox, Oy; Ox étant la tangente en O. L'équation de Γ est alors :

$$y + 2bxy + cy^2 + a'x^3 + \ldots + \varphi_m(x,y) = 0 \qquad (1)$$

le coefficient a' n'étant pas nul. En effet, nous supposons que O est un *point simple*; l'équation doit donc renfermer des termes du premier degré. D'ailleurs, Ox étant la tangente en O, ils se réduisent au terme en y; on peut donc diviser l'équation (1) par le coefficient de ce terme;

(*) Ce Mémoire fait suite à celui que nous avons présenté, en 1891, au Congrès de Marseille et qui a pour titre : *Les sommets dans les courbes planes*. Dans cette Note, comme dans celle que nous présentons aujourd'hui, nous nous sommes proposé l'étude des éléments géométriques que l'on peut considérer dans l'espace infinitésimal auquel appartient un point pris sur une courbe. Nous montrons, par divers exemples, que les théorèmes de la Géométrie infinitésimale, démontrés pour le cas où le point considéré est quelconque, ne subsistent pas toujours pour certains points remarquables des courbes et que l'on pourrait, par conséquent, en appliquant ces théorèmes dans ces conditions, être conduit à des conséquences inexactes par un raisonnement qui, au premier aspect, paraîtrait inattaquable.

coefficient qui n'est pas nul. De plus, pour $y = 0$, on a trois racines nulles, et trois seulement ; le terme $a'x^3$ doit donc, nécessairement, exister dans l'équation de Γ. Cette remarque est essentielle pour appuyer les développements qui suivent.

2. — La méthode que nous avons utilisée dans le Mémoire cité est aussi celle que nous allons suivre dans la présente Note. Elle consiste, pour la résumer en quelques mots, à développer y par rapport aux puissances croissantes de x; à cet effet, nous utilisons la méthode de Puiseux.

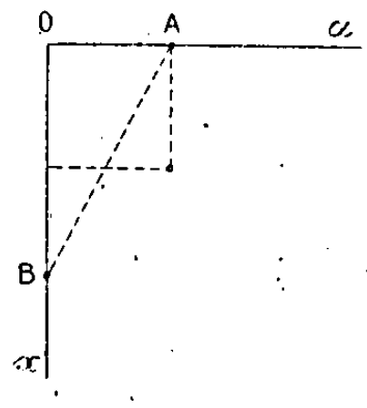


FIG. 1.

Coupons Γ par une droite, passant par O, infiniment voisine de Ox. Soit $y = \alpha x$, son équation ; α étant un infiniment petit. L'équation (1) donne :

$$\alpha + 2b\alpha x + c\alpha^2 x + a'x^2 + \ldots = 0. \quad (2)$$

La ligne de Newton, celle que l'on considère dans la méthode de Puiseux, est une droite AB obtenue, comme l'indique la figure 1, en prenant $OA = 1$, $OB = 2$.

Le rapport $\frac{OB}{OA}$ étant égal à 2, nous devons poser :

$$\alpha = \mu x^2.$$

L'équation (2) dont les deux membres ont été divisés par x^2, devient alors :

$$(\mu + a') + x\,(\ldots) = 0.$$

A la limite, x tendant vèrs zéro, on a:

$$\mu = -a'.$$

L'équation cherchée est donc :

$$y = x^3(-a' + \varepsilon), \quad (3)$$

ε désignant un infiniment petit, fonction de x, et s'annulant en même temps que x.

Cette équation conduit à une première conséquence.

3.— On sait que la distance d'un point M, pris sur une courbe Γ, à une tangente infiniment voisine Ox, est un infiniment petit du second ordre, la corde OM étant l'infiniment petit principal. Cette propriété n'est plus exacte quand on est placé dans l'espace infinitésimal d'un point d'inflexion et l'on doit l'énoncer dans la forme suivante.

THÉORÈME.— *La distance* MP *d'un point* M, *pris sur une courbe* Γ, *infiniment voisin du point d'inflexion* O, *à la tangente d'inflexion, est un infiniment petit du troisième ordre (fig. 2).*

L'infinitude de MP augmente d'ailleurs avec le nombre des points, confondus en O, qui sont communs à la courbe et à sa tangente en O. L'analyse précédente met immédiatement ce fait en lumière.

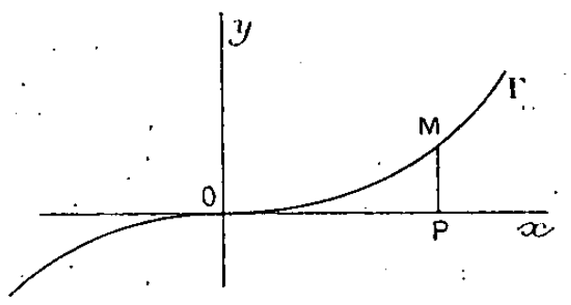


FIG. 2.

Supposons que Ox rencontre Γ en *quatre* points confondus avec O. Dans l'équation (1), on doit alors supposer $a' = 0$, et, en désignant par a'' le coefficient du terme en x^4, a'' est différent de zéro. Le calcul que nous avons fait,
étant reproduit, avec les modifications évidentes qui correspondent à la nouvelle hypothèse, conduit à l'équation :

$$y = x^4(-a'' + \varepsilon');$$

et ainsi de suite. Nous pouvons alors énoncer le théorème suivant, qui, probablement, a été déjà remarqué :

THÉORÈME. — *Soit une courbe* Γ; *sur cette courbe, on considère un point* O, *point simple, tel que la tangente* Δ, *en ce point, rencontre* Γ *en* θ *points confondus avec* O. *La distance d'un point* M, *infiniment voisin de* O, *à* Δ *est un infiniment petit de l'ordre* θ; OM *représentant l'infiniment petit principal.*

4. — Proposons-nous maintenant de trouver les conditions analytiques exprimant qu'un point O d'une courbe Γ, non multiple, jouit de la propriété que la tangente en ce point rencontre la courbe Γ en plus de deux points coïncidant avec O. Ces conditions une fois trouvées, nous en tirerons facilement les conséquences que nous avons en vue.

Supposons d'abord qu'il y ait *trois points confondus* avec le point de contact.

C'est le cas de l'inflexion ordinaire.

Les formules que nous avons employées dans le Mémoire cité, formules qui font connaître les coordonnées du point M *(fig. 2)*, sont :

$$x = As + A's^2 + A''s^3 + \dots$$
$$y = B's^2 + B''s^3 + \dots$$

Si O est un point d'inflexion ordinaire, MP doit être un infiniment petit du troisième ordre. Dans ces formules, s, qui représente l'arc OM, est l'infiniment petit principal. Le point O sera donc un point d'inflexion si $B' = 0$.

En général, si, O étant un point simple, la tangente Ox rencontre Γ en des points, parmi lesquels θ sont confondus avec O, alors MP est un infiniment petit de l'ordre θ; le premier terme de y sera de l'ordre θ en s.

Nous pouvons maintenant montrer (encore une fois, c'est le but que nous poursuivons et qui nous paraît de quelque importance), que certaines propriétés de la Géométrie infinitésimale, exactes, quand le point O considéré est un point simple dont la tangente rencontre la courbe en des points dont *deux* seulement sont confondus avec O, cessent d'être vraies pour les points que nous considérons et doivent être modifiées, comme nous allons l'indiquer.

5. — Lorsque deux points O, M *(fig. 3)* sont infiniment voisins, sur une courbe Γ, on sait que si l'on trace une droite M'T, tangente à Γ, parallèle à OM, infiniment voisine de cette droite, le rapport $\frac{OM'}{OM}$ a pour valeur limite $\frac{1}{2}$, quand le point M se rapproche indéfiniment de O. En d'autres

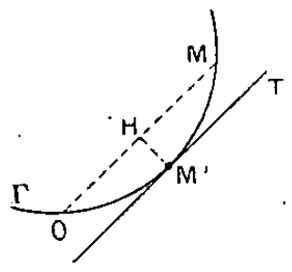


FIG. 3.

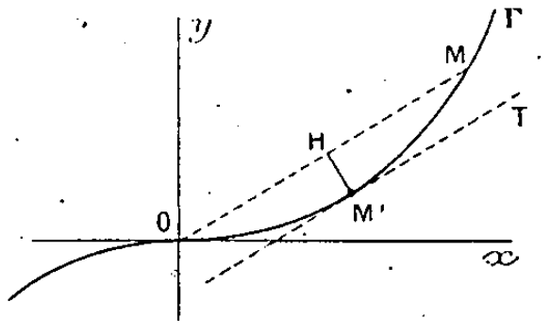


FIG. 4.

termes, la projection de M' sur OM se fait en un point H qui, à la limite, est le milieu de OM.

Ce théorème n'est plus exact, si le point O est un point d'inflexion.

Soient *(fig. 4)* x, y les coordonnées de M; x', y' celles du point M'; tellement choisi sur OM que la tangente M'T soit parallèle à OM. On a, en posant $OM = s$, $OM' = s'$:

$$x = As + A's^2 + \ldots \qquad y = B''s^3 + B'''s^4 + \ldots$$
$$x' = As' + \ldots \qquad y' = B''s'^3 + \ldots$$

et, par conséquent:

$$dx' = (A + 2A's' + \ldots)ds', \quad dy' = (3B'' + \ldots)s'^2 ds'.$$

Le coefficient angulaire de M'T étant $\frac{dy'}{dx'}$, on a donc:

$$\frac{y}{x} = \frac{dy'}{dx'},$$

ou :

$$\frac{B''s^2 + \dots}{A + \dots} = \frac{3B''s'^2 + \dots}{A + \dots}.$$

En posant, maintenant :

$$s' = ks,$$

cette relation devient :

$$AB''(1 - 3k^2) + \dots = 0,$$

les termes qui ne sont pas écrits dans cette égalité étant des infiniment petits. En passant à la limite, on a donc :

$$1 = 3k^2,$$

d'où :

$$k = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

En général, si le point O est inflexionnel, d'ordre t (*), les arcs OM', OM, sont entre eux dans un rapport égal à :

$$\frac{1}{\sqrt[t-1]{t}}$$

Nous énoncerons, par conséquent, le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Lorsqu'un point* O, *d'une courbe* Γ, *est un inflexionnel de l'ordre* t ; M *étant un point de* Γ, *infiniment voisin de* O ; *si l'on prend le point* M' *sur l'arc* OM, *tel que la tangente en* M' *soit parallèle à* OM, *la projection de* M' *sur* OM *se fait en un point* H, *tel que :*

$$\lim \frac{OH}{OM} = \frac{1}{\sqrt[t-1]{t}} \quad (**)$$

(*) Nous appelons ainsi, pour éviter des répétitions inutiles, le point d'une courbe qui jouit des propriétés suivantes :

1° Il est simple ;

2° La tangente rencontre la courbe en des points parmi lesquels t sont confondus avec ce point.

(**) C'est le théorème que nous avions annoncé. (*Annuaire de l'Association*, 1891, p.. 23.)

6. — Avant de poursuivre cette étude, nous devons faire sur la formule :

$$x = As + A's^2 + A''s^3 + \dots$$

une remarque essentielle.

D'abord, la limite de $\frac{x}{s}$ représentant le cosinus de l'angle MOx, lorsque MOx tend vers zéro, on a $A = 1$.

D'autre part, la différence entre l'arc et la corde étant un infiniment petit du troisième ordre (*), x étant de la même infinitude que AB, on doit faire $A' = 0$.

Les formules qui donnent x, y, développées en séries suivant les puissances croissantes de s, sont donc

$$(\alpha) \quad \begin{cases} x = s + A''s^3 + \dots \\ y = B's^2 + \dots \end{cases}$$

Ces formules conviennent au cas général, celui où l'origine est un point simple, à tangente régulière. Elles s'appliquent aussi aux cas particuliers que nous allons envisager tout à l'heure; il suffira de faire, dans les égalités (α), certaines hypothèses sur les coefficients qui y figurent (**).

(*) Il faut ajouter *au moins* ; on verra plus loin, en effet, que, dans certains cas, cette différence peut être d'un ordre plus élevé.

(**) Il existe des formules classiques, faisant connaître le développement en série des coordonnées x, y, en fonction de la variable s.

Telles sont celles qu'on trouvera démontrées dans le *Traité de Calcul différentiel* de M. J. Bertrand, p. 553; et qui donnent, pour le calcul de la corde c, l'égalité :

$$c^2 = s^2 - \frac{s^4}{12\rho_0^2} + \dots$$

ρ_0 désignant le rayon de courbure à l'origine, point où la tangente est parallèle à la corde infinitésimale c. Mais cette formule, et toute l'analyse qui y conduit, sont en défaut quand on suppose $\rho_0 = \infty$. Il est facile d'en voir la raison.

L'égalité

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = 1,$$

donne,

$$\frac{dx}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{d^2y}{ds^2} = 0.$$

En appliquant cette relation dans l'hypothèse $s = 0$, on a bien, comme le dit M. Bertrand,

$$\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)_0 = 0,$$

puisque $\frac{dy}{ds}$ s'annule pour $s = 0$. Mais ce raisonnement n'est plus acceptable si

$$\left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_0 = \infty.$$

c'est-à-dire *si le rayon de courbure à l'origine est infini ;* et les formules trouvées sont aussi complètement en défaut. C'est pourquoi il y a lieu de faire, par une autre voie, comme nous le faisons ici, l'étude de l'espace infinitésimal autour du point d'inflexion.

Notamment, si l'origine est un point inflexionnel de l'ordre t, les coefficients B′, B″,... sont nuls, jusqu'à celui qui représente le coefficient de s^{t-1}, inclusivement.

7. — Cela posé, nous allons pouvoir donner un nouvel exemple d'un théorème de Géométrie infinitésimale qui doit être modifié quand on l'applique à un point d'inflexion. Prenons le théorème connu :

Si l'on considère un arc infiniment petit OM, *les tangentes aux extrémités se coupent en un point* T, *tel que*

$$\lim. \frac{OT}{OM} = \frac{1}{2}.$$

Ce théorème se démontre bien simplement, comme il suit :

Soient x; y les coordonnées du point M. L'équation de la tangente MT étant

$$(Y - y)\frac{dx}{ds} = \frac{dy}{ds}(X - x);$$

si l'on y fait $Y = 0$, on a, en utilisant les formules (α) (*),

$$(X - s + \ldots)(2B' + \ldots) = -(B's + \ldots)(1 + \ldots),$$

ou

$$OT\,(2B' + \ldots) = B's + \ldots$$

D'après cela, la limite de $\frac{OT}{s}$ est égale à $\frac{1}{2}$.

Mais, si nous supposons que O soit un point d'inflexion d'ordre t, le premier terme du développement de y, dans la seconde des égalités (α), nous l'avons fait observer tout à l'heure, est du degré t en s. En reproduisant le calcul que nous venons de faire, on est conduit à l'égalité :

$$OT\,(tB + \ldots) = (t - 1)Bs + \ldots$$

On a donc, dans ce cas,

$$\lim \frac{OT}{OM} = \frac{t - 1}{t}. \qquad (1)$$

8. — Nous énoncerons tout à l'heure le théorème correspondant à cette égalité ; mais, auparavant, nous devons achever l'étude de la figure

(*) Dans tous les calculs, nous n'écrivons que les termes de la plus faible infinitude, n'ayant à considérer dans ces démonstrations que les *valeurs principales* des deux membres des égalités considérées.

considérée. Un fait, au premier abord bien singulier, va se présenter à nous et mettre en pleine lumière les précautions qu'il faut prendre dans les applications de la Géométrie infinitésimale.

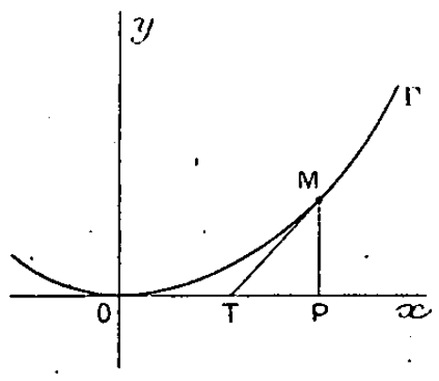


FIG. 5.

Considérons la tangente MT *(fig. 5)*. Puisque le point M est quelconque, il serait naturel de croire que le théorème relatif à la limite du rapport $\frac{TT}{OM}$ n'est pas en défaut pour la tangente MT. Il n'en est rien, comme nous allons le montrer (*).

Abaissons MP, perpendiculaire sur Ox ; nous avons :

$$OP = s + \ldots \qquad OT = s\left(\frac{t-1}{t}\right) + \ldots,$$

et, par suite,

$$TP = \frac{s}{t} + \ldots,$$

D'après cette égalité, on voit que

$$\lim \frac{MT}{OM} = \frac{1}{t}. \qquad (2)$$

Lorsque $t = 2$, ce qui est le cas général, les égalités (1) et (2) donnent $\frac{1}{2}$ pour la limite des rapports $\frac{OT}{OM}$, $\frac{TM}{OM}$. Quand on a $t \neq 2$, les limites sont différentes de $\frac{1}{2}$. Nous pouvons alors énoncer le théorème qui résume les deux propriétés que nous venons de rencontrer.

THÉORÈME.— *Lorsque l'extrémité* FIXE O (**) *d'un arc infiniment petit* OM *est inflexionnel de l'ordre* t, *la tangente en* O *rencontrant la tangente en* M, *en un point* T : 1° *les infiniment petits* OT, OM *sont dans le rapport des nombres* t — 1, t; 2° *les infiniment petits* MT, OM *ont un rapport égal à* $\frac{1}{t}$.

(*) Suivant le terme que j'ai employé dans le Mémoire du Congrès de Marseille, l'espace infinitésimal correspondant à un point remarquable est *troublé* par la présence de ce point ; tous les théorèmes de la Géométrie infinitésimale exigent, pour ces points, des démonstrations nouvelles qui établissent que le théorème subsiste, ou qu'il doit être modifié, et comment il doit être modifié.

(**) Pour comprendre comment les tangentes aux points O, M ne se comportent pas de la même façon, il faut observer que ces extrémités ne jouent pas le même rôle ; O, *est un point fixe* ; M, *un point mobile*. C'est la singularité DU POINT FIXE qui, par contre-coup, provoque celle de l'espace infinitésimal, associé à ce point.

9. — De ce théorème on déduit immédiatement le corollaire suivant :

COROLLAIRE. — *Les tangentes* TO, TM *sont dans un rapport égal à* $t-1$.

Lorsque $t = 2$, on voit que ces tangentes sont égales ; c'est le théorème connu : *les tangentes infiniment petites menées d'un point à une courbe sont égales*. Si l'on suppose $t \neq 2$, LE THÉORÈME N'EST PLUS EXACT (*) ; il doit être remplacé par celui que nous venons de donner.

10. — Cherchons maintenant l'infinitude des angles formés par la tangente en O avec la corde infinitésimale OM et avec la tangente en M *(fig. 6)*.

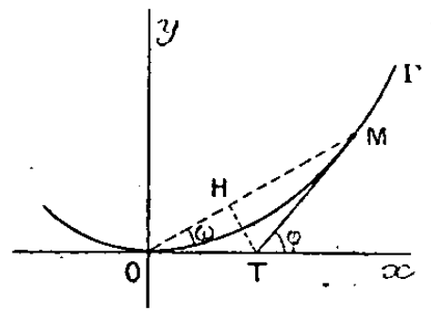


FIG. 6.

Posons :

$$\mathrm{MO}x = \omega, \qquad \mathrm{MT}x = \varphi.$$

Nous chercherons d'abord la relation qui existe entre φ et ω.

En supposant que O soit un point inflexionnel de l'ordre t, on a (en supposant $\mathrm{B} \neq 0$) :

$$x = s + \mathrm{A}''s^3 + \ldots, \qquad y = \mathrm{B}s^t + \mathrm{B}'s^{t+1} + \ldots$$
$$dx = (1 + 3\mathrm{A}''s^2 \ldots)ds, \qquad dy = (t\mathrm{B}s^{t-1} + \ldots)ds ;$$

et, par conséquent,

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{x} = \operatorname{tg}\omega &= \frac{\mathrm{B}s^{t-1} + \ldots}{1 + \mathrm{A}''s^2 + \ldots}, \\ \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi &= \frac{t\mathrm{B}s^{t-1} + \ldots}{1 + 3\mathrm{A}''s^2 + \ldots}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

De ces égalités on tire :

$$\frac{\operatorname{tg}\omega}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{1 + 3\mathrm{A}''s^2 + \ldots}{1 + \mathrm{A}''s^2 + \ldots} \times \frac{\mathrm{B} + \ldots}{t\mathrm{B} + \ldots}.$$

En passant à la limite ($s = 0$), on a

$$\lim \frac{\omega}{\varphi} = \frac{1}{t}.$$

(*) J'ai dit, dans une note placée au bas de la page 13 du Mémoire relatif « *aux sommets dans les courbes planes* », que le rapport des tangentes infiniment petites issues d'un point à une courbe était *toujours* égal à l'unité. Je n'entendais parler que du cas étudié dans ce Mémoire et j'ai voulu dire que dans le voisinage d'un sommet les tangentes en question étaient égales, comme il arrive pour un point quelconque. C'est dans ce sens qu'il faut entendre cette observation qui eût pu être rédigée, je le reconnais, dans une forme plus précise. Il est, au contraire, inexact de croire que deux tangentes infiniment petites, issues d'un point infiniment voisin d'une courbe, soient égales, *dans tous les cas*. Nous en donnons ici, précisément, un premier exemple.

Autrement. Le triangle OTM donne

$$\frac{OT}{TM} = \frac{\sin(\varphi - \omega)}{\sin \omega}.$$

Or, nous avons vu que

$$\frac{OT}{TM} = t - 1.$$

On a donc, à la limite

$$\frac{\varphi - \omega}{\omega} = t - 1,$$

ou

$$\varphi = t\omega. \qquad (A)$$

11. — Les formules (1) du paragraphe précédent donnent :

$$\operatorname{tg} \omega = (B + B's + \ldots)s^{t-1},$$
$$\operatorname{tg} \varphi = [tB + (t+1)\,B's + \ldots]s^{t-1}.$$

Ces égalités prouvent, B étant par hypothèse différent de zéro, que ω *et* φ *sont, l'un et l'autre, de l'infinitude* t — 1, *par rapport à* s.

Lorsque $t = 2$, on voit que l'infinitude des angles ω, φ est la même que celle de l'arc s ; pour les points d'inflexion, cette propriété devient inexacte.

Dans le paragraphe suivant, nous allons montrer que la différence entre un arc et sa corde, différence qui est du troisième ordre, dans le cas général, est d'une infinitude plus grande lorsque l'extrémité fixe de l'arc infinitésimal est un point d'inflexion.

12. — Les axes que nous avons adoptés étant conservés, projetons T en H sur OM. Nous avons :

$$OM = OH + HM = OT \cos \omega + MT \cos(\varphi - \omega).$$

Mais, d'après la formule (A), $\varphi = t\omega$; on a donc, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur :

$$OM = OT \cos \omega + MT \cos(t-1)\omega,$$

ou

$$OM = OT\left(1 - \frac{\omega^2}{2} + \ldots\right) + MT\left[1 - \frac{(t-1)^2\omega^2}{2} + \ldots\right]$$

Nous arrivons ainsi à l'égalité :

$$OT + MT - OM = \frac{\omega^2}{2}\left[OT + (t-1)^2 MT\right] + \ldots$$

Or :

$$\text{arc OM} < \text{OT} + \text{MT},$$

donc :

$$\text{arc OM} - \text{OM} < \frac{\omega^2}{2}\left[\text{OT} + (t-1)^2\,\text{MT}\right] + \dots$$

Nous avons démontré, au paragraphe précédent, que ω était de l'infinitude $t-1$; d'après cela, le premier terme du second membre de cette inégalité est de l'infinitude $2t-1$.

Si $t = 2$, on a le théorème ordinaire : *la différence entre l'arc et la corde est un infiniment petit du troisième ordre.*

Si l'on suppose $t \neq 2$, l'infinitude est $2t-1$. Le cas le plus simple ($t = 3$), donne un *infiniment petit du cinquième ordre.* Le théorème que nous venons de trouver et par lequel nous terminerons cette Note peut s'énoncer ainsi :

THÉORÈME. — *Lorsque l'extrémité* FIXE *d'un arc infiniment petit est un point inflexionnel de l'ordre t, la différence entre l'arc et la corde correspondante est, par rapport à l'arc, considéré comme infiniment petit principal de l'infinitude* $(2t-1)$.

Plusieurs conséquences intéressantes peuvent résulter de cette propriété; mais nous remettons leur exposition à un prochain Congrès, pour ne pas excéder, aujourd'hui, les limites imposées à nos communications.

M. G. OLTRAMARE

Professeur à l'Université de Genève.

SUR LA FORMULE DE M. CÉSARO

[I.2]

— Séance du 7 août 1893 —

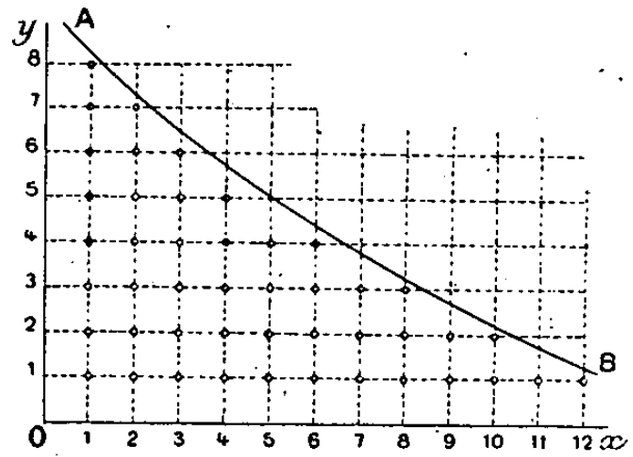
La formule de M. Césaro est la suivante :

$$\varepsilon\left(\frac{n-b}{a}\right) + \varepsilon\left(\frac{n-2b}{a}\right) + \varepsilon\left(\frac{n-3b}{a}\right) + \dots = \varepsilon\left(\frac{n-a}{b}\right) + \varepsilon\left(\frac{n-2a}{b}\right) + \varepsilon\left(\frac{n-3a}{b}\right) + \dots$$

Si l'on considère une courbe AB, $\varphi(xy) = 0$ nous pourrons en déduire :

$$y = \theta(x) \qquad x = \theta_1(y)$$

θ et θ_1 étant deux fonctions inverses.



Nous aurons pour l'ensemble de tous les points renfermés entre l'axe des x, l'axe des y et la courbe suivant que l'on les compte parallèlement à l'axe des x ou à l'axe des y :

$$\mathcal{E}(\theta(1)) + \mathcal{E}(\theta(2)) + \mathcal{E}(\theta(3)) + \mathcal{E}(\theta(4)) + \dots$$
$$\mathcal{E}(\theta_1(1)) + \mathcal{E}(\theta_1(2)) + \mathcal{E}(\theta_1(3)) + \mathcal{E}(\theta_1(4)) + \dots$$

en représentant par $\mathcal{E}(\theta(m))$ et $\mathcal{E}(\theta_1(m))$ les nombres entiers que ces expressions renferment.

Il résulte de là que nous aurons :

$$\mathcal{E}(\theta(1)) + \mathcal{E}(\theta(2)) + \mathcal{E}(\theta(3)) + \dots = \mathcal{E}(\theta_1(1)) + \mathcal{E}(\theta_1(2)) + \mathcal{E}(\theta_1(3)) + \dots$$

Exemples : Soit 1° la courbe $ax + by = n$, nous aurons la relation donnée par M. Césaro :

$$\mathcal{E}\left(\frac{n-b}{a}\right) + \mathcal{E}\left(\frac{n-2b}{a}\right) + \mathcal{E}\left(\frac{n-3b}{a}\right) + \dots = \mathcal{E}\left(\frac{n-a}{b}\right) + \mathcal{E}\left(\frac{n-2a}{b}\right) + \mathcal{E}\left(\frac{n-3a}{b}\right)$$

soit, en second lieu, la courbe $x^\alpha y^\beta = n$, nous en déduirons :

$$\mathcal{E}\left(\sqrt{\frac{n}{1^\alpha}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\beta]{\frac{n}{2^\alpha}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\beta]{\frac{n}{3^\alpha}}\right) + \dots$$
$$= \mathcal{E}\left(\sqrt[\alpha]{\frac{n}{1^\beta}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt{\frac{n}{2^\beta}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\alpha]{\frac{n}{3}}\right) + \dots$$

Considérons encore l'équation $ax^{\alpha} + by^{\beta} = n$, nous en déduisons de même :

$$\mathcal{E}\left(\sqrt[\alpha]{\frac{n - 1^{\beta}b}{a}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\alpha]{\frac{n - 2^{\beta}b}{a}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\alpha]{\frac{n - 3^{\beta}b}{a}}\right) +$$

$$= \mathcal{E}\left(\sqrt[\beta]{\frac{n - 1^{\alpha}a}{b}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\beta]{\frac{n - 2^{\alpha}a}{b}}\right) + \mathcal{E}\left(\sqrt[\beta]{\frac{n - 3^{\alpha}a}{b}}\right) + \ldots$$

M. J.-M. RODRIGUES

Capitaine d'artillerie, Professeur à l'Institut industriel de Porto, Membre de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

SUR LA RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE DES ÉQUATIONS [A 31]

— Séance du 7 août 1893 —

Considérons l'équation trinôme

$$z^n - \alpha \cdot z + \beta = 0$$

ou, écrite sous la forme :

$$(z^n + \beta) - \alpha \cdot z = 0.$$

Les n racines de cette équation s'expriment en fonction des racines de l'équation binôme :

$$z^n + \beta = 0$$

par la série résultante de notre théorème de l'inversion :

$$z = t + \sum \left\{ \frac{\left(\frac{\alpha}{n}\right)^p}{p!} \cdot \frac{d^{p-1}\left(t^{mp}\right)}{dt^{p-1}} \right\}$$

où

$$m = -(n - 2)$$

et par suite

$$z = t + \sum \left\{ \left(\frac{\alpha}{n}\right)^p \cdot \frac{mp(mp-1)\dots(mp-p-2)}{1.2.3\dots p} \cdot t^{mp-p+1} \right\}$$

Si l'on prend la relation entre deux termes consécutifs, on trouve :

$$\frac{T_{p+1}}{T_p} = \frac{\alpha}{n} \cdot \frac{p}{p+1} \cdot \frac{(mp+m)\dots(mp+m-p+1)}{mp\,(mp-1)\dots(mp-p+\varepsilon)} \cdot t^{-(n-1)}$$

d'où l'on conclut

$$\frac{T_{p+1}}{T_p} = \frac{\alpha}{n} \cdot \frac{p}{p+1} \cdot \frac{(mp+m)\dots(mp+1)}{(mp+m-p)\dots(mp+2-p)} \cdot t^{-(n-1)},$$

ou

$$\frac{T_{p+1}}{T_p} = \frac{\alpha}{n} \cdot \frac{p}{p+1} \cdot \frac{(mp+m)\dots(mp+1)}{[(m-1)p+m]\dots[(m-1)p+2]} \cdot t^{-(n-1)}$$

et dans la limite :

$$\lim \frac{T_{p+1}}{T_p} = \frac{\alpha}{n} \cdot \frac{m^{m-1}}{(m-1)^{m-2}} \cdot t^{-(n-1)}$$

Or, pour que la série susdite soit convergente, il faut avoir la condition

$$(m-1) \cdot \frac{\alpha}{n} \cdot \left(\frac{m}{m-1}\right)^{m-1} \cdot t^{-(n-1)} < 1,$$

d'où l'on déduit les relations auxquelles doivent satisfaire les paramètres de l'équation :

$$\alpha < \frac{n}{n-1} \cdot \left(\frac{n-1}{n-2}^{n-1} \cdot \beta^{\frac{n-1}{n}}\right)$$

Prenons le module principal de la fonction :

$$u = \frac{z^n + \beta}{z},$$

on a

$$u' = \frac{(n-1) \cdot z^n - \beta}{z^2}$$

et si $u' = 0$, on trouve

$$z = \left(\frac{\beta}{n-1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

et par suite

$$\text{mod. } princ. = n\left(\frac{\beta}{n-1}\right)^{\frac{n-1}{n}};$$

et comme la limite précédente est inférieure à la limite de α, il résulte :

$$\alpha < \frac{n}{n-1}\cdot\left(\frac{n-1}{n-2}\right)^{n-1}\cdot\beta^{\frac{n-1}{n}} < n\left(\frac{\beta}{n-1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Dans ces conditions la série est convergente et elle donne par conséquent le développement de toutes les racines de l'équation trinôme, développement assujetti à une loi remarquable. Si l'on désigne par ρ une racine primitive de l'équation binôme :

$$\rho^n + 1 = 0,$$

il vient

$$t = a\,.\,\rho,$$

a étant la valeur arithmétique du radical; alors la série précédente donne:

$$z = a\rho + \sum_1^{\infty}\left\{\frac{\left(\frac{\alpha}{n}\right)^p}{p!}\cdot\frac{d^{p-1}\left(a^{mp}\right)}{da^{p-1}}\right\}\rho^{p+1}$$

et, en vertu de la périodicité des racines de l'unité, cette série se ramène à la forme du théorème de Lagrange sur la nature des racines :

$$z = Z_1\rho + Z_2\rho^2 + Z_3\rho^3 + \ldots + Z_n\rho^n$$

où les fonctions Z sont fournies par des séries qu'on peut additionner par des intégrales définies :

$$Z_u = \sum_{v=0}^{v=\infty}\left\{\frac{\left(\frac{\alpha}{n}\right)^p}{p!}\cdot d^{p-1}\left(a^{mp}\right)\right\}$$

$$p = vn + \mu - 1.$$

Cela étant, considérons l'équation générale :

$$z^n + \alpha_{n-1}z^{n-1} + \ldots + \alpha_1 z + \beta = 0$$

et désignons par

$$t_1,\ t_2,\ t_3,\ \ldots\ t_n$$

les racines de l'équation binôme :

$$z^n + \beta = 0.$$

Si les constantes

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_{n-1}$$

sont telles que :

$$\text{mod.}(\alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \ldots \alpha_{n-1} z^{n-1}) < k$$

les racines de l'équation proposée sont au-dedans de la cassinoïde définie par l'expression :

$$k = \text{mod.}(z^n + \beta) = \text{mod.}\left[(z - t_1) \ldots (z - t_n)\right].$$

En appliquant donc notre théorème de l'inversion, que nous avons eu l'honneur de présenter au Congrès, à l'équation algébrique

$$(z^n + \beta) + (\alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \ldots + \alpha_{n-1} z^{n-1}) = 0,$$

il résulte l'expression générale des racines :

$$z = t + \sum \left\{ \left(\frac{-1}{n}\right)^p \cdot \frac{{\alpha_1}^{p1} {\alpha_2}^{p2} \ldots {\alpha_{n-1}}^{pn-1}}{p_1!\, p_2! \ldots p_{n-1}!} \cdot \frac{d^{p-1}(t^q)}{dt^{p-1}} \right\}$$

où

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_{n-1}$$
$$q = m - (n-1)\, p$$
$$m = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + \ldots + (n-1)\, p_{n-1}$$

Ces équations doivent être résolues en nombres entiers et positifs. Si désignant par $P_{p,m}$ le coefficient de la série précédente nous aurons :

$$z = t + \sum P_{p,m} \cdot \frac{d^{p-1}(t^q)}{dt^{n-1}}$$

mais, si ρ est une racine de l'équation binome

$$\rho^n + 1 = 0,$$

on a

$$z = t + \sum_1^\infty \left\{ P_{p,m}\, D^{p-1}(\alpha^q) \right\} \cdot \rho^{m+1}$$

puisque

$$q - p + 1 = m - np + 1$$

et que

$$\rho^{np} = (-1)^p$$

En attribuant à m la série des valeurs 1, 2, 3, ...; et en tenant compte

de la périodicité des racines de l'unité, la série précédente se ramène à la forme des racines des équations :

$$z = Z_1\rho + Z_2\rho^2 + Z_3\rho^3 + \ldots + Z_n\rho^n$$

où

$$Z_1, Z_2, Z_3, \ldots Z_n$$

sont des fonctions définies par des séries. Formant donc ces fonctions, les racines des équations numériques s'expriment en fonction des racines de l'équation binôme par les formules :

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= Z_1\rho_1 + Z_2\rho_1^2 + Z_3\rho_1^3 + \ldots + Z_n\rho_1^n \\ z_2 &= Z_1\rho_2 + Z_2\rho_2^2 + Z_3\rho_2^3 + \ldots + Z_n\rho_2^n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ z_n &= Z_1\rho_n + Z_2\rho_n^2 + Z_3\rho_n^3 + \ldots + Z_n\rho_n^n \end{aligned}\right\}$$

M. J.-M. RODRIGUES

Capitaine d'artillerie, Professeur à l'Institut industriel de Porto, Membre de l'Académie des Sciences de Lisbonne.

SUR LE DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE DES FONCTIONS ALGÉBRIQUES [D 6 c α]

— Séance du 7 août 1893 —

1. — Si la fonction

$$F(x,y) = 0 \qquad (1)$$

est du même degré par rapport à x et y, la fonction algébrique se développe en série suivant les puissances décroissantes de la variable. Mais si les degrés de x et y sont tous différents, et tels que pour la valeur $x = x_0$ l'équation possède n racines égales à y_0, la fonction algébrique se développe en série ordonnée suivant les puissances fractionnaires de la variable, et ses valeurs se permutent circulairement autour du point x_0.

2. — Supposons que le polynôme (1) est du degré n en x et y. En ajoutant les termes de même parité, le polynôme revient à la forme :

$$F(x, y) = x^n f\left(\frac{y}{\varphi}\right) + x^{n-1} f_1\left(\frac{y}{x}\right) + \ldots\ldots + f_n\left(\frac{y}{\varphi}\right)$$

où

$$f, f_1, f_2, \ldots\ldots f_n$$

sont les polynômes respectivement du n, $n-1$, $n-2$, ... 0 degré.

Si l'on pose donc

$$z = \frac{y}{x}$$

il résulte l'équation

$$f(z) + \sum \frac{f^n(z)}{x^n} = 0$$

et le développement en série des racines cycliques de cette équation est donné par l'expression suivante que nous avons déjà démontrée dans notre mémoire *Inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes :*

$$z = t + \ldots + x^{-m} \sum \left\{ \frac{\mathfrak{D}^{p-1}\left(\frac{f_1}{f'}\right)^{p_1} \ldots \left(\frac{f_n}{f'}\right)^{p_n}}{p_1!\, p_2! \ldots p_m!} \right\} + \ldots$$

où

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$$
$$m = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + \ldots$$

et la fonction algébrique définie par l'équation

$$F(x_1 y) = 0$$

se développe en série ordonnée suivant les puissances décroissantes de la variable indépendante :

$$\frac{y}{x} = t + \sum_1^\infty P_n \cdot x^{-n}$$

Si l'on arrête le développement au premier, deuxième, troisième, etc., terme de la série, on obtient les asymptotes de premier, deuxième, troisième ordre etc., de la courbe définie par l'équation que l'on considère.

Le développement de la fonction algébrique n'existe pas quand les racines de l'équation $f(z) = 0$ sont égales, et par conséquent la courbe ne peut avoir des branches correspondant à ces racines.

3. — Considérons maintenant un système d'équations simultanées

$$G(x\,,\,y\,,\,z) = 0 \qquad \text{et} \qquad H(x\,,\,y\,,\,z) = 0$$

les unes de degré m et l'autre de degré n par rapport à chacune des variables.

En ajoutant les termes de même parité, ces équations se ramènent à la forme

$$\left.\begin{aligned} G(x\,,\,y\,,\,z) &= x^m f\left(\frac{y}{x}\,,\,\frac{z}{x}\right) + x^{n-1}\cdot\varphi\left(\frac{y}{x}\cdot\frac{z}{x}\right) \\ H(x\,,\,y\,,\,z) &= x^n f_1\left(\frac{y}{x}\,,\,\frac{z}{x}\right) + x^{n-1}\cdot\varphi_1\left(\frac{y}{x}\,,\,\frac{z}{x}\right) \end{aligned}\right\}$$

et en faisant

$$u = \frac{y}{x} \qquad \text{et} \qquad v = \frac{z}{x}$$

il résulte le système

$$\left.\begin{aligned} f(u,\,v) + \frac{1}{x}\cdot\varphi(u,\,v) &= 0 \\ f_1(u,\,v) + \frac{1}{x}\cdot\varphi_1(u,\,v) &= 0 \end{aligned}\right\}$$

et si l'on applique le théorème de l'inversion des fonctions à deux variables, on trouve

$$F\left(\frac{y'}{x'}\cdot\frac{z'}{x'}\right) = \sum_0^\infty \left\{\frac{\left(-\frac{1}{x}\right)^{p+q}}{p!\;q!}\right\}\cdot\mathfrak{D}^{p+q}\left[X^pY^q\cdot\frac{\Delta}{\Delta'}\cdot F(a,b)\right]$$

qui exprime le développement en série d'une fonction des variables. En déterminant la fonction des variables par les rapports

$$F\left(\frac{y}{x}\,,\,\frac{z}{x}\right) = \frac{y}{x} + \frac{z}{x} \quad \text{et} \quad F\left(\frac{y}{x}\,,\,\frac{z}{x}\right) = \frac{y}{x} - \frac{z}{x}$$

résultent les séries qui expriment le développement des variables sans effectuer l'élimination :

$$\frac{y}{x} = \sum_0^\infty \left\{\left(-\frac{1}{x}\right)^{p+q}\cdot\mathfrak{D}^{p+q}\left(X^pY^q\cdot\frac{\Delta(a,b)}{\Delta,(a,b)}\cdot a\right)\right\}$$

$$\frac{z}{x} = \sum_0^\infty \left\{\left(-\frac{1}{x}\right)^{p+q}\cdot\mathfrak{D}^{p+q}\left(X^pY^q\cdot\frac{\Delta(a,b)}{\Delta_1(a,b)}\cdot b\right)\right\}$$

Ces séries comprennent comme cas particuliers les beaux théorèmes de Liouville.

4. — Supposons maintenant que l'équation (1) admette n racines égales à y_0 quand on fait $x = x_0$. Dans ce cas, la fonction algébrique se développe en série ordonnée suivant les puissances fractionnaires de la variable indépendante. En posant

$$x = x_0 + x' \qquad \text{et} \qquad y = y_0 + y'$$

l'équation algébrique (1) se ramène à la forme

$$F(x,y) = \sum A_{\alpha\beta} y'^{\alpha} . x'^{\beta} = 0$$

laquelle admet n racines égales à zéro si $x' = 0$.

Les termes qui ne contiennent pas la variable y' peuvent renfermer x' au premier degré ou à une puissance supérieure.

Dans le premier cas l'équation se réduit à

$$ay'^{n} + bx' + \varphi(x', y') = 0,$$

et en faisant

$$x' = x''^{n} \qquad \text{et} \qquad y' = zx''$$

il en résulte

$$(az^n + b) + x''\psi(x'', z) = 0;$$

et en appliquant le théorème de l'inversion, il vient :

$$z = t + \sum_{\psi}^{\infty} A_n . x''^{m}$$

où t désigne une racine de l'équation binôme

$$az^n + b = 0$$

Cette série est convergente pour les valeurs de x'' inférieures au module principal de la fonction, lesquelles vérifient la condition :

$$\text{mod.} \left(x'' \frac{\psi(x'' . z)}{az^n + b} \right) < 1 .$$

Les racines cycliques de l'équation proposée sont donc des fonctions holomorphes de x'' dans les régions des cycles polaires. Il en résulte le développement de la fonction algébrique suivant les puissances fractionnaires de la variable :

$$y - y_0 = t(x - x_0)^{\frac{1}{n}} + \sum_{1}^{\infty} A_m . (x - x_0)^{\frac{m+1}{n}}$$

5. — S'il n'existe pas de termes où n'entre pas la variable y', les n racines cycliques de l'équation algébrique λ

$$F(x, y) = \sum A_{\alpha\beta} y'^{\alpha} x'^{\beta} = 0$$

seront partagées en groupes suivant la loi du parallélogramme de Newton, les racines de chaque groupe étant caractérisées par une permutation circulaire autour du point x_0.

Si les exposants α et β sont pris pour coordonnées, les termes de même parité sont représentés par une ligne polygonale convexe sur le parallélogramme analytique.

L'équation représentative de la ligne définie par les coordonnées $\alpha = n$ et $\beta = 0$ sera

$$(A y'^{n} + \sum A_{\alpha\beta} y'^{\alpha} x'^{\beta} + A_{\alpha'\beta'} y'^{\alpha'} x'^{\beta'}) + \psi(x', y') = 0$$

et en posant

$$y' = z \cdot x'^{n}$$

on trouve

$$A z^{n} + \sum A_{\alpha\beta} z^{\alpha} + A_{\pi'\beta'} z^{\alpha'} + \psi(x', z) = 0,$$

étant

$$n\mu = \alpha\mu + \beta = \alpha'\mu + \beta',$$

d'où

$$\mu = \frac{\beta' - \beta}{\alpha - \alpha'} = \frac{\beta'}{n - \alpha'} = \frac{q}{p}$$

q et p étant des nombres entiers et irréductibles; par conséquent il viendra

$$n - \alpha = kp \qquad \text{et} \qquad \alpha - \alpha' = k'p$$

et si l'on pose

$$z^{p} = z'$$

on conclut

$$z^{\alpha'}\left(A z'^{k} + \sum A_{\alpha\beta} z'^{k'} + A_{\alpha'\beta'}\right) + \psi(x', z) = 0.$$

Mais

$$y' = z \cdot x'^{\frac{p}{q}}$$

et par suite, en faisant :

$$x' = x''^{p}$$

cette équation se ramène à la forme :

$$\left(A z'^{k} + \sum A_{\alpha\beta} z'^{k'} + A_{\alpha'\beta'}\right) + \sum x''^{m} \cdot \psi_{m} n(z') = 0,$$

c'est-à-dire, pour toutes les valeurs de x'' inférieures au module principal de

cette fonction, les racines cycliques sont des fonctions holomorphes exprimées par la série résultante du théorème de l'inversion :

$$z' = a + \sum_1^{\infty} A_m \cdot x'^m$$

d'où l'on conclut :

$$z' = a + \sum_1^{\infty} A_m \cdot x'^{\frac{m}{p}}$$

et par conséquent, à toute racine de l'équation

$$Az'^k + \sum A_{\alpha\beta} z'^{k'} + A_{\alpha'\beta'} = 0$$

correspond p racines de l'équation binôme $z^p = z'$ qui se permutent circulairement autour du point $x' = 0$.

L'expression analytique du développement de la fonction algébrique ordonnée suivant les puissances fractionnaires de la variable, sera donc :

$$y - y_0 = a(x - x_0)^{\frac{p}{q}} + \sum_1^{\infty} A^m (x - x_0)^{\frac{m+q}{p}}$$

M. C.-A. LAISANT

Docteur ès sciences, à Paris.

FIGURATION GRAPHIQUE DE QUELQUES NOMBRES COMBINATOIRES [J 1 c]

— Séance du 7 août 1893 —

PERMUTATIONS

1. — Imaginons *(fig. 1)* une suite de points a_0, a_1, a_2, ... représentant, par exemple, des localités sur une carte géographique. Supposons que les localités a_0, a_1 soient réunies par une route; a_1 et a_2 par deux routes différentes; et en général a_{n-1} et a_n par n routes. Il en résulte à peu près évidemment que le nombre des itinéraires différents qu'on peut suivre pour se rendre de a_0 en a_n (et aussi de a_1 en a_n) est :

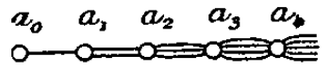


FIG. 1.

$$P_n = 1 \cdot 2 \ldots n = n!$$

c'est-à-dire que ce nombre est celui des permutations de n objets.

En disposant les points a_0, a_1, ... de droite à gauche *(fig. 2)* au lieu de prendre l'ordre de gauche à droite, supprimant le point a_0, et numérotant les routes qui unissent deux localités voisines, au moyen des signes 0, 1, 2, ..., on voit qu'un itinéraire quelconque aboutissant à a_n sera caractérisé par la notation

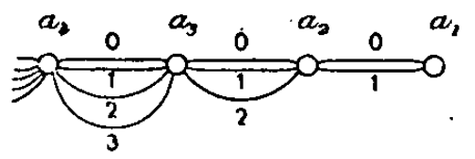


FIG. 2.

$$\alpha_{n-1}\,\alpha_{n-2}\ldots\alpha_2\alpha_1,$$

chaque chiffre α_k ne pouvant prendre que l'une des $k+1$ valeurs 0, 1, 2, ... k.

La figure ainsi tracée n'est, en somme, que la représentation graphique de l'écriture que j'ai indiquée déjà depuis plusieurs années sous le nom de *numération factorielle*. (Voir *Bull. de la Soc. math. de France*, 1888, p. 176), et qui se prête d'une façon heureuse à la classification des permutations.

2. — Le nombre des itinéraires différents par lesquels on peut se rendre de la localité a_p en a_n $(p < n)$ est $(p+1)(p+2)\ldots n = \frac{n!}{p!} = \mathrm{A}_n^{n-p}$.

C'est le nombre des arrangements de n objets $n-p$ à $n-p$.

La remarque faite précédemment nous montre donc qu'on peut figurer l'un quelconque des arrangements dont il s'agit par le symbole

$$\alpha_n\alpha_{n-1}-\ldots\alpha_p 00\ldots 0,$$

le nombre des zéros écrits à la droite étant égal à $p-1$.

De là résulte la possibilité d'une classification des arrangements, analogue à celle des permutations ; ou plutôt, les permutations étant classées dans leur ordre, il suffit de les grouper, en en plaçant $p!$ dans chaque groupe, pour que la classification des arrangements soit toute faite, toutes les permutations de chacun des groupes commençant par un même arrangement des n objets $n-p$ à $n-p$.

Mais nous ne nous arrêterons pas sur ce point, voulant surtout indiquer rapidement ici la possibilité de figurations graphiques.

COMBINAISONS

3. — Considérons *(fig. 3)* un quadrillage sur lequel nous numérotons les coordonnées n et p, à partir de l'origine. Si nous nous proposons de trouver le nombre $u_{n,p}$ des itinéraires qu'on peut suivre pour aller de l'origine au point qui a pour coordonnées n, p, en suivant les lignes du quadrillage et en marchant toujours dans le sens positif, il est clair que pour arriver au point (n, p) il faut passer par l'un des points $(n-1, p)$ ou

$(n, p-1)$. On a donc $u_{n,p} = u_{n-1,p} + u_{n,p-1}$. En outre, $u_{n,0} = 1$ et $u_{0,p} = 1$ pour toute valeur de n ou de p. On reconnaît facilement ainsi qu'on a :

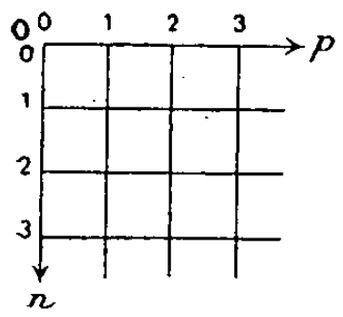


FIG. 3.

$$u_{n,p} = \frac{(n+p)!}{n!p!} = C^{n}_{n+p} = C^{p}_{n+p}$$

Le tableau numérique qu'on formerait ainsi n'est autre que le carré arithmétique de Fermat. C'est d'ailleurs un résultat bien connu et que nous rappelons seulement ici pour mémoire.

Sous une autre forme, cette question est celle de la détermination des marches d'une tour pour se rendre d'une case à une autre sur un échiquier indéfini, sans jamais rétrograder.

ARRANGEMENTS

4. — Formons *(fig. 4)* un quadrillage dans lequel chaque ligne horizontale reproduit la figure 1 et où les points en ligne verticale sont reliés par une seule route. Le nombre des itinéraires différents pour se rendre de l'origine au point de coordonnées n, p, étant désigné par $v_{n,p}$, nous aurons, par un raisonnement identique à celui du numéro précédent :

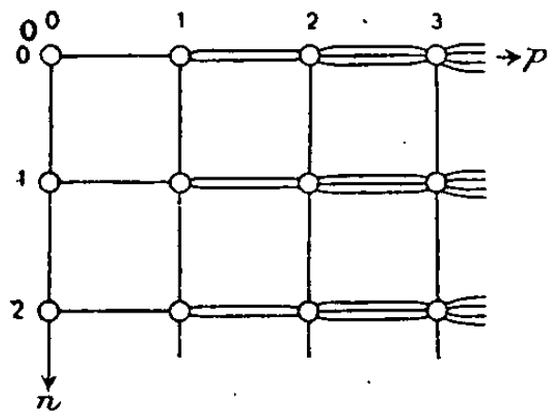


FIG. 4.

$$v_{n,p} = v_{n-1,p} + pv_{n,p-1}$$

En outre :

$$v_{n,0} = 1 \quad \text{et} \quad v_{0,p} = p!$$

Ces conditions conduisent à trouver

$$v_{n,p} = \frac{(n+p)!}{n!} = A^{p}_{n+p}$$

Nous avons donc une nouvelle figuration graphique, en dehors de celle du n° 2, permettant de représenter les différents arrangements de $n + p$ objets p à p.

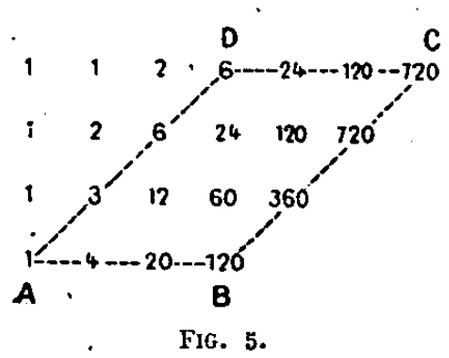


FIG. 5.

Si l'on construit *(fig. 5)* le tableau numérique qui en résulte, on voit qu'en formant un parallélogramme tel que ABCD, le quotient de deux termes ayant même coordonnée n sur ce parallélogramme reste toujours le même.

Du reste, le tableau des quotients qu'on obtient en divisant chaque

terme par celui qui est placé à sa gauche donne la figure arithmétique très simple qu'indique la figure 6 :

1 2 3 4 5 6 . . .
2 3 4 5 6 . . .
3 4 5 6 . . .
4 5 6 . . .
. . . . .
. . . .
. . .
. .
.

FIG. 6.

NOMBRES K_m^p.

5. — Soit *(fig. 7)* un quadrillage où toutes les lignes horizontales sont uniques, et où les points en lignes verticales sont reliés par $p+1$ routes, p étant leur coordonnée horizontale commune.

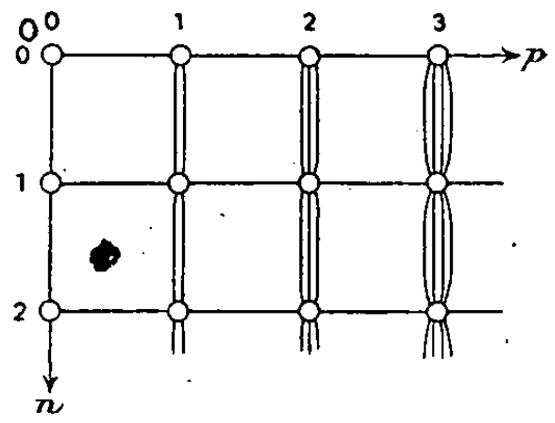


FIG. 7.

Le nombre des itinéraires qu'on peut suivre pour aller de l'origine au point de coordonnées n, p étant $w_{n,p}$, nous aurons :

$$w_{n,\,p} = (p+1)w_{n-1,p} + w_{n,\,p-1},$$

et de plus :

$$w_{n,\,0} = 1, \quad w_{0,\,p} = 1.$$

Posons :

$$w_{n,p} = K_{n+p+1}^{p+1}.$$

Alors les relations précédentes deviennent :

$$K_{n+p+1}^{p+1} = (p+1)K_{n+p}^{p+1} + K_{n+p}^{p},$$
$$K_{n+1}^{1} = 1, \qquad K_{p+1}^{p+1} = 1,$$

ou encore, remplaçant $p+1$ par p, puis écrivant $n+p=m$:

$$K_m^p = pK_{m-1}^p + K_{m-1}^{p-1}$$
$$K_m^1 = 1, \qquad K_p^p = 1.$$

Ces relations concordent identiquement avec celles qui caractérisent les nombres K_m^p étudiés par M. d'Ocagne dans plusieurs mémoires d'un haut intérêt. Nous avons donc ici une définition combinatoire nouvelle de ces nombres, par la figuration indiquée. C'est d'ailleurs la recherche de cette définition, effectuée par moi sur le désir que m'en avait manifesté M. d'Ocagne, qui m'a conduit aux considérations diverses indiquées dans la présente Note.

AUTRES FIGURATIONS

6. — La figure 8, où les lignes d'un quadrillage, soit horizontales, soit verticales, reproduisent la figure 1, conduit, si l'on se propose toujours le même problème, à cette conséquence très simple, que tous les résultats correspondant à une même diagonale ↗ sont égaux entre eux, et par suite à un nombre de permutations $(n + p)!$

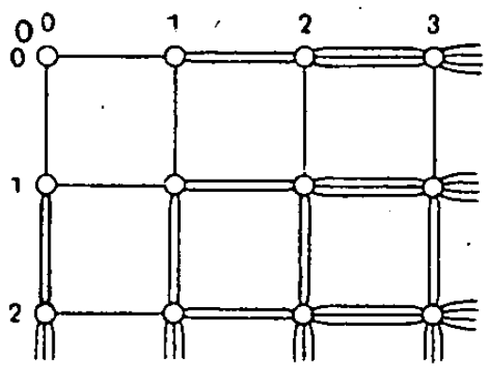


FIG. 8.

C'est ce qu'il est très facile de vérifier et de démontrer.

7. — Dans la figure 9, qui s'explique d'elle-même, nous trouvons la définition graphique de nouveaux nombres combinatoires $z_{n,\,p}$ caractérisés par la relation

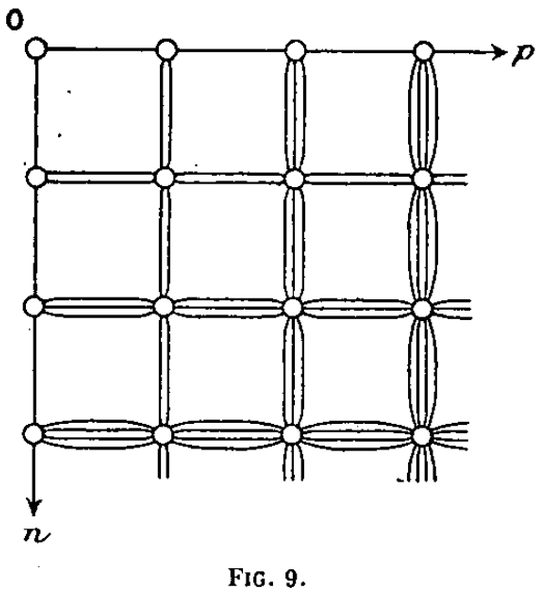


FIG. 9.

$$z_{n,p} = (p + 1)z_{n-1,p} + (n + 1)z_{n,p-1}$$

avec les conditions initiales

$$z_{n,\,0} = z_{0,\,p} = 1.$$

Ces nombres forment le tableau de la figure 10, évidemment symétrique par rapport à la diagonale ↘ issue de l'origine.

1	1	1	1
1	4	11	26
1	11	66	302
1	26	302	2416

FIG. 10.

Il est assez facile de s'assurer que la formule qui donne les nombres de la deuxième ligne (ou de la deuxième colonne) est :

$$z_{1,\,p} = 2^{p+2} - (p+3)$$

Le calcul des autres nombres, et surtout la recherche d'une formule générale, semblent, au contraire, présenter d'assez grosses difficultés. Du reste, nous ne voulons ici nous livrer à aucune tentative à cet égard, pour ne pas sortir de notre sujet et pour ne pas allonger encore cette Note.

M. J. S. MACKAY

Professeur de Mathématiques à l'Académie d'Édimbourg.

NOTICE SUR LE JOURNALISME MATHÉMATIQUE EN ANGLETERRE [V8] [V9]

— Séance du 9 août 1893 —

Il y a une distinction à faire entre le journalisme mathématique et les comptes rendus des Sociétés savantes. Je ne m'occuperai pas de ceux-ci, et ne parlerai que des journaux proprement dits.

Le *Ladies' Diary*, une des premières publications périodiques qui aient traité chez nous des sciences mathématiques, était un véritable almanach. On y trouvait des rébus, des charades, des énigmes. L'amusement des lecteurs, plutôt que les progrès de la science, paraît avoir été, à l'origine, le but de cette publication. Avec le temps, les questions proposées devinrent de plus en plus intéressantes et difficiles, et la règle que les rédacteurs s'étaient imposée de mettre en rimes les questions et les réponses tomba en désuétude. Plusieurs des collaborateurs prirent l'habitude d'adopter des pseudonymes : Emerson, Barlow, William Wales signaient Merones, Rob. Law, G. Cetii ; Thomas Simpson prenait les noms de Hurlothrumbo, Kubernetes, Timothy Doodle, Marmaduke Hodgson, etc.

Le *Diary* paraissait annuellement à la fin de novembre. Ses divers rédacteurs furent :

John Tipper.	1704-1713
Henry Beighton, F. R. S	1714-1744
Robert Heath	1745-1753
Thomas Simpson, F. R. S	1754-1760
Edward Rollinson	1761-1773
Charles Hutton, F. R. S	1774-1817
Olinthus Gregory, F. R. A. S. . . .	1818-1840

Le *Gentleman's Diary* ressemblait au *Ladies' Diary* en tous points, sauf que les questions y étaient peut-être un peu plus difficiles. Les rédacteurs furent :

John Badder, George Ingman, Thomas Peat,	conjointement. . .	1741-1756
Thomas Peat		1757-1780
Rev. Charles Wildbore		1781-1803
Olinthus Gregory, F. R. A. S. . . .		1804-1819
Thomas Leybourn		1820-1840

En 1841, les deux publications fusionnèrent avec le titre de *Lady's and Gentleman's Diary*, sous la direction de W. S. B. Woolhouse. La livraison de 1871 fut la dernière.

Le droit de timbre sur les almanachs (trente sous par exemplaire) ayant été aboli en 1834, les deux *Diaries* donnèrent, à partir de 1835, des appendices contenant des mémoires mathématiques. Les appendices furent supprimés après 1865.

Les questions mathématiques posées dans le *Ladies' Diary* de 1704 à 1773 avec les solutions originales, et quelquefois avec des solutions nouvelles, furent réimprimées par Charles Hutton en trois tomes avec le titre *The Diarian Miscellany*; et les questions posées de 1704 à 1816, avec leurs solutions, furent réimprimées par Thomas Leybourn en quatre tomes. Celles du *Gentleman's Diary* de 1741 à 1800, avec leurs solutions, furent aussi réimprimées en trois tomes.

En ce qui concerne ces *Diaries*, il suffira de citer le témoignage de deux mathématiciens, John Playfair, professeur de mathématiques à l'université d'Édimbourg, et le Révérend Thomas P. Kirkman.

Playfair, écrivant dans l'*Edinburgh Review* (Janvier 1808), dit :

« Tout en exposant ces faits, comme des preuves de l'incontestable infériorité des mathématiciens anglais vis-à-vis de ceux du continent, dans les branches les plus élevées de la science, il n'est que juste de reconnaître que le savoir mathématique est peut-être plus répandu en Angleterre que dans aucun autre pays, et qu'il y atteint même un niveau remarquable. Le *Ladies' Diary* et plusieurs autres publications populaires sont les meilleures preuves de cette assertion. On trouve dans ces journaux beaucoup de problèmes intéressants qui ne sont pas, il est vrai, de l'ordre le plus élevé, mais qui présentent des difficultés considérables, et dépassent de beaucoup la limite des connaissances élémentaires; et le nombre des collaborateurs ingénieux qui posent ou travaillent à résoudre ces questions, et que l'on ne trouve nulle part ailleurs, n'est pas chose peu surprenante. Aucun autre pays, croyons-nous, n'offre rien de semblable. Le *Ladies' Diary* a maintenant plus d'un siècle d'existence ininterrompue. Les vers, les énigmes, etc., qu'il contient sont du plus mauvais goût; ses fragments de littérature et de philosophie ont un caractère si puéril ou si suranné qu'on ne sait que penser des lecteurs auxquels ils s'adressent; mais la partie géométrique a toujours été rédigée d'une façon supérieure. Les problèmes sont toujours choisis de manière à éveiller la curiosité du lecteur, les solutions tendent toujours à l'instruire beaucoup plus qu'elles ne le font dans d'autres publications plus brillantes. »

Kirkman, écrivant dans le *Lady's and Gentleman's Diary* (1850), dit :

« Je déclare avec conviction, et après des observations faites sur des gradués des universités et sur des non-gradués, qu'en tenant compte de la différence qu'il y a entre les récompenses que l'on décerne aux uns et aux autres, la gloire d'avoir inspiré et entretenu le goût désintéressé et durable des sciences mathématiques, chez les hommes faits comme chez les écoliers, revient, sans comparaison, pour une plus large part à l'immortelle '*Lady Dia*' qu'à toutes les universités et à tous les collèges du royaume réunis. »

Quant aux autres journaux qui suivirent et imitèrent les *Diaries*, je donnerai seulement leurs noms avec des dates et quelques renseignements succincts.

Le *Miscellanea Curiosa Mathematica* parut pour la première fois en 1745 sous la direction du Révérend Francis Holliday. Il devait avoir quatre livraisons par an; mais sa publication ne paraît pas avoir été bien régulière, puisque, après huit ou neuf ans d'existence, il n'avait encore fourni que quatorze livraisons. C'est dans le *Miscellanea* que se trouve le théorème, presque universellement attribué à Euler, sur la distance entre les centres des cercles circonscrit et inscrit à un triangle. William Chapple, dans la quatrième livraison (par conséquent vers 1746), y inséra un mémoire sur les propriétés des triangles inscrits et circonscrits à deux

cercles donnés. Il y donne l'expression de la distance entre les centres $\sqrt{R^2 - 2Rr}$ exactement comme on l'écrit aujourd'hui. Euler aussi, il est vrai, donne l'expression de cette distance sous la forme

$$\frac{r^2}{16\,A^2} - \frac{r}{p},$$

où A = aire du triangle, $p = a + b + c$, $r = abc$, mais presque vingt ans plus tard. (Voir *Novi Commentarii Academiæ... Petropolitanæ*, t. XI, pp. 103-123, pour l'année 1765.)

Parmi les autres propositions de Chapple, je citerai la suivante : « Si deux cercles sont tels qu'il existe un triangle inscrit au premier et circonscrit au second, il existe une infinité de triangles inscrits au premier et circonscrits au second. » On connait les développements que ce théorème a reçus de Poncelet, de Steiner et de Jacobi.

Voici la liste des journaux postérieurs à ceux que je viens de citer. Cette liste est incomplète ; j'ai omis à dessein les noms de quelques journaux sur lesquels je n'ai aucun renseignement.

Mathematician	1745-1754,	rédigé par Edward Rollinson.
Palladium	1748-1779	» » Robert Heath.
Mathematical Exercises	1750-1753	» » John Turner.
Mathematical Magazine	1761-1761	» » George Mitchell et Thomas Moss.
Miscellanea Scientifica Curiosa	1766-1769.	
British Oracle	1769-1770.	
Miscellanea Mathematica	1775,	rédigé par Charles Hutton.
Burrow's Diary	1776-1788	» » Reuben Burrow.
Lady's and Gentleman's Scientifical Repository	1783-1784.	
British Diary	1787-1796,	rédigé par John Cotes, George Taylor et Patrick Hall.
Diary Supplement	1788-1806	» » Charles Hutton.
Scientific Receptacle	1791-1819	» » Thomas Whiting.
Stockton Bee	1793-1795	» » J. Atkinson.
Yorkshire Repository	1794-1795.	
Mathematical Repository.		
Old series	1795-1804,	rédigé par Thomas Leybourn.
New series	1806-1835,	» » » »

Student	1797-1800,	rédigé par	William Hilton.	
Gentleman's Mathematical Companion.	1797-1827	»	»	William Davis, John Hampshire.
Mathematical, Geometrical, Philosophical and Poetical Delights . . .	1798	»	»	Thomas Whiting.
Enquirer.	1811-1813	»	»	P. Thompson, William, Marrat.
Quarterly Visitor	1813-1815	»	»	William Passman.
Leeds Correspondent. . .	1814-1823	»	»	John Ryley, John Gawthorp et John Whitley.
Student's Companion . .	1822-1823	»	»	Henry Lightbown.
Scientific Receptacle: . .	1825-1825	»	»	Henry Clay.
Enigmatical Entertainer and Mathematical Associate.	1827-1830	»	»	Paul Ninnis.
Scientific Mirror.	1829-1830	»	»	Charles Holt.
Northumbrian Mirror. .	1837-1838.			

A l'exception des *Diaries*, la plupart de ces journaux n'ont eu qu'une existence très courte, et leur importance au point de vue de l'avancement des sciences a été médiocre. Ils ont toutefois joué un rôle utile en propageant la connaissance des éléments des mathématiques parmi les personnes qui ne pouvaient pas suivre les cours d'Oxford et de Cambridge. Le plus important de la liste est *Leybourn's Mathematical Repository*. Ici, en 1799 ou 1800 (voir 1re série, t. II, p. 111) on trouve mentionnée pour la première fois la droite qu'on appelle par erreur « droite de Simson ». La propriété de cette droite n'est indiquée ni dans les ouvrages de Simson qui ont été imprimés, ni dans ses manuscrits (intitulés *Adversaria*) qu'il a légués à l'université de Glasgow. La droite en question doit donc être nommée « droite de Wallace ».

La plupart des journaux mentionnés plus haut sont devenus extrêmement rares ; quelques-uns sont introuvables. T. T. Wilkinson en a donné, dans le *Mechanics' Magazine* (t. 48-55), des notices détaillées d'où j'ai tiré les renseignements qui me manquaient.

Les journaux les plus importants pour le progrès des sciences mathématiques en Angleterre sont : le *Mathematician*, fondé par T. S. Davies, William Rutherford et Stephen Fenwick en 1845, et continué jusqu'à septembre 1850 (trois tomes) ; le *Cambridge Mathematical Journal*, commencé en 1839 et continué jusqu'à 1845 (quatre tomes) ; le *Cambridge and*

Dublin Mathematical Journal qui l'a remplacé, 1846-1854 (neuf tomes); le *Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*, commencé en 1857; le *Oxford Cambridge and Dublin Messenger of Mathematics*, commencé en 1862, et, après la publication de cinq tomes, remplacé par le *Messenger of Mathematics* en 1872. Le *Quarterly Journal* et le *Messenger* existent encore.

On a réimprimé les questions posées dans l'*Educational Times*, avec leurs solutions, depuis 1864, et nous possédons aujourd'hui un recueil, rédigé par W. J. C. Miller, qui comprend cinquante-neuf petits volumes, et qui constitue un véritable *thesaurus* pour les questions de toute sorte.

M. FOLIE

Directeur de l'Observatoire royal de Belgique, à Uccle.

SUR LA NUTATION INITIALE, LA NUTATION DIURNE, L'ABERRATION SYSTÉMATIQUE ET L'ABERRATION ANNUELLE, D'APRÈS LES OBSERVATIONS DE LATITUDE DE PETERS A POULKOVA [U]

— *Séance du 9 août 1893* —

§ 1.

J'avais été amené, en 1890, à conclure de la fluidité intérieure du globe que la période théorique de 305 jours, calculée pour une terre solide, ne devait pas être vérifiée par l'observation; et, en prenant la demi-différence des AR ou des déclinaisons d'une même étoile observée à ses passages supérieur et inférieur, ou la demi-somme des latitudes obtenues par ces deux passages, j'avais cru avoir déterminé exactement une période de 337 jours pour la révolution du pôle astronomique autour du pôle géographique (*).

D'autres travaux relatifs à cette période, et ceux de Chandler particulièrement, m'ont engagé à reprendre ce sujet.

J'ai profité, dans ce but, des travaux de cet astronome sur les observations de latitude de Peters à Poulkova et me suis proposé :

(*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique* pour 1890.

1° De vérifier si la seule application de la nutation eulérienne ne diminue pas les résidus des observations de Peters plus que ne le fait la formule de Chandler;

2° De déduire des mêmes observations, par la demi-différence des latitudes obtenues à deux passages, supérieur et inférieur, consécutifs :

a) La grandeur de la nutation diurne,

b) Celle de la vitesse systématique,

c) La correction de la constante de l'aberration annuelle.

J'avais déterminé, préalablement, au moyen des observations de Gyldén :

a) Les constantes de la nutation diurne,

b) La direction et la grandeur de la vitesse systématique,

c) La correction de la constante de l'aberration,

d) La parallaxe de la polaire.

Je ferai usage de plusieurs des résultats de ce calcul, dans la réduction des observations de Peters auxquelles j'appliquerai le second procédé, afin de diminuer le nombre des inconnues, qui serait, sans cela, trop considérable.

Soit Φ la hauteur du pôle *géographique;*

φ_s ou φ_i, la latitude *astronomique* déterminée par un passage supérieur ou inférieur au moyen des formules de réduction usitées;

Z, la correction de la déclinaison moyenne adoptée;

$\Delta\varphi$, la correction de la latitude moyenne adoptée;

A, l'ensemble des corrections que j'apporte aux formules du calcul de la déclinaison apparente, non compris celle qui provient de la nutation eulérienne;

I, cette dernière correction pour le passage supérieur;

— I, pour l'inférieur,

On aura :

$$\Phi = \varphi_s + Z + A + I$$

$$\Phi = \varphi_i - Z - A + I$$

La demi-somme donnera, en appelant φ_m celle des latitudes astronomiques déterminées par les deux passages :

$$\Phi = \varphi_m + I$$

Soit Φ_0 la latitude moyenne adoptée, et $\varphi_m - \Phi_0 = n_1$; on aura :

$$\Delta\varphi = n_1 + I$$

ou, en remplaçant I par $u \sin \iota t + v \cos \iota t$, $\Delta\varphi$ par ρ :

$$u \sin \iota t + v \cos \iota t + \rho + n_1 = 0.$$

Dans la demi-somme des latitudes astronomiques déterminées par deux passages consécutifs, l'un supérieur, l'autre inférieur, les erreurs de réduction disparaissent donc toutes, à l'exception de la nutation eulérienne (*).

Dans la demi-différence, cette dernière disparaît, mais toutes les autres restent.

La demi-différence donne, en effet :

$$0 = \frac{\varphi_s - \varphi_i}{2} + Z + A,$$

ou, si on la représente par n_2 :

$$0 = n_2 + Z + A.$$

L'ensemble des corrections A comprend :

1° Les termes du second ordre de l'aberration annuelle et de la nutation, dont il n'a pas été tenu compte dans les réductions.

Ces termes peuvent se mettre sous la forme :

$$A_1 = -\frac{1}{4} \sin 2\delta(\Delta\alpha)^2, \quad (**)$$

$\Delta\alpha$ étant la réduction au lieu apparent en AR.

Je les ai ajoutés au résidu n_2, qui devient ainsi :

$$n_1' = n_2 + A_1.$$

2° Les termes de la parallaxe, que j'ai prise égale à 0″05, valeur que j'ai déduite des observations de Gyldén, et que Chandler avait trouvée également par celles de Peters.

Le nouveau résidu est ainsi devenu $n''_2 = n'_2 + A_2$, et l'on aura, en posant $A = A_1 + A_2 + A_3$:

$$0 = n_2'' + w + A_3$$

3° Les termes du second ordre provenant de la combinaison de l'aberration annuelle et de l'aberration systématique.

Ces termes peuvent se mettre sous la forme :

$$-KK' \operatorname{tg}\delta \sin(A' - \alpha)(\cos\varepsilon \cos\alpha \cos\odot + \sin\alpha \sin\odot) \quad (***)$$

(*) *Annuaire de l'Observatoire de Belgique* pour 1890.

(**) *Monthly Notices*, 1892.

(***) *Bulletin de l'Académie des sciences de Belgique*, 1892. — Voir aussi mon *Traité des Réductions stellaires*.

K étant la constante de l'aberration annuelle, K′ la constante *réduite*, c'est-à-dire projetée sur l'équateur, de l'aberration systématique.

On remarquera que le facteur dépendant de ⊙ diffère fort peu de celui de la parallaxe. Ce dernier étant calculé par Nyrén, j'en ai fait usage pour économiser du temps.

J'ai pris $A' - \alpha = 260°$, qui correspond environ à la valeur $A = 277°$ que j'ai trouvée par les observations de Gyldén, et à celle que les astronomes modernes ont déterminée.

En faisant $\sin(A' - \alpha)(\cos\varepsilon \cos\alpha \cos\odot + \sin\alpha \sin\odot) = b$ et $KK' \operatorname{tg}\delta = y$, on aura donc à introduire dans l'équation précédente, parmi les termes dont se compose A_3, le terme by.

4° Le terme qui provient de la correction de la constante de l'aberration, et que j'appellerai ax; a est emprunté également au Mémoire de Nyrén.

5° Les termes de la nutation diurne.

J'ai mis ceux-ci en déclinaison, sous la forme :

$$\nu\,[-\sin(2L+\alpha)\Sigma_1 + \cos(2L+\alpha)\Sigma_2],$$

ν représentant le coefficient de la nutation diurne, L la longitude du premier méridien (qui passe par l'axe du moment d'inertie A de l'écorce terrestre), Σ_1 et Σ_2 les fonctions suivantes, exprimées en longitudes vraies du Soleil et de la Lune (*).

$$\Sigma_1 = -1{,}155 - 0{,}134\cos☊ + 0{,}36\cos 2\odot$$
$$+ 0{,}82\cos 2☾ + 0{,}14\cos(2☾ - ☊) - 0{,}13\cos(☾ - \Gamma^1)$$
$$\Sigma^2 = -0{,}18\sin☊ + 0{,}39\sin 2\odot$$
$$+ 0{,}89\sin 2☾ + 0{,}18\sin(2☾ - ☊)$$

Dans le calcul des observations de Peters, que Chandler a combinées par groupes de plusieurs, j'ai dû faire abstraction des termes lunaires, qui doivent être calculés pour chaque observation isolément; j'en ai tenu compte dans celles de Gyldén.

Pour éviter un trop grand nombre d'inconnues, j'ai pris, dans le calcul des observations de Peters, $L = 10^h$; d'où $\sin(2L + \alpha) = -0{,}69$, $\cos(2L + \alpha) = 0{,}71$; le coefficient ν de la nutation diurne sera donc multiplié par $c = 0{,}69\Sigma_1 + 0{,}71\Sigma_2$.

Remplaçant A_3 par les expressions 3°, 4° et 5° données ci-dessus, on aura l'équation de condition:

$$ax + by + cv + Z + n_2'' = 0$$

(*) Dans notre *Traité des Réductions stellaires*, où ces expressions ont été données pour la première fois, les arguments sont les longitudes moyennes, et les coefficients sont exprimés par leurs logarithmes. Il nous a paru plus utile et plus commode de prendre pour arguments les longitudes vraies, ce qui a l'avantage de faire disparaître les triples longitudes du Soleil et de la Lune.

§ 2.

Dans l'application des équations (I) et (II) aux observations de Peters, j'ai cru devoir supprimer celles du 20 décembre 1842 et du 18 décembre 1843, qui donnent des résidus n_1 véritablement excessifs, et accrus encore en employant, soit la formule de Chandler, soit l'équation (I).

Pour vérifier la période de cet astronome, j'ai fait deux hypothèses sur la valeur de ι, que j'ai supposé égal à 0,90 et à 0,85 par jour, ce qui correspond à des périodes de 398 jours et de 423,5 jours (*).

L'application de l'équation (I) aux quarante-deux résidus n_1 donnés par Chandler (après suppression des deux résidus excessifs mentionnés plus haut) a donné, dans les deux hypothèses faites sur la période, les nouveaux résidus n_1'' et n_1''.

Les sommes $\Sigma w n_2$ sont, si l'on adopte :

Les résidus de Peters.	26,8
Ceux de Chandler.	18,8
Les miens (398 jours)	15,8
» (423,5 jours) . . .	14,3

L'application de la seule nutation initiale donne donc un résultat bien supérieur, dans le second cas surtout, à celui de la formule de Chandler, qui renferme un terme annuel énorme, absolument empirique, et pour moi tout à fait inexplicable en théorie, à moins qu'il ne soit un effet de la température.

Indépendamment des termes de l'aberration annuelle et de la parallaxe, il existe bien un petit terme que les astronomes ont négligé dans leurs

(*) J'ai essayé la période de 398 jours parce qu'elle fait concorder parfaitement entre elles les valeurs de l'angle β, tirées de $u = -\nu \sin \beta$, $u = v \cos \beta$, qui ont été déterminées par moi, pour 1824,0, d'après les AR de la Polaire observées par F.-W. Struve à Dorpat, par Peters pour 1842,0 et par Downing pour 1872,0, d'après leurs observations de latitude.

On se demandera pourquoi j'ai adopté une période de 423,5 jours au lieu de celle de Chandler exactement ; c'est simplement dans le but d'avoir un nombre rond, 0°,85, pour la facilité des calculs. Obligé de faire tous ceux-ci par moi-même, faute de disposer des calculateurs, je ne puis négliger aucun moyen d'abréger un peu le travail, déjà très laborieux. Et c'est pourquoi aussi j'ai emprunté au Mémoire de Nyrén le coefficient de la parallaxe, quoiqu'il ne soit pas tout à fait égal à celui de mon terme de l'aberration systématique.

Il serait intéressant de recommencer ces calculs sans supposer connue la longitude L du premier méridien ; on ferait :

$$\nu \sin (2L + \alpha) = \xi,$$
$$\nu \cos (2L + \alpha) = \mu.$$

C'est ce que j'avais déjà fait en traitant les observations de Peters avant de voir le travail de Chandler, et j'avais obtenu :

$$L = 179° \text{ SE. de Poulkova}, \quad v = 0'',17$$

Cette dernière valeur, beaucoup trop forte, tient sans doute à ce que je n'avais pas introduit les corrections, mentionnées dans la présente note, dans les résidus de Peters.

formules et qui se rapproche, par la forme, de celui de Chandler : c'est le terme périodique de l'aberration systématique; mais tous ces termes sont éliminés dans la moyenne des latitudes déterminées par deux passages (supérieur et inférieur) consécutifs.

Jusqu'à présent, je ne vois donc absolument que la nutation initiale qui puisse rendre compte des résidus ainsi obtenus, et elle le fait beaucoup mieux que la formule empirique de Chandler.

L'astronomie parviendra-t-elle à établir que l'axe géographique se déplace, sous l'action de causes physiques, dans l'intérieur de la Terre. C'est là une question qui ne pourra être ultérieurement résolue que par la discussion de nombreuses et très précises observations, faites en des lieux différents en longitude de 6, 12 et 18 heures, et réduites au moyen de formules absolument correctes.

§ 3.

Dans l'application de l'équation (II), j'ai naturellement aussi fait abstraction des deux observations ci-dessus indiquées.

n_2 indique les résidus de Peters, n_2'' ceux que j'en ai déduits en les réduisant des termes du second ordre et de la parallaxe.

C'est à ces derniers que j'ai appliqué l'équation II qui m'a donné, par les moindres carrés :

Correction de la constante de l'aberration,

$$x = -0'',018,$$

ensuite :

$$y = 0,007,$$

d'où l'on déduit, puisque $y = KK' \operatorname{tg} \delta$, en prenant $K = 20'',4$, constante *réduite* de l'aberration systématique, K' = constante de la nutation diurne $\nu = 0'',16$.

Les mêmes observations avaient donné à Chandler une correction positive de la constante de l'aberration.

Celles, bien plus précises, de Nyrén, lui en ont fourni une négative $-0'',03$; de ces dernières j'ai tiré moi-même $-0'',037$. Il me semble donc certain que la valeur $20'',40$ est beaucoup plus sûre que $20'',445$.

La vitesse systématique que je déduis des observations de Peters me semble fort faible; la constante que j'en tire pour la nutation diurne me paraît trois fois trop forte.

Mais ces observations ne sont pas d'une précision suffisante pour permettre de déterminer des quantités aussi faibles.

Tous les critériums qui peuvent servir de contrôle sont néanmoins vérifiés.

Avec la parallaxe positive admise et la longitude L = 10h E. de Poulkova, nos calculs ont donné :

Une vitesse systématique positive ;

Une constante de la nutation diurne positive.

Elles ont conduit, de plus, comme les observations très précises de Gyldén, à une correction négative de la constante de l'aberration.

Un dernier critérium enfin de la certitude, je ne dirai pas des résultats numériques, mais des expressions théoriques des nouveaux termes que nous avons introduits dans les formules de réduction *(nutation diurne* et *aberration systématique)* se trouve dans la somme des carrés des résidus multipliés par les poids.

Dans les observations mêmes de Peters, rapportées par Chandler,

$$\Sigma p n^2 = 26{,}8.$$

Après avoir réduit les résidus de Peters des termes du second ordre et de la parallaxe, cette somme devient 24.

Et, pour nos derniers résidus n''_2, elle est seulement 14,3, tandis que pour ceux de Chandler (abstraction faite des deux observations supprimées), elle est 18,8.

§ 4. — Conclusions.

1° En ce qui regarde la *nutation initiale* ou eulérienne, ou, du moins, ses deux termes principaux, donnés déjà par Laplace, la période de Chandler paraît être la meilleure ; et la seule application de cette nutation donne des résultats de beaucoup supérieurs à ceux de la formule empirique de Chandler. Mais on ne doit pas oublier que l'application des équations d'Euler au mouvement des rotation de l'écorce terrestre, en tenant compte du frottement et des réactions du noyau, introduira d'autres termes dans l'expression de la nutation initiale, qui est donc encore loin d'être bien connue.

2° En ce qui concerne la *nutation diurne*, on peut admettre :

$$\nu = 0'',05 ; \quad L = 10^h \text{ E. de Poulkova} = 0^h \text{ Paris } (*).$$

Les observations en AR de la Polaire faites par Struve à Dorpat, comme celles de δ Petite Ourse et 51 Ceph., faites par Wagner à Poulkova, m'ont donné, les unes et les autres :

$$\nu = 0'',04. \qquad L = 10^h.$$

(*) Au lieu de 12h on peut prendre 0h, L n'intervenant, dans les formules de la *nutation diurne*, que sous la forme 2L.

3° On peut prendre, avec confiance, 0″,05 pour la parallaxe de la Polaire.

4° Quant à l'aberration systématique, l'AR de l'Apex A′ = 280° est bien déterminée; la vitesse systématique a besoin encore d'être déterminée à nouveau; elle est telle, toutefois, que les termes périodiques de l'aberration systématique ne sont nullement négligeables pour les circompolaires.

5° Quant à la constante de l'aberration annuelle, mal connue encore, je pense que la valeur 20″,4 approche plus de la vérité que 20″,45.

M. le Capitaine DELCROIX

École spéciale militaire de Saint-Cyr.

LA RÈGLE TOPOGRAPHIQUE

INSTRUMENT PORTATIF DE CAMPAGNE, DE VOYAGE, D'EXPLORATION ET DE RECONNAISSANCE

— *Séance du 5 août 1893* —

I. — Avant-propos.

La règle topographique de campagne (1) résout les petits problèmes relatifs à la connaissance du terrain, en forme et en position, à l'étude de la nature elle-même, à la construction et à la lecture des cartes, qui la représentent sous ses aspects les plus divers et les plus capricieux. On peut avec elle dresser un itinéraire rapide, un levé expédié ou un croquis pittoresque à l'aide d'un tableau perspectif élémentaire.

Six échelles usuelles donnent la réduction des longueurs; une échelle de pente permet d'exprimer rapidement les pentes ordinaires.

Employée avantageusement pour l'appréciation des distances de tir et des longueurs de la nature, comme statimètre vertical et horizontal, la règle permet, par une simple visée, de mesurer un angle horizontal ou

(1) Constructeur: Démichel, à Paris.

vertical ou les deux presque simultanément sans déranger l'instrument ni l'opérateur.

La règle topographique s'adresse ainsi aux officiers, aux ingénieurs, aux amateurs de voyages, de croquis et d'observations intéressantes, aux explorateurs, à toutes les sociétés de tir, de topographie et de géographie.

Avant tout, le petit instrument est simple, d'observation commode et basé sur le calcul décimal le plus élémentaire, à la portée de tous. Il tend, dans la limite de la pratique et des organes de l'homme, à vulgariser les procédés scientifiques des instruments de haut prix et de grande précision. Les dimensions d'un portefeuille de petit format lui assurent un transport facile dans la poche d'un veston ; la petite boussole-rapporteur, qu'il porte avec lui, peut tenir dans la poche-ticket.

Agent de vulgarisation scientifique, la règle topographique peut être la sauvegarde de l'officier et du voyageur.

II. — Description de l'instrument.

La règle topographique se compose de deux instruments juxtaposés : la règle topographique et la Boussole-rapporteur.

La figure 1 donne une vue de côté en plan vertical.

La figure 1 *bis* donne une vue en plan horizontal.

La figure 2 donne une vue de face en plan vertical.

La *règle topographique* se compose d'une règle plate (R) dont les côtés sont taillés en biseau. Sur ses côtés (r_1 r_2), sont gravées deux échelles triples donnant des échelles multiples l'une de l'autre (20.000^{ième}, 40.000^{ième}, 80.000^{ième}), d'une part, de l'autre, les échelles (métrique 10.000^{ième}, 100.000^{ième}).

Sur le bord d'arrière E, également biseauté, est gravée l'échelle des écartements de courbes, proportionnels aux pentes ordinaires de 1 à 10 centièmes (projections des lignes de plus grande pente) ; pour l'équidistance usuelle de $\frac{0,001}{4}$ de la carte de France et cartes topographiques en général (cotangentes).

Sur la partie avant de la règle est encastré un niveau sphérique à l'usage de la planchette.

Sur le grand axe de l'appareil se trouve la ligne de visée expédiée, déterminée par une ligne de mire, constituée elle-même par le cran de mire (C) et le guidon (G).

A cheval, sur le grand axe de la règle et en avant se dresse une *pinnule oculaire* (PO), montée à charnière, de façon à pouvoir se rabattre pendant le transport. La couleur variable des yeux et le point lumineux de l'œil pouvant amener des erreurs d'observation, au centre de l'oculaire, il a été substitué à la prunelle de l'homme une prunelle en cuivre un peu plus petite, percée d'un visuel (V). La prunelle humaine peut ainsi déborder légèrement pour bien

centrer le rayon visuel. Le visuel est assez petit pour assurer la visée et assez grand pour embrasser le champ du miroir.

A une distance de 100 millimètres de la pinnule oculaire, et parallèlement à son plan, est suspendu dans un portique vertical un *miroir perpendiculaire translucide* en verre platiné, quadrillé en millimètres, sur lequel sont marqués deux axes perpendiculaires et disposés de telle manière que l'axe horizontal du miroir et l'axe horizontal de la pinnule forment un plan exactement

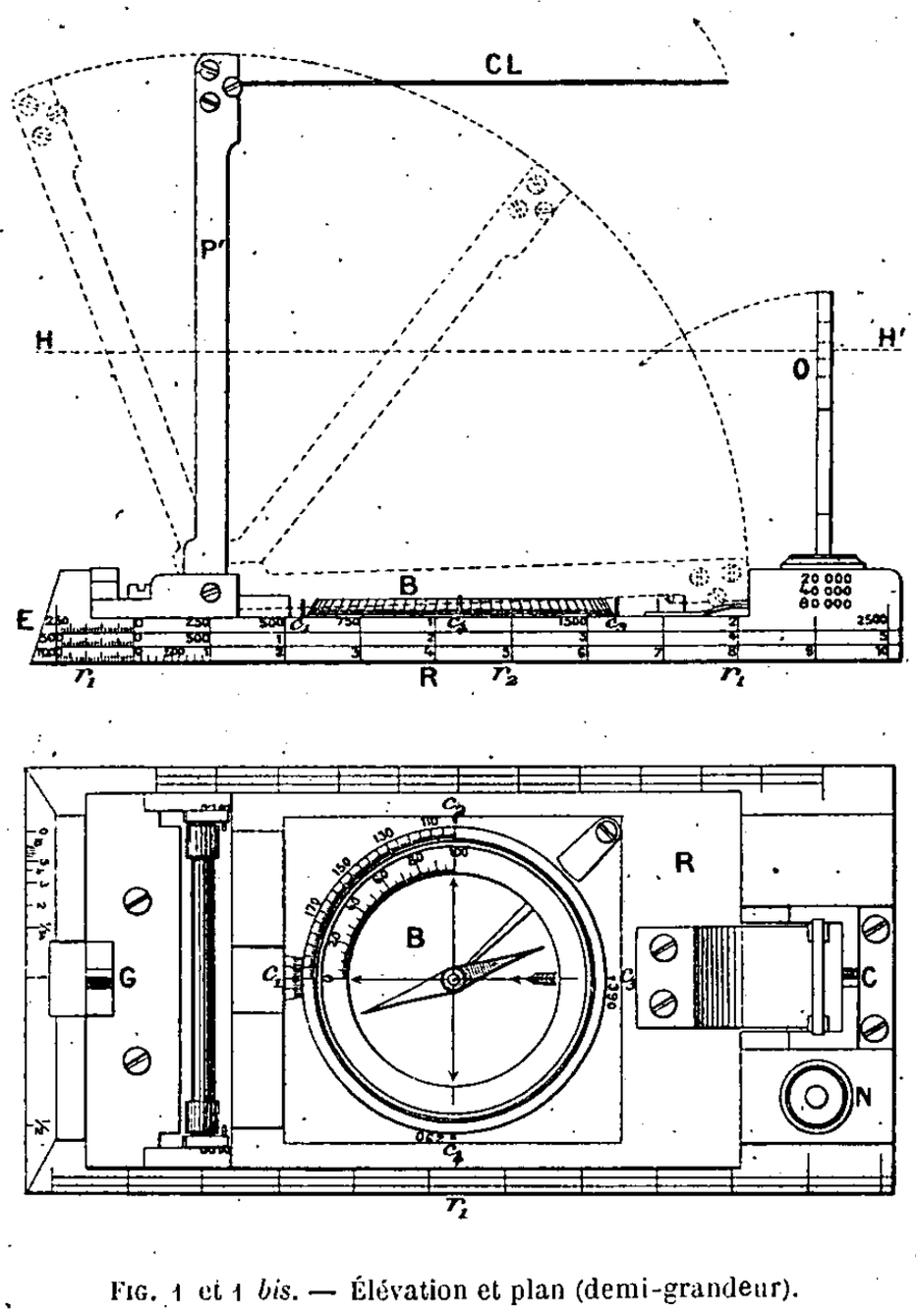


FIG. 1 et 1 *bis*. — Élévation et plan (demi-grandeur).

parallèle au plan inférieur de la règle. Les divisions sont lues à droite et à gauche de la glace, au-dessus et au-dessous de l'axe horizontal.

Le portique vertical est monté à charnière et à crémaillère afin qu'il puisse être rabattu pour le transport et prendre diverses inclinaisons.

L'inclinaison en avant, à 45° ou 50 grades, obtenue par la crémaillère et un rempart de la règle, donne une image droite et redressée de la boussole ; dans ce cas, l'appareil est à hauteur de l'œil, prenant la ligne de mire.

L'inclinaison variable en arrière permet de faire les visées rapides à cheval ou à pied, sans lever l'appareil à hauteur des yeux. On tourne l'appareil bout pour bout ainsi que le zéro de la graduation de la boussole, la règle restant dans la main gauche à hauteur de la poitrine ; on reçoit sur les axes superposés du miroir et de la pinnule réfléchie, l'image de l'objet visé (visée par réflexion).

Un couvre-lumière en laiton noirci sert d'écran aux rayons lumineux verticaux pendant les observations et protège la glace pendant le transport.

Une *boussole-rapporteur* d'angles (B), à limbe rectifiable, placée entre deux glaces transparentes, est encastrée axe sur axe dans la règle ; elle est graduée de préférence en grades ou degrés centésimaux, division décimale du cercle, afin de simplifier les calculs.

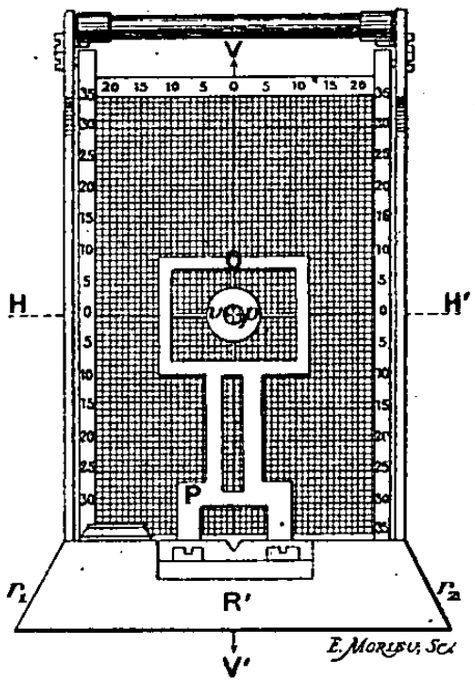


FIG. 2. — Vue de face.

Sur la glace supérieure sont tracées à angle droit deux flèches d'alignement.

Quatre petits repères ou colonnettes ($c, c_2 c_3 c_4$), conservateurs des axes rectangulaires, permettent de placer le zéro ou une graduation quelconque sur la ligne de mire.

L'aiguille de la boussole peut être immobilisée dans une position quelconque à l'aide d'un dispositif à levier, à double courbure et à loquet, et cela, avec un déplacement presque nul. On tend ainsi à enregistrer les angles avec une erreur minima. La graduation est lue par coïncidence et superposition entre la division et la pointe bleue de l'aiguille dans un plan vertical ; à cet effet, l'aiguille a été placée un peu au-dessous de la graduation, afin de forcer l'observateur à plus d'exactitude dans la lecture de l'angle.

La boussole peut être facilement retirée de son encastrement et employée seule exclusivement pour les observations planimétriques élémentaires.

III. — TOPOGRAPHIE

A. — *Mesure des angles horizontaux. — Report des distances (planimétrie.)*

On peut employer trois plans de visée suivant le cas :

1° Le plan de *visée expédiée* (cran de mire et guidon).

2° Le plan de *visée par réflexion* (appareil renversé).

3° Le plan de *visée normale* constitué par les axes verticaux de la pinnule oculaire et du miroir perpendicule translucide (visuel et miroir).

A) Usage de la boussole.

Les angles horizontaux, qu'on appelle aussi azimuts, sont mesurés dans le plan horizontal de l'aiguille aimantée, par rapport au méridien magnétique ou géographique, ou un méridien quelconque pris comme origine des angles.

Les directions à tracer peuvent être observées ou rapportées de différentes manières :

1° Par leur tracé direct sur le levé, la planchette ou la carte, le long des lignes de foi de l'appareil qui servent de règle-alidade.

2° En faisant la lecture de l'angle dans le miroir incliné à 50 grades

ou 45 degrés. Dans ce cas, inhérent au levé rapide ou de reconnaissance, on ne dérange pas la visée et on simplifie la manipulation. Si on veut enregistrer l'angle, l'image de la boussole permet de surveiller les oscillations de l'aiguille, pour l'arrêter au moment voulu.

3° Automatiquement par l'arrêt de l'aiguille, enregistrant l'angle lui-même, dès que l'aiguille est immobile; on fait coïncider par superposition l'axe de l'aiguille et la trace de la directrice ou du méridien pris comme origine et on trace l'angle le long de la ligne de foi.

4° En faisant la lecture de l'angle sur la boussole.

Ces deux dernières façons d'opérer peuvent être effectuées avec la boussole seule; on vise, dans ce cas, avec la flèche, les colonnettes ou encore avec l'un des côtés.

Pour régler la boussole, il suffit de déplacer le zéro de la graduation de l'arc mesurant la déclinaison du lieu d'observation, pour rapporter les angles au méridien du lieu ou à un méridien quelconque.

La boussole est graduée de manière à supprimer l'emploi du rapporteur.

Pour diminuer les oscillations de la boussole à cheval, en canot, en voiture, l'aiguille serait noyée dans un liquide à base de glycérine.

B) Usage du miroir perpendicule.

On peut se passer de la boussole pour mesurer les angles horizontaux en se servant du plan horizontal perpendiculaire au plan de visée normale, et passant par l'axe horizontal du miroir. On prend pour origine des angles la ligne de visée horizontale formée par les centres du miroir et de la prunelle.

Les angles sont alors exprimés par leur inclinaison sur l'axe origine en centièmes $\left(\frac{1}{100}\right)$ de la distance des deux centres, précisément égale à 100 millimètres (tangentes).

D'un seul mouvement, on ne peut mesurer que des angles d'amplitude moindre que la demi-largeur du miroir. Cependant, pour permettre à l'observateur de faire un tour d'horizon complet, la largeur du miroir a été déterminée d'après la longueur du côté du polygone régulier circonscrit de quatorze côtés au cercle horizontal de 100 millimètres de rayon ($45^{mm},65$).

Le champ d'observation est donc de 22 à 23 centièmes à droite et à gauche ($22^{mm},82$ exactement), si l'on fait l'observation à un cinquième ou un quart de millimètre près, ce que l'on peut obtenir à la vue simple.

L'amplitude de l'observation est ainsi d'environ 28,5 grades ou 25 degrés. En quatorze évolutions liées les unes aux autres, on achèverait la révolution complète du tour d'horizon.

En bornant l'observation à environ 20 millimètres à droite et à gauche, exactement à $19^{mm},50$, il faudrait seize évolutions correspondant

au polygone régulier circonscrit de seize côtés pour achever le tour d'horizon, huit par demi-tour d'horizon de 180 degrés ou 200 grades (quatre par angle droit). Par la répétition des opérations, on peut obtenir de nombreuses vérifications.

C) Report des distances.

Pour reporter les distances horizontales ou les longueurs mesurées, on fait usage des échelles inscrites sur les biseaux et l'on rapporte aussitôt les longueurs réduites à l'échelle voulue. Les talons des échelles donnent l'approximation inhérente à l'échelle, en prenant pour limite d'approximation graphique le quart de millimètre.

L'échelle individuelle du pas de l'homme, du cheval, les échelles de temps, horométriques, horokilométriques du locomoteur employé, peuvent être collées utilement ou exécutées sur le dessous des biseaux de la règle qui porte une instruction sommaire.

B. — *Mesure des angles verticaux et des différences de niveau. — Nivellement.*

La mesure des angles verticaux donnée par la règle topographique est basée sur le principe suivant :

Si un miroir est perpendicule, l'axe optique déterminé par les centres optiques de l'œil et de son image est une horizontale parfaite.

Cette ligne et le plan horizontal déterminé par ses perpendiculaires (axes horizontaux de l'oculaire et du miroir) serviront d'origine aux angles verticaux. Au-dessus de cet horizon bien déterminé, on lira les pentes ascendantes positives, au-dessous les pentes descendantes négatives. Les rayons visuels atteignent les objets à travers le miroir perpendicule translucide et l'œil fait la lecture des pentes en centièmes de la distance qui sépare le visuel du miroir (tangentes des angles observés).

Le calcul des différences de niveau par la petite formule $\left(k \times \frac{n}{100}\right)$ nous donne en centimètres le résultat cherché (K désignant la distance et n le nombre de centièmes lus).

Dans la manipulation expédiée, on tient l'instrument dans la main gauche ouverte, entre le pouce et les quatre doigts, à hauteur des yeux, le bord gauche de la règle contre la joue droite, dans l'angle du nez, l'œil collé au visuel : le coude appuyé au corps assure l'indépendance de la main droite. Celle-ci, saisissant l'appareil entre la pouce et l'index, augmente l'équilibre et la stabilité; elle établit les dernières oscillations régulières du perpendicule, jusqu'à l'immobilité suffisante pour faire la lecture.

La moyenne de la vue distincte étant un peu plus grande que 10 centimètres et plus petite que 15 centimètres; il a été déterminé un miroir moyen terme entre la vue des myopes, qui demanderait le quadrillage du

tain lui-même, et la vue des presbytes, qui demande un quadrillage derrière le miroir. Le quadrillage de 5 en 5 a été fait sur le tain et le quadrillage en millimètres sur le revers. On a ainsi obtenu une sorte d'équilibre moyen entre le pouvoir réfléchissant et le pouvoir translucide, de manière à faciliter beaucoup la lecture des observations.

On peut, avec l'instrument, mesurer des angles verticaux jusqu'à 35 ou 40 0/0 de pente, limite suffisante même en pays accidenté. Cependant, dans des cas particuliers, le miroir serait agrandi et la pinnule montée à rallonge pour des observations en pays de hautes montagnes, ou pour des observations astronomiques élémentaires. Le miroir serait alors en verre coloré de divers tons. Les divers miroirs seraient, d'ailleurs, interchangeables grâce au mode de construction adopté. L'appareil est construit également sur 150 pour les vues longues.

IV. — Télémétrie.

Statimètre vertical et horizontal.

La règle topographique est une stadia du premier genre, verticale ou horizontale, dans laquelle on prend pour base connue la hauteur d'une mire, d'un homme, d'un cavalier, d'un clocher. On lit le nombre de millimètres couverts par la base, et il suffit de multiplier cette base par 100 : ce produit, divisé par le nombre de millimètres lus, donne la distance cherchée. Ce calcul simple, à la portée de tous, résulte de la division du miroir en centièmes : $x = \frac{B \times 100}{n}$.

Le statimètre horizontal peut être aussi avantageusement employé; les bases horizontales peuvent être choisies plus grandes, elles sont plus saisissables; il est souvent plus facile d'en déterminer la valeur, mais il faut éviter avec elles des erreurs de direction. Même formule $x = \frac{B \times 100}{n}$.

V. — Croquis pittoresque.

Réduction des angles à l'horizon.

Le miroir translucide forme un tableau de perspective plane dont le point de vue est à 10 centimètres du centre de ce tableau. On peut établir deux axes rectangulaires représentant ceux du tableau et rapporter à ces deux axes les divers points de la nature. On lit les écartements (abscisses) et

les hauteurs (ordonnées) dans la glace en millimètres ; on les porte ensuite à leur place par rapport aux deux axes.

On peut amplifier les résultats dans un quadrillage dix fois plus grand, en centimètres par exemple, pour placer ensuite chaque point à sa position relative. On ajoute ensuite les ombres et lumières à la main, pour parfaire le croquis, le profil ou la silhouette.

Pour réduire d'une façon expédiée les angles à l'horizon, il suffit de prendre les écartements ou abscisses sur l'angle horizontal et de joindre ensuite au point de vue à 10 centimètres les points trouvés.

VI. — APPLICATIONS USUELLES DE L'INSTRUMENT.

A. — *Sur la carte :*

1° Orienter la carte.
2° Mesurer un angle sur la carte.
3° Rapporter une direction.
4° Mesure et report des distances.
5° Apprécier et exprimer les pentes. Tracé et rétablissement des courbes de niveau.
6° Compléter et reviser la carte. Tracé d'étude sur la carte.

B. — *Sur le terrain :*

1° Trouver l'orientation d'une direction.
2° Marcher de jour ou de nuit dans une direction donnée ou dans une direction parallèle.
3° Établir ou jalonner de jour ou de nuit une direction perpendiculaire à une direction donnée.
4° Trouver sa position, faire le point. Problèmes de la carte.
5° Passer rapidement de la carte au terrain et réciproquement pour le tracé rapide d'une ligne brisée.
6° Petits levés auxiliaires à l'équerre, par abscisses et ordonnées et par rayonnement.
7° Distances de levé.
8° Nivellement direct expédié.
9° Filer une courbe horizontale ou la lever par points.
10° Mesure des pentes, d'une direction, d'une route, d'un terrain.
11° Distances de tir au stadimètre, à la boussole et au miroir.
12° Tir incliné. Pentes de tir.

13° Service de reconnaissances. Croquis pittoresque. Réduction des angles à l'horizon.

Nota. — Un carnet quadrillé sera joint à l'instrument pour résoudre graphiquement les petits problèmes dont la solution est donnée par la règle topographique.

M. Ch.-V. ZENGER

Professeur à l'École Polytechnique de Prague.

L'OBJECTIF SYMÉTRIQUE ET APOCHROMATIQUE

— Séance du 7 août 1893 —

Jusqu'ici il était impossible de rapprocher assez l'achromatisme des lentilles télescopiques, microscopiques et photographiques de l'achromatisme absolu des miroirs, pour que ces lentilles puissent servir à la fois à l'observation oculaire et à la photographie. L'apochromatisme moderne ne marque qu'une étape pour atteindre ce but, et on n'est pas encore arrivé à la solution du problème de la construction des lentilles aplanétiques qui s'appliqueraient, comme les miroirs, à la fois à la vision microscopique et télescopique et à la photographie.

En me rappelant la construction de l'œil humain, comme modèle pour la solution de ce problème, — car l'œil humain, dépourvu de la rétine, donne des images tout à fait planes et nettes, optiques et photographiques, — j'étais conduit à supposer que cette qualité du système de lentilles de l'appareil visuel est due aux degrés de la correction chromatique, qu'on peut atteindre avec des milieux à la fois réfringents et dispersifs, comme ceux qui constituent l'appareil dioptrique de notre œil.

Le plus grand progrès fait récemment dans la construction des lentilles photographiques, par M. Abbe, a trait à la correction de l'astigmatisme des lentilles photographiques. M. Abbe a montré que la différence des indices de réfraction de deux milieux réfringents, qui entrent dans la construction, doit être nulle ou positive, tandis qu'elle était toujours négative pour les constructions en crown et flint, parce que la différence est : $n - n_1 < 0$, les verres crown étant les moins réfringents.

Or, c'est ce qu'on observe pour les milieux réfringents du système des lentilles dans l'œil humain, cette différence étant sensiblement zéro, les indices de réfraction étant très faibles et très peu différents de celui de l'eau. La dispersion est également minime et sensiblement la même pour les trois lentilles composant la partie dioptrique de l'œil.

Pour imiter ces conditions de correction, pour obtenir à la fois l'achromatisme absolu et l'astigmatisme amoindri, je suis tombé sur l'usage de verres de crown des plus faibles réfraction et dispersion.

En tâchant de suivre ainsi les faits de la nature, j'ai choisi des verres de crown qui ont sensiblement le même indice de réfraction pour la raie $\mathfrak{D}$ de Frauenhofer, et un pouvoir dispersif très peu différent, ce qui nous fournit ces deux avantages précieux :

1° Que l'aberration chromatique à corriger est minime ;

2° Qu'on peut appliquer deux lentilles convexes et concaves du même rayon de courbure et de la même épaisseur, donc de la même longueur focale.

On sait qu'on peut considérer chaque lentille comme un système de prismes du même angle réfringent et disposés symétriquement autour de l'axe optique de la lentille.

En combinant deux prismes de mêmes angles réfringents en direction opposée, on obtient l'apochromatisme ou l'achromatisme absolu si les milieux réfringents jouissent aussi de la même dispersion partielle relative dans toute l'étendue du spectre. C'est ce que j'ai tâché de réaliser dans mon *objectif symétrique apochromatique*.

Pour montrer à l'évidence la possibilité, il suffit de faire usage de la formule approximative pour l'achromatisme de deux lentilles dans l'axe optique, si l'astigmatisme est assez corrigé par le choix de deux verres de crown entrant dans la construction.

Nous avons l'équation pour l'aberration chromatique angulaire dans l'axe optique d'une lentille convexe et d'une autre concave homofocale :

$$d\psi = \left\{ \frac{dn}{n-1}\frac{1}{p} - \frac{dn_1}{n_1-1}\frac{1}{q}\frac{b^2}{p^2} \right\} \frac{p}{b}\, x, \qquad (1)$$

où $\frac{dn}{n-1} = \omega$ est le coefficient de dispersion, p et q sont les longueurs focales, b la distance de l'image focale de la lentille concave et x l'ouverture moyenne de la première lentille plano-convexe. Parce que : $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{b} - \frac{1}{q}$, où β est la distance de l'image formée par la deuxième lentille, nous avons :

$$\frac{b}{\beta} = 1 - \frac{b}{q}; \qquad \frac{b}{q} = 1 - \frac{1}{m} = \frac{m-1}{m};$$

où m signifie l'agrandissement de l'image focale produite par la deuxième lentille concave.

Supposons $p = -q$, nous obtenons :

$$d\psi = \left\{ \frac{\omega}{p} - \frac{\omega'}{q}\left(\frac{m-1}{m}\right)^2 \right\} \frac{m}{m-1} x = \left\{ 1 - \frac{\omega'}{\omega}\left(\frac{m-1}{m}\right)^2 \right\} \frac{m\omega}{m-1} \frac{x}{p}.$$

La condition de l'achromatisme devient :

$$0 = 1 - \frac{\omega'}{\omega}\left(\frac{m-1}{m}\right)^2, \qquad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\omega}{\omega'}} = \frac{m-1}{m}. \qquad (3)$$

En faisant l'agrandissement de l'image : $m = \dfrac{1}{1 - \sqrt{\dfrac{\omega}{\omega'}}}$, on obtient donc l'achromatisme de deux lentilles homofocales qui, au contact, ne donneraient aucune image, et on peut faire usage de la séparation de deux lentilles pour obtenir l'image tout à fait apochromatique par le choix indiqué plus haut de verres de crown.

L'aberration sphérique ne doit pas dépasser non plus une certaine limite, par exemple $d\varphi = 1''$ d'arc. Elle se trouve par la formule :

$$d\varphi = \frac{mx^3}{4p^3}\left\{ \mu\lambda - \mu'\lambda'\left(\frac{m-1}{m}\right)^4 + \frac{\mu'\nu'}{m}\left(\frac{m-1}{m}\right)^2 \right\} \qquad (4)$$

En choisissant des lentilles plano-convexes et concaves, les facteurs $\mu\lambda$ et $\mu'\lambda'$, qui sont des fonctions de l'indice de réfraction et de la forme des lentilles sphériques, égalent sensiblement l'unité; plus m est grand, plus la valeur de $\dfrac{m-1}{m}$ se rapproche de l'unité; tandis que le facteur $\dfrac{\mu'\nu'}{m}$ se rapproche de zéro, $\mu'\nu'$ étant très près de 0,2 pour des lentilles crown. On peut donc mettre $\dfrac{\mu'\nu'}{m}\left(\dfrac{m-1}{m}\right)^2 = 0$ et $\mu\lambda = \mu'\lambda' = 1$, ce qui donne :

$$d\varphi = \frac{mx^3}{4p^3}\left(1 - \left(\frac{m-1}{m}\right)^4\right) = \frac{m}{4}\left(\frac{x}{p}\right)^3\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2\right).$$

Pour deux verres de crown de Iéna, nous avons :

$\mathfrak{D} = 1.5159$, $\omega = 1/70$; $\mathfrak{D}_1 = 1.5160$, $\omega' = 1/57{,}2$, ce qui donne :

$\frac{m-1}{m} = \sqrt{\frac{57{,}2}{70{,}0}} = \sqrt{0{,}817}$, d'où vient : $m = 14{,}97$; $\beta = 13{,}97p$

et $d\varphi = \frac{14{,}97}{4}\left(\frac{x}{R}\right)^3(1 - 0{,}817) = 0{,}6475\left(\frac{x}{p}\right)^3$; pour l'aberration sphérique angulaire d'une seconde d'arc, on trouve :

$$\frac{x}{p} = 1{,}9563 \times 10^{-2},$$

ce qui donne l'ouverture admissible de la lentille : $2x = 3{,}9126 \times 10^{-2}$, ou sensiblement l'ouverture relative de : $\frac{2x}{p} = 0{,}04 = 1/25$, c'est-à-dire très près de l'ouverture relative des objectifs photographiques de paysages.

Comme les miroirs argentés ne donnent pas des images astigmatiques et ne réfléchissent pas les rayons actiniques violets et ultraviolets, on voit toute l'importance de la construction de ces objectifs symétriques apochromatiques pour la vision et la photographie des parties ultra-violettes de spectres stellaires et autres en construisant les lentilles en quartz. Car la formule montre qu'on peut même faire $\omega = \omega'$, et qu'on trouve :

$$d\psi = \left\{1 - \frac{q}{p}\left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right\}\frac{m}{m-1}x = 0, \qquad (5)$$

$$\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{m-1}{m}; \qquad (6)$$

plus m devient grand, plus les longueurs focales de deux lentilles de cristal de roche deviennent égales ; mais comme le cristal de roche a la dispersion encore moindre que les verres crown léger, on peut simplement construire pour la spectroscopie et la spectrophotographie les objectifs avec deux lentilles homofocales de quartz, l'une plano-convexe et l'autre plano-concave, car nous aurons :

$d\psi = \frac{1}{69} \times 0{,}01963\left\{1 - \left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right\}\frac{15}{14}$, soit $m = 15$ fois, nous aurons :

$d\psi = 0{,}0000305\left\{1 - \left(\frac{14}{15}\right)^2\right\} = 0{,}0000305 \times 0{,}1208 = 0{,}00000360 = 0''{,}8.$

M. Pierre LESAGE

Docteur ès sciences, Préparateur à la Faculté des Sciences de Rennes.

SUR LA DIFFUSION DE LA VAPEUR D'EAU D'UNE ATMOSPHÈRE LIMITÉE DANS UNE ATMOSPHÈRE ILLIMITÉE

— *Séance du 7 août 1893* —

Depuis quelque temps je fais des expériences que je cherche à appliquer à la physiologie végétale pour ce qui concerne l'absorption et la transpiration des plantes. Parmi ces expériences j'en trouve deux séries qui me paraissent de nature à intéresser les physiciens.

I. — Je m'étais proposé de considérer deux atmosphères, l'une limitée et saturée d'humidité, l'autre illimitée et non saturée d'humidité, reliées entre elles par un canal de longueur variable ; puis de chercher le rapport qu'il y a entre la longueur du canal et la vitesse de diffusion ou plutôt d'évacuation de la vapeur d'eau de la première atmosphère où elle se renouvelle, vers la seconde où elle se perd par absorption au moyen de matières avides d'eau ou par dispersion dans un milieu illimité.

Il était à prévoir que la vitesse serait la plus grande par le canal le plus court, à égalité de section.

J'ai voulu le vérifier en prenant pour atmosphère limitée l'intérieur de flacons à moitié remplis d'eau et communiquant avec l'extérieur, atmosphère externe illimitée, par des tubes de même diamètre, $5^{mm},5$, mais de longueurs différentes, égales à 20, 40, 60, 80, 100 millimètres. J'ai pesé ces flacons, ensuite je les ai placés dans les mêmes conditions de température, d'état hygrométrique et de pression du milieu extérieur. Après un certain temps, une nouvelle pesée m'a donné les pertes d'eau. Plusieurs opérations de ce genre m'ont convaincu qu'il y avait des différences marquées entre les cinq termes et que ces différences conservaient le même sens.

La quantité d'eau perdue par les flacons va en diminuant quand la longueur du tube augmente.

Ces cinq flacons étaient disposés de façon que la partie inférieure du tube fût partout à la même distance de la surface du liquide. J'avais mis

en observation deux autres flacons qui ne présentaient plus cette disposition. Les tubes, au lieu de sortir des flacons y étaient enfoncés de manière à rapprocher leur extrémité inférieure de la surface évaporante. L'allure de ces flacons a été telle que j'ai cru devoir chercher si ce rapprochement n'avait pas une influence notable sur la vitesse d'évacuation.

II. — J'ai pris trois tubes à insectes de même diamètre (16 millimètres) et de même hauteur (115 millimètres); j'y ai mis 10 centimètres cubes d'eau distillée ; j'ai fermé avec un bouchon de liège de 20 millimètres de haut et luté à la paraffine. Ce bouchon, percé en son milieu, maintenait un tube de 5 millimètres de diamètre, de 60 millimètres de long dans les trois cas, mais dépassant le tube à insectes de 40 millimètres (n° 1), de 20 millimètres (n° 2), de 0 millimètre (n° 3). Ces trois termes ne différaient donc entre eux que par la distance, à la surface de l'eau, de l'extrémité inférieure des tubes étroits.

J'ai mis ces appareils en observation pendant huit jours avec un vase contenant de l'acide sulfurique, sous une cloche reposant sur un plan de verre dépoli, de manière que l'extrémité libre des tubes étroits fût à égale hauteur au-dessus de l'acide sulfurique et à la même distance du vase. Des pesées faites avant et après m'ont donné les pertes d'eau indiquées dans ce tableau.

	PREMIÈRE PESÉE	DEUXIÈME PESÉE	PERTE D'EAU
N° 1	31gr,154	31gr,067	87 milligrammes.
N° 2	30gr,426	30gr,334	92 —
N° 3	30gr,574	30gr,476	98 —

Dans une nouvelle expérience qui a duré neuf jours, j'ai pris une disposition qui m'a permis de produire sous la cloche, avec la pompe à air, une dépression variant de 520 millimètres à 700 millimètres et de renouveler quatre-vingt-dix-sept fois cette dépression. Ceci avait pour but de hâter l'évaporation de l'eau, non par la dépression elle-même qui, comme nous le savons, n'augmente que de très peu la tension de la vapeur d'eau, mais par le renouvellement répété de cette dépression, renouvellement qui enlevait à chaque fois une certaine quantité de vapeur d'eau à l'atmosphère de la cloche.

Remarquons que les conditions de température, de pression et d'état hygrométrique de cette atmosphère, tout en variant, restaient à chaque instant les mêmes pour les trois termes comparés.

Voici les chiffres de cette nouvelle expérience (1) :

	DEUXIÈME PESÉE	TROISIÈME PESÉE	PERTE D'EAU
N° 1	31gr,067	30gr,526	541 milligrammes.
N° 2	30gr,334	29gr,780	554 —
N° 3	30gr,476	29gr,879	596 —

Les deux expériences sont concordantes et montrent que *la vitesse d'évacuation de la vapeur d'eau va en augmentant quand la distance de la surface de l'eau à l'extrémité inférieure du tube étroit va en diminuant.*

Des expériences parallèles ont été faites avec de l'alcool ordinaire en plaçant les tubes à insectes au milieu d'une chambre. Les différences, bien que moins accusées, sont encore de même sens.

Revenons aux expériences sur l'eau. Dans la deuxième série, deuxième expérience, le n° 3 perd 55 milligrammes de plus que le n° 1. Ceci correspond à un excès moyen de $0^{mgr},254$ à l'heure. La distribution de la vapeur d'eau dans le tube à insectes, à atmosphère interne cependant très limitée, présente donc des différences appréciables sur une longueur de 4 centimètres. Là se trouve toute l'importance de ces expériences qui n'ont pas été faites, à ma connaissance du moins. C'est ce qui m'engage à les publier.

En résumé, si nous considérons deux atmosphères réunies par un canal étroit, l'une limitée et reposant sur de l'eau, l'autre illimitée et non saturée d'humidité :

1° *Il y a passage de la vapeur d'eau de la première dans la deuxième atmosphère;*

2° *Le canal ayant un diamètre constant, la vitesse d'évacuation de la vapeur diminue quand la longueur du canal augmente;*

3° *Le canal ayant même diamètre et même longueur, cette vitesse diminue quand la distance de l'entrée du canal à la surface de l'eau évaporante augmente.*

(1) Les pesées indiquées dans les deux tableaux ont été faites au Laboratoire de physique de la Faculté des Sciences de Rennes.

M. Ch. FERY

Chef des travaux pratiques à l'École de Physique et de Chimie de Paris.

ÉTUDE DES RÉACTIONS CHIMIQUES DANS UNE MASSE LIQUIDE AU MOYEN DE L'INDICE DE RÉFRACTION

— *Séance du 9 août 1893* —

I

Lorsqu'on prend l'indice de réfraction d'un *mélange* de liquides, on peut appliquer sensiblement une règle de proportionnalité (règle d'alliage), et écrire que l'indice du mélange est la moyenne arithmétique des indices des composants.

L'indice d'un mélange de A parties d'un premier liquide d'indice n_1, avec B parties d'un liquide d'indice n_2, sera :

$$N = \frac{An_1 + Bn_2}{A + B}.$$

Cette loi n'est qu'approximative, mais elle permet cependant, dans certains cas, de faire connaître la composition centésimale d'un mélange de deux liquides, connaissant l'indice de chacun d'eux.

Appelons y l'indice du mélange, x le volume du corps d'indice n_1 et V le volume total, on aura :

$$y = x\left(\frac{n_1 - n_2}{V}\right) + n_2 \qquad (1)$$

C'est l'équation d'une droite de coefficient angulaire $\frac{n_1 - n_2}{V}$ et d'ordonnée à l'origine n_2 (*).

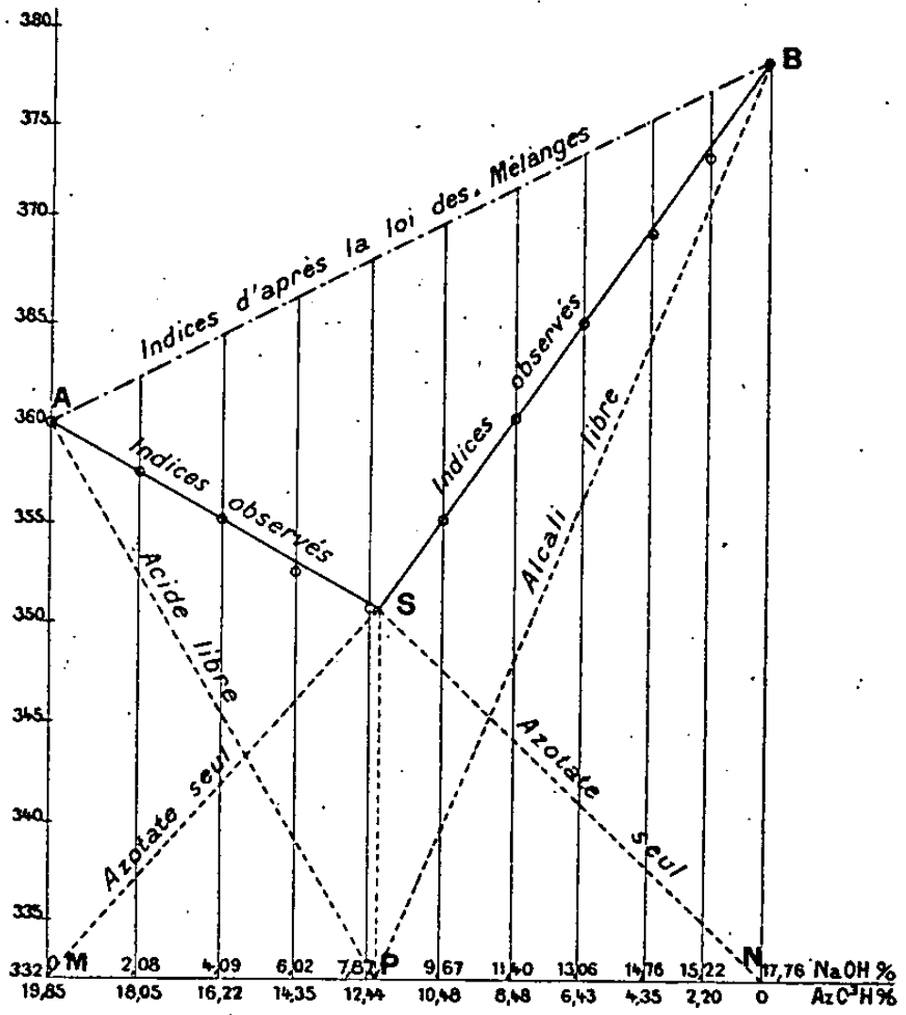
(*) Ceci n'est absolument vrai que dans un très petit nombre de cas; la plupart des mélanges donnent lieu à des variations de volume, mais elles sont généralement assez faibles pour qu'on puisse confondre la courbe obtenue avec une droite.

II

Je me suis demandé quelle serait la fonction représentative du phénomène dans le cas de deux liquides pouvant *réagir* l'un sur l'autre. L'exemple le plus simple m'a semblé être fourni par la réaction d'un acide monobasique sur un alcali :

$$AzO^3H + NaOH = AzO^3Na + H^2O.$$

Une série de mélanges renfermant sous le même volume total des quantités croissantes d'acide et décroissantes d'alcali ont été préparés.



Les indices de ces différents mélanges ont été observés, et on a de plus calculé pour chacun d'eux l'indice donné par la formule (1).

Les différences entre les indices observés et calculés pour quelques-uns des mélanges sont très notables et bien au-dessus des erreurs possibles de mesure ; elles atteignent 4,6 0/0 de la grandeur mesurée, l'erreur possible due à l'appareil n'étant que de 0,13 0/0 (*).

Si on représente graphiquement l'allure de la réaction, on voit que le phénomène est représenté *(fig. 1)* par deux droites qui se coupent au

(*) Le réfractomètre employé a été décrit au Congrès de Pau, Section de Physique, séance du 19 septembre 1892.

point exact de la saturation. (Afin de diminuer la hauteur du graphique on a porté en ordonnées (n — 1) au lieu de n.)

On peut, en effet, considérer les liquides compris entre les points A et S comme des mélanges de sel et d'acide en excès, et leur appliquer la formule précédente ; il en serait de même pour les points compris entre S et B, renfermant le sel avec un excès d'alcali.

Les acides contenant deux molécules d'hydrogène remplaçables par un métal fournissent dans les mêmes conditions trois droites et deux points anguleux correspondant aux deux séries de sels ; tel est l'acide sulfurique où on retrouve très nettement le sulfate acide SO^4KH et le sulfate neutre SO^4K^2.

Les acides tribasiques donnent de même trois points anguleux produits par 4 droites ; ces points répondent aux trois genres de sels. L'expérience a été réalisée sur l'acide ortho-phosphorique.

Des résultats identiques sont fournis par la décomposition des sels ; la réaction :

$$AzH^4Cl + KOH = KCl + AzH^4OH$$

est également indiquée par une brisure.

Il en est de même si le sel est décomposé par un acide plus puissant que celui qui le constitue :

$$C^2H^3O^2Na + HCl = C^2H^3O^2H + NaCl.$$

Enfin, le même procédé m'a permis d'étudier les combinaisons qui se produisent si fréquemment dans l'acte de la dissolution entre le corps dissous et le solvant.

Si l'on construit, par exemple, la courbe des indices des solutions d'acide sulfurique en fonction de leur pour cent en poids de SO^4H^2, on obtient une ligne brisée dont les quatre points anguleux correspondent aux mélanges présentant la composition moléculaire suivante :

$$SO^4H^2, 4H^2O ; \quad SO^4H^2, 2H^2O ; \quad SO^4H^2O, 1{,}5H^2 ; \quad SO^4H^2, H^2O.$$

Plusieurs de ces hydrates ont déjà été indiqués par d'autres procédés. La plupart des corps minéraux ou organiques donnent des particularités analogues en se dissolvant.

Il y a là un procédé qui pourra peut-être rendre quelques services dans l'étude des réactions difficiles à aborder par les procédés ordinaires de l'analyse chimique.

M. BUISSON

Chimiste, à Évreux.

DOSAGE DE L'ALCALINITÉ LIBRE DANS LES PRODUITS COLORÉS DE SUCRERIES

— *Séance du 9 août 1893* —

Les produits de sucreries (masses cuites, deuxième et troisième jets, mélasses), pour être conservés le temps nécessaire à l'extraction du sucre, doivent être alcalins. Cette alcalinité doit être obtenue au moyen d'alcalis non carbonatés. Le dosage de cette alcalinité libre présente donc pour le fabricant de sucre un intérêt considérable.

Les méthodes de dosage de l'alcalinité libre existant dans les produits colorés de sucreries, proposées jusqu'à ce jour, sont pour la plupart inexactes ou d'un emploi très difficile.

La méthode d'essai que nous vous soumettons aujourd'hui a pour but de combler cette lacune, en permettant de déterminer directement l'alcalinité libre existant dans un liquide coloré.

PRINCIPE DE LA MÉTHODE

Une solution alcaline légèrement colorée en violet par l'acide rosolique agitée avec de l'éther ne cède aucune trace de matière colorante à ce véhicule; mais en ajoutant goutte à goutte de l'acide sulfurique étendu, un moment arrivera où le point de neutralisation étant atteint, une goutte de réactif en excès mettra l'acide rosolique en liberté. L'acide rosolique ainsi isolé se dissoudra dans l'éther, en lui communiquant une coloration jaune très intense.

Le terme de la réaction se trouvera ainsi constaté d'une manière très nette.

PRATIQUE DE L'ESSAI

Dans un flacon bouché à l'émeri (un flacon hydrotimétrique convient parfaitement), on introduit 25 centimètres cubes de la solution à titrer, une à deux gouttes d'acide rosolique neutralisé et 15 centimètres cubes

d'éther pur lavé. La liqueur normale décime d'acide sulfurique est versée avec une burette divisée en dixièmes de centimètre cube.

Après chaque affusion de liqueur titrée on agite et on attend quelques instants afin de reconnaître si l'éther surnageant a pris une coloration jaune.

Le point de neutralisation étant près d'être atteint, il est prudent de verser l'acide titré par 3 ou 4 gouttes à la fois.

L'éther s'étant coloré en jaune faible, il suffit de lire le nombre de centimètres cubes d'acide employés pour calculer l'alcalinité contenue dans le liquide essayé.

VÉRIFICATION DE LA MÉTHODE

Après avoir reconnu la sensibilité de la réaction proposée, nous avons essayé la méthode au point de vue de l'exactitude.

Nos premiers essais ont porté sur des liquides incolores afin de pouvoir déterminer leur alcalinité, directement et par notre procédé. Ainsi 25 centimètres cubes de solution de sucrate de chaux exigeant pour faire virer au jaune la coloration violette de l'acide rosolique . . . . . $30^{cc},9$ d'acide titré,
la même quantité de sucrate de chaux traitée par notre méthode a employé. . . . . $30^{cc},9$ —

Une série de titrages faits en variant les quantités de liqueur alcaline ont toujours donné des résultats concordants.

Ce point étant acquis, nous avons abordé le dosage de l'alcalinité dans les liquides colorés. Par notre procédé, nous avons déterminé l'alcalinité dans des solutions très colorées de masses cuites troisième jet, puis ajoutant des volumes connus d'une solution titrée de sucrate de chaux, nous avons recherché si nous retrouverions les quantités d'alcali ajoutées. Dans tous nos essais, nous avons toujours obtenu, à un dixième de centimètre cube près, la quantité d'acide titré nécessaire pour obtenir la neutralisation.

De nos notes de laboratoire nous extrayons l'essai suivant :

—A 25 centimètres cubes de solution de masse cuite troisième jet exigeant.	$2^{cc},3$	SO^3 titré,
on ajoute 10 centimètres cubes de sucrate de chaux correspondant à	$12^{cc},6$	—
SOIT ENSEMBLE.	$14^{cc},9$	SO^3 titré.
L'essai direct a donné.	$15^{cc},0$	—

OBSERVATIONS

A. — La matière colorante contenue dans les produits de sucrerie n'est pas dissoute par l'éther et par suite ne peut troubler la sensibilité de la réaction. Dans les nombreux essais faits à ce point de vue, nous avons

toujours obtenu un résultat négatif, même après avoir rendu la liqueur fortement acide.

B. — L'éther employé doit être neutre; s'il était acide, les résultats obtenus seraient trop faibles.

Avant de faire un titrage, il faut toujours s'assurer de la neutralité de l'éther. On opère de la manière suivante : Dans le flacon à essai, on introduit 25 centimètres cubes d'eau distillée, une à deux gouttes d'acide rosolique et 15 centimètres cubes d'éther. Après agitation, l'éther doit rester incolore. On ajoute alors une goutte d'acide sulfurique décime; par une nouvelle agitation, l'éther doit être coloré en jaune et la couche inférieure être décolorée.

L'éther et l'acide rosolique remplissant ces conditions peuvent être considérés comme purs et neutres.

C. — Nous avons donné la préférence à l'acide rosolique comme indicateur coloré, ce produit se trouvant dans tous les laboratoires de sucreries. Il est évident que d'autres matières colorantes dérivées du goudron de houille pourraient être employées avec succès, de même qu'à l'éther on pourra substituer l'alcool amylique.

D. — La méthode de titrage des jus colorés que nous proposons s'applique également à la détermination de l'acidité des moûts et vins de distillerie. Dans ce cas, il suffit d'obtenir la décoloration de l'éther au moyen d'une liqueur alcaline titrée.

M. Édouard BLANC

à Paris.

SUR LA CUISSON DE L'ARGILE AU CONTACT DE LA VAPEUR D'EAU

— Séance du 10 août 1893 —

La Section de Chimie a bien voulu s'intéresser, l'année dernière, à la description que j'ai donnée d'un procédé particulier de cuisson des briques, usité dans certaines parties de l'Asie centrale et de la Mongolie, et que j'avais eu l'occasion d'observer dans ces pays. Ce procédé consiste, comme je l'ai exposé, à achever au contact de la vapeur d'eau surchauffée,

la cuisson des briques commencée à sec. Les résultats sont très curieux, en ce sens qu'ils donnent un produit d'une apparence tout à fait spéciale, et dont la résistance aux causes d'altération, particulièrement aux grands écarts de température, est extraordinaire.

C'est ce qui permet aux habitants du nord de la Chine et d'une partie de la Sibérie, dans des pays où des chaleurs très fortes alternent sans transition avec des froids excessifs, de bâtir des constructions qui résistent pendant des siècles, alors que presque toutes les roches naturelles se désagrègent sous l'action des variations atmosphériques.

En décrivant, l'année dernière, le procédé de fabrication, j'ai annoncé que l'analyse des échantillons rapportés par moi était en cours d'exécution au laboratoire de l'École des Ponts et Chaussées. J'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui à la Section les résultats de cette analyse, qui a été tout dernièrement terminée, ainsi que les résultats des expériences faites par les mêmes ingénieurs sur les propriétés de résistance de cette matière.

Le résultat de l'analyse faite par M. Debray, ingénieur des Ponts et Chaussées, et vérifié par M. Durand-Claye, inspecteur général du même service, a été le suivant :

DÉSIGNATION	BRIQUE	
	Masse intérieure	Couche superficielle
Silice	55 95	55 90
Alumine	14 50	14 50
Peroxyde de fer	7 25	7 35
Chaux	14 40	14 50
Magnésie	4 00	4 10
Oxyde rouge de manganèse	0 25	0 30
Soude	1 14	1 03
Potasse	1 96	1 84
Perte au feu	0 15	0 20
Matières non dosées et perte	0 40	0 38
TOTAL	100 00	100 00

La partie désignée dans ce tableau sous le nom de couche superficielle est une sorte de croûte de couleur plus foncée que la partie intérieure et dont l'épaisseur est d'environ 2 à 3 millimètres. Cette croûte, qui couvre tout l'extérieur des briques, semble avoir subi une modification moléculaire qui paraît être une sorte de vitrification partielle. Elle est d'ailleurs peu différente de la masse intérieure, laquelle est, avons-nous dit, d'un gris absolument homogène. La couche

extérieure est d'un gris plus noir et d'une dureté peut-être un peu plus grande. Le tableau ci-dessus indique suffisamment l'identité chimique des deux parties : elles ne semblent différer que par leur constitution physique.

Nous ne relevons, dans l'énumération et le dosage de ces éléments, rien de très particulier, si ce n'est peut-être la présence constante de l'oxyde rouge de manganèse et la richesse en magnésie et en potasse, ainsi qu'en peroxyde de fer. Ceci s'explique facilement, d'ailleurs, car il s'agit d'argiles résultant de la désagrégation des roches du plateau central de l'Asie ; la présence de la magnésie est motivée par l'existence des roches dioritiques et amphiboliques qui sont fréquentes dans ces montagnes. Quant à la potasse, elle est due à l'abondance des feldspaths, et surtout du feldspath orthose à base de potasse, qui forment la charpente d'une grande partie de l'axe des monts Tian-Chan. Le fer est fourni à la fois par ces deux groupes de roches. La chaux ne manque pas et il est intéressant de constater que sa présence n'ôte rien à la solidité des briques et à leur résistance contre la gelée, comme cela a lieu si souvent en Europe dans les briques qui en contiennent.

Comme nous l'avons dit l'année dernière, les briques cuites dans les mêmes localités par le procédé ordinaire, ayant les mêmes dimensions, et faites avec les mêmes matériaux, n'ont ni la même solidité, ni surtout la même homogénéité : c'est uniquement le procédé de préparation qui leur donne leur qualité spéciale.

EXPÉRIENCES SUR LA RÉSISTANCE

Les expériences sur la résistance des échantillons à l'écrasement et à la gelée ont été faites par les mêmes ingénieurs, au laboratoire de l'École des Ponts et Chaussées de Paris, et nous en donnons ci-après le résultat.

ÉCHANTILLON DE BRIQUE CUITE A LA VAPEUR (1).

Cet échantillon, de couleur gris verdâtre, plus foncé au pourtour sur quelques millimètres d'épaisseur, était indiqué comme étant un spécimen de briques cuites à la vapeur d'eau, rapporté d'un voyage d'exploration dans l'Asie centrale, par M. Édouard Blanc.

Il a été soumis à différents essais, pour déterminer la densité de la matière, sa gélivité et sa résistance à l'écrasement.

A cet effet, on a découpé dans la brique trois cubes de 25 millimètres environ d'arête, qui ont été expérimentés de la façon suivante :

Après dessiccation à la température de + 35 degrés à + 40 degrés centigrades, ces trois cubes ont été pesés, puis mesurés exactement.

(1) Copie du procès-verbal dressé par MM. Durand-Claye et Debray.

L'un d'eux (N° 1) a été soumis, dans cet état, à la presse à levier à des charges croissantes jusqu'à rupture par écrasement.

Après un séjour pendant trente-huit jours au fond d'un bassin, un autre cube (N° 2) imbibé d'eau jusqu'à saturation a été, après pesée, soumis à la presse à levier à des charges croissantes, jusqu'à rupture par écrasement.

Le troisième cube a été imbibé par aspersion d'eau dans un vide partiel à $0^m,07$ de mercure, pesé, puis soumis à vingt-cinq gels et dégels successifs, dans les conditions suivantes. Le cube était exposé pendant quatre à cinq heures dans une température de — 10 degrés à —20 degrés centigrades, puis on le laissait à l'air pendant environ une heure à la température de la salle d'expériences, et on le plongeait ensuite dans l'eau jusqu'à ce qu'il pût de nouveau être soumis à l'action du froid. Dans les dernières expériences, deux petits éclats se sont détachés sur deux faces différentes, sous la pression de l'ongle.

Aucune autre détérioration n'a été constatée. Après ces vingt-cinq gels et dégels, le cube a été desséché à nouveau à la température de + 35 degrés à + 40 degrés centigrades et soumis ensuite dans cet état à la machine à levier à des charges croissantes, jusqu'à rupture par écrasement.

Les résultats des essais de résistance à l'écrasement ont été les suivants :

DÉSIGNATION et ÉTAT DES CUBES	POIDS DU MÈTRE CUBE OU DENSITÉ		PROPORTION POUR 100 D'EAU ABSORBÉE EN VOLUME	RÉSISTANCE à la rupture par écrasement rapportée au CM^2 de SURFACE PORTANTE
	CUBES desséchés	CUBES immergés		
PREMIER CUBE (desséché).	1551k	»	»	589k
DEUXIÈME CUBE (Immersion jusqu'à saturation pendant 38 jours).	1551k	1984k	43,30 0/0	467k
TROISIÈME CUBE (Aspersion d'eau dans un vide partiel.)	1564k	1957k	39,30 0/0	361k

Nous nous bornons à donner copie du procès-verbal d'expériences, sans le modifier en aucune façon. Nous y ajouterons seulement deux remarques :

La première, c'est que l'échantillon analysé a été choisi par nous au hasard, dans une fournée faite par des ouvriers quelconques, avec une terre quelconque et sans aucun soin particulier; il est donc bien loin de présenter le maximum de qualité dont ce produit est susceptible.

En second lieu, nous voyons que, après vingt-cinq gels et dégels successifs, un échantillon, saturé d'eau et soumis alternativement à des

températures de — 20 degrés et de + 40 degrés, cet échantillon, disons-nous, a présenté sur deux de ses faces des phénomènes d'altération, c'est-à-dire que deux éclats s'en sont détachés. Ce résultat a été jugé déjà très remarquable par les expérimentateurs, et il l'est en effet si on le compare à ce qui serait arrivé avec des briques ordinaires ; mais nous n'hésitons pas à déclarer que des briques entières, et surtout employées en maçonnerie, ne présentant à l'extérieur qu'une seule de leurs faces, auraient montré une inaltérabilité beaucoup plus grande et probablement absolue. En effet, il est à remarquer que ces briques sont dans leur entier enveloppées d'une croûte qui forme une sorte d'enduit plus dur et plus vitrifié que l'intérieur. Dans le cube de $0^m,03$ de côté sur lequel ont porté les expériences et qui avait été découpé dans la partie intérieure d'une brique, cet enduit n'existait plus. Mais la résistance de briques entières est certainement beaucoup plus grande.

Une autre remarque intéressante, c'est la grande quantité d'eau que ces briques sont susceptibles d'absorber ; cette quantité a été de 43,30 0/0 du poids total pour l'un des échantillons et de 39,30 pour l'autre. Cette proportion est énorme et indique bien que la matière est absolument poreuse. Or, tous les matériaux poreux sont essentiellement gélifs et il y a lieu de se demander, en présence de la résistance extraordinaire de cette substance à la gelée, s'il n'y a pas là un état moléculaire tout spécial, correspondant non pas à une vitrification, mais à un état autre qui en est plus ou moins voisin. C'est ce que l'analyse par la polarisation pourra seule faire savoir.

L'état poreux de cette substance pouvait d'ailleurs être présumé, par la perte de poids qui se produit dans la seconde période de cuisson, pendant laquelle agit la vapeur d'eau : les briques perdent un tiers de leur poids ; mais, en présence de leur résistance à la gelée, il semblait naturel de conclure que leur texture devenait caverneuse et qu'il s'y formait de petits vides séparés par des cloisons imperméables et plus ou moins vitreuses. La façon dont cette matière absorbe l'eau prouve qu'il n'en est rien et que les cavités sont en communication entre elles.

Cette légèreté, ainsi que cette faculté de faire très bien prise avec le mortier sont deux avantages au point de vue de la construction et des diverses utilisations de ce produit. Nous en signalerons un autre : c'est la dureté de la matière et la faculté qu'ont les sections de prendre sous la scie un très beau poli, comme le prouve l'échantillon que nous avons l'honneur de présenter.

Enfin, nous ajouterons un autre détail. Au cours de nos expériences nous avons constaté l'identité entre certains des produits obtenus et certains grès du nord de la Chine ou des régions voisines, principalement certains grès coréens, dont le mode de fabrication n'est pas connu en

Europe. Nous pensons que cette méthode de cuisson en présence de la vapeur d'eau est depuis longtemps une méthode générale utilisée dans le nord de la Chine et d'autres parties de l'Asie, et qu'en l'appliquant, non seulement aux briques, mais à d'autres objets céramiques, on pourra obtenir des résultats identiques à certaines poteries ou à certains produits de céramique orientale dont nous n'avons pas le secret jusqu'à présent.

M. BOUTRON

Pharmacien, à Chauvigny (Vienne).

PRÉSENTATION DE DEUX AÉROLITHES

— Séance du 5 août 1893 —

Le hasard m'ayant mis en possession de deux minéraux assez intéressants que je pense être tous deux des aérolithes (pour l'un, du moins, j'en suis certain), j'ai l'honneur de les présenter à la Section avec quelques observations qu'ils m'ont suggérées.

La pierre n° 1 est à peu près sphérique, de la grosseur d'une cerise environ, légèrement aplatie à un pôle, formant ainsi base. Elle est d'un blanc mat, avec nombreux points finement brillants, surtout au soleil. La surface en est quelque peu rugueuse, à grain fin, comme saccharin. Elle est, en outre, un peu translucide. J'ai trouvé comme densité 2,09.

Elle porte sur le côté une entaille à laquelle il ne doit être prêté aucune attention, faite par moi au canif, dans le but d'en prélever un échantillon pour l'analyse.

Ce qu'elle présente d'anormal, c'est, à sa base, une petite excavation à bords exactement circulaires et formant entonnoir sur le côté ; avec, au fond de la cavité, une petite masse brune d'aspect bien différent du reste.

Je dois prévenir d'abord que cette *météorite*, si météorite il y a, je ne l'ai pas *vue* tomber. Je l'ai ramassée dans mon jardin un matin, il y a deux ans environ, après une nuit d'été des plus orageuses et pendant laquelle la pluie tomba avec une extrême violence.

A l'endroit de sa chute (car je ne puis m'empêcher de croire qu'il y a eu chute du ciel de la pierre en question), le sol, brusquement et fortement détrempé à la surface, était largement ($0^m,10$ à $0^m,15$ circulairement),

mais peu profondément (0^{m},02 environ) excavé. Donc, pas de pénétration. Ce que j'explique par la densité peu considérable du petit bloc (2,09).

Ne trouve-t-on pas, en effet, des grêlons d'une densité bien supérieure à celle de la glace ordinaire, et surtout d'un poids bien supérieur à notre météorite (6^{gr},70), qui ne pénètrent pas non plus du tout dans le sol ? D'ailleurs, on peut remarquer qu'en raison de sa propre légèreté, la résistance de l'atmosphère lui aura été beaucoup plus sensible, surtout si l'on tient compte de la violence du vent et de la pluie.

D'ailleurs encore, en outre, la météorite a dû tournoyer en tombant : autre cause de ralentissement.

Au moment où je l'ai ramassée; elle possédait une sorte de petit *appendice*, pourrais-je dire, que, par un schéma, il est peut-être utile que je lui restitue ; car il devrait aider, à mon avis, à expliquer le mécanisme de la formation de cette petite masse.

Cet appendice n'était autre qu'un petit cristal brun rougeâtre, bien dressé dans l'entonnoir, dans lequel il se trouvait comme isolé, fixé par un bout au fond de la cavité *(fig. 1)*.

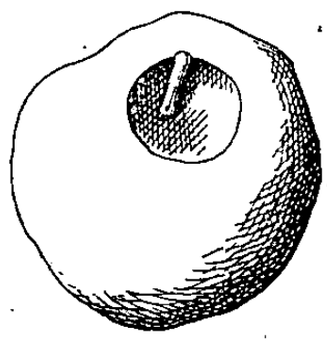


FIG. 1.

Lorsque j'en ai voulu prélever une petite fraction pour en connaître la composition, il s'est brisé ; mais, comme dit le vulgaire, les fragments en étaient bons, et une minime portion de ceux-ci, dissoute dans l'acide chlorhydrique, m'a décelé, par le ferrocyanure de potassium, la présence du fer. C'était, en effet, un cristal de fer, — *natif* sans aucun doute. Une partie en est restée dans la masse de l'aérolithe, où elle est très visible. Ce cristal ainsi implanté et isolé dans la cavité a dû certainement aider au tournoiement du petit bloc.

La partie pierreuse de l'aérolithe est formée de deux zones. Une première, celle qui se trouve au centre et qui enveloppe directement le métal, est légèrement colorée en rouge par l'oxyde de fer. Elle est très mate, très tendre au toucher, très friable à l'aiguille. La seconde zone, beaucoup plus épaisse, constitue l'enveloppe externe *(fig. 2)*. Elle est d'un blanc pur et, quoique beaucoup plus dure que l'autre, n'en est pas moins facilement rayée par l'ongle. Ces deux zones sont très probablement constituées par un silicate magnésien. Elles présentent, comme le Péridot, ce caractère d'être facilement solubles (la couche externe surtout) dans l'acide chlorhydrique.

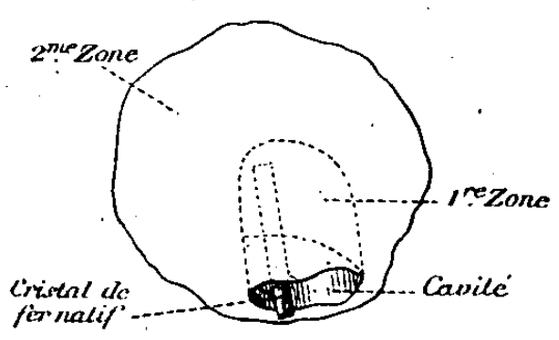


FIG. 2.

Quant à l'échantillon n° 2, point ne m'est nécessaire d'entrer dans des détails pour établir que nous avons encore affaire à une météorite.

Sa chute a été parfaitement constatée par trois ou quatre témoins, de très bonne foi d'ailleurs, dont elle n'est guère tombée qu'à cinq à six mètres environ.

Le phénomène a eu lieu à l'Epinasse (commune de Saint-Pierre-les-Églises), à cinq kilomètres de chez moi environ, le 18 juin courant, à 1 heure de l'après-midi à peu près, sous un soleil de plomb, dont on constate aussi sans doute en ce moment, à Pamproux comme à Chauvigny, les torréfiants effets.

Au dire des témoins, cette chute n'a été accompagnée d'aucun phénomène physique remarquable. Un bruit mat et c'est tout. Les paysans qui l'ont vu tomber sont gens de bonne foi, mais à l'esprit peu observateur.

Cette météorite est très peu consistante. Elle pouvait être, m'ont-ils dit, de la grosseur du poing. En touchant le sol, elle s'est presque entièrement désagrégée et ce que ces braves gens ont alors trouvé de mieux à faire, a été de s'en approprier et partager les fragments ; pourquoi faire?... je me le demande.

Cependant l'un d'eux a eu la bonne idée de m'apporter sa part du butin, qu'il m'a remis, non sans en prélever toutefois une petite portion en ma présence et malgré mes observations ; chose à laquelle il m'a semblé attacher d'ailleurs une importance considérable.

C'est ce fragment que je présente. Il est, comme vous le voyez, d'une texture lamelleuse, micacée, très friable et doit être vraisemblablement constitué en majeure partie par un silicate magnésien avec adjonction de fer, alumine et chaux. Je pense qu'il doit être voisin de l'Enstatite ou bien alors appartenir au groupe des Pyroxènes.

MM. BLEICHER et BARTHÉLEMY

à Nancy.

LES ANCIENS GLACIERS DES VOSGES MÉRIDIONALES

— Séance du 4 août 1893 —

Les anciens glaciers des Vosges sont connus depuis 1838, et déjà nous possédons sur ce sujet une bibliographie considérable et qui s'accroît tous les jours. Leblanc, qui les a découverts, Royer, Virlet d'Aoust, Benoît,

Martins, Grad, etc., ont attaché leur nom à l'étude du phénomène glaciaire dans les Vosges. Mais on doit une mention toute spéciale à Collomb, qui, de plus, contribua à établir la théorie glaciaire en général, et décrivit magistralement les glaciers de la Thür et du versant oriental des Vosges. Après lui, Hogard parcourut tout le versant occidental de la chaîne, relevant les traces des glaciers, et il put montrer, en 1847, à la Société géologique réunie à Epinal les moraines des vallées et les blocs erratiques transportés sur les sommets.

Il y a longtemps donc que l'existence des anciens glaciers fut reconnue; les traces de leur action ont été relevées dans les principaux bassins; on pourrait croire qu'il n'y a plus rien à dire sur le sujet, rien à découvrir. Cependant des explorations récentes, multipliées, nous ont fait connaître des documents nouveaux. Les travaux du génie militaire sur l'arête montagneuse de la rive gauche de la haute Moselle ont mis à nu des surfaces polies, moutonnées, exhumé des roches striées et des blocs erratiques dont le gisement primitif doit être cherché sur l'autre rive de ce cours d'eau. En même temps, un géologue de Luxeuil, M. Depierre, étudiait la dispersion des dépôts glaciaires dans les plaines qui s'étendent au pied occidental de la chaîne jusqu'en aval de Lure.

On a ainsi accumulé les preuves de l'extension du phénomène au delà des limites qui lui étaient primitivement assignées.

La présence de surfaces striées au sommet de l'arête d'une altitude moyenne de 700-800 mètres qui domine la vallée de la haute Moselle, de Château-Lambert à Remiremont, démontre que les glaces n'ont pas seulement rempli les vallées en s'écoulant suivant la pente du terrain, mais qu'elles ont franchi et recouvert les sommets.

Dans un travail en préparation, nous chercherons à restituer les phases du phénomène à l'aide des traces qu'il a laissées; aujourd'hui nous voudrions retracer en quelques mots les données nouvelles et les conclusions qui en découlent.

De toutes les traces glaciaires, la plus frappante, la plus démonstrative, est l'existence de moraines transversales barrant les vallées. On les trouve en grand nombre dans les hautes vallées intérieures des deux versants des Vosges; elles ne descendent guère au-dessous de la cote 400 mètres, et ne dépassent pas en général l'altitude de 800 mètres (Lispach 840).

Au-dessous de cette cote, les seules moraines bien caractérisées sont les barrages morainiques des lacs (des Corbeaux 900, de Blanchemer 1050, du Ballon de Guebwiller 950, Noir 950, Blanc 1054), mais leur formation est due à des conditions particulières (cirques).

Dans certaines vallées étroites, encaissées, à l'abri des rayons du soleil, et d'où la neige a dû se retirer tardivement, les moraines transversales s'échelonnent en se touchant, d'aval en amont. Ainsi, dans l'étroit vallon

de Chajoux, on peut compter jusqu'à 32 moraines successives sur un parcours de cinq kilomètres. Mais les moraines frontales intérieures ne sont ici que l'expression de la dernière période d'existence des glaciers; elles jalonnent les retraits, et l'état de conservation de leurs profils montre bien qu'elles sont les témoins de la fin du phénomène et qu'elles n'ont plus été recouvertes. Avant le moment où les glaciers locaux les déposèrent, la glace non seulement combla les vallées, mais franchit les sommets. Les blocs erratiques arrachés à la crête principale (du Hohneck au Ballon d'Alsace) et transportés par-dessus la vallée de la haute Moselle jusque sur le faîte qui côtoie la rive gauche, le prouvent sans conteste.

Sur la rive droite : blocs erratiques du Haut-du-Roc 1016, de Chêneroche 828 mètres.

Sur la rive gauche : surfaces striées et polies et blocs erratiques de Château-Lambert 758, de la voie Ramey 650 à 750, du Fort de Rupt à la Croisette 700 à 800 mètres, de la Beuille 700, du signal de Laino 613. C'est à cette phase d'intensité moyenne qu'on peut rapporter les moraines d'Olichamp.

Il suffit de jeter un coup d'œil sur la carte des Vosges méridionales pour comprendre que des blocs originaires de la crête principale et reposant aujourd'hui sur les montagnes des environs de Remiremont n'ont pu parvenir en ce point que sur le dos d'un *glacier comblant entièrement la vallée de la Moselle et la franchissant perpendiculairement à sa direction*. D'autre part, il est difficile d'admettre que les stries de Château-Lambert, de la voie Ramey, de la Beuille, aient été creusées par la neige amassée sur une arête étroite; pour un semblable travail de burinage, il faut concevoir une force bien autrement puissante, tel un courant de glace descendant de la chaîne maîtresse pour s'épandre jusqu'aux pieds des contreforts occidentaux.

Mais lorsqu'on parcourt la vallée même de la Moselle on trouve sur les deux flancs de son thalweg des traces glaciaires, surfaces polies, moutonnées, dépôts morainiques qui dénotent l'action d'un courant de glace venant d'une autre direction conforme à la topographie actuelle.

C'est à ce fleuve de glace qu'il faut attribuer les immenses dépôts de matériaux morainiques qui comblent en partie la vallée, de Remiremont à Arches. Mais, du reste, cette phase du phénomène glaciaire nous a laissé une autre preuve encore dans les terrasses qui obstruent le débouché des vallons latéraux. A l'entrée du vallon de Romainviller, par exemple, on se trouve en présence d'une énorme terrasse considérée à tort par quelques-uns comme une véritable moraine.

Cette terrasse, entièrement composée de sable et de boues entremêlés de blocs, sur une épaisseur de près de 30 mètres, se termine à l'aval par une pente abrupte. Son sommet forme une surface horizontale reliée au

flanc gauche du vallon, tandis que le ruisseau de Morbieux s'est creusé un lit de 25 mètres de profondeur le long de son flanc droit.

Si la vallée de la Moselle eût été ouverte et libre, au moment de la descente de ces matériaux, ceux-ci, au lieu de s'amonceler en terrasse, se fussent disposés suivant la forme caractéristique des cônes de déjection. Un obstacle aujourd'hui disparu barrait donc le débouché du vallon et empêchait les matériaux meubles d'atteindre le lit majeur de la Moselle. Cet obstacle ne pouvait être que la glace, dont on relève des traces nombreuses (stries et polis) dans la vallée de la Moselle, en aval (Meix), comme en amont de ce point. Nous ne pouvons, dans cette courte revue, énumérer toutes les autres preuves des différentes phases d'extension des glaciers vosgiens. Ce sera l'objet d'un travail de longue haleine pour lequel nous réunissons des documents depuis plusieurs années.

En résumé, si l'on cherche à restituer les courants de glace qui ont occupé la chaîne des Vosges, en s'appuyant sur les traces qu'ils ont laissées sur le sol, on peut concevoir :

1° Une phase initiale pendant laquelle la glace s'amoncelle peu à peu dans les vallées en suivant leur pente, et parvient à les combler. Les traces de cette progression ne peuvent se distinguer de celles des périodes de retrait.

2° Une phase d'extension maximum reconnaissable surtout aux blocs erratiques abandonnés sur les hauts sommets du versant occidental de la chaîne (Haut-du-Roc) et aux stries gravées de l'arête montagneuse qui relie Château-Lambert au Parmont.

Pendant cette période maximum, les glaces remplissent les vallées, couvrent presque tous les sommets, et, loin de s'écouler du nord au sud suivant la pente actuelle du terrain, elles franchissent sommets et glaciers de fond pour s'épandre de l'est vers l'ouest au-dessus de l'arête montagneuse qui relie Château-Lambert au Parmont (Remiremont). Ce maximum d'extension peut n'être, malgré la direction différente des courants de glace, que la continuation de la phase initiale.

3° Le retrait commence, les sommets sont dégagés, le glacier de la Moselle et les glaciers latéraux s'écoulent à nouveau dans la vallée principale suivant la pente du sol. On peut surtout rapporter à cette phase les dépôts morainiques remaniés de Romainviller, Remiremont, Eloyes, Arches.

4° Les glaciers se retirent peu à peu dans les hautes vallées, jalonnant leur retrait par des moraines bien conservées.

M. G. COTTEAU

Correspondant de l'Académie des Sciences, à Auxerre.

SUR QUELQUES ESPÈCES D'ÉCHINIDES DU LIBAN

— *Séance du 5 août 1893* —

Le Père Zumoffen, de Beyrouth, m'a communiqué une série d'Échinides crétacés recueillis dans diverses localités du Liban. Il m'a paru intéressant de faire connaître ces espèces, qui presque toutes sont nouvelles. Les Échinides fossiles crétacés du Liban ont déjà été l'objet de plusieurs travaux. M. Fraas a publié deux mémoires dans lesquels il mentionne et décrit quelques espèces. En 1885, j'ai fait connaître, dans mes *Échinides nouveaux ou peu connus*, deux espèces cénomaniennes que j'ai retrouvées dans l'envoi du Père Zumoffen. L'une d'elles, *Salenia Fraasi*, avait été mentionnée par M. Fraas, en 1878, sous le nom de *Salenia petalifera*. En 1887, M. P. de Loriol décrit et figure cinq espèces nouvelles ; deux d'entre elles se retrouvent dans l'envoi qui nous a été fait, comprenant quinze espèces.

I. — Cidaris glandarius, Lang, 1708.

Nous ne reviendrons pas sur la description des radioles de cette espèce, si abondants en Syrie et en Palestine. Ils ont été longtemps confondus avec les radioles du *Cidaris glandifera*, du terrain jurassique de Suisse, de France et d'Allemagne. C'est à M. Fraas que revient le mérite d'avoir reconnu que les radioles de Syrie, auxquels il a restitué le nom très ancien de *glandarius*, appartenaient à l'étage cénomanien. Dans ces derniers temps, l'opinion de M. Fraas, bien que soutenue par M. Diener, géologue autrichien, a été contestée par MM. Nœtling et Blanckenhorn; ils attribuent de nouveau à ces radioles une origine jurassique et les rangent dans l'oxfordien supérieur qui en renferme, suivant eux, un grand nombre, au pied du Grand Hermosa, seul lambeau du terrain jurassique connu en Syrie. D'après les indications que nous a envoyées le Père Zumoffen, les nombreuses espèces qu'il nous a communiquées, provenant de Beidfaya et des localités voisines, sont incontestablement crétacées, probablement céno-

maniennes et ne peuvent laisser aucun doute sur le gisement des radioles qu'on rencontre abondamment dans des couches très voisines.

Localité. — Ouadi Salima, El Meteïn, Antélias.

II. — Cidaris claviphoenix, Quenstedt, 1875.

Cidaris claviphœnix. Quenstedt, *Petrefactenk. Deutschlands Echiniden*, p. 188, *pl. LXVIII, fig. 46-48*, 1875.
— — Fraas, *Aus dem Orient Geolog. Beobacht. am Libanon*, p. 49, 1878.

Un radiole, que nous n'hésitons pas à rapporter à cette espèce, nous a été communiqué par le Père Zumoffen; il ne saurait être distingué des exemplaires figurés par Quenstedt et Fraas. Associé aux radioles du *C. glandarius*; il doit appartenir au même niveau, c'est-à-dire à l'étage cénomanien.

Localité. — Antélias.

III. — Pseudodiadema libanoticum, Cotteau, 1893.

(Pl. I, fig. 1-4.)

Espèce de taille assez forte, circulaire, subpentagonale, épaisse sur les bords, déprimée en dessus et en dessous, légèrement concave autour du péristome. Zones porifères larges et droites à la face supérieure, composées de pores simples un peu irrégulièrement disposés, sans être cependant bigéminés. Un peu au-dessus de l'ambitus, les pores, tout en devenant simples, sont irrégulièrement disposés; ils se multiplient, mais faiblement, aux approches du péristome. Près du sommet, les pores sont presque simples. Aires ambulacraires étroites, légèrement bombées, garnies de deux rangées de tubercules bien développés, scrobiculés, fortement crénelés et perforés, au nombre de dix-neuf ou vingt par série, diminuant insensiblement de volume à la face supérieure et en dessous. Les deux rangées sont très rapprochées et laissent à peine la place à une rangée sinueuse de granules inégaux qui se prolongent çà et là entre les scrobicules. Aires interambulacraires garnies de six rangées de tubercules. Les deux rangées du milieu sont les plus complètes ; elles se composent de seize ou dix-sept tubercules de même nature que les tubercules ambulacraires, mais sensiblement plus gros à la face supérieure. Un peu divergentes à partir de l'ambitus, ces deux rangées aboutissent à l'angle externe des aires ambulacraires. Les deux autres rangées de tubercules sont moins complètes; la

rangée intermédiaire s'élève presque jusqu'au sommet, mais la rangée externe n'est bien visible que vers l'ambitus; elle disparaît à la face supérieure et en dessous et est remplacée par quelques tubercules secondaires. Granules peu nombreux, inégaux, espacés, formant autour des scrobicules des cercles interrompus. Les deux rangées de tubercules du milieu sont très rapprochées; la zone miliaire qui les sépare est étroite et granuleuse au-dessous de l'ambitus, lisse et un peu plus large à la face supérieure. Péristome subcirculaire, médiocrement développé, s'ouvrant au fond d'une dépression sensible de la face inférieure. Appareil apical grand, pentagonal, à en juger par son empreinte.

Hauteur, 15 millimètres; diamètre, 35 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce se distingue de tous les *Pseudodiadema* que nous connaissons. Elle présente quelques rapports avec *Diplopodia variolare*, de l'étage cénomanien d'Europe. Elle s'en éloigne par sa face inférieure plus concave; par ses zones porifères moins larges, moins droites; par ses pores non bigéminés à la face supérieure; par ses deux rangées principales de tubercules interambulacraires plus rapprochées, laissant entre elles une zone miliaire plus étroite et dépourvue de tubercules secondaires; par sa face inférieure d'un aspect plus tuberculeux; par son péristome s'ouvrant dans une dépression plus profonde. Cette espèce se rapproche peut-être davantage de *D. depressa*, de la craie cénomanienne du Hanovre, signalé également en Arabie et en Palestine, mais dont aucune figure n'a jamais été donnée; elle paraît s'en distinguer par sa face supérieure plus épaisse et par la présence, vers l'ambitus, de six rangées de tubercules interambulacraires, au lieu de quatre; le même caractère sépare nettement l'espèce qui nous occupe des *D. sinaica*, Desor, et *hermonensis*, P. de Loriol, pourvus seulement de deux rangées principales de tubercules interambulacraires accompagnés, sur le bord des zones porifères, de tubercules secondaires.

Localité. — Pied du Sannin, côté de Bisconta, au-dessus du chemin qui conduit à Magroïat Ketr Debian. Étage cénomanien.

Coll. Zumoffen.

Explication des figures — *Pl. I, fig. 1, Pseudodiadema libanoticum*, vu de côté; *fig. 2*, face supérieure; *fig. 3*, face inférieure; *fig. 4*, partie supérieure de l'aire ambulacraire, grossie.

IV. — Diplopodia Zumoffeni, Cotteau, 1893.

(Pl. I, fig. 5-8.)

Espèce de taille moyenne, subcirculaire, légèrement pentagonale, épaisse sur les bords, à peu près également déprimée en dessus et en

dessous. Zones porifères larges et droites, composées à la face supérieure de pores fortement bigéminés. Vers l'ambitus et même un peu au-dessus, les pores deviennent presque simples, sont un peu irrégulièrement disposés et se multiplient aux approches du péristome. Les pores près du sommet sont déjà fortement dédoublés. Aires ambulacraires étroites, de la même largeur sur toute leur étendue, légèrement bombées, garnies de deux rangées de tubercules de petite taille, serrés, crénelés et perforés, uniformes, au nombre de vingt-deux ou vingt-trois par série, diminuant très peu de volume à la face supérieure et en dessous. Seulement, dans quelques-unes des rangées, les tubercules, aux approches du sommet, sont inégaux, irréguliers et beaucoup moins gros. Les deux rangées sont un peu écartées et l'espace intermédiaire est occupé par des granules assez abondants vers l'ambitus, épars, inégaux, se prolongeant çà et là entre les scrobicules. A la face inférieure, les deux rangées de tubercules sont plus rapprochées et les granules se réduisent à une simple série qui descend en ondulant vers le péristome. Aires interambulacraires larges, pourvues de huit rangées de tubercules. Les deux rangées principales, composées de tubercules de même nature que les tubercules ambulacraires, mais un peu plus gros à la face supérieure, au nombre de vingt ou vingt et un par série, s'étendent seules jusqu'au sommet; les six autres rangées, inégales dans leur développement, sont formées de tubercules de même nature et disparaissent au fur et à mesure qu'elles s'élèvent; les deux rangées du milieu dépassent à peine l'ambitus. Les deux séries principales, très écartées à la face supérieure, aboutissent à l'angle externe des aires interambulacraires. Les deux rangées placées près des zones porifères ne sont bien visibles qu'à l'ambitus; en dessus et en dessous, elles disparaissent promptement, remplacées par des tubercules secondaires inégaux et épars. Granules peu abondants, groupés çà et là entre les scrobicules. Zone miliaire large, lisse et déprimée à la face supérieure, nulle et remplacée par deux rangées de tubercules vers l'ambitus. Péristome circulaire, peu développé, muni de fortes entailles relevées sur les bords, s'ouvrant dans une dépression très faible de la face inférieure. Appareil apical grand, pentagonal, aux angles très prononcés, à en juger par son empreinte.

Hauteur, 13 millimètres; diamètre, 36 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce, comme la précédente, se place dans le voisinage de *D. variolare;* elle ne saurait cependant être réunie à aucune des nombreuses variétés que présente cette espèce. Elle se distingue du type par ses tubercules moins gros et plus nombreux, et surtout par la présence, au milieu des rangées principales, de deux séries presque autant développées que les autres, qui dépassent à peine

l'ambitus et sont remplacées, à la face supérieure, par une zone miliaire très large, lisse et fortement déprimée. Ce même caractère empêche de confondre notre espèce avec *Diplopodia Malbosi* et *Renevieri*.

Localité. — Kefer Akab, près du Ouadi Sannin.
Coll. Zumoffen.

Explication des figures. — *Pl. I, fig. 5, Diplopodia Zumoffeni* vu de côté; *fig. 6*, face supérieure; *fig. 7*, face inférieure; *fig. 8*, portion de l'aire ambulacraire paire, prise à la face supérieure, grossie.

V. — Hemipedina libanotica, Cotteau, 1893.

(Pl. I, fig. 9-14.)

Espèce de très petite taille, subcirculaire, arrondie sur les bords, renflée en dessus, presque plane en dessous. Zones porifères droites, composées de pores simples, régulièrement superposés, déviant de la ligne droite et se multipliant un peu autour du péristome. Aires ambulacraires étroites près du sommet, s'élargissant en se rapprochant de l'ambitus, garnies de deux rangées de petits tubercules saillants, scrobiculés, perforés, non crénelés, assez irrégulièrement disposés à la face supérieure, formant vers l'ambitus et à la face inférieure deux rangées beaucoup plus distinctes. Quelques granules inégaux, épars, se confondent çà et là avec les tubercules de la face supérieure. Aires interambulacraires larges, pourvues de deux rangées de tubercules de même nature que ceux qui couvrent les aires ambulacraires, mais plus développés, plus régulièrement disposés, au nombre de sept ou huit par série. Pas de tubercules secondaires. Granules assez gros, espacés, peu abondants, formant des cercles plus ou moins complets autour des scrobicules. Péristome très grand, circulaire, à fleur de test, marqué de fortes entailles relevées sur les bords. Périprocte subcirculaire. Appareil apical bien développé, solide, persistant ; plaques génitales subpentagonales, granuleuses, perforées près du bord ; plaques ocellaires subtriangulaires, intercalées à l'angle des plaques génitales, n'aboutissant pas sur le périprocte.

Hauteur, 4 millimètres ; diamètre transversal, 8 millimètres et demi.

Rapports et différences. — Nous plaçons cette espèce dans le genre *Hemipedina*, auquel elle appartient par ses pores simples et directement superposés ; par ses tubercules saillants, scrobiculés, finement mamelonnés et perforés, non crénelés. — Les *Hemipedina* sont très rares à l'époque crétacée ; nous en avons signalé une espèce dans le terrain néo-

comien de l'Yonne; c'est la première fois qu'on rencontre ce genre associé à des fossiles cénomaniens.

H. libanotica sera toujours facilement reconnaissable à sa petite taille, à ses tubercules ambulacraires inégaux et assez irrégulièrement disposés, à son péristome très ample.

Localité. — Bikfaya, au-dessous du village, associé au *Salenia Fraasi* et à l'*Echinobrissus Goybeti*. Très rare.

Étage cénomanien.

Coll. Zumoffen.

Explication des figures. — *Pl. I, fig. 9, Hemipedina libanotica*, vu de côté; *fig. 10*, face supérieure; *fig. 11*, face inférieure grossie; *fig. 12*, portion de l'aire ambulacraire grossie, prise à la face supérieure; *fig. 13*, portion de l'aire interambulacraire grossie; *fig. 14*, tubercule interambulacraire, vu de profil, grossi.

VI. — Pedinopsis Torrendi, Cotteau, 1893.

(Pl. II, fig. 1-4.)

Espèce de taille moyenne, circulaire, médiocrement renflée, arrondie sur les bords, presque plane en dessous. Zones porifères larges, à fleur de test, composées dans toute leur étendue et jusque dans la région péristomale, de pores bigéminés groupés en deux séries distinctes. Aires ambulacraires garnies de deux rangées de petits tubercules crénelés, perforés, scrobiculés, homogènes, serrés, placés très près des zones porifères, au nombre de trente ou trente-deux. Deux autres rangées, composées de tubercules de même nature, quelquefois même un peu plus gros, mais très irrégulièrement disposés, sont placées entre ces deux rangées. Ces tubercules intermédiaires s'atténuent et disparaissent aux approches du sommet et du péristome. Des granules abondants, bien développés, inégaux et serrés, disposés le plus souvent en cercle interrompu autour des scrobicules, remplissent tout l'espace laissé libre par les tubercules. Aires interambulacraires couvertes de tubercules et de granules identiques à ceux qui garnissent les aires ambulacraires, formant quatorze ou seize rangées, parmi lesquelles les deux rangées principales, à peine un peu plus apparentes que les autres, s'élèvent seules jusqu'au sommet. Zone miliaire nulle. Plaques coronales étroites, allongées, subsinueuses, d'autant plus courtes qu'elles se rapprochent du sommet ou de la base. Péristome médiocrement développé, subcirculaire, marqué de très légères entailles, s'ouvrant à fleur de test.

Hauteur, 16 millimètres; diamètre, 35 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce ne saurait être confondue avec celles que nous connaissons ; elle offre quelques rapports avec *P. meridanensis*, mais elle s'en distingue par sa forme moins élevée, par ses tubercules plus nombreux, plus serrés, plus homogènes, accompagnés de granules plus abondants et plus inégaux. P. *Arnaudi*, de l'étage cénomanien de la Charente, diffère également de notre espèce par ses aires ambulacraires garnies de tubercules plus nombreux, et surtout par la présence, au milieu des zones porifères, d'une série de petits tubercules inégaux. *P. Wiestei*, avec sa forme globuleuse, ses tubercules espacés et formant des séries régulières, appartient à un groupe différent.

Localité. — Sur le chemin de Zahleh, Aïn Sannin. Très rare. Cénomanien.

Nous dédions cette espèce au Père Torrend, qui a accompagné le Père Zumoffen dans ses excursions et lui a servi d'interprète.

Coll. Zumoffen.

Explication des figures. — *Pl. II, fig. 1, Pedinopsis Torrendi*, vu de côté ; *fig. 2*, face supérieure ; *fig. 3*, face supérieure ; *fig. 4*, portion du test prise à la face inférieure, grossie.

VII. — Orthopsis Zumoffeni, Cotteau, 1893.

(Pl. II, fig. 5-7.)

Espèce de taille moyenne, circulaire, renflée et subconique en dessus, arrondie sur les bords et presque plane en dessous. Zones porifères droites, formées de pores simples séparés par un petit renflement granuliforme, se multipliant à peine autour du péristome. Trois paires de pores correspondent à une plaque ambulacraire. Aires ambulacraires garnies de deux rangées de tubercules perforés et non crénelés, scrobiculés, placés sur le bord des zones porifères, au nombre de vingt ou vingt et un par série, serrés et régulièrement disposés à la face inférieure, un peu plus espacés et plus inégaux aux approches du sommet apical. Les scrobicules sont légèrement bombés et entourés d'un sillon qui les circonscrit très nettement. Granules intermédiaires assez abondants, inégaux, se prolongeant sous forme de bourrelet entre les scrobicules ; chaque petit bourrelet paraît composé de trois granules. Aires interambulacraires assez larges, pourvues de deux rangées de tubercules principaux plus gros et moins serrés, surtout à la face supérieure, que ceux qui couvrent les aires ambulacraires, mais de même nature. Tubercules secondaires formant plusieurs rangées apparentes à la face inférieure, irrégulières, tendant à se confondre avec les granules qui les accompagnent, disparaissant à la face supérieure. Granules assez abondants, inégaux, formant un cercle autour des tubercules principaux. Péris-

tome bien développé, à fleur de test, marqué de petites entailles aiguës, les lèvres ambulacraires à peu près de même largeur que celles qui correspondent aux aires interambulacraires.

Hauteur, 12 millimètres ; diamètre, 22 millimètres et demi.

Rapports et différences. — Cette espèce rappelle *Orthopsis granularis;* elle s'en distingue par sa face supérieure plus élevée et subconique; par ses tubercules principaux moins développés, très serrés à la face supérieure, mais beaucoup plus espacés au-dessus de l'ambitus; par ses tubercules secondaires moins nombreux. Sa forme conique et la disposition de ses tubercules principaux séparent également cette espèce d'*O. miliaris*.

Localité. — Ghazir, sous le village. Rare.

Coll. Zumoffen.

Explication des figures. — *Pl. II, fig. 5, Orthopsis Zumoffeni,* vu de côté ; *fig. 6,* face supérieure; *fig. 4,* face inférieure.

VIII. — Salenia Fraasi, Cotteau, 1885.

Salenia petalifera, Fraas (non Agassiz), *Aus dem Orient Geolog. Beobachtungen am Libanon*, p. 31, *Pl. II, fig. 4,* et 1878.

Salenia Fraasi, Cotteau, *Echin. nouveaux ou peu connus,* 2e sér., p. 59, *Pl. VIII, 4e, fig. 1-5,* 1885.

— — Duncan, *The Echinoidea of the cretacea strata of the lower Nebrada region. Quart. jour. of the geol Soc.*, p. 154, mai 1887.

De nombreux exemplaires de cette espèce ont été recueillis par M. Goybet à Beit-Chebas (Liban), et nous les avons décrits, en 1885, sous le nom de *Salenia Fraasi*. Ceux que nous a communiqués le Père Zumoffen proviennent de la même localité et ont été rencontrés à Beit Thebab, au-dessus du village, et au-dessous à Bikfaya. Étage cénomanien. Nous renvoyons à la description et aux figures que nous avons données en 1885.

Associé à ces *Salenia*, il s'est trouvé un *Goniopygus*, très bien caractérisé comme genre, mais qu'il nous a été impossible, en raison de sa conservation imparfaite, de déterminer comme espèce ; il est voisin de *G. Menardi*, de l'étage cénomanien, et peut-être devra-t-on l'y réunir, mais nous ne pouvons avoir à ce sujet une certitude absolue.

Echinobrissus Goybeti, Cotteau, 1885.

Echinobrissus Goybeti, Cotteau, *Echin. nouveaux ou peu connus*, 2me série, p. 60, *Pl. VIII fig. 6-10*, 1889.

— — Duncan, *The Echinoidea of the cret. strata of the lower Nebrada, region, Quarterly journ. of the geol. Soc.*, p. 154, mai 1887.

Nous renvoyons à la description et aux figures que nous avons données de cette espèce, en 1885. Les exemplaires que nous a communiqués

M. Zumoffen, parfaitement caractérisés, présentent absolument les mêmes caractères que le type et proviennent de la même localité, Beit-Thebab.

Un autre *Echinobrissus*, en partie empâté dans la roche et trop incomplet pour être déterminé, a été recueilli à Ghazir, sous le village ; il diffère certainement de *Echinobrissus Goybeti* par sa taille un peu plus forte; par ses aires ambulacraires postérieures plus allongées, plus larges, plus droites, plus ouvertes à l'extrémité et descendant plus bas, par son périprocte plus ovale, plus à fleur de test et paraissant dépourvu du sillon anal très prononcé chez *Echinobrissus Goybeti*.

X. — Pyrina *(nova species.)*

Deux exemplaires de *Pyrina* à l'état siliceux ont été recueillis à Ghazir; ils sont trop incomplets pour être déterminés d'une manière positive. Nous pensons, cependant, qu'ils appartiennent à une espèce nouvelle, mais qui ne saurait, quant à présent, être suffisamment caractérisée. Sa forme est ovoïde, renflée, très arrondie sur les bords; le sommet subcentral est tantôt un peu proéminent et tantôt légèrement aplati ; les tubercules, petits et scrobiculés, sont espacés à la face supérieure et deviennent plus apparents et plus serrés vers l'ambitus et en dessous ; la face inférieure est renflée, pulvinée, arrondie sur les bords. Le péristome n'est pas visible. Le périprocte, probablement très grand et placé à la face postérieure, est oblitéré, et il est difficile d'en distinguer les contours. Bien que cette espèce ne puisse être réunie à aucune de celles qu'on rencontre dans l'étage cénomanien, elle n'est pas suffisamment caractérisée pour que nous puissions en donner les caractères d'une manière précise et nous attendons de nouveaux matériaux pour la décrire.

Localité. — Ghazir.

Coll. du Père Zumoffen.

Genre Clypeanthus, Cotteau, 1893.

Test de taille moyenne, subcirculaire, renflé en dessus, arrondi et un peu émarginé en avant, subrostré en arrière, plan en dessous. Sommet excentrique en avant. Sillon antérieur nul à la face supérieure, entamant légèrement l'ambitus, se prolongeant jusqu'au péristome. Aires ambulacraires pétaloïdes, effilées, ouvertes à l'extrémité. Zones porifères de même nature dans les cinq aires ambulacraires. Tubercules très petits, espacés, épars, augmentant un peu de volume dans la région inframarginale. Péristome pentagonal, allongé, excentrique en avant, muni d'un floscelle

apparent. Périprocte elliptique, s'ouvrant à la face postérieure, marginal, sans trace de sillon. Appareil apical étroit, compact, muni de quatre pores génitaux s'ouvrant sur la plaque madréporiforme qui occupe le centre de l'appareil, et de cinq pores ocellaires.

Rapports et différences. — Ce type ne nous a pas paru pouvoir être réuni à aucun des genres que nous connaissons : la structure de ses aires ambulacraires et de son péristome le rapprochent des *Echinanthus* éocènes; il s'en distingue par sa région antérieure marquée d'un léger sillon, par sa face inférieure plane, par son périprocte marginal sans trace de sillon. Ce genre paraît propre jusqu'ici au terrain crétacé du Liban.

XI. — Clypeanthus pentagonalis (Fraas), Cotteau.

(Pl. II, fig. 10-15.)

Toxaster pentagonalis? Fraas, *Haus dem Orient, Beobacht. am Libanon,* 1878.

Espèce de petite taille, subcirculaire, arrondie en avant, un peu rétrécie en arrière. Face supérieure uniformément bombée, marquée en avant d'une légère dépression qui persiste jusqu'au péristome, ayant sa plus grande hauteur au point correspondant à l'appareil apical, et sa plus forte largeur un peu en arrière du sommet apical. Face inférieure presque plane, arrondie sur les bords, légèrement pulvinée dans les aires interambulacraires. Sommet apical un peu excentrique en avant. Aires ambulacraire pétaloïdes, effilées et cependant ouvertes à l'extrémité, l'aire ambulacraire antérieure un peu plus courte et plus ouverte que les autres. Zones porifères larges, effilées, formées de pores très inégaux, les externes étroits, allongés, unis par un sillon aux pores internes qui sont beaucoup plus petits. Zone interporifère un peu moins étendue que les deux zones porifères réunies. Tubercules inégaux, subscrobiculés, espacés à la face supérieure, un peu plus serrés dans la région inframarginale, s'espaçant aux approches du péristome, qui est subpentagonal, un peu allongé, presque à fleur de test, entouré d'un floscelle à peine apparent. Périprocte s'ouvrant à la face postérieure, marginal, elliptique, assez large, superficiel, ne paraissant pas accompagné d'un sillon. Appareil apical étroit, muni de quatre pores génitaux et de cinq pores ocellaires, les deux pores antérieurs un peu plus rapprochés que les deux autres.

Hauteur, 15 millimètres; diamètre antéro-postérieur, 25 millimètres; diamètre transversal, 24 millimètres et demi.

M. Fraas a figuré, sous le nom de *Toxaster pentagonalis,* une espèce qui nous paraît être celle que nous venons de décrire. Ce n'est assurément pas

un *Toxaster*, ni même un *Spatangidé* quelconque. C'est un genre nouveau qui prend sa place dans le voisinage des *Echinanthus* et qui, malgré la figure unique et incomplète donnée par l'auteur, nous paraît se rapporter à notre genre *Clypanthus*. Aussi nous avons cru devoir placer *Toxaster pentagonalis*, Fraas, en synonymie de notre espèce, à laquelle nous avons conservé le nom de *pentagonalis*. — Tel a été l'avis de M. de Loriol, avec lequel nous avons examiné tout récemment le type qui nous occupe.

Rapports et différences. — Cette espèce, la seule du genre, sera toujours reconnaissable à sa petite taille, à sa forme subcirculaire, légèrement pentagonale; à sa face supérieure renflée, marquée en avant d'un léger sillon; à sa face inférieure plane; à son sommet excentrique en avant; à ses aires ambulacraires larges, pétaloïdes, effilées; à ses zones porifères bien développées; à son périprocte marginal, elliptique, superficiel.

Localité. — Kalr Akab.

Coll. Zumoffen.

Explication des figures. — *Pl. II, fig. 10, Clypeanthus pentagonalis*, vu de côté; *fig. 11*, face supérieure; *fig. 12*, face inférieure; *fig. 13*, région postérieure; *fig. 14*, aire ambulacraire antérieure et appareil apical grossis; *fig. 15*, péristome grossi.

XII. — Botriopygus Zumoffeni, Cotteau, 1893.

(Pl. II, fig. 8 et 9.)

Espèce de taille moyenne, arrondie en avant, allongée, partout de même largeur, subtronquée en arrière. Face supérieure peu élevée, uniformément bombée. Face inférieure subpulvinée, arrondie sur les bords, subconcave au milieu. Sommet excentrique en avant. Aires ambulacraires pétaloïdes, longues, un peu effilées, tout en étant très ouvertes à l'extrémité. Zones porifères étroites et cependant très pétaloïdes, formées de pores inégaux, les internes arrondis, les externes étroits, allongés, unis par sillon. Les pores ambulacraires cessent d'être pétaloïdes à peu de distance du bord et se réduisent à de petits pores simples, rapprochés les uns des autres, disposés vers l'ambitus par paires séparées, se resserrant à la face inférieure. Tubercules très petits et à peine distincts en dessus, un peu plus gros dans la région inframarginale. Le péristome et le périprocte ne sont pas distincts. Appareil apical bien développé. Quatre pores génitaux, en forme de boutonnière allongée et oblique, s'ouvrant sur la plaque elle-même, les deux pores antérieurs plus rapprochés que les deux autres. Cinq petits pores ocellaires au sommet des aires ambulacraires.

Hauteur, 13 millimètres; diamètre antéro-postérieur, 33 millimètres; diamètre transversal, 27 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce offre quelque ressemblance avec *Botriopygus minor*, du terrain néocomien ; elle s'en distingue par sa forme plus allongée, moins épaisse, plus élargie et tronquée plus carrément en arrière, par ses aires ambulacraires plus allongées, moins effilées, plus ouvertes et relativement un peu plus larges ; par la structure de son appareil apical et la forme étroite, en boutonnière, de ses pores oviductaux. Son aspect général est plutôt celui de *Botriopygus Toucasi*, mais cette dernière espèce sera toujours reconnaissable à sa taille plus forte, à sa forme plus épaisse et plus bombée, à ses zones porifères relativement un peu plus longues et à son appareil apical différent.

Localité. — Bikfaya. Très rare.
Coll. Zumoffen.

Explication des figures. — *Pl. II, fig. 8, Botriopygus syriacus,* vu de côté; *fig. 9,* face supérieure.

XIII. — Enallaster Delgadoi, P. de Loriol, 1884.

Enallaster Delgadoi, P. de Loriol, *Note pour servir à l'étude des Echinodermes*, I, *Recueil zool. suisse*, t. I, p. 619, *Pl. XXXIV, fig. 1-4*, 1884.
— — P. de Loriol, *Note pour servir à l'étude des Echinodermes*, II, *Recueil zool. suisse*, t. IV, p. 377, *Pl. XVI, fig. 4-5*, 1887.
— — P. de Loriol, *Faune crétacique du Portugal, Descript. des Echinodermes*, p. 87, *Pl. XVI, fig. 1-4*, 1887.

Nous ne reviendrons pas sur la description que M. de Loriol a donnée de cette espèce intéressante, dont il signale la présence, à la fois, au mont Liban et en Portugal, dans des couches rapportées à l'étage cénomanien. Un seul exemplaire nous a été communiqué par le Père Zumoffen ; il présente parfaitement les caractères du type et montre, très bien développés à la face supérieure, au milieu des aires interambulacraires antérieures paires, un certain nombre de tubercules très apparents, assez gros, perforés et crénelés, surtout largement scrobiculés. Ces tubercules donnent à l'espèce une physionomie particulière et nous avions été tenté d'en faire le type d'un genre nouveau. Mais M. de Loriol a constaté que ce caractère n'a pas l'importance que je lui attribuais, et si, chez quelques exemplaires, les gros tubercules scrobiculés sont au nombre de quinze à vingt, ils diminuent de taille et de nombre chez d'autres échantillons qui en ont beaucoup moins. Tous les autres caractères sont identiques à ceux des *Enallaster* et nous n'hésitons pas, comme l'a fait M. de Loriol, à laisser dans ce dernier genre l'*Enallaster Delgadoi*.

Localité. — Kfour, près de Ghazir ; Nebi-Safé, Ailata.

Localités en dehors du Liban. — Fonte Santa (Carregueira) Urgonien? — Fortin de Crismina (Cascaès), couches d'Almargem. — Route de Cascaès à Malveira Baforeira, Azenhas do Mar (Cintra), Bellas Canecas, couches à *Sphœnodiscus Uhligi*. — Baforfeira, couches à *Sphœrulites Verneuilli*. — Entre S. Julao et Cahe Agua (Oeiras), avec l'*Hemiaster scutiger*, couches à *Ostrea pseudo-africana*.

XIV. — Enallaster syriacus, P. de Loriol, 1887.

Enallaster syriacus, P. de Loriol, *Notes pour servir à l'étude des Échinodermes*, II, p. 55, *Pl. XVI, fig. 2-3*, 1887.

Nous renvoyons à la description très complète et accompagnée de figures que M. de Loriol a donnée de cette espèce. Voisine de l'*Enall. oblongus*, cette espèce, dont nous avons de nombreux exemplaires sous les yeux, s'en distingue par sa forme plus déprimée, à peu près également rétrécie en avant et en arrière, avec sa plus grande largeur vers le milieu de la longueur et non en avant; par son sommet encore plus excentrique en arrière; par ses aires ambulacraires postérieures plus flexueues, plus transverses, la zone postérieure en forme d'S renversé. L'aire ambulacraire antérieure est logée dans un sillon peu profond, mais échancrant assez fortement l'ambitus et se prolongeant jusqu'au péristome qui est, étroit, subpentagonal, rapproché du bord antérieur. Les caractères que donne M. de Loriol concernant la structure et la disposition des pores dans l'aire ambulacraire impaire et dans les aires ambulacraires paires sont absolument les mêmes que ceux que nous retrouvons dans nos exemplaires.

Localité. — Rhamdun, près de la route de Damas, Bikfaya. — M. de Loriol signale cette espèce à Abeih, à Azunieh, à Ailata, dans des couches probablement cénomaniennes.

Coll. Zumoffen, musée de Stuttgard; coll. du docteur Diener, à Vienne; ma collection.

XV. — Echinospatangus Dieneri (P. de Loriol), Cotteau, 1893.

Toxaster Dieneri, P. de Loriol, *Notes pour servir à l'étude des Echinodermes*, II, p. 60, *Pl. XVII, fig. 1*, 1887.

M. de Loriol a donné de cette espèce une description détaillée, et nous ne reviendrons pas sur l'ensemble des caractères qu'il a signalés. Les échantillons nombreux et de différents âges que nous avons pu étudier

nous ont permis de constater que la forme des pores qui constituent l'aire ambulacraire antérieure varie suivant la taille des individus et qu'ils sont plus obliques et séparés par un granule plus gros chez les plus jeunes exemplaires. Aussi nous croyons devoir adopter l'opinion de M. Lambert qui, dans sa remarquable étude sur *Echinospatangus neocomiensis*, conteste la valeur du genre *Miotoxaster*, établi par M. Pomel sur la différence de structure des pores dans l'aire ambulacraire antérieure, disposés en fissure chez les *Echinospatangus*, plus arrondis et d'un aspect plus oblique chez les *Miotoxaster*. Les observations faites par M. Lambert sur un grand nombre d'exemplaires tendent à démontrer que cette forme des pores se modifie suivant l'âge et ne saurait être un caractère générique suffisant. Nous laissons donc l'espèce dans le genre *Echinospatangus* (*Toxaster*, Agassiz) ; elle se place dans le voisinage d'*Ech. Collegnoi*, dont elle se distingue, comme l'a parfaitement indiqué M. de Loriol, par sa face supérieure moins renflée ; par son appareil apical plus excentrique en arrière ; par ses aires ambulacraires paires plus flexueuses et moins divergentes ; par ses aires ambulacraires paires postérieures plus courtes. Ce sont deux types voisins, mais parfaitement distincts.

Echinos. Collegnyi, pas plus que l'espèce qui nous occupe, ne saurait être placé dans le genre *Hypsaster*, où M. Pomel avait rangé *E. Collegnoi (Toxaster)*. Leur forme générale, leurs aires ambulacraires flexueuses, la structure de leur péristome non labié et subpentagonal, ne permettent pas de placer ces espèces dans un genre démembré des *Epiaster*, et lors même que chez quelques exemplaires d'*Echin. Collegnoi*, ainsi que l'a remarqué M. de Loriol, la plaque péristomale de la base serait légèrement marginée et un peu bombée, l'ensemble de l'appareil buccal n'en est pas moins pentagonal, superficiel, et complètement dépourvu de la lèvre saillante qui caractérise le péristome des *Epiaster*. En tous cas, ce sont des *Echinospatangus (Toxaster)* que se rapprochent des *E. Collegnoi* et *Dieneri* et non des *Epiaster*. Si on admettait dans la méthode le genre *Miotoxaster*, ce serait dans ce genre qu'il faudrait placer ces deux espèces, et aussi l'*Ech. Breynusi*, d'Orbigny, à moins qu'on n'établisse, pour les *Echinospatangus* à aires ambulacraires déprimées, notamment les *E. Collegnoi*, *Dieneri* et *Breynusi*, un genre particulier. Mais le besoin ne s'en fait réellement pas sentir, surtout si l'on considère que chez quelques espèces d'*Echinospatangus*, *E. Ricordeaui* par exemple, les aires ambulacraires paires offrent, chez certains exemplaires, une tendance à se déprimer.

Localité: — Bouessat, Rhamdun, près la route de Damas, mont Liban (Syrie).

Coll. du Père Zumoffen.

XVI. — Hemiaster Luynesi, Cotteau, 1867.

Hemiaster Luynesi, Cotteau, *Sur les Echin. recueillies en Syrie et en Idumée*, par M. L. Lartet pendant son voyage avec le duc de Luynes. Comptes rendus de l'Académie des Sc., t. LVIII, p. 98, 1869.
— — Cotteau, *Id. Bull. Soc. géol. de France*, 2e série, t. XXVI, p. 534, 1869.
— — Lartet, *Exploration géologique de la Mer Morte*, p. 150, *Pl. XIII, fig. 4-7*, 1877 ?

Nous rapportons à cette espèce un exemplaire de grande taille, provenant du sommet du Makmel, à 3.063 mètres d'altitude, au nord-est des Cèdres, bien caractérisé par sa forme allongée, fortement échancrée en avant, étroite et tronquée en arrière ; par ses aires ambulacraires presque égales et profondément excavées ; par son sillon antérieur large et évasé.

Deux autres espèces d'*Hemiaster*, provenant l'une de Ghazir, sur la route de Damas, et l'autre de Kfour près Ghazir, nous ont été communiquées par le Père Zumoffen, mais elles ne sont pas suffisamment conservées pour être déterminées et décrites, et nous attendons de nouveaux matériaux.

M. Ph. GLANGEAUD

Agrégé de l'Université, à Paris.

SUR LE JURASSIQUE DE LA CHARENTE ET DE LA DORDOGNE

— Séance du 5 août 1893 —

La bordure cristalline du Plateau Central qui s'étend dans la Charente entre Genouillac et Montbron, et sur laquelle s'appuient les terrains jurassiques, est constituée surtout par des micaschistes, des schistes amphiboliques et des schistes à séricite. Dans la Dordogne, vers Nontron, c'est le granite et la granulite qui apparaissent. En maints endroits on observe le contact des terrains jurassiques et du terrain primitif. Dans le canton de Montbron, par exemple, on peut voir successivement l'Infra-Lias, le Lias inférieur et le Lias moyen reposer sur des schistes redressés quelquefois jusqu'à la verticale.

Plusieurs îlots liasiques sont même complètement isolés du reste des terrains jurassiques et témoignent de l'ancienne extension des mers de l'époque.

Les assises jurassiques que j'ai observées forment des anticlinaux et des synclinaux qui pourront se raccorder, je pense, avec ceux décrits par M. Welsch dans le détroit du Poitou. Les dislocations sont peu nombreuses, sauf dans la partie S.-E. de la région. Elles ont une direction N.-N.-O., S.-S.-E.

Les divers étages de la série jurassique qui affleurent dans cette partie N.-E. du bassin d'Aquitaine présentent un intérêt marqué en ce qu'ils servent de transition à deux faciès distincts: le *faciès à Céphalopodes* bien développé dans le détroit du Poitou et le *faciès à peu près exclusivement corallien ou subcorallien* du Lot et de la Corrèze.

Infra-Lias. — Les premiers sédiments jurassiques sont constitués par des grès grossiers (grison), passant à la base à une formation poudinguiforme. Le quartz et le feldspath, qui entrent dans leur composition, sont souvent réunis par un ciment siliceux blanc ou brunâtre qui donne à la roche une grande dureté. Ces grès sont bien développés dans les environs de Montbron : à Écuras, Puybon, Neuville, le Mas, etc., et dans la vallée supérieure de la Bonnieure où ils ont été décrits par Coquand.

Ils renferment des empreintes d'*Équisetum*, des traces charbonneuses et de petits Gastropodes indéterminables. A Nontron, où ils sont moins épais, ils contiennent *Pecten dispar*. Les grès sont surmontés par un calcaire très siliceux, brunâtre, extrêmement dur, ayant plusieurs mètres d'épaisseur et formant une véritable lumachelle, mais où les fossiles sont difficilement déterminables. Néanmoins on peut y reconnaître les Lamellibranches qui ont été décrits dans l'Infra-Lias supérieur de la Vendée. Ce calcaire offre un beau développement à la Ribe et à Bel-Air. On retrouve ce dernier niveau, près de Nontron, sous forme de calcaire oolithique brunâtre, à *Avicules*.

L'Infra-Lias paraît donc complet dans cette région. Les grès représenteraient le Rhétien et le calcaire siliceux l'Hettangien.

Sinémurien. — Nous rangeons provisoirement certaine sassises, non fossilifères, dans cet étage, parce qu'elles sont en concordance : d'une part avec celles de l'Infra-Lias, de l'autre avec celles du Charmouthien.

On n'observe aucune interruption marquée dans la sédimentation; le dépôt de ces assises a donc dû probablement s'effectuer pendant le Sinémurien.

On peut étudier le Sinémurien dans la vallée de la Bonnieure, à l'Age, en plusieurs points du canton de Montbron, chez Chatenet, près Orgedeuil et aux environs de Réry et d'Écuras. Il a une composition assez uniforme. Il est formé par un calcaire dolomitique, offrant une grande épaisseur à Chantin-Besson où il a été jadis exploité. C'est le *calcaire castinier* des habitants du pays.

L'Infra-Lias et le Sinémurien sont traversés dans le canton de Montbron par des filons de galène, accompagnée de sulfate de baryte et de quartz. Ces émissions siliceuses et barytifères sont, comme on le sait, très fréquentes autour du Plateau Central. Elles se sont surtout produites dans les assises du Jurassique inférieur.

Leur ensemble constitue autour du massif central une zone qu'on a appelée *zone d'imprégnation*.

CHARMOUTHIEN.— Le Charmouthien a été considéré par Coquand comme formé, dans le canton de Montbron, par des calcaires dolomitiques sans fossiles. J'ai pu observer, au contraire, en plusieurs points, et notamment au Péry, aux Chaises et dans le vallon d'Orgedeuil un premier horizon formé de grès calcaires et dolomitiques très épais dans lesquels j'ai recueilli *Rhynchonella tetraedra; Pecten acuticostatus, Lima*, etc.

Le deuxième horizon se présente sous un aspect bien spécial. Il est constitué aux Rivailles par un calcaire siliceux brunâtre, extrêmement dur, ressemblant à certaines roches sédimentaires des terrains primaires. Les fossiles abondent, surtout l'*Am. margaritatus*, accompagnée d'une petite faune de Lamellibranches et de Brachiopodes.

Le Charmouthien s'observe également dans la vallée supérieure du Rivaillon et aux environs de Suaux, où il contient : *Am. margaritatus, Pecten æquivalvis, Bel. Niger*, etc.

TOARCIEN.— C'est l'étage le plus fossilifère et par suite le plus facile à étudier. Il est visible dans la plupart des vallées qui rayonnent autour du massif cristallin.

Il débute dans le canton de Montbron par un calcaire gris bleuâtre à fossiles phosphatés, parmi lesquels on peut citer : *Am. Hollandrei; Am. Levisoni; Am. subarmatus; Bel. tripartitus; Ter. Sarthacensis; Trochus Guilloti*, etc.

Dans le canton de Montbron, le niveau supérieur du Toarcien à *Am. opalinus* est représenté par des calcaires à ciment contenant de rares fossiles.

Le Lias supérieur offre une remarquable extension dans la vallée du Rivaillon, près Vitrac. Il est constitué par une alternance de calcaires gris bleuâtres et d'argiles de même couleur, dans lesquels on relève tous les horizons de l'étage très riche en Belemnites: *Bel. tripartitus, Bel. irregularis, Bel. compressus*, Bélemnites à sillon, et en Brachiopodes : *Rhynch. cynocephala, Rhynch. tetraedra*, etc.

L'horizon supérieur est représenté par des marnes à *Am. opalinus*.

Un faciès analogue au précédent se voit à la Saille, à Suaux et à Miaulant. Ce dernier village domine une vallée étroite et profonde, sur les flancs de laquelle on peut étudier facilement la succession des assises du Lias supérieur et du Bajocien. A Varaignes, le niveau à *Am. opalinus* est visible, grâce à l'existence d'une faille. A Ribeyrolles, le Toarcien très argileux renferme *Ostrea Beaumonti*.

BAJOCIEN. — Le Bajocien offre de nombreux faciès. On peut relever une coupe complète de l'étage en suivant la ligne du chemin de fer de Suaux à Chasseneuil, et en se dirigeant ensuite vers la Folie et Chez-Dieu. Le Bajocien débute par des calcaires gris bleuâtres alternant avec des argiles écailleuses quelquefois très fossilifères et renfermant *Am. concavus* et des Ammonites appartenant aux genres *Sonninia, Hammatoceras*, etc. C'est le niveau à *Am. concavus*, décrit par M. Munier-Chalmas, en Normandie et par M. Buchman, en Angleterre. Ces calcaires sont recouverts par des argiles blanchâtres, sans fossiles, et d'une faible épaisseur. Elles sont couronnées au château de la Folie par un calcaire gris bleuâtre très dur et très compact où j'ai recueilli *Am. Sowerbyi*.

Dans tous les niveaux on trouve en grande abondance : *Bel. canaliculatus, Trigonia costata, Astarte obliquæ, Lima proboscidea, Myoconcha crassa*, etc., ainsi que quelques Brachiopodes.

Le Bajocien supérieur est constitué par des calcaires en plaquettes, jaune blanchâtre, renfermant de rares Ammonites: *Am. garantianus*, *Am. Parkinsoni*, et dans les bancs supérieurs : *Ter. sphæroidalis*, *Pecten articulatus*, *Pectus silenus*, très abondants. Ce dernier horizon prend un grand développement aux environs de Chasseneuil.

On retrouve le Bajocien dans le vallon que domine le village de la Faurie. Il est encore représenté par des calcaires gris bleuâtre, mais ils sont déjà un peu dolomitiques. Les fossiles sont d'ailleurs plus rares, en raison même de la nature des sédiments ; il faut de patientes recherches pour distinguer les niveaux à *Am. Murchisonæ* et à *Am. Humphriæsianus*.

Aux environs de Vouthon et à Montbron, le changement est complet dans la composition des assises bajociennes. Ce sont, en effet, des cargneules jaune brunâtre, très épaisses, qui s'étendent entre ces deux localités et représentent le Bajocien. A Varaignes, le Bajocien inférieur et moyen sont toujours dolomitiques, mais le Bajocien supérieur est constitué par des calcaires oolithiques, et déjà un peu coralliens, très riches en Brachiopodes. *(Ter. sphæroidalis, Ter. Phillipsii. Rhynch. quadriplicata)*, et en Échinides *(Stomechinus bigranularis, Cidaris,* etc.).

Entre Teyja et Javerlhac, au-dessus de calcaires dolomitiques à Trigonies, on a un niveau oolithique, puis un niveau de calcaires marneux à *Am. subcoronatum* représentant le Bajocien supérieur.

L'étude des *étages supérieurs au Bajocien* présente beaucoup de difficultés dans le sud de la région considérée, les Céphalopodes y étant très peu nombreux. La rareté de ces documents paléontologiques, si importants cependant dans la classification, tient surtout à la composition et au mode de dépôt des sédiments. En effet, à partir du Bajocien supérieur jusqu'à l'Astartien, dans les cantons de Montbron et de Nontron, presque toutes les assises, à l'exception de l'Oxfordien supérieur qui est marno-calcaire, sont formées par des calcaires oolithiques, des oolithes coralliennes, et souvent par de véritables calcaires construits.

En remontant vers le nord du département de la Charente et en se rapprochant du détroit du Poitou, les sédiments deviennent de plus en plus marneux et de plus en plus riches en Céphalopodes. Si l'on suit, au contraire, la bordure jurassique dans le département de la Dordogne et du Lot, on voit, comme l'a montré M. Mouret, le faciès oolithique et subcorallien descendre jusqu'au Bajocien.

Bathonien. — Le Bathonien présente, aux environs de Chasseneuil, un niveau oolithique surmonté par des calcaires en plaquettes à *Ter. sphæroidalis*, *Ter. carinata*, *Ter. globata*, etc., qui sont recouverts à leur tour par un calcaire poreux à *Am. subbackeriæ* (la Breuille).

Le faciès oolithique tend à envahir presque tout l'étage entre Marillac et La Rochefoucauld, où l'on recueille *Clypeus Ploti*.

Aux Brosses, près Montbron, le Bathonien est formé de calcaires oolithiques à *Rhynch. obsoleta* couronnés par des calcaires semi-oolithiques, semi-coralliens très fossilifères où abondent surtout les Brachiopodes. Mais je n'ai trouvé, malgré

de patientes recherches, ni *Ter. digona*, ni *Ter. coarctata* citées par Coquand.

Jusqu'à Marthon on marche ensuite sur de nouveaux calcaires oolithiques devenant coralliens par places et renfermant alors de nombreuses Nérinées, ainsi que des Polypiers isolés. A Vilhonneur, le Bathonien présente à la base un niveau oolithique puissant, couronné par des calcaires lithographiques supportant à leur tour des calcaires oolithiques où les Polypiers sont très abondants. Cet horizon supérieur de l'étage est remarquablement fossilifère. Il contient une faune de Brachiopodes, de Lamellibranches nouveaux (*G. corbis, Lima, Pecten)*, de Gastropodes (*G. Purpuroidea)* avec *Anabacia orbulites, Anabacia complœnata* et *Elignus*. Ce dernier genre est très constant dans le Bathonien.

Entre Souffrignac et La Chapelle-Saint-Robert, entre Javerlhac et le Grand-Gilloux, le Bathonien se modifie à sa partie inférieure par l'intercalation de marnes feuilletées à *Cyrena, Anisocardia* et par l'arrivée de Rhynchonelles du type de la *Rhynch. decorata* et de la *Rhynch. elegantula*.

En outre, de nombreuses Nérinées, Pseudo-Mélanies, mêlées à des Polypiers, indiquent la tendance au faciès corallien.

En remontant vers le nord du département de la Charente et en se dirigeant vers le détroit du Poitou, le faciès oolithique du Bathonien tend, au contraire, à se transformer en un faciès vaseux où abondent les Céphalopodes. Aux environs de Ruffec, à Montjean, Massonné, le Bathonien est constitué par un calcaire faiblement marneux renfermant de nombreux silex au milieu desquels est intercalé un banc légèrement marneux, gris verdâtre et dont les fossiles sont phosphatés : c'est le banc pourri des auteurs.

Les calcaires inférieurs contiennent : *Am. Ymir, Am. polymorphus, Am. Martiusi, Am. Deslongchampsi, Am. transians, Am. subbackeriæ, Ter. sphæroidalis, Rhynch. plicatella, Phol. crassa,* etc.

Le banc pourri est remarquablement riche en espèces : *Am. ferrugineus, Am. Deslongchampsi, Am. pseudo-anceps, Am. subradiatus, Am. arbrustigerus, Am. Parkinsonia inflata, Bel. bessinus,* etc.

Ce banc est recouvert par des calcaires à silex sur lesquels repose le Callovien à *Am. anceps*.

Cette faune bathonienne a beaucoup d'analogie avec celle de Sainte-Pézenne (Deux-Sèvres) décrite par M. de Grossouvre.

Callovien.— Le Callovien est constitué en grande partie par des marnes à Chef-Boutonne et par des calcaires marneux à Ruffec ; ces derniers contiennent : *Am. macrocephalus, Am. Herveyi, Am. anceps* à la base, et à la partie supérieure *Am. anceps* et *Am. lunula*. Ils sont recouverts par des calcaires poreux, à *Am. Jason*. Le niveau à *Am. athleta* m'a semblé représenté, car j'ai trouvé dans les bancs supérieurs de ces calcaires, à la Tache, Saint-Amand-de-Bonnieure : *Am. caprinus* et des Ammonites du genre *Peltoceras*.

Les mêmes niveaux, déjà réduits, se montrent entre Saint-Mary, Taponnat et La Rochefoucauld. A Vilhonneur, le Callovien se présente sous forme de calcaires poreux siliceux très riches en Échinides et contenant *Ostrea amor* et *Ostrea gregarea*.

Plus au sud, vers Marthon, l'étage devient complètement oolithique.

Oxfordien. — Cet étage est beaucoup plus uniforme que les précédents. Dans une grande partie du nord-est du bassin d'Aquitaine, il est constitué par des calcaires lithographiques ou par des argiles.

A Tuzie, l'Argovien est représenté par des argiles à Spongiaires. Ce niveau,

qui se retrouve sous cette forme à Niort, dans le Berry et sur les bords de la Loire, est remarquablement fossilifère. On y recueille : *Am. canaliculatus*, *Am. transversarius*, *Am. arolicus*, *Am. Edwardsi*, *Am. convolutus*, *Am. semiplanus*, *Am. Lochensis*, *Am. Erato*, *Am. microplicatilis*, *Bel. hastatus*, etc. Il est recouvert par des calcaires en plaquettes à *Am. marantianus*.

Les marnes ne tardent pas à disparaître vers Saint-Amand-de-Bonnieure. Elles passent à des calcaires lithographiques très peu fossilifères. A La Rochefoucauld, les calcaires lithographiques à *Aspidoceras* sont surmontés de calcaires coralliens appartenant probablement à l'Argovien supérieur, car ils semblent recouverts par des calcaires lithographiques à silex où l'on recueille : *Am. canaliculatus*, *Am. Erato*. Les calcaires lithographiques se continuent, très uniformes, mais très réduits, dans la Dordogne.

Séquanien. — Le Séquanien offre un remarquable développement dans la Charente, car il s'étend du nord au sud du département sur une largeur d'environ six kilomètres. Il débute à Tuzie par des calcaires marneux en plaquettes à *Am. marantianus*, surmontés par des calcaires lithographiques à *Am. Achilles* (Luxé, Lonnes, La Villedieu).

Entre Saint-Angeau et Coulgens on observe les niveaux à *Am. bimammatus*, *Am. Achilles*, *Am. tenuilobatus*, avec intercalation ou passage à des calcaires coralliens.

Dans l'ouest du département, le niveau inférieur se montre à La Rochette, à Rivière et aux environs de Grassac, mais dans le sud il est formé par des calcaires oolithiques passant par places à des calcaires coralliens qui finissent par envahir la presque totalité de l'étage.

Le Rauracien coralligène peut s'étudier sur la ligne du chemin de fer de La Rochefoucauld au Quéroy où il est constitué en partie par des calcaires extrêmement compacts à *Diceras arietinum*, *Ter. formosa*, *Ter. Banhini*, etc.

A un kilomètre de Grassac il se retrouve sous la forme de calcaires semi-oolithiques, semi-coralliens, renfermant de nombreux *Diceras* et des *Nérinées*.

Le Séquanien supérieur s'étend sur une grande partie de la forêt de la Braconne, où il est formé de calcaires en plaquettes à *Am. tenuilobatus*.

Conclusions. — Si nous essayons de jeter un coup d'œil d'ensemble sur le Jurassique de la Charente et de la partie nord du département de la Dordogne, nous voyons que le Lias est relativement uniforme dans la région considérée, à part les cantons de Montbron et de Nontron, où le faciès dolomitique prédomine et envahit même l'étage Bajocien.

Quant aux étages du Jurassique moyen et du Jurassique supérieur, ils présentent une différence bien tranchée. Dans la partie septentrionale, c'est-à-dire vers le détroit du Poitou, les sédiments sont des calcaires normaux ou des calcaires marneux, quelquefois des marnes, très riches en Céphalopodes. Dans la partie méridionale, où la mer était moins profonde, où les courants marins ne se faisaient que faiblement sentir, c'est le faciès oolithique et corallien qui domine avec la faune de Gastropodes, de Lamellibranches et d'Échinides qui lui est si spéciale. Le passage d'un faciès à l'autre peut s'observer en maints endroits.

M. David MARTIN

Professeur au Lycée et Conservateur du Musée de Gap.

FAUNE MALACOLOGIQUE QUATERNAIRE DE LA CRAIE LACUSTRE DES HAUTES-ALPES

— Séance du 7 août 1893 —

La faune quaternaire du département des Hautes-Alpes n'a donné lieu jusqu'ici à aucune publication spéciale.

Aussi, à part quelques citations isolées (1), ignore-t-on quels sont les êtres qui, les premiers, ont vécu dans la haute Durance au début des temps actuels.

Pour combler en partie cette lacune, nous avons, dès 1873, entrepris des recherches sur les faunes malacologiques quaternaires et actuelles de la région. Bien que nos travaux d'investigations soient très avancés, nous n'avons encore rien publié sur la question, et nous détachons, pour le Congrès de Besançon, la partie de nos études concernant les faunules de trois gisements de tufs quaternaires appelés, en Suisse, craie lacustre, dont l'état poudreux et incohérent facilite à souhait le dragage et la recherche des espèces même les plus délicates qui se trouvent conservées avec tous leurs détails.

Ces faunules ne présentent aucune espèce éteinte ; mais, en revanche, elles révèlent des conditions climatériques bien différentes de celles d'aujourd'hui. Comme ces tufs n'ont pas été remaniés, on peut suivre sur leur coupe toutes les fluctuations de la faune depuis la base des tufs jusqu'à leur sommet.

D'autre part, ces faunules ne comprenant que des êtres ayant vécu sur place, sont autrement significatives que celles du lehm qui proviennent souvent d'une grande distance et d'expositions et d'altitudes qu'il serait souvent difficile de déterminer. Ces tufs poudreux sont rares dans les Hautes-Alpes ; car, comme ils forment le sous-sol de petits marais, leur existence échappe aisément à l'attention des observateurs. Les gise-

(1) *Les Dépôts lacustres du bassin du Pignon, près Aspres-les-Veynes,* par M. Honnorat. (*Bull. de la Soc. d'Et. des Hautes-Alpes,* 1884.)

Le Bassin du Pignon et sa faune, par David Martin. (*Bull. de la Soc. d'Et. des Hautes-Alpes* de 1893.)

ments que nous signalerons sont ceux de Bayard, de la Freyssinouse aux environs de Gap, et ceux de Mison en amont de Sisteron.

FAUNULE MALACOLOGIQUE DES TUFS DU COL BAYARD AU NORD DE GAP

Position et climat du col. — Le col Bayard, de 5 à 6 kilomètres de largeur, est ouvert (altitude 1.248 mètres) entre l'âpre massif du Dévoluy et les montagnes de l'Embrunais. Il fait communiquer les vallées du Drac et de la Durance et se trouve ainsi placé sur la limite très marquée du climat humide et brumeux de l'Isère et la région sèche et ensoleillée de la Provence. Par le Drac, en effet, arrivent les vents humides du nord-ouest, que le massif du Vercors et du Dévoluy dévie vers l'est,

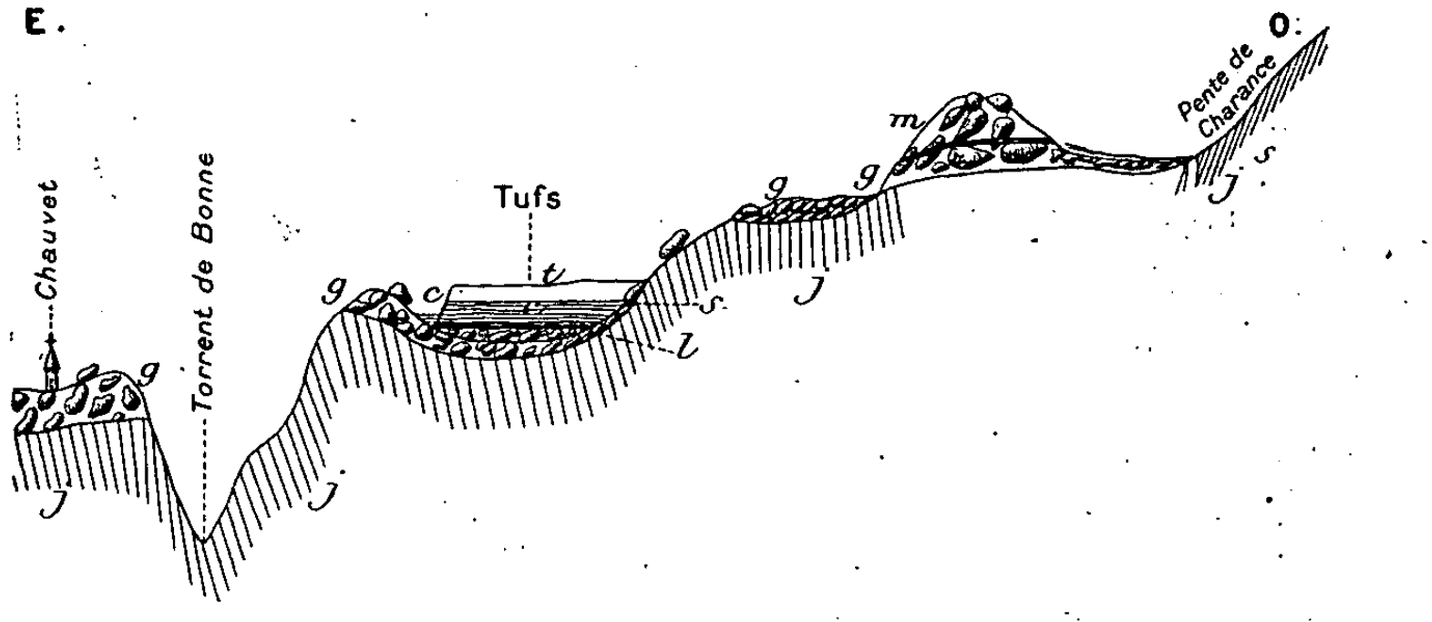


FIG. 1. — Coupe de la région des tufs de Bayard ou des Serigues, près Gap.

g, Glaciaire du Briançonnais. — *j*, Marnes oxfordiennes. — *js*, Jurassique supérieur. — *c*, Craie lacustre. *l*, Limons, tufs et tourbes. — *t*, Terre végétale. — *m*, Moraine de névé local. — *s*, Source.

tandis que les chaînes de Provence amènent, par leur direction, les vents secs du sud dans le Gapençais.

Mais si les vents d'ouest soufflent rarement à Bayard, le mistral y règne en maître et lui donne un rude climat. Aussi la faune malacologique y est-elle d'une remarquable pauvreté à travers les marais, les prairies alpestres et les taillis de hêtre qui couvrent le plateau. Il n'en était pas ainsi à l'origine des temps actuels : de vastes forêts de mélèzes, de sapins, de peupliers, avec roseaux, ombellifères, etc., abritaient une faunule aussi variée que nombreuse, ainsi qu'en témoignent la tradition et surtout de nombreuses tourbières et les débris recueillis dans les tufs.

Les tufs. — Le gisement de tufs est au sud du col, vers 1.300 mètres d'altitude, sur la dernière terrasse qui domine les pentes des Serigues et la berge profonde du torrent de Bonne en face Chauvet, et sous la lettre *n* du mot Brunets de la carte d'État-major.

Sur la berge du torrent, et sur une longueur de vingt mètres du talus

du chemin qui longe la prairie, on peut aisément constater la coupe suivante, de bas en haut :

1° Marnes oxfordiennes à *Ammonites tortisulcatus ;*

2° Argiles glaciaires à blocs et à galets striés du Briançonnais, 2 à 3 mètres ;

3° Limons charbonneux et tufeux entremêlés d'argile glaciaire à menus graviers, $0^m,15$ à $0^m,20$;

4° Tufs coquilliers d'un blanc jaunâtre avec menus lits charbonneux de quelques millimètres d'épaisseur (1 à 3), $0^m,60$ à $0^m,75$.

5° Terre végétale spongieuse formant le sol de la prairie marécageuse, $0^m,50$ à 1 mètre.

La prairie marécageuse n'a qu'une superficie de 2 hectares et occupe toute la petite terrasse qui est dominée par une pente schisteuse qui s'élève vers la montagne de Charance. Elle est fermée à l'aval par un seuil de schiste et de glaciaire, aujourd'hui égueulé, par un ruisseau. Mais, avant d'être coupé, ce petit seuil dut déterminer un petit lac, à la place de la prairie, d'une profondeur maximum de 2 à 3 mètres.

Le marais était alimenté par une belle source, aujourd'hui captée dans une rigole ; mais le tuf fut déposé par une petite source émergeant dans les schistes en tête de la prairie et dont la puissance de concrétion est, de nos jours, insignifiante.

Age des tufs. — La superposition des tufs sur le glaciaire leur assigne sans doute un âge récent. Toutefois, le peu d'importance des argiles limoneuses et charbonneuses et leur chevauchement avec des lits de tufs et de boues à menus graviers provenant peut-être du ruissellement sur les bords du glacier, semblent indiquer que le dépôt initial du tuf a commencé peu après la fusion du glacier sur le marais. Dans tous les cas, la végétation a dû suivre de très près la retraite du glacier, puisque les premiers dépôts sont charbonneux et, sans quoi aussi, les eaux de ruissellement des pentes rapides supérieures n'auraient pas manqué de combler le petit bassin (1). Or, comme le glacier de la Durance avait encore, à ce moment, une puissance de 700 mètres, nous pouvons considérer, je crois, la petite faunule comme contemporaine de la fin du phénomène erratique.

ESPÈCES ANIMALES CONTENUES DANS LES TUFS DE BAYARD

Les tufs de Bayard ne nous ont donné jusqu'ici aucun fossile de vertébré. Cela tient sans doute au peu de profondeur du marais qui présentait

(1) Ce petit lac eut une existence bien menacée. A 500 mètres et à 100 mètres d'altitude au-dessus de lui était le front d'un petit glacier local qui y édifia une belle moraine frontale, et dont les eaux de fusion n'auraient pas manqué de combler le petit marais si la végétation n'avait pris pied sur la pente aussitôt après la fusion du glacier du Briançonnais.

ainsi de mauvaises conditions d'enlizement. Parmi les invertébrés, ce sont surtout les mollusques qui y présentent le plus d'intérêt. Et comme ces animaux sont fatalement condamnés à subir toutes les vicissitudes des saisons, ils nous donnent les renseignements les plus précis sur les variations du climat dans les Hautes-Alpes.

Distribution des espèces. — Dans une tranchée que nous avons pratiquée dans le marais jusqu'à la profondeur du dépôt glaciaire, nous avons constaté la présence de coquilles dans les limons du fond. Elles y sont rares, il est vrai, et appartiennent à de petites espèces. Mais en s'élevant dans les tufs, elles se multiplient rapidement en espèces et en individus jusqu'à un maximum marqué par une couche de $0^m,04$ à $0^m,05$ d'épaisseur et à $0^m,35$ au-dessus du dépôt glaciaire. Les coquilles sont si abondantes dans cette couche qu'elles la transforment en une véritable lumachelle, au point qu'un décimètre cube de tuf peut donner trois à quatre mille coquilles, parmi lesquelles l'espèce dominante est le *Valvata cristata*.

A partir de ce riche niveau, qui doit correspondre à un climat présentant les conditions les plus favorables pour le développement des organismes, les coquilles diminuent en espèces et en individus jusqu'à la surface supérieure des tufs, et cela d'une manière continue si régulière qu'il nous a été impossible de constater le moindre retour vers des conditions plus favorables au développement de la faune.

Les premières espèces qui se montrent au contact du glaciaire sont : *pupa muscorum, pygmea; helix pygmea, radiatula, pulchella, costata, fulva; limnea truncatula; valvata cristata, pisidium nitidum, carychium tridentatum et minimum :* celui-ci, très rare, disparaît bientôt. Il aurait été intéressant de suivre l'apparition et la disparition successive des espèces et d'établir, pour chaque profondeur la proportion en espèces et en individus; mais notre installation insuffisante ne nous l'a pas permis.

LISTE DES ESPÈCES RÉCOLTÉES DANS LES TUFS DE BAYARD (1).

Nos	ESPÈCES DES TUFS DE BAYARD	HABITAT ACTUEL	NOMBRE	RHONE	PÔ	RHIN	OBSERVATIONS
1	Limax (?) (coquilles internes)						Paraissant se rapporter à 2 espèces.
2	Vitrina pellucida, Müll . . .	+	*rr*			A	Fragments.
3	— annularis, Venetz. . .	+	*rr*				Id.
4	Succinea Pfeifferi, Rossm . .	+	*rr*	R		A	A test très solide.

(1) INDEX. + vit dans les Hautes-Alpes; — ne vit plus dans les Hautes-Alpes; *ar*, assez rare; *c*, commune; *cc*, très abondante; *r*, rare; *rr*, très rare.

Espèces communes avec les terrains quaternaires. { R, des environs de Lyon. T, des environs du Pô et de Turin. A, du lehm de la vallée du Rhin.

Nos	ESPÈCES DES TUFS DE BAYARD	HABITAT ACTUEL	NOMBRE	RHONE	PÔ	RHIN	OBSERVATIONS
.5	Succinea arenaria, Bouch. . .	+	*r*				Beaucoup plus grosse et plus abondante que l'espèce actuelle.
6	Hyalinia nitens, Gmélin . . .	+	*rr*	R			
7	Hyalinia sp. (?)	+	*rr*				
8	— nitidula, Drap. . . .	+	*cc*			A	Plus grande que l'espèce actuelle.
9	— cristallina, Müll. . .	+	*r*	R		A	
10	— hyalina, Ferressac. .	+	*rr*			A	
11	— fulva, Müller. . . .	+	*c*	R	T	A	
12	— radiatula, Alder . .	+	*cc*			A	Plus grande que le type actuel.
13	Helix pygmea, Drapar. . . .	+	*cc*		T	A	
14	— ruderata, Studer . . .	+	*cc*		T	A	Id.
15	— obvoluta, Müller . . .	+	*c*	R	T		Identique à l'espèce actuelle.
16	— holosericea, Studer . .	+	*rr*				La bouche d'un seul échantillon.
17	— costata, Müller	+	*cc*	R	T	A	Identique à l'espèce actuelle.
18	— pulchella, Müller . . .	+	*c*	R	T	A	Id.
19	— strigella, Drapar. . . .	+	*cc*	R	T	A	Id.
20	Helix nemoralis, Linné . . .	+	*r*	R	T	A	A test très épais.
21	— aculeata, Müller. . . .	+	*ac*	R		A	Identique à l'espèce actuelle, moins les aiguillettes qui ont disparu.
22	— alpina, Faure-Biguet. .	+	*rr*				Un sujet très jeune.
23	Bulimus montanus, Drap . .	+	*c*	R		A	Identique à la variété qui vit non loin de là au nord de Charonne.
24	— obscurus, Müller. .	+	*rr*	R	T	A	Identique à l'espèce actuelle.
25	Zua lubrica, Leach	+	*cc*		T	A	Id.
26	— exigua, Penke.	+	*r*		T		Id.
27	Clausilia laminata, Turt-Mann.	+	*c*		T	A	Id.
28	— plicatula, Draparn. .	+	*c*		T	A	Id.
29	— nigricans (?), Jeffr. .	+					Id.
30	Pupa quadrideas, Drap. . . .	+	*rr*				Une partie de la bouche seulement.
31	— muscorum, Drap. . . .	+	*cc*	R	T	A	Identique à l'espèce actuelle.
32	— bigranata, Ross.	+	*r*			A	Id.
33	— edentula, Drap.	+	*rr*			A	Id.
34	— inornata, Michaud. . .	+	*rr*		T		Id.
35	Vertigo moulinsiana, Dupuy .	+	*c*			A	Id.
36	— pygmea, Draparnaud.	+	*c*		T	A	Id.
37	— antivertigo, Drap. . .	+	*c*			A	Id.
38	— pusilla, Pfeiffer . . .	+	*c*			A	Id.
39	— Venetzii, Fér.	+	*c*				Id.
40	Acme fusca, Dupuy	—	*rr*				
41	Carychium tridentatun, Ross.	+	*cc*		T		Id.
42	— minim., Müller. .	—	*rrr*	R			
43	Planorbis crista, Lin = planorbis nautileus, Desh	—	*c*			A	
44	Physa hypnorum, Linné. . .	+	*cc*	R		A	Id.
45	Limnea peregra, Müller . . .	+	*c*	R	T	A	Id.
46	— truncatula, Müller. .	+	*ccc*	R	T	A	Id.
47	Valvata cristata, Müller . . .	—	*ccc*	R	T	A	Avec variétés scalaires.
48	Pisidium pulchellum, Jen. .	+	*c*	R	T		
49	— Henslowianum, Jen.	+	*c*	R			

A cette liste nous pourrions ajouter :

1° Des œufs de mollusques en parfait état de conservation ;

2° Des valves nombreuses de crustacés ostracodes ;

3° Deux talytres ou chevrettes d'eau douce ;

4° Deux coléoptères : *Antrenus fuscus,* Olivier, et *Anobium paniceum,* Linné (1).

La petite faunule de Bayard peut donner lieu à bien des remarques ; nous nous bornerons aux suivantes pour la comparer aux faunes actuelles sous le rapport des caractères spécifiques et sous le rapport de l'habitat.

Les espèces dont nous avons recueilli de si nombreux sujets dans la craie lacustré de Bayard présentent, en général, une frappante similitude dans la forme, la taille, les détails, avec leurs représentants actuels.

Les espèces qui nous ont seules présenté des différences sont :

1° *L'Hélix ruderata* dont quelques sujets, plus grands que ceux de nos jours, se rapprochent de l'*Hélix solaria* aujourd'hui éteint.

2° Le *Planorbis crista* et le *Valvata cristata* présentent souvent des individus à gibbosités ou à déviations des tours de spire ; un sujet du *Valvata cristata* est une véritable monstruosité scalaire.

3° Le *Succinea Pfeifferi* y est encore plus polymorphe que de nos jours et son test est plus épais.

4° Le *Succinea arenaria* surtout y présente de notables différences, tous les individus adultes ont une coquille très épaisse et d'une taille double de celle de l'espèce actuelle.

Mais c'est surtout au point de vue de l'habitat que la faunule de Bayard présente de l'intérêt. Les tufs superficiels révèlent déjà une émigration et une diminution surprenantes et qui n'ont fait que se poursuivre jusqu'à nos jours, puisque, des quarante-neuf espèces signalées, nous n'avons jusqu'ici recueilli à l'état vivant, dans les environs, que : *Pupa muscorum, pygmea, quadridens ; Limnea peregra ; Helix costata, pulchella ; Pisidium pulchellum* et quelques rares *Succinea Pfeifferi.*

Parmi les espèces émigrées, les unes se sont retirées dans les hauteurs comme l'*Helix alpina,* le *Bulimus montanus,* les *Helix holosericea, ruderata radiatula* et les clausilies qui ne vivent plus dans les environs de Gap qu'au-dessus de 1.400 mètres d'altitude et le plus souvent sous bois, et dans les expositions nord, c'est-à-dire dans des stations où elles trouvent une humidité suffisante.

D'autres espèces, au contraire, ont abandonné l'altitude de 1.300 mètres pour descendre dans des régions plus douces, comme les *Helix nitidula, pygmea, nemoralis ; Zua lubrica ; Carychium tridentatum ; Physa hypnorum ; Limnea truncatula,* ainsi que la plupart des vertigos.

(1) Nous devons à l'aimable compétence de M. l'abbé Pirossin la détermination de ces deux insectes.

Un certain nombre d'espèces plus délicates, plus frileuses peut-être, nous paraissent avoir disparu du département, comme l'*Acme fusca*, *Carychium minimum*, *Valvata cristata*, et *Planorbis crista*. Le *Valvata cristata* aurait reculé à l'altitude du Monêtier Allemond (alt. 600 mètres), où nous l'avons récolté en 1891, dans le Laus de Curban où il est excessivement rare.

Mais toutes les espèces de notre faunule n'ont pas été également sensibles aux variations des climats ; quelques-unes plus robustes et cosmopolites, semblent indifférentes aux influences de l'altitude et de l'exposition, ainsi les *Helix obvoluta*, *pulchella*, *costata*, les *Pupa muscorum*, *quadridens*, le *Bulimus obscurus* et le *Pisidium pulchellum* ont encore aujourd'hui une grande extension géographique. Il en est de même de *Helix strigella;* mais cette espèce se fait excessivement rare et prend le test de plus en plus mince et presque transparent.

COMPARAISON AVEC LES FAUNES QUATERNAIRES D'AUTRES RÉGIONS.

Si nous comparons la faunule de Bayard avec la faune quaternaire d'autres régions, nous trouvons qu'elle contient 63 0/0 des espèces quaternaires du lehm du Rhin ; 41 0/0 des espèces de la vallée du Pô aux environs de Turin, et 36 0/0 des espèces signalées aux environs de Lyon (1).

La faunule de Bayard se rapproche donc plus de la faune allemande que de celle du Pô, et surtout que de celle du Rhône. Cette différence peut résulter d'une similitude de climats, étant donnée l'altitude élevée du gisement des tufs ; mais elle peut être due aussi à l'insuffisance des recherches. On ne doit pas perdre de vue, en effet, qu'il ne s'agit, à Bayard, que d'une étendue très circonscrite et fouillée sur quelques points seulement, et qu'en outre, aux abords du marais des Brunets ne vivaient, en dehors des sept espèces aquatiques signalées, que des mollusques qui, aimant les lieux frais et humides, s'aventurent volontiers sur les hautes herbes d'où ils sont tombés dans l'eau ; tandis que les espèces qui recherchent les pelouses ensoleillées ou les terrains secs et rocailleux vivaient certainement déjà dans le pays. Nous sommes d'autant plus persuadé que des fouilles faites sur le périmètre des tufs en amèneront la découverte que déjà nous avons récolté une foule d'espèces dans le lehm et dans d'autres tufs de la région. Ainsi les *Helix arbustorum*, *sylvatica*, *plebeia*, *unifascita*, *pomatia* sont assez communs dans le voisinage ou à une

(1) Cette comparaison a été faite sur les listes données dans les ouvrages suivants :

Dr A. ANDREÆ, *Der Diluvialsand von Hangenbieten im Unter-Elsass.* Druck und Verlag, Strasbourg, 1884.

CARLO · POLLONERA, *Molluschi fossili post-plioceni del contorno di Torino.* Ermanno Loescher, Turin, 1886.

A. LOCARD, *Description de la faune malacologique des terrains quaternaires des environs de Lyon.* Baillière, Paris, 1879.

centaine de mètres d'altitude au-dessus. Si l'*Helix aspersa* paraît être incontestablement d'importation récente (1), l'*Helix pomatia* est bien antérieur à l'arrivée des Romains dans la Gaule. Nous l'avons en effet rencontré sur une foule de points et jusqu'à plusieurs mètres au-dessous des fondations de bâtiments romains, voire même dans des dépôts non remaniés qui portent des sépultures néolithiques, comme à Malcol près de Valserres.

FAUNULE MALACOLOGIQUE DES TUFS DE LA FREYSSINOUSE

Le deuxième gisement de tufs coquillers est situé à la Freyssinouse, à neuf kilomètres au sud-sud-ouest de Gap, au milieu d'un paysage morainique admirablement conservé dans son ensemble malgré le défrichement pour les cultures. Il se trouve entre la lettre *R* et la lettre *C* des mots Freyssinouse et Chabot de la carte d'État-major. Il occupe une dépression de

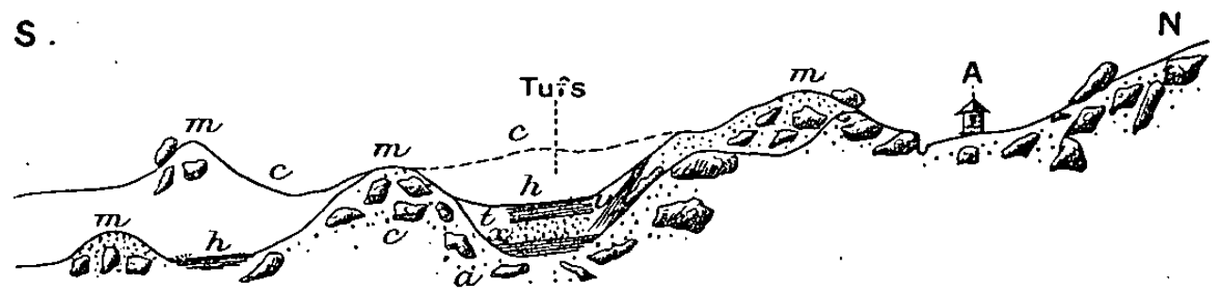


FIG. 2. — Coupe des cônes morainiques de la Freyssinouse et des petits bassins marécageux.

A, Auberge de la Maison-Neuve, à 200 mètres à l'ouest de la coupe. — *m*, Cônes morainiques. — *c*, Cordons morainiques. — *h*, Marais. — *v*, Terre végétale 0m,50. — *t*, Tourbe 0m,20. — *x*, Tufs. — *a*, Argile partout sur le glaciaire.

deux à trois ares limitée par des moraines frontales en monticules arrondis, à l'altitude de 1.000 mètres.

Les tufs ont été déposés dans un bassin de deux mètres de profondeur au plus par une source captée par un propriétaire et dont le dépôt de calcaire est aujourd'hui nul.

Les tufs sont complètement incohérents, même après dessiccation, et renferment, comme ceux de Bayard, 80,921 0/0 de carbonate de chaux (2).

Une tranchée pratiquée dans la prairie marécageuse pour le captage de la source nous a donné la coupe suivante de bas en haut *(fig. 2)* :

1° Dépôt glaciaire formant le substratum ;
2° Lehm 0m,70 (sondage avec une simple tige) ;
3° Tufs poudreux blancs parfois tachés de jaune, 0m,60 ;
4° 0m,20 de tourbe avec écorces et branches de mélèzes, bouleaux, etc.;
5° Terre végétale 0m,30.

(1) L'*Helix aspersa* est appelée, dans la vallée du Buëch, la limace romaine *(limça roumana)*.

(2) Cette détermination a été obtenue avec le calcarimètre Trubert (*) dont les indications ont été contrôlées avec du carbonate de chaux pur aux pressions et aux températures ordinaires. Ce calcarimètre permet d'obtenir à très peu de frais et très rapidement la teneur en calcaire d'une terre.

(*) M. Trubert, professeur de physique au Lycee de Gap.

Les tufs nous ont fourni vingt espèces de mollusques dont six terrestres. La plupart des espèces aquatiques y sont très nombreuses, mais la plus abondante de beaucoup est le *Planorbis complanatus*. Les espèces terrestres y sont très rares, ce qui tient sans doute à la position centrale de la coupe ; et je suis persuadé qu'une tranchée ouverte sur les bords du gisement en donnerait un bien plus grand nombre. N'ayant pas assisté au travail des fouilles, nous ne pouvons donner aucun renseignement précis sur la distribution, l'apparition ou la disparition des espèces.

Parmi les quatorze espèces aquatiques, six nous paraissent avoir quitté le département, parmi lesquelles le *Cyclas lacustris* qui vit encore dans les lacs de la Mateysine (Isère). Quant au *Planorbis fontanus*, nous en avons retrouvé un seul individu dans un marais de la partie la plus méridionale du département, au Poët, vers l'altitude de 625 mètres.

Le fait le plus remarquable que présente cette faunule est la présence du *Limnea stagnalis*, qui a disparu des environs de Gap, où il a été remplacé par le *Limnea corvus* de Dupuy. La disparition du *Limnea stagnalis* est d'autant plus surprenante que cette espèce est très répandue dans diverses régions de la France. Nous l'avons même rencontrée en nombre et en beaux échantillons dans la partie des Basses-Alpes limitrophe de l'Embrunais, au lac de Saint-Lagier, entre Savines et Seyne, à l'altitude de 1.375 mètres.

Dans ce lac vit également, et en grand nombre, le *Limnea corvus* avec ses variétés minor et major.

Nos	FAUNULE DE LA FREYSSINOUSE (1)	HABITAT	PROPORTION des ESPÈCES
1	Limaciens (coquilles internes).		3
2	Succinea Pfeifferi, Rossm.	+	10
3	Succinea arenaria, Bouch.	+	1
4	Helix unifasciata, Poir.	+	1
5	— (Hyalinia) radiatula, Ald.	+	1
6	Pupa pygmea, Drap..	+	1
7	Physa hypnorum, Linn..	+	3
8	Limnea stagnalis, Linn.	—	30
9	» peregra Müller.	+	1
10	» ovata, Beck.	+	12
11	» limosa, Linné.	+	1
12	» sp. (?) un fragment.	»	»
13	Planorbis complanatus, Stud.	+	1000

(1) Nous avons été aidé dans la détermination des espèces douteuses par MM. C. Pollonera, Durand Berlier. Nous leur adressons l'expression de notre vive gratitude.

Nos	FAUNULE DE LA FREYSSINOUSE	HABITAT	PROPORTION des ESPÈCES
14	Planorbis crista, Linné.	—	90
15	» peresii, Graëll.	—	50
16	» fontanus, Lightfogth	+	40
17	Valvata cristata Müll.	—	4
18	Ancylus lacustris Müll.	—	3
19	Cyclas lacustris, Drap. = Spherium ovale, Feruss.	—	35
20	Pisidium pulchellum, Jen.	+	60

Comme à Bayard, on trouve dans la craie lacustre de la Freyssinouse de nombreuses valves de crustacés ostracodes, des œufs d'insectes et de mollusques, et, dans la petite couche de tourbe qui recouvre les tufs, et entièrement composée d'écorces et de fragments de mélèzes et de bouleaux, des élytres et des carapaces aplaties de carabes ayant encore leur belle teinte bleue ou rouge.

FAUNULE DES TUFS DE MISON (BASSES-ALPES) (1).

Le plus important gisement de craie lacustre de la région de la haute Durance est celui de Font-Michelle, près de la gare de Mison.

Ces tufs poudreux, appelés « le Cendrier » dans le pays, sont découpés par un ravin sur une profondeur de 25 mètres et sur une longueur de 300. Quelques couches un peu concrétionnées donnent aux talus assez de solidité pour constituer des escarpements. Dans les tufs concrétionnés nous avons constaté des impressions de feuilles de jonc et d'amandier.

Notre exploration très rapide nous a permis de constater qu'ici, comme à Bayard, il y a eu un maximum dans le développement de la faune; vers le milieu du gisement, de nombreuses coquilles tranchent vivement par leur teinte blanche sur la couleur jaune des tufs.

Nous avons noté l'existence de l'*Helix nemoralis*, de l'*Helix cespitum*, du *Cyclostoma elegans* et du *Succinea Pfeifferi*.

Le fait le plus remarquable est la présence dans cette faunule du *Cespitum* qui est une espèce méridionale qui vit jusqu'à Gap, mais ne dépasse pas son territoire.

La craie lacustre de Mison, que nous n'avons explorée qu'en passant,

(1) La commune de Mison, quoique des Basses-Alpes, forme une enclave dans les Hautes-Alpes. Aucun accident topographique ne justifiant cette attribution, nous considérons Mison comme faisant partie des Hautes-Alpes au point de vue géologique.

réserve certainement d'intéressantes trouvailles et mériterait d'être plus sérieusement fouillée.

Toutefois nos études sont assez avancées pour que nous ne redoutions pas que des recherches ultérieures puissent contredire nos conclusions. Elles sont, en effet, corroborées par les données que nous ont offertes les fossiles quaternaires des formations limoneuses et des tufs concrétionnés.

Des renseignements fournis par ces diverses faunules et surtout par celles des tufs de Bayard, il semble résulter que le climat post-glaciaire des Hautes-Alpes était sinon plus chaud que de nos jours, au moins plus égal et surtout beaucoup plus humide, et qu'il répondait aux conditions d'existence d'espèces aujourd'hui séparées, puisque nous trouvons la preuve que des espèces qui ne vivent aujourd'hui que dans des conditions climatériques fort différentes, se trouvaient alors en nombre sur le même point. Les conditions biologiques nouvelles nous paraissent devoir être attribuées non pas à un refroidissement général, mais à une exagération de nos climats.

Des sécheresses fréquentes pendant l'été, avec un régime de pluies torrentielles, des hivers sans neige ou peu neigeux, avec des nuits sereines et froides, comme nous avons, ne favorisent pas le développement et la multiplication des mollusques qui ne trouvent plus assez d'humidité, et qui, pendant l'hiver, n'ont pour abri contre les fortes gelées que quelques chétives feuilles d'herbes.

Les plantes elles-mêmes ont souffert de ce climat excessif, aussi les limites de la végétation se sont modifiées d'une manière notable. Ainsi, pour ne citer qu'un exemple, le hêtre, qui n'atteint aujourd'hui les altitudes extrêmes de 900 et de 1.800 mètres que dans des expositions de choix, vivait, après la période glaciaire, sur une aire bien plus étendue puisque nous avons trouvé ses fruits et ses feuilles dans les tufs de la Baume-d'Hostun (Drôme), vers l'altitude de 220 mètres, ainsi que dans les tufs quaternaires du refuge du col du Lautaret, près de Briançon, à l'altitude de 2.075 mètres. Les fluctuations de la faune malacologique sont donc en parfaite harmonie avec le dépérissement graduel de la végétation des Alpes, que nous avions signalé au Congrès des Sociétés savantes en 1890 (1).

N'ayant ni assez de compétence ni assez de documents pour synchroniser la faunule de Bayard avec un des âges quaternaires classiques, nous nous bornerons à faire remarquer que, par ses espèces des hautes altitudes, elle se rapprocherait de l'âge du renne et de la marmotte, tandis que le développement remarquable de ses espèces variées rappellerait plutôt l'âge des figuiers des tufs de la Celle (Seine-et-Marne).

(1) D. MARTIN, *Observations sur la marche rétrograde de la végétation. (Bul. Soc. d'Ét. des Hautes-Alpes*, 1890, n° 34.)

M. David MARTIN

Professeur au Lycée de Gap.

ORIGINE DES POUDINGUES INCLINÉS DU SEUIL DU LAUS SUR LE GRAND BUËCH

— Séance du 7 août 1893 —

Nous nous proposons de traiter sommairement la délicate question des poudingues en couches inclinées qui portent les argiles lacustres du bassin du Laus.

Divers gisements de poudingues inclinés que nous avions remarqués dans les vallées du Buëch étaient depuis longtemps, pour nous, une énigme indéchiffrable au point de vue de leur âge et de leur formation. En septembre 1890, en explorant la colline de la Casse, à laquelle est adossée la gare de Laragne et qui domine le Buëch de 187 mètres, je constatai que depuis la gare (alt. 573 mètres) jusqu'au sommet (alt. 750 mètres) la colline était tout entière constituée par des poudingues inclinés de 20 à 45 degrés.

Sur le versant nord, en face d'Arzeliers, une berge profonde et très nette de torrent récent me permit de constater, avec toute l'évidence désirable, que les couches des poudingues inclinés venaient toutes buter sur une nappe fondamentale de glaciaire bien défini.

Le doute n'était plus possible ; les poudingues de Laragne sont post-glaciaires.

Quant à leur mode de formation, nous proposons l'hypothèse suivante, qui nous satisfait à souhait et qui explique du même coup la formation des poudingues inclinés du Laus d'Aspres.

Notre interprétation résulte de l'étude détaillée des manifestations glaciaires dans tout le bassin de la Durance et s'appuie sur les trois faits suivants que nous énonçons simplement, réservant les preuves et discussions pour une étude ultérieure.

1° Le glacier de la Durance envoyait par Gap et par le col de la Freyssinouse, dans la vallée du Buëch, une branche qui eut à l'origine une épaisseur de mille mètres.

2° Les 17 glaciers affluents de la vallée du Buëch s'éteignirent au moment où la branche du glacier de la Durance fondit complètement de

Laragne à la cluse de Serre et à Montmaur, où elle fit une station, marquée par de belles moraines frontales.

3° Et, par conséquent, à ce moment, le glacier principal de la Durance avait encore, à Tallard, une puissance de 800 à 1.000 mètres qui pouvaient se réduire à 500 ou 600 mètres à la cluse de Sisteron.

Or, au printemps, au moment des pluies et de la fusion des neiges superficielles, la masse considérable des eaux des deux Buëch, trouvant la cluse de Sisteron complètement obstruée par le glacier encore adhérent, par la gelée, à ses parois, s'accumulaient en amont et constituaient un lac temporaire à partir de Mison, où se trouvent les moraines les plus occidentales du glacier de la Durance proprement dite.

A en juger par l'altitude de 750 mètres du sommet des poudingues de la Casse, ce lac temporaire s'étendait jusque vers Veynes et Pont-la-Dame en amont d'Aspres, et par conséquent les eaux du Buëch purent ainsi déverser des graviers sous forme de cône de déjection dans le bassin du Pignon, dont le seuil rocheux est à 758 mètres d'altitude seulement (1).

Le barrage, par le glacier, de la cluse de Sisteron dut déterminer, plusieurs années de suite, la formation d'un lac temporaire, et la présence du glacier, gênant l'écoulement des eaux des Buëch, ceux-ci durent recombler jusqu'à une certaine hauteur leur thalweg, peut-être jusqu'aux terrasses moyennes, et surélever ainsi considérablement le fond de leur lit et sans doute jusqu'à la hauteur des collines schisteuses qui prolongent la Casse en amont de Laragne, pour que, au moment où le glacier de la Durance recula, abandonnant la dépression de Laragne, les graviers du Buëch pussent s'accumuler en cône de déjection à cet emplacement de la Casse.

Le remplissage partiel des vallées des Buëch à la fin de la période glaciaire nous paraît évident. En effet, tandis que dans la vallée de la Durance, à l'aval du Monêtier Allemond, les poudingues des terrasses inférieures et supérieures nous semblent en général présenter les mêmes caractères, ceux des terrasses de la vallé du Buëch, au contraire, sont tout à fait différents.

Ainsi les hautes terrasses des Buëch sont formées par le cailloutis grossier à éléments du briançonnais, fortement cimentés en poudingue.

On trouve, au contraire, dans les moyennes terrasses, surtout les éléments calcaires locaux. Ces graviers moyens sont une masse confuse de

(1) Au sujet des poudingues en couches inclinées du bassin du Pignon, notre ami M. Honnorat met en conflit, par méprise, dans une note de la page 59 de son intéressant travail, les éminents géologues Lory et Jaubert; M. Lory considérait les poudingues de la vallée du Buëch comme très anciens, tandis que M. Jaubert considérait, avec raison, ceux du bassin du Pignon comme récents. M. Lory ne considérait, dans sa géologie du Dauphiné, que les poudingues qui coiffent les hautes terrasses de la vallée du Buëch, et il avait raison de les considérer comme très anciens, puisqu'ils sont antéglaciaires, tandis que ceux du Pignon sont, comme le pensait M. Jaubert, plus récents, puisqu'ils ont été formés à la fin de la période glaciaire.

sables plus ou moins grossiers ou de menus graviers avec galets disséminés et peu volumineux à peine agglutinés.

Après la retraite du glacier de la Durance en amont de Sisteron, de grandes rivières recreusèrent la deuxième terrasse des Buëch ainsi qu'en témoigne la largeur des thalwegs. Cela se conçoit aisément, étant donnée la présence des neiges et névés persistants du massif d'Aurouze (1), si considérables encore, à en juger par les moraines locales, aux eaux desquels s'ajoutaient les eaux de fusion de la branche du glacier de la Durance qui s'étendait jusqu'à Montmaur.

Et ce fut sans doute pendant cette phase de hautes eaux que se déposèrent dans le bassin du Laus les argiles profondes et les menus lits de sables fins micacés qui comblèrent en partie le bassin en question. Ces argiles molles et visqueuses constituèrent ensuite le fond du marais dans lequel s'enlizèrent sans doute les animaux quaternaires qu'on en a exhumés. Sur ce fond d'argiles déposées par la rivière, dans un remous, s'accumulèrent ensuite les argiles fétides à débris organiques du marais, et celles que le ruissellement des pentes voisines y a accumulées (2).

Appréciation chronométrique sur l'âge de la fin de la période glaciaire. — A la fin de la période glaciaire, le Buëch était-il creusé jusqu'au point où il coule aujourd'hui ou coulait-il à la hauteur du seuil schisteux du bassin du Laus plus élevé de 7 mètres, et dont on peut considérer l'érosion comme nulle?

L'affouillement effectué par les rivières alpines, depuis la période glaciaire, nous paraît absolument insignifiant à en juger par les surfaces de roches en place polies et striées par les glaciers quaternaires et que lèchent encore aujourd'hui, sur une foule de points, les rivières actuelles dans leurs hautes crues.

Toutefois, supposons un instant comme vraie l'hypothèse que nombre de géologues admettent, relativement au creusement des vallées, et considérons, d'après ce système, les 7 mètres de dénivellement qu'il y a entre le seuil schisteux du bassin du Laus et le lit actuel du Buëch comme ayant été creusés depuis la fin de la période glaciaire et cherchons le temps qu'il aurait fallu, en supposant des conditions analogues aux conditions actuelles (ce qui pour nous n'est pas exact, car le ruissellement a eu, à l'origine des temps actuels, une énergie bien supérieure à celle qu'il a aujourd'hui).

D'après les expériences et analyses de M. de Gasparin et autres savants, la Durance transporte annuellement au Rhône de cinq à vingt-sept millions de mètres cubes de matériaux solides (3).

(1) Du Dévoluy, de Durbon, de Lus, etc.

(2) Des barrages analogues expliquent la formation des poudingues inclinés de la Roche-des-Arnauds, de Saint-Jacques (Hautes-Alpes) et de la gorge du Drac-sous-Corps (Isère).

(3) Élisée RECLUS, *Géographie de la France.*

Si nous répartissons cette masse sur la surface totale du bassin de la Durance, en tenant compte des parties qui ne sont pas soumises à l'ablation, nous aurions environ une couche de un millimètre enlevé par an. Et si nous regardons ce taux moyen d'ablation annuelle comme étant l'affouillement opéré chaque année par le Buëch, sur son lit même, nous trouverions qu'il se serait écoulé 7.000 ans depuis la fin du phénomène erratique dans la vallée du Buëch.

M. David MARTIN

Professeur au Lycée de Gap.

QUELQUES REMARQUES SUR L'AGE ET SUR LE MODE DE FORMATION DES GYPSES DES HAUTES-ALPES

— Séance du 7 août 1893 —

Nous aurions désiré adresser au Congrès de Besançon une étude détaillée des trente-neuf gisements de gypses que nous avons remarqués dans la haute vallée de la Durance. Mais l'abondance des notes et le peu de temps dont nous avons pu disposer nous astreignent à ne donner qu'un superficiel aperçu de la question.

Les questions relatives à la formation et à l'âge des gypses nous semblent loin encore d'avoir reçu une solution satisfaisante.

Depuis un demi-siècle nombre de gisements de gypses ont été rapportés à différents horizons géologiques. Ainsi Scipion Gros, en 1840, considéra les gypses des environs de Digne comme appartenant au lias. Mais, en 1859, Alph. Favre établit que les cargneules, ou calcaires dolomitiques cloisonnés des Alpes françaises, formaient un horizon constant à la base de la série jurassique. Il synchronisa ainsi les gypses alpins avec le keuper des Vosges, du Wurtemberg et du Tyrol.

Les années suivantes, les éminents géologues Hébert, Lory, Dieulafait, etc., consacrèrent par leur adhésion cette croyance, et trop souvent les gypses furent, depuis, pris comme un point de repère pour la détermination des assises voisines.

Cette doctrine trop absolue souleva cependant des doutes d'autant plus justifiés, qu'elle n'était appuyée sur aucune preuve paléontologique sérieuse, ni par des exemples de gypses interstratifiés d'une manière incontestable. Aussi Pillet écrivait-il : « Je ne crois pas pouvoir adopter, d'une manière complète, l'opinion de M. Favre qui ferait considérer les gypses et les cargneules comme un horizon toujours inférieur au lias. »

Les réserves de Pillet eurent d'autant plus de crédit que l'on découvrit bientôt des gisements de gypses dans des régions où le trias est absolument étranger, et en contact avec les terrains les plus divers depuis le trias jusqu'au pliocène.

Vers 1875, le savant doyen de la Faculté des Sciences de Grenoble n'hésita pas à classer les gypses de Montrond et de Lazer (Gapençais) dans le callovien. Depuis cette époque nombre de gisements de gypses ont été rapportés à divers horizons jurassiques et même tertiaires, ce qui, en soi, est fort rationnel puisque, à toutes les époques, des gypses ont pu se produire sous l'influence des mêmes causes.

Ainsi Coquand qui repoussait la théorie de l'origine épigénique des gypses, soutenait que les roches métamorphiques qui accompagnent les ophites dans la province de Constantine appartiennent à l'éocène ; M. de Saporta a décrit des gypses à la base du tongrien près d'Aix-en-Provence, Fontanes en signale également dans le tongrien et dans l'aquitanien en Provence. M. Haug en indique dans le lias, le bathonien, le callovien et le trias, entre Gap et Digne. M. Kilian, l'éminent successeur de Lory, tout en admettant comme possible l'existence de gypses dans les divers horizons géologiques, classe, dans ses superbes et magistrales études sur la structure des chaînes alpines, la plupart des grands amas de gypses de la Maurienne et du Briançonnais dans le keuper. Nous ne doutons pas que les habiles et sagaces observateurs qui ont résolument abordé le problème, et entre autres MM. Kilian et Haug, ne le mènent à bonne fin pour la région alpine.

Mais, pour nous, l'attribution des gypses à un des horizons de la série sédimentaire se heurtera aux mêmes difficultés, éveillera les mêmes doutes qu'à l'origine de la question, si les gypses ne sont pas nettement interstratifiés, ni accompagnés de preuves paléontologiques.

Pour les gypses superficiels, qui dans les Hautes-Alpes forment la grande majorité des gisements, à ce qu'il nous paraît, nous admettrions volontiers la théorie de l'origine épigénique produite par le métamorphisme des calcaires sous l'influence d'agents solfatariens et hydrothermaux.

Cette théorie a été adoptée en 1889 par MM. Curie et Flamand pour vingt-quatre gisements de gypses du Tell, en Algérie, qui sont ainsi considérés par ces auteurs comme postérieurs au pliocène, puisque les ophites qui les accompagnent ont percé ce dernier terrain.

La même année, M. Calderon, en Espagne, considère les gisements de gypses et d'ophites de l'Andalousie, si analogues à ceux des Pyrénées et d'Algérie, comme étant également d'origine épigénique.

Le *Bulletin* de 1891, de la Société géologique de France, a publié une étude fort remarquable de M. Thomas, sur les roches ophitiques de la Tunisie.

Ces roches éruptives sont accompagnée de gypses, de sel gemme et de marnes bariolées de couleurs variées, se présentant en masses confuses et sans aucune trace de stratification. Ces pointements ophitiques et gypsifères jalonnent les lignes de fracture, et percent et recouvrent indistinctement tous les terrains depuis le trias jusqu'au miocène et même au pliocène.

Les faits signalés par M. Thomas semblent indiquer que les gypses tuniens ont fait leur apparition lors des mouvements orogéniques qui ont donné, aux chaînes de montagnes de la région, leur dernier relief, et que les agents, qui se sont fait jour en même temps que les roches éruptives, par les failles et crevasses du sol, ont altéré, plus ou moins profondément, les calcaires et produit ces grandes masses de gypses qui n'auraient ainsi qu'une origine relativement récente puisqu'ils auraient été produits entre les périodes pliocène et quaternaire.

GYPSES DE LA HAUTE DURANCE

Dans le cours de nos explorations à travers les montagnes des hautes vallées de la Durance, nous avions adopté, au sujet des gypses, la manière de voir des géologues éminents Hébert, Lory, Dieulafait, Goret, Kilian, qui avaient étudié la région.

Mais ayant eu l'occasion d'explorer trente-neuf gisements, dont le plus grand nombre étaient encore inconnus, soit dans les Hautes-Alpes, soit dans les parties voisines des Basses-Alpes, il nous parut bien difficile de considérer leur formation comme immédiatement postérieure au terrain qui les portait par suite de leur état si manifestement superficiel.

Ces gisements de gypses sont :

GAPENÇAIS

1° Montrond, en placages sur le callovien (callovien d'après Lory).
2° Lazer, en placages sur le callovien (callovien d'après Lory).
+ 3° Upaix portant sur la tranche des marnes callovo-oxfordiennes en couches verticales et paraissant s'intercaler sur un point.

+ 4° Plan-de-Vitrolle, dans une large faille du lias.

5° En face, de l'autre côté de la Durance, gypses de Curban (B.-A.) en placages sur des marnes calcaires liasiques (?) près des marnes rutilantes et des grès oligocènes.

6° N.-D. du Laus,
7° Avançon et Saint-Etienne,

gypses et cargneules en placages sur le lias et les spilites paraissant sur quelques points s'introduire entre des couches verticales qui bâillent.
(Lory et M. Goret : triasiques; M. Haug, liasiques.)

EMBRUNAIS

8° Remollon, gypses affleurant à travers le glaciaire au voisinage des spilites avec cargneules, et du lias.

+ 9° Théus, gypses interstratifiés dans le lias à la sortie des torrents.

10° Théus, gypses en placages avec cargneules au nord du village.

11° Espinasse, au village même et sur toutes les pentes voisines, et dans la gorge du Colombier; gypses et cargneules portant en placage sur la tranche du lias et parfois en contact des spilites.

12° Rochebrune, gypses liasiques comme ceux d'Espinasse : M. Haug.

13° Bréziers : liasique d'après M. Haug, mais se continuant en placages de gypses et de cargneules découpés jusqu'à la roche en place sur les berges du torrent de Gigors (B.-A.)

14° Col d'Astoin (B.-A.) non loin de Gigors; immense amas de 5 kilomètres carrés portant sur la tranche de calcaires que M. Haug regarde comme du muschelkalk.

+ 15° Chabrière (Saint-Apollinaire près Chorges) : gypses saccharoïdes interstratifiés formant des lentilles sur 2 kilomètres dans les schistes: repliés sur eux-mêmes, du flysch.

16° Barnafred, albâtre et gypses avec cargneules, en pyramides.
17° Le Colombier id. id.
18° Bragous id. id.

+ 19° Col de la Rousse, gypses cristallins et saccharoïdes.

+ 20° Col des Oulettes, immense amas de gypses creusés de nombreux entonnoirs.

+ 21° La montagne de Saint-Jean-des-Crottes, au Lancerot. Les nos 16 à 21, tous situés dans le grand vallon de Boscodon, se poursuivent à travers l'Ubaye. Ils portent à la base, sur le callovien, au milieu sur le lias renversé sur le callovien, et dans les hauteurs soit sur du lias, du tithonique du coralligène ou même sur le flysch (Rousse et Lancerot).

+ 22° Les Orres, placage sur les marnes oxfordiennes et sur le jurassique supérieur à la base du flysch.

+ 23° Réotier, sur la tranche du permien et du trias.

24° Plan-de-Phazy, triasiques d'après M. Kilian.

+ 25° Gros (Eygliers), petit lambeau sur le marbre rouge du jurassique supérieur.

26° Le Veyer et les Escoyères, argiles bariolées et gypses sur le marbre rouge cristallin et dolomitique.

27° Col Fromage, immenses amas de gypses creusés d'entonnoirs découpés par le ravinement, au voisinage du trias.

+ 28° Vallon de Souliers, entre Arvieux et Rochebrune (Pic), creusé dans les gypses et cargneules.

29° Col Izoard, immense accumulation de gypses et cargneules se soudant à Souliers.

Les gypses, cargneules et calcaires dolomitiques du col Izoard et du vallon de Souliers forment la plus grande masse de roches métamorphiques qui existe dans les Hautes-Alpes.

+ 30° Col des Ourdéis, gypses découpés en entonnoirs, le col est dominé par des marbres rouges subcristallins et dolomitisés avec bélemnites.

+ 31° Col Pansier, entre Arvieux et La Roche, petit lambeau découpé en entonnoirs, portant sur un petit lambeau d'éocène, grès et schistes noirs, au voisinage des marbres rouges.

+ 32° Col Garnier entre Furfande et Catinat dans les mêmes conditions qu'au col Pansier.

33° La Roche-de-Rame. Petit lambeau à travers du glaciaire.

+ 34° Les Garcins au-dessus de Champcella, lambeau de gypses de 10 mètres carrés portant sur la tranche de schistes calcaires, indéterminés.

+ 35° Col d'Hanot, entre le Fournel et Freyssinières, petit lambeau affleurant à travers les gazons, porté par le jurassique près du contact du flysch.

+ 36° Col des Terres-Blanches (2.800 mètres), massif d'Orcières et de Dormillouse, gypses poudreux blancs, chevauchant sur le flysch et le lias, à la base d'un escarpement du jurassique supérieur.

+ 37° Villard de Champoléon, gypse noir dans le nummulitique très probablement.

+ 38° (1) Un autre petit lambeau existe au nord du Col de l'Arche dans le vallon d'Oranaye à la base de la Tête-Dure. Quoique à la base des grès bigarrés triasiques et permiens, il nous paraît superficiel, il est si réduit ! quelques lambeaux! (gypses saccharoïdes niviformes).

39° Col du Galibier, gypses recouvrant des croupes de calcaires et s'adossant à l'est au flysch et à l'ouest au grès bigarré du trias (triasiques d'après M. Kilian.)

— 40° Col de l'Échelle, vallée de Névache. Nous n'avons pas visité ce dernier gisement, ainsi qu'un petit nombre d'autres du Briançonnais.

La plupart de ces quarante gisements mériteraient une exploration plus détaillée que celle que nous avons pu faire dans des courses rapides d'ensemble.

En attendant, voici les observations qui nous ont le plus frappé.

Des trente-neuf gisements de gypses visités, deux sont incontestablement interstratifiés, et d'origine sédimentaire ; leur âge se trouve, par conséquent, déterminé par les assises qui les contiennent.

L'un de ces gisements se trouve à l'est du pic de Chabrières, entre Réallon et Saint-Apollinaire et sous la Croix-du-Viandre. Ils forment,

(1) Le signe + indique les gisements qui nous paraissent n'avoir jamais été signalés ; — indique celui que nous n'avons pu voir.

sur deux kilomètres de longueur, des lentilles de quatre mètres à quelques décimètres d'épaisseur, et ont même pris part, sur toute cette longueur, aux plissements des schistes calcaires du flysch, puisqu'ils sont pincés dans la boucle du pli couché.

L'autre exemple se trouve à la sortie du goulot des torrents de Valoria et de Théus, qui découpent à souhait et montrent ainsi, sur sept faces, les gypses interstratifiés dans le lias.

Tous les autres gisements portent sur la tranche des vieilles roches, et ils chevauchent très fréquemment sur deux, trois étages et même plus, depuis les assises permo-triasiques jusqu'au flysch qui paraît être dans les hauts massifs le dernier terrain sédimentaire formé.

Cet état superficiel des gypses est rendu plus évident encore par les érosions pluviales et torrentielles qui, sur une foule de points, ont morcelé et découpé la plupart des amas, par des ravins sans nombre, profonds souvent jusqu'à atteindre les vieilles roches qui servent de substratum aux gypses. Le morcellement est tellement accusé dans le Colombier d'Espinasse, dans la combe du torrent, de Gigors à Rochebrune; dans les hauteurs de Boscodon, dans les affreux ravins de Bragous, etc., etc., que les gypses et cargneules n'y forment plus qu'un réseau arachnoïde, dont la teinte blanche ou jaune contraste vivement avec la couleur sombre des schistes du substratum.

Il est vrai que dans quelques cas, comme à Upaix, à Vitrolle, au col d'Astoin, au Laus, à Curban, au Veyer, au Galibier, les gypses portent sur la tranche des calcaires dont les assises sont verticales ou très inclinées et bâillantes, de sorte que les gypses paraissent, sur certains points, interstratifiés. Nous avons pu constater que, dans un certain nombre de ces cas (Astoin, le Laus, Vitrolle), les gypses n'avaient fait, à l'origine, qu'épouser le relief du terrain préexistant. D'ailleurs, dans l'hypothèse d'une origine épigénique récente, les gypses n'auraient pas pu se déposer autrement. Ils auraient évidemment commencé par remplir les anfractuosités des assises verticales avant de les surmonter. Dans ces cas, l'interstratification dans les couches verticales ne nous paraîtrait probante que si la masse des gypses ne s'étendait pas transgressivement sur la tranche des vieilles roches calcaires.

Si nous considérons le peu de cohésion et de stabilité des gypses et la facilité avec laquelle les agents extérieurs les désagrègent et les ravinent, nous serons amené à admettre que les amas de gypses des vallées alpines ont dû subir une effroyable ablation par suite des érosions quaternaires et surtout pendant la période pluvio-glaciaire.

Et si ces gypses, à l'origine des temps quaternaires, avaient été interstratifiés, il nous paraîtrait étrange que les assises supérieures de calcaires, de schistes, de grès, généralement beaucoup plus résistantes, eussent été

enlevées presque partout par le ravinement, et que les gypses eussent ainsi résisté à l'œuvre destructive de la période glaciaire.

Pour nous, il n'en a pas été ainsi, car dans les Hautes-Alpes, comme dans les régions voisines des Basses-Alpes, les plus grands gisements de gypses se trouvent toujours dans les régions qui ont été le plus abritées contre le phénomène des érosions quaternaires, grâce à la topographie des lieux; c'est-à-dire sur des cols ou dans des vallons latéraux. Sur les autres points les amas de gypses sont très réduits, très exigus, on dirait des témoins laissés, comme intentionnellement, pour marquer l'importance des masses enlevées.

Cet état superficiel des gypses de la haute Durance semble donc présenter les mêmes conditions de gisement que ceux de la Tunisie, de l'Algérie et de l'Andalousie. Avec cette différence cependant que les spilites ou roches d'épanchement des Alpes (ces spilites rappellent si bien les ophites que Coquand n'a pas craint de considérer les spilites et les ophites des Pyrénées et du nord de l'Afrique comme une même roche; mais les spilites ne paraissent pas s'élever au-dessus du lias) ne sont pas toujours accompagnés de gypses. On trouve ces deux roches en contact à Espinasse, Remollon, Avançon, Saint-Étienne et dans un voisinage rapproché à Guillestre. Mais les vingt pointements de spilites du Valgodemar, de Champoléon et de Dormillouse, que nous avons visités, ne contiennent que des cargneules en petite quantité et pas de gypses.

Tandis que les gypses de Lazer, Upaix, Montrond, Curban, Astoin, Bréziers, Rochebrune, Boscodon, col Fromage, col Izoard, etc., ne paraissent avoir aucune relation avec les roches éruptives, mais se trouvent presque toujours sur les lignes de cassures qu'ils jalonnent par de nombreux et importants lambeaux à travers la Maurienne, les Hautes et les Basses-Alpes (*in* Kilian et Goret).

Nous terminons cet aperçu en donnant quelques indications sur la composition et la disposition des gypses.

Dans les gisements très réduits, les gypses s'altèrent, se désagrègent et deviennent à la surface poudreux et niviformes. Mais quand la masse est considérable et n'a pas été morcelée par les érosions, on y constate la coupe suivante :

A la base, les gypses se trouvent convertis en anhydrite; au-dessus viennent des gypses plus ou moins saccharoïdes qui portent les cargneules, et sur le périmètre sont des calcaires plus ou moins dolomitiques. Les cargneules, qui sont toujours à la surface, présentent souvent des traces de boursouflures marquées par des couches ou des cordons quelquefois verticaux, mais toujours très diversement et très irrégulièrement ondulés, tordus, interrompus, laissant entre eux de nombreux méats remplis de matières pulvérulentes plus ou moins agglutinées. Par l'effet des infiltra-

tions, ces matières pulvérulentes se trouvent entraînées et les cargneules deviennent caverneuses. La disposition de ces cargneules, que nous avons observée souvent à Gigors, à Espinasse, à Boscodon, etc., rappelle certaines scories volcaniques refoulées par les mouvements et les explosions produits par les gaz.

Dans ces cargneules se trouvent presque toujours immatriculés de nombreux fragments anguleux des calcaires voisins, très souvent altérés, mais aussi quelquefois intacts. Ces cailloux se remarquent très fréquemment à Boscodon, au col Fromage et au col Izoard. A Margon surtout ils sont très nombreux et se remarquent aisément sur les belles pyramides de cargneules qui accidentent si pittoresquement les forêts du Colombier.

Les cailloux emballés dans les cargneules sont parfois si nombreux que l'ensemble présente l'aspect d'une brèche dolomitique. L'abondance des cailloux dans certaines cargneules ferait supposer qu'elles proviennent du métamorphisme d'éboulis préexistants, mais provenant des cassures produites par les mouvements orogéniques du sol.

Le phénomène le plus frappant que nous ayons remarqué au sujet de cette transformation des éboulis en sulfate de chaux ou en dolomies se présente au Plan-de-Vitrolle, sur la rive gauche du torrent de Briançon, dans les petits couloirs qui ravinent le gypse plaqué contre la tranche des calcaires du lias inférieur et moyen.

Dans le fond des ravins on voit la masse des gypses blanchâtres transformés par places en anhydrite ou en gypse saccharoïde, entièrement composée de fragments anguleux de toutes les tailles et de toutes les formes, tout à fait semblables aux éboulis de pentes; ils ont gardé, avec tous les accidents de la cassure, la structure rubanée du calcaire. Et quoique l'ensemble des gypses soient blancs, on voit même encore dans ces fragments les variétés de teintes des lits divers du calcaire.

En résumé,

La position superficielle de la plupart des gisements de gypses, indiquée par le ravinement qui a mis à jour, sur tant de points, la tranche des roches du substratum; la superposition constante des cargneules aux gypses, qui, dans le fond du dépôt, passent à l'anhydrite; la dissémination des petits lambeaux qui restent comme des témoins d'une extension plus considérable; les cailloux anguleux que renferment les cargneules et certains gîtes de gypses, nous semblent autant de probabilités que la plupart des gypses de la haute Durance sont d'une origine relativement récente et qu'ils ont été formés à la surface du sol à la suite des mouvements orogéniques qui ont donné aux Alpes leur configuration actuelle.

Par les nombreuses fractures que ces mouvements ont dû produire se sont échappés des gaz et des liquides qui, par leurs réactions sur les calcaires et sur les amas d'éboulis, les ont métamorphisés en gypses et en cargneules en masses considérables, dont il ne reste aujourd'hui que des lambeaux dont l'importance dépend toujours de leur position et des accidents topographiques qui les ont protégés contre les érosions des glaciers quaternaires et du ravinement; aussi les plus grands gisements, au nombre de treize, occupent-ils tous des cols où l'ablation devait être le moins énergique.

Comme le flysch paraît être la dernière formation sédimentaire des grands massifs alpins, les gypses de ces régions peuvent correspondre au miocène, tandis que dans les régions moyennes, vers le méridien de Gap, ils peuvent dater du pliocène.

M. NICOLAS

Bibliothécaire de l'Académie de Vaucluse, à Avignon.

FAUNE MALACOLOGIQUE DU DANIEN, FOSSILES DE SAINT-REMY ET DES BAUX
ÉTUDE COMPLÉMENTAIRE

— Séance du 7 août 1893 —

APERÇUS GÉNÉRAUX

Les conditions, maintenant suffisamment connues, des climats de notre région méridionale, au moment si remarquable où se formaient par couches successives les dépôts lacustres du Danien, aux environs de Saint-Remy et des Baux, nous dispensent d'insister sur l'importance de la faune si riche et si variée qui peuplait ces lacs et vivait sur leurs rives ombragées, sous les chaudes effluves d'un rayonnement tropical.

D'un côté, donc, dans ces grandes étendues marécageuses se développaient et se propageaient certaines espèces d'eaux douces, tandis que sous les forêts humides qui les nourrissaient, où la végétation s'élevait en revêtant les coteaux environnants, se multipliaient à l'infini les plus belles formes de mollusques terrestres ; puis par ruissellement à la suite d'orages,

après chaque averse, les torrents apportaient ce tribut nouveau entraîné par le courant et mélangeaient ces faunes diverses au sein des eaux troublées.

Il y aurait aussi des considérations d'un haut intérêt, résultant de la présence sur notre sol de coquilles terrestres, surtout, spéciales à d'autres régions éloignées les unes des autres que chaque nouvelle découverte confirme de plus en plus ; les relations qui existent entre elles et leur propagation à travers les continents jusqu'à nos jours ; c'est d'ailleurs en remontant dans ce passé géologique qu'on retrouverait l'origine de la plupart de celles existant actuellement sur les mêmes lieux, leur mode de dispersion et l'étendue de leur aréa, qui de proche en proche, en fuyant les régions froides, abandonnant les terres glacées, se sont réfugiées vers l'équateur.

Je reviendrai sur ce sujet, et si déjà pour certaines contrées, où l'abondance de fossiles a pu donner libre cours à des théories à peine ébauchées, mais captivantes, on a recherché les causes multiples, sans doute, qui permirent aux mollusques terrestres leur immense dispersion (1), nous sommes certains d'apporter de nouveaux matériaux pour servir plus tard à les établir solidement.

Je tiens, en principe, à faire observer, et cela vient à l'appui de l'idée que l'on doit se faire du mode de formation des couches des Baux et de Saint-Remy, qu'il n'y a pas un mélange de toutes les espèces dans toutes les couches, ainsi qu'on devrait s'y attendre par le fait du ruissellement des eaux, apportant toute une faune terrestre, quelquefois distincte, au milieu d'une autre faune marécageuse en pleine activité.

Il y a même mieux, car on peut signaler, en dehors du plus ou moins d'abondance de quelques formes, l'exclusion presque complète de certaines d'entre elles aussi bien du côté des terrestres que du côté des lacustres, alors que certaines assises sont absolument pétries d'un même genre (*Bauxia; Clausilia*).

Il y a certainement dans ce fait des indications trop certaines révélant le mode de formation de ces dépôts pour ne pas en tenir compte.

Au point de vue général, peut-être par habitude, des géologues d'un grand mérite, en visitant ces terrains devenus désormais classiques (2), voient dans ce mélange de faunes et de formes, d'uniformité de certaines d'entre elles ou d'exclusion, toute une série fluvio-lacustre de onze niveaux différents, et encore se dispose-t-on à subdiviser ces assises (3) ; mais cette subdivision, qui pourrait aller loin, ne fait qu'établir que, sous un même

(1) *Die Land und süsswasserschnecken der Vicentiner Eocanbildungen. Eine palaontologisch-zoogeographische Studie von Paul Oppenheim.*

(2) Voir les travaux de MM. Pellat et Allart, MM. Caziot, Collot, Depéret, Matheron, Roule, et les recherches savantes de MM. Curet et Jullian, etc., etc.

(3) Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France* (3e série, t. XIX, p. 1209).

régime fort long sans doute, dont la durée pour chacun de ces niveaux ne peut être certainement égale, des éléments constitutifs de différente nature pendant la même période fluvio-lacustre ont contribué à ces diverses formations. C'est toujours un lac, ou des lacs séparés par des sédiments dans la suite des temps, ayant reçu des apports terrestres qui les exhaussaient et les colmataient lentement sur une épaisseur évaluée par M. E. Pellat à 130 ou 140 mètres (1) aux Baux, sans grande discordance.

DIVISION DES COUCHES SÉDIMENTAIRES

De bas en haut, si nous suivons dans les descriptions données à la suite d'excursions aux Baux en l'absence de coupes dont la stratification ne saurait être que très approximativement concordante, en remontant les couches, nous trouvons à la partie inférieure (2) :

1° Des coquilles terrestres d'abord : *Bulimus proboscideus et Cyclostomes*, directement en dessus des émissions de Bauxite ;

2° Des calcaires à Unios rares, très rares, et des Mélanies, recueillis par M. Allard ;

3° D'autres couches blanchâtres à Mélanies et Corbicules ;

4° Des couches dites à fossiles écrasés réunissant un mélange de nombreuses Physes, Lymnées déprimées légèrement à test blanc, des petits bivalves, beaucoup de débris de coquilles indéterminées, puis des Cyclophorus à carènes élégantes ; des Paludines, des rares Bulimes de grande taille ; mais ici absence complète de Bauxia, Clausilia, Planorbis douteux ;

5° Plus haut, sur les talus d'un chemin, dans un calcaire gris très friable, cendreux, contenant des fossiles sans test, les Physes abondent ; les Auricules se montrent ; Paludines communes ; *Buliminus ; Amphidromus ; Cyclophorus ; Lychnus ellipticus* ; *Bulimus Provensali ; Megalomastoma elongata* ; tous multiples sont confondus dans cette assise, mais les plus nombreux sont les Physes ; les Amphidromus sont de grande taille ; les *Bulimus Provensali* sont à la partie supérieure de cette couche si riche en mollusques variés.

Nous signalons les *Auricules*, *Phythia* ou genre très voisin, mais nous conservons une grande hésitation sur la présence de ce genre, n'ayant pu observer encore les dents qui les caractérisent.

(1) N'est pas comprise dans cette épaisseur de 130 à 140 mètres la couche argileuse n° 7 ci-après.

(2) C'est l'ensemble de ces onze niveaux qui constitue les sous-étages connus sous les noms de Rognacien, Bégudien, Fuvelien et Valdonien. Je conserve cependant ces onze niveaux qui ne sont que des stades d'une même formation, les ayant examiné de près à notre dernière tournée aux Baux avec MM. Renevier, Pellat, Allart, Caziot et Torcapel.

Quant au *Bulimus Provensali*, il serait plus petit que les types de Saint-Remy et d'Orgon.

6° Le calcaire qui occupe cette place n'est au fond que la partie supérieure du n° 5; il est toutefois plus résistant, plus compact et contient l'*Anostomopsis rotellaris*.

7° Il semble qu'une modification plus sensible se soit ici montrée dans ces dépôts, comme un temps d'arrêt dans les couches qui précèdent, de 1 à 6, qui d'ailleurs reprennent au-dessus avec une même allure pour continuer jusqu'au haut de la série où s'appuie la molasse.

Ces argiles bigarrées ont une épaisseur qui n'a pu être relevée, mais qui néanmoins doit être considérable; elles constituent les dépôts attribués ailleurs aux couches boueuses à reptiles et sauriens.

8° Ce sont ici des calcaires blanchâtres, durs, résistants, assez épais, où les fossiles semblent absents; ils suivent l'anticlinal des argiles versicolores n° 7, même aux Baux au point culminant de la route; cette inclinaison, d'abord rapide, s'adoucit, puis bientôt on les voit plonger modérément vers l'est.

9° Avec ces calcaires et en l'absence de fossiles dans les n^{os} 7 et 8, nous reprenons ici la faune terrestre presque exclusive et si en dessous les Bauxia et les Clausilies n'ont pas fait leur apparition ou si ces espèces y sont rares, inversement dans cette assise elles abondent, alors que les coquilles lacustres sont complètement absentes ou très rares.

Les Clausilies sont d'abord nombreuses, de taille remarquable; les Bauxia en minorité.

10° et 11° Nous entrons avec ces calcaires rosés, de couleur claire, dans la couche la plus riche en fossiles variés, bien dégagés, dans un état irréprochable, mais ce sont exclusivement des formes terrestres; leur abondance, leur parfait état de conservation en font le point le plus intéressant de la région.

Ici plus de mélange, les espèces saumâtres font absolument défaut.

Ce calcaire est facilement attaquable, grumeleux, se désagrégeant bien; l'on peut faire une moisson des plus productives; c'est ainsi que les premiers géologues qui ont visité ces lieux bien longtemps après M. Matheron, trouvèrent une quantité prodigieuse de fossiles parfaits sur les éboulis seulement; on s'attacha d'abord aux espèces bien visibles; il était réservé à M. Allard de nous faire connaître les formes minuscules qui, elles seules, présentent le plus grand intérêt.

Mais c'est précisément cette énorme quantité, cette réunion inouïe d'une même espèce (les Bauxia prédominent), qui a entraîné à voir parmi eux des différences « formes affines du Cyclostoma bulimoïdes, Matheron », puisque, « malgré leur grande ressemblance, on a cru pou-

voir distinguer sept espèces (1) », nous dit M. Pellat (2). Il en est de même et il en sera toujours ainsi toutes les fois qu'on aura sous les yeux, à sa disposition, une immense quantité du même sujet, il n'y aura jamais une ressemblance exacte, rigoureuse entre eux ; que ne fait-on pas actuellement pour les Xerophila?

C'est surtout à la partie supérieure de cette onzième et dernière assise, où les couches sont absolument remplies et formées par des fossiles des plus remarquables : *Lychnus; Clausilia* (Pupa antiqua Math.); *Cyclostome; Leptopoma; Amphidromus* (Bulimus); *Cyclophorus* à carènes déliées, élégantes; *Choanopoma; Palæostoa; Callia; Buliminus; Chondropoma; Ctenopoma; Goniobasis; Diplommatina*, etc., et d'autres formes tout à fait nouvelles dont l'association, la concentration représentent ici réunis les points les plus éloignés du globe.

Nous nous proposons de revenir sur cette étrange distribution localisée aux Baux.

Seules les Hélix, sur toute cette hauteur, semblent faire défaut ; elles manquent partout, et en admettant qu'elles se rencontrent un jour ou l'autre, elles sont certainement loin d'être communes (3).

Les *Anostomopsis rotellaris* et A. *elongatus* surtout, que l'on retrouve fréquents sur l'autre versant nord des Alpines (Saint-Remy), sont, aussi, peu disséminés.

Notons qu'à la base même de ce système fluvio-lacustre, les Unios sont rares, puis en résumant, nous voyons deux grandes séries malacologiques séparées par des argiles multicolores qui s'intercalent entre des faunes lacustres et terrestres dans le bas mélangées, mais dans le haut, laissant les mollusques terrestres complètement séparés des mollusques d'eau douce ou saumâtre, ce qui distingue les assises inférieures de celles supérieures.

C'est toujours une même formation qui s'est maintenue pendant une longue suite de temps avec des conditions de sédimentation identiques, dans des lacs aux eaux calmes ou agitées, limpides ou troubles.

CORRÉLATION DES FAUNES ET DES SÉDIMENTS

De ce fait, que les coquilles marécageuses abondent et dominent dans la série inférieure (de 1 à 6), tandis que dans la série supérieure (de 8 à 10)

(1) *Bulletin de la Société malacologique de France* (t. VII, juin 1890) : *Bauxia necra, B. Bourguignati, B. Boulayi, B. Rouleana, B. Allardi, B. Pellati, B. Viviparæformis*. Nous pensons que par un sentiment de grande déférence pour l'éminent malacologiste M. Bourguignat et après une discussion scientifique qui fait le plus grand éloge à l'auteur de cet article, sur la valeur des caractères réels ou prétendus tels, qu'il n'a pas cru devoir s'isoler de l'influence en abandonnant cette école ; d'ailleurs, les dessins sont de M. Bourguignat et l'on sait la facilité et l'indépendance qui guidaient ses reproductions.

(2) Compte rendu de l'excursion des Baux (Bouches-du-Rhône).

(3) La seule connue est l'*Helix Cureti*, trouvée à Orgon.

les coquilles terrestres l'emportent à l'exclusion complète de la faune lacustre, il semblerait probable qu'un régime fluvial s'est accentué avec plus d'intensité du commencement à la fin de cette période et certainement si des vastes plaines basses herbeuses, entrecoupées par de longs mais faibles cours d'eau entouraient ces lacs au début, le lent écoulement à pente faible des eaux fluviales n'entraînait que fort peu de coquilles de ces rives doucement inclinées (1) dans la cuvette profonde qui les réunissait; dans ce cas, la faune lacustre domine certainement; la minorité appartient à la faune terrestre et ce sont là les niveaux les plus inférieurs qui accusent ce mode de répartition entre elles.

En remontant, le mélange s'accentue, il y a presque égalité entre ces mollusques des deux faunes; cela implique une action plus énergique de l'apport des coquilles terrestres par les cours d'eau qui alimentent ce réservoir ; les pluies sont-elles plus abondantes ou bien la modification qui prépare l'apparition de la mer molassique se fait-elle sentir par des mouvements lents et soutenus qui changent l'aspect orographique de toute la région ? C'est plus que probable, puisque M. Collot (2) propose d'admettre « que ce qui manque localement a été très vraisemblablement enlevé par les érosions antémolassiques » ; c'est dire que nous approchons du retour de la mer dans cette contrée et que des changements précurseurs se manifestent déjà ; cette transformation sera accomplie à l'invasion de la molasse ; elle marche constamment vers ce but.

On doit en conclure que la déclivité des plaines s'accentue de plus en plus vers le lac ; la pente ainsi accrue donne aux eaux d'orage une plus grande vitesse ; elles corrodent même, creusent, pour entraîner sur leur passage les nombreuses coquilles terrestres sous bois et transportent rapidement tout cet ensemble enlevé par les averses, en accélérant les dépôts qui, eux, contiendront beaucoup plus de coquilles terrestres que de coquilles lacustres ; sur la fin, ces dernières auront disparu, remplacées par toute cette belle faune terrestre prédominante.

Telle est la faune des derniers niveaux à la partie supérieure du système fluvio-lacustre du Danien et l'origine des diverses natures des calcaires et de leur coloration (3).

(1) La Saône, sur son long parcours (482 kilomètres), dont les pentes sont faibles, écoule lentement les eaux de son bassin de près de 3 millions d'hectares ; elle ne transporte que très peu de coquilles et de débris flottants ; ses crues sont longues et durent plus de quinze jours.

(2) Lettre de M. Collot à M. Pellat à l'occasion de l'excursion des Baux, publiée dans le Compte rendu du *Bulletin de la Société géologique de France*, 3e série, t. XIX, p. 1205 et suivantes.

(3) Nous savons que, dans ses crues et ses débordements, le Rhône transporte une foule de coquilles terrestres apportées de fort loin ; puis les rivières, de même, amènent à leur tour des régions très éloignées, dans ce bassin de près de 10 millions d'hectares, quantité d'autres mollusques vivant dans diverses régions opposées. Quant aux sédiments, leur coloration indique suffisamment les points du territoire qui les a fournis : l'Isère apporte des limons noirâtres ; la Durance varie dans la teinte de ses eaux suivant que les orages se sont abattus sur les argiles oxfordiennes en haut de son cours ou bien que les rivières tributaires en aval les aient reçus;

DESCRIPTION DES FOSSILES

Le *Bulimus Provensali*, que nous avons décrit en 1890 au Congrès de Limoges et surtout depuis que les recherches nous ont permis d'en avoir sous les yeux un très grand nombre, présente quelques variétés fort remarquables que je vais rappeler très rapidement.

Ce sont d'abord les nombreux qui se rencontrent aux Baux (niveau n° 5) beaucoup plus petits que le type même, mais ayant la même dépression ou déformation caractéristique de cette espèce ; moins bien conservés, le test ayant généralement disparu, les plis de la bouche sont moins apparents.

Viennent ensuite quatre échantillons (1) plus renflés qui sont absolument une variété du type.

BULIMUS PROVENSALI, Vé RIQUEI NOBIS (2)

(Collection Curet.)

Forme générale presque sphéroïdale, moins déprimée et aplatie, présentant cette déviation brusque du dernier tour donnant à l'axe de la spire une inclinaison prononcée.

Ouverture de la bouche évasée intérieurement, bord peu recourbé extérieurement, mais portant toujours, bien accusés, les plis et ondulations péristomales ou callosités intérieures, ayant en outre en haut la trace visible du petit creux infléchi si accusé extérieurement du *B. proboscideus*.

Les stries du test restent les mêmes ainsi que les autres caractères de la description à laquelle je renvoie.

Nous devons insister toutefois, comme pour rapprocher encore plus le *B. Provensali* du *B. proboscideus*, sur la présence de la même dépression enfoncée que nous avons indiquée (3) pour les fossiles de ces gros Bulimus qui nous

l'Ardèche est rougeâtre; la Drôme jaunâtre; le Gardon brunâtre; la Cèze blanchâtre; variant autant en passant par ces teintes bien tranchées, de façon que ces dépôts alluvionnaires une fois formés accusent nettement leur origine avec des faunes différentes bien entendu : c'est cependant un même régime.

(1) Trois de ces beaux fossiles m'ont été communiqués par M. Curet, président du tribunal civil de Toulon, pris par lui dans ces couches. Un quatrième, à M. Allard, serait le plus globuleux, mais de plus petite taille.

(2) M. Curet, à qui appartient ce fossile, m'ayant manifesté le plaisir qu'il aurait à rappeler la nom d'un de ses meilleurs amis, M. Rique, je m'empresse de déférer à ce désir en lui dédiant cette jolie et remarquable variété du *B. Provensali*.

(3) *B. Proboscideus* appartenant à la belle collection de M. PELLAT, à Paris. (Voir Congrès de Limoges, 1890, p. 354. *Association française pour l'avancement des sciences.*)

avaient été confiés ; ce caractère devient apparent et bien manifeste sur le nº 2 du tableau ci-dessous :

	EN MILLIMÈTRES			RAPPORT de l'épaisseur à la largeur
	Largeur	Épaisseur	Hauteur	
Type du *B. Provensali*	12	7	9	0583
1er échantillon de la Vé Riquei . . .	11	7	9	0636
2e id. . .	11 ½	7 ½	9	0652
3e id. . .	13 ½	8	10 ½	0593
4e à M. Allard, type de la Vé Riquei.	9 ½	8	9	0842

Le dernier échantillon nº 4, à M. Allard, est de tous le plus globuleux comme sphéroïdal, ainsi que le prouve le tableau, 0,842 ; le nº 2 vient ensuite 0,652 ; puis le premier, avec 0,636 ; le nº 3, 0,593 et le *B. Provensali* décrit 0,583 ; aussi est-il pris pour type de la *Vé Riquei*, et puis la bouche est plus semi-circulaire, moins allongée, plus petite, la forme du péristome plus arrondie dans son pourtour, les bords en paraissent tranchants.

Les stries du test restent les mêmes tout en étant très fines et rapprochées près du bord de l'ouverture.

Tous ces fossiles sont bien conservés, leur test existe presque partout.

BULIMUS PELLATI NOBIS *(fig. 1 à 4)*.

(Collection Ed. Pellat, à Paris.)

Coquille à dextre un peu plus haute que large, mais considérablement moins épaisse, subtrigonale, déformée, méplate et déprimée transversalement par les

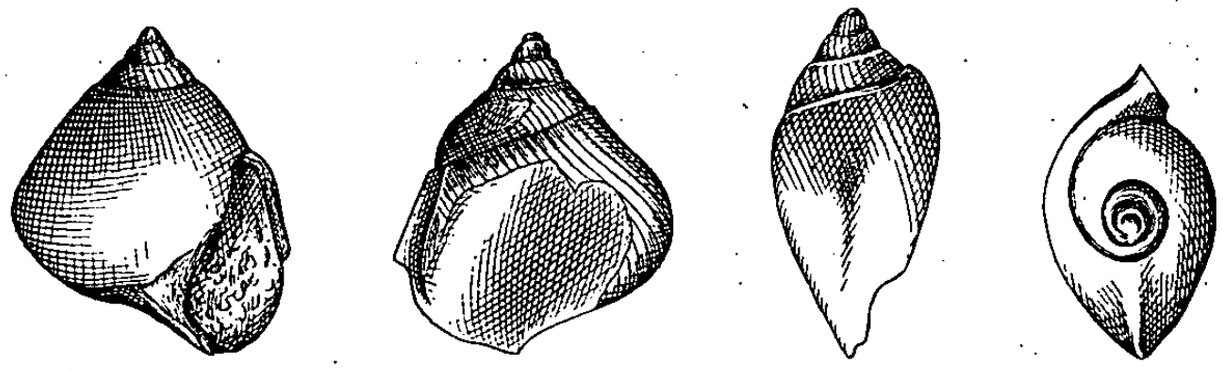


FIG. 1. FIG. 2. FIG. 3. FIG. 4.

derniers tours, presque anguleux et bosselés, dont la direction la rend gibbeuse et triangulaire.

Spire courte cylindro-conique émoussée et presque arrondie au sommet, peu élevée, composée de cinq tours, l'embryonnaire peu accentué et confondu, les trois suivants à croissance assez régulière, les deux autres rapidement développés, un peu oblique par suite de la déviation de l'axe que le dernier tour un peu caréné longitudinalement embrasse en la recouvrant en biais.

Suture bien accusée, un peu profonde, détachée.

Ouverture ou bouche entière, ovalaire, anguleuse en haut, bien arrondie et élargie en bas, lisse intérieurement, ne portant aucune trace de dents, saillies ou callosités de déformation l'encombrant.

Péristome paraissant réfléchi, bien évasé, à bords épaissis, mais uni.

Bord columellaire lisse, faiblement infléchi, sinueux, légèrement empâté par une faible épaisseur se manifestant surtout vers le bas.

Test mince, orné de stries extérieures longitudinales, irrégulières, fines, un peu obliques, infléchies, sinueuses, non suivies, se réunissant près la suture par groupe de deux à trois, ne laissant qu'une faible impression de leur trace à l'intérieur s'accusant sur le moule, là où il est absent.

Hauteur.	26 millimètres
Largeur.	22 —
Epaisseur.	14 —

La forme de cette belle espèce que les dessins seuls que nous donnons peuvent faire saisir dans son ensemble, est un fossile des mieux conservés, rencontré dans les couches des Baux (1) ; fort rare, c'est le seul exemplaire que nous ayons de cette remarquable coquille.

COMPARAISON ET DIFFÉRENCE AVEC LE « B. PROVENSALI »

Par la déviation du dernier tour de spire qui embrasse largement toute la coquille obliquement et fait ainsi dévier et s'incliner l'axe de la spire sur laquelle il se renverse, le *B. Pellati* se rapproche du *B. Provensali*, tout en étant plus déprimé et gibbeux, tandis que la bouche reste dans le plan même, sans se porter en avant, et n'est nullement obstruée ni encombrée de protubérance.

COMPARAISON AVEC LES « SCARABEUS » ET « PYTHIA »

Aplatie, comme écrasée, ce n'est que le dernier tour qui se ressent de cette pression latérale en donnant et imprimant à l'ensemble cet aspect bossu ; les tours de spire, à part son axe penché, n'ayant pas subi cette déformation ainsi que cela a lieu pour les *Scarabeus* et les *Pythia* où toute la coquille est « cylindrique, ovalo-cylindrique ou comprimé triangulaire oblique », tandis que dans le *B. Pellati* la spire n'a nullement souffert de cette influence et se déroule normalement en cercle spirescent.

Enfin, le *B. Lyonetianus* rappelle, par son ensemble trigone et son dernier tour gibbeux, assez exactement le *B. Pellati*, quelque chose d'approchant se voit aussi dans le *B. leporis* de Madagascar et *Bulimus auris-sciuris* de la Trinité.

Ce fossile, avec d'autres que nous décrirons, est un des plus remarquables rencontré dans la série fluvio-lacustre des Baux, inépuisable en formes variées.

(1) Recueilli par M. PELLAT dans les couches des Baux, qui me l'a confié à deux reprises pour m'en permettre la description ; je suis heureux de pouvoir lui dédier une des plus belles formes de ce terrain et le remercier infiniment de me l'avoir communiqué.

AMPHIDROMUS PELLATI NOBIS (1) *(fig. 5)*.

(Ma collection.)

Coquille à dextre de grande taille ovoïde, allongée, légèrement ventrue, composée de cinq à six tours de spire légèrement convexe à croissance régulière, sauf le dernier tour rapidement développé occupant à lui seul les trois quarts de la hauteur, suture laissant une trace bien distincte sur le moule ombilic, paraissant peu profond.

Le test ayant disparu, nous ne pouvons le définir, puisque l'ornementation qui pouvait le décorer ne laisse aucun indice sur le moule que nous avons.

Ouverture allongée médiocrement ; columelle robuste si l'on en juge par l'impression.

Péristome épais, arrondi transversalement réfléchi sans doute, portant à l'intérieur, parallèlement au bord, une forte dépression comme un sillon très accentué, l'empreinte en relief sur le moule l'indiquant largement.

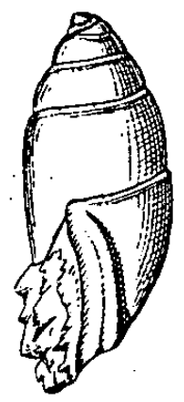


FIG. 5.
Demi-grandeur.

S'éloigne suffisamment du *B. Panescorsi* pour ne pouvoir le confondre avec cette espèce ;

Couches de Saint-Remy.

Longueur : 62 millimètres ;

Largeur : 24 millimètres.

GENRE CLAUSILIA.

Peu connues jusqu'à ce jour ; nous n'avions des gisements des Baux et Saint-Remy qu'une Clausilie que j'avais décrite sous le nom de *C. Sagnieri* ; or, depuis cette époque non seulement des moules ont été retrouvés, mais des coquilles presque entières nous permettent de reconnaître des formes nouvelles parmi ce genre.

La présence des Clausilies dans la faune fluvio-lacustre des Baux indique des régions montagneuses comme dans le Vicentin où le Dr Oppenheim en a décrit de nombreuses recueillies dans ces dépôts, mais aucune des nôtres ne semble se rapprocher de ces espèces et paraissent s'éloigner sensiblement par leurs formes générales et leur dentition.

Observons que ce genre se trouve aux Baux tout à fait dans les couches supérieures dans les niveaux les plus élevés de la série, il est important de se rappeler qu'à ce moment-là des modifications profondes se préparaient pour permettre à la mer de molasse d'envahir la contrée.

(1) Inscrit dans ma collection sous le titre de *B. Panescorsi*, ce fossile portait ce nom depuis longtemps ; c'est en l'examinant de près et surtout en le comparant avec le dessin qui en est donné qu'il me fut facile de le distinguer. Bien qu'il ne fut pas décrit encore je le fais aujourd'hui en l'appelant *B. Pellati* ; ayant promis à M. Pellat, géologue, qu'il serait ainsi dénommé, ce que je fais avec le plus grand plaisir.

CLAUSILIA BERTHEI NOBIS *(fig. 6 et 7).*

(Ma collection.)

Cette jolie petite forme de Clausilie n'est encore connue que par sa bouche, le dernier tour de spire adhérent et les tours supérieurs séparés.

Coquille à senestre ovalaire, très allongée, fusiforme vers le haut.

Huit à dix tours de spire?

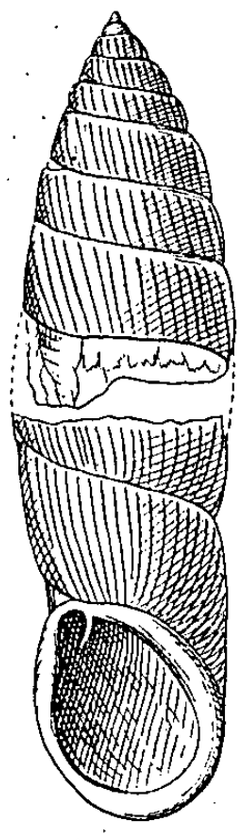


FIG. 6.

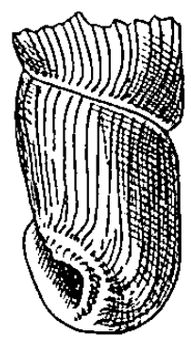


FIG. 7.

La bouche ou ouverture encombrée de dépôts calcaires et légèrement ébréchée permet néanmoins d'en saisir la forme et les détails extérieurs.

Ouverture ovalaire, allongée médiocrement, un peu déprimée, évasée.

Péristome épaissi, réfléchi, renflé, renforcé d'un bourrelet fort et résistant avec trace apparente de dentition ou nervures intérieures; bords columellaires de même bien constitués ne portant aucune lamelle visible à l'extérieur. En haut de la bouche, et touchant le bord de la columelle presque, existe une forte dent ou nervure solide, pli ou lamelle pariétale.

Extérieurement se montre sur le test, au dernier tour, la trace assez visible d'un pli palatal à l'intérieur qui pourrait correspondre à l'épaississement intérieur du bord columellaire.

Le test assez épais est orné de stries assez fortes plus robustes vers la bouche, longitudinales, très régulières, agrémentant la surface externe et coïncidant exactement entre eux pour chaque tour dans leur continuité.

Par son ensemble plus agréablement élancé, sa taille réduite, moins pupiforme, la *C. Berthei* ne saurait être confondue avec la seule que nous connaissions, la *C. Sagnieri*. Par sa fragilité et sa délicatesse, on la retrouve toujours brisée sans pouvoir rencontrer facilement les tours qui manquent.

Cette Clausilie est *costulée entièrement*, tous les tours portent cette ornementation. Elle ne manque pas même aux premiers enroulements.

CLAUSILIA ANTIQUA NOBIS. PUPA ANTIQUA MATHERON 1832 *(fig. 8 et 9).*

(Collections Allard, Curet, Caziot, Jullian, Renevier et la mienne.)

Coquille pupiforme, senestre, trapue, renflée ou ventrue, composée de huit à neuf tours de spire à croissance rapide et régulière.

Premier tour embryonnaire diffus, émoussé.

Test assez mince, finement strié de côtes irrégulières et plates peu visibles,

mais bien apparentes, surtout au deuxième tour, derrière l'ouverture où elles sont très accentuées.

Suture peu profonde, à peine accusée, plus marquée sur le moule. Tours des spires peu bombés paraissant se souder de l'un à l'autre, munis à leur jonction de petits points saillants formés par la terminaison des côtes.

Ouverture subrectangulaire, à bords évasés non fermés, épais, portant en haut une nervure courte, dentaire ou lamelle pariétale (C) et vis-à-vis du côté du péristome un autre pli continu (B) à l'intérieur, s'accusant à l'extérieur, comme vu à travers le test, par une ligne A parallèle à l'enroulement en haut du dernier tour; plus le pli subcolumellaire où glisse le Clausilium.

Péristome réfléchi, régulier, non tranchant, lisse, sans accident, columelle solide, une légère callosité ou empâtement sur le palier en haut de la bouche qui semble joindre les bords.



FIG. 8.

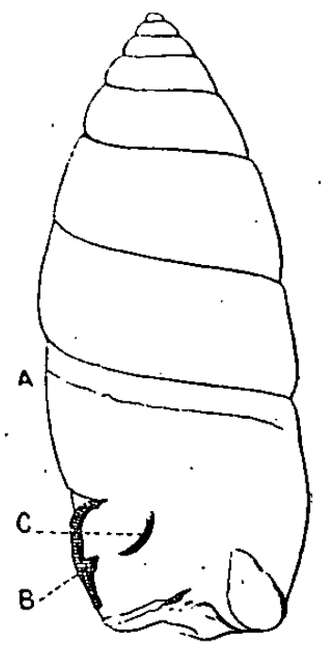


FIG. 9.

Longueur : 16 millimètres et au-dessous ;

Diamètre maximum : 5 millimètres.

Cette espèce est très répandue et des plus abondantes à la partie supérieure de la série fluvio-lacustre (nº 11) où, par son extrême profusion, elle permet de distinguer les différences de taille et les variations qu'elle peut atteindre ; souvent brisée, on la rencontre cependant entière et bien conservée, les stries seules qui ornent le test, le dernier tour, semblent un peu effacées par l'usure sur les autres (1).

Se rapproche de la *Clausilia Dalmatina*.

C'est certainement l'espèce décrite par M. Matheron sous le nom de *Pupa antiqua* et figurée aussi sous celui de *subantiqua* ; malgré tout notre désir de conserver une pareille dénomination nous avons dû scientifiquement placer cette belle et nombreuse forme dans son vrai genre en lui conservant toujours le qualificatif d'*antique*, que lui avait donné le savant géologue de Marseille.

CLAUSILIA ANTIQUA NOBIS Vé JULLIANI *(fig. 10)*.

(Collection Allard.)

Nous ne donnons cette Clausilie que comme variété de la *Cl. antiqua*.

A l'inspection seule de la figure il est facile de les séparer ; son ouverture est ovalaire allongée, arrondie et plus cylindrique.

Cette bouche rappelle un peu celle de la *C. Berthei*.

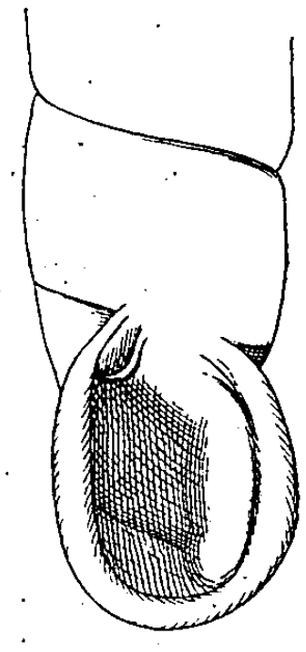


FIG. 10.

(1) Les Clausilies ont les tours toujours striés finement et irrégulièrement, le dernier porte seulement des élévations costulées, rugueuses, plissées, froissées ce qui les distingue particulièrement.

GENRE BULIMINUS. — BULIMINUS BULIMIFORMIS NOBIS *(fig. 11)*.

(Collection Allard.)

Coquille petite à dextre, ovalairement allongée, courte, trapue, légèrement ventrue, renflée, composée de six tours de spire à croissance régulière, le premier embryonnaire paraissant tronqué et fondu dans le deuxième.

Suture très peu accentuée les tours semblant se recouvrir entre eux légèrement; ceux-ci peu courbés laissant entre eux comme une faible inflexion à leur jonction.

Ouverture ou bouche entière, légèrement inclinée, semi-ovalo-triangulaire, sans empâtement intérieur.

Péristome un peu incurvé, épaissi, relativement effilé, mais non tranchant; bord columellaire presque rectiligne renversé sur l'ombilic, évasé et épais, se soudant sur la columelle par un léger et faible empâtement qui se continue et tapisse tout le haut de l'ouverture en venant rejoindre le péristome.

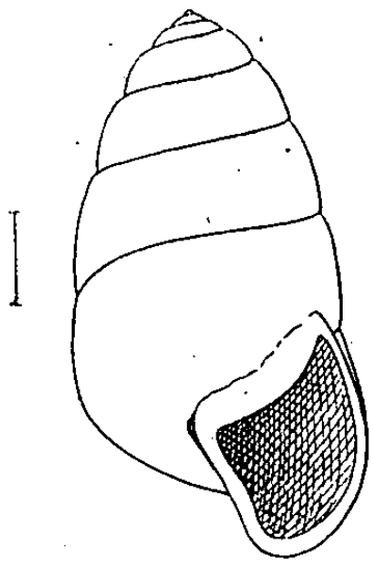


FIG. 11.

Test épais un peu usé, mais paraissant conserver trace des stries longitudinales qui l'ornaient; apparentes toutefois au dernier tour, derrière l'ouverture, par des costulations tortueuses.

Cette décoration particulière à toute cette faune élégante semble se généraliser par cette striation régulière.

Longueur : 7 millimètres et demi.

Diamètre maximum : 3 millimètres et demi.

Cette fort belle espèce est certainement très répandue dans les dépôts, mais l'exiguité de sa taille comme celle des suivantes n'a pas permis que les géologues y apportassent toute l'attention voulue, c'est ce qui a fait qu'elle échappait aux recherches.

Nous devons aux patientes et nombreuses tournées de M. Allard, sur les lieux, d'avoir découvert ces formes minuscules qui se confondaient facilement avec les débris, suite de la désagrégation, en petits nodules, de ces calcaires.

La difficulté qu'on éprouve même pour assigner à des formes vivantes une place parmi les *Bulimes* qui faute de renseignements, sur leur anatomie, sont aujourd'hui ballottés entre les genres *Bulimus, Buliminus, Bulimulus*, tels que les *Liparus, Caryodes, Pachnodus*, etc., on comprendra toute notre réserve lorsqu'il s'agit de fossiles. Néanmoins les échantillons de cet étage que nous avons sous les yeux étant des plus remarquables nous pouvons aborder avec prudence leur classification.

BULIMINUS STRIATOCOSTULATUS NOBIS *(fig. 12)*.

(Collection Allard.)

Coquille petite, à dextre, ovalaire, allongée, assez renflée, fusiforme, extrémité de la spire assez aiguë; le premier tour embryonnaire émoussé et confondu avec le deuxième; composée de sept tours de spire se déroulant progressivement.

Tours arrondis régulièrement, laissant la suture profonde et bien marquée en creux.

L'ouverture allongée, brisée en partie, ne laissant voir qu'une faible portion en haut du péristome, reste trop indécise à caractériser.

Ombilic un peu apparent, columelle réduite.

Test assez épais entièrement orné de côtes arrondies, fines, ondulées sur le dernier tour, longitudinales, espacées largement et assez régulièrement, laissant entre elles au moins trois fois la largeur de l'une d'elles, recouvrant toute la coquille, sauf les deux premiers tours tous les autres les portent distinctement.

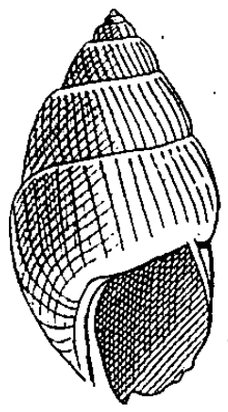


FIG. 12.

Longueur : 6 millimètres et demi.

Diamètre maximum : 3 millimètres un quart.

Par sa forme d'ensemble moins trapue, plus allongée, son sommet plus aigu, l'inflexion de ses tours bien arrondis, sa suture profonde, les costulations qui élégamment ornent son test, ce *Buliminus* se séparant franchement de précédent et de suivants avec lesquels il ne peut être confondu, doit être commun; recherches de M. Allard.

BULIMINUS GLANDIFORMIS NOBIS *(fig. 13)*.

(Collection Allard.)

Coquille à dextre, ovalo-glandiforme, ayant six tours de spire à croissance progressive et régulière, le premier embryonnaire fort aplati et diffus, extrémité supérieure presque arrondie en dôme.

Suture assez sensible, tours assez arrondis mais peu renflés en courbe.

Ombilic accusé et paraissant profond. Ouverture semi-circulaire un peu oblique. Bords du péristome ébréchés, évasés, columelle un peu visible, épaisse, empâtant légèrement le haut de la bouche. Test assez épais, portant des costulations longitudinales irrégulières en partie effacées et usées mais distinctes cependant, s'avançant au dernier tour jusque dans l'ombilic ouvert.

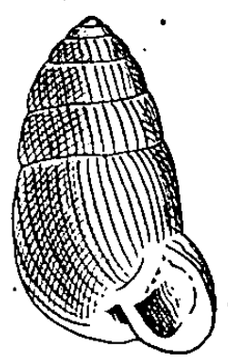


FIG. 13.

Cette forme, rappelant un gland, par sa taille, son aspect d'ensemble se sépare nettement du *B. striato-costulatus* et *B. bulimiformis*.

Hauteur : 5 millimètres un quart.

Diamètre maximum : 2 millimètres trois quarts.

Comme les précédentes, cette forme doit être abondante dans les couches supérieures où elle a été retrouvée par M. Allard, à qui nous devons savoir gré de ses recherches.

BULIMINUS SPHEROIDALIS NOBIS *(fig. 14)*.

(Collection Allard et la mienne.)

Coquille petite à dextre, très renflée, peu allongée, globuleuse ou sphéroïdale, portant six tours de spire à courbure régulière un peu renflée, progressivement enroulés, suture peu profonde, couverte pour ainsi dire par les tours inférieurs.

Péristome réfléchi, à bord émoussé, épais, columelle épaisse encroûtant le dernier tour, à l'ouverture en haut et s'infléchissant sur l'ombilic qui est un peu caché, celui-ci assez profond.

Bouche ou ouverture semi-ovalaire un peu oblique, unie, sans trace de callosités intérieures.

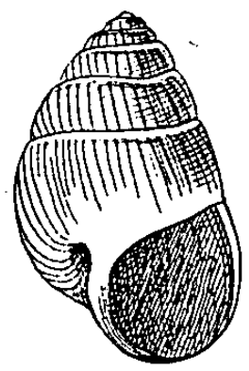


FIG. 14.

Test épais, solide, résistant, orné de stries fines assez régulières, ou côtes allongées s'avançant dans l'ombilic, espacées, laissant entre elles une cannelure plate et peu infléchie.

Ces stries longitudinales et légèrement obliques s'arrêtent à la suture, mais forment une petite inflexion ou dépression, qui suit parallèlement l'intersection des tours de spire.

Longueur ou hauteur de 5 millimètres à 5 trois quarts. Diamètre maximum : de 3 millimètres à 3 un quart.

Son aspect général, présentant une forme presque arrondie, détache le *B. spheroidalis* des autres ci-dessus.

Recueilli par M. Allard dans les mêmes couches où elle paraît plus nombreuse.

Bien d'autres espèces restent à décrire, les matériaux que nous possédons déjà étant considérables viendront augmenter d'autant la série remarquable des fossiles de la faune fluvio-lacustre des Baux, puisque nous nous trouvons placé sur ce point, non au centre du bassin de cette époque, mais bien sur la région littorale où se déversaient tous les cours d'eau venant de fort loin.

M. Louis-Abel GIRARDOT

Professeur au Lycée de Lons-le-Saunier.

SUR LE SYSTÈME JURASSIQUE DES ENVIRONS DE LONS-LE-SAUNIER CONSIDÉRATIONS RELATIVES AU RÉGIME DE LA MER JURASSIQUE

— Séance du 9 août 1893 —

Dans cette communication, l'auteur essaye d'interpréter les faits qu'il a observés dans le jurassique de la région de Lons-le-Saunier, et en particulier les nombreuses surfaces taraudées par les lithophages qu'offre l'oolithe inférieur de ce pays.

Dans l'intervalle des temps où les plissements de la chaîne hercynienne, puis ceux de la chaîne alpine acquirent toute leur amplitude, on peut distinguer deux périodes successives marquées par des actions orogé-

niques de deux sortes, qui paraissent s'être fait sentir successivement dans le Jura lédonien pendant la période jurassique :

1° Période de tassement, marquée par la prédominance de l'affaissement inégal de grands compartiments de la chaîne hercynienne et du voisinage. De là une extension de plus en plus considérable de la mer jurassique vers le nord, où ils étaient plus intenses et où ils paraissent avoir acquis leur maximum à l'époque callovienne, selon Neumayer.

2° Une période où domine, par contre, la tendance au plissement, tendance qui va s'accentuant de plus en plus pour aboutir aux gigantesques plissements alpins.

L'étude détaillée du jurassique lédonien, puissant d'environ 1.100 mètres, montre qu'il comprend les deux séries de couches ci-après :

2° Jurassique supérieur.	Oolithe supérieur.	Couches saumâtres et d'eau douce du purbeckien ; environ 20 mètres.
		350 mètres de couches marines, principalement calcaires et accusant, en général, une mer peu profonde. Surfaces taraudées très rares. Polypiers dans la partie inférieure et moyenne.
	Oxfordien.	230 mètres de sédiments principalement marneux, mais qui passent dans le haut à des calcaires à polypiers.
1° Jurassique inférieur.	Oolithe inférieur.	350 mètres de formations principalement calcaires. Polypiers constructeurs à divers niveaux sur une grande partie de la hauteur. Quinze ou seize surfaces taraudées s'échelonnent de la base au sommet.
	Lias.	150 mètres de sédiments, principalement marneux, terminés par un oolithe ferrugineux à céphalopodes.

La grande transgressivité qui se manifeste à l'époque du callovien est le fait le plus remarquable de l'histoire de la période jurassique; c'est pourquoi il paraît convenable d'établir dans le jurassique deux grandes divisions principales (séries).

Le lias accuse une mer peu profonde au début et à la fin de cette formation, mais qui a dû varier de profondeur dans l'intervalle.

L'oolithe inférieur tout entier est une formation de mer peu profonde, ne dépassant probablement pas 40 à 50 mètres, et ayant souvent moins encore, puisqu'il s'y trouve des polypiers constructeurs sur une grande partie de la hauteur. Le fond de la mer s'est donc abaissé d'environ 300 mètres, et d'une façon à peu près progressive, pendant cette époque.

La présence de quinze ou seize surfaces taraudées, criblées de perforations de lithophages, qui s'échelonnent dans le bajocien, le bathonien et

le callovien, montre que cet affaissement n'a pas été régulier et continu, mais qu'à pareil nombre de reprises le fond de la mer s'est trouvé dans la zone d'action des vagues et des courants : de là sont résultés la cessation temporaire de la sédimentation et le taraudage des calcaires suffisamment résistants. — La formation d'un tel nombre de surfaces taraudées ne semble point devoir être attribuée, du moins en général, à la production, pour chacune d'elles, d'un relèvement du fond de la mer, suivi d'un affaissement pour permettre le rétablissement de la sédimentation. Il paraît nécessaire de rechercher une cause plus simple et plus générale.

Ces alternances répétées de cessation et de rétablissement de la sédimentation s'expliquent aisément par la continuation du tassement inégal des divers compartiments de la chaîne hercynienne. Des affaissements, affectant surtout les régions septentrionales et y prenant leur point de départ, se seraient produits par craquements successifs, soit brusques, soit du moins assez rapides, séparés les uns des autres par des temps de repos ou au moins de ralentissement considérable du mouvement. A chacun de ces affaissements locaux, venant augmenter soit l'étendue, soit la profondeur, soit d'ordinaire toutes deux réunies, dans le nord de la mer intérieure de l'Europe centrale, le niveau des eaux devait s'abaisser dans les points de cette mer non soumis à ce mouvement, ou dans lesquels il n'allait se propager que plus tard. On conçoit que si ce dernier phénomène venait à se produire dans la mer peu profonde de notre région lédonienne au moment où le remblaiement continu par la sédimentation avait déjà ramené le fond dans la zone d'action des vagues et des courants, les conditions de cessation de la sédimentation et d'établissement des mollusques lithophages pouvaient se trouver réalisées; un léger abaissement du niveau supérieur des eaux pouvait, dans les cas favorables, produire ce résultat. Puis, le mouvement d'affaissement du fond arrivant à se propager jusque dans la région jurassienne, la surface en voie de taraudage se trouvait ensuite replongée à une profondeur suffisante pour recevoir de nouveaux dépôts.

Au lieu d'exiger des oscillations répétées du sol de la région lédonienne, la formation des nombreuses surfaces taraudées qu'offre l'oolithe inférieur de ce pays est ainsi ramenée à l'influence de cette cause générale, dont l'existence est démontrée : l'affaissement graduel de l'Europe dans sa moitié septentrionale, pendant cette époque.

Une discordance, marquée par l'absence des marnes bathoniennes supérieures et du callovien inférieur, sur deux points, l'un à l'est et l'autre à l'ouest de Lons-le-Saunier, où se sont plus tard produits des ploiements intenses, semble indiquer, sur ces points, une tendance au ridement de la contrée jurassienne, vers la fin du jurassique inférieur.

L'oxfordien de la région lédonienne accuse diverses modifications de profondeur de la mer, qui devient en dernier lieu peu profonde.

L'oolithe supérieur de ce pays est une formation de mer peu profonde, dont le fond s'affaissait progressivement pour compenser l'élévation qu'il subissait par l'apport des sédiments. Mais, dans les derniers temps du jurassique, s'esquisse à l'emplacement du Jura un ploiement à « immense envergure » qui détermine la formation d'une vaste « croupe surbaissée » (G. Maillard), émergée sur une grande étendue, et qui reçoit les dépôts d'eau douce purbeckiens. — Les surfaces taraudées sont très rares dans les dépôts marins de l'oolithe supérieur : les mouvements du sol semblent avoir été plus réguliers qu'au temps de l'oolithe inférieur.

En résumé, jusqu'à la fin du callovien, le Jura paraît avoir éprouvé le contre-coup de chacune des actions de tassement qui affectaient les principaux compartiments européens de la chaîne hercynienne. Ce contre-coup s'accuse dans la région lédonienne par des perturbations de la sédimentation et la production de surfaces taraudées; il s'accuse aussi par les affaissements qui s'y faisaient sentir périodiquement. L'époque du jurassique inférieur constitue donc une première phase qui se rattache à l'histoire de la chaîne hercynienne.

Les mouvements du sol de la même région durant l'époque du jurassique supérieur accusent des actions différentes, caractérisées par une tendance au plissement, tendance qui s'accentuera plus tard avec une énergie considérable, lors de la formation de la grande chaîne des Alpes. Cette seconde phase jurassique semble se rapporter déjà à l'histoire de cette dernière chaîne.

M. Émile RIVIÈRE

à Paris.

ÉTUDE SUR L'OSSUAIRE DES GROTTES DU BOUNDOULAOU (AVEYRON)

— Séance du 9 août 1893 —

Les grottes du *Boundoulaou* ou du *Bourdon* sont situées à l'extrémité septentrionale du Larzac, à 4 kilomètres sud-ouest de Millau (Aveyron), sur le territoire de Creissels et au fond du vallon de Saint-Martin. Elles

s'ouvrent à l'extérieur par plusieurs orifices situés à l'altitude de 507, 515 et 535 mètres, sur le versant nord de la falaise, dans laquelle elles sont creusées, et par une seule ouverture, située à 35 mètres, sur le versant occidental.

Elles comprennent plusieurs galeries, dont le développement total mesure 400 mètres environ de longueur. C'est dans la galerie du nord, et à 525 mètres d'altitude, que M. E.-A. Martel a découvert l'ossuaire, dont il a bien voulu me confier l'étude anthropologique.

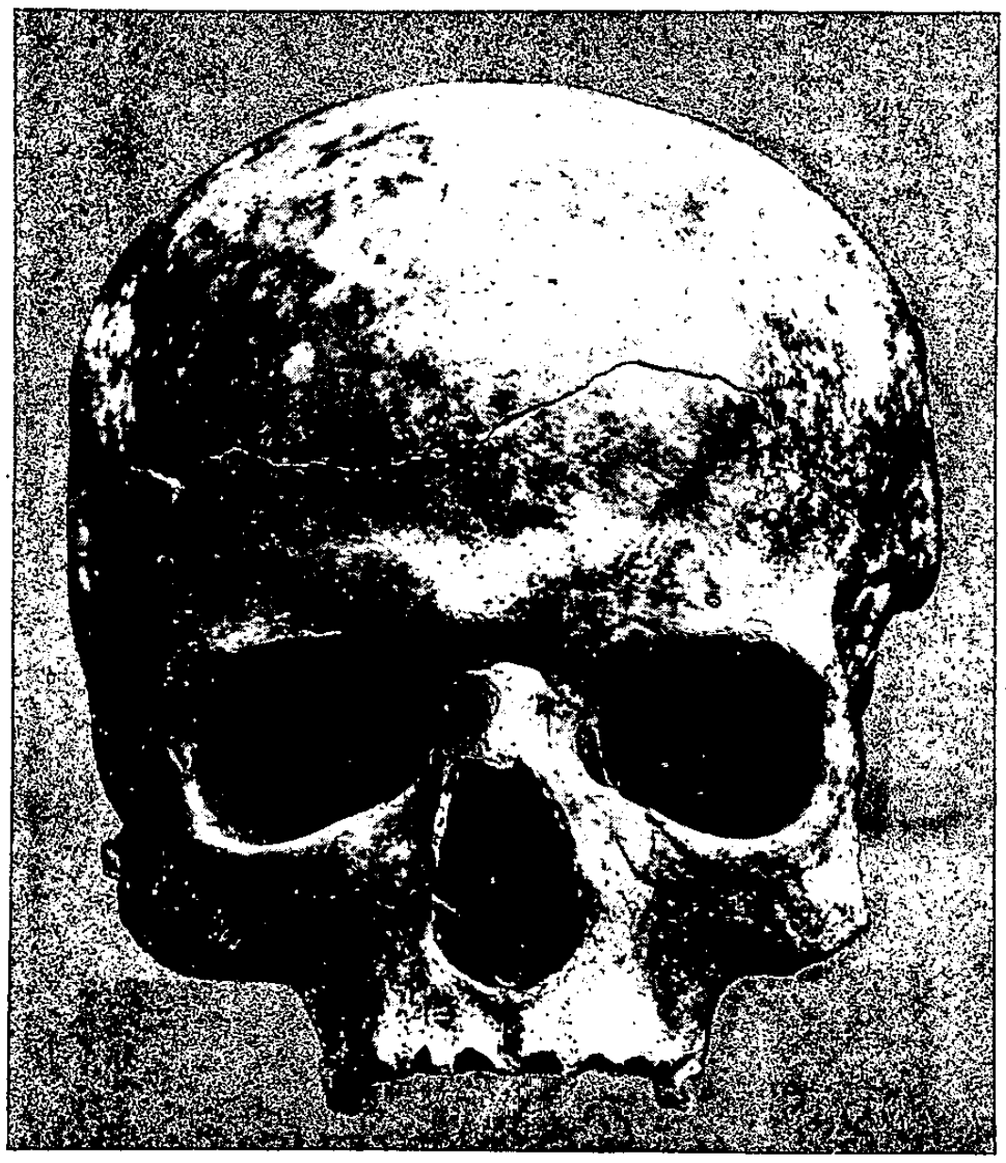


FIG. 1. — Tête n° 2. Vue de face (demi grandeur).

J'ajoute, d'après la description que mon savant collègue et ami en a donnée (1), que les squelettes renfermés dans cet ossuaire étaient allongés, côte à côte, sous une sorte d'auvent de rocher formé par une des strates de la galerie, la tête en avant, les pieds au fond. Ils gisaient au contact de l'argile, qui constitue le sol de la galerie, et du sable de rivière qui en occupe les recoins. Les trois têtes qui, seules, ont été trouvées plus ou moins intactes, étaient, pour ainsi dire, juxtaposées. L'une d'elles était

(1) Pour plus de détails, lire l'importante Étude hydrologique, accompagnée de cartes et plans, qu'en a donnée M. E.-A. Martel, qui les a explorées, la première fois, au mois de septembre 1892. (E.-A. MARTEL, *Les Abîmes*, p. 175 et suiv. — Paris, Delagrave, 1894.)

recouverte, pour ne pas dire coiffée, d'un grand fragment de poterie.

L'ossuaire des grottes du Boundoulaou renfermait les restes de huit squelettes et non de sept ainsi que nous l'avions cru tout d'abord, M. Martel et moi, un humérus de sujet jeune, non adulte — huitième sujet — ayant été retrouvé parmi les ossements. Il constitue, du reste, la seule pièce de ce huitième individu.

Les sept autres squelettes, qu'il m'a été donné d'étudier, sont loin d'être entiers, aucun d'eux, même, n'est complet. Ils sont représentés seulement par un certain nombre de pièces, dont je crois devoir donner



Fig. 2. — Tête n° 2. — Vue de profil (demi-grandeur).

ici la description en raison des ressemblances que ces squelettes présentent avec ceux qui ont été découverts autrefois dans une caverne du même département, la caverne de l'*Homme-Mort*, par le Dr Prunières, récemment décédé.

Têtes. — Elles sont au nombre de trois, dont deux, les nos 1 et 2, comportent à la fois le crâne et la face; la troisième présente seulement le crâne.

Tête n° 1. — Il ne lui manque qu'un fragment du pariétal droit, brisé par un coup de pioche, ainsi qu'une partie de l'occipital comportant les condyles et l'apophyse basilaire détruits également par la pioche des ouvriers.

Ce crâne est celui d'un individu du sexe masculin, jeune mais adulte;

l'épaisseur des os qui le constituent est assez forte, les sutures sont peu compliquées ; enfin il présente une plagiocéphalie prononcée en arrière, très légère en avant.

La dentition de la mâchoire supérieure est incomplète ; je n'ai trouvé, dans leurs alvéoles : à droite, que les deux prémolaires et les trois grosses molaires ; à gauche la première prémolaire et les trois grosses molaires. Ces dents ne présentent rien de particulier, elles ne portent aucune trace de carie et leur faible usure correspond bien au jeune âge du sujet.

Tête n°. 2. — L'âge incomplètement adulte de cette tête laisse le sexe incertain, bien qu'elle semble se rapporter plutôt au sexe féminin. Les seuls os faisant défaut sont : le temporal gauche, qui manque en entier ; un petit fragment du pariétal du même côté, ainsi que le condyle et une petite partie de l'apophyse basilaire de l'occipital *(fig. 1 et 2)*.

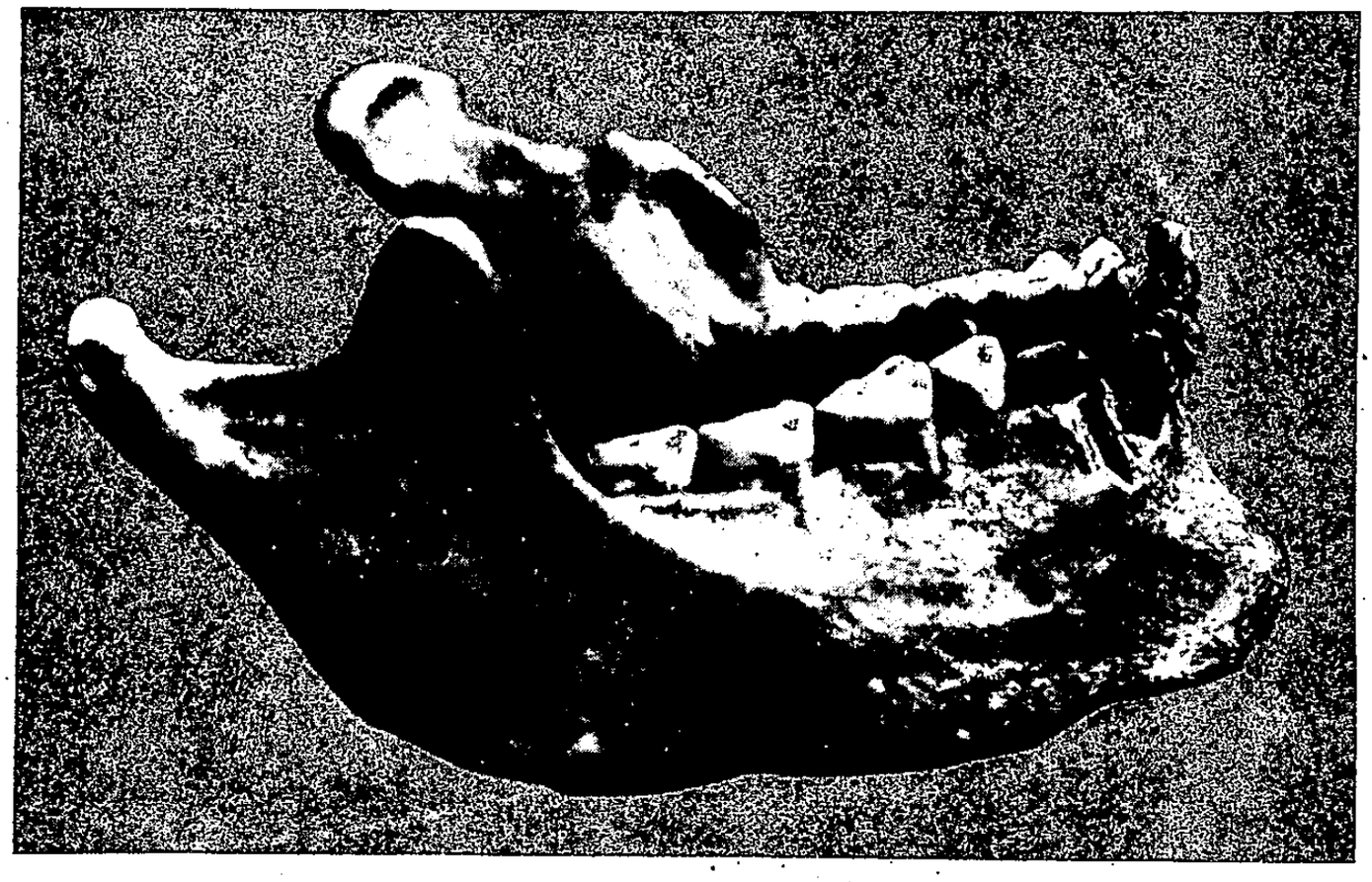


FIG. 3. — Mandibule d'adulte, vue de trois quarts (demi-grandeur).

La dentition de la mâchoire supérieure présente ce caractère que, des deux côtés, la dernière grosse molaire ou dent de sagesse est encore dans son alvéole. Les seules dents existant à la mâchoire supérieure sont : à gauche, les première et deuxième grosses molaires ; à droite, la première grosse molaire. Les autres dents sont perdues.

Les deux têtes nos 1 et 2 ont le bord orbitaire supérieur surbaissé ; et les dimensions verticales de la face sont courtes.

Tête n° 3. — Comme je l'ai dit plus haut, cette tête ne comporte que le crâne ; la face a disparu.

Le crâne est celui d'un homme adulte, probablement de faible complexion. Il est entier et sa bonne conservation a permis de le cuber. Sa capacité est assez

faible, M. Manouvrier, qui l'a mesurée, a trouvé 1415 centimètres cubes. Comme particularités sur lesquelles il convient d'appeler l'attention, je dirai que ce crâne présente deux os wormiens, rares par la situation qu'ils occupent: l'un est au niveau du bregma et mesure 0m,026 d'avant en arrière et 0m,015 dans son plus grand diamètre transversal; l'autre se trouve dans la suture coronale droite, ses dimensions sont de 0m,018 sur 0m,013.

Enfin, on constate aussi sur ce crâne un certain degré de plagiocéphalie, moins accusée cependant que sur le crâne nº 1.

Je dois ajouter que M. le Dr Manouvrier, avec qui j'ai étudié les ossements humains des grottes du Boundoulaou, les considère comme préhistoriques et paraissant se rattacher au type humain de la caverne de l'Homme-Mort (Aveyron).

Voici maintenant, sous forme de tableau, les résultats des mensurations des trois crânes du Boundoulaou :

MENSURATIONS CRANIENNES ET FACIALES	TÊTES		
	Nº 1	Nº 2	Nº 3
Diamètre antéro-postérieur maximum	187	180	182
» » » métopique	188	180	179
» transverse maximum	150	138	134
» frontal minimum	101	98	91
» bizygomatique	136 (1)	126 (2)	»
» basio-bregmatique	»	»	134
Ligne naso-basilaire	»	»	100
Circonférence horizontale antérieure	»	»	235
» » totale	»	»	505
Courbe transversale	»	»	300
Courbe médiane frontale sous-cérébrale	»	»	22
» » » cérébrale	»	»	105
» » pariétale	»	»	125
» » occipitale supérieure	»	»	69
» » » inférieure	»	»	52
Distance ophryo-alvéolaire	84	73	»
» naso-alvéolaire	66	61	»
Nez — Hauteur	45	48	»
Nez — Largeur	26	21	»
Orbite — Largeur	40	36	»
Orbite — Hauteur	30	28,5	»
Voûte palatine — Longueur	47	46	»
Voûte palatine — Largeur	42	34	»

(1) 68 × 2.
(2) 63 × 2.

De ces chiffres nous concluons aux indices suivants :

INDICES	TÊTES		
	N° 1	N° 2	N° 3
Céphalique	80,2	76,7	73,6
Facial	61,8	57,9	»
Nasal	57,8	43,7	»
Orbitaire	75,0	79,1	»
Palatin	89,4	73,9	»
Vertical	»	»	73,6

Avec les trois crânes que je viens de décrire, M. Martel a trouvé quelques fragments d'autres crânes, dont une partie de frontal d'une épaisseur très remarquable, atteignant en certains points $0^m,01$, et six mandibules, dont deux complètes et quatre incomplètes.

Les deux complètes sont :

1° Celle d'un jeune sujet, âgé d'une douzaine d'années environ, dont les caractères ne présentent, par conséquent, aucun intérêt. Elle comporte seulement douze dents (1), six de chaque côté, à savoir : les deux incisives, la canine et les trois premières molaires. La deuxième grosse molaire s'aperçoit au fond de l'alvéole ;

2° Celle d'un adulte *(fig. 3)* avec ses seize dents, moins quelques-unes perdues dans le sol. L'une de ces dents, la dernière grosse molaire du côté gauche, est atteinte d'une carie assez prononcée. Je donne ci-dessous ses dimensions dans un tableau commun à elle et à deux autres mandibules, ces dernières incomplètes.

Des quatre mandibules brisées, deux seulement sont encore suffisamment conservées pour que leurs mensurations présentent quelque intérêt.

La première est représentée par toute la moitié droite de la mâchoire inférieure ; elle provient d'un sujet adulte et jeune encore, car les cuspides des dents molaires sont pour la plupart fort peu usées ; il en est de même des incisives et de la canine. Les huit dents sont en place dans leurs alvéoles.

La seconde est représentée, au contraire, par toute la moitié gauche entière et intacte ; le sujet dont elle provient devait être déjà d'un certain âge. Les quatre dents restées en place, c'est-à-dire la deuxième incisive, la première petite molaire, les première et troisième grosses molaires sont quelque peu usées ; la première grosse molaire est même assez profondément cariée.

(1) Quelques-unes seulement sont en place.

Voici les dimensions principales de ces trois mandibules :

MANDIBULES	COMPLÈTE 1	INCOMPLÈTES 2 DROITE	INCOMPLÈTES 3 GAUCHE
Largeur bicondylienne	116	»	»
» bigoniaque	88.5	»	»
Branche { Longueur	50	55	69
Branche { Largeur	31	34	33
Hauteur symphysienne	33	29	31
» molaire	26	25	33.5
Projection antéro-postérieure	105	»	»
Angle symphysien	67°	»	»
» mandibulaire	132°	128°	110°

Quant aux deux autres mandibules que leur état ou leur âge n'a pas permis de mesurer, ce sont :

1° Celle d'un jeune sujet, qui avait, au moment de sa mort, toutes ses dents moins la dernière grosse molaire. Elle comporte encore tout le côté gauche du maxillaire et une partie du côté droit jusqu'au niveau de la deuxième petite molaire. Les dents en place sont : à droite, la canine et la deuxième incisive ; à gauche, la canine, la deuxième petite molaire et les deux premières grosses molaires.

2° Celle d'un individu adulte qui avait perdu, depuis un certain temps déjà, au moment de sa mort, la deuxième prémolaire droite; l'alvéole de cette dent est comblée et commence à former un certain bourrelet. Les trois molaires du côté droit qui persistent encore sont usées, l'une d'elles présente un commencement de carie.

Si maintenant je passe aux autres parties des squelettes dont j'ai fait l'étude, je vois qu'elles se composent de :

A. — MEMBRE SUPÉRIEUR. — Sept humérus et un cubitus.
B. — MEMBRE INFÉRIEUR. — Un os iliaque, trois fémurs et cinq tibias.

Humérus. — Sur les sept humérus, deux seulement sont entiers, ils proviennent de deux sujets adultes différents, quoique tous deux du sexe féminin. L'un mesure $0^m,294$ de longueur, ce qui correspond, pour le sujet, à une taille de $1^m,53$, d'après les tables de M. Manouvrier; sa circonférence minima est de $0^m,060$. L'autre présente une longueur de $0^m,285$, d'où une taille de $1^m,493$; sa circonférence minima, également un peu plus petite, n'est plus que de $0^m,058$.

Parmi les humérus incomplets, le plus long est un humérus gauche d'homme; il mesure encore $0^m,292$ tel qu'il est, c'est-à-dire avec la tête de l'os en moins, de sorte, que s'il était entier, sa longueur serait de $0^m,32$ environ; sa circonférence minima est de $0^m,066$. Celui qui vient ensuite est un humérus droit

d'homme également, auquel il manque l'extrémité supérieure avec une partie de la diaphyse, sa longueur est de 0m,234; sa circonférence minima est la même que celle du précédent (0m,066). Puis, c'est l'extrémité inférieure, avec une courte portion de la diaphyse d'un humérus gauche, qui paraît provenir d'un sujet assez grand. Il y a aussi l'extrémité supérieure, avec une partie de la diaphyse, d'un humérus droit, longue en tout de 0m,191, devant provenir d'un sujet vigoureux. Enfin, la septième pièce est un humérus droit incomplet et non épiphysé, mesurant 0m,224. L'individu auquel il appartenait devait avoir de quinze à seize ans environ.

HUMÉRUS

NUMÉRO	SEXE	LONGUEUR	TAILLE	CIRCONFÉRENCE minima DE LA DIAPHYSE
1	Féminin.	0m,294	1m,53	0m,060
2	Féminin.	0m,285	1m,493	0m,058

Cubitus. — Un seul cubitus — un cubitus droit — a été trouvé : c'est celui d'un homme adulte dont la taille serait de 1m,696. Il est entier et mesure, en effet, 0m,273 de longueur.

B. — Membre inférieur. — *Os iliaque*. — Il est incomplet, et tout ce que je peux en dire, c'est qu'il appartient au côté gauche du bassin.

Fémurs. — Les fémurs sont au nombre de trois, dont un seul est entier. Ce dernier, un fémur droit, est celui d'un homme de 1m,646 environ. Sa longueur *oblique* est de 0m,445, d'où la taille du sujet indiquée ci-dessus. Sa longueur *maxima* atteint 0m,449. Sa circonférence minima est de 0m,093. Le diamètre antéro-postérieur est de 0m,029, le diamètre transverse 0m,033, d'où un indice platymérique de 87,87. Quant à l'indice pilastrique, il est de 114,81, le diamètre antéro-postérieur du pilastre étant de 0m,031 et le diamètre transverse de 0m,027. Quant à la tête de l'os, son diamètre est de 0m,048.

Comme particularités, je dois signaler à la face antérieure du col une sorte de pilastre unissant la tête au grand trochanter et, par sa présence, augmentant l'épaisseur du col.

Le fémur n° 2 — un fémur gauche d'homme — est très incomplet; il est seulement représenté par la tête de l'os et une partie de la diaphyse; il mesure en tout 0m,202 environ de longueur. Le diamètre de la tête est de 0m,048. Au point de vue de la platymérie, le diamètre antéro-postérieur est de 0m,023 et le diamètre transverse de 0m,033, d'où un indice de 69,69.

Enfin le fémur n° 3, très différent du précédent par son aspect grêle, est le fémur gauche d'une femme qui n'a pas encore atteint l'âge adulte. Le diamètre de la tête, dont la soudure au corps de l'os est récente, mesure 0m,036;

l'indice platymérique, plus fort que celui du n° 2, est 73,07, le diamètre antéro-postérieur étant de 0m,019 et le diamètre transverse de 0m,026.

Tibias. — Comme je l'ai dit plus haut, les tibias sont au nombre de cinq, dont un (tibia gauche) est celui d'un enfant d'une douzaine d'années environ; il mesure 0m,242, non compris les épiphyses.

Les quatre autres sont à peu près entiers. Deux d'entre eux (droit et gauche) paraissent provenir du même sujet — sujet masculin, — ils mesurent tous deux 0m,365 de longueur, ce qui correspond à une taille de 1m,64 environ. Or, j'ai décrit plus haut le fémur d'un individu, du sexe masculin également et dont la taille serait, d'après la longueur de cet os, de 1m,646. Il paraît assez probable que ces deux tibias et le fémur ont appartenu au même individu.

Les deux autres tibias sont droits; tous les deux proviennent de sujets masculins et mesurent : le plus grand 0m,373 de longueur, ce qui correspond à une taille de 1m,657; le plus petit 0m,353, d'où une taille de 1m,620. Ce dernier présente, comme particularité, une rétroversion considérable de la tête.

Au point de vue de la platycnémie, on trouve les chiffres suivants :

1° Les deux tibias droit et gauche du même sujet : diamètre antéro-postérieur 0m,040; diamètre transverse 0m,024; d'où un indice de 60,00.

2° Le tibia le plus long : diamètre antéro-postérieur 0m,039; diamètre transverse 0m,027; d'où un indice de 69,23.

3° Le tibia le plus petit : diamètre antéro-postérieur 0m,035; diamètre transverse 0m,0225, d'où un indice de 64,28.

Quant à la circonférence *minima* de la diaphyse, elle m'a donné : pour les tibias nos 1 et 1 *bis*, 0m,080; pour le tibia n° 2, 0m,082, et pour le tibia n° 3, 0m,075.

TIBIAS

NUMÉROS	LONGUEUR	PLATYCNÉMIE Diamètres		INDICE	Circonférence minima de la diaphyse	TAILLE des sujets
		Ant.-post.	Transverse			
1 et 1 *bis*	0m,365	0m,040	0m,024	60,00	0m,080	1m,640
2	0m,373	0m,039	0m,027	69,23	0m,082	1m,657
3	0m,353	0m,035	0m,0225	64,28	0m,075	1m,620

En résumé, de l'étude à laquelle je me suis livré sur les restes humains de l'ossuaire du Boundoulaou, dans le laboratoire de M. le Dr Manouvrier, et avec son obligeant concours, dont je tiens vivement à le remercier ici, il résulte :

1° Que cet ossuaire renfermait, au moment de sa découverte, soit les squelettes entiers, soit partie des squelettes de *huit* individus.

2° Que ces huit individus se répartissent en :

a) Deux jeunes sujets de sexe indéterminable, âgés l'un d'une douzaine d'années au plus, l'autre de quinze à seize ans environ ;

b) Quatre sujets du sexe masculin, dont la taille oscillerait entre $1^m,62$, chiffre minimum, et $1^m,696$, chiffre maximum ;

c) Deux sujets du sexe féminin, dont la taille est respectivement de $1^m,493$ et $1^m,53$.

3° Que la différence de taille entre l'homme le plus petit et la femme la plus petite est de $0^m,127$, et entre l'homme le plus grand et la femme la plus grande est de $0^m,166$.

Industrie. — Quant aux objets trouvés dans cet ossuaire, ils sont au nombre de trois seulement : un cylindre en os et deux morceaux de poterie.

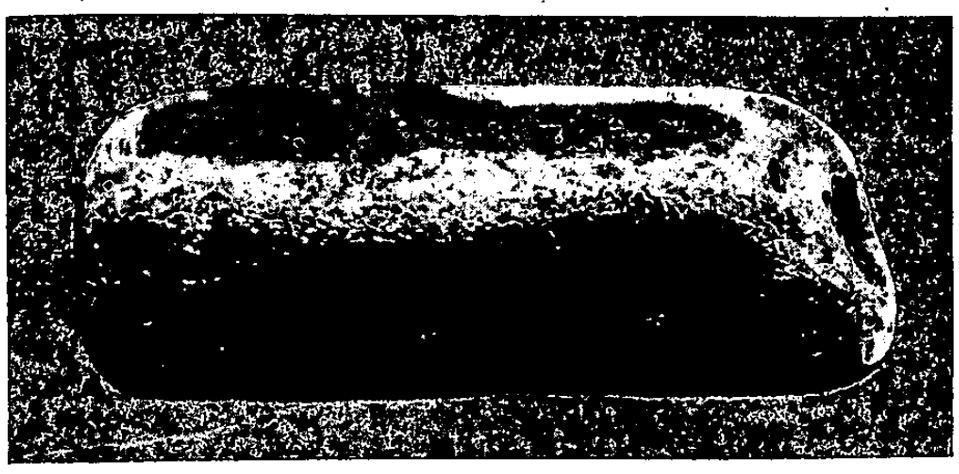


Fig. 4. — Cylindre creux en os (grandeur naturelle).

1° La pièce en os *(fig. 4)* est une sorte de cylindre creux, formant anneau, fabriqué avec la diaphyse d'un fémur humain.

Comme cet os, il offre, malgré l'état d'usure qu'il présente, trois faces : une face antérieure parfaitement arrondie, deux faces latérales légèrement aplaties, séparées par le bord postérieur de l'os ou ligne âpre, devenu mousse également par frottement. Ce cylindre, long de $0^m,062$ et dont le diamètre antéro-postérieur mesure $0^m,026$, est usé aussi et poli à ses deux extrémités. Il est creux d'un bout à l'autre ; sa cavité intérieure correspond au canal médullaire de l'os. Ses deux ouvertures, irrégulièrement circulaires, ont un diamètre de $0^m,012$; les bords en sont en partie arrondis et usés. Cet os me paraît avoir été porté suspendu soit comme ornement, soit comme amulette ou fétiche, voire même peut-être comme un trophée de guerre.

2° Les deux morceaux de poterie sont :

a) L'un, un tout petit fragment très nettement préhistorique, de médiocre épaisseur ($0^m,006$), de pâte noirâtre, renfermant de petits grains de silice et sans aucune trace d'ornementation ;

b) Le second est de pâte moins grossière, rougeâtre, d'épaisseur variable, c'est-à-dire plus grande au niveau de la panse du vase, dont il provient, qu'au bord, lequel est très mince. Il mesure 0m,161 de hauteur, soit à peu près la hauteur du vase entier, sur 0m,144 de largeur, et ses dimensions donnent quelque idée de la forme du vase qui serait celle d'une sorte de marmite au fond un peu plus grand que l'ouverture et à la partie moyenne ou panse assez fortement bombée. Son diamètre intérieur à ce niveau devait être de 0m,15 à 0m,16. Cette poterie ne présente également aucune trace d'ornementation.

M. Émile BELLOC

Chargé de Mission scientifique, à Paris.

NOUVELLES RECHERCHES LACUSTRES FAITES AU PORT DE VÉNASQUE, DANS LE HAUT ARAGON ET DANS LA HAUTE CATALOGNE (PYRÉNÉES CENTRALES)

— Séance du 9 août 1893 —

Les travaux que j'ai pu accomplir cette année ont eu pour objet l'étude lacustre de la partie centrale de la haute chaîne pyrénéenne. Chargé d'une mission scientifique par le Ministère de l'Instruction publique, j'ai réussi à en mener à bien une première partie, malgré certaines difficultés d'ordre administratif, malgré surtout l'installation provisoire d'un cordon sanitaire échelonné le long de la frontière espagnole dans l'espoir de barrer le passage au virulent spirille de Koch. De sérieuses recommandations et la bienveillance des autorités locales, aragonaises et catalanes, m'y ont puissamment aidé.

J'ai visité dans le haut Aragon la région qui entoure le grand massif central des *Monts-Maudits*, où se trouvent la *Maladeta* (3.312 mètres) et le *Nethou*, « *Aneto* » (3.404 mètres), point culminant des Pyrénées.

Dans la haute Catalogne, mes explorations ont été dirigées vers les hauts reliefs qui séparent la vallée d'Aran, où la Garonne prend sa source, du bassin *del Noguera-Ribagorzana*.

Aucune route, aucun chemin praticable aux bêtes de somme ne donne

accès aux nombreuses et importantes nappes lacustres renfermées dans les vallées que l'on trouve à ces grandes altitudes.

Les produits naturels du sol font totalement défaut dans ces parages, et celui qui parcourt ces contrées inhospitalières doit se préoccuper à l'avance, non seulement de sa subsistance personnelle et de celle de sa troupe, mais aussi des moyens propres à le protéger contre les brouillards intenses et les violentes tempêtes de vent, de pluie, de grêle et de neige qui éclatent parfois de la façon la plus inattendue à ces hauteurs.

Ces dangereuses perturbations atmosphériques ne sont pas, d'ailleurs, les seuls désagréments auxquels le voyageur puisse s'attendre. En général, le montagnard des régions inférieures s'intéresse si peu aux contrées élevées qui l'entourent, que, en dehors des sentiers battus fréquentés par les habitants pour leurs besoins usuels ou pour leurs transactions commerciales, l'étranger ne peut souvent compter que sur sa propre initiative pour s'orienter et pour trouver son chemin, au milieu des renseignements trop souvent contradictoires qu'il recueille.

Enfin, si à tant de conditions défavorables nous ajoutons encore certaines exigences internationales, devant lesquelles on doit forcément s'incliner, la tâche de l'explorateur qui se livre à un travail scientifique sérieux, et qui pour cela est obligé d'emporter un bagage encombrant et des instruments délicats, devient souvent difficile et parfois périlleuse. Ces différentes raisons, sur lesquelles je ne veux pas m'appesantir, m'ont forcé à restreindre mon programme et à remettre à plus tard la réalisation complète du travail projeté.

L'observation géologique et hypsométrique des bassins lacustres, l'étude comparative de la couleur des eaux et de leur température, ont été, cette année, le but principal de mes recherches.

* * *

Pour aborder la partie haute de la province d'Aragon qui confine à la haute Catalogne, le chemin le plus direct, en partant de Luchon (altitude 630 mètres), est celui de l'hospice de France et du port de Vénasque. C'est aussi le plus intéressant au point de vue géologique et lacustre ; c'est donc celui que j'ai suivi cette fois encore.

Après avoir laissé à gauche la tour ruinée de Castelvieil et le mamelon granitique mêlé de gneiss et de schistes cristallins qui lui sert de support, on suit la vallée de la Pique jusqu'à l'hospice de France (altitude 1.360 mètres).

En contournant la base occidentale du pic de la Pique, on s'engage dans une vallée secondaire, fortement inclinée et barrée, à mi-hauteur

environ, par un escarpement rocheux très abrupt et couvert d'éboulis. Un sentier muletier habilement ménagé et très fréquenté par les touristes et les Espagnols, durant la belle saison, met bientôt le voyageur en présence d'une série de petites nappes lacustres que la carte d'État-major désigne sous le nom de *lacs du bout du port (fig. 1)*. C'est une agglomération de quatre petits lacs (1) étagés, creusés dans les schistes cambriens, se déversant l'un dans l'autre.

Le plus grand, en même temps que le plus élevé (2,300 mètres), —



FIG. 1. — Lacs du Port de Vénasque, d'après une photographie de M. Émile Belloc.
(Septembre 1892.)

comme je l'ai dit dans un mémoire précédent (2) — est placé à la base septentrionale du pic de Sauvegarde (2.736 mètres), qui lui envoie directement les débris rocheux arrachés par le vent à ses flancs décharnés.

ORIGINE DES PETITS LACS DU PORT DE VÉNASQUE. — En revoyant le site sauvage et le gouffre profond du triste entonnoir qui limite

(1) Les cartes de géographie n'en figurent que trois (État-major, tirage de 1863) ; certains auteurs en comptent cinq (Guide Bædeker, édit. 1889) ; le Guide Joanne (édit. 1886), pour mettre tout le monde d'accord, sans doute, dit qu'il y en a quatre ou cinq. La vérité est qu'il y en a quatre, comme le montre, d'une manière irrécusable, la photogravure ci-jointe *(fig. 1)*.

(2) Émile BELLOC, *Étude sur l'origine, la formation et le comblement des lacs dans les Pyrénées.* (Congrès de Pau, *Bull. de l'Assoc. française pour l'avancement des sciences*, 1892, p. 358.)

la base méridionale du cirque de la *Coume* du port de Vénasque, en contemplant les pentes vertigineuses et pelées de la Mine et de Sauvegarde, qui se dressent presque verticalement au-dessus des lacs du port, je me demandai, encore une fois, quels arguments victorieux, quelles preuves palpables les partisans de l'érosion glaciaire pourraient invoquer pour étayer leurs théories et démontrer que la *formation* et l'*existence* de ces cuvettes « est certainement liée à celle des anciens glaciers » (A. Penck) (1)?

Bien qu'elles soient situées au point terminus de la vallée, bien qu'elles fassent partie d'un *groupe de petits lacs en série occupant le fond d'un cirque*, et probablement aussi le *lit d'un ancien glacier*, il est présumable que le savant docteur allemand, dont le remarquable travail vient d'être cité, serait peut-être aussi embarrassé que ses adeptes pour appliquer au cas qui nous occupe sa théorie du *creusement des lacs par la glace* (2).

Pour prouver que l'eau à l'état de congélation a véritablement creusé ces excavations lacustres, il serait indispensable, me semble-t-il, de rechercher d'abord quelle a été la dimension réelle de l'ancien glacier, afin de calculer son action dynamique.

L'examen attentif de ce cirque terminal et sans issue apparente, où se trouvent les lacs qui nous occupent, ne dévoile aucune terrasse accentuée, aucun bourrelet de terrain assez saillant, capable de retenir une masse de glace quelque peu importante sur les flancs dénudés de ces parois schisteuses.

Ici, plus que partout ailleurs, on peut dire avec M. Camena d'Almeida : « Les champs de neige et les névés n'y trouvent pas l'espace nécessaire

(1) Albrecht PENCK, *La Période glaciaire dans les Pyrénées*. (Ext. des *Mittheilungen des Vereins für Erdkunde* zu Leipzig, 1883.) Traduction française par L. Brœmer. Toulouse, 1885, p. 107 et suivantes.

(2) L'important mémoire du Dr Penck, — cité ci-dessus, — dont la seconde partie est spécialement consacrée aux lacs des Pyrénées, ne révèle aucun fait nouveau concernant l'histoire limnographique de cette contrée.

Dix ans avant la publication de : *La Période glaciaire dans les Pyrénées* (Leipzig, 1883), le Dr Jeanbernat avait déjà donné, dans le *Bulletin de la Société des Sciences physiques et naturelles de Toulouse* (t. I, p. 228, séance du 28 février 1873), un résumé de sa belle *Etude monographique sur les lacs des Pyrénées*, et un mémoire remarquable sur *l'Ancien glacier de la vallée de la Garonne* (p. 286 à 310).

L'année suivante, notre regretté compatriote et ami fit paraître, dans le même recueil (t. II, p. 272 à 330, année 1874), cette même étude monographique *in extenso*, sous le titre plus court de : *Les Lacs des Pyrénées*. Il y conteste formellement aux glaciers, dont les allures sont « plus pacifiques qu'on ne le suppose », le pouvoir de creuser les cuvettes lacustres.

Le travail du Dr Jeanbernat est encore le plus consciencieux et le plus important qui ait été fait jusqu'à présent, comme étude historique d'ensemble, sur les lacs pyrénéens. Malheureusement le Dr Jeanbernat n'ayant pas à sa disposition les appareils perfectionnés que nous possédons aujourd'hui, n'a pu appliquer les méthodes scientifiques rigoureuses qui sont en honneur depuis ces dernières années, et ses investigations, comme celles de la plupart des autres auteurs, n'ont pas dépassé le plan de surface des eaux.

Il est regrettable que le Dr Penck n'ait pas eu connaissance des intéressants travaux du Dr Jeanbernat, du moins nous le supposons; car, parmi les nombreux ouvrages très consciencieusement cités dans son mémoire, ne figurent pas ceux du savant naturaliste toulousain.

à la formation de puissantes couches de glace, et, au lieu des surfaces lentement inclinées sur lesquelles la transformation de la neige s'opère à loisir, ce sont les pentes rapides qui prédominent (1). » En effet, même à l'époque actuelle où les avalanches séculaires ont amoncelé à la base des falaises une effroyable quantité de débris rocheux, la neige, floconneuse ou pulvérulente, ne peut y séjourner. Ce n'est donc pas la masse neigeuse précipitée sans cesse au fond de l'entonnoir qui aurait pu servir à constituer le glacier. Or, on n'a qu'à calculer l'étendue de la surface utilisable et la faible capacité de ce bassin de réception, pour se convaincre

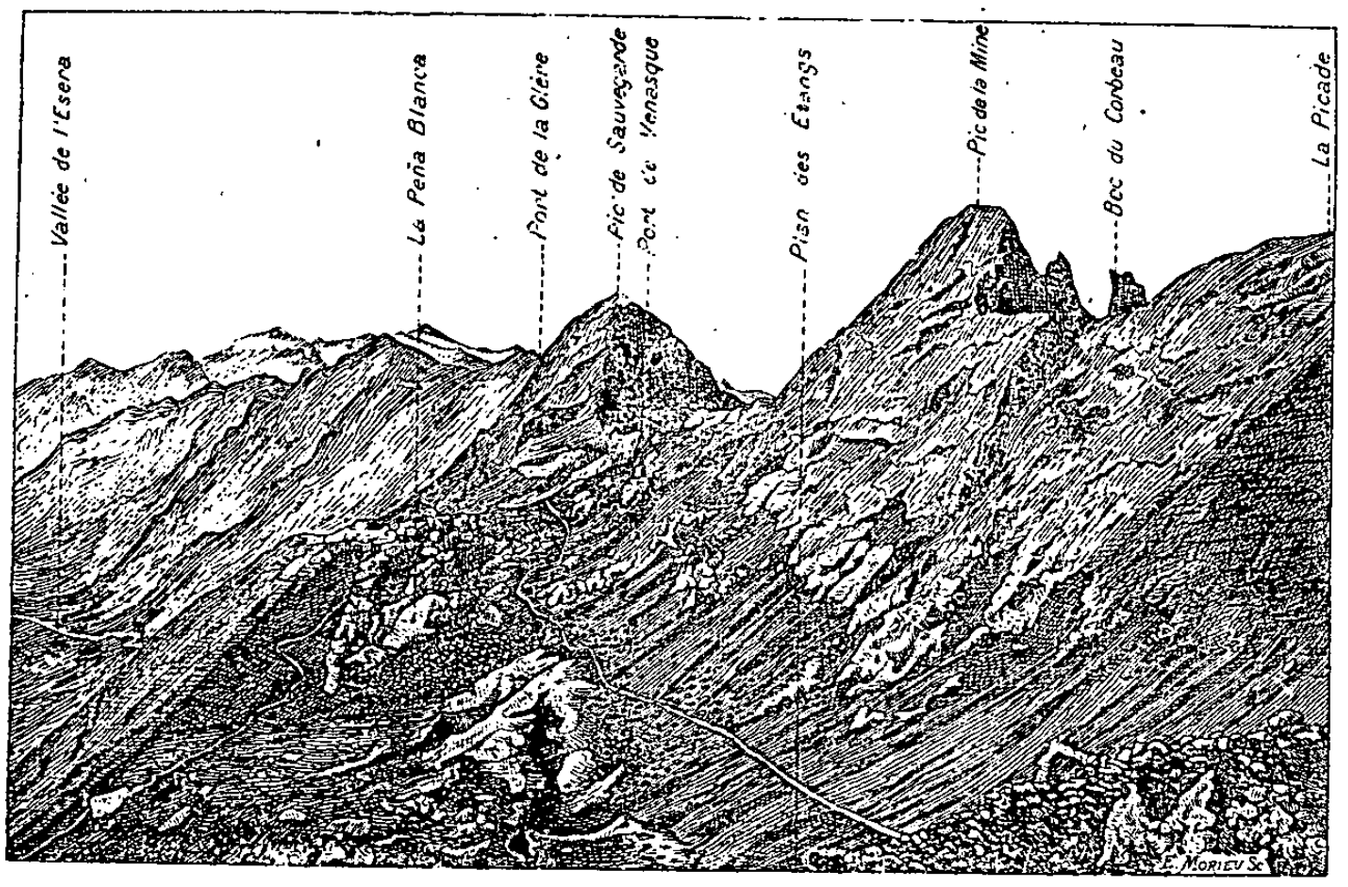


FIG. 2. — Vue de la crête frontière franco-espagnole (versant espagnol), d'après une photographie de M. Émile Belloc. (Septembre 1886.)

rapidement qu'une nappe de glace aussi restreinte devait avoir un poids relativement insignifiant, surtout à son point d'origine, et qu'elle pouvait être capable, tout au plus, de polir ou de strier la roche encaissante, mais non de la creuser.

Cette première hypothèse se trouvant forcément écartée par ce fait indéniable et qui peut être facilement contrôlé, on peut imaginer encore un immense fleuve de glace prenant sa source au nord des Monts-Maudits, nivelant le Plan des Étangs, submergeant la crête frontière *(fig. 2)*, encombrant la vallée du port de Vénasque pour venir se souder au grand glacier de la Pique, en un point voisin de celui où se voit actuellement l'hospice de France.

(1) P. CAMENA D'ALMEIDA, *Les Pyrénées*. Paris, 1893, pages 317 et 318.

A priori, cette seconde hypothèse ne semble pas absolument inadmissible. Mais, en l'examinant de plus près, les conclusions sont toutes différentes.

A vol d'oiseau, un espace de 6 kilomètres, en chiffre rond, sépare le port de Vénasque de la partie centrale du grand glacier actuel de la Maladetta. Lorsque ce glacier, couvrant toute la contrée, encombrait la profonde coupure qui longe la base septentrionale du massif des Monts-Maudits, on peut calculer, — étant donnée la hauteur infiniment plus considérable, à cette époque, des crêtes aujourd'hui amincies et déchiquetées de la Frèche, de la Mine et du port de Vénasque *(fig. 2)* et la profondeur beaucoup plus grande de la dépression du Plan des Étangs, bassin de réception des glaciers septentrionaux du massif des Montagnes-Maudites, actuellement arasée par les débris morainiques, les dépôts des matières alluviales et les végétations tourbeuses, — on peut calculer, dis-je, que le poids immense de ce fleuve glacé a dû lui imprimer forcément une direction parallèle à la ligne de plus grande pente des parties basses du terrain. D'après ceci, la tranche la plus épaisse du glacier devait se profiler selon une direction première sud-est, nord-ouest, qui est en même temps celle des Monts-Maudits et du thalweg du Plan des Étangs. La vallée du port de Vénasque, orientée nord-nord-est, sud-sud-ouest, occupait donc une position perpendiculaire à l'axe central de ce glacier.

Dans ces conditions, la masse de glace débordant l'arête du port de Vénasque n'aurait pu être qu'une simple dérivation latérale, ou pour mieux dire une sorte d'expansion divergente et très secondaire du glacier principal. Toutefois, pour admettre même cette hypothèse, il faudrait que des témoins irrécusables, des blocs erratiques par exemple, tels que ceux de la vallée de Larboust (1), étudiés et catalogués avec tant de soin par M. E. Trutat et M. M. Gourdon; ou bien encore des débris morainiques comme ceux de la vallée du Lys (2), dont M. Gourdon a dressé la carte, vinssent révéler le véritable lieu d'origine du glacier initial.

Mais il n'en est point ainsi. Maintes fois j'ai parcouru cette région en tous sens, et je dois dire qu'il ne m'a pas été possible, du moins jusqu'à présent, de recueillir aucun indice certain de nature à confirmer ou même à faire naître cette supposition.

Partout où les glaciers ont séjourné, ils ont laissé la trace indélébile de leur passage.

L'ancien glacier du Rhône a transporté jusqu'à des distances considérables d'énormes quartiers de roches tombés des flancs des hautes cimes alpestres. Dans les Hautes-Pyrénées, la plaine de Lourdes est couverte par

(1) E. Trutat et M. Gourdon, *Catalogue des blocs erratiques de la vallée de Larboust.* (*Bull. de la Soc. d'Hist. nat. de Toulouse*, 1879.)
(2) M. Gourdon, *Le Glaciaire de la vallée du Lys.* (*Bull. de la Soc. d'Hist. nat. de Toulouse.*)

la moraine frontale de l'ancien glacier d'Argelès. Les pentes et le fond des vallées de Luchon, de Larboust et du Lys, dans la Haute-Garonne, sont parsemés de gros blocs de granite porphyroïde provenant des régions d'Oô et de Crabioules, d'où les agents atmosphériques les ont détachés.

Dans la coume du port de Vénasque et sur les pentes voisines, aucun fait semblable ne s'est produit : on ne rencontre gisant sur le sol que des débris de phyllades ardoisiers et des schistes, rubanés, satinés, pétrosiliceux, etc., arrachés aux parois rocheuses qui forment la vallée elle-même.

Sans parler des anciens auteurs : Palassou, Ramond de Carbonnière, Charpentier, Durocher, Nérée Boubé, etc.; et pour ne citer que quelques-uns des principaux géologues et glaciairistes de notre époque, — Leymerie (1), Hebert (2), F. Garrigou (3), Jeanbernat (4), Ed. Piette (5), Eugène Trutat (6), J. Caralp (7), Prince Roland Bonaparte (8), etc., — disons qu'aucun de ces savants, qui se sont occupés des phénomènes glaciaires de cette région, n'a signalé, dans ses écrits, la présence de roches granitiques provenant des Monts-Maudits, soit dans la haute vallée de la Pique, soit dans celle du port de Vénasque ou sur les parois escarpées qui emprisonnent les petits lacs dont nous avons parlé.

Leymerie, partisan acharné des théories diluviennes et qui, vers la fin de sa carrière, se rallia à la théorie glaciaire, — comme l'observe très justement M. A. Falsan (9), avec lequel j'ai le regret de ne pas être en communauté d'idées, cette fois, sur l'origine du glacier du port (10), — Leymerie est même très affirmatif à ce sujet. « Cette partie haute de la vallée, dit-il, est intéressante par ce fait négatif que les blocs granitiques y font défaut, circonstance qui prouve bien que le massif de la Maladetta n'a été pour rien dans le phénomène erratique de notre versant (11) ».

En somme, à défaut d'autre preuve, ce qui précède démontre clairement, je crois, que l'action glaciaire, en effet, « n'a été pour rien » dans le creuse-

(1) A. LEYMERIE, *Réunion extraordinaire de la Société géologique de France à Saint-Gaudens*, 1862. (Ext. du *Bull. de la Soc.*, t. XIX, deuxième série, p. 72.)

(2) HEBERT; *Réunion extraordinaire de la Société géologique de France à Saint-Gaudens*, 1862. (Ext. du *Bull. de la Soc.*, t. XIX, deuxième série, p. 54 et 55.)

(3) F. GARRIGOU, *Monographie de Bagnères-de-Luchon* (Paris, Masson, 1872, p. 208). — *Résumé géologique accompagnant la carte géologique de l'Ariège, de la Haute-Garonne*, etc. (*Bull. Soc. géologique de France*, 16 juin 1873.)

(4) JEANBERNAT, *Ancien glacier de la vallée de la Garonne*. (*Bull. de la Soc. des Sciences physiques et naturelles de Toulouse*, 1873, p. 286 à 310.)

(5) ED. PIETTE, *Note sur le glacier quaternaire de la Garonne...* (*Bull. de la Soc. géologique de France*, t. II, 1874.)

(6) E. TRUTAT, *Les glaciers de la Maladetta et le pic des Posets*, Toulouse, P. Privat, 1876. — *Le massif de la Maladetta*. (Ext. du *Bull. de la Soc. d'Hist. nat. de Toulouse*, p. 51 et 72.)

(7) J. CARALP, *Études géologiques sur les hauts massifs des Pyrénées centrales*. (Thèse de doctorat. 512 pages de texte.) Toulouse, 1888, p. 396 à 397.

(8) Prince ROLAND BONAPARTE, *Variations périodiques des glaciers français*. (*Ann. du Club Alpin français*, p. 119 et suivantes.)

(9) A. FALSAN, *La Période glaciaire*. Paris, Félix Alcan, 1889, p. 34.

(10) *Ibid.*, p. 331.

(11) LEYMERIE, *Description géologique et paléontologique des Pyrénées de la Haute-Garonne*. Toulouse, Ed. Privat, 1881, p. 715.

ment et la formation des cuvettes lacustres du port de Vénasque, par cette seule raison que le glacier qui a pu occuper l'origine de cette vallée devait avoir une puissance trop peu considérable pour pouvoir excaver la roche encaissante.

Durocher, émettant l'opinion que le cirque de Gélever? et le lac qui en occupe le fond peuvent avoir une origine cratériforme — comme beaucoup de « cirques des Pyrénées, et surtout ceux qui sont formés au milieu des masses granitiques (1) », — me paraît être infiniment plus près de la vérité.

La théorie de Dufrénoy (2) sur les vallées longitudinales et les vallées transversales, produites par des fractures de l'écorce terrestre, qui auraient donné naissance à des séries de ressauts et de bassins étagés (voir CARALP, ouvrage cité, page 33), peut servir à expliquer aussi, dans bien des cas, la formation des lacs de montagnes.

Au demeurant, ce qui semble le plus évident, c'est que le mouvement d'inclinaison des parois schisteuses qui surplombent actuellement ces nappes lacustres, a eu pour effet d'occasionner des affaissements partiels dans le sol inférieur. Dans ce cas, on comprend aisément que les parties rocheuses plus denses ou plus résistantes, en formant les arêtes proéminentes qui divisent le fond du cirque, aient aussi formé les bassins étagés qu'on y voit aujourd'hui *(fig. 1)*.

L'origine et la formation des petits lacs du port me semblent donc faciles à expliquer ; et, d'après moi, ces dépressions lacustres doivent être considérées comme étant des *bassins d'effondrement*.

L'aspect sauvage et empreint de tristesse de cette région, la couleur bleu sombre des nappes d'eau limpides et tranquilles, dans lesquelles les falaises décharnées qui les emprisonnent se reflètent jusqu'aux moindres détails, tout en ces lieux est fait pour frapper les esprits superstitieux. Aussi, les lacs *det Cap det Port* (du bout du Port) ont-ils une réputation détestable, et les indigènes ne passent sur leurs bords qu'avec circonspection, évitant avec le plus grand soin de faire aucun bruit, dans la crainte d'éveiller les mauvais génies qui dorment sous l'onde, car leur colère est terrible, disent-ils, et celui qui par mégarde aurait le malheur de précipiter dans un de ces lacs quelque débris rocheux, serait immédiatement englouti.

D'après une légende, très accréditée parmi les montagnards, non seulement le plus grand de ces bassins n'aurait pas de fond — naturellement, — mais ce serait le démon du mal en personne qui de son pied fourchu

(1) M. DUROCHER, *Essai pour servir à la classification du terrain de transition des Pyrénées.* (Ext. du tome VI des *Annales des Mines*, Paris, 1844, p. 50 et 51.)

(2) DUFRÉNOY, *Explication de la carte géologique de France : Les Pyrénées* (t. III, p. 109).

l'aurait creusé. Et, l'ignorance et l'imagination aidant, ils croient généralement, — malgré la différence de niveau et l'épais massif montagneux qui les sépare, — que le *lac de la Montagnette* communique directement avec lui par des conduits souterrains.

Au fond de ces croyances naïves, on peut dire qu'il y a toujours quelque cause mystérieuse ou quelque fait inexpliqué qui les a provoquées.

Dans le cas actuel, par exemple, si nous examinons le lac supérieur, nous nous trouvons en présence d'une nappe d'eau dont le plan de surface demeure sensiblement constant, bien qu'aucun affluent visible ne semble compenser la quantité de liquide, relativement considérable, que son émissaire déverse régulièrement dans les lacs inférieurs.

Ce fait est simple en lui-même cependant. Celui qui considère attentivement la structure géologique de ces terrains fissurés et couverts de débris rocailleux comprend aisément que les précipitations atmosphériques tombant à la surface d'un sol aussi désagrégé, s'infiltrent facilement à travers les éboulis et les dalles schisteuses formant l'ossature de ces monts escarpés, sans laisser de trace apparente au dehors. Une infinité de canaux souterrains cheminant ainsi jusqu'à la rencontre de couches rocheuses moins perméables, finissent par se réunir au-dessous de la surface du lac et finalement viennent sourdre au sein du bassin même, dérobant ainsi aux regards leurs points d'émergence.

***

Aperçu général sur les principaux lacs des Monts-Maudits. — Vers le sud, gagnons la morne échancrure taillée à pic dans les flancs de la *Mine* (2.757 mètres) et de *Sauvegarde* (2.787 mètres), qu'on appelle le port de Vénasque (2,448 mètres) (1) et, au moment même de franchir la frontière, nous nous trouverons en présence d'un spectacle aussi grandiose qu'inattendu.

En face de nous, le massif imposant des *Monts-Maudits*, « *Montes-Malditos* », profilant ses pics chauves et glacés sur une longueur d'environ dix kilomètres, offre aux regards un tableau saisissant et merveilleusement beau.

« Les Monts-Maudits, massif culminant des Pyrénées, dit Fr. Schrader,

(1) M. le colonel Prudent, *Relevés hypsométriques...* (*Ann. Club Alpin français*, année 1888, p. 557), qui a calculé, en 1888, la hauteur du port de Vénasque, — d'après neuf observations faites par MM. Émile Belloc, Dr F. Garrigou, M. Gourdon, Lequeutre, de Saint-Saud et Fr. Schrader, — lui assignait une altitude de 2.430 mètres, d'après la moyenne obtenue par ces différentes observations. M. le colonel Prudent ne donne cette cote que sous réserve, n'ayant pas eu l'occasion d'en vérifier lui-même, l'exactitude sur le terrain.

forment un amoncellement de pics granitiques couverts de glaciers, dont les sommets principaux sont : le pic d'Aneto (3.404 mètres), les pics du Milieu, de la Maladetta, d'Albe, des Tempêtes et le pic Russell, ainsi nommé par M. Ch. Pack. Plus au sud se dresse le pic de Malibierne ou de Valibierne... (1) »

Au point de vue orographique, ce massif a une importance considérable. Il fait partie d'une de ces rangées obliques par rapport à la direction générale de la chaîne, dont parlent, dans un récent et remarquable travail, M. F. Schrader et M. Emm. de Margerie (2), rangée qui commence à la partie septentrionale des montagnes de *Néouvieille* et se développe dans la direction de l'est-sud-est, sur une longueur de quatre-vingt-quinze kilomètres, vers *Como lo Forno* (3.033 mètres) et *los Encantados* (2.982 mètres).

« Combien y a-t-il de lacs au sud des Monts-Maudits ? qui les comptera? Malheureusement la plupart sont sans nom. »

Sans avoir la prétention de répondre entièrement à la question ci-dessus, posée par l'auteur des *Souvenirs d'un Montagnard* (3), je vais néanmoins essayer d'énumérer et de faire connaître les principaux lacs du massif tout entier. Pour cela, — et à l'aide de la carte ci-contre, — nous prendrons comme point de départ le port de Vénasque. De là, en suivant le bourrelet calcaire de la *Peña Blanca* jusqu'à *la Picade* (2.512 mètres), nous rejoindrons l'extrémité orientale des Montagnes-Maudites. Nous les contournerons en allant d'abord vers l'occident, et, sans franchir l'*Esera*, pour explorer, quant à présent, les régions lacustres des *Posets*, de *Bagueñola* et d'*Eristé*, nous nous dirigerons vers le bassin *del Noguera-Ribagorzana* (4) et l'hospice de *Viella*, ce qui nous permettra, en passant par le *col des Moulières*, de regagner notre point de départ.

Si nous tournons nos regards à gauche du port de Vénasque, c'est-à-dire vers l'orient, nous apercevons déjà, en contre-bas de la Picade, environ à mi-côte, plusieurs petites nappes lacustres d'un bleu saphir éclatant, miroitant au soleil.

Plus loin, du côté du sud-est, le lac de *Poumero* et celui du col de *Toro* (2.024 mètres) dirigent leur trop-plein vers le *Goueil det Joueou* (œil de Jupiter) (1.405 mètres). « Ces lacs, — disait Ramond en parlant

(1) Fr. Schrader, *Notice sommaire sur les feuilles 1, 2, 3 et 5 de la carte des Pyrénées centrales.* (Ext. des *Archives des Missions scientifiques et littéraires.* Paris, Leroux, 1892, p. 5 et 6.)

(2) Fr. Schrader et Emm. de Margerie, *Aperçu de la forme et relief des Pyrénées.* (Ext. de l'*Ann. du Club Alpin*, vol. 19e, Paris, 1892, p. 15.)

(3) Comte Henry Russell, *Souvenirs d'un Montagnard.* Pau, 1873, p. 45.

(4) Les noms de rivières étant du masculin, en espagnol, j'ai cru devoir me conformer à cette règle, bien qu'elle souffre quelques exceptions dans certaines parties de la vallée d'Aran.

de celui de Poumero, qui se déverse dans un lac plus petit, — leur bassin, les rochers nuds et les débris qui les accompagnent, composent ensemble un des plus tristes paysages que j'aye rencontrés (1) ».

Plus loin encore, vers le sud, une série de lacs issus de la *Forcanada* et celui *des Barrancs*, d'un bleu laiteux très prononcé, placés à la base

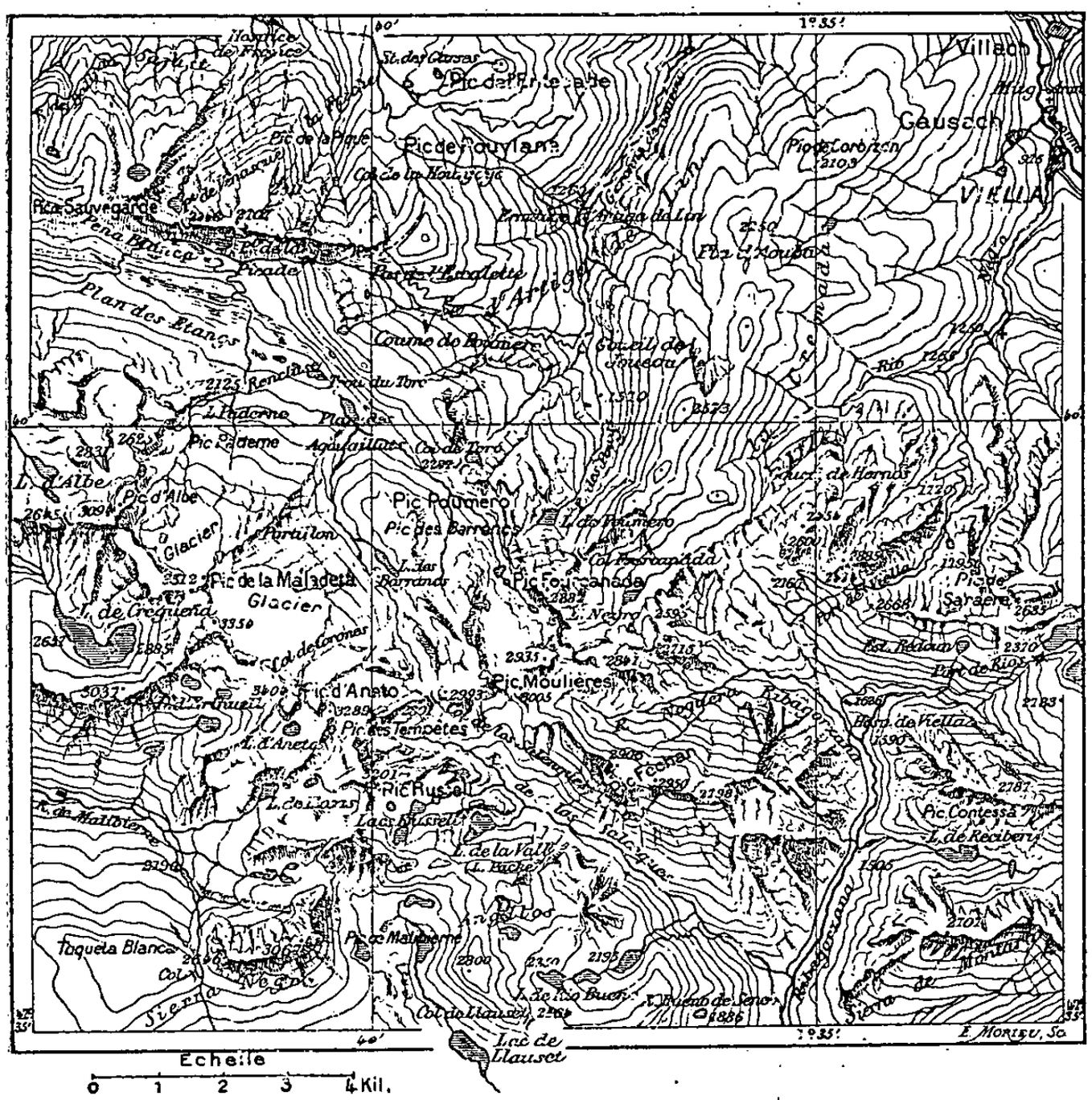


Fig. 3. — Carte du massif des Monts-Maudits, dressée d'après les feuilles 2 et 3 de la carte des Pyrénées Centrales de Fr. Schrader (2), et les observations personnelles de l'auteur.

nord-est de la Maladeta (3), envoient leurs eaux au *Plan des Agoualluts* où elles s'engouffrent dans le *Traou del Toro* (2.025 mètres), creusé au

(1) Ramond, *Observations faites dans les Pyrénées pour faire suite à des observations sur les Alpes.* Paris, 1789, p. 161. L'édition de 1792, qui contient textuellement la même citation (p. 224), n'est qu'une réimpression de la précédente publiée à Liège.

(2) La minute de la *Carte des Pyrénées Centrales* est à l'échelle de $\frac{1}{100,000}$. La partie espagnole a été levée sur le terrain par M. F. Schrader, de 1869 à 1883.

(3) Selon le professeur J. Mallada, *Descripcion fisica y geologica de la provincia de Huesca*, Madrid, 1878, p. 78, le nom de *Maladeta*, donné au massif des « Monts-Maudits », *Montes-Malditos*, aurait

milieu des calcaires fissiles et vacuolaires. Après un parcours souterrain d'environ cinq kilomètres, la masse liquide vient sourdre, mais à travers le granit, au *Goueil det Joueou*, où elle forme un des tributaires les plus importants, pour ne pas dire une des sources, du grand fleuve français, la Garonne, qui traverse le val d'Aran dans toute sa longueur.

Après avoir quitté l'épaulement calcaire et en partie dolomitique de la *Peña Blanca*, qui étend sa surface ondulée à la base du versant espagnol du pic de Sauvegarde, du port de Vénasque, du pic de la Mine, du pic du Corbeau, etc., on descend rapidement dans ce bas-fond marécageux qui contourne la partie occidentale des Monts-Maudits, et qu'on appelle le Plan des Étangs (altitude 1.930 mètres).

Autrefois, une série de nappes d'eau, de dimension moyenne, occupait le fond de la petite plaine. Actuellement, les avalanches du sombre *pic Paderne* (2.652 mètres) et de *la Rencluse* (2.125 mètres), ainsi que les alluvions glaciaires et les végétations aquatiques les ont presque comblées.

Quelques cuvettes insignifiantes (étangs de *Villamuerta*), aux eaux vert olive très prononcé, encombrées de *Myriophyllacées* et de *Characées*, persistent encore en amont. On rencontre une de ces petites dépressions où les truites abondent, — *lac du Plan des Étangs*, — non loin de l'endroit où le chemin du port de Vénasque et de la Picade croise celui qui monte à la Rencluse, abri sous roche bien connu des touristes qui entreprennent l'ascension du pic de Néthou (1) ou de celui de la Maladeta.

Un peu au-dessus de la Rencluse, au sud-sud-ouest, se trouve un autre petit lac de forme ovoïdale, c'est le *lac Paderne*. Il reçoit les eaux provenant des glaciers de la Maladeta et du versant nord-est du *pic d'Albe* (3.194 mètres). Le torrent qui s'échappe du lac Paderne va se perdre tout près de la Rencluse, comme au trou du Toro, dans le *gouffre* de *Turme*; après un assez long trajet souterrain il reparaît au jour dans les environs de l'hospice espagnol de Vénasque, où il forme une des sources de l'Esera.

Non loin du point terminus du Plan des Étangs et presque à l'origine

pour origine la légende populaire et fantastique que voici : L'impiété des hommes qui gardaient les bestiaux sur ces montagnes, était devenue tellement grande qu'ils refusèrent même l'aumône à un pauvre (Jésus-Christ) passant sur leur territoire. Pour les punir, Dieu changea en pierres les pasteurs et les troupeaux et couvrit leurs verts pâturages de glaces éternelles.

Quoique nous soyons habitués à voir le nom de la Maladetta écrit avec deux *tt*, dans nos livres français, j'aime mieux l'orthographe adoptée par M. Mallada, celle-ci étant plus conforme aux bonnes règles de la langue espagnole.

(1) M. L. MALLADA, dans sa grande *Descripcion fisica y geologica de la provincia de Huesca*, page 78, proteste contre l'orthographe adoptée par les auteurs français. D'après le savant ingénieur espagnol, — dont l'ouvrage est aujourd'hui malheureusement introuvable en France, et que j'aurais eu grand'peine à me procurer, si M. le colonel Prudent n'avait eu l'obligeance de me prêter son exemplaire, — il faudrait écrire *Aneto* et non pas *Néthou*, le nom d'Aneto étant celui du village le plus voisin de ce pic.

de la vallée de l'Esera, ce torrent s'infléchit brusquement vers le sud-sud-ouest, et descend par des pentes rapides du côté de Vénasque et des plaines d'Espagne.

Cette pittoresque vallée de l'Esera offre plusieurs accidents géologiques et glaciaires que je signalerai plus loin.

Forcé de remplir les formalités nécessitées par le « cordon sanitaire » espagnol, je suivis philosophiquement le lit de la rivière jusqu'à la ville de Vénasque, où je fis pédestrement mon entrée un dimanche matin du mois d'août, par une chaleur torride, escorté de superbes gendarmes, d'une tenue et d'une correction irréprochables, et aussi par une quantité de *Muchachos* dont le nombre grossissait à chaque coin de rue sur notre passage.

Le docteur D. Ignacio Cornel Anglada, médecin régional devant lequel je dus comparaître, fut d'une obligeance dont je ne saurais trop me louer. Après m'avoir délivré ma patente, il voulut me conduire lui-même chez son parent, D. Antonio Albar, député aux Cortès, à qui je devais remettre une lettre de recommandation et chez lequel je fus reçu avec une urbanité toute castillane.

D. José Ascon, alcade de Vénasque, et D. Miguel Ledesma, lieutenant de carabiniers, me firent également un accueil très cordial.

A mon départ, tout en causant de diverses questions scientifiques auxquelles il paraît s'intéresser vivement, l'aimable docteur m'accompagna fort loin hors de la ville, que je quittais à regret pour regagner les hauts sommets dans le but de continuer mes recherches scientifiques.

En remontant le cours de l'Esera, après avoir franchi le pont de Cubère (1.220 mètres), on ne tarde pas à quitter les schistes ferrugineux pour entrer dans une région de terrains calcaires et atteindre bientôt l'entrée de la vallée de Malibierne (1.369 mètres) (1).

Un amoncellement de débris glaciaires encombre le débouché de cette magnifique vallée, pays classique des chasseurs d'isards et de bouquetins, et qui offre aux botanistes une ample moisson de plantes rares. Ces accidents morainiques sont nombreux dans la vallée de l'Esera, et nous en retrouvons un autre exemple, en suivant toujours la même direction, au confluent del Rio de Gregüeña et de l'Esera (1.468 mètres).

Après avoir traversé le *Plano del Campamiento* et en montant droit à l'est, on arrive aux Bains de Vénasque, *Los Baños* (1.702 mètres), vaste

(1) Le nom de « Malibierne » n'est autre que la corruption de l'expression espagnole *Malo ivierno*, « Mauvais hiver » ; cette appellation me paraît plus rationnelle que celle de *valibierna*, adoptée par quelques auteurs, laquelle devrait, dans tous les cas, s'écrire *vall ibierna*, ou *vall ibierno*.

et triste construction où se trouvent des eaux thermales sulfureuses très fréquentées par les habitants du pays.

De là, en passant par le *Barranco del Turunet*, qui s'ouvre à l'est des Bains, on arrive, après une heure et demie de marche, au premier des *Lacs d'Albe* (2,4... mètres) « *primo ibon* » (1). Ce lac, de forme à peu près ovoïdale, est orienté sud-est, nord-ouest. La nappe liquide est franchement bleue et très limpide. La température moyenne de l'eau, prise à 50 centimètres au-dessous de la surface, était de + 13°, à 10 heures du matin (mois d'août). A l'air libre, le thermomètre marquait + 25°,8.

Le seuil rocheux qui retient ses eaux prisonnières est encombré d'éboulis au milieu desquels elles s'infiltrent et disparaissent dans les entrailles de la montagne, à une très courte distance du déversoir. Le lac a 445 mètres de longueur environ, sur une largeur moyenne de 150 mètres. On trouve un second laquet encore plus petit, « *secondo ibon* », au sud du premier, en allant vers la *Brèche d'Albe*, ouverte à 2.645 mètres d'altitude, qui conduit au lac de Gregüeña, un des plus grands et des plus élevés des Pyrénées.

Le *lac de Gregüeña* (2) est situé à 2.657 mètres de hauteur, sur le revers méridional et à la base du *pic de la Maladeta* (3.312 mètres) et du *pic du Milieu* (3.354 mètres). Au sud, sa rive gauche est circonscrite par les contreforts du *pic d'Erihuell* (3.037 mètres), et les crêtes d'Estatàs, dont les pentes opposées forment une partie de la vallée de Malibierne.

Entouré de champs de neige et d'un effroyable chaos de rochers de granite, arrachés aux pentes abruptes et glacées de la Maladeta et des pics environnants, le lac et la vallée de Gregüeña offrent aux naturalistes un ensemble de phénomènes géologiques du plus haut intérêt. Quoique réduite au minimum de sa puissance, l'action glaciaire se fait encore énergiquement sentir dans ces parages, et il n'est pas rare, même au mois d'août, de voir les eaux du lac charrier des glaçons.

Celui qui a parcouru ces tristes solitudes dont la beauté et l'aspect fantastique impressionnent, peut seul comprendre l'enthousiaste et poétique description du comte Russell : « C'est une armée de pierres, dit-il, un empire de granit, une des plus grandes curiosités des Pyrénées. Au clair de lune, c'est un spectacle unique ; on dirait un ossuaire de Titans (3). »

Le lac de Gregüeña, que certaines raisons, indiquées au début, m'ont empêché d'étudier à fond cette année, étale ses eaux de l'est à l'ouest, sur une longueur d'environ 1.700 mètres et une largeur moyenne de

(1) Les Aragonais désignent les lacs de cette région sous le nom de *ibon*, *libon* ou *liboun*.

(2) M. l'Ingénieur MALLADA (*Ibid.*, p. 80 et suivantes), préfère écrire « Querigüeña ».

(3) Comte Henry RUSSELL, *Ascensions*. (*Ann. du Club Alpin français*, 1883, p. 141). Le même auteur signale au sud-ouest, en allant vers le Pic de Nethou, un *petit lac glacé*. « Il a près de 3.000 mètres de hauteur absolue, et c'est probablement le plus élevé de toute la chaîne. Il ne dégèle sans doute jamais. *Il n'est sur aucune carte.* » (*Gazette des Pyrénées*, 1876.)

300 mètres. En attendant des données plus détaillées et par conséquent plus exactes, on peut évaluer sa surface à une cinquantaine d'hectares.

Sa forme est irrégulière, elle ressemble vaguement à une cornue de laboratoire, déprimée au milieu de la partie concave qui regarde la Maladeta, dont l'extrémité la plus étroite, celle où se trouve le déversoir, serait recourbée vers le nord-ouest. L'extrémité opposée est tournée du côté du nord-nord-est.

La couleur de ses eaux était bleue légèrement teintée d'opale. Leur transparence m'a paru médiocre; je n'ai malheureusement pu la mesurer exactement, faute de bateau.

L'air ayant une température de + 26°,3 (mois d'août, 2 heures du soir), l'évaluation des températures de l'eau à divers endroits et à la surface de la nappe liquide m'a donné une moyenne de + 10°,6. Ce lac restant glacé la plus grande partie de l'année, et avoisinant les glaciers du revers méridional des pics d'Albe et de la Maladeta, la différence de température de l'eau et de l'air s'explique facilement.

Le vaste amphithéâtre dont le lac de Gregüeña remplit le fond, et le lac lui-même, offrent un très grand intérêt non seulement à cause de la grande altitude et de la dimension, mais aussi au point de vue de l'action glaciaire; et pour l'étude des comblements lacustres, dont on remarque plusieurs cas très curieux sur la rive septentrionale. J'espère pouvoir bientôt élucider cette question dans ces parages, comme je l'ai déjà fait dans d'autres régions (1).

Aussitôt après avoir franchi la crête qui sépare la partie haute de la vallée de Gregüeña de la gorge d'*Erihuell* ou d'*Aragüelles*, en montant au *col* (2.885 mètres) qui s'ouvre au sud du cirque de Gregüeña, on ne tarde pas à apercevoir un des quatre ou cinq *lacs glacés d'Erihuell*. Le plus élevé et le plus près du *col de Corones* (3.193 mètres) ou de *las coronas*, — qu'il ne faut pas confondre avec le précédent, — est le *lac de Corones* (2.765 mètres), ou mieux de *las Coronas*, appelé aussi par les Français *lac Coroné*.

Un autre *lac*, également *glacé*, se rencontre plus bas, dans la même gorge, à 2.720 mètres d'altitude, au sommet d'une falaise granitique, où l'on trouve le *lac inférieur d'Erihuell* (2.400 mètres environ), sur le flanc de laquelle il faut descendre pour atteindre le cirque marécageux d'Erihuell (2.252 mètres).

Si l'on est habitué aux difficultés quelquefois périlleuses de la haute montagne et qu'on ne craigne pas la fatigue, on peut aller visiter le *lac*

(1) Émile BELLOC, *Sur certaines formes de comblement observées dans quelques lacs des Pyrénées.* (Compte rendu des séances de l'Académie des Sciences, 18 juillet 1892.) Voir aussi du même auteur : *Étude sur l'origine, la formation et le comblement des lacs des Pyrénées.* (Ass. française, Congrès de Pau, 1892, vol. II, p. 358 à 378).

toujours glacé d'*Aneto,* — probablement le plus élevé de la chaîne pyrénéenne, — ou bien, en escaladant la crête qui court à l'est, du sommet du Nethou *(Aneto)* au val de Malibierne, on peut atteindre le *Lac de Llosas* (2.493 mètres), dans la gorge de ce nom, qui contient également d'autres petits lacs dans sa partie supérieure. Mais il vaut mieux descendre au sud pour rejoindre directement le *Rio de Malibierne.* Sans quitter cette vallée de Malibierne, une des plus belles du versant espagnol, nous pouvons remonter au sud-est jusqu'à son origine. Au bas des escarpements septentrionaux du Pic, nous trouverons encore un groupe de *petits lacs* (2.470 mètres), dont les eaux claires et froides se dirigent vers le nord-est, et finissent par aller grossir la rivière de l'Esera, comme celles de tous les lacs du versant méridional des Montagnes-Maudites dont il vient d'être question.

Au *col de Malibierne* [2.700 mètres (1) ou 2.776 mètres (2)], ouvert entre le pic de ce nom et l'extrémité sud-est des Monts-Maudits, nous quittons le bassin de l'Esera pour entrer dans celui del Noguera-Ribagorzana. C'est un des points de la ligne de partage des eaux.

De là, on arrive en peu de temps à l'origine de la vallée formée, du côté gauche, par le revers oriental du *pic Russell* (3.201 mètres). A la base de ce pic, proche voisin du sinistre *pic des Tempêtes* (3.289 mètres), trois petits lacs en série, se déversant l'un dans l'autre et souvent glacés, occupent le thalweg de la dite vallée. Leur orientation est sud-sud-ouest, nord-nord-est. Le plus grand est en même temps le plus élevé. Un quatrième lac, situé en dehors de l'axe des trois autres, est placé, plus haut, sur la pente occidentale du pic.

Ces quatre lacs donnent naissance à un ruisseau tributaire du *Rio de los Salenques*, affluent important del Noguera-Ribagorzana. Ils n'ont pas de nom connu, comme beaucoup d'autres, du reste, dans cette région. C'est pourquoi je propose de donner à ce groupe lacustre et à la vallée qui le contient le nom de l'explorateur pyrénéen qui les a visités le premier.

Le pic qui limite au sud-est les hauts reliefs des Monts-Maudits lui a été dédié par son intrépide ami Ch. Packe (3); nous appellerons désormais *Vall Russell* « le berceau où dorment ces purs enfants de la montagne »; et les nappes tranquilles, et le ruisseau limpide qui s'écoule vers le Ribagorzana, *lacs Russell* et *Rio Russell.* Espérons que les géographes voudront bien ratifier ce baptême.

Ne quittons pas cette région sauvage sans aller visiter le *lac Packe* (lac del cap de la Vall) (4), situé à l'est et à peu de distance des précédents. La

(1) P. JOANNE, *Guide aux Pyrénées.* (Éd. de 1886, p. 337.)
(2) Comte Henry RUSSELL, *Souvenirs d'un Montagnard.* Pau, 1878, p. 45.
(3) Ch. PACKE, *Carte des Monts-Maudits*, 186 . — *Les Monts-Maudits.* London, 1886.
(4) L. MALLADA (*Ibid.*, p. 95) le désigne aussi sous le nom del *Ibon de la Coleta.*

rive gauche de ce lac, dont la forme est triangulaire, suit la base irrégulière de l'escarpement qui le domine à l'ouest ; sa rive droite, longue d'environ 500 mètres, qui forme l'un des côtés du triangle, est presque rectiligne. C'est à l'extrémité nord-nord-est de cette rive que se trouve l'émissaire chargé de conduire, à un kilomètre de là, les eaux vives du lac Packe (1), qui vont se déverser directement dans le Rio de los Salenques.

En suivant la pente naturelle des eaux du torrent de los Salenques, qui va non loin de là se jeter dans le Noguera-Ribagorzana, on voit à droite l'entrée de la gorge du *Rio Bueno*, dans le haut de laquelle se trouvent des dépressions granitiques, formant un alignement circulaire allant de l'ouest à l'est, qui servent de lit aux *lacs du Rio Bueno*.

Le plus élevé de ces lacs en série du Rio Bueno est situé à 2.250 mètres d'altitude ; celui du milieu, un peu plus petit, à environ 2.225 mètres, et le plus bas de cette série étagée, en même temps que le plus important, à 2.195 mètres.

Ces petites nappes liquides se déversent successivement les unes dans les autres. Leurs eaux limpides et d'un bleu intense nourrissent d'excellentes truites.

Plus haut, du côté du nord-ouest, dans le vallon granitique qui domine les lacs du Rio Bueno, on aperçoit trois ou quatre autres petits lacs étagés. Ce sont les *lacs d'Anglos*.

A l'ouest de ceux-ci, les crêtes tordues et déchiquetées du *pic de Malibierne*, dont l'altitude atteint 3.067 mètres, qui fut gravi pour la première fois, en 1865, par M. Charles Packe (2), se détachent vigoureusement sur le ciel.

En revoyant cette crête dolomitique mince et tranchante, « où les deux pieds d'un homme tiendraient à peine », comme dit le comte Russell, le second en date des ascensionnistes du pic, je ne pus m'empêcher de reconstituer par la pensée la scène vraiment pittoresque et émouvante de la chevauchée — sans destrier — qu'y accomplirent, à défaut d'autre moyen d'atteindre le sommet du pic, MM. Fr. Schrader avec son orographe, E. Trutat et M. Gourdon, il y a quelque quinze ans.

Plusieurs lacs — j'en ai compté cinq — prennent naissance dans la région granitique qui se trouve en contre-bas, au nord-est du pic. Ce sont les *lacs de Malibierne*. Celui qui est placé le plus bas, au pied des contreforts verticaux de la montagne, a une longueur d'environ 500 mètres. Il est orienté nord-sud, et le *Rio* qui s'en échappe vient alimenter le grand *lac de Llauset*. Cette belle nappe lacustre, entourée de blocs de granite, mesure environ 1.000 mètres de longueur. Ses eaux sont nettement bleues, elles se

(1) L. MALLADA (*Ibid.*, p. 95) nomme cette cuvette lacustre *el Ibon de la Coleta*.
(2) Charles PACKE, *Nouvelle visite à Malibierne*. (*Ann. du C. A. F.*, 1892, p. 196.)

déversent au sud-est et vont rejoindre le Noguera-Ribagorzana à 1 kilomètre en aval du village d'*Aneto*.

Nous voici arrivés à la limite extrême des provinces d'Aragon et de Catalogne. En suivant le cours del Noguera, nous descendrions rapidement à Vilaller et à Bonansa. De là, une journée de marche suffirait pour aller jusqu'à la *Sierra de Montsech*, dominée par le pic de Montsech, sur le sommet duquel est placé le signal géodésique, un des points principaux où le comte A. de Saint-Saud a fait de nombreuses et fort intéressantes observations (1).

En amont d'Aneto, en allant vers le nord, entre Sénet et le confluent du Rio de los Salenques et del Ribagorzana (1.430 mètres), on rencontre successivement deux Rios, dont la direction est perpendiculaire à l'axe de la grande vallée, qui prennent naissance dans *deux petits lacs* situés entre 1.880 et 1.900 mètres de hauteur, sur les pentes occidentales de la crête qui sépare la vallée du Rio Bueno de la vallée principale del Noguera-Ribagorzana.

Pour compléter notre voyage autour des Monts-Maudits et fermer le circuit, nous n'aurions qu'à gagner l'hospice de Viella (1.590 mètres); puis, un peu avant d'y arriver, tourner au nord-ouest en suivant toujours el Noguera jusqu'à son point d'origine, c'est-à-dire au sud-est du *pic des Moulières* (2) (3.005 mètres). Franchissant le col des Moulières (2.932 mètres) et peu après le col Alfred (2.849 mètres), — au nord duquel se trouve le *lac Segro*, dont les eaux se perdent à peu de distance, pour venir sourdre ensuite au *Goueil de Hornos*, une des sources du *Rio Negro*, affluent de la Garonne qu'il rejoint dans la ville de Viella, — on se trouverait sur le chemin et au pied occidental du terrible pic Forcanada (2.882 mètres), ainsi qu'à l'origine des lacs de ce nom, dont les eaux s'engouffrent plus bas, dans le Trou du Toro, mentionné déjà au début de ce chapitre.

Dans un aussi rapide aperçu, je ne me flatte pas d'avoir énuméré toutes les nappes d'eau renfermées dans le puissant massif des Monts-Maudits; mais quelque incomplet que ce résumé puisse paraître, j'espère cependant qu'il sera suffisant pour donner une idée de l'importance lacustre de cette région.

Ceux qui ont parcouru ces contrées montagneuses, aussi admirables

(1) Comte A. DE SAINT-SAUD, *Contribution à la carte espagnole des Pyrénées.* Toulouse, E. Privat, 1892, p. 196, et p. IV, partie orientale. — Voir aussi du même auteur : *Nouvelles courses en Sobarbe et Ribagorze.* (*Ann. du C. A. F.*, 1883, p. 181 et suivantes).

(2) L'étymologie qu'on donne le plus souvent à ce mot, interprété par « Pic des Femmes » (*mulier, moulié, molié*, latin et catalan), est à mon avis complètement en défaut. Le mot *moulière* est appliqué dans les Pyrénées orientales aux lacs presque comblés par les végétations aquatiques et aux plaines tourbeuses et marécageuses, c'est-à-dire mouillées. Les alentours du pic dont nous parlons rentrant précisément dans cette catégorie, on voit sans peine le sens qui doit être attribué au nom de la montagne.

qu'inhospitalières, au milieu desquelles les éléments trop souvent déchaînés interdisent tout séjour pendant plus des trois quarts de l'année ; ceux-là excuseront certainement les imperfections sans doute trop nombreuses, mais inévitables dans un premier travail de ce genre. Néanmoins, j'espère qu'à défaut d'autre mérite, on voudra bien m'accorder l'honneur d'avoir entrepris, avant tout autre, l'étude limnographique de ce pays trop peu connu.

*
* *

Sur quelques-uns des principaux lacs de la haute Catalogne. — Si du confluent del Rio de los Salenques, qui prend sa source au nord-est, entre le pic Russell et le pic des Tempêtes, nous remontons la vallée del Noguera-Ribagorzana ou de Barrabes, nous contournons le pied des contreforts qui forment la pointe occidentale de la *Sierra de Montarto*.

A trois kilomètres de ce point de départ, à la cote 1.505 mètres, s'ouvre à droite le vallon de Bécibéri qui conduit, droit à l'est, au cirque magnifique et fort peu visité que domine le *pic de Bécibéri* (3.004 mètres).

A 1.400 mètres à peine du point de raccordement de la vallée de Bécibéri avec celle del Noguera, un très grand escarpement rocheux, de plus de 100 mètres d'élévation, barre le passage. Les eaux écumantes qui se précipitent du haut de la falaise forment une des plus belles et des plus assourdissantes cascades que j'aie rencontrées dans les montagnes.

En arrivant sur la plate-forme de cet escarpement granitique et quelque peu marécageux, on se trouve subitement en présence d'une nappe azurée remarquablement limpide. C'est le *lac de Bécibéri* (1.750 mètres), situé au bas des pentes méridionales du *pic Contessa* (2.787 mètres). Il est orienté parallèlement à l'axe de la vallée, c'est-à-dire suivant une direction sensiblement constante est-ouest.

Cette jolie nappe d'eau affecte une forme très irrégulière. Sa rive gauche est fortement arquée vers le sud, tandis que sa rive droite, au contraire, sur laquelle passe le chemin, est incurvée à sa partie médiane, par suite de la prolongation d'un éperon rocheux et couvert de sapins, qui s'enfonce dans les profondeurs du lac.

Le ruisseau d'alimentation qui traverse ce lac laisse apercevoir une espèce de sillage dont le reflet verdâtre, très appréciable par places au moment de mon passage, contrastait singulièrement avec l'admirable couleur bleue de la masse d'eau environnante.

La plus grande longueur du lac de Bécibéri est d'environ 650 mètres, sur une largeur moyenne de 220. Il a 13.000 mètres carrés de superficie, en chiffre rond.

On y pêche des truites excellentes et d'une dimension considérable. Certaines atteignent, d'après les pêcheurs de l'endroit, jusqu'à 5 et 6 kilogrammes.

Lorsque j'ai visité cette localité, au mois d'août, la température de l'air était de + 33°, et celle de l'eau à la surface s'élevait à + 13°,9.

La partie orientale du lac est encombrée par un véritable chaos de débris granitiques. Les roches polies et les traces glaciaires y sont visibles partout, mais cette dépression doit son origine à un effondrement du sol.

En remontant toujours dans la direction de l'est, on ne tarde pas à rencontrer un tout *petit lac* — il a à peine 250 mètres de long sur 100 mètres de large — qui mérite d'attirer l'attention, non point à cause de sa dimension, mais parce qu'il est de forme ellipsoïdale et que son grand axe (nord-sud) est perpendiculaire à celui de la vallée. C'est donc un *lac en travers*, chose assez rare dans nos montagnes, où les lacs semblables à celui-ci, c'est-à-dire *exclusivement formés par un barrage glaciaire*, sont très peu nombreux.

L'ascension du pic de Bécibéri, dont les flancs occidentaux forment l'origine de la vallée de ce nom, ou celle infiniment plus difficile et plus périlleuse de son redoutable voisin méridional (3.032 mètres) la *Punta de Como lo Forno* (1), dont les pentes orientales sont couvertes de neige, nous mettrait au-dessus de la plus importante région lacustre des Pyrénées. Si Charpentier eût visité ce magnifique pays, il se serait gardé d'écrire que « du côté de l'Espagne les lacs sont moins fréquents... » (2) *(fig. 4)*.

A l'est et au sud de la *Sierra de Montarto*, d'où émergent ces pics altiers de Bécibéri et de Como lo Forno, les vallées qui l'environnent sont couvertes de nappes lacustres.

Du pied des sombres à-pics formant la base occidentale de la *Punta Señalada de Montarto* (2.951 mètres), située au sud de *Como lo Forno*, jusqu'au *Port de las Caldas de Boy* (2.455 mètres), dont la vallée est dominée au sud par la *Punta de Como los Pales*, aux flancs couverts de noires forêts de pins et de sapins ; depuis le massif neigeux de *Como los Bienes*, du haut duquel on peut voir *Lérida ;* depuis le grand *pic de Colomès* (2.845 mètres), et les crêtes de la *Vallée d'Espot*, toute cette vaste contrée semble constellée de larges taches de saphir scintillant au contact des rayons solaires comme autant de miroirs.

On peut compter autour de ces crêtes et de ces pics plusieurs centaines de nappes lacustres dont quelques-unes d'assez grande étendue, pour

(1) On écrit généralement ce nom en deux mots, *Comolo Forno ;* l'orthographe que j'adopte me paraît de beaucoup préférable, car sa signification « comme le four », c'est-à-dire noir, s'harmonise bien avec la couleur très sombre des parois du massif.

(2) CHARPENTIER, *Essai sur la constitution géognostique des Pyrénées*, 1823, p. 20.

des lacs situés à d'aussi grandes altitudes. Certaines, comme le *lac Gerbel* (2.280 mètres), le *lac de Tramesane* (2.230 mètres), l'*Estañ Negro* (2.175 mètres), le *lac de Llosas* (2.115 mètres), qu'il ne faut pas confondre avec le *lac de Llosas* de la région de Malibierne, celui de *los Gabachos* (2.350 mètres) (1), etc., atteignent des dimensions très respectables.

Le *lac de Saburedo* (2.348 mètres) mesure près d'un kilomètre de lon-


Échelle
0 1 2 3 4 Kil.
Vilach
Puyo de Una
Bagergues
Gesa
Tredos
Escunau
Arties
Pic de Salana
Pic de Montarto
Pic Becibert
Como lo Forno
Punta Alta
Pic de Colomés
Pic Saburedo
Pics de Campo
Pic Sarrous
Massif de Ruda
Col de Praëdo
Pont de la Rosseque
Blaus de Tredos
Pas Arquels
Estañ del Mar
Estañ del Lago
Estañ Oubagou
Estañ Majou
Estañ Clotos
Estañ Negro
Tuc de l'Estanyo
Tuc de Medaudie
Pic de Roca blanca
Tuc del Estan
Lac de Rios
Punta Senalada de Monterto
Punta de los Bieros
Pic de Sarrous
Pic de Saburedo
Pic de la Lanza
Pas Arquels
Lac de Gerbel
Lac de Bacibé
Lac de Saburedo
Lac de los Monges
Lac de Tramesane
Lac de Llosas
Lac de Oubagou
Lac de Barrulés
Lac de la Rasclause
Lac de la Montañeta
Lac de Llosas
Lac de Campo
Lac de Saburedo
Lac de los Gabachos
Lac de Llosas
Lac de la Rasclause
Lac de la Montañeta
Lac de Rios
Lac de Barguadera

pas absolument partie du périmètre lacustre que je me suis tracé pour cette étude, nous allons franchir de nouveau la Sierra de Montarto, puis redescendre sur les flancs de la *Sierra de Tuc Ménège*, pour explorer d'abord l'*Estañ del Mar*.

Le grand quadrilatère qui s'étend au nord-ouest de la Sierra de Montarto, et dont le pourtour est limité : au nord, par le *pic de Montarto d'Aran* (2.827 mètres); au sud par le *pic Bécibéri* et les crêtes du *pic Contessa* (2.787 mètres); à l'ouest, mais à l'arrière-plan, par les montagnes du *port de Viella* (1.590 mètres), le *pic Saraere* (2.625 mètres), et, plus près du centre, les crêtes où se trouve le *col de Bargadera* (2.611 mètres), peut être considérée comme étant la *région des grands lacs*.

Au sud-sud-ouest du Montarto d'Aran, et au nord du pic de Bécibéri et du *Tuc Ménège* (2.892 mètres), on voit, à 1.200 ou 1.400 mètres de distance horizontale, une grande nappe lacustre, dont les eaux, bleu très foncé, reflètent, comme un miroir parfaitement poli, les pentes abruptes et dénudées qui l'entourent.

Ce lac, de grand renom dans le pays d'Aran, est connu de tous les indigènes sous le nom d'*Estañ del Mar* (2.225 mètres).

Le hardi explorateur M. Ch. Packe, qui, s'il n'est pas le premier touriste ayant parcouru cette région (en 1865), ce qui est probable, est du moins le premier qui en ait parlé, signale l'Estañ del Mar en le désignant sous la dénomination, peu précise ce me semble, de *lac de l'Ile*. Je me permets de dire *peu précise*, parce que tous les lacs de cette contrée, de même qu'un assez grand nombre d'autres lacs pyrénéens, sont pourvus de protubérances rocheuses, dont la végétation s'est plus ou moins emparée, émergent isolément au milieu des eaux.

Autrefois, le *lac Vert* (1.980 mètres), dans la région de Maupas (vallée du Lys (Haute-Garonne), laissait voir, à quelque distance de sa rive gauche, une saillie analogue. Depuis, les phénomènes de comblement dont j'ai expliqué le mécanisme autre part (1), en rattachant cette île au rivage, ont déterminé la formation d'une espèce de promontoire qui tend chaque jour à sectionner ce bassin lacustre en deux parties d'inégale grandeur.

Plusieurs lacs de la région du Carlitt (Pyrénées-Orientales), que j'ai visités il y a peu de temps, sont dans le même cas. Le grand *lac Lanoux* (2.154 mètres), dans le même département, et d'autres encore renferment aussi des îles plus ou moins saillantes au-dessus des eaux.

L'*Estañ del Mar* est de forme allongée; il est orienté sud-sud-ouest, nord-nord-est. Sa rive gauche contourne la base des escarpements grani-

(1) Émile BELLOC, *Le lac d'Oô, sondages et dragages.* (Com. faite à la Sorbonne, Congrès des Soc. savantes, 1888. — *Ibid.*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 18 juillet 1892).

tiques et très redressés qui prolongent le versant oriental de la *Tuca del Estañ* (2.686 mètres) ; sa rive droite est limitée par le fond de la Sierra de Tuc Ménège. Dans sa plus grande longueur, cet *Estañ* mesure environ 1.270 mètres ; sa plus grande largeur atteint 535 mètres, et sa largeur moyenne peut être fixée à 370 mètres. La superficie totale doit donc être voisine de 450.000 mètres carrés.

A 600 mètres du déversoir surgit du sein de cette sombre nappe liquide une masse de granite qui occupe un tiers environ de la largeur du lac à cet endroit.

La trace des anciens glaciers est très visible sur les roches moutonnées ou polies de toute la contrée, mais leur action n'a eu aucune influence directe sur la formation de ce bassin lacustre.

Après s'être précipitées du haut du seuil granitique qui les retient prisonnières, les eaux de l'Estañ del Mar bondissent à travers les amoncellements de débris pierreux encombrant le fond de la vallée, et, à une altitude inférieure de 235 mètres, en allant vers le nord-est, elles tombent dans le petit *lac de la Restenque* (1.990 mètres), distant du premier d'environ 650 mètres. A l'époque où les alentours étaient encore boisés, on jetait dans ce lac les arbres abattus, en ayant le soin, préalablement, d'élever son niveau à l'aide d'un endiguement artificiel que la pression de l'eau finissait par briser. De cette façon la masse liquide, en s'échappant brusquement de son lit, entraînait au loin les bois accumulés à sa surface. Cet usage, rapporté par M. Gourdon dans un récit d'ascension au pic de Montarto (1), me paraît ne plus avoir de raison d'être aujourd'hui, car c'est à peine si l'on voit encore quelques pins rabougris, tordus et clairsemés, au milieu des rochers environnants.

Le rio du lac de la Restenque rejoint non loin de là celui qui descend du port de las Caldas, dont la source est placée aux *lacs det Cap det Port* (2.235 mètres). La réunion des deux ruisseaux forme un torrent qui vient se jeter, à 700 mètres au nord de leur confluent, dans le rio de Vall-Arties ou Vall-Artias, à une très petite distance en amont de la passerelle appelée *Pont de Rious*.

En remontant du Pont de Rious, vers la droite, la vallée pittoresque mais abominablément rocailleuse qui s'ouvre devant nous, on n'a qu'à suivre la base des falaises au sud-sud-ouest desquelles s'ouvre le col de Bargadera, pour atteindre l'étranglement granitique formant le seuil de l'*Estañ de la Escaleta* (2.340 mètres), désigné dans la carte des Pyrénées centrales de F. Schrader (feuille 3) sous le nom de *lac inférieur*.

Ce lac, qui s'étale au pied du col de Bargadera, mesure environ

(1) M. Gourdon, *Le Pic de Montarto des Aranais* (Ext. de l'*Ann. du C. A. F.*, 1876, p. 4.)

745 mètres de longueur sur 200 mètres de large. Il est orienté sud-sud-ouest, nord-nord-est. Sa rive gauche est encombrée d'un amoncellement de blocs éboulés ; sa rive droite suit les contours du renflement granitique qui le borde à l'orient. Ses eaux bleues, mais à reflets un peu verdâtres, laissent apercevoir le fond à une assez grande profondeur. On y voit aussi, non loin de la rive droite, une île rocheuse comme à l'Estañ del Mar. La température de l'eau, prise un peu au-dessous de la surface (mois d'août, 3 heures du soir), était de + 13°, celle de l'air étant de 26°,3.

L'Estañ de la Escaleta se trouvant placé au point le plus bas de la série lacustre du Port dels Rious, est par cela même le bassin de réception de tous les lacs supérieurs de cette région. Un énorme bourrelet formé par la roche en place, d'environ 350 mètres de large, mais relativement très peu saillant au-dessus du niveau de la nappe liquide, le sépare de son voisin immédiat le grand *lac dels Rious* (2.360 mètres).

C'est au sud-sud-ouest de ce seuil et à une centaine de mètres à peine de l'extrémité méridionale du lac de la Escaleta, que s'ouvre le passage facile du *port dels Rious* ou de *los Rios* (2.370 mètres).

Différents auteurs, beaucoup plus familiers sans doute avec certains patois du centre de la France qu'avec le langage mi-partie *Languedocien-Catalan* en usage dans *la Vall-Aran*, ont eu le tort de vouloir *franciser* les noms de cette région. De « Port dé Rious », ou mieux « dels Rious » (*de los Rios* (1) en espagñol), qui signifie « Port des Ruisseaux », ils en ont fait « Port de Rieux », appellation qui n'a aucune signification en catalan et est absolument incompréhensible pour des oreilles aranaises. Aussi, lorsqu'on demande aux vieux habitants de la vallée d'Aran d'indiquer le » Port de Rieux », quatre sur cinq répondent généralement, de très bonne foi, qu'ils ne le connaissent pas. C'est là, probablement, ce qui a fait croire aux mêmes auteurs, sans doute, que cette belle contrée était complètement inconnue il y a encore quinze ou dix-huit ans, et qu'ils l'avaient découverte, bien que ce passage ait été de tout temps très fréquenté par les Espagnols se rendant de la vallée del Noguera-Ribagorzana dans la partie haute de la vallée d'Aran.

C'est au sud-est et à la base de ce Port dels Rious que se trouve placé le *lac dels Rious*, un des plus étendus, pour ne pas dire le plus grand, de la chaîne des Pyrénées.

Sa forme est allongée, mais des plus irrégulières. Orienté sud-est, nord-est, la rive gauche de ce lac suit les contours capricieux du pied des pentes septentrionales d'une crête presque perpendiculaire à la Sierra

(1) Fr. SCHRADER (*Vallée d'Aran*, feuille numéro 5) a adopté le mot espagnol *Rios*.

de Montarto, qui commence au pic Bécibéri et ondule jusqu'au Port dels Rious, entre 2.886 mètres et 2.370 mètres de hauteur. Le profil de la rive droite, qui enlace le flanc méridional de la *Tuca del Estañ* (2.686 mètres), ressemble quelque peu à la ligne dorsale d'un chameau à deux bosses. Les contours bizarres de ce rivage sont dus à un énorme promontoire de roche dénudée qui s'avance jusqu'au milieu du lac, et qui semble diviser cette grande dépression en deux bassins de dimensions inégales. Sur la croupe du promontoire en question, à 200 mètres de distance, plus haut vers le nord, une petite cuvette de forme circulaire envoie son trop-plein dans le grand lac.

La partie la plus longue de l'Estañ dels Rious mesure 1.600 mètres environ de longueur totale. La portion orientale a 650 mètres de large sur 750 mètres de long ; la partie médiane 350 mètres de long sur 200 mètres de large ; et la partie occidentale, où se trouve le déversoir, 600 mètres de large sur 550 mètres de long. En un point voisin de la rive droite, et à 100 mètres environ du bord, s'élève un peu au-dessus de la nappe liquide, dont la couleur est d'un bleu très franc, une petite île un peu moins grande que celle de l'Estañ del Mar.

A l'est du grand lac, à 100 mètres de distance horizontale et à une altitude voisine de 2.370 mètres, on en voit un autre de moindre dimension, dominé lui-même par deux autres bassins plus petits. Ce lac, désigné simplement sur la belle carte de F. Schrader sous le nom de « lac supérieur », est appelé dans le pays *Estañ Tor*. Ses dimensions sont assez exiguës comparées à celles de son voisin occidental : elles ne dépassent pas 550 mètres de long sur 250 mètres de large. Les contours de ses rives sont très irréguliers. Il est orienté sud-sud-est, nord-nord-ouest, et renferme également une île, comme son très proche voisin l'Estañ dels Rious, dans lequel il se déverse.

La température de l'eau (mois d'août) était de + 12°,9, celle de l'air étant de + 26°,7.

Cette région dels Rious, sur laquelle le docteur Jeanbernat paraît avoir attiré le premier l'attention, offre un très grand intérêt, non seulement au point de vue des phénomènes glaciaires anciens, mais aussi au point de vue pittoresque et lacustre.

Les formes arrondies et la teinte grisâtre des masses granitiques composant le relief et les accidents du terrain ; les vastes taches bleues, du cobalt le plus pur, dont les contours étranges s'accentuent durement au contact de la roche vive encaissante ; l'aspect triste et sauvage de ces rivages d'où la végétation arborescente a disparu, tout, même le silence qui règne en maître souverain lorsque la tempête n'est pas déchaînée, tout impressionne fortement au milieu de cette nature grandiose, mais empreinte d'une désolation profonde.

A une époque fort lointaine et impossible à préciser, l'étroite coupure que l'on voit aujourd'hui entre le col de Bargadera et le revers occidental de la Tuca del Estañ, était beaucoup moins accentuée. Par cela même, le niveau des eaux accumulées dans le bassin dels Rious, dont l'écoulement naturel se fait par cette échancrure, devait être infiniment plus élevé ; et ces eaux ne formaient probablement qu'une seule nappe. La dénivellation du plan de surface des lacs décrits ci-dessus atteignant à peine 40 mètres, l'hypothèse d'un bassin unique est parfaitement admissible, à défaut d'autres indices probants, étant donnée la hauteur des reliefs qui les entourent.

En admettant que le niveau de l'ancienne nappe ne dépassât pas la partie la plus basse (le port dels Rious) de la crête méridionale qui limite en ce moment le grand quadrilatère dont j'ai parlé plus haut ; en admettant même que l'altitude de cette dépression ne se soit pas abaissée depuis les temps géologiques, ce lac aurait eu une étendue considérable qui peut être évaluée, *au minimum*, à 3 kilomètres de long sur 1 kilomètre de large environ, et à une profondeur de 80 mètres, en prenant seulement pour base de ce calcul un creux de 50 à 55 mètres, comme profondeur moyenne actuelle du lac le plus inférieur, c'est-à-dire du lac de la Escaleta.

Le jour où les ingénieurs espagnols voudront s'en donner la peine, — ils ont fait bien d'autres travaux, — il leur sera facile de reconstituer ce magnifique bassin, nous verrons tout à l'heure dans quel but utilitaire. Pour cela, il leur suffira de faire ce qu'ont fait nos ingénieurs français au lac d'Orédon, c'est-à-dire de construire un barrage à l'endroit même où se trouve le déversoir du lac de la Escaleta. La pierre ne manque pas, et les agents naturels qui ont bouleversé la contrée se sont mis à l'œuvre déjà depuis longtemps. Après avoir creusé l'étroite gorge par où s'écoule le ruisseau dels Rious, ils sont en train de la démolir et de la combler, en accumulant sur ce malheureux déversoir des monceaux de blocs de granite arrachés par la foudre et par le vent aux flancs de Bargadera et de la Tuca del Estañ.

Pour réaliser ce projet grandiose, il suffirait d'édifier une digue de 25 à 30 mètres de hauteur, — ce qui n'a rien d'exagéré, étant données les dimensions des travaux analogues accomplis ailleurs, — sur 150 à 200 mètres de large, avec une épaisseur proportionnée, pour emmagasiner la plus grande partie de la masse liquide qui tombe annuellement sur les pentes rocheuses, et naturellement imperméables, de ce vaste bassin de réception.

La création de cet immense réservoir aurait pour conséquence immédiate de régulariser le débit de l'émissaire du lac et par suite de préserver les vallées inférieures de l'érosion et du ravinement rapide qui s'accentuent

chaque jour, et aussi de mettre les riverains de la Vall-Artias et de la Wall-Aran à l'abri des inondations qui ravagent trop souvent leurs propriétés, dont la culture est déjà si ingrate et si peu rémunératrice.

De plus, on arriverait de diverses manières à la mise en valeur de l'énorme masse d'eau rendue disponible, par exemple par la pisciculture et par la création d'une puissante force motrice. La pisciculture, déjà, n'est pas absolument à créer dans ces parages, puisque tous les lacs sont exploités par des pêcheurs, bien que d'une façon très primitive. J'ai appelé l'attention sur ce qu'on pourrait obtenir d'une exploitation intelligente de ce genre dans une communication faite l'année dernière au Congrès de Pau (1). Quant à la force motrice, il est de toute évidence qu'elle serait considérable ; et une régularisation analogue à celle dont profitent aujourd'hui les usiniers de la Neste d'Aure, pour ne citer que ceux-là, permettrait un travail continu, même au cœur de l'hiver, au grand bénéfice de l'industrie aranaise, et aussi du Trésor espagnol, qui trouverait dans les redevances perçues une légitime compensation aux sacrifices qu'il se serait imposés.

Pour terminer cet aperçu sommaire des principaux lacs de la partie occidentale et septentrionale de la Sierra de Montarto (haute Catalogne), je mentionnerai brièvement, dans le vallon de Bargadera, un petit lac, l'*Estañ de Bargadera*, dont le rio de Bargadera qui sort de son sein, va rejoindre la Garonne un peu en amont du village de Cazaril ; et sur le versant nord-est du port dels Rious, l'*Estañ Redoun*, petite cuvette lacustre de forme circulaire, comme son nom l'indique, dont les eaux bleu verdâtre sont assez transparentes. La température de l'air (mois d'août, midi) était de + 26°,3 ; celle de l'eau prise à la surface donnait + 12°.

Cette nappe liquide est entourée de montagnes aux pentes très redressées, formées de granite en décomposition et recouvertes d'une herbe drue, longue et glissante comme la glace.

De ce dernier lac, après avoir escaladé la crête qui donne passage au port de Viella, on descend, par les pentes chaotiques et rocailleuses au milieu desquelles serpente le chemin muletier, dans la belle et riante vallée de la Garonne.

En arrivant à Viella, je trouvai l'accueil le plus empressé à la *Posada Universal*, où les propriétaires, la señora et el señor Marcelino Iglesias, furent remplis d'attention pour moi, malgré les vives appréhensions cau-

(1) Émile BELLOC, *De la pisciculture dans les lacs des Pyrénées* (*Association française*, 1893, t. II, p. 516).

sées par la santé de leur charmante fillette atteinte du « saranpillon » (fièvre scarlatine).

A propos de ce nom local, donné à la maladie éruptive cutanée qui a fait de si nombreuses victimes en 1893, parmi la population enfantine de la vallée d'Aran, il est curieux de remarquer que, sous la forme dialectique un peu différente de « saranpiou », les campagnards des environs de Toulouse l'emploient également pour désigner la même affection fébrile.

El señor Rafel Calbeto, alcade de la ville de Viella, et plusieurs autres personnages dont j'ignore malheureusement les noms, furent aussi très obligeants à mon égard.

Enfin, forcé à regret de prendre congé des aimables habitants de la « Vall-Aran », la superbe route carrossable que MM. les ingénieurs espagnols construisent actuellement et qui sera bientôt complètement terminée, me ramena, par Bosost, Lez, Fos et Marignac, à Bagnères-de-Luchon. mon point de départ.

M. KILIAN

Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

SUR LA CONSTITUTION GÉOLOGIQUE DU JURA, DU DOUBS ET DES RÉGIONS VOISINES

— Séance du 9 août 1893 —

M. KILIAN fait connaître que la *feuille d'Ornans* de la carte géologique détaillée au $\frac{1}{80.000}$ est actuellement sous presse et paraîtra à la fin de l'année.

Cette feuille, dont les levés ont été faits par M. Kilian en collaboration avec MM. *Haug* et *Rollier*, ainsi que celle de Ferrette (parue en 1885) et de Montbéliard (publiée en 1891), dues également à M. Kilian, comprend une grande partie du Jura franc-comtois. Des notices explicatives détaillées accompagnent ces cartes et complètent les indications graphiques.

Le territoire embrassé par les feuilles (Ferrette, Montbéliard et Ornans) se compose de plusieurs régions distinctes tant au point de vue topographique que par leur structure :

1° Une région étrangère au Jura et comprenant l'Ajoie (plaines et plateaux formés de cailloutis pliocènes et quaternaires), les collines sous-vosgiennes (terrains dévonien, permien et triasique, avec plans de porphyre et de porphyrite) et les plateaux jurassiques de la Haute-Saône;

2° Les *collines préjurassiennes* s'étendant de Montbéliard à Chaudefontaine et constituées par des assises jurassiques ployées en un très large synclinal; des failles émanant du môle vosgien morcellent cette région qui borde au nord-ouest la suivante;

3° La *région jurassienne* formée de plis anticlinaux et synclinaux décrivant un arc de cercle ouvert au sud-est. Assez espacés dans le sud-ouest de la contrée, ces plis se rapprochent les uns des autres dans le nord-est; à l'est (hautes chaînes), ils sont réguliers et serrés.

Une ample moisson de faits nouveaux a été fournie par les explorations nécessaires à ce travail.

I. — Les *plateaux de la Haute-Saône* (Montbozon, Noroy, etc.) sont formés par les diverses assises du système jurassique. Ces couches sont inclinées faiblement vers le Sud-Sud-Est et viennent buter contre une importante *ligne de failles*, dont elles forment la lèvre abaissée et dont la lèvre exhaussée constitue la *falaise sous-vosgienne*; quelques cassures de peu d'importance viennent mourir dans ce plateau à Neurey, Villers-Pater, Beaumotte.

Cette région peu bouleversée de la Haute-Saône, est donc séparée des collines préjurassiennes du Doubs par une *ligne de cassures*, dirigée Sud-Ouest Nord-Est, et passant par les localités de Rigney, Rougemontot, Battenans, Chazelot, Pont-sur-l'Ognon, puis se perdant sous les alluvions et reparaissant à Gouhenans, pour se continuer au Nord par les Aynans. La vallée de l'Ognon est sensiblement parallèle à cette ligne de dislocations, qui porte le nom de *Faille de l'Ognon;* c'est la plus méridionale des deux bandes faillées dirigées Sud-Ouest-Nord-Est et à peu près parallèles entre elles qui traversent la région comprise entre Dôle, Besançon, Gray et Belfort. Ces failles doivent probablement leur origine au tassement qui a dû s'opérer autour des môles hercyniens (Vosges, Serre) anciennement consolidés; elles sont pour ainsi dire épigéniques.

La faille principale se poursuit sans interruption de Villers-Grelot aux Aynans; sur cette cassure maîtresse viennent se greffer, à angle aigu, des *failles secondaires* près de Battenans, à Montussaint, Rougemont, Vuillafans. Citons également les *failles transversales* isolées de la Tour-de-Scey, de Mésandans, de Fontaine et d'Onans, qui sont dirigées à peu près Nord-Sud et déterminant dans les plateaux du Doubs *(collines préjurassiennes)*, situés au Sud, une suite de *compartiments*, alternativement affaissés et surélevés; celui de Vergranne est affaissé dans sa partie sud et surélevé à son extrémité nord; il a donc été affecté d'un *mouvement de bascule*.

En plusieurs points de la falaise sous-vosgienne, on remarque des *lambeaux d'affaissement* (les Vignottes près Cuse, le Chanois près de Magny, Rougemont, Villers-sur-Saulnot), qui semblent des morceaux détachés du plateau bajocien lors de la formation de la faille de l'Ognon.

II. — *Collines préjurassiennes* (« Plateau-Jura » des Suisses). Au Sud de la faille de l'Ognon se montrent une suite de plateaux de faible altitude, dans lesquels les cours d'eau (Doubs, Ranceuse, ruisseaux de Sourans, de Beutal) se sont creusé des vallées peu profondes et dont la surface, tantôt accidentée de crêtes dues à la nature calcaire et résistante des assises, tantôt sillonnée de combes verdoyantes qui marquent les affleurements de marnes, reflète exactement la nature du sous-sol dans toute cette bande extérieure, qui peut être considérée comme l'homologue de la région du « Vignoble », située plus au Sud.

Malgré le morcellement et l'inégale largeur de cette bande comprise entre la faille de l'Ognon et les premiers anticlinaux jurassiens, on peut la considérer comme un grand *synclinal*. Cette structure en « fond de bateau » est très nette aux environs de Montbéliard, où le synclinal s'ouvre vers l'Est et contient des dépôts tertiaires ; sa largeur diminue à l'Ouest; à l'Isle-sur-le-Doubs il comprend encore des assises kimméridiennes. De là, on suit le synclinal — malgré le trouble apporté par les *failles secondaires dérivées de la faille de l'Ognon,* qui l'ont en plusieurs points dévié et morcelé (Autechaux) — jalonné par des lambeaux oxfordiens et coralliens et traversé par les cassures mentionnées plus haut, par Soye et Breconchaux jusqu'à Châtillon-Guyotte, où l'amplitude de cet accident s'est considérablement restreinte. Montbéliard occupe à peu près le fonds du synclinal.

Indépendamment de cette disposition générale, les cours d'eau ont fréquemment fait apparaître, au fond des vallées d'érosion, des dépôts plus anciens.

Une série de petites *dislocations locales* dont la direction Nord-Est semble attester l'origine vosgienne, telles que les failles du Pésol (visible dans le tunnel d'Arbouans), d'Allondans, du Mont-Bart, de Mathay et de Bourguignon, accidentent cette région dans sa partie orientale. En outre, une suite de bombements affectant également la direction Nord-Nord-Est et décelant également l'influence du massif vosgien, font apparaître l'Oxfordien aux environs de Beaucourt et de Saint-Dizier et semblent, ainsi que le synclinal de Badevel et de la Genevraïe, continuer les plis jurassiens dans la direction de la chaîne de Ferrette.

[A son extrémité Nord-Est, le synclinal de Montbéliard s'ouvre sur une région peu accidentée, constituée uniquement par une vaste nappe d'alluvions anciennes (Ajoie), qui s'élève insensiblement vers le col de Valdieu et forme la limite des bassins du Rhône et du Rhin. (Ajoie et Sundgau)].

III. — Au Sud et au Sud-Est de la feuille de Montbéliard et sur toute la feuille d'Ornans, l'allure des couches est beaucoup plus tourmentée. La *région des plis* (« Kettenjura ») *jurassiens*, montre une série d'anticli-

naux s'infléchissant de la direction Est-Ouest (Lomont) vers la direction Nord-Nord-Est—Sud-Sud-Ouest. Les plus intérieurs de ces plis *qui se relayent* entre eux (environs de Besançon) décrivent, entre Glère et Pontarlier, un arc de cercle très ouvert à convexité Nord-Ouest ; les plis extérieurs, moins serrés, figurent une courbe plus accentuée et laissent entre eux de *vastes plateaux*, synclinaux, à peine ondulés, où les couches sont fréquemment horizontales, comme la région de Durnes, celle de Chantrans et les environs de Vercel. Un certain nombre de ces anticlinaux sont déversés vers le Nord-Ouest sous forme de *plis-failles inverses*, qui forment le bord des plateaux synclinaux (Mamirolle, Nods, Mouthier, Fuans, etc...).

Les accidents les plus extérieurs de cette région se manifestant suivant une ligne Morre-Petit-Vaire, Roulans, Baume, Hyèvre, Clerval, Pont-de-Roide, le Lomont; en arrière de ces premiers plis, on remarque une série d'anticlinaux et de synclinaux formant un ensemble de courbes grossièrement parallèles et de plus en plus serrées à mesure qu'on approche de la frontière suisse.

M. Paul PARMENTIER

Docteur ès sciences, à Baume-les-Dames (Doubs).

LA BOTANIQUE SYSTÉMATIQUE ET LES THÉORIES DE M. VESQUE

— Séance du 4 août 1893 —

Il m'est impossible, dans les quelques pages mises à ma disposition, de traiter complètement cette importante question. Je vais donc me borner, sauf à y revenir cette année même, à mettre en relief les grands caractères qui sont la base de la science nouvelle, ainsi que les conséquences du plus haut intérêt qui résultent d'une application judicieuse de ces caractères.

La botanique systématique, telle que l'entend M. Vesque, maître de conférences à la Sorbonne, ainsi qu'un grand nombre d'autres savants, a pour but de déterminer les plantes et de les classer en combinant les caractères morphologiques externes les plus constants avec les caractères anatomiques. Elle permet, en outre, de retracer l'histoire

chronologique et naturelle d'un groupe entier, quel qu'il soit, en descendant l'échelle des dignités taxinomiques jusqu'aux plus infimes. On conçoit, dès lors, qu'en donnant une telle interprétation à cette science, on puisse arriver d'une façon plus certaine, je dirai même rigoureusement exacte, à circonscrire dans leurs limites naturelles les genres, familles, etc., et à donner de l'espèce une définition plus conforme aux faits de l'évolution.

M. Vesque est arrivé à démontrer que la structure des poils, le mode de développement des stomates, les formes cristallines de l'oxalate de chaux, fournissent des caractères phylétiques d'une constance remarquable pour la détermination des grands groupes naturels. A ces caractères on peut ajouter ceux qui sont tirés de la *structure fasciculaire* du pétiole (1) et de la disposition des éléments du *bois secondaire* (2), auxquels M. Lignier, d'une part, et M. Houlbert, d'autre part, attachent une très grande importance.

Il en est d'autres assurément qui peuvent, au même degré, entrer en ligne, et qui sont fournis par les organes sécréteurs internes, les tissus mécaniques de la feuille et de la tige, les parenchymes, les scléréides, la marche et la nature collatérale ou bicollatérale des faisceaux libéro-ligneux, etc.

Les caractères les plus importants servant à définir l'espèce sont surtout ceux qui résultent de l'adaptation au milieu physique (caractères épharmoniques). Toutes les variations climatériques produisent l'épharmonisme, mais il l'est surtout par les aptitudes variées du végétal à la lumière, à la sécheresse, à la résistance aux actions mécaniques des vents, etc. La lumière agit notamment sur les tissus assimilateurs : plus elle est forte, plus ces tissus sont développés. Une plante dont les feuilles ont le mésophylle subcentrique est plus héliophile qu'une autre dont le même tissu sera bifacial, et l'on peut affirmer qu'un végétal à feuilles dépourvues de palissades est absolument héliophobe. La *qualité* du mésophylle est suffisante pour commander la distinction entre deux formes se ressemblant par tous leurs autres attributs ; mais la *quantité* de ce tissu, c'est-à-dire les dimensions des palissades, ou le nombre plus ou moins considérable d'assises formées par ces cellules, est insuffisante. Cette considération est importante à retenir.

Il y a lieu aussi de faire grand compte des moyens de défense développés chez les végétaux dans leur lutte contre l'action prolongée ou excessive des agents naturels. Ainsi une plante glabre épaïssit sa cuticule pour se défendre contre les pertes d'eau exagérées, tandis qu'une plante

(1) Voyez *Recherches sur l'anatomie des organes végétatifs des Lécythidacées*, par O. Lignier.
(2) Voyez Article sur la valeur systématique du bois secondaire, par C. Houlbert. (*C. R. de l'Assoc. franç.*, Pau, 1892.)

velue accentuera, dans le même but, son revêtement pileux, la cuticule restant mince (caractère de xérophilie). L'épaisseur de la cuticule et l'abondance des poils sont deux expressions qui, dans le classement chronologique des espèces d'un groupe, ont la même signification. « Il suffit, nous dit quelque part et avec justesse M. Vesque, d'herboriser un peu attentivement pour reconnaître la coexistence de ces deux modes d'adaptation au même milieu ; les coteaux arides sont couverts de deux sortes de plantes, les unes tomenteuses ou velues, les autres glabres et coriaces. »

Il importe de bien se pénétrer des excellents conseils que nous donne M. Vesque, c'est-à-dire de ne point trop se hâter de tirer des conclusions, d'examiner attentivement la valeur d'un caractère sur le plus grand nombre possible d'échantillons et de n'accorder à ce caractère que sa *valeur minimum*. On peut être sûr, à cette condition, de faire œuvre solide et durable. La seconde partie de mon étude, développée également au Congrès de Besançon, ne peut être exposée ici avec tous les détails qu'elle comporte. Le lecteur pourra en prendre connaissance dans les Mémoires de la Société d'Émulation du Doubs (1894). Cette seconde partie a trait à l'histoire généalogique des espèces des groupes naturels.

Faire l'histoire généalogique de ces espèces, c'est montrer comment elles ont apparu successivement sur la terre, en procédant d'espèces originelles qui constituent ce que M. Vesque appelle le « groupe nodal ». Ce groupe renferme toujours l'espèce ou les espèces les plus répandues et les plus communes de la série que l'on envisage. Ces espèces, tenues sans cesse en haleine par les conditions climatériques variables et moyennes du milieu dans lequel elles vivent, n'ont jamais les tissus de la feuille ni peu ni trop développés par rapport à ceux des espèces dérivées. Elles occupent sensiblement la base de la série si les tendances de chaque espèce dérivée se manifestent dans un même sens et en gradation ascendante. Mais si l'on envisage un ensemble de séries, toute l'évolution d'un phylum par exemple, il est clair que les espèces du groupe nodal revêtiront les caractères communs à toutes les autres, mais avec une valeur minimum. Je tiens à faire remarquer ici qu'une plante est d'autant plus éloignée d'un groupe nodal que ses caractères d'adaptation ont une expression plus accentuée. Dans les limites extrêmes, ils sont absolument fixes. Tandis qu'une autre plante qui végète dans un milieu moyen, essentiellement variable, n'a pas le temps de développer beaucoup ses caractères d'adaptation ; elle reste aussi variable. C'est parmi ces espèces non stables qu'il faut chercher celles des groupes nodaux (1).

De ce qu'un caractère épharmonique est tantôt commun à toutes les espèces connues d'un groupe, tantôt limité à une ou quelques espèces,

(1) Voyez *Histologie comparée des Ébénacées*, par P. Parmentier, chez Masson. Paris, 1892.

M. Vesque a été amené à créer la notion et le terme des « allures épharmoniques ». On appelle « allures épharmoniques » d'un groupe les *tendances héréditaires* qui tantôt s'expriment anatomiquement chez tous les représentants, tantôt ne s'expriment que chez quelques-uns ou même pas du tout, selon le hasard des adaptations.

Cette considération nouvelle est d'un grand secours quand on écrit l'histoire généalogique d'une série de plantes. Ainsi la famille des *Ébénacées* offre deux allures remarquables dans la tige. Elles sont données par la position du périderme. Les *Royena* et les *Euclea* ont un périderme issu du péricycle, tandis que les *Maba*, les *Diospyros* et *Tetraclis* ont ce tissu sous-épidermique. Ces allures m'ont permis de scinder la famille en deux groupes parfaitement tranchés, alors qu'avant régnait une confusion regrettable résultant de l'insuffisance des caractères morphologiques externes.

Des notions éparses qui précèdent et auxquelles on pourrait encore beaucoup ajouter, il résulte clairement que l'œuvre considérable de M. Vesque constitue presque tout l'édifice auquel collaborent les systématiciens actuels, et que la botanique systématique, ainsi entendue, est véritablement la science de l'avenir. C'est par elle, en effet, que l'on arrivera à mieux connaître les affinités existant entre toutes les entités végétales; c'est aussi par elle qu'une répartition plus naturelle des espèces litigieuses pourra être faite dans les groupes auxquels elles appartiennent; c'est enfin par elle que l'on arrivera à reconnaître les caractères dont la constance, l'immutabilité, permettront, je le répète, de circonscrire plus nettement l'espèce ou de lui donner une définition plus conforme aux faits du transformisme.

M. HEIM

Agrégé à la Faculté de Médecine de Paris.

SUR DIVERS CAS D'IMBRICATION ET LEUR EXPLICATION MÉCANIQUE

IMBRICATION DES FOLIOLES DANS LA FEUILLE DE LA VIGNE VIERGE

— Séance du 4 août 1893 —

Les différentes feuilles, insérées sur un même rameau, présentent, en règle générale, dans le bourgeon, une disposition imbriquée.

Mais on n'a pas insisté sur les phénomènes d'imbrication, qui peuvent se

produire entre les divers lobes d'une feuille composée. La feuille de la vigne vierge *(Ampelopsis quinquefolia)* nous offre un exemple net de ces phénomènes.

Dans cette feuille composée-palmée, les cinq lobes composants présentent, dans le jeune âge, le mode d'imbrication suivant.

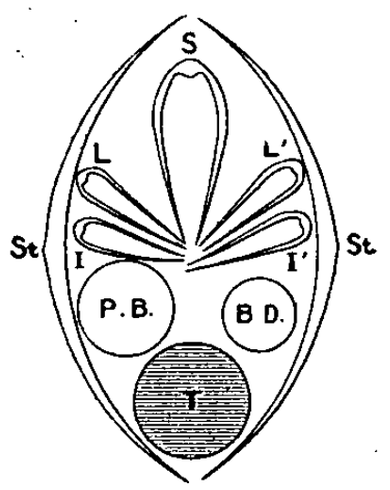


Fig. 1.
T, tige.
PB, prompt bourgeon.
BD, bourgeon dormant.
St, stipule.
S, L, L', I, I', lobes de la feuille.

(Nous pouvons appeler lobe supérieur le lobe médian, les autres lobes étant désignés par les dénominations de lobes latéraux et inférieurs. Pour simplifier, désignons ces lobes par des lettres : par S le lobe médian, L et L′ les lobes latéraux, I et I′ les lobes inférieurs.)

S, L et L′ présentent une préfloraison valvaire-indupliquée. Le lobe inférieur I′ est, au contraire, recouvrant, par rapport à son congénère I. Avec l'âge, le mode d'imbrication change, et envisagé un peu avant le complet épanouissement de la feuille, il est le suivant : S recouvre les deux lobes L et L′, qui recouvrent eux-mêmes I et I′. L'imbrication entre ces deux derniers persiste *(fig. 1 et 2)*.

Quelle est l'explication de ces faits? Elle nous est donnée par l'étude du développement de la feuille et des bourgeons axillaires, étude aidée d'une interprétation purement mécanique.

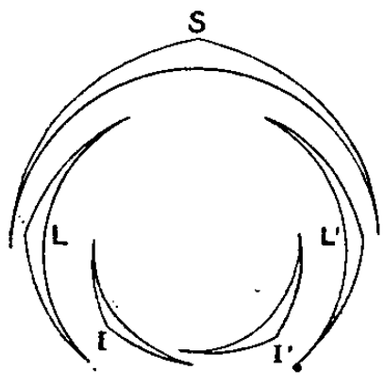


Fig. 2.

Les folioles naissent sous forme de mamelons aplatis, à bords repliés l'un vers l'autre, dont l'apparition se fait successivement, dans un ordre centrifuge, ou plutôt axifuge. (En considérant, sur le diagramme, comme axe de la feuille, la trace du plan médian de l'ensemble de la feuille.) Nous sommes donc en droit d'attribuer aux lobes les numéros suivants, chaque numéro indiquant l'ordre d'apparition du lobe correspondant :

S	n° 1		
L	n° 2	L′	
I	n° 3	I′	

Il a, de plus, été bien établi par M. Dutailly (*Signific. morphol. de la vrille des Ampélidées, — Adansonia*, t. XI), qu'à l'aisselle de chaque feuille, il existe, dans les premiers temps, deux bourgeons : un prompt bourgeon et un bourgeon dormant. Le premier, dit encore bourgeon anticipé, doit normalement se développer en un rameau l'année suivante; mais s'il vient à être

détruit, c'est l'autre bourgeon, véritable bourgeon de réserve, qui sera appelé à le remplacer. (En réalité, ce second bourgeon, en apparence unique à cet âge, se compose de plusieurs bourgeons dormants ; mais nous pouvons considérer cet ensemble comme équivalant à un bourgeon unique, au point de vue particulier où nous nous plaçons.)

Le prompt bourgeon, dont l'apparition a précédé quelque peu celle du second, prend de bonne heure un accroissement prépondérant.

Il est à remarquer que la feuille axillante est insérée d'une façon nettement oblique sur la tige. Cette obliquité est des plus faciles à constater sur la cicatrice. Il en résulte qu'un des bords de la feuille est plus écarté de la tige que l'autre bord ; ce dernier est ici adjacent au bourgeon dormant. D'autre part, l'ensemble des folioles constituant la feuille est étroitement pressé contre la tige et les bourgeons axillaires par les stipules qui dépendent de la feuille, et l'enserre extérieurement. Cette obliquité d'insertion des feuilles permet d'expliquer mécaniquement nombre de phénomènes, et son importance ne semble avoir frappé jusqu'ici aucun auteur. Dans le cas particulier, il semble logique d'admettre que, si le prompt bourgeon naît avant le bourgeon dormant, et prend un développement beaucoup plus rapide que ce dernier, la raison de ce fait est l'obliquité d'insertion de la feuille axillaire. En effet, tandis que celle-ci exerce une forte compression sur le mamelon né à son aisselle (bourgeon dormant), du côté où elle est intimement appliquée contre la tige, elle exerce une pression beaucoup plus faible sur le mamelon né, à son aisselle, du côté où elle s'écarte de la tige (bourgeon anticipé). Les mamelons axillaires, rudiments des organes, sortent, en effet, toujours dans les points de l'aisselle, où la pression, exercée par les organes axillaires sur l'axe qui les porte, est minima.

Ces dispositions suffisent à expliquer, par des raisons purement mécaniques, le mode d'imbrication des diverses folioles.

Chaque lobe foliaire naît sous forme d'un mamelon aplati, à bords repliés l'un vers l'autre. Il est facile de voir, d'après le diagramme ci-contre, que chacun d'eux conserve cette forme pendant son premier âge. L'accroissement en largeur ou tangentiel se fait successivement, pour chaque lobe, dans l'ordre même d'apparition de ces lobes.

L'espace laissé libre aux lobes pour se loger, à mesure qu'ils prennent de l'accroissement, est limité du fait même de la pression exercée sur la feuille par les stipules, qui l'enserrent étroitement contre la tige et les bourgeons axillaires. A mesure que ces lobes s'accroissent en largeur, leurs bords se trouvent de plus en plus étroitement pressés l'un contre l'autre, du fait même de la pression exercée sur eux par les lobes voisins, eux aussi en état d'accroissement. Pendant la première phase de son développement, chaque lobe ne prend ainsi de développement que suivant

le sens radial *(fig. 1)*. Mais il arrive un moment où les divers lobes, en conservant la disposition primitive valvaire-indupliquée, ne trouvent plus un espace suffisant pour se loger, et cela, à cause même de leur accroissement tangentiel. Les deux bords du même lobe, primitivement accolés, triomphent alors de la pression exercée sur eux par les lobes voisins, et forcent ces derniers à s'écarter, en même temps qu'ils s'écartent eux-mêmes l'un de l'autre. Le lobe 1 vient alors à déborder extérieurement le lobe 2, qui n'a pas pris aussi rapidement que lui son accroissement en largeur. Peu de temps après, 2 s'accroît à son tour tangentiellement, il devient imbriqué par rapport à ses voisins : recouvert par 1 (qui l'a précédemment débordé), et recouvrant 3 (dont l'accroissement n'est pas aussi avancé que celui de 2) *(fig. 2)*.

La disposition imbriquée des deux folioles I s'explique également d'une manière toute mécanique. Il est facile de se convaincre que si la foliole I′ est recouvrante par rapport à la foliole I, c'est que cette dernière prend un accroissement moins rapide que la première. (Autrement dit, si nous envisageons les faits sur le diagramme, I′ vient à dépasser la projection du plan médian de la feuille, alors que I ne l'a pas encore atteint.) On retrouve ici une application de cette loi générale :

Quand deux organes foliacés, voisins, prennent un accroissement tangentiel inégal, celui qui s'accroît le plus vite devient recouvrant par rapport au premier.

Mais il reste à savoir pour quelle raison la foliole I′ prend un développement plus rapide que la foliole I. Uniquement parce qu'elle n'est pas comprimée, entre la stipule adjacente et le bourgeon dormant, tandis que l'autre foliole I est soumise à une compression énergique, entre la stipule correspondante et le prompt bourgeon.

Le mode d'imbrication que nous venons d'examiner se produit entre organes appendiculaires, d'ordre secondaire par rapport à la feuille, elle-même appendice d'ordre primaire, par rapport à la tige.

Il est bon de distinguer, par un terme particulier, ce cas d'imbrication des folioles d'une même feuille, des cas d'imbrication des diverses feuilles d'un bourgeon.

Nous proposons le nom d'*imbrication d'ordre secondaire*, ou, pour simplifier, d'*imbrication secondaire*, réservant le nom d'imbrication d'ordre primaire, ou plus simplement d'imbrication seulement, au phénomène plus général de recouvrement des feuilles les unes par les autres.

IMBRICATION DES FILETS STAMINAUX DES DIPTÉROCARPACÉES

Tous les organes foliacés, insérés sur un axe à une faible distance les uns des autres, peuvent présenter des phénomènes d'imbrication. Le

fait est à prévoir, *a priori*, et si certaines parties de l'androcée offrent une forme lamelleuse, on doit observer de véritables phénomènes de préfloraison, aussi bien sur l'androcée que sur le périanthe. Le nombre de familles où le fait existe est évidemment restreint, et le phénomène n'a pas encore été étudié. Dans cet ordre d'idées, nous ne connaissons que le travail de M. Baillon sur la préfloraison de l'androcée des Mélastomacées. Aussi est-il intéressant d'étudier en détail les phénomènes d'imbrication que l'on observe entre les filets lamelleux des étamines de la plupart des Diptérocarpacées.

Les étamines des Diptérocarpacées sont en nombre variable, suivant les genres : tantôt en nombre défini, tantôt en nombre indéfini. Dans le premier cas, leurs filets présentent, en général, un phénomène d'imbrication fort net, et l'imbrication se fait suivant une loi régulière, dont on peut découvrir la raison mécanique; dans le second, il y a aussi imbrication, mais sans aucune régularité, à cause même du nombre et de la position variables des étamines. Dans ce cas, en effet, les étamines semblent toujours dériver, par dédoublement, d'un nombre restreint d'étamines primordiales; mais chacune de ces étamines primordiales donnerait naissance à un nombre variable d'étamines dérivées. A cause même de sa complexité, ces cas d'imbrication ne peuvent servir à dégager aucune loi générale. Les *Dipterocarpus*, les *Anisoptera* possèdent ce type d'androcée indéfini.

Le type primitif de l'androcée des Diptérocarpacées doit être le type pentamère, répété sur deux cycles, comme pour le périanthe. Peut-être retrouverait-on cette disposition dans l'androcée très jeune, mais nous n'avons pas eu à notre disposition de fleurs assez jeunes pour pouvoir nous prononcer. Quoi qu'il en soit, un androcée de dix étamines se retrouve chez deux types seulement : la section *Petalandra* du genre *Hopea*, et dans l'*Hopea, Recopei*.

Dans ce cas, il y a un premier verticille externe de cinq étamines épisépales, et un second verticille interne, également de cinq étamines épipétales. A cause même de leur position sur un cycle extérieur, les filets des étamines du cycle externe recouvrent légèrement les filets du cycle interne; mais il n'y a pas, à proprement parler, de préfloraison.

Le nombre de quinze étamines est presque général dans la famille. Les étamines sont alors disposées sur trois verticilles de cinq chacun; les plus externes sont épisépales et superposées aux plus internes, les moyennes épipétales. Bien que n'ayant pu étudier l'organogénie de l'androcée, nombre de cas tératologiques, et la disposition même des étamines, nous permettent presque d'affirmer que les étamines des cycles externe et interne ne proviennent que d'un dédoublement, radial, de chaque étamine épisépale.

Dans ce cas, on observe que les étamines du cycle moyen sont recouvrantes, par rapport à celles du cycle interne, et recouvertes, par rapport à celles du cycle externe. Le fait s'explique facilement, le dédoublement radial des étamines épisépales s'est produit à une époque où les filets n'existaient pas encore; lorsque les filets ont commencé à se développer, ils ont pris une forme aplatie par pression réciproque, et les filets du cycle moyen ont dû, pour trouver à se loger, s'insinuer entre les filets des deux cycles externe et interne *(fig. 3)*.

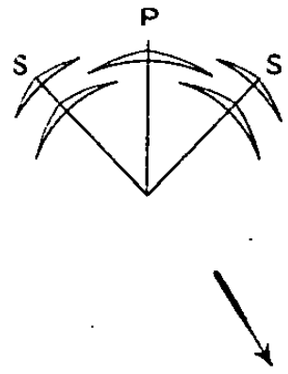


Fig. 3. — Type général d'imbrication de l'androcée des Diptérocarpacées.

On peut également expliquer par des raisons d'ordre mécanique des dispositions plus compliquées.

Chez les *Dryabalanops*, il y a, sur chaque rayon correspondant à un sépale S, trois étamines superposées, qui, vraisemblablement, dérivent toutes trois, par dédoublement radial, de l'étamine primitive épisépale; sur chaque rayon correspondant à un pétale P, il y a aussi trois étamines, deux externes juxtaposées côte à côte et une interne. Cette étamine interne représente l'étamine du cycle moyen, dans le cas général de quinze étamines que nous avons précédemment étudiées. Quant aux deux étamines postérieures, elles forment, avec leurs congénères, superposées aux autres pétales, un cinquième cycle, intermédiaire entre le premier et le deuxième (en comptant de l'extérieur vers le centre de la fleur). Ces deux étamines doivent provenir du dédoublement tangentiel d'une étamine, provenant elle-même du dédoublement radial de l'étamine appartenant au cycle moyen, dans le type général de quinze étamines.

Ce qui semble bien prouver l'exactitude de cette hypothèse, c'est que, dans certains cas, cette étamine du cycle moyen existe seule; dans ce cas, elle n'a subi aucun dédoublement; d'autres fois nous l'avons rencontrée, ayant à sa face dorsale une étamine seulement; dans ce cas, il y a dédoublement radial, mais non dédoublement tangentiel de cette dernière étamine. Nous avons vu enfin des cas où les deux étamines extérieures du rayon épipétale étaient très inégales, la plus petite encore entièrement adhérente, par sa base, avec la grande; dans ce cas, il y a dédoublement tangentiel, mais incomplet.

Les phénomènes d'imbrication staminale subissent, dans le cas des *Dryabalanops*, une augmentation de complexité. En effet, les deux étamines externes du rayon épipétale sont recouvertes par celles du cycle 1, et recouvrantes par rapport à celles du cycle 2, ce qui s'explique comme précédemment.

De plus, elles sont parfois simplement tangentes par leurs bords en regard, mais le plus souvent leurs filets, prenant un plus grand accroissement en largeur, viennent à buter l'un contre l'autre; et comme l'un

d'eux s'accroît toujours plus vite que l'autre, le premier vient recouvrir le bord en regard du second *(fig. 4)*.

Une disposition analogue, bien que moins compliquée, s'observe chez le *Shorea Pierreana*. Dans beaucoup de fleurs de cette espèce, l'étamine épipétale se dédouble tangentiellement, parfois elle ne se dédouble pas ; la différence avec les *Dryabalanops* consiste, en ce qu'elle ne subit jamais de dédoublement radial. Dans le cas de dédoublement tangentiel, les deux étamines résultantes s'imbriquent le plus souvent, fait qui s'explique, comme plus haut, pour les *Dryabalanops (fig. 5)*.

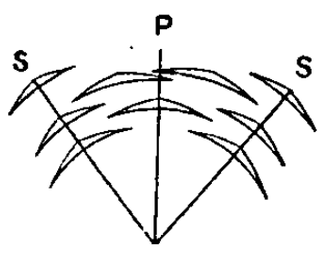


FIG. 4. — Imbrication de l'androcée du *Dryabalanops*.

L'hypothèse presque indubitable du dédoublement des étamines primordiales, aidée d'une interprétation toute mécanique, suffit donc à expliquer ces cas en apparence si compliqués d'imbrication. Nous avons cru devoir insister un peu longuement sur ce phénomène de préfloraison de l'androcée, par cela même qu'il se rencontre rarement dans le règne végétal, et ne semble pas avoir jusqu'à ce jour attiré l'attention des botanistes.

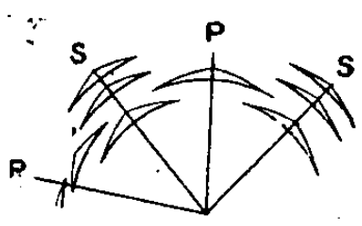


FIG. 5. — Imbrication de l'androcée du *Shorea Pierreana*.

Une portion seulement du diagramme est représentée ; les $\frac{2}{5}$ supérieurs dans les deux premières figures, $\frac{3}{5}$ dans la troisième figure.

Dans cette dernière, sur l'un des rayons épipétales, se trouve indiquée l'étamine épipétale non dédoublée ; sur l'autre, les deux étamines résultant du dédoublement de cette étamine.

IMBRICATION STYLAIRE DES CLARKIA

On connaît depuis longtemps la forme singulière du style du *Clarkia elegans*, qui se termine fréquemment par quatre lamelles spatuliformes, hérissées de papilles stigmatiques sur leur face interne, ces lamelles formant, par leur ensemble, une sorte d'infundibulum, et chacune d'elles étant simplement tangente à sa voisine. Mais on n'a pas insisté sur les curieux phénomènes d'imbrication que ces lamelles peuvent présenter, et qui peuvent s'expliquer comme les phénomènes de même ordre, qui s'effectuent dans la corolle, par des raisons purement mécaniques. Le plus souvent, ces quatre lamelles prennent un accroissement peu considérable et, venant à buter l'une contre l'autre, elles se déjettent toutes deux, soit en dedans, soit en dehors ; on se trouve là en présence d'une véritable préfloraison valvaire : valvaire indupliquée dans le premier cas, valvaire réduplicquée dans le second. Le développement tangentiel vient-il à prédominer sur certaines pièces ? Ces pièces recouvrent alors leurs

voisines, et l'on a une véritable imbrication. Chaque pièce se conduit comme le lobe d'une corolle, et l'on a alors une pièce recouvrante, une recouverte, et deux recouvrantes par un bord, recouvertes par l'autre. Enfin, une ou plusieurs des quatre pièces primitives, tout en restant indivises à la base, peuvent se lober ou se bilober au sommet. Les pièces, nées ainsi à la suite d'un véritable dédoublement, aux dépens de la pièce primordiale, donnent lieu, par rapport aux autres, à une imbrication d'ordre secondaire, tout comme dans une corolle dédoublée; les lobes, résultant de ce dédoublement, donnent lieu à une préfloraison, surajoutée à la préfloraison primitive de la corolle, et qui mérite, par suite, le nom de préfloraison secondaire. Il est à remarquer qu'ici, le développement tangentiel des diverses pièces étant irrégulier, et n'obéissant à aucune loi fixe, le mode d'imbrication est lui-même, à l'encontre de celui de la corolle, des plus irréguliers; la disposition des pièces, les unes par rapport aux autres, n'est régie que par cette loi : les pièces qui ont atteint leur développement plus rapidement que les voisines, sont recouvrantes, par rapport à ces dernières, et inversement. De même qu'il y a une préfloraison du calice, de la corolle, de l'androcée, de même il existe une préfloraison stylaire. Le fait ne peut en rien nous étonner, car tous les appendices de la plante, présentant un notable développement tangentiel, ne peuvent échapper aux lois mécaniques, par suite inéluctables, qui déterminent les phénomènes de préfloraison.

IMBRICATION TARDIVE DES SÉPALES CHEZ LES DIPTÉROCARPACÉES

Dans certains genres de cette famille, la base des sépales, accrus en ailes autour du fruit, se renfle en forme de cuilleron, moulé sur la surface extérieure du péricarpe. Il arrive alors que le fruit est entièrement entouré, à sa base, par ces cuillerons, on peut le dire, inclus par la base des ailes. Cette base des sépales peut ne prendre qu'un médiocre développement tangentiel, et alors les bases des ailes du fruit présentent la même imbrication que les sépales auxquels elles succèdent; mais si cette base prend un développement en largeur, suffisant, elle peut présenter des phénomènes d'imbrication plus compliqués.

L'imbrication reste bien quinconciale dans l'ensemble, comme celle du calice, mais certaines pièces qui ne s'imbriquent pas normalement dans cette préfloraison, viennent avec l'âge à se recouvrir. Nous proposons, pour ce phénomène, le nom d'*imbrication tardive*, nom justifié, si on entend par imbrication précoce, celle présentée par les sépales dans le bouton.

Un exemple très net de cette disposition nous est offert par divers *Shorea*, *Hopea*.

Numérotons, suivant leur ordre d'apparition, sur la spirale d'insertion réceptaculaire, les diverses pièces du calice. Dans la préfloraison, les sépales 1 et 2 seront entièrement recouvrants, les sépales 4 et 5 entièrement recouverts, et le sépale 3 recouvert sur un bord par le sépale 1, et recouvrant sur l'autre bord le sépale 5.

L'imbrication se complique considérablement dans le fruit. A mesure que la base des sépales s'élargit, elle doit, pour se loger, s'insinuer dans les interstices laissés libres par les pièces voisines. Les bords amincis comme à la filière (par simple pression réciproque) des sépales viennent se recouvrir de la façon suivante :

Le sépale 1, par un de ses bords, vient recouvrir le sépale 2; celui-ci recouvre également par un de ses bords le sépale 3, ce dernier se trouve recouvert par l'un des bords du sépale 4, tandis que l'autre bord du même sépale est recouvert par le bord adjacent du sépale 5 *(fig. 6)*.

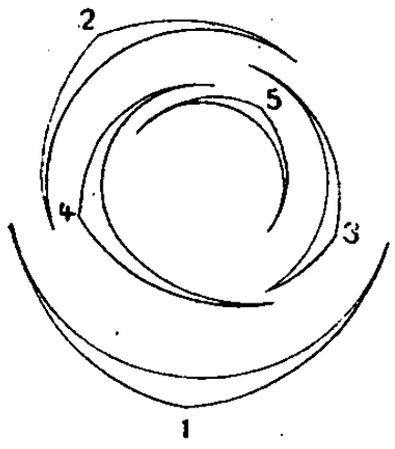


FIG. 6.

Ces phénomènes, en apparence très compliqués, s'expliquent fort bien par des raisons purement mécaniques. Il est tout d'abord à remarquer que l'accroissement en largeur se fait successivement pour les différents sépales, et dans l'ordre même de leur apparition. Autrement dit, le sépale 1 s'accroît avant le sépale 2, celui-ci avant 3, etc... Remarquons, de plus, que les sépales, d'abord étroitement appliqués contre le fruit, s'en écartent peu à peu, à mesure qu'ils s'accroissent, et successivement.

Le sépale 1, se trouvant inséré le plus loin du centre (ou, ce qui revient au même, le plus inférieur sur la spirale d'insertion), s'accroît librement de chaque côté, et vient déborder, d'un côté sur le sépale 2, de l'autre sur le sépale 3. Le sépale 2, inséré trop loin de 1, pour être gêné par lui dans son développement, s'accroît également de chaque côté, et vient déborder par son côté non recouvert sur le sépale 3.

Le sépale 1 s'étant écarté du fruit, le bord recouvert de 2 peut librement s'insinuer entre 1 et le fruit.

Le sépale 3, pressé d'un côté par le sépale 1, est appliqué contre l'axe, aussi son développement est-il gêné de ce côté, par le fait même de la pression; il en résulte qu'il devient très nettement dissymétrique à sa base, et que son développement tangentiel ne se fera que du côté du sépale 5, c'est-à-dire du côté libre.

Le côté opposé du sépale 3 ne s'accroissant pas, le côté adjacent du sépale 4 pourra librement se développer, et viendra recouvrir le sépale 3, puisqu'au moment où il atteindra le bord de ce dernier, 1 sera déjà très écarté du fruit. Ce sépale 4 est, après la chute de l'androcée et de la

corolle, intimement pressé contre l'ovaire, en train de devenir fruit, par le sépale 2 qui ne s'en est pas encore écarté; il en résulte que son accroissement se faisant plus tôt que l'accroissement du sépale 5, le bord du sépale 4, adjacent au sépale 5, continue à envelopper intimement le fruit. Lors donc que le sépale 5 commencera à s'accroître, il devra insinuer son bord dans l'interstice laissé libre, par écartement du sépale 2, c'est-à-dire en dehors du sépale 4, et en dedans du sépale 5.

Nous avons rencontré dans une espèce de *Shorea : S. Franchetiana HEIM,* une légère variation du type précédent, véritable schéma très général.

Dans cette espèce *(fig. 7),* c'est 3 qui, dans la préfloraison tardive, recouvre 2.

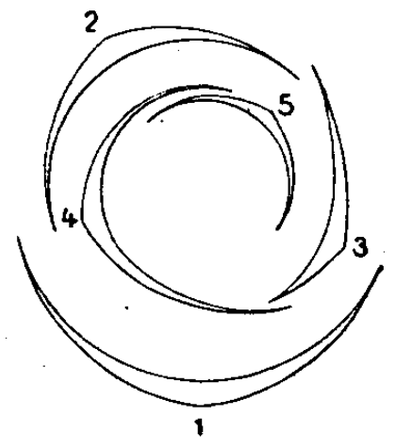


FIG. 7.

Mais ici l'accroissement en largeur des sépales commence à se manifester dès la fleur, et ils ont déjà acquis un notable développement dans ce sens, avant que la corolle, l'androcée et l'ovaire n'aient acquis un développement proportionnel. Aussi, dès la chute de la corolle, la préfloraison tardive est-elle des plus marquées. Mais l'écartement des sépales du centre du jeune fruit ne se produit pas plus tôt que dans les autres types. L'accroissement tangentiel se fait toujours successivement, et dans l'ordre d'apparition. Il s'ensuit que 2 a déjà acquis une notable largeur, sans s'être écarté du centre, lorsque 3 commence à s'accroître; 2 étant resté intimement pressé contre 5, 3 ne peut s'accroître qu'en passant en dehors de 2. Le sépale 2 ne passe pas en dehors de 1, parce qu'il est inséré à une distance angulaire suffisante de ce dernier, pour ne pas être gêné par lui dans son développement. Lorsque 4 s'accroît, 2 commence à s'écarter du centre, 4 peut donc déborder sur 5, il déborde facilement sur 3, à cause de l'atrophie unilatérale de ce dernier. Le sépale 5 est situé à une distance angulaire suffisante de 4, pour que ce dernier se soit écarté du centre lorsqu'il s'accroît, il s'insinue donc par un de ses bords entre 4 et la paroi du jeune fruit.

Lorsque la préfloraison tardive s'est établie, telle que nous venons de la décrire, l'ovaire s'est transformé en fruit, et ce dernier s'accroît rapidement en diamètre. Son développement l'emporte même de beaucoup en rapidité sur celui des sépales, qui de ce fait sont écartés les uns des autres, et les trois sépales les plus externes cessent même, pour un instant, de s'imbriquer.

Au bout de quelque temps de cette croissance rapide, le fruit a atteint son diamètre définitif, mais les sépales continuent encore à s'accroître régulièrement, dans le sens tangentiel. Les trois sépales externes viennent à se toucher par leurs bords en regard, mais comme, à cet âge, la rapidité de leur accroissement respectif est à peu près la même, les deux sépales voi-

sins butent en même temps l'un contre l'autre, et comme leurs bords sont repoussés en dehors par les sépales internes; 1, 2 et 3 affectent dans la préfloraison tardive définitive une disposition valvaire réduplicative *(fig. 8)*.

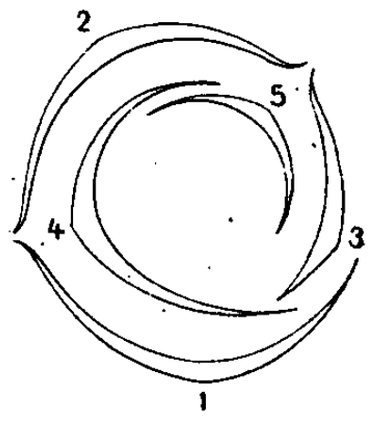


FIG. 8.

Il y a donc, dans ce dernier type, deux préfloraisons tardives successives, et qui toutes deux s'expliquent fort bien par des raisons purement mécaniques; à la condition toutefois, que l'interprétation mécanique *théorique* ne s'adresse qu'à des faits de développement constatés par l'*observation*.

Il est à supposer que tous les cas variés d'imbrication des divers organes sont susceptibles de recevoir une explication toute mécanique. Nous avons cru utile d'insister sur ces faits, qui ne semblent pas jusqu'à ce jour avoir attiré l'attention.

On serait peut-être tenté de nous reprocher d'introduire dans une science toute d'observation, des procédés de raisonnement mathématique, capables de conduire à l'erreur.

Mais nous n'appliquons la théorie qu'à chercher l'explication de faits bien et dûment constatés par l'observation. Si une théorie toute mécanique suffit à expliquer dans tous leurs détails des phénomènes observés chez des êtres vivants, elle peut et doit être, semble-t-il, acceptée, sans qu'il soit besoin d'invoquer un « *nescio quid* » vital, qui aboutit en somme à l'absence de toute explication.

M. O. LIGNIER

Professeur à la Faculté des Sciences de Caen.

A PROPOS DE LA FORME DES BRACTÉES INVOLUCRALES CHEZ LE « WILLIAMSONIA MORIEREI » SAP. ET MAR.

— *Séance du 5 août 1893* —

Le fruit fossile figuré pour la première fois par Morière (1), décrit ensuite et dénommé *Williamsonia Morierei* par MM. de Saporta et Marion (2),

(1) MORIÈRE, J., *Note sur deux végétaux fossiles trouvés dans le département du Calvados*, 2 pl. (*Mém. de la Soc. Linn. de Normandie*, vol. XV, 1869).

(2) SAPORTA et MARION, *Sur les genres Williamsonia*, Carruth. et *Goniolina*, d'Orb. (*C. R. de l'Acad. des Sc.*, t. XCII, 1881). — De Saporta, *Plantes jurassiques*, t. IV, 1891.

est, ainsi que l'a indiqué le premier auteur, « entouré de quelques bases de feuilles qui forment une sorte d'involucre ». Ces dernières ont été décrites de la façon suivante par M. de Saporta (*Pl. jur.*, p. 173) :

« Les feuilles involucrales encore subsistantes et demeurées accidentellement adhérentes à l'appareil proprement dit, sont obscurément carénées sur le dos. Elles mesurent sur le milieu une épaisseur maximum de 3 millimètres et vont de là en s'amincissant vers les bords. Dépourvues de médiane, elles devaient être des plus coriaces. Leurs bords sont strictement parallèles et leur terminaison apicale des plus obtuses et étroitement appliquée contre l'appareil, dont leur courbure suit le mouvement. On reconnaît que ces bractées se réunissaient et devenaient conniventes au sommet de l'organe qu'elles recouvraient. »

Cette description détaillée rend fort bien compte de l'*aspect* des bractées involucrales qui recouvrent le fruit de *Williamsonia Morierei* et je n'aurais rien à y ajouter si l'examen anatomique de ces écailles ne m'avait permis de reconnaître certaines particularités intéressantes qu'il était impossible de discerner à première vue.

Les résultats que je vais exposer ont été obtenus par la méthode des coupes successives sur une écaille détachée dont la base était malheureusement détruite ainsi que l'un des bords, mais dont le sommet répondait très bien à la description donnée par M. de Saporta.

Les cordons libéro-ligneux de cette écaille sont grêles et isolés les uns des autres. Entre bois et liber, on y distingue une zone cambiale bien caractérisée quoique peu développée. A la base de l'écaille j'ai compté onze de ces faisceaux, orientés normalement et distribués sur un arc convexe qui s'étendait d'un bord à l'autre de la feuille, les plus gros étant au milieu et les plus grêles vers les bords (1). Sur ces onze faisceaux, trois forment un groupe médian, six composent deux groupes latéraux de trois chacun, deux sont isolés aux bords de l'arc foliaire. Outre ces onze faisceaux, trois petits cordons, à orientation *renversée*, sont situés plus près de la face antérieure de l'écaille, vis-à-vis les trois faisceaux du groupe médian de l'arc principal.

La destruction de la base de l'écaille ne m'a pas permis de voir la façon dont ces différents faisceaux rentraient dans la tige ; cependant, soit par la lecture de leur groupement sur ma coupe inférieure, soit grâce à la connaissance de leur parcours au-dessus de cette coupe, il m'est possible de reconstituer, avec grande apparence de vérité, le parcours dans la région détruite.

A mon avis, les trois petits faisceaux antérieurs se rapprochaient en descendant des trois faisceaux du groupe médian et s'y accolaient, tandis

(1) L'un de ces faisceaux avait probablement été emporté par la destruction du bord de l'écaille, mais la symétrie régulièrement bilatérale de l'organe permettait de le reconstituer.

que ceux-ci se fusionnaient eux-mêmes en un seul. D'autre part, les trois faisceaux principaux de chacun des groupes latéraux se fusionnaient également en un seul. Enfin les faisceaux marginaux, restés isolés, se rapprochaient peu à peu du plan de symétrie de la feuille. De telle sorte qu'à une faible distance du niveau d'insertion de l'écaille, le système libéro-ligneux devait être réduit à cinq faisceaux principaux assez rapprochés les uns des autres. Que se passait-il plus bas? Ces cinq faisceaux se réunissaient-ils pour ne former qu'une seule trace foliaire, ainsi que cela se passe chez les Bennettitées, d'après de Solms-Laubach? ou bien rentraient-ils isolément dans la tige, comme cela existe chez les Cycadées? Je ne puis répondre à cette question qui aurait cependant son importance; l'échantillon étudié était trop incomplet.

L'étude des cordons libéro-ligneux de la base au sommet de l'écaille m'a montré d'autre part: 1° que leur parcours vers le haut est d'abord lentement divergent; 2° que cette divergence devient sensiblement plus rapide un peu avant d'arriver au sommet de l'écaille, surtout en ce qui concerne les faisceaux situés près du bord de l'arc foliaire. Non seulement ces faisceaux s'écartent assez rapidement du plan de symétrie de l'écaille, comme s'ils voulaient pénétrer dans un limbe, mais encore ils se dédoublent et s'espacent sur l'arc foliaire visiblement élargi. En outre, certains d'entre eux émettent sur leurs bords des cordons grêles qui, tournant sur eux-mêmes, viennent se placer contre la face antérieure de l'écaille et y augmenter le nombre des faisceaux antérieurs à orientation renversée.

Enfin, tous ces faisceaux se terminent brusquement dans une brisure terminale de l'écaille qu'il est facile de reconnaître anatomiquement.

De ces différents faits nous pouvons conclure sans hésiter: 1° que la bractée étudiée n'est pas complète à son sommet et que sa région terminale a été détruite; 2° que cette région détruite était plus large que la portion restante et qu'elle formait une sorte de limbe dont la nervation, au moins dans sa région basilaire, était en éventail. D'ailleurs la petitesse des faisceaux libéro-ligneux et en général de tous les tissus de transport me conduit à penser que ce limbe devait être de petite taille.

En résumé, les écailles de l'involucre du fruit de *Williamsonia Morierei* n'étaient pas, ainsi qu'il semble à première vue, des organes à bords parallèles sur toute leur longueur. *Elles possédaient un petit limbe terminal.* Celui-ci, s'atténuant à la base, se continuait en une sorte de large pétiole aplati. C'est ce dernier qui subsiste seul dans l'échantillon fossile et qui y constitue ce qu'on a décrit comme écaille de l'involucre.

M. Léon GUIGNARD

Professeur à l'École supérieure de Pharmacie, à Paris.

LOCALISATION DES PRINCIPES ACTIFS CHEZ LES CAPPARIDÉES, TROPÉOLÉES, LIMNANTHÉES ET RÉSÉDACÉES

— Séance du 5 août 1893 —

Les recherches que j'ai publiées, il y a quelque temps, sur la localisation des principes actifs chez les Crucifères (1), m'ont conduit à étudier au même point de vue quelques familles qui s'en rapprochent par leurs propriétés. De ce nombre sont les Capparidées, Tropéolées, Limnanthées et Résédacées.

I. — Capparidées.

On sait que, chez les Crucifères, il existe un ferment spécial, la myrosine, identique dans toutes les espèces, et un glucoside, variable suivant les cas, mais représenté le plus souvent par le myronate de potassium. Ferment et glucoside sont localisés, comme je l'ai montré, dans des cellules différentes. Si la plante renferme du myronate de potassium, l'action de la myrosine sur ce composé donne, entre autres produits, de l'essence de moutarde ou sulfocyanate d'allyle ; si le glucoside est différent, la nature de l'essence varie ; dans certaines Crucifères, ce sont des nitriles qui se forment, mais ces composés paraissent être toujours accompagnés d'une petite quantité d'essence sulfurée. En aucun cas, ces essences ne préexistent dans la plante ; leur formation n'a lieu que par l'action du ferment sur les glucosides, dans des conditions déterminées.

Les mêmes faits généraux se retrouvent chez les Capparidées.

1. — Tout d'abord, l'existence et la localisation des cellules à myrosine peuvent y être démontrées par les réactions microchimiques indiquées dans mon travail sur les Crucifères. Voici ce qu'on observe, par exemple, dans les divers organes du *Capparis spincsa* L.

Dans la racine, les cellules à myrosine sont très nombreuses et occupent

(1) *Sur la localisation des principes qui fournissent les essences sulfurées des Crucifères* (Comptes rendus, 28 juillet 1890). — *Sur la localisation des principes actifs dans la graine des Crucifères* (ibid.) 15 décembre 1890). — Le Mémoire détaillé a paru la même année dans le *Journal de Botanique.*

le parenchyme cortical et libérien secondaires, ainsi que la moelle. Le bois n'en contient pas.

Dans la tige, où l'écorce primaire persiste pendant plusieurs années, elles sont situées dans cette région et en même temps dans le parenchyme libérien secondaire et la moelle. Le bois en est également dépourvu, comme celui de la racine. Tandis que les autres cellules à ferment de la racine sont ordinairement isolées et semblables par la forme aux autres cellules du tissu qu'elles occupent, celles de la tige sont souvent plus longues et disposées en file par deux, trois ou quatre.

Dans la feuille, les tissus du pétiole et de la nervure médiane qui correspondent à ceux de la tige en possèdent quelques-unes. Le limbe en offre un assez grand nombre, dans toute l'épaisseur de son parenchyme hétérogène ; elles y sont pour la plupart groupées par deux ou trois, et de même dimension que les cellules voisines.

La fleur et le fruit sont de tous les organes ceux qui en renferment le plus. Déjà relativement plus nombreuses dans les sépales que dans la feuille, elles le deviennent encore davantage dans les pétales, et surtout dans la pulpe du fruit. L'étude du développement permet de constater que chacun des nombreux petits groupes de cellules à ferment qu'on y rencontre provient d'une cellule primitivement unique, qui se différencie de bonne heure et se subdivise en plusieurs nouvelles cellules, étroitement accolées, dans lesquelles apparaît la myrosine.

La graine contient aussi des cellules à ferment ; mais, à la maturité, leurs réactions microchimiques sont masquées par l'abondance des substances azotées accumulées dans les tissus. Il n'en est pas de même avant la maturité, au moment où commence le dépôt des réserves. Comme le ferment apparaît aussitôt après les derniers cloisonnements de l'embryon, on peut alors reconnaître la présence d'un certain nombre de cellules à myrosine, principalement dans les cotylédons. Il est à remarquer aussi que la myrosine n'existe pas dans l'albumen de la graine, d'ailleurs très réduit chez toutes les Capparidées.

2. — L'expérience confirme les résultats fournis par l'observation microscopique ; elle montre que, dans le Câprier, les tissus les plus abondamment pourvus de cellules à ferment sont aussi les plus actifs sur le myronate de potassium. Par exemple, quelques centigrammes seulement de pétale ou de pulpe du fruit décomposent énergiquement ce glucoside en donnant une odeur intense d'essence de moutarde.

Un fait général, conforme aux résultats déjà connus pour les Crucifères et les amandes amères, c'est que la proportion de ferment que contient un organe quelconque est de beaucoup supérieure à celle qui suffit à la décomposition totale du glucoside qu'il possède. On conçoit dès lors qu'un organe dans lequel ce dernier n'existe qu'à l'état de traces, ou même fait

complètement défaut, renferme cependant encore une quantité très appréciable de myrosine.

3. — A en juger par les propriétés organoleptiques et par diverses réactions chimiques, l'essence de Câprier est très vraisemblablement formée, comme celle du Cresson alénois et d'autres plantes dont il sera question ultérieurement, par un nitrile accompagné d'une petite quantité d'un produit sulfuré.

4. — Les autres espèces de *Capparis* offrent une localisation analogue des cellules à ferment. Elles sont aussi nombreuses dans quelques espèces (*C. saligna* Vahl, etc.) que dans le Câprier commun, moins nombreuses dans plusieurs autres (*C. ferruginea* L., *C. frondosa* L., etc.).

Les genres *Cleome*, *Polanisia* et *Gynandropsis* sont beaucoup plus pauvres en principes actifs. Il n'y a guère que la racine et la tige qui possèdent, dans les mêmes régions que chez le Câprier commun, un petit nombre de cellules à ferment faciles à caractériser. La graine contient aussi une petite quantité de myrosine, et comme elle est pourvue, chez quelques espèces, d'un albumen relativement plus abondant et plus facile à isoler de l'embryon que dans le Câprier, on peut constater, en expérimentant séparément sur ces deux parties, que la myrosine se trouve dans l'embryon.

En résumé, l'existence de cellules spéciales à ferment est générale chez les Capparidées. Par leurs caractères morphologiques dans la racine et la tige, elles ressemblent à celles qu'on trouve dans les mêmes organes chez les Crucifères ; dans la feuille, et surtout dans la fleur du Câprier, leur mode de groupement est particulier. Toutes les réactions de leur contenu sont celles de la myrosine. C'est chez les Câpriers qu'elles sont le plus nombreuses et que le glucoside, dont elles opèrent la décomposition dans les mêmes conditions que chez les Crucifères, est aussi le plus abondant ; le ferment y prédomine dans certains organes, tels que la fleur et surtout la pulpe du fruit. La graine, au contraire, dans toutes les Capparidées est relativement pauvre en ferment et en glucoside, et, de ses deux parties constitutives, c'est l'embryon qui renferme le ferment.

II. — Tropéolées.

Les propriétés organoleptiques bien connues des Tropéolées sont dues à une essence de saveur spéciale, retirée d'abord des fleurs de la grande Capucine par Cloëz (1), qui y reconnut la présence du soufre et la compara à celle des Crucifères. Plus tard, Hofmann (2) établit que, si cette

(1) *Note sur l'huile essentielle de capucine* (Soc. d'émulation pour les sc. pharm., p. 36, 1848).
(2) *Ueber das œtherische Oel bon Tropœolum majus.* (*Bericht. der deutsch. chem. Gesellsch.*, p. 518, 1874.)

huile essentielle renferme effectivement un composé sulfuré, elle est constituée en majeure partie par le nitrile alphatoluique (C^8H^7Az), lequel est fourni également par le cresson alénois, et dont l'homologue supérieur, ou nitrile phénylpropionique (C^9H^9Az), s'obtient avec le cresson de fontaine. Par la nature de l'essence qu'elles produisent, les Tropéolées ressemblent donc beaucoup aux Crucifères.

La formation de cette essence est-elle due, comme chez ces dernières et comme chez les Capparidées étudiées précédemment, à l'action d'un ferment sur un glucoside? Et, s'il en est ainsi, ces deux principes sont-ils également localisés dans des cellules différentes?

Récemment, M. W. Spatzier (1) a trouvé de la myrosine dans la graine de *Tropœolum majus* L., mais il conclut à son absence dans la tige et les feuilles, qui présentent pourtant, quand on les coupe, une odeur et une saveur piquantes des plus manifestes, encore plus prononcées chez les fleurs. Dès lors, on peut se demander si l'essence existe toute formée dans ces organes, ou bien si elle prend naissance dans l'intervention de la myrosine : questions auxquelles l'auteur n'a pas essayé de répondre.

L'étude histologique et l'expérience montrent que les observations de M. W. Spatzier ne sont pas exactes : on peut, en effet, non seulement reconnaître dans les organes végétatifs, aussi bien que dans la graine, la présence de la myrosine, mais encore en extraire ce ferment et le caractériser par le dédoublement qu'il exerce sur le myronate de potassium. Voici d'abord, au point de vue de la localisation, ce qu'on observe dans la grande Capucine :

1. — La racine possède dans son parenchyme cortical et libérien secondaires, de nombreuses cellules à myrosine qui ne diffèrent guère des éléments voisins que par la nature de leur contenu, facile à mettre en évidence par les réactifs appropriés. Une racine de 1 millimètre de diamètre, environ, offre souvent, sur la coupe transversale, une cinquantaine de cellules à ferment.

La tige en est également pourvue, surtout dans son assise sous-épidermique. Mais, si les cellules à myrosine s'y trouvent de même en assez grand nombre, elles y sont bien moins riches en ferment que dans la racine. Parfois même, tout un groupe de cellules du parenchyme cortical, formant une sorte de nodule, présentent les réactions du ferment. Il en existe aussi quelques-unes dans le tissu libérien, d'ailleurs toujours très réduit, des faisceaux conducteurs.

Dans la feuille, le contenu albuminoïde très abondant des éléments du parenchyme masque en grande partie les réactions de la myrosine, qui paraît être répartie dans un grand nombre de cellules et dont la locali-

(1) *Ueber das Auftreten und die physiologische Bedeutung des Myrosins in der Pflanze* (Pringsh. Jahrb., p. 55, 1893).

sation ne peut dès lors être précisée avec la même certitude que dans les autres organes.

Les caractères distinctifs de ces cellules deviennent beaucoup plus nets dans la fleur, surtout si l'on étudie l'éperon, où les principes actifs sont plus abondants que dans les autres parties florales. Dans cet appendice, en effet, la myrosine se rencontre dans la plupart des cellules de l'assise sous-épidermique externe, mais en plus forte proportion que dans l'assise correspondante de la tige. Parfois aussi, le parenchyme de l'éperon offre dans son épaisseur quelques amas cellulaires riches en ferment. On observe aussi des cellules à myrosine dans la paroi ovarienne et même dans le tégument des ovules. Quant à celles de la graine, qui seules ont été aperçues par M. W. Spatzier, elles sont disséminées en grand nombre dans tout le parenchyme de l'embryon.

2. — L'expérience confirme entièrement les données précédentes, fournies par l'observation microchimique des divers organes.

Tout d'abord, si l'on traite par l'eau quelques grammes de racine, de tige, de feuille ou de fleurs contusées, et qu'on évapore ensuite le liquide à une température voisine de 50 degrés, de façon à chasser l'essence formée sans altérer le ferment, on constate que le résidu repris par l'eau et à peu près inodore dégage de l'essence de moutarde si on l'additionne de myronate de potassium ; ce qui démontre l'existence de la myrosine dans les organes en question.

En outre, le liquide obtenu par l'action de l'eau froide ou tiède sur ces organes fournit à l'aide de l'alcool un précipité complexe qui décompose de même le myronate de potassium en solution aqueuse, phénomène qui ne peut être attribué qu'à la présence de la myrosine, seule substance connue jusqu'ici comme pouvant déterminer, dans les conditions de l'expérience, le dédoublement de ce glucoside.

Ces résultats donnent à penser que, puisque la myrosine se rencontre dans les organes aériens, contrairement à l'opinion de l'auteur précédemment cité, son rôle doit y être le même que dans la graine, dont la poudre sèche est inodore et ne dégage de l'essence qu'en présence de l'eau. On peut, en effet, s'en convaincre par une expérience directe qui démontre la non-préexistence de l'huile essentielle dans les organes de la capucine. Pour cela, il faut recourir à des réactions assez sensibles pour déceler, dans un liquide donné, une très minime quantité d'essence, et opérer sur les feuilles, par exemple, dans des conditions telles que, si l'essence n'y préexiste pas, il ne puisse s'en former.

Comme l'essence fournie par les divers organes renferme toujours du soufre, ainsi que je m'en suis assuré, on peut se fonder sur l'action de la potasse pour transformer ce corps en sulfure dont les moindres traces sont mises en évidence par le nitro-prussiate de soude. Pour éviter toute

formation d'essence, le limbe foliaire est séparé du pétiole sous l'alcool absolu et plongé dans de l'alcool au même degré et bouillant. Dans ces conditions, le ferment est rendu complètement inactif. Le limbe étant ensuite broyé et laissé quelque temps dans l'alcool, s'il existait de l'essence toute formée, elle se trouverait en solution dans le liquide. Or, en distillant ce dernier et en recherchant le soufre dans les conditions appropriées, on n'obtient qu'un résultat négatif, même quand on opère sur une trentaine de grammes de feuilles ou de fleurs ; tandis que dans la contre-épreuve, c'est-à-dire en broyant d'abord les tissus en présence de l'eau froide, avant de les traiter dans des conditions comparables, il suffit de quelques grammes seulement pour pouvoir mettre le soufre en évidence. Par conséquent, l'essence ne préexiste pas plus dans les parties aériennes que dans la graine de la Capucine.

Les mêmes résultats sont fournis par d'autres espèces de Tropéolées, avec cette différence peu importante que, souvent, les organes végétatifs y sont moins riches en principes actifs.

En résumé, dans cette famille, tous les organes renferment de la myrosine, localisée dans des cellules distinctes de celles qui contiennent le glucoside, qu'elle décompose pour donner l'essence ; cette dernière ne préexiste pas dans les tissus et ne peut se former sans l'intervention du ferment. Les Tropéolées offrent donc, à cet égard, une analogie complète avec les Crucifères et les Capparidées.

III. — Limnanthées.

La petite famille des Limnanthées, qui ne comprend que quatre espèces, dont la plus ordinairement cultivée est les *Limnanthes Douglasii* R. Br., forme un groupe voisin, quoique bien distinct par les caractères botaniques, des Tropéolées étudiées précédemment.

Elle s'en rapproche beaucoup par les propriétés organoleptiques, signalées jadis par M. A. Chatin (1), qui a retiré du *Limnanthes* une essence sulfoazotée, analogue à celle de la Capucine et de certaines Crucifères.

J'ai constaté que cette huile essentielle résulte également de l'action d'un ferment sur un glucoside, et que ces deux principes se trouvent dans des cellules distinctes, appartenant à tous les organes de la plante.

1. — Dans l'espèce indiquée, les racines d'origine adventive forment un chevelu à la base de la tige ; elles sont filiformes et dépourvues de formations secondaires. C'est dans leur écorce molle et lacuneuse qu'on rencontre les cellules à ferment, dont les dimensions sont les mêmes que

(1) *Mémoire sur les Limnanthées et les Coriariées* (Ann. des Sc. nat. bot., 4 sér., t. VI, 1856.)

celles des autres cellules du parenchyme, dans lequel elles se trouvent disséminées en assez grand nombre.

La tige possède également un parenchyme cortical lacuneux et un cylindre central où les formations secondaires restent très réduites. Dans le premier, les cellules à ferment sont représentées par des cellules situées plus ou moins profondément dans l'écorce. Dans le second, elles occupent le liber, mais sont très petites et peu nombreuses.

La feuille pinnatiséquée se compose d'un nombre variable de folioles. Dans l'épiderme de la face inférieure de ces folioles, se trouvent des cellules particulières, dont la forme est toute différente de celles des autres cellules épidermiques.

En effet, tandis que les cellules ordinaires de l'épiderme, à parois ondulées, sont à peine une fois plus longues que larges, les cellules en question s'allongent en tubes qui présentent une longueur quinze à vingt fois plus considérable, atteignant souvent plus de 2 millimètres. Isolées pour la plupart les unes des autres et sensiblement rectilignes, elles sont parfois accolées latéralement par deux ou placées bout à bout. A un faible grossissement, elles offrent dans toute leur longueur un contour d'aspect noueux ou verruqueux, dû à la forme sinueuse de la membrane qui leur est commune avec les cellules épidermiques adjacentes. Une foliole de dimension moyenne peut avoir jusqu'à deux cents cellules tubuliformes dans son épiderme inférieur.

A peu près incolore dans la feuille fraîche, le contenu finement granuleux de ces cellules spéciales prend dans l'alcool une teinte jaunâtre. Il ne contient ni amidon, ni matières grasses, ni chlorophylle. Sous l'influence d'une légère élévation de température, le réactif de Millon ne lui communique pas d'emblée, comme au contenu des cellules à myrosine ordinaires, une coloration rouge vif, mais une teinte rouge brunâtre qui semble due à une action réductrice sur le sel de mercure.

Bien qu'on puisse se demander, au premier abord, si les éléments en question, presque entièrement remplis à l'état adulte par une substance protéique, ne contiennent pas de la myrosine, la preuve directe ne peut guère en être donnée. D'autre part, le contenu de ces éléments particuliers offre certaines réactions des tannins, ce qui porte à croire qu'elles ne représentent probablement pas les cellules à ferment. En outre, l'action énergique exercée par le parenchyme sous-épidermique sur le myronate de potassium, donne à penser que la myrosine se trouve plutôt dans ce parenchyme.

Les cellules tubuliformes se retrouvent, avec des caractères semblables, dans les sépales de la fleur; mais ici l'épiderme supérieur peut en être pourvu en même temps que celui de la face inférieure.

Dans la graine mûre, entièrement dépourvue d'albumen, la recherche

des cellules à myrosine est rendue très difficile par l'abondance des substances azotées qui remplissent les tissus. On arrive pourtant à distinguer, surtout dans les cotylédons, des cellules isolées ou groupées en nombre variable, qui présentent les réactions du ferment.

2. — L'expérience confirme les données fournies par l'étude histologique pour les divers organes de la plante.

Les racines, très grêles comme on l'a vu, ne présentent, quand on les broie dans l'eau, qu'une odeur et une saveur peu prononcées, parce qu'elles sont pauvres en glucoside. Mais, comme elles renferment un assez grand nombre de cellules à myrosine, elles dédoublent rapidement le myronate de potassium : il suffit de mettre en contact 10 centigrammes de racine contusée avec $0^{gr},01$ centigramme de ce composé en solution aqueuse, pour obtenir en quelques instants, à la température convenable, un dégagement intense d'essence de moutarde.

Parmi les autres organes végétatifs, ce sont les feuilles qui sont les plus riches en myrosine. Quant à la graine, elle renferme à la fois une forte proportion de ferment et de glucoside. L'essence obtenue avec n'importe quel organe contient toujours du soufre.

En résumé, les Limnanthées possèdent dans tous leurs organes des cellules à ferment spécialisées, comme chez les Crucifères, les Capparidées et les Tropéolées, auxquelles elles ressemblent entièrement, d'ailleurs, par la nature du ferment et les conditions dans lesquelles il agit sur le glucoside qui l'accompagne.

Résédacées

On a remarqué depuis longtemps que la racine fraîche des *Reseda* présente une odeur de navet assez prononcée. En soumettant cet organe à la distillation, A. Wollrath (1) en a retiré de l'essence de moutarde. Tout récemment M. Spatzier (2) a recherché la myrosine chez ces plantes; il conclut à son absence dans la racine et à sa présence dans les organes verts, tige et feuille. En outre, cet auteur admet la préexistence de l'huile essentielle dans la racine; les autres organes n'en renfermeraient pas. Dans ces derniers, la myrosine serait localisée exclusivement dans les cellules stomatiques. Le tableau suivant résume les observations de M. Spatzier sur les espèces du genre *Reseda* :

Il existe 1° *dans la racine :* de l'essence de moutarde, pas de myrosine, du myronate de potassium ;

(1) A. Wollrath, *Ein Bestandtheil der Wurzel von Reseda odorata* (Arch. de Pharm.; sér. 2, t. CXLVII. p. 158, 1871).

(2) *Loc. cit.*, p. 54 et 55, et p. 70 et 71.

2° *Dans les organes aériens privés d'épiderme :* pas d'essence de moutarde, pas de myrosine, pas de myronate de potassium;

3° *Dans l'épiderme des organes aériens :* pas d'essence de moutarde, de la myrosine, pas de myronate de potassium;

4° *Dans la graine :* pas d'essence de moutarde, de la myrosine, du myronate de potassium.

Ces conclusions, en particulier celles qui concernent la racine, ne sauraient être admises sans contrôle. Nous n'avons pas rencontré, en effet, dans les familles précédemment étudiées, un seul organe renfermant de l'essence toute formée. En outre, l'absence de la myrosine dans une racine pourvue de myronate ne s'accorde guère avec les faits connus. Pour le reste, les conclusions ci-dessus laissent aussi beaucoup à désirer.

1. Tout d'abord, il est difficile de s'expliquer comment M. Spatzier n'a pas trouvé de myrosine dans la racine des Résédacées.

En effet, si l'on examine une racine de *Reseda lutea*, par exemple, ayant un diamètre de 1 à 2 millimètres, le réactif de Millon permet de voir sans peine des cellules à myrosine non seulement dans le parenchyme cortical externe, mais aussi dans la région libérienne. Le bois en est complètement dépourvu.

Dans la tige, ces mêmes cellules se retrouvent aussi, principalement à la face interne des arcs scléreux dérivés du péricycle, ainsi que dans le liber sous-jacent. Quant aux stomates, ils renferment effectivement de la myrosine, mais la proportion en est relativement moins élevée que dans le parenchyme cortical ou libérien.

Les cellules stomatiques de la feuille renferment aussi de la myrosine. Quant à la graine, si on l'étudie quelque temps avant la maturité, au moment où commence le dépôt des réserves, on aperçoit quelques cellules qui semblent se colorer un peu plus rapidement que les autres par le réactif de Millon; mais la réaction est beaucoup moins nette qu'avec la graine du Câprier, par exemple, étudiée à la même période du développement.

2. L'expérience chimique donne des résultats conformes à ceux de l'observation microscopique.

Pour démontrer l'existence de la myrosine dans la racine, il suffit de prendre seulement 50 centigrammes de racine qu'on pile en présence de l'eau. En maintenant le mélange à l'air libre, vers 50 degrés, dans un vase large et ouvert, pendant quelques heures, on chasse presque toute l'essence formée en évaporant l'eau. Le résidu, repris par de nouvelle eau et additionné de myronate de potassium, dégage en quelques minutes, à la température de 50 degrés, une forte odeur d'essence de moutarde, ce qui prouve la décomposition du glucoside ajouté par la myrosine.

On peut encore faire digérer 5 grammes de racine fraîche pilée dans

20 centimètres cubes d'eau pendant quelques heures vers 50 degrés. En filtrant le liquide et en l'additionnant d'un excès d'alcool fort, on obtient un précipité qui contient surtout des matières albuminoïdes entraînées en même temps que la myrosine. Ce précipité, redissous dans l'eau et mis en présence de quelques centigrammes de myronate de potassium, dédouble rapidement ce glucoside, vers 50 degrés, en donnant l'odeur de l'essence de moutarde. Or, la myrosine est le seul ferment actuellement connu pour opérer la décomposition du myronate dans les conditions de l'expérience.

Il est donc démontré que ce ferment existe dans la racine, contrairement à l'opinion de M. Spatzier. Mais il faut encore prouver que l'essence de moutarde ne préexiste pas dans cet organe.

Pour cela, on opère sur la racine intacte que l'on coupe dans la vapeur d'alcool absolu bouillant et qu'on laisse tomber dans ce liquide. Après douze heures, on écrase les tissus dans l'alcool, on laisse encore au contact pendant quelque temps et on distille. Si la racine renfermait de l'essence toute formée, elle aurait été dissoute par l'alcool. Or, le liquide distillé, essayé par la méthode indiquée pour la recherche du soufre dans l'essence chez les Capparidées, n'en contient pas. Ici encore, par conséquent, la conclusion de l'auteur précité n'est pas exacte.

L'expérience montre aussi que le ferment n'est pas exclusivement localisé dans les stomates de la tige, car en opérant avec des fragments de cet organe débarrassé avec soin de son épiderme, on obtient la décomposition du myronate de potassium. Toutefois il est bon de remarquer que, pour les différentes espèces de *Reseda*, les plus actives à cet égard sont les *R. alba* et *R. lutea* ; les autres ne renferment que très peu de myrosine dans le tissu cortical et libérien.

En résumé, chez les Résédacées indigènes, on observe des cellules à myrosine bien caractérisées dans la racine, la tige et la feuille. On ne les distingue pas dans la graine mûre, quoique l'expérience y démontre la présence du ferment ; pour avoir chance d'en apercevoir quelques-unes, il faut étudier la graine avant la maturité. Le glucoside se rencontre surtout dans la racine ; quant à l'essence, elle n'y préexiste pas plus que dans les familles étudiées precédemment.

M. le Dr D. CLOS

Correspondant de l'Académie des Sciences, à Toulouse.

LE POLYMORPHISME FLORAL ET LA PHYTOGRAPHIE.

— Séance du 5 août 1893 —

C'est surtout à partir de la fin du XVIIe siècle que la plupart des systèmes et des méthodes naturelles en botanique ont été établis sur la fleur; et l'on a lieu de s'étonner qu'il ait encore été donné aux observateurs modernes de découvrir en elle tant de particularités d'organisation infiniment curieuses et que ne soupçonnaient même pas les botanistes du premier tiers de ce siècle.

La morphologie et la physiologie florales ont offert, liées l'une à l'autre, un champ d'études s'élargissant toujours en raison des nouveaux résultats acquis.

La phytographie a déjà grandement profité de ces nouveaux filons et n'en doit pas moins espérer beaucoup des efforts poursuivis dans la même voie. Pour avoir méconnu ces variations florales, elle a été maintes fois amenée à créer des espèces, plus rarement des genres, qu'un examen ultérieur a dû invalider. Ces fausses espèces ont été fondées sur les particularités d'organisation suivantes :

1° Hétérostylie;
2° Cleisto-chasmogamie;
3° Imperfection d'un des organes sexuels;
4° Dioïcité;
5° Dimensions de la corolle (et incidemment son avortement, sa coloration);
6° Pilosisme floral.

Quelques anomalies florales ont aussi donné lieu à la création d'espèces.

Le présent essai a pour objet l'examen critique de certaines formes qualifiées d'espèces et afférentes à ces divers chefs.

A. — Espèces.

I. *Phytographie et hétérostylie.* — Parcourant jadis la belle Monographie des Oxalidées de Jacquin (1), j'avais été frappé de la ressemblance de

(1) *Oxalis. Monographia iconibus illustrata*, 1794.

certaines espèces que distinguent presque uniquement les rapports de longueur des organes sexuels.

En 1863, M. R. Trimen écrit à Darwin qu'il a trouvé au Cap une espèce d'Oxalis trimorphe; et l'auteur *des différentes formes de fleurs* donne le résumé d'un travail de M. Hildebrand, où il est constaté, par l'examen d'un grand nombre de spécimens d'Oxalis d'herbiers, que vingt espèces sont certainement *hétérostylées* et *trimorphes*, et que cinquante et une autres le sont presque certainement (*Trad. franc.*, p. 174).

Comparez dans l'ouvrage de Jacquin les *O. flabellifolia,* tab. 74, et *pectinata,* tab. 75, et vous ne pourrez signaler aucune différence dans les feuilles, ni dans les trois verticilles extérieurs de la fleur qui a les pétales jaunes dans les deux. Je relève la principale, ainsi exprimée dans le *Prodromus* de de Candolle, t. I, p. 702 : *stylis intermediis* pour la première espèce, *stylis longissimis* pour la seconde.

A la suite des descriptions des *O. lepida*, *monophylla* et *rostrata*, Jacquin ajoute cette remarque :

« Hæc et duæ subsequæ habitu, foliis, bulbo, floribusque adeo similes sunt ut ægre distingui possint. *Genitalia vero differunt quam maxime.* »

Il est étrange que cette observation ait si peu dessillé les yeux de l'auteur qu'il a établi les divisions du genre sur la longueur relative de l'androcée et du gynécée.

Il n'est pas douteux que nombre de genres riches en espèces aux fleurs polymorphes ne se prêtent à de semblables observations. Les espèces ont dû être multipliées à plaisir chez plusieurs d'entre eux, en vertu du principe que les caractères les plus importants reposent sur les organes floraux; d'où la nécessité pour les phytographes modernes de soumettre les représentants de ces genres à une sérieuse révision.

En ce qui touche au genre *Oxalis*, je rappellerai qu'en 1860 Michalet découvrait en outre chez l'*O. Acetosella* l'existence de deux sortes de fleurs (*Chasmo-cleistogamie* de M. Delpino) : les unes, vernales, assez grandes et ouvertes, suivies par d'autres de la grosseur d'une tête d'épingle et toujours fermées, les deux donnant également des graines (v. *Bull. Soc. bot. de France*, VII, 465). Trois ans après, H. von Mohl donnait à cet égard des détails plus précis (in *Botan. Zeit.*, XXI, 314, 321). N'est-elle pas étrange cette coexistence de deux types de pléiomorphie, hétérostylie et chasmocleistogamie, dans un genre dont toutes les espèces sont comme unies entre elles par d'étroits liens de consanguinité?

« Par cunctis facies, qualem decet esse sororum. »

(JACQUIN.)

On a depuis longtemps constaté dans plusieurs espèces du genre *Linum*, notamment chez les *Linum montanum, sibeiricum, gallicum, maritimum, strictum*, d'après Vaucher (*Hist. physiol. des Pl. d'Eur.*, I, 401), l'existence de deux sortes d'individus, les macrostyles et les microstyles, et la création de quelques fausses espèces dans ce genre paraît dûe à la méconnaissance de ces variations. Reichenbach écrit du *L. Leonii* Sch. bip. : « Videtur *L. perennis* forma macrostylis. » A l'en croire, les *L. barbulatum* Lang. et *marginatum* Poir. (1) ne seraient encore que des formes brachystyles du *L. austriacum ;* enfin le *L. humile* Mill. doit rentrer dans le *L. usitatissimum* (*Icon Flor. germ.*, VI, 63).

Le *Primula brevistyla* D. C. (*Flor. franc.*, V, 383), est généralement rapporté au *P. variabilis* Goup.

II. *Phytographie et cleisto-chasmogamie.* — Non moins trompeuses sont ailleurs la grandeur jointe à l'occlusion ou à l'ouverture de la corolle. La *cleistogamie* et la *chasmogamie*, parfois déterminées par des influences climatériques, peuvent faire attribuer en effet à deux espèces différentes des échantillons d'une seule de provenances diverses ; cela aurait pu être le cas du *Pavonia hastata* à fleurs parfaites au Brésil, cleistogames à Marseille ; du *Juncus bufonius*, cleistogame et triandre dans quelques parties de la Russie (Heckel). La phytographie avait distingué deux espèces de *Vandellia*, les *V. nummulariæfolia* Don. et *sessiliflora* Benth. En 1867, M. Kuhn crut devoir les considérer comme deux formes d'une même espèce, écrivant :

« Meine Ansicht geht nun dahin dass *Vandellia nummulariæfolia* der meist sterile Zustand von *sessiliflora* ist. »

et il les caractérise ainsi :

La première : *forma floribus plerumque petiolatis, apertis, sterilibus ;*

La deuxième : *forma floribus plerumque sessilibus, cleistogamis, fertilibus* (in *Botan. Zeit.*, XXV, 66) (2).

III. *Phytographie et imperfection des organes sexuels.* — Dans d'autres cas le polymorphisme floral consiste dans la stérilité complète ou incom-

(1) De Candolle écrivait de cette espèce : « *L. usitatissimo simillimum sed flores minores* (*Prod. regn. veget.*, I, 426.)

(2) Je ne saurais rien dire de ces espèces qui me sont inconnues. Mais, en ces sortes de déductions, il importe, à mon sens, de garder une sage réserve. Je tiens pour hasardeux d'écrire, avec MM. Errera et Gevaert : « Nous pensons que le *Specularia Speculum* doit être regardé comme une forme adaptée à l'allogamie dont le *S. hybrida* serait la forme autogamique. » (In *Mém. Soc. roy. de Bot. de Belgique*, t. XVII, p. 149.) Ailleurs, ces auteurs, rangeant, à l'exemple de M. H. Müller, dans le groupe des hétéro-mésogames les *Malva sylvestris* et *rotundifolia*, concluent : « On arrive par les degrés les plus insensibles de l'un à l'autre de ces cas. » (*Ibid.*, p. 147.) Mais, ayant fréquemment l'occasion, durant l'été et l'automne, de rencontrer ces deux espèces sous mes pas, dans le Tarn, je les ai toujours trouvées également distinctes, et sans le moindre intermédiaire. Lamotte a vu, dans le Cantal, un hybride des deux, le *M. rotundifolio-sylvestris*. (*Flor. d'Auv.*, 160.)

plète d'une espèce ailleurs fertile, par des causes indéterminées, stérilité due à l'imperfection de l'étamine. Tel le *Gladiolus Guepini* Koch, qui, d'après M. Arnaud, ne serait autre que le *G. segetum forma sterilis*; les anthères étant en partie atrophiées et sans pollen. (In *Bull. Soc. bot. de France*, t. XXIV, pp. 266-271).

IV. *Phytographie* et *dioïcité*. — Très intéressant encore est, au point de vue des appréciations diverses dont il a été l'objet, le polymorphisme du *Petasites officinalis* Mœnch.

Le grand législateur de l'histoire naturelle a eu le tort d'inscrire, à titre d'hybride, comme il l'a fait sans plus de motifs pour tant de légitimes espèces, sous le nom de *Tussilago hybrida*, une simple forme sexuelle qui aurait dû rentrer dans son *T. Petasites* (*Speci. Plant.*, 2e édit., 1215). Il fut suivi dans cette voie par l'auteur de la *Flore du Dauphiné*, III, 180-181 (1789), et par Murray (*Syst. veget.*, 621, 1798). Mais bien que Villars fasse porter la distinction des deux espèces à la fois sur les organes végétatifs (1) et floraux, ils ne suffisent pas en ce cas à en valider l'autonomie, témoin la différence de sexualité constante entre les capitules des deux formes, et la nécessité de leur commune intervention pour la reproduction par graines.

Aussi, dès 1771, Willdenow (*Spec. Plant.*, IV, 1805), puis Persoon (*Syn.*, II, 455, 1807), imités par de Candolle (*Flor. franç.*, IV, 158) et Poiret (in *Dict. bot. de l'Encyclop.*, VIII, 148) n'y voient que deux formes d'une même espèce, l'une aux fleurs presque toutes hermaphrodites, au nombre de 18 ou 20 par capitule, avec les stigmates ovales épais à peine échancrés, les thyrses étant ovales-oblongs ; l'autre femelle aux thyrses allongés-oblongs, les têtes étant de 80 à 100 fleurs, avec les stigmates bifides à lobes linéaires.

Lorsque, plus près de nous, le genre *Petasites* a été créé aux dépens du *Tussilago* L., certains phytographes ont adopté à bon droit, pour le *T. Petasites* L., le nom de *Petasites officinalis* Mœnch (*Method.*, 568, 1794), tels Koch (*Synops.*, 383), Grenier et Godron (*Fl. de Fr.*, II, 89), MM. Willkomm et Lange (*Prodr. Fl. hispan.*, II, 28), Godet (*Fl. du Jura*, 339), Bonnet (*Pet. Flor. paris.*, 202). Mais d'autres, enfreignant la loi de priorité, peut-être en souvenir de *Petasites major et* VULGARIS C. Bauh., ont préféré, à la suite de Desfontaines (*Flor. atlant.* II, 270, 1798-1800), *P. vulgaris*, tels Reichenbach (*Flor. excurs.*, II, 259), de Candolle (*Prodr.*, VII, 216), Cosson et Germain (*Flor. env. Paris*, II, 423), Delastre (*Flor. de la Vienne*, 242), Lecoq (*Géogr. bot.*, VII, 14), Royer (*Flor. de*

(1) Villars exprime ainsi les caractères différentiels des organes végétatifs : *Tuss. Petasites :* foliis cordatis amplis obscuris crassis utrinque hispidis ; *T. hybrida :* foliis cordatis obscuris, subtus hispidis. (*Loc. cit.*, p. 181, note.)

Côte d'or, 337), de Vos (*Flor. de Belg.*, 63), Lloyd et Foucaud (*Flor. de l'Ouest*, 4e éd., 180). Plusieurs d'entre eux ne font nulle mention du *Tussilago hybrida* L., et décrivent la plante comme *incomplètement dioïque* (Cosson et Germain), ou lui attribuent soit des *capitules floraux subdioïques*, (de Vos), soit des *fleurs presque dioïques* (Lloyd et Foucaut). Duby inscrit *Tuss. Petasites* avec omission de *T. hybrida* (*Bot. gall.*, I, 260), imité par Gussone (*Flor. sicul. synops.*, I, 497).

De Candolle persiste à admettre les deux formes, substituant aux signes indiquant fleurs hermaphrodites fleurs femelles, les deux indications suivantes : *submasculus, thyrsi ovati, pedicellis simplicibus ; thyrsi elongati, pedicellis plerisque ramosis (Prodr.)*. Mutel n'hésite pas à y voir deux *variétés* (*Flor. franç.*, II, 109), tandis que Grenier (*Flor. chaîn. jurass.*, 399), suivi par Bouvier (*Flor. de Suisse et de Sav.*, 336), inscrit au-dessous de la description du *P. officinalis*, répondant au *Tussilago Petasites* L. : « β *hybrida*, calathides de moitié plus petites et atteignant à peine 5 à 6 millimètres de longueur, *T. hybrida* L. »

Or, nous n'avons affaire là ni à des *variétés*, simples modifications du type spécifique; ici représenté par deux formes sexuelles, ni à un *hybride* (1). C'est un simple cas de dioïcité, comme le reconnaissait le premier, je crois, en 1813; un botaniste nommé Watd, déclarant qu'à Elemont (Haut-Rhin), où les deux plantes étaient abondantes, elles croissaient toujours dans le voisinage l'une de l'autre ; que la forme répondant au *Tussilago Petasites* L. atteint au plus 217 millimètres, restant constamment stérile et se desséchant sans fructifier, tandis que l'autre forme *T. hybrida* L. dépasse ordinairement 352 millimètres, mûrit toutes ses graines bien aigrettées, après avoir reçu le pollen de la première. (In Desvaux, *Journ. de Bot. appliq.*, I, 171.)

Ce cas rentre dans la *gyno-diœcie* de Darwin, avec cette particularité que les *Thymus vulgaris, Satureia hortensis* et autres Labiées données par ce sagace observateur comme exemples de ce genre de dioïcité (*Diverses formes de fleurs*, 306), ont, à l'inverse du *Petasites officinalis*, les deux sortes de pieds semblables. Du reste, cette dernière espèce ne figure pas dans l'ouvrage en question.

Je rappelle incidemment que M. Alex. Jordan a cru devoir créer aux dépens de ce type quatre espèces, les *P. officinalis, Reuteriana, riparia, pratensis*, dont Boreau n'inscrit que les deux dernières dans sa *Flore du Centre*, II, 321.

Au résumé, la plante de nos jours dénommée *Petasites officinalis*

(1) En 1869, M. Hildebrand s'est occupé du *Petasites officinalis* dans ses recherches sur les rapports des sexes chez les Composées, admettant que les cas où les capitules sont exclusivement mâles ou exclusivement femelles résultent, selon la plus grande vraisemblance, de modifications de types hermaphrodites (*Ueber die Geschlechtsverhælt bei den Compositen*, Dresde).

Mœnch ou *P. vulgaris* Desf., a représenté d'abord deux espèces pour Linné, Villars, Murray ; une seule espèce sous deux formes sexuelles pour Willdenow, Persoon, de Candolle, Poiret ; une plante dioïque pour Watd ; une espèce sans autre pour Duby, Gussone ; une espèce avec deux variétés pour Mutel, ou avec une dite *hybrida*? pour Grenier ; deux espèces pour Boreau ; quatre pour M Jordan.

V. *Phytographie et dimensions de la corolle, son avortement, sa coloration.*— 1. Depuis que Schimper a décrit son *Symphytum bulbosum*, principalement caractérisé par son rhizome bulbifère et par ses étamines et les *fornices* dépassant le limbe très réduit de la corolle (in *Flora od. Botan. Zeit.*, VIII, p. 17, 1825), ce type a été admis, ou comme espèce, et soit sous cette dénomination, soit sous celles de *S. filipendulum* Bisch. (*Ibid.* IX, 561, *Icon.*), *S. Clusii* Gmel., *S. punctatum* Gaud., *S. macrolepis* J. Gay, etc., ou comme variété du *S. tuberosum* L. (Bertol., *Flora italica.*, II, 316), variété inscrite dans le *Flora italiana* de Parlatore et Caruel, VI, 880, sous le nom de *Clusii*.

L'espèce a été admise et figurée dans deux des grands ouvrages illustrés de Reichenbach (*Icon. crit.*, III, t. 220 ; *Icon. Florœ german.*, XVIII, t. 1405), mais représentée avec les tubercules (un seul dans la première figure, deux dans la seconde) globuleux complètement nus, tandis qu'ils sont ovoïdes et fibrillifères dans celle due à Bischoff ; et dans le dernier ouvrage cité de Reichenbach la même planche porte les figures du *S. bulbosum* et d'une espèce voisine, le *S. Ottomannum* Friw.

Mais cette espèce des uns, cette variété des autres ne serait-elle, comme le suggère M. Caruel, qu'un cas de polymorphisme floral ? J'ai peine à le croire, malgré les variations du rhizome et de la fleur, et malgré cette déclaration de mon savant collègue à propos des *Symphytum bulbosum*, *Zeyheri* Schimp., *mediterraneum* Koch et *Gussonei*, *F. Schu.* « tutte forme secondo me, e forse stati diversi di un medesimo individuo, del *S. tuberosum* » (*Loc. cit.*, 882). Si le *S. bulbosum* s'étend depuis Heidelberg jusqu'à Naples (J. Gay), s'il croît communément autour de cette ville, de Bologne, de Trévise et de Padoue (Caruel), il est étrange de le voir totalement manquer en France, la Corse exceptée, et notamment dans notre sud-ouest où le *S. tuberosum* est abondant et sans variations ; du moins je n'en ai pas observé et ne sache pas qu'on en ait signalé.

Il est un groupe de Digitales à corolle jaune et glabre et où cet organe varie de grandeur et aussi un peu de forme. Reichenbach en a figuré quelques-unes (*Icon. crit.*, II, t. 151 à 153). Faut-il, avec Bentham, les réunir en un seul type spécifique (in De Candolle, *Prodr.* X, 452) (1), ou

(1) A citer néanmoins cette déclaration de Bentham afférente au *D. lutea* : *species florum magnitudine variat, sed in loco natali constanter distinctissima.*

admettre au moins, à côté du *Digitalis lutea* L., le *D. micrantha* Roth?

La même Iconographie comprend les figures des *Melittis, grandiflora sm.* et *Melissophyllum* L., spécifiquement admis par Reichenbach (*loc. cit.* III, t. 241-242); mais bien que le premier ait le tube de la corolle plus long (Ch. Royer), il est repoussé comme espèce, et par Koch (1), et par Bentham (*loc. cit.*, XII, 432), et par Grenier et Godron (*Flor. de Fr.*, II, 700).

2. La diminution de longueur des pétales et l'apétalie ont aussi donné lieu à la création d'espèces et de variétés : L'*Arenaria clandestina* Portensch est considéré par certains phytographes comme une forme estivale de l'*A. graminifolia*. Le *Stellaria apetala,* ou *S. Borœana* Weih., est-il espèce, forme ou variété? Chaubard a rapporté au *Cerastium viscosum* L. une variété γ ainsi caractérisée : « Apetalum floribus pentandris. »

On sait que certaines espèces de Composées radiées perdent dans quelques cas leurs ligules ; l'*Ormenis nobilis* se montre accidentellement discoïde; et il en est ainsi du *Tripolium vulgare* (Lobel), du *Senecio Jacobæa* (Du Mort., Crépin), du *Pulicaria dysenterica* (Giard), du *Leucanthemum vulgare*. Le caractère floral sur lequel M. Reichenbach fils a fondé son *Tanacetum (Leucanthemum) discoideum* (*Icon. Flora german.*, t. XV, t. 988, f. 2) aura-t-il plus de fixité?

3. A vouloir rattacher la coloration de la corolle au polymorphisme floral, on pourrait discuter longuement la valeur d'espèces fondées en grande partie sur ce caractère; et, par exemple, dans le genre *Mimulus* celle des *M. guttatus* D. C. et *variegatus* Lodd., réunis par Bentham au *M. luteus L.* (in De Candolle, *Prodr.*, X, 270), bien que Reichenbach ait cru devoir légitimer à l'aide d'une figure (*Icon. bot. exot.*, t. 204) la validité du premier.

A la date de quelques années, je signalais un nouveau caractère tiré des racines à l'appui de la distinction spécifique des *Anagallis phœnicea* et *cœrulea*. Cette distinction me paraît encore confirmée par ce fait physiologique que j'ai maintes fois constaté chez les individus des deux espèces croissant simultanément dans le même guéret et à la même heure du jour : l'occlusion de la corolle chez l'un, son ouverture chez l'autre.

On a vu le *Rosa punicea* corn. faire retour au *R. lutea* L.

VI. *Phytographie et pilosisme floral.* — Je me bornerai à l'examen détaillé d'un seul type, le *Campanula persicifolia* L. avec sa variété *eriocarpa*.

Cette espèce, notable entre toutes ses congénères par sa large diffusion en Europe et par sa rusticité, par la beauté de son port et de ses fleurs qui lui ont valu une place dans les jardins et le nom vulgaire de *Bâton*

(1) Écrivant : « *M. Grandiflora Sm...*, calyce 4-dentato non differt (*Syn.* 648).

de Jacob, offre de nombreuses variations de taille, de pubescence, de *glabrisme* ou *pilosisme* de l'ovaire et du péricarpe. La discussion de la valeur de ce dernier caractère n'est pas sans intérêt.

Le *Campanula persicifolia* est donné comme glabre par Linné, Lamarck, Loiseleur Deslongchamps, Gouan, de Saint-Amans, Brébisson, Bertoloni, Parlatore, MM. Willkomm et Lange, etc. Mais dès 1760, Scopoli (*Carn.*, n° 228) en distingue un état *calice piloso*, et, quelques années après, Gilibert d'une part (*Flor. lithuan.*, 1785, p. 10), et de l'autre Kitaibel (ap. Schultes, *Flor. austr.*, 1800, n° 900), décrivent comme espèces différentes de la première, à laquelle elles ont été rapportées depuis par M. Alph. de Candolle (*Monog. Campan.*, 322-3), l'un son *C. speciosa* aux « calyces hirsuti, pilis compositis rigidis albissimis », l'autre son *C. dasycarpa* « uniflora calyce scabro-piloso ».

En 1815, de Candolle écrivait à propos du *C. persicifolia :* La variété γ que j'ai reçue de Sorèze a le calice hérissé de poils blancs raides et nombreux », et ce savant se demande si ce ne serait pas une espèce distincte (*Flor. franç.*, III, 70).

Aux portes de Toulouse, sur les coteaux dits de Pech-David et de Vieille-Toulouse, le *C. persicifolia* se montre *constamment* avec l'ovaire couvert de poils blancs.

Le capitaine Serres remarquait, en 1836, à propos de cette particularité : « On a souvent fait des espèces pour des différences moindres que celle-là » (*Flor. abr. de Toulouse*, 57); et, en 1855, Ed. Timbal-Lagrave n'hésitait pas à gratifier la plante du titre d'espèce sous le nom de *C. subpyrenaica* (in Billot, *Arch. Flor. France et Allem.*, février 1855) : *Calice plus grand couvert de poils aplatis, arqués, très abondants ; ovules entourés d'une substance succulente et charnue ; fleurs plus grandes ; feuilles plus longues, arquées en dehors, graines blanches ou blanc roussâtre, avec deux anneaux bruns aux deux extrémités, aux points occupés par la chalaze et le micropyle*, tels sont les caractères distinctifs qu'il lui assigne. Mais je ne sache pas qu'elle ait été admise par un seul botaniste, et comme la tendance à la villosité de l'ovaire est très marquée dans le genre *Campanula*, plusieurs autres de ses prétendues espèces ont subi le même sort, telles les : *C. eriocarpa* Bieb., rapporté par Alph. de Candolle comme var. γ *eriocarpa* au *C. latifolia* L.; *C. urticæfolia*, dont l'ovaire est hispide (Kirschl.), au *C. Trachelium ; C. verruculosa* Link et Hoffm. au *C. Rapunculus* à titre de var. β *calyce strigoso ; C. ruthenica* Bieb. comme var. au *C. bononiensis* dont il différerait *præcipue calyce incano*. D'autres espèces ou n'ont rien de fixe à cet égard, comme le *C. cervicaria*, dit : *calyce glabro vel pilis... tecto*, ou montrent cette modification assez fréquente pour donner lieu à une variété ; ainsi Koch attribue une variété *dasycarpa* aux *C. Trachelium et patula* (*Syn.* p. 539 et 541). Bieberstein a rapporté à son *C. collina*

deux var. α *major... germinibus hispidis;* β. *major... calycibus glabris*, croissant en des lieux différents dans le Caucase et en Taurie.

Bien que la présence de ces poils sur l'ovaire de la plante ait été considérée comme un *accident* par Arrondeau (*Flor. toulous.*, 273), comme un *état maladif* par Loret et Barrandon (*Flor. de Montpell.*, 415) ; comme caractère d'une sous-variété par Kirschleger (*Flor. d'Alsa.*, I, 375), elle lui vaut, quand elle est bien accusée, le titre de *variété*, ainsi que l'ont admis les deux de Candolle cités, Koch, Grenier et Godron, et plusieurs autres phytographes. J'ai remarqué, — observation déjà faite par Arrondeau — que cette particularité se lie à l'existence de petites touffes de poils blancs à la base des feuilles supérieures. On peut qualifier de *variations* les états intermédiaires qu'offrent certains pieds entre les caractères de l'espèce et ceux de la variété. Timbal-Lagrave aurait-il conservé son opinion, s'il avait eu connaissance de ces formes de passage ?

La répartition comparée du type et de la variété du *C. persicifolia* réclame un examen spécial.

D'abord certains floristes signalent ou décrivent uniquement le premier, tels, comme il a été dit plus haut, en Italie Bertolini et Parlatore, en Espagne MM. Willkomm et Lange (1), exemples suivis en Belgique par le P. Bellynck (Namur) et par M. A. de Vos ; en France par Hollandre (Moselle), Michalet, Grenier (Jura), Brébisson (Normandie), Cosson et Germain, Bonnet (Seine), Lloyd (Ouest), Ch. des Moulins (Dordogne), Laterrade, Guillaud (Gironde), Balbis (Lyon), Villars, Mutel (Dauphiné), Lecoq, F. Gustave et F. Héribaud-Joseph (Auvergne), Lapeyrouse (Pyrénées).

On a noté la coexistence de l'espèce et de sa variété, mais sans détails précis, en Orient (Boiss.), en Alsace (Kirschl.), dans le Forez (Legrand), dans la France centrale (Boreau), dans le Tarn-et-Garonne (Lagrèze-Fossat), dans les Pyrénées-Orientales et centrales (Philippe) (2), dans l'Ariège (Arrondeau) ; et j'ai pu constater à Sorèze (Tarn) dans les vallées dites de Durfort et de la Mandre, un tel mélange des deux croissant en touffe sur certains points qu'elles se trouvaient réunies dans une même poignée cueillie au hasard. C'est, du reste, comme on l'a vu, la localité d'où de Candolle reçut pour la première fois la variété (voy. *Flore franc.*, III, 700), à tort omise dans le *Botanicon gallicum* de de Candolle et Duby (1828).

En général, la variété, quand elle croît avec l'espèce, est ou moins commune, notamment dans le Centre (Boreau) et dans le Lot (Puel), ou

(1) La plante est décrite comme glabre par les quatre derniers auteurs : *Flora italica*, II, 471 ; *Flora italiana*, VIII, 130 ; *Prodromus Floræ hispanicæ*, II, 293); la variété à fruit villeux manquerait-elle à l'Italie et à l'Espagne ?

(2) L'échantillon de l'herbier Lapeyrouse, recueilli à « Montlouis, Vicdessos » est à calice glabre.

confinée en certains points, savoir : En Savoie à Annecy (Bouvier) ; dans l'Ain, à Belloy, Parves, Mauzin (Cariot) ; dans la Côte-d'Or, à Nuits (Ch. Royer) ; dans la Vienne, au bois de Scevole (Delastre) ; dans l'Aveyron, à Saujac et à la côte de Salvagnac (Bras) ; dans le Lot-et-Garonne, à Libos (Chaubard d'après Puel) ; dans l'Hérault, à Avène (Loret et Barrandon).

Mais sous quel nom désigner la variété ?

On ne saurait adopter avec Gillet et Magne *subpyrenaica* (*Nouv. Flor. franç.*, 3e éd. 200), mot de création relativement récente et en désaccord avec la large extension de la variété ; ni *hispida*, de Puel (*Catal. Pl. du Lot*, 51), Lejeune ayant décrit sous ce nom, comme espèce (*Fl. de Spa*, suppl. 298) une forme toute poilue du *C. persicifolia*, devenue var. *hispida* in Alph. de Candolle, *Monogr.*, 323 (1).

P. de Candolle s'était borné, dans sa *Flore française*, à désigner ainsi la variété en question : « γ calice hispide », suivi par son fils (*loc. cit.* et in De Candolle, *Prodr.*, VII, 1re part., p. 479).

En 1844, Koch la qualifie d'*eriocarpa* (*Synops* 541), remplacé à tort soit par *lasiocalyx* (Gren. et God., *Fl. de Fr.* II, 420), soit par *lasiocarpa* (Camus, *Cat. Pl. de Fr.*, 188), tous deux postérieurs en date et dont le premier est défectueux, car la villosité recouvre l'ovaire et le fruit, tout le calice étant supère.

Je crois devoir rappeler que M. Feer, de Genève, a considéré comme cas de *variété pathologique* ou de déformation du *C. persicifolia* par raccourcissement considérable de toutes les parties, devenue héréditaire, le *Campanula planiflora*. Lamck, *Dict. de bot.*, I, 580. (V. Morot, *Journ. de Bot.*, IV, 379.)

B. — Genres.

Faut-il rappeler : 1° que Gasparrini (2) a élevé au rang de genre, sous le nom de *Pileocalyx*, la courge ou potiron turban, le *Cucurbita turbanæformis* Rœmer, simple *variété* d'après M. Ch. Naudin (in *Annal. Sc. nat.*, 4e sér., VI, 14-15), mais plutôt *anomalie*, fixée par la culture, du potiron ordinaire.

2° Que de simples formes du périanthe se sont montrées assez différentes dans certains genres d'Orchidées, *Cynoches* et *Catasetum* entre autres, pour que les individus les offrant aient été considérés comme types d'espèces ou de genres distincts. De même, aux yeux de plusieurs Orchidophiles, les genres *Uropedium*, *Aclinia*, *Paxtonia* ne seraient respec-

(1) Koch fait justement remarquer chez cette variété l'absence de villosité au calice (ovaire) : « Es ist sonderbar, dass der Kelch bei der Kurzhaarigen Abart Kahl und bei der Kahlen dicht weiss borstig-steifhaarig vorkommt. » (Mertens et Koch, *Deutschl. Flora*, II, 161.)

(2) *Osservazioni diagnost. e morfol. sopra alcune specie di Zucche coltivate.*

tivement que des variations anomales ou des pélories des genres *Selenipedium*, *Dendrobium*, *Spathoglottis*.

3° Que l'on a décrit, sous le nom générique de *Dampierrea*, une anomalie de Campanule à corolle polypétale.

4° Que l'*Aplectrocapnos* Boiss. représente un *Sarcocapnos* accidentellement dépourvu d'éperon.

5° Que de simples formes des *Bromus tectorum* L. et *arduennensis* Spring ont été considérées comme genres dénommés *Anisantha* pour le premier (l'espèce étant *A. pontica* Koch, d'après Grisebach), *Calotheca*, *Michelaria*, *Libertia* pour le second.

C. — Anomalies

Un certain nombre de cas de déviations dans l'organisation florale ont été tenus pour espèces distinctes. Je me borne à citer le suivant:

Ch. Royer a décrit comme espèce sous le nom de *Cardamine deciduifolia*, une anomalie, portant sur toutes les parties de *C. pratensis* L., et caractérisée par les déviations florales suivantes: « Anthères plus ou moins atrophiées; style beaucoup plus long que les étamines; siliques avortées ou au moins à graines stériles. » (*Flore de la Côte-d'Or*, 83.)

La question traitée dans ces quelques pages se prêterait à une bien plus large extension, et il peut paraître téméraire d'en borner l'étude à ce petit nombre d'exemples. Mais en présence de cette admirable ardeur qui pousse la génération nouvelle des naturalistes vers la découverte de nouveaux faits, n'y a-t-il pas lieu de chercher à grouper de temps à autre, et comme par étapes, les résultats d'observations de même ordre et à en embrasser l'ensemble? C'est le mobile qui a suggéré cette ébauche, où j'ai à dessein négligé de discuter, faute de preuves, la nature des représentants de quelques genres (les Orobanches, par exemple), figurant dans nos Flores à titre d'espèces, mais que certains phytographes sont tentés de prendre pour de simples formes.

M. L. BRAEMER

Chargé de cours à la Faculté de Médecine de Toulouse.

LES RÉACTIONS HISTOCHIMIQUES ET L'HESPÉRIDINE

— Séance du 5 août 1893 —

En 1872, *J. Sachs* (*Lehrb. d. Botanik*, 3te Aufl., p. 66) signala dans les fruits non mûrs de l'oranger des sphéro-cristaux qui se formaient comme ceux d'inuline sous l'influence de l'alcool. Après une étude approfondie, *W. Pfeffer* (*Botan. Zeit.*, 1874, p. 529) rapporta ces cristaux à l'*hespéridine* découverte par *Lebreton* en 1828. Le travail de *Pfeffer* fut le point de départ d'une série de recherches chimiques entreprises par *Hilger* et *Hoffmann* (*Ber. d. chem. Gesell.*, IV, p. 26), continuées par *Tiemann* et *Will* (*Ibid.*, XIV, p. 946) et qui établirent que l'hespéridine était un glucoside se dédoublant sans hydratation en glucose et *hespéritine*, cette dernière soluble dans l'alcool.

D'autre part, les histologistes ont retrouvé des sphéro-cristaux analogues dans des plantes appartenant à des familles très éloignées de celle des Rutacées. Ainsi *Mika* (d'après *Just's Botan. Jahresber.*, f. 1878, p. 20) les signala dans l'épiderme du *Capsella Bursa pastoris; Ad. Meyer* (*Anat. Charakt. off. Blätter*, p. 7, 1882) rapporta, avec doute il est vrai, à l'hespéridine les cristaux de l'épiderme du *Conium maculatum*, de l'*Æthusa cynapium* et du *Ptelea trifoliata*; enfin *Flückiger* et *Shimoyama* (*Beitr. z. Kennt. d. Bukubl. — Arch. d. Pharm., XXVI, 2, 1888*), établirent que les sphéro-cristaux de l'épiderme des feuilles de Buchu n'étaient pas de l'inuline, mais bien de l'hespéridine.

Ces feuilles constituent un sujet d'étude très approprié à des recherches histochimiques. Grâce à la présence d'un hypoderme gélifiable, on peut facilement, après une macération de quelques heures dans un liquide aqueux, détacher avec une pince ou une aiguille de grands lambeaux de l'épiderme supérieur qu'on prive très facilement, par lavage, du mucilage qui pourrait y adhérer. En étudiant comparativement l'action des réactifs sur les sphéro-cristaux du Buchu et sur l'hespéridine isolée (fournie par Merck), j'ai cherché à préciser cette action et à ajouter quelques données nouvelles aux résultats si bien établis par *W. Pfeffer*.

Les sphéro-cristaux préexistent dans les feuilles sèches du Buchu sans qu'il soit nécessaire de les précipiter par l'alcool ou la glycérine, comme dans les *Citrus*. Ils sont de belle couleur jaune et se groupent de façons diverses dans les cellules épidermiques, dont la plupart en renferment un ou deux *(fig. 1.)* Ils sont biréfringents mais non dichroïques. Ils sont insolubles dans l'eau, l'alcool étendu ou absolu, la glycérine, la solution saturée d'hydrate de chloral et les autres dissolvants neutres. Ils sont également insolubles *à froid* dans les acides chlorhydrique et acétique. Un long séjour des préparations dans ce dernier fournit des cristaux incolores à striation radiale très apparente. L'ébullition dans une grande quantité d'acide, c'est-à-dire dans une capsule et non sur le porte-objet, amène leur disparition par dissolution. L'acide sulfurique n'agit sur eux que s'il est concentré, il les dissout alors avec une belle coloration orangée qui

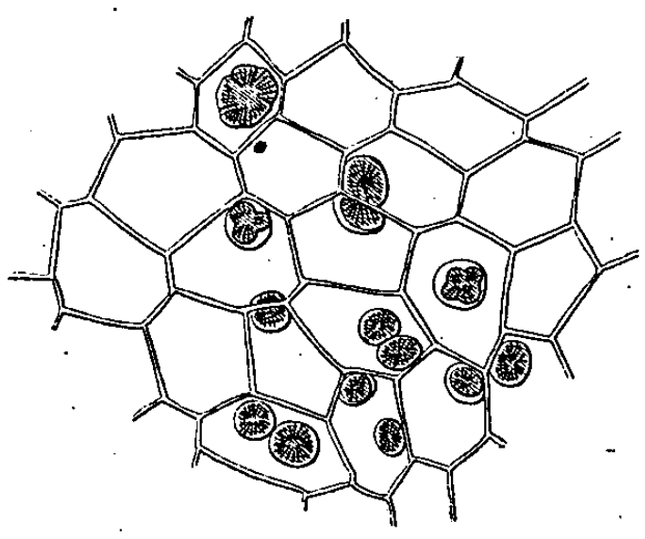


FIG. 1.

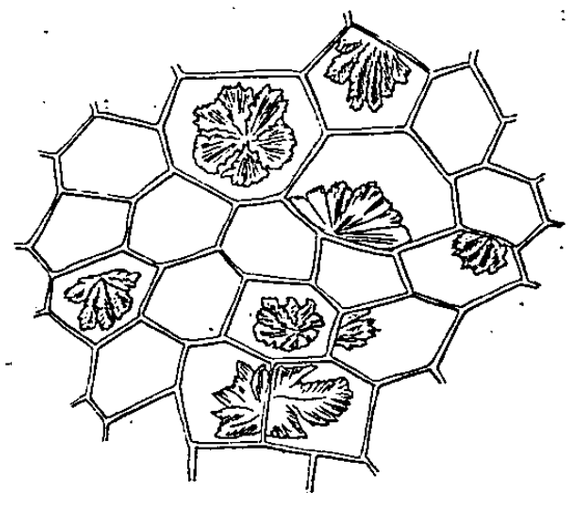


FIG. 2.

vient imprégner toute la préparation. Mais l'acide étendu seulement de son volume d'eau les laisse parfaitement intacts; additionné de son volume d'alcool à 90°, il agit comme quand il est concentré, tout en n'attaquant pas les parois cellulaires. Il y a donc avantage à se servir d'alcool sulfurique à 50 0/0. La soude en solution aqueuse au 1/10 les dissout instantanément; au 1/50, elle agit plus lentement et permet de suivre l'action du dissolvant sur les sphérites. La solution est colorée en beau jaune. L'ammoniaque même concentrée agit lentement et difficilement. L'iode est sans action. Le picro-carmin colore en jaune les parois et en rouge les sphérites qui sont entièrement solubles en orangé dans les alcalis. Les sels de cuivre et de fer sont sans action. Le bichromate de potassium (sol. saturée) colore en rouge brun toute la préparation; si, après avoir lavé à l'eau distillée, on ajoute de la soude au 1/50 sur le porte-objet même, la couleur des sphéro-cristaux s'éclaircit et ceux-ci se dissolvent en jaune comme par l'action directe de la soude. Si on ajoute, au contraire, de l'acide sulfurique au 1/2, la dissolution est jaune verdâtre (couleur du

chlore). La liqueur cupro-potassique donne une dissolution de même couleur, sans réduction ni à froid ni à l'ébullition. Enfin, la réaction qui m'a paru la plus nette s'obtient en faisant macérer des feuilles entières ou l'épiderme détaché, dans de l'alcool à 50° c. renfermant 5 0/0 d'acide sulfurique concentré. Les cristaux de jaunes deviennent incolores et prennent la forme de feuilles de fougères *(fig. 2)*. Cette forme nouvelle *ne disparaît pas* par l'ébullition dans l'alcool sulfurique à 50 0/0, l'alcool absolu ni l'acétique concentré. Les divers réactifs, notamment l'alcool sulfurique acide à 50 0/0, la soude au 1/50, agissent comme sur l'hespéridine en sphéro-cristaux. La nature chimique de cette forme nouvelle reste à déterminer.

M. le Dr L. QUÉLET

A Hérimoncourt (Doubs).

QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE FRANCE (1)

— *Séance du 5 août 1893.* —

LEPIOTA CINERASCENS. — Stipe fibrocharnu, à moelle soyeuse, très fragile, satiné, *blanc*, pruineux en haut, fibrillosoyeux au-dessous d'un anneau membraneux, caduc et *blanc*. Peridium convexe (0m,05-7), revêtu de mèches fibrillosoyeuses, *gris* clair, puis bistré ; chair tendre, à saveur douce, blanche. Lamelles écartées, étroites, blanc de cire. Spore pruniforme oblongue (0mm,008-9), hyaline. *(Pl. III, fig. 1.)*

Été. Dans les forêts des environs de Marseille (Réguis). Il est voisin de *holosericea*, dont il paraît être une variété.

LEPIOTA GLOBULARIS. — Stipe grêle, fistuleux, à moelle soyeuse, satiné, blanc rosé, sortant d'un mycelium filiforme, réticulé et blanc ; anneau membraneux, mince, *brun bistre*, formant souvent une frange au bord de la marge. Peridium *globuleux* (0m,01), finement *papilleux*, *brun* ou bai violacé, puis ouvert (0m,02) excorié au bord, chamois incarnat. Chair mince, *blanche* puis *rosée*, à odeur de cresson. Lamelles écartées, *blanches*. Spore ovoïde (0mm,005), hyaline. *(Fig. 2.)*

Automne. — Cespiteux sur l'humus des bosquets et des vergers. Nièvre. (Mme V. Daulnoy.) Cette espèce est voisine de *felina* et *echinellus*.

(1) Ce mémoire peut être considéré comme le dix-neuvième supplément de l'ouvrage : *Les Champignons du Jura et des Vosges.*

LEPIOTA CLYPEOLARIA, var. *gracilis*, *mesomorpha*, Barla, *Fl. myc. ill. p. 31*, t. XVI, *fig. 12-17*. Stipe fluet à moelle soyeuse, flexueux, concolore, plus clair ; anneau soyeux floconneux, fugace. Peridium campanulé (0m,02-3), *tomenteux*, puis excorié en fines mèches, *roux* ou *chamois* plus ou moins rosé, grisonnant ou pâlissant, avec un mamelon fauve ou brun ; chair mince, blanchâtre. Lamelles écartées, *blanc crème*. Spore fusoïde du *clypeolaria*.

Été-Automne. — En troupe dans les bois de conifères et dans les pelouses. Il se distingue de *helomorpha* par une taille plus grande et surtout par la spore. La variété *pratensis*, Fr. est une forme grêle de *clypolaria*, *Bull.*, *pl. 405*, *fig. inf.* et de sa variété *fulva*, clypeolaria, *Bull.*, *pl. 506*, *fig.* 2.

GYROPHILA PHÆOPODIA, *Bull.* Spore ellipsoïde (0mm,008), ovoïde, *grenelée*, hyaline.

GYROPHILA NICTITANS, Fr. est une forme développée de *fulva*, d'après la figure *Bull.*, *t. 574*, *fig. 1*, à laquelle Fries rapporte cette variété ; mais la description du monographia hymenomycetum Sueciæ est bien celle de *acerba*, *Bull.*, *t. 571*, *fig. 2*, qu'il ne connaissait pas encore.

GYROPHILA LASCIVA, Fr. présente au début, et même à la fin, la forme d'un Omphalia ou d'un *camarophyllus*. Spore ovoïde pruniforme (0mm,006-0mm,01) finement grenelée et ocellée. La marge du péridium d'un blanc pur est d'abord tomenteuse.

OMPHALINA FUSCELLA.— Stipe fistuleux, aminci de haut en bas, un peu aplati, *grisâtre*, pruineux et blanc au sommet. Peridium convexe plan (0m,02), ombiliqué puis en entonnoir, légèrement zoné au bord (qui est souvent festonné ou godronné), d'un *gris brun* pâle ou *argileux ;* chair mince, fragile, inodore. Lamelles adnées, peu décurrentes, espacées, épaisses, *blanches*, grisonnant à la base. Spore ellipsoïde pruniforme (0mm,008); hyaline, *(Pl. III, fig. 3.)*

Automne-hiver. — Groupé ou isolé sur l'humus des pins maritime et Strobus, Vosges (Haute-Saône), Touraine.

OMPHALINA VIRGINALIS. — Pruineux, translucide et *blanc*. Stipe capillaire (0mm,005-6), renflé à la base d'où irradient des filaments soyeux. Peridium convexe puis aplani (0m,003-4), ombiliqué, *strié*. Lamelles arquées, *espacées*, *larges*. Spore ovoïde sphérique (0mm,008-9), pointillée, hyaline *(Pl. III, fig. 4.)*

Automne. — Sur les troncs moussus, avec *Mycena cyanorhiza* et *corticola*. Affine à *gracillima*, Weinm., il ressemble à *Mycena echinipes*, puis à *Omphalina scyphiformis*. Saintonge (Paul Brunaud.)

Pluteus pellitus, Pers. Spore ellipsoïde (0mm,007), ou subsphérique. Retrouvé dans le Bourbonnais par M. H. Bourdot, sur les pelouses, en octobre 1892.

DRYOPHILA XYLOPHILA, *Bull.*, *pl. 530*, *fig.* 2. Ces figures rapportées par Fries à *Pholiota unicolor*, représentent aussi bien *Pholiota marginata*. Ces deux espèces ne paraissent être que des variétés de celle établie par Bulliard, car on ne leur trouve pas d'autre caractère différentiel qu'une couleur plus ou moins fauve ou ocracée, et rien n'est plus variable de nuances que les phæosporés, ocracés ou fauves.

HYLOPHILA TOGULARIS, Fr. *A. togularis*, *Bull.*, *pl. 595*, *fig.* 2, paraît être la même espèce que *præcox*, Pers., nom qui, par son heureuse application, mérite

d'être conservé, mais il ne peut pas être identifié avec *Arrhenii*, Fr., *Epic., p. 161*, comme l'a fait Fries, *Hym. eur.* Cependant il convient de conserver aussi le nom de *togularis*, Fr., en souvenir de Bulliard ; et, si l'on ne maintenait pas le nom de Persoon, il faudrait reprendre celui de *cereola*, Schæf., *t. 51*, qui est le plus ancien et dont la figure est excellente.

Pluteolus titubans, *Bull., pl. 425, fig. 1.* — *Pl. vitellinus*, Pers. ne diffère pas spécifiquement de cette espèce et ne doit être considéré que comme une simple forme très peu distincte. *Pl. fragilis*, Fr. et *luteolus*, Fr., ne sont aussi que des formes du même champignon.

Hylophila undulata, *Bull., pl. 535, fig. 2.* Malgré la couleur jaune fauve des lamelles et la forme de péridium plutôt mamelonné qu'ombiliqué, les excellentes figures de cette espèce ont été rapportées par Fries, à *Omphalia undulata* voisin de *hirneola*, tandis qu'elles représentent parfaitement *Naucoria autochthona*, Bk. and Br. Le nom spécifique de Bulliard, outre qu'il a la priorité, est plus heureusement choisi étant tiré de la forme onduleuse du péridium, caractère assez constant dans cette espèce, voyez *Bull. Soc. myc. de Fr.* 1893 (Boudier), *pl. II, fig. 3.* — *Omphalia undulata, Fl. myc.*, p. 250, reste comme variété de *hirneola ;* mais la citation de la figure n'est pas bonne.

Coprinus mutabilis. — Stipe fistuleux, ténu (0m,05-7), pruineux pubescent et *blanc*, puis glabre et diaphane, greffé sur des brins d'herbes pourrissantes. Peridium ovoïde oblong (0m,003-4), mince, *strié*, finement poilu, *safrané*, puis *crème ocracé*, enfin *gris perle* et translucide. Lamelles adnées, linéaires, noires sur l'arête seulement. Spore pruniforme allongée (0mm,013-14), noire. *(Pl. III, fig. 5.)*

Été. — Sur le crottin de cheval. Saintonge (Paul Brunaud). Voisin de *diaphanus*.

Coprinus flavicomus. — Stipe fistuleux, grêle, blanc hyalin. Peridium campanulé (0m,02-3), *gris hyalin* sous un voile fugace, très ténu, pulvérulent floconneux, *ocracé* ou *chamois*. Lamelles adnées, étroites, hyalines, puis bistre noir. Spore pruniforme *polygone* (0mm,008), tronquée au sommet, bistre. *(Pl. III, fig. 6.)*

Automne. — Sur le bois pourri de sapin. Saintonge (Paul Brunaud) affine à *velatus*.

Marasmius cespitum. — Stipe fistuleux, aminci de haut en bas, fibreux, *furfuracé tomenteux, blanc ocracé grisonnant* en haut, *brun* en bas. Peridium hémisphérique puis aplani (0m,02-3), strié au bord, pruineux, *blanc ocracé* puis *chamois ;* chair mince, blanchâtre, sapide, odeur d'*oreades*. Lamelles émarginées *crème* ou *blanc* de *cire* puis *ocracé incarnat*. Spore pruniforme (0mm,007-9), guttulée, hyaline. *(Pl. III, fig. 7.)*

Été. — Cespiteux sur les souches des graminées, sur les racines d'ajonc, Aunis, Nivernais (Mme Daulnoy). Affine à *ingratus* et *impudicus*, des *velutipedes*.

J'avais autrefois rapporté cette espèce, à peine entrevue, et venant de l'Aunis, au *lupuletorum*, Weinm., rangé par Fries dans le genre *collybia*. Dans les *Fungi tridentini, t. 130*, Bresadola donne la figure d'une autre forme du *M. cespitum* sous le nom de *Marasmius lupuletorum* : cette forme, ordinairement plus développée, croît sur un substratum hypogé et non épigé comme la forme de la figure 7 de ce supplément.

Marasmius tomentosus. — *Ass. fr. 1889,* XVIIe sup., p. 4. Ce champignon est

d'abord entièrement d'une couleur *crème ocracé* ; le peridium et la partie inférieure du stipe deviennent ensuite chamois. Le voile tomenteux du stipe est le plus souvent réticulé ; celui du peridium est tomenteux puis soyeux.

Été. — Sur les souches des graminées de l'ouest de la France.

LACTARIUS AURANTIACUS, *Fl. dan., t. 1909, fig. 2.* Ne se distingue des diverses formes du *L. subdulcis*, Fr., que par une légère viscosité du peridium et par une saveur un peu plus âcre. Schæffer, dans la table 73 de ses *Icones fungorum Bavariæ*, sous le nom de *rubescens* (qui serait le premier donné à ces variétés), renferme les figures 1, 2. qui représentent *subdulcis*, Fr., et les figures 3, 4, qui représentent *cimicarius*, Batsch ; et Bulliard, dans sa planche 224, ne figure que *cimicarius*, Batsch, *fig. C*, et sa variété *obnubilus*, Lasch, *fig. A, B, D.*

LACTARIUS TITHYMALINUS (Scop.), Quél., *Flore myc.*, p. 356. Le voile est d'abord *visqueux*, mais il disparaît de bonne heure, et la plupart des spécimens développés n'en portent aucune trace : Scopoli a passé sous silence ce caractère, alors peu frappant, et Fries, n'ayant pas observé ce lactaire à l'état naissant, n'a pas pu le signaler. Le voile visqueux n'étant donc pas mentionné par ces deux auteurs, j'avais, en désespoir de cause, décrit cette magnifique espèce des forêts de conifères, et surtout des mélèzes, sous le nom d'*aurantiacus*, *Flor. dan.*, supplément X (1880), *Ass. fr.*, p. 8. M. L. Rolland, plus tard, en a fait une espèce nouvelle sous le nom de *Pornincis*, *Bulletin de la Soc. myc.* (1890), V, *pl. XIV bis, fig. 2.* Ce champignon paraît avoir été observé aussi par Secretan, *Mycographie*, I, n° 463, sous le nom de *orangé incarnat*, et n° 364, sous celui de *orangé mat. (Pl. III, fig. 8.)*

Russula rubra, de Cand. Cette espèce peu commune et dont les lamelles sont *blanches* (blanc de cire ou crème), présente, au microscope, une spore légèrement *citrine ;* la spore des *Russula virescens*, *incarnata* et *Queletii* est d'une couleur moins prononcée, à peine teintée de jaune : cette couleur a déjà été signalée pour les *Russula serotina, depallens, lepida, sanguinea* et *graminicolor*, dans la *Flore mycologique.*

Russula integra (L.) Fr., a, le plus souvent, la spore et les lamelles blanc crème ; quelquefois la spore a l'ocelle citrin avec l'épispore hyalin, au point que l'on serait tenté de ranger cette espèce répandue et précoce parmi les leucospores.

IXOCOMUS PICTILIS. Stipe *blanc*, orné d'un voile pubescent, *tacheté subréticulé*, portant, ainsi que l'hymenium *jonquille*, des *gouttelettes résineuses* d'un *rouge fugace*, *rosé lilacin* puis *chocolat.* Peridium *blanc d'ivoire*, puis teinté de citrin sur la marge ; chair tendre, douce, *blanc de neige, rosée* sous la cuticule, *citrine* vers l'hymenium et l'extérieur du stipe. Il diffère de *fusipes*, Rab., auquel je l'ai d'abord rapporté (*Flore myc.*, p. 413), d'après la diagnose incomplète de Fries (*Hym. eur.*, p. 500), par un hymenium sinué, par un stipe cylindrique et surtout par une chair *blanche* devenant *améthyste* ou *lilacine.*

Cette jolie espèce de bolet ne se trouve, dans le Jura et les Vosges, que sous le pin *strobus*, originaire de l'Amérique du Nord. *(Pl. III, fig. 9.)*

Ixocomus Boudieri, plus épais et plus coloré, avec un stipe plus court, est une variété australe du même *pictilis*, récoltée sous les pins maritime et d'Alep, et même sous le sapin d'après les envois reçus des Alpes-Maritimes (M. Barla), et d'Hyères (Mme Daulnoy).

DÆDALEA SULFUREA. Hymenium (0m,01-2), formé d'alvéoles (0m,001) et de lamellules dentés, sinués, *tomenteux*, *poilus* au bord, *jaunes*, et bordé par un

mycélium *aranéeux* et *citrin*. Spore pruniforme lancéolée (0mm,01-0,012), hyaline, à reflet citrin. Conidie sphérique (0mm,01), épineuse, sulfurine, sur le mycelium et le tomentum. *(Pl. III, fig. 10.)*

Été. — Intérieur de souches réduites en humus (saule, nerprun). Jura. Il pourrait être pris pour un Irpex; il diffère de *chrysoloma* par l'absence de toute espèce de peridium, par son tomentum, par la marge plus claire et par la station. Le *Sistotrema foliicola*, Lib., Exs. paraît être aussi bien voisin, et ces trois champignons ne constituent probablement qu'une seule espèce.

Poria lævigata, Fr. Peridium membraneux (0m,01-3), très mince (0mm,3-6), appliqué sur l'écorce et se détachant avec l'épiderme, *lisse*, *brun*. Tubes fins, courts (0mm,1-2); pores cupulaires, très petits (0m,1), à peine visibles à l'œil nu, polygones, glabres, *bruns*, avec la marge fauve. Spore ovoïde (0mm,004-5), hyaline. *(Pl. III, fig. 11.)*

Automne. — Sur l'écorce du bouleau, Alpes, haut Jura.

Poria ferruginosa, Schrad. Spore ovoïde (0mm,004-5), ocellée et hyaline.

Coriolus versicolor, Fr., variété *morio* (de Brondeau, *Flore bordelaise*, p. 528). Peridium d'un *brun-rouge* foncé et chatoyant, à reflet violet, avec une bordure *blanc crème*, bien tranchée, autour de la marge. Sur différents arbres de la région méditerranéenne et du sud-ouest.

Leptoporus imbricatus, *Bull., pl. 366.* Ce polypore géant de Bulliard, admis comme espèce par Fries, n'est, d'après de nouvelles observations, qu'un état, à peine une forme, de *sulfureus*, *Bull., pl. 429*, comme je le soupçonnais (*Flore myc.*, p. 387), croissant dans les bâtiments humides comme dans les forêts ombreuses, sur le chêne altéré; cette forme atteint le poids de 10 kilogrammes, Bulliard dit même de 30 livres, et se développe dans des stations moins aérées et surtout moins éclairées, ce qui donne au peridium une couleur *blanchâtre* ou *crème ocracé*, puis *fauve* avec des pores *crème* à peine teintés de jaune. Si bien qu'on doit réunir en une seule toutes les espèces de ce groupe sous le nom plus ancien de *caudicinus*, Schæf., t. 131, 132.

Sarcodon violaceum, Thore (inédit), Pers., *Ch. com.*, p. 249. Stipe épais, aminci en bas, concolore. Peridium convexe, puis aplani (0m,05-6), *pubescent*, rugueux, d'un *violet* couleur pensée avec la *marge blanche*, puis cendré brun, plus ou moins zoné; chair tendre, cassante, *violette*, sapide, goût et odeur agréables (Thore). Aiguillons serrés, assez longs (0m,01), d'un beau *violet* avec *la pointe blanche*. Spore sphérique (0mm,004-5), verruqueuse, hyaline. (*Pl. III, fig. 12.)*

Automne. — Sous les pins des Landes (Thore), puis de Fontainebleau (Mme Daulnoy). Affine à *violascens*, A. et S. dont il n'est peut-être pas spécifiquement distinct. Plusieurs espèces de sarcodon deviennent plus ou moins violettes ou brunes, comme *lævigatum*, *amarescens* et même *cinereum*.

Calodon pullum, Schæf., t. 272. Ce nom spécifique doit être substitué à celui de *graveolens*, Delastre, qui est plus récent. *Calodon melaleucum*, Fr., en est une variété très élégante.

Ramaria alba, *Bull., pl. 358, fig. C., corallo-fungus candidissimus*, Vaill., *Bot., t. 7, fig. 2*, doit remplacer comme nom spécifique *coralloides*, Fr., emprunté à Linné, qui réunissait sous ce nom les *clavaria alba, flava,, botrytes*, etc.

RAMARIA FAVREÆ (1). *Blanc de neige :* tronc divisé en rameaux contournés, entremêlés, formant des cornes, des massues, des lanières et des cornets, à limbe divisé ou denté, rappelant un théléphore ou un sparassis. Chair tendre, fragile, odorante et blanche. Spore ellipsoïde (0mm,0063), hyaline. *(Pl. III, fig. 13.)*

Automne. — Dans les forêts de conifères des environs de Neuchâtel (Mme L. Favre). Cet étrange champignon me paraît être une déformation luxuriante de *Ramaria alba.*

RAMARIA VERSATILIS. Très rameux, haut de 0m,05-9, blanc à la base, *violet lilas,* puis *gris ocracé* ou *bistré ;* rameaux subdivisés, bi-trifurqués au sommet, *paille* ou *roussâtres ;* chair épaisse (0m,02-3), blanche, un peu amarescente. Spore ovoïde allongée (0mm,008-10) pointue vers la base, grenelée, hyaline, puis un peu rosée ou ambrée.

Été. — Dans les forêts de la Provence, des Pyrénées, des Cévennes, etc. *Rufo-violacea,* Barl., *Ch. de Nice, t. 41, fig. 6* et *fennica,* Karst., *Bres., fungi trid., t. 28,* semblent être des formes de la même espèce.

UTRARIA SACCATA, var. *lacunosa, Bull., pl. 52.* Stipe cylindrique, creusé de petites fossettes, ocracé bistré ; peridium globuleux (0m,03-4), finement gaufré après la chute du voile formé de fins aiguillons disposés en cercles, crème ocracé, puis bistré. Spore aculéolée du *saccata.*

Automne. — Bruyères et forêts montagneuses du Jura.

TABLE SYSTÉMATIQUE DES ESPÈCES

(Les espèces nouvelles sont marquées d'un astérisque *).

*Lepiota * cinerascens.*
Lepiota * globularis.
Lepiota gracilis.
Gyrophila phæopodia.
Gyrophila nictitans.
Gyrophila lasciva.
Omphalina * fuscella.
Omphalina * virginalis.
Pluteus pellitus.
Dryophila xylophila.
Hylophila togularis.
Hylophila undulata:
Pluteolus titubans.
Coprinus * mutabilis.
Coprinus * flavicomus.
Marasmius * cespitum.
Marasmius tomentosus.
Lactarius aurantiacus.
Lactarius tithymalinus.
Russula rubra.
Russula integra.
Ixocomus * pictilis.
Dædalea * sulfurea.
Poria lævigata.
Poria ferruginosa.
Coriolus morio.
Leptoporus imbricatus.
Leptoporus caudicinus.
Sarcodon violaceum.
Calodon pullum.
Ramaria alba.
Ramaria * Favreæ.
Ramaria versatilis.
Utraria lacunosa.

(1) Dédié à la mémoire de Mme Louis Favre, qui a bien mérité de la mycologie par de belles et fines aquarelles réunies à celles du professeur Favre, de Neuchâtel, dans son album des champignons du Jura helvétique. — La figure 13 est extraite de cette collection.

EXPLICATION DES FIGURES *(Pl. III)*.

1. Lepiota cinerascens.
2. Lepiota globularis.
3. Omphalina fuscella.
4. Omphalina virginalis.
5. Coprinus mutabilis.
6. Coprinus flavicomus.
7. Marasmius cespitum.
8. Lactarius tithymalinus.
9. Ixocomus pictilis.
10. Dædalea sulfurea, a. gr. n., b. hymenium, à la loupe, c. conidies.
11. Poria lævigata.
12. Sarcodon violaceum.
13. Ramaria Favreæ, 1/2 gr. n.
14. Calocera expallens, *Fl. myc.*, p. 457.

MM. C.-Eg. BERTRAND et B. RENAULT

A Amiens.

SUR LE REINSCHIA AUSTRALIS, ALGUE PERMO-CARBONIFÈRE QUI A FORMÉ LE KEROSENE SHALE D'AUSTRALIE

— *Séance du 5 août 1893* —

1. — Sous le nom de *Kerosene shale*, les géologues australiens désignent une couche de boghead permo-carbonifère que l'on rencontre dans un assez grand nombre de localités de la Nouvelle-Galles du Sud. Près de Hartley, de Wallerawang et de Katomba, on reconnaît que le kerosene shale fait partie de la série des couches de Greta (1). Il est compris dans le système schisto-gréseux qui y sépare les deux principales couches de charbon exploitées, la couche inférieure ou *couche Lithgow*

(1) D'après M. le professeur Ed. David, de Sydney, les terrains carbonifères, permo-carbonifères et triasiques de la Nouvelle-Galles du Sud doivent être subdivisés comme il suit :

Triasic	Narraben. Hawkesbury. Wianamatta.
Permo-carboniferous.	Newcastle Series. Hexham Series. Tomago Series. Upper marine Series. Greta Series. Lower marine Series.
Carboniferous	Upper. Lower.

et la couche supérieure ou *couche Gladstone* (1). Feu M. Wilkinson, le regretté directeur du Geological Survey, de Sydney, pensait que le kerosene shale appartenait à la partie inférieure des coal measures exploitées dans la Nouvelle-Galles. Dans une note de M. le professeur David, je vois que ce géologue a acquis la conviction qu'à part les exceptions de Greta (2) et de la Clyde (3) qui appartiennent certainement à la couche inférieure, les autres amas de kerosene shale doivent, au contraire, être rattachés à la couche supérieure. Le kerosene shale appartient donc à la même grande période géologique que le boghead d'Autun. Mais, dans cette période, il est sensiblement plus ancien.

2. — Le boghead australien a un facies très particulier qui le différencie immédiatement du boghead d'Autun et de la Torbanite. Il est plus noir que la Torbanite et d'un noir plus mat que le bodghead d'Autun; son homogénéité est remarquable, et telle qu'il est presque impossible d'orienter les coupes dans les petits fragments. Sa cassure est conchoïde, satinée. Il est extrêmement léger puisque sa densité s'abaisse à 1,05. A la

(1) Les deux coupes ci-après, publiées dans les Rapports du Geological Survey de la New South Wales, permettent d'apprécier les relations du kerosene shale dans cette région des houillères de l'Ouest (*) :

A. — *Coupe relevée dans la propriété de M. D. R. Wall, près de Katomba.*

1m,21	Schistes noirs charbonneux avec radicelles (**).
6m,69	Grès fin quelque peu laminé.
0m,30	Schiste noir charbonneux.
0m,45	Grès gris pâle très fin.
0m,43	Schiste charbonneux et banc d'argile blanche réfractaire avec 0m,05 de charbon.
1m,52(?)	Schiste houiller noir et petits bancs d'argile réfractaire blanchâtre.
2m,73	*Couche de charbon. — Couche Gladstone.*
27m,36	Schistes argileux noirs et grès fin.
4m,56	Grès massif.
0m,91	(environ). Charbon et schiste mélangés.
9m,87	Schistes noirs et grès fin mou.
0m,15	*Kerosene shale de qualité très inférieure.*
2m,12(?)	Schistes noirs avec un peu de grès fin mou.
2m,12	*Couche de charbon. — Couche Lithgow.*

B. — *Sondages de la Diamond Rock Drill Branch à Bathgate près Wallerawang.*

33m,59	Terrains supérieurs.
5m,10	*Première couche de charbon. — Couche Gladstone.*
65m,07	Terrains stériles.
0m,35	*Cannel coal.*
0m,01	Argile.
0m,25	*Cannel coal.*
0m,01	Argile.
0m,22	*Boghead.*
0m,01	Argile.
0m,40	*Boghead.*
0m,17	*Kerosene shale.*
0m,02	Argile.
0m,30	*Cannel coal.*
0m,01	Argile.
26m,76	Terrains stériles.
2m,30	*Couche de charbon. — Couche Lithgow.*

(2) Sur la rivière Hunter.

(3) Région des sources de la Clyde.

(*) Nous sommes redevables de toutes ces indications stratigraphiques à M. le Dr Robert Etheridge junior et à M. le professeur Ed. David.

(**) Dans les coupes ci-dessus les épaisseurs sont indiquées en mètres. Les tableaux originaux donnent ces grandeurs en pieds et pouces anglais.

taille sa tranche est brun clair. Par une très longue exposition à l'air et à la pluie, les parties les moins pures des gros échantillons s'altèrent. Elles prennent une teinte rousse et la stratification devient très visible (1). — Dans les échantillons que nous avons étudiés jusqu'ici, nous n'avons trouvé ni nodules siliceux, ni coprolithes. Sur un spécimen authentique de Doughboy-Hollow (2), nous avons trouvé des amas de sidérose. On y voit des empreintes de *Glossopteris* et de *Vertebraria* couchés à plat, par conséquent parallèles à la stratification. M. Wilkinson a observé à Joadja Creek (3) des troncs de Vertebrarias dressés dans le kerosene shale. Ces troncs étaient au moins partiellement, et parfois même entièrement transformés en jayet. Il est donc très probable qu'il s'agit là *non de troncs en place, mais de débris flottés imprégnés par une matière bitumineuse analogue à la théolite d'Autun* (4). Rien à l'intérieur ne fait prévoir ces infiltrations bitumineuses. On ne voit sur les tranches et sur les plats du boghead ni filets ni lenticules brillants craquelés. Les coupes minces, par contre, montrent très nettement que toute la masse du dépôt est traversée par des infiltrations de cette sorte.

3. — Le kerosene shale est un second exemple de boghead formé presque exclusivement par l'accumulation d'algues gélatineuses dans un précipité ulmique. Les parois cellulaires de l'algue ont donné des corps jaune d'or dont la structure est encore parfaitement reconnaissable. Des coupes convenablement orientées montrent que les plus beaux spécimens de ce boghead sont presque exclusivement formés par un empilement de corps jaunes discoïdes ou cérébriformes dont chacun représente un thalle libre (5). Nous désignerons cette algue sous le nom de *Reinschia australis*. — Tandis que la couche d'Autun ne mesure que $0^m,25$, le kerosene shale peut atteindre jusqu'à $1^m,50$ d'épaisseur. Le grand échantillon du Museum de Paris mesure $1^m,18$ et celui de Bruxelles $1^m,20$. Comme on compte en moyenne trente rangs de Reinschias par millimètre de hauteur, ces grands spécimens représentent une accumulation de 36.000 lits d'algues. Pour donner une couche de même épaisseur, il aurait suffi d'accumuler environ 8.600 lits de l'algue d'Autun.

(1) Cette altération reste limitée à la région superficielle. En vingt-six ans elle n'a pénétré que de 1^{mm} à $1^{mm},5$ sur le grand spécimen du Muséum de Paris.

(2) Gisement près Murrurundi.

(3) Très grand centre d'exploitation du kerosene shale entre Berrima et Mittagong.

(4) Voir : C.-Eg. BERTRAND et B. RENAULT, *Premières Remarques sur le boghead d'Autun.* (*Annales de la Société géologique du Nord*, t. XX, p. 213. Lille 1892.) — C.-Eg. BERTRAND et B. RENAULT, *Pila bibractensis et le boghead d'Autun.* (*Bulletin de la Société d'Histoire naturelle d'Autun*, t. V, 1892.) — C.-Eg. BERTRAND, *Le boghead d'Autun.* (*Bulletin de la Société de l'Industrie minérale*, 3me série, t. IV, St-Etienne 1892.) — C.-Eg. BERTRAND et B. RENAULT, *Album photographique des préparations de l'algue du boghead d'Autun*, Lille 1892. — C.-Eg. BERTRAND, *Conférences sur les charbons de terre*, I. *Les bogheads à Algues.* (*Bulletin de la Société belge de Géologie*, t. VII, Bruxelles 1893.)

(5) L'algue forme les 912 millièmes de la masse du boghead dans les beaux morceaux du kerosene shale de Joadja Creek. Il y a 900.000 thalles par centimètre cube. Dans un autre morceau de boghead à très petites thalles, il y avait 1.166.100 thalles par centimètre cube et pourtant, dans ce second morceau, l'algue ne formait que les 19 millièmes de la masse du boghead.

4. — Dans presque tous les échantillons de kerosene shale que nous avons observés, nous avons trouvé le *Reinschia australis* à divers états, à l'état de *thalles moyens adultes*, à l'état de *grands thalles plats* et *cérébriformes, adultes également*, et enfin à l'état de *jeunes thalles*. Ces derniers nous ont permis de suivre le développement de l'algue depuis son extrême jeunesse jusqu'à l'âge adulte. Contrairement au *Pila bibractensis*, les thalles de Reinschia n'ont aucune tendance à s'agglutiner entre eux pour former des bancs. Même dans les régions où les thalles sont serrés jusqu'à se toucher et à se mouler les uns sur les autres, les thalles restent manifestement libres. Les très grands thalles cérébriformes devenant très nombreux dans une certaine région du kerosene shale, on peut les voir se rapprocher pour former des bandes. Grands ou petits les thalles sont toujours placés dans leur maximum de stabilité, affaissés sur leur face inférieure. La différence des deux faces du thalle de Reinschia est le résultat de l'affaissement subi par le thalle en se posant sur le fond. Elle ne correspond pas à une différence de structure des deux faces du thalle.

5. — Le thalle moyen adulte est aplati, discoïde, ordinairement creux, sans pédicelle ni cicatrice d'attache, sans point de végétation localisé. On peut y distinguer deux faces et un bord. Ces thalles mesurent environ 250 μ de longueur, 150 μ de largeur et 35 μ d'épaisseur pour un thalle d'environ 200 cellules. La longueur peut osciller entre 150 et 350 μ, la largeur entre 90 et 225 μ, l'épaisseur entre 15 et 55 μ. Le nombre des cellules varie entre 150 et 350. Sur le thalle vu de face on compte 13 à 16 cellules dans la longueur et 8 à 12 dans la largeur. Toutes les cellules du thalle sont de mêmes dimensions et de même forme.

6. — Le thalle moyen adulte ne présente qu'une seule rangée cellulaire limitant une cavité centrale close de toutes parts, c'est un sac mou à parois épaisses affaissé sur la face inférieure. Comme la cavité centrale du thalle est d'apparition assez tardive, les thalles jeunes sont toujours pleins. Parfois même les thalles adultes demeurent constamment pleins.

7. — Les éléments cellulaires des Reinschias se composent d'une masse protoplasmique pyriforme entourée d'une paroi épaisse. Toutes ces cellules sont dirigées presque radialement. Elles tournent leur pointe vers l'extérieur et leur extrémité renflée vers le centre du thalle. Le protoplasme est teinté en brun. Sa pointe est uniformément colorée, sa région renflée est, au contraire, très inégalement teintée. Cette région contenait très probablement des vacuoles. Latéralement on y reconnaît un noyau lenticulaire. Nous n'avons pas vu de cils prolongeant la pointe. La paroi de fond des cellules est très épaisse, dense, avec zones concentriques. Les parois latérales sont amincies au niveau des renflements protoplasmiques. La paroi externe et le haut des parois latérales montrent une structure réticulaire très accusée. C'est pourquoi sur les coupes horizontales très

superficielles du thalle la paroi paraît spongieuse. Il est très probable que la mise en évidence de cette structure réticulaire est due à un commencement d'altération. Les parois sont souvent creusées de fins canalicules qui paraissent accidentels, car ils n'ont pas de rapports avec la stratification des parois. Le thalle des Reinschias n'aurait-il pas été de son vivant envahi par des parasites? Les lamelles moyennes ne sont bien différenciées qu'à la limite des parois profondes. Une même lamelle moyenne peut ainsi paraître embrasser plusieurs cellules. C'est au dédoublement de la lamelle moyenne qu'est due la cavité intérieure du thalle.

8. — Les coupes verticales des thalles moyens montrent donc deux rangées de cellules superposées séparées par une épaisse lame jaune d'or qui répond à l'ensemble des parois de fond. Une lamelle moyenne court d'une extrémité à l'autre du thalle séparant les parois de fond. C'est dans cette région que se trouve la cavité du thalle. Les cellules des deux faces sont affaissées selon leur grand axe, celles de la face supérieure sur leur fond, celles de la face inférieure sur leur pointe. Les cellules marginales ont leur cavité réduite à un trait horizontal.

En coupe horizontale superficielle le thalle paraît une plage spongieuse. Une coupe plus profonde montre la plage thallaire divisée en grands champs occupés eux-mêmes par des cellules presque régulièrement alignées. Ce sont les cellules des faces qui sont vues coupées transversalement. Une coupe horizontale médiane montre une bordure de cellules coupées longitudinalement pointant toutes en dehors. Intérieurement on voit des champs limités par une lamelle moyenne plus colorée. Les mailles de ce réseau sont occupées par des groupes cellulaires coupés transversalement à toute hauteur. En un point les cellules de bordure sont séparées des cellules intérieures, c'est là que se trouve la cavité du thalle.

D'après les coupes, voici les dimensions que nous avons trouvées pour les cellules des thalles adultes.

a. — Cellules des faces, affaissées dans le sens de leur grand axe.

Cavités cellulaires ou masses protoplasmiques. Longueur 13 à 20 μ, largeur 13 μ, épaisseur 4 à 7 μ.

Dimensions de la cellule en tenant compte des parois. Longueur 20 à 30 μ, largeur 15 μ, épaisseur 10 à 12 μ. Épaisseur de la paroi de fond 6 à 8 μ. Distance des centres des cellules vues par le sommet, 13 μ.

b. — Cellules marginales, aplaties latéralement.

Cavités cellulaires ou masses protoplasmiques. Longueur 20 μ, largeur 10 μ, épaisseur 2 à 3 μ.

Dimensions de la cellule en tenant compte de la paroi. Longueur 30 à 35 μ, largeur 15 μ, épaisseur 5 à 7 μ. Épaisseur de la paroi de fond 8 à 10 μ; maximum observé pour cette épaisseur 32 μ.

9. — Certains thalles diffèrent des thalles moyens par leur plus grande

taille et comme à cet accroissement de la taille correspondent des variantes dans la configuration, ainsi qu'un nombre beaucoup plus considérable d'éléments cellulaires, on peut se demander : 1° s'il s'agit bien encore de la même espèce, le *Reinschia australis*, et 2° si ces grands thalles ne représentent pas un stade de développement plus avancé que les thalles moyens que nous avons considérés comme parvenus à l'état adulte. Remarquons déjà que les cellules des grands thalles ont la même configuration et les mêmes dimensions que les cellules des thalles moyens adultes. Puis on trouve toutes les transitions entre les thalles moyens adultes et les deux principales formes de grands thalles, les thalles plats et les thalles cérébriformes. Ceci établit que tous ces thalles appartiennent bien à une seule espèce. D'autre part, le thalle moyen jeune a le même nombre de cellules que le thalle que nous avons considéré comme adulte dont il ne diffère que par ses dimensions et une moindre accentuation de ses caractères génériques et spécifiques. Il n'y avait donc pas de multiplication cellulaire sur le thalle des Reinschia, c'est là un caractère extrêmement particulier qui va nous permettre de préciser tout à l'heure les affinités de ce type Reinschia. Dans les thalles jeunes on voit aussi des thalles, en petit nombre, qui se distinguent des autres par leurs plus grandes dimensions et par des cellules plus nombreuses. Ces jeunes thalles plus gros sont géants par rapport aux thalles ordinaires, tout comme les grands thalles plats et cérébriformes sont géants par rapport aux thalles moyens adultes. On passe des thalles ordinaires jeunes aux thalles moyens adultes par les mêmes différenciations qui lient les jeunes thalles géants aux grands thalles adultes. A tous les stades de développement on peut passer des formes géantes à la forme moyenne par toutes les transitions désirables. Nous en concluons que les grands thalles appartiennent bien au *Reinschia australis*, qu'ils sont adultes comme les thalles moyens, que ce sont des spécimens géants tout comme on voit notre Hydrodictyon commun représenté à l'état adulte par des réseaux dont le nombre des éléments cellulaires varie dans des proportions considérables. Dans les amas de nos Hydrodictyons comme dans le Boghead à Reinschia, nous voyons souvent aussi des thalles adultes mêlés aux jeunes thalles. Les grands thalles de *Reinschia australis* sont donc pour nous des sortes de thalles géants parvenus à l'état adulte. Les deux principales formes de grands thalles sont les thalles plats et les thalles cérébriformes. Ces deux formes sont reliées l'une à l'autre par de nombreuses transitions.

10. — Les sections verticales des thalles plats montrent encore deux rangées de cellules seulement. Une rangée supérieure avec pointes en haut, une rangée inférieure avec pointes en bas, et des cellules marginales. Les cellules sont ici plus groupées. La limite des champs cellulaires est plus accentuée, la cavité du thalle est plus grande, et très ordinaire-

ment on voit quelques plis qui s'enfoncent de la surface dans l'intérieur du thalle. Le contour apparent de la section envoie un prolongement entre la face supérieure et la face inférieure. Ce prolongement est entouré de cellules coupées longitudinalement dont la pointe est voisine de la surface de ce prolongement. Il peut arriver que les plis de la face inférieure et ceux de la face supérieure se correspondent, il est très probable alors que ces plis se sont produits par l'affaissement du thalle sacculaire au moment de sa chute sur le fond. Mais d'autres fois les coupes horizontales montrent les plis sous forme de tubes tellement étroits qu'ils ne peuvent être rapportés à l'affaissement du corps ; il faut alors y voir une invagination de la surface résultant du développement normal du thalle. Le long de ces invaginations étroites les groupes cellulaires ont une tendance à se disposer en grappes, les sommets des cellules sont rapprochés, la paroi elle-même prend la configuration pyriforme. — Sur les coupes horizontales moyennes on trouve encore une couche de cellules de bordure coupées longitudinalement (1). Dans l'espace ainsi limité on aperçoit les coupes de plis ou d'invaginations. Les cellules qui les bordent pointent vers la surface libre de ces plis, elles sont coupées longitudinalement ou obliquement mais toujours séparées des autres éléments par d'épaisses parois de fond. Le reste de la plage thallaire est occupé par des champs cellulaires coupés transversalement, et par le vide correspondant à la cavité thallaire.

Les principales dimensions des thalles plats sont :

	Moyenne	Maximum observé
Longueur de la section verticale	350µ	540µ
Épaisseur de la section verticale	35 à 55µ	65µ
Surface de la section verticale	12.300µ²	28.100µ²
Nombre total des groupes cellulaires de la section verticale	38	82
Nombre des groupes cellulaires limitant le contour de la section verticale	31	47
Longueur de la section horizontale	400µ	540µ
Largeur de la section horizontale	340µ	340µ
Surface de la section horizontale	85.000µ²	133.500µ²
Nombre total des groupes cellulaires de la section horizontale	192	380
Nombre des groupes cellulaires qui bordent la section horizontale	79	107
Nombre approximatif des cellules du thalle	1.500	3.600

11. — En coupe verticale, les thalles cérébriformes présentent un contour irrégulier affaissé sur sa face inférieure. Le contour est limité par une rangée de cellules de bordure coupées longitudinalement. Des invaginations nombreuses et étroites partent de ce contour et pénètrent plus ou moins loin à l'intérieur du thalle. Elles sont bordées par des cellules

(1) Il est fréquent cependant qu'en quelques points du contour les cellules soient coupées obliquement par suite des irrégularités de la surface.

coupées longitudinalement et dont la disposition en grappe est très accusée. Dans l'intérieur du thalle on peut voir d'autres invaginations coupées transversalement ou obliquement par rapport à leur surface libre, et celles-ci ne se rattachent pas au contour de la section. Les cellules de bordure sont coupées longitudinalement ou obliquement, elles sont séparées des champs cellulaires intérieurs par une paroi de fond. Les espaces laissés libres entre les invaginations et le contour sont occupés par des champs cellulaires coupés transversalement ou obliquement. — Les sections horizontales des thalles cérébriformes ont aussi un contour apparent irrégulier limité par des cellules de bordure coupées longitudinalement. Des invaginations partent du contour apparent et pénètrent dans le thalle. Elles sont aussi limitées par une bordure de cellules coupées longitudinalement. On voit encore d'autres invaginations coupées sous toutes les directions. Les cellules de bordure, qui les enferment complètement, sont de même coupées longitudinalement ou obliquement, rarement presque transversalement, quand la coupe atteint le fond d'un cul-de-sac superficiel. Le reste de la section est rempli par des champs cellulaires coupés presque transversalement. Malgré sa très grande complication apparente, l'orientation et la signification des divers éléments de cette section se lisent donc avec la plus grande facilité. La première impression de l'observateur inexpérimenté est qu'il s'agit d'un thalle à éléments disposés sans ordre. Une étude approfondie montre, au contraire, que tous les éléments du thalle ont une orientation rigoureusement déterminée et qu'en chaque point de la section il est possible et facile de lire cette orientation. — La cavité du thalle est toujours très petite dans ces thalles cérébriformes.

Les principales dimensions des thalles cérébriformes sont :

	Moyenne	Maximum observé
Longueur de la section verticale	550μ	1.070μ
Épaisseur de la section verticale	130μ	210μ
Surface de la section verticale	54.000μ²	146.600μ²
Nombre total des groupes cellulaires de la section verticale	165	469
Nombre des groupes cellulaires qui limitent le contour de la section verticale sans tenir compte des plis	71	194
Longueur de la section horizontale	560μ	900μ (1)
Largeur de la section horizontale	350μ	420μ
Surface de la section horizontale	147.500μ²	288.600μ²
Nombre total des groupes cellulaires de la section horizontale	370	912
Nombre des groupes cellulaires qui forment la bordure de la section horizontale sans tenir compte des plis	141	278
Nombre approximatif des cellules	3.000	7.000

(1) Nous n'avons pas trouvé de section horizontale aussi longue que la plus longue de nos sections verticales.

12. — Le thalle adulte ne présente ni zone gommeuse superficielle ni zone à cristaux. Nous n'avons rencontré jusqu'ici aucun organe disséminateur sporange ou thallogène, bien que l'existence de glandes thallogènes soit chose très probable. Nous n'avons vu non plus ni organes reproducteurs ni embryons. Rien n'indique que ces thalles aient été scissipares.

13. — Les plus petits thalles observés mesuraient : longueur 15 μ, largeur 9 μ, épaisseur 3 μ. Les éléments cellulaires n'y sont pas visibles, le thalle paraît être alors un globe jaune d'or amorphe. Cet aspect particulier tient à ce que les nombreux éléments cellulaires du thalle sont extrêmement exigus et que leur protoplasme a trop faiblement condensé les corps bruns pour être nettement visibles dans la plage thallaire. Les dimensions moyennes de ces thalles amorphes s'élèvent jusqu'à : longueur 22 μ, largeur 15 μ, épaisseur 6 μ (1). Dès que le thalle mesure : longueur 33 μ, largeur 20 μ, épaisseur 8 μ, on reconnaît que c'est un globule ellipsoïde ou discoïde plein avec cellules rayonnantes disposées sur un seul rang tout autour du globule. Les masses protoplasmiques sont de très petits bâtonnets ovoïdes dont la partie amincie est extérieure. Elles sont disposées radialement. On compte déjà de dix à quinze cellules sur la longueur du thalle et huit à douze dans sa largeur, c'est-à-dire que le nombre des cellules ne diffère pas sensiblement de ce qu'il est dans le thalle moyen adulte des Reinschias. Pour peu que la coloration brune des masses protoplasmiques de ces petits thalles s'atténue, leur structure s'efface et disparaît complètement, en sorte qu'on peut avoir des thalles de ces dimensions qui paraissent encore complètement amorphes. — Des thalles mesurant 45 à 55 μ de longueur, 30 à 35 μ de largeur et 14 μ d'épaisseur nous montrent les masses protoplasmiques fortement colorées, bien délimitées. Elles emplissent bien des cavités rayonnantes creusées dans la substance du corps jaune et près de sa surface. L'opposition des deux bouts de l'ovoïde est plus sensible, leur longueur atteint 4 à 5 μ, les marginaux sont un peu plus grands. La distance des sommets des petites cellules atteint au milieu des faces du thalle 3 à 4 μ. Les parois s'épaississent plus vite que les masses protoplastiques. La distance des fonds des cellules atteint 4 μ. Les nouveaux caractères pris par le thalle accentuent sa ressemblance avec les thalles moyens adultes. La croissance dans le plan horizontal est plus grande que dans le plan vertical. — Dans des thalles atteignant 65 à 80 μ de longueur, 40 à 50 μ de largeur et 17 μ d'épaisseur, les masses protoplasmiques ont pris la configuration de fioles, le sommet restant étroit alors que la base s'élargit. Elles sont

(1) Ces dimensions sont données d'après le grand échantillon du Muséum. Sur des échantillons mieux conservés, provenant du gisement de Blackheat, l'organisation de ces petits thalles est encore très reconnaissable.

très fortement colorées avec une région latérale plus sombre dans la partie renflée. La distance des sommets des cellules est portée à 5 μ. Une lamelle moyenne commence à s'indiquer dans l'épaisseur des parois. — Dans des thalles ayant 100 μ de longueur, 65 à 70 μ de largeur et 17 à 19 μ d'épaisseur, les masses protoplasmiques sont nettement pyriformes avec fond très élargi. Les parois prennent des stries concentriques. Les lamelles moyennes sont nettement différenciées entre les faces latérales et profondes des cellules. La réticulation de la paroi superficielle s'indique. A part donc des différences dans la grandeur absolue des parties, le thalle présente tous les caractères que nous lui connaissons dans le genre Reinschia. On passe de ces thalles de 100 μ de longueur aux thalles de 250 μ par des transitions insensibles. Il n'y a donc pas de différences spécifiques entre les petits thalles et les thalles moyens adultes. Les premiers sont les états jeunes du second et le jeune thalle est caractérisé par ses cellules, aussi nombreuses que dans le thalle adulte, mais très petites, ce qui est la caractéristique des algues à thallogènes.

14. — Certains jeunes thalles diffèrent des autres par leur taille plus grande et leurs cellules plus nombreuses. Ce sont de jeunes thalles géants. Leur développement montre les mêmes faits que le développement du thalle moyen. Ils produisent les grands thalles plats et cérébriformes. Les invaginations sont produites par des parties qui grandissent moins vite que les régions voisines et où les pointes des cellules restent assez rapprochées, alors que les fonds s'élargissent beaucoup.

15. — Bien qu'il soit possible de trouver de jeunes thalles dans presque tous les spécimens du kerosene shale, notre étude des jeunes thalles et de leur développement a été grandement facilitée par la rencontre heureuse que nous avons faite de régions où les petits thalles prédominaient et montraient tous les états de développement. Nous devons les fragments que nous avons étudiés à M. le professeur Stanislas Meunier. Ils ont été prélevés sur le grand échantillon du Muséum.

16. — On remarque même à l'œil nu que sur la tranche des grands échantillons du kerosene shale on peut distinguer des zones dont la composition chimique varie sensiblement. L'étude de sections verticales minces prises à ces divers niveaux montre de suite que ces variations sont tout d'abord liées aux variations de la proportion et de l'état des thalles de Reinschias à ce niveau. Nous avons réuni, dans le tableau ci-dessous, quelques données numériques qui permettent de s'en rendre compte.

TABLEAU I

	ÉCHANTILLON DU MUSÉUM		ÉCHANTILLON de JOADJA CREEK
	ZONE à petits thalles	ZONE à thalles moyens	
Nombre des rangs de thalles sur 1 millimètre de hauteur.	39	29	30
Surface totale occupée par les thalles sur 1 millimètre carré de section verticale .	0.098	0.297	0.949
Surface totale occupée par les thalles sur 1 millimètre carré de section horizontale.	0.048	0.878	0.914
Volume total des thalles compris dans 1 millimètre cube	0.019	0.375	0.894
Surface moyenne de la section verticale des thalles	190μ^q	1.600μ^q	2.250μ^q
Surface moyenne de la section horizontale des thalles.	347μ^q	2.700μ^q	4.130μ^q
Nombre total des thalles compris dans 1 millimètre cube.	11.661	5.423	9.000
Surface maxima de la section verticale des plus grands thalles de cette région . .	43.100μ^q	73.200μ^q	92.700μ^q
Surface maxima de la section horizontale des plus grands thalles de cette région .	79.900μ^q	234.300μ^q	288.600μ^q

Il ressort avec toute évidence, de ce tableau, que là où le boghead paraît le plus pur, l'algue prédomine par rapport au reste du dépôt. Là où les jeunes thalles prédominent, bien qu'il y en ait 11.661 par millimètre cube, ils ne forment que les dix-neuf millièmes de la masse et nous les voyons isolés les uns des autres par une épaisse couche de la matière fondamentale du dépôt.

17. — Les thalles de *Reinschia australis*, *quels que soient leur âge et leurs dimensions*, montrent une altération qui a pour effet de les transformer en des masses amorphes, d'apparence gommeuse, avec nombreuses fentes de retrait. On peut suivre pas à pas la marche de cette altération. Au premier stade, les zones concentriques des parois et la lamelle moyenne sont en quelque sorte soulignées, puis les détails de la structure s'effacent, les masses protoplasmiques cessent d'être visibles, la lamelle moyenne disparaît en dernier lieu ; finalement, la masse se charge de crevasses. A mesure que la gommification s'accentue, la masse du thalle prend une

teinte plus foncée, elle devient orangée, puis terre de Sienne. Pour la second fois dans l'histoire du *Reinschia australis*, nous voyons les thalles d'une algue gélatineuse représentés par des globules jaunes amorphes. Cette remarque ne devra jamais être perdue de vue dans l'étude des corps jaunes des houilles.

18. — Dans le développement des thalles de Reinschia nous avons relevé un caractère très spécial qui nous permet d'entrevoir les affinités de cette plante avec les formes actuelles. Le thalle, au début de son développement, a autant de cellules que le thalle parvenu à l'état adulte, mais ses cellules sont de très petite taille. Actuellement, ce caractère n'existe que dans les algues à *thallogènes*, c'est-à-dire dans les Cénobiées ou Volvocinées, d'une part, et, d'autre part, dans les Hydrodictyées, le genre Hydrodictyon étant celui qui présente au plus haut degré la variation numérique d'éléments que nous avons constatée entre les thalles moyens et les grands thalles. Dans ces plantes, en effet, une cellule du thalle transformée en glande disséminatrice ou *thallogènes* donne naissance à un thalle tout entier avec cellules nombreuses et très petites. Pendant le développement de ce nouveau thalle, ses éléments grandissent sans se multiplier jusqu'au moment où ils se transforment en sporanges, en thallogènes ou en glandes sexuelles. Les Volvocinées et les Hydrodictyées sont des algues toujours libres comme les Reinschias. Là s'arrêtent les affinités entre Reinschia et les algues actuelles, car Reinschia ne peut être rapproché d'aucun des genres rangés dans ces deux séries de plantes. Nous dirons donc, pour conclure, que le *Reinschia australis* doit être très probablement rangé près des Volvocinées et des Hydrodictyées, mais sans prendre place dans ces deux familles, telles qu'on les comprend aujourd'hui. D'après la forme de sa cellule, il est presque certain que Reinschia est plus différenciée que les Hydrodictyées actuelles. Nous ne pouvons dire quel est son degré de différenciation par rapport aux Volvocinées, puisque les détails de la structure cellulaire et de l'appareil ciliaire font défaut.

19. — Cette forme de Reinschia a été très répandue pendant l'époque permo-carbonifère.

20. — La matière fondamentale intercalée entre les Reinschias du kerosene shale est un précipité floconneux ulmique qui a entraîné dans sa chute de menus débris végétaux à tous les degrés d'altération. Entre les thalles sont de nombreuses spores vidées et brisées, réduites à leur paroi. Ces parois ont donné *une seconde espèce de corps jaunes* qui condensent plus fortement les matières brunes que les thalles de Reinschia. Ce sont des spores tétraédriques dont les parois convergentes portent des perles saillantes disposées en séries rectilignes. Ces spores mesurent environ 47 μ d'un sommet au milieu du côté opposé et 54 μ entre deux sommets

consécutifs. Ces spores sont toutes de même espèce, elles appartiennent certainement à une Cryptogame vasculaire; mais, bien que les ornementations en soient très spéciales, nous ne pouvons préciser laquelle en ce moment.

21. — La masse du kerosene shale est pénétrée entre les thalles par une matière d'infiltration brune analogue à la thélotite, mais moins condensée que celle-ci. De même que la thélotite, cette matière imprègne et injecte certains débris végétaux. Là où elle est très abondante, elle altère les thalles.

22. — Le kerosene shale est une formation houillère du même type que le boghead d'Autun. Des fleurs d'eau couvraient de petites nappes d'eaux brunes et pleuvaient sur le fond dans le précipité ulmique abandonné par ces eaux. Autour de ces nappes, le pays était occupé par une végétation cryptogamique assez abondante pour donner des pluies de spores. Des matières brunes, de nature bitumineuse, très nettement distinctes des produits ulmiques, ont pénétré la masse très peu de temps après son dépôt, peut-être même pendant sa formation. L'accumulation végétale qui a donné chaque couche de kerosene shale s'est faite rapidement.

23. — Contrairement au boghead d'Autun, le kerosene shale ne contient pas d'écailles de poisson.

M. C. QUEVA

Préparateur de Botanique à la Faculté des Sciences de Lille.

CARACTÈRES ANATOMIQUES DE LA FEUILLE DES DIOSCORÉES

— Séance du 5 août 1893 —

L'anatomie de la feuille est très uniforme dans toute la famille des Dioscorées. Elle témoigne de la très grande homogénéité de ce groupe, du moins dans les Dioscorées unisexuées.

Par rapport aux feuilles des autres Monocotylédonées, la feuille des Dioscorées est caractérisée par sa forme, sa nervation réticulée, les renflements de son pétiole, le nombre de ses faisceaux, la constitution d'un arc pétiolaire antérieur, la structure des massifs libéro-ligneux, les glandes du limbe, la forme des poils.

1. — La feuille a une forme cordée lorsqu'elle est simple. Lorsqu'elle est composée, elle présente trois, cinq ou sept folioles dont la médiane seule est symétrique par rapport à sa nervure principale. Les autres folioles ont leur côté externe plus développé que l'interne.

2. — La nervure principale et les nervures latérales réalisent la nervation palmée dans les feuilles simples et dans les folioles des feuilles composées. La nervure médiane est plus forte, chaque moitié de la feuille présente deux ou trois nervures latérales. Ces nervures primaires fournissent des ramifications de second ordre qui s'anastomosent en un réseau. Les mailles de ce réseau sont subdivisées à plusieurs reprises par des ramifications de plus en plus grêles. Dans les mailles formées par les nervures de quatrième ou de cinquième ordre, on voit se terminer en pointe libre de petites ramifications parties des nervures qui limitent ces mailles.

3. — Le pétiole présente toujours à sa base *un renflement dépourvu d'éléments mécaniques*. Ce renflement permet à la feuille adulte de modifier sa position. On trouve un renflement analogue à l'autre extrémité du pétiole, près de l'origine du limbe. Ces renflements existent, plus ou moins accusés, dans les feuilles simples et dans les feuilles composées.

4. — La feuille reçoit de la tige trois faisceaux de même valeur qui représentent chacun la région antérieure d'un massif sortant. A la base du pétiole, deux faisceaux intermédiaires se forment par la réunion d'un lobe du faisceau médian et d'un lobe du faisceau latéral voisin. Ces cinq faisceaux forment l'*arc postérieur*. Dans les grandes feuilles, les faisceaux intermédiaires et les faisceaux latéraux peuvent être représentés chacun par deux branches.

5. — Dans le pétiole des Dioscorées, les faisceaux sont donc beaucoup moins nombreux que chez la plupart des Monocotylédonées.

6. — Le principal caractère anatomique de la feuille des Dioscorées est la présence d'un *arc antérieur*, fait excessivement rare chez les Monocotylédonées. Cet arc ne comprend, en général, qu'un seul faisceau placé en avant du faisceau médian, contre la face antérieure. Son bois regarde celui du faisceau médian. Le faisceau de l'arc antérieur résulte de la fusion sur la ligne médiane de deux lobes libéro-ligneux issus des faisceaux latéraux. Il appartient donc au type des arcs antérieurs à structure simple. Au niveau de l'insertion des nervures, l'arc antérieur s'élargit beaucoup ; il envoie un petit lobe à chacun des faisceaux intermédiaires et latéraux de l'arc postérieur et deux lobes au faisceau médian. Tous les faisceaux de l'arc postérieur s'anastomosent alors latéralement et forment les nervures. L'arc antérieur fonctionne donc chez les Monocotylédonées les plus élevées comme chez les Dicotylédonées à arc antérieur simple.

7. — Chaque nervure ne renferme qu'une seule masse libéro-ligneuse

dans laquelle le liber forme plusieurs groupes. Chez les *Smilax*, les Aroïdées et la plupart des Monocotylédonées, les nervures primaires présentent plusieurs faisceaux. Le nombre de ces faisceaux diminue à mesure que la nervure s'épuise par l'émission des nervures de second ordre, de sorte qu'on n'a plus qu'un seul faisceau vers la terminaison de la nervure. De même chez les Dioscorées, la masse libéro-ligneuse unique, mais à lobes libériens multiples, émet des nervures secondaires, s'affaiblit et se termine par un faisceau avec une seule masse libérienne.

Cette comparaison nous amène à conclure que, pour la feuille comme pour la tige, les massifs libéro-ligneux des Dioscorées ont une valeur anastomotique, chacun d'eux correspondant à plusieurs faisceaux simples.

8. — Le limbe présente fréquemment à sa base et sur sa face postérieure des glandes en forme de disques épais, formées d'un grand nombre de petites cellules. — La pointe de la feuille, surtout lorsqu'elle est bien distincte et un peu épaisse, présente également des glandes qui ont la même structure que les précédentes, mais qui sont plus développées et plus profondément enfoncées dans les tissus. Leur forme est moins régulière. Elles sont toujours en rapport avec des terminaisons de faisceaux. Une invagination de la surface épidermique forme à la glande un véritable canal.

Les glandes discoïdes existent aussi parfois dans la région d'insertion du pétiole sur la tige.

M. Correns a considéré ces glandes comme des nectaires extra-nuptiaux.

9. — Les stomates sont localisés sur la face postérieure de la feuille. Chez *Helmia bulbifera*, j'ai trouvé des stomates sur les deux faces du limbe. Les parois latérales des cellules épidermiques postérieures sont souvent sinueuses.

L'épiderme antérieur du limbe se compose de cellules à parois latérales planes.

Chez les espèces dont la surface supérieure du limbe paraît veloutée, chaque cellule épidermique présente au milieu de sa face externe une éminence striée radialement par rapport à un point central placé au sommet de l'éminence.

On trouve sur l'épiderme des deux faces de la feuille des poils courts à tête cloisonnée. Chez certaines Dioscorées, on trouve, en plus de ces poils, de courts prolongements non cloisonnés des cellules épidermiques, ou des poils allongés, terminés en pointe et pluricellulaires.

La cuticule des cellules épidermiques est souvent recouverte de stries réticulées ou plus ou moins parallèles. Le dispositif parallèle se rencontre sur les cellules allongées qui suivent le parcours des nervures.

MM. J.-A. BATTANDIER et L. TRABUT

A Alger.

DESCRIPTION D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DU GENRE « URGINEA » STEINHEIL

— *Séance du 7 août 1893* —

Les *Urginea* sont, en général, des plantes des régions maritimes. L'espèce que nous nous proposons de décrire vient des bords du Sahara à plus de 200 lieues de la mer. Ce fait n'a rien de bien étonnant, car le Sahara, comme le bord de la mer, a des terrains sableux et salés ; aussi y trouve-t-on diverses plantes à caractère maritime : *Orlaya maritima, Pancratium Saharæ*, etc. Notre regretté collègue, M. A. Letourneux, nous avait déjà dit avoir vu dans le M'zab un *Urginea* en feuilles assez semblables à celles de notre plante. Les bulbes que nous avons réussi à faire fleurir et fructifier, en pratiquant la fécondation artificielle, ont été recueillis par l'un de nous (M. Trabut) près de Tyout, pendant les premiers jours d'avril. Ils étaient encore bien feuillés. Ils ont fleuri et fructifié en juillet.

Voici la description de cette plante :

URGINEA NOCTIFLORA

Bulbes gros comme un œuf ou davantage, ovoïdes et longuement atténués en col, enveloppés par les vieilles écailles ridées et membraneuses. Feuilles linéaires, aiguës, un peu charnues, contournées en hélice, étalées, paraissant bien après les fleurs, longues de 1 décimètre environ, larges de 4 à 5 millimètres. Hampe de 2 à 4 décimètres, grêle (1 millimètre et demi à 2 millimètres de diamètre), cylindrique, dressée, d'un gris verdâtre lavé de rose ainsi que les fleurs et la capsule. Bractées ovoïdes, prolongées à la base en un éperon filiforme et aigu, pouvant dans les plus inférieures atteindre cinq fois la longueur de la bractée, et se fanant bien avant l'anthèse. Fleurs nutantes, inodores, peu nombreuses (4 à 10), distantes de 2 à 3 centimètres au moment de la floraison. Pédoncules filiformes, d'abord courts et dressés, nutants et longs de 15 millimètres à la floraison, se redressant horizontalement pendant la maturation de la capsule, un peu défléchis à la fin sous le poids de celle-ci. Périanthe commençant à s'ouvrir au coucher du soleil, d'abord étroitement campanulé, puis s'ouvrant de plus en plus jusqu'à devenir rotacé, continuant ensuite à s'infléchir en arrière à la manière du Lis Martagon, jusqu'à ce que les six divisions arrivent à se toucher par leurs extrémités, formant ainsi un globe à claire-voie. Arrivé à ce maximum de renversement, le périanthe subit un mouvement de régression qui le fait repasser lentement par toutes ses phases primitives : vers cinq heures du matin, il est redevenu

étroitement campanulé; à sept heures, il est complètement fermé, ses divisions s'agglutinent vers leur sommet et le périanthe tout entier se détache par sa base quand la capsule grossit. Comme dans les autres *Urginea*, les fleurs ne durent qu'un jour. Pièces du périanthe largement linéaires, longues de 9 à 10 millimètres, larges de 3 environ, obtuses, courtement mucronées et un peu cucullées au sommet, d'un gris verdâtre lavé de rose, avec une bande plus foncée sur le dos, presque pellucides aux bords. Étamines un peu plus courtes que le périanthe et que le style; filets un peu plus longs que l'anthère avant sa déhiscence, bien plus longs qu'elle après, un peu renflés et fusiformes dans le bas. Anthères médifixes, linéaires-quadrangulaires, à quatre logettes bien marquées, montrant en arrière un connectif rouge assez large au milieu duquel le filet vient s'insérer dans une fossette par une pointe amincie. L'émission du pollen a lieu par des fentes longitudinales dès que le périanthe commence à s'ouvrir. Les étamines à ce moment sont étroitement appliquées contre le style, ensuite, à mesure que les pièces du périanthe se renversent en arrière, les filets se courbent en avant, de sorte que, restant étroitement appliqués contre l'ovaire, ils s'entre-croisent à son sommet et s'écartent un peu du style, formant ainsi dans leur ensemble deux cônes opposés par le sommet. Pollen en forme de grain de blé à bouts aigus avec un sillon longitudinal. Ovaire ovoïde à six sillons, dont trois principaux, constitué ainsi que les ovules comme dans tous les *Urginea*. Style filiforme égalant à peu près les divisions du périanthe. Stigmate terminal, à peine trilobé à la loupe, pas plus large que le style. Capsule largement ovoïde, obtuse, presque globuleuse, grosse comme une petite noisette s'ouvrant en trois valves médioplacentifères, d'abord finement ponctuées à la loupe, puis ridées-parcheminées. Graines aplaties à testa noir et membraneux, irrégulièrement ovoïdes dans leur pourtour, largement ailées, et à amande un peu plus charnue que dans les autres *Urginea* méditerranéens; étroitement imbriquées et bisériées dans chaque loge, au nombre de cinq par série, soit une trentaine par capsule. Embryon du genre.

L'*Urginea noctiflora* se distingue de toutes les espèces méditerranéennes du genre par de nombreux caractères. Nous n'avons pu, jusqu'à présent, le comparer avec toutes les espèces du Cap. Si celles-ci n'établissent pas de transition, il faudrait créer pour la nôtre une section à part. Comme tous les *Urginea* méditerranéens, elle fleurit à la fin de l'été, ne pousse ses feuilles que plus tard, et a des bractées éperonnées. Ce caractère donné comme générique par Steinheil, ne manque dans aucune espèce méditerranéenne, au moins dans les bractées inférieures, et c'est bien à tort que dans l'atlas de l'exploration scientifique de l'Algérie, on en a privé l'*Urginea anthericoides*. Mais tandis que dans les autres l'éperon est manifestement formé par un repli de la bractée (bractées réfractées), dans notre espèce on ne voit pas trace de ce repli. Sa floraison nocture, les formes curieuses prises par son périanthe, le port bizarre de ses étamines, sa grosse capsule presque globuleuse, ses pédoncules jamais redressés contre la tige, en font une plante bien à part. C'est avec l'*Urginea fugax* qu'elle a le plus de rapports.

M. le Dr Ed. BONNET

A Paris.

APERÇU HISTORIQUE SUR LES PLANTES DE TUNISIE

— Séance du 7 août 1893 —

Dans une magistrale introduction au *Compendium Florœ Atlanticæ*, le docteur Cosson a fait l'historique des explorations botaniques entreprises à différentes époques dans la région barbaresque; mais, à s'en tenir à ce seul exposé, on pourrait croire qu'avant Schaw (1738), la végétation de la Tunisie n'avait été l'objet d'aucune étude et que les auteurs, antérieurs au XVIIIe siècle, ne nous ont transmis aucun renseignement sur les plantes de ce pays dont la fécondité fut si longtemps proverbiale.

Soumettant les recherches historiques au contrôle de la botanique descriptive et de la géographie botanique, je vais essayer de combler, en partie, les lacunes du *Compendium* et de grouper, dans un Aperçu, provisoirement limité à la Tunisie, les indications disséminées dans les anciens auteurs et celles qu'on peut tirer de l'étude des monuments civils ou religieux. A l'ordre chronologique, j'ai substitué, dans le classement des documents analysés ci-après, une division en cinq périodes basée sur l'origine ethnique des monuments et sur l'idiome employé par les auteurs.

I. — Période punique.

Navigateurs et commerçants, les Carthaginois semblent avoir délaissé les sciences dont les applications immédiates ne pouvaient contribuer au développement des deux principales sources de richesse et de prospérité de la république. Cependant, chez ce peuple, l'agriculture qui a de nombreux rapports avec la science des végétaux, avait atteint un haut degré de perfection et les agronomes latins, Caton et Columelle, se sont souvent inspirés dans leurs écrits des préceptes du Carthaginois Magon; malheureusement, les livres de cet auteur ont été perdus et les fragments qui nous ont été conservés par les écrivains romains ne fournissent que peu de renseignements sur les plantes communément cultivées dans le territoire de l'ancienne Carthage; nous savons seulement, par un passage de Pline (*Hist. nat.*, l. XVII, c. XIX) emprunté à Magon, que les oliviers étaient nombreux dans l'Afrique carthaginoise et qu'ils y produisaient une huile estimée.

M'adressant à d'autres sources, je rappellerai que le dattier, l'arbre par excellence de l'Afrique septentrionale, figure sur les monnaies autonomes de Carthage et sur un grand nombre d'ex-voto exhumés des ruines du temple de Tanit; d'autres stèles, dédiées à la même divinité, portent gravés en creux, au-dessus de la formule consacrée, une fleur de courge, un grenadier chargé de fruits, un tamarix, des grappes de raisins et des épis accouplés (1); le froment était, en effet, une marchandise que les Carthaginois exportaient dans le monde entier et celui qu'ils cultivaient de préférence appartenait vraisemblablement à la race de blé dur à longues barbes que les Romains désignaient sous le nom de *Triticum Robus* (2); quant à la vigne, Diodore (l. XX, c. VIII) nous apprend que ses produits formaient la moitié de la richesse des vergers de Carthage. Enfin, je mentionnerai encore une race de figuier précoce dont les fruits furent, entre les mains de Caton l'Ancien, un argument qui décida la troisième guerre punique et la chute de Carthage (Pline, l. XV, c. XX). A ces quelques végétaux cultivés ne se bornaient pas les connaissances botaniques des anciens Carthaginois, la période suivante va nous fournir une liste assez importante de plantes puniques dont les noms nous sont parvenus par l'intermédiaire d'un médecin grec.

II. — Période grecque.

Homère, le plus grand poète de l'antiquité, est aussi le premier auteur qui ait fait mention du λωτός, ce fruit doux comme le miel, μελιηδέα καρπόν (*Odyss.*, IV, 94), cet aliment parfumé, ἄνθινον εἶδαρ (*Odyss.*, IX, 84), que les compagnons d'Ulysse mangeaient dans l'île des Lotophages, aujourd'hui Djerba, et qui leur faisait oublier la patrie; après Homère, Théophraste (*Hist. pl.*, IV, 4), Hérodote (*Histor.*, IV, 177), Scylax (*Peripl.*), Polybe (*Histor.*, I, 38), Strabon (*Geogr.*, XVII) (3), nous ont transmis quelques renseignements sur cet arbre merveilleux avec lequel on a tour à tour identifié le Dattier, le *Diospyros Lotus*, le *Rhus oxyacanthoides*, le *Ceratonia Siliqua*, le *Celtis australis*, le *Nitraria tridentata* et trois espèces de Jujubier (*Zizyphus Lotus*, *Z. vulgaris* et *Z. Spina-Christi*); peu de plantes, en effet, ont, autant que le Lotus, exercé la sagacité des commentateurs et l'analyse des travaux publiés, la discussion des opinions émises à ce sujet dépasseraient les bornes de la présente étude; du reste, pourquoi vouloir, comme l'a fait Miquel (4), trouver la réalité dans une fiction poétique d'Homère? Quant au Lotus de Théophraste et de la plu-

(1) Ph. Berger, *Ex-voto du temple de Tanit à Carthage* in *Gazette archéologique*, 1876-77.
(2) J. Michon, *Les céréales en Italie sous les Romains.*
(3) Cf. Meyer, *Botan. Erläut. zu Strabons Geogr.*, p. 177.
(4) *Homerische Flora*, p. 17.

part des géographes grecs, je suis d'avis qu'on peut y reconnaître un Jujubier sans que cependant les descriptions soient assez précises pour qu'on puisse déterminer l'espèce avec une entière certitude. Je n'insisterai pas davantage et, pour plus amples renseignements, je prierai le lecteur de recourir aux travaux spéciaux de Desfontaines (1), Sprengel (2), Duppa (3), Fée (4), Kralik (5), Ed. Blanc (6), Ch. Tissot (7) et autres.

Théophraste, père de la botanique grecque, n'a consigné, dans son *Histoire des plantes*, que des renseignements assez vagues sur la partie de l'Afrique située à l'ouest de la Cyrénaïque ; de cette région qu'il connaissait mal, il n'a parlé que par ouï-dire, et, à part le Lotus, il ne cite d'une façon précise aucune plante croissant dans les limites de la Tunisie ; à propos du *Juniperus*, κέδρος (III, 12), dont il distingue deux espèces, il dit : « κέδρον δὲ οἱ μέν φασιν εἶναι διττήν, τὴν μὲν εν λυκίαν (*J. lycia* L.), τὴν δὲ φοινικῆ (*J. phœnicea* L) » ce que Daniel Heinsius a traduit : « Cedrum quidam binam esse affirmant, alteram lyciam, alteram *punicam* », mais rien dans le texte n'indique que Théophraste ait voulu désigner le *Juniperus phœnicea* comme croissant dans le voisinage de la métropole carthaginoise ou des *emporia* de la côte.

Suivant Dioscoride, l'une des meilleures sortes de Mélilot se récoltait aux environs de Carthage : μελίλωτος..... κράτιστος ὁ ἐν Καρχηδόνι γεννώμενος (περί ὕλης ἰατρικής, III, 41) [*Melilotus messanensis* Desf. ? (8)] ; c'est la seule localité, appartenant au domaine actuel de la Tunisie, que j'aie relevée dans toute l'œuvre de Dioscoride ; mais, lorsqu'on parcourt avec attention le traité περί ὕλης ἰατρικής, on remarque que le père de la matière médicale indique parfois, au milieu des dénominations vulgaires usitées en différents pays pour désigner les plantes médicinales, les noms employés par les Africains, ἄφροι ; or, comme l'ont reconnu Bochart et Sprengel, ces noms appartiennent à la langue punique et les Africains de Dioscoride ne sont que les habitants indigènes de l'ancien domaine de Carthage réduit en province romaine sous le nom d'Afrique-propre ; on peut donc considérer la liste de ces noms puniques que je donne ci-après (9), comme représentant la flore médicale carthaginoise connue à l'époque de Dioscoride, c'est-à-dire vers le milieu du premier siècle de notre ère.

(1) *Recherches sur le Lotos de Lybie,* in Mem. Acad. R. Sc., 1788, p. 443.
(2) *Antiquitat. bot.,* spec., I, p. 47.
(3) *Illustration of the Lotus of the ancients.*
(4) In ejusd., *Flore de Virgile,* p. LXXX.
(5) *Lettre* in Bull. Soc. bot. Fr., II, p. 22.
(6) *Recherches sur le Lotus d'Afrique,* in Assoc. Fr. Av. des Sc., 1889, II, p. 898.
(7) *Géographie comparée de la prov. d'Afrique,* I, p. 316.
(8) Il n'est pas possible de reconnaître, parmi les Mélilots qui croissent sur l'emplacement de Carthage et dans les environs, l'espèce que Dioscoride a voulu désigner.
(9) Cette liste cite en premier lieu le nom punique tel qu'il a été transcrit par Dioscoride, ensuite le nom grec avec renvoi au livre et au chapitre correspondant de la matière médicale (éd. Sprengel, tome I) et enfin la concordance Linnéenne.

ζουορινσίπετ, ἄρκευθος, I, 103 = Juniperus macrocarpa Sbth. et Sm.
ἀταδίν, ῥάμνος, I, 119 = Rhamnus oleoides L.
φυλλεσάδε, ὑποκιστος, I, 127 = Cytinus hypocistis L.
θορπάθ, ῥαφανὶς, II, 137 = Raphanus Raphanistrum L.
ἀτιειρκόν, ἀρνογλωσσον, II, 152 = Plantago maritima L.
ἀτιρσίπτη, κορωνόπους, II, 157 = Plantago serraria L. vel P. Coronopus L.
γαθουονήμ, σόγχος, II, 158 = Helminthia echioides Gærtn ?
τιρικτά, γιγγιδιον, II, 166 = Ammi Visnaga Lam. ?
ἀσουρὶκ, ευζωμον, II, 169 = Eruca sativa Lam.
συρὶς, στρούθιον, II, 192 = Gypsophila paniculata L. et G. Arrostii Guss. (La racine, importée d'Orient et de Sicile, servait au dégraissage des laines.)
ἔρβιαιαθουμ, κάππαρις, II, 204 = Capparis spinosa L.
χούφφοις, ἀνεμώνη, II, 207 = Anemone coronaria L.
ἀσιῤῥισοί, ἀναγαλλίς, II, 209 = Anagallis arvensis L.
λαβοθολαβάθ, μυὸς ὦτα, II, 214 = Myosotis hispida Schl.
ἀτιρτόπουρις, τηλέφιον II, 217, = Cerinthe aspera Roth.
χερδὰν, ἠρύγγιον, III, 21 = Eryngium tricuspidatum L. vel E. dichotomum Desf.
ἀπολείουμ, γλήχων, III, 30 = Mentha Pulegium L.
χουρμᾶ, πήγανον ἄγριον, III, 46 = Peganum Harmala L.
σιχάμ, σταφυλῖνος ἄγριος, III, 52 = Daucus Carota L. vel D. maximus Desf.
σικκίρια, ἄνηθον, III, 60 = Ridolfia segetum Mor.
γοὶδ, κόριον, III, 64 = Coriandrum sativum L.
σιθιλέας, ἱεράκιον τὸ μέγα, III, 65 = Tolpis altissima Pers. ?
σιθιλεσαδέ, ἱεράκιον τὸ μικρόν, III, 66 = Hypochœris neapolitana D. C. ?
ἀσκαουκαύ, ἐλαφόβοσκον, III, 73 = Kundmannia sicula D. C. ?
ἀβίβλαβον, κρίνον βασιλικόν, III, 106 = Pancratium maritimum L.
ἀτιερβέρζια, πράσιον, III, 109 = Marrubium vulgare L.
ἱέσκε, γεράνιον, III, 121 = Geranium malvæflorum B. et R.
ἱὲγκ, γερανιον ἕτερον, III, 121 = Erodium malachoides Willd.
ἀβιβλαβόν, ἡμεροκαλλὶς, III, 127 = Asphodelus luteus L.
ἀστηρτιφὴ, ἀνθεμὶς, III, 144 = Anthemis fuscata Brot.
θαμάκθ; παρθένιον, III, 145 = Matricaria aurea Coss.
ναράτ, βούφθαλμον, III, 146 = Anacyclus clavatus Pers.
χουλούμ, πολύγονον ἄῤῥεν, IV, 4 = Polygonum aviculare L.
λανάθ, περικλύμενον, IV, 14 = Lonicera etrusca Sant. vel L. implexa Ait.
βουινεσάθ, ἄγχουσα, IV, 24 = Anchusa undulata L.
ἱεβάλ, ἄγρωστις, IV, 30 = Triticum junceum L. ?
οὐδήδονι, σιδηρῖτις, IV, 33 = Sideritis romana L. ?
ἀστὴρ χοιλόθ, ἀχίλλειος, IV, 36 = Achillea Santolina L.
ἀχοιοσίμ, τράγιον ἄλλο, IV, 50 = Pimpinella Tragium Willd.
χούδουα, σχοῖνος ἑλεία, IV, 52 = Juncus acutus L.
δουβὰθ, χρυσοκόμη, IV, 55 = Lonas inodora Gœrtn. ?
χουρζῆτα, χρυσανθέμον, IV, 58 = Chrysanthemum coronarium L.
σισιμάκα, μήκων κερατῖτις, IV, 66, Glaucium luteum Scop.
οὐαργουγουμ, ψύλλιον, IV, 70 = Plantago Psyllium L.
ἀστρεσμουνίμ, στρύχνος κηπαῖος, IV, 71 = Solanum nigrum L.
κακαβούμ, στρύχνος ἀλικακάβος, IV, 72 = Withania somnifera Dun.
ἀστιρκόκ, ποταμογείτων ἕτερος, IV, 99 = Potamogeton natans L.
ζιγὰρ vel θεψώ, βούνιον, IV, 122 = Carum incrassatum Boiss. aut C. mauritanicum B et R.

ἀνσανὰφ, βουγλωσσον, IV, 126 = Borago officinalis L.
κουσίμεζαρ, σίκυς ἄγριος, IV, 152 = Ecballium Elaterium Rich.
θορφὰθ, ἄπιος, IV, 174 = Euphorbia Apios L. (Les plus anciens manuscrits de Dioscoride, ornés de miniatures, confirment cette identification, bien qu'en réalité la plante n'existe pas en Tunisie).
λαουοθέν, ἄμπελος μέλαινα, IV, 182 = Bryonia dioica L.
ἀσουμές, λινόζωστις, IV, 188 = Mercurialis annua L.
ἁρμὰς vel ἀσουμέσλαβον, κυνοκράμβη, IV, 189 = Thelygonum Cynocrambe L.

III. — Période romaine.

César raconte (*De Bello Afric.*, XXIV) que, lorsqu'il était bloqué sous les murs de Ruspina (Monastir) par les forces combinées de Pompée et de Juba, ses vétérans suppléèrent au manque de fourrage par une algue qu'ils ramassaient sur le rivage et qu'ils donnaient à leurs chevaux, après l'avoir lavée dans l'eau douce ; Nocca (1) s'est le premier occupé de cette algue et il a cru y reconnaître le *Zostera marina* L. ; plus récemment, Ch. Tissot (2) a pensé qu'il s'agissait du *Fucus saccharinus*, mais cet archéologue paraît avoir confondu, sous ce nom, deux plantes très différentes ; en réalité, l'algue de César est une Zostéracée, commune sur toute la côte orientale de la Tunisie, le *Posidonia Caulini* Kœn., dont les feuilles servent encore aujourd'hui, lorsque le fourrage fait défaut, à la nourriture du bétail et dont les fruits, connus sous le nom d'olives de mer, sont mangés par les Arabes pauvres du littoral.

Pline nous a laissé (*Hist. nat.*, XVIII, 51) des cultures de Tacape une description qui convient de tout point à la moderne Gabès, il n'y a que le nom de l'oasis qui ait changé : «*Palmæ ibi prægrandi subditur olea, huic ficus, fico punica, illi vitis, sub vite seritur frumentum, mox legumen, deinde olus, omnia eodem anno, omniaque aliena umbra aluntur.* » Le naturaliste romain vante en outre les grenades (XIII, 34) et les cardons de Carthage (XIX, 43, *Cynara Cardunculus* L.) ; ailleurs, il parle du *Lotus* (XIII, 32), mais en confondant celui d'Italie (*Celtis australis* L.) avec le Lotus des Lotophages (*Zizyphus* sp.), de la figue africaine que les habitants de Ruspina (Monastir) conservaient pressée dans de grandes jarres (XV, 21), de l'amandier au sujet duquel il répète les préceptes de Magon (XVII, 30). L'indication *in Africa*, qui revient plusieurs fois dans l'*Historia naturalis*, ne doit pas être interprétée dans le sens étendu que nous lui donnons aujourd'hui ; elle désigne très vraisemblablement, sous la plume de l'auteur, la province d'Afrique-propre en grande partie comprise dans les limites de la Tunisie actuelle. Pline y indique, parmi

(1) *Illustr. usus et nom. plant. quæ in J. Cæsaris comm. indigit.*
(2) *Géographie comparée*, I, p. 301.

les végétaux cultivés ou spontanés, les truffes (XIX, 11, *Terfezia Leonis* Tul.), les concombres (XIX, 23, *Cucumis sativus* L.), les oignons (XIX, 30, *Allium Cœpa* L.) le cumin (XIX, 47, *Cuminum Cyminum* L.), une race d'ail, l'*ulpicum* (XIX, 37, *Allium sativum* L. var.), le thapsia, qui, dit-il, possède dans la province d'Afrique des propriétés plus énergiques que partout ailleurs (XIII, 43, *Thapsia garganica* L.), et enfin un sparte court et, pour cette raison, sans utilité, *exiguum et inutile* (XIX, 17; *Lygeum Spartum* Lœfl.) différent du sparte de Carthagène (*Stipa tenacissima* L.) (1)

Les vastes forêts (*Quercus Suber* L. et *Q. Mirbeckii* D. R.) qui couvrent la Khroumirie et s'étendent jusqu'auprès de Tabarque sont mentionnées dans un vers de Juvénal (*Sat.* X, v. 194).

Agronome, mais non naturaliste, Columelle ne m'a fourni que peu de faits nouveaux à enregistrer; sous le nom de pois punique, il indique (*De re rustic.*, IX, 1) une race particulière de pois chiche (*Cicer arietinum* L. var.); à propos de la grenade, il donne (XII, 41, 44) plusieurs recettes préconisées par Magon pour conserver pendant longtemps ce fruit dans toute sa fraîcheur; enfin, dans son poème des *Jardins* (v. 107), le même auteur signale aux environs de Sicca, aujourd'hui le Kef, des bulbes qui me paraissent être celles de la Scille (*Urginea Scilla* Steinh.).

Un écrivain de la décadence, le Pseudo-Apulée, n'a d'autre mérite que d'avoir inscrit dans son livre *De viribus herbarum* quelques noms puniques, antérieurement mentionnés par Dioscoride, preuve évidente que les dénominations vulgaires, appliquées dès l'époque Carthaginoise aux plantes médicinales, persistaient encore en partie au IVe siècle de notre ère, date probable à laquelle le Pseudo-Apulée a composé son traité (2).

IV. — Période arabe.

Au premier rang de cette période, je place Ibn-Beïthar (1197-1248), non qu'il soit le plus ancien, mais parce que son livre contient les renseignements les plus complets et les plus précis sur les connaissances botaniques des Arabes pendant le moyen âge. A la vérité, le *Djami el Moufridat* (Traité des simples) de cet auteur, n'est guère qu'une compilation dans laquelle Dioscoride tient la plus large place; il faut cependant reconnaître qu'Ibn-Beïthar a ajouté au texte grec des observations personnelles et que, s'il s'est quelquefois trompé, il possède du moins cet incontestable avantage d'avoir vu lui-même les plantes qu'il décrit.

(1) Cf. Ameilhon, *Recherches sur les différentes espèces de Sparte dont il est parlé dans les anciens auteurs.*

(2) On a pensé, avec quelque apparence de raison, que ce faux Apulée était né en Afrique, comme l'auteur de l'Ane d'Or.

Voici, d'après le *Djami el Moufridat* (1), la liste des espèces observées par Ibn-Beïthar en Ifrikiya (2).

الاكتار *Aacoutsar* (N° 3) = *Carum incrassatum* Boiss. et *C. mauritanicum* B. et R. « On le connait dans le pays de Khairouan, où les habitants des campagnes mangent sa racine après l'avoir fait cuire. »

الاميليس *Aamililis* (N° 5) = *Rhamnus Alaternus* L. « Est connu depuis le Maghreb extrême jusqu'en Ifrikiya; c'est l'écorce qu'on emploie. »

ابزاز القطة *Abzaz-el-Qiutta* (tetons de chatte, N° 14) = *Sedum hispidum* Desf.? « C'est un petit *sempervivum* connu à Tunis et dans les contrées qui en dépendent. »

إدْخِر *Idkhir* (N° 29) = *Andropogon laniger* Desf. « Celui qui croît à Cafsa et sur les rivages de l'Ifrikiya est d'une qualité inférieure. »

ارجيقنة *Ardjikna* et ادجيقنّ *Ardjiknou* (N° 49) = *Centaurea acaulis* L. « On la connaît en Ifrikiya. »

ازورد *Azourd* (N° 61 *bis*) = *Melilotus macrocarpa* D. R.? « C'est le nom du Mélilot chez les Berbères de l'Ifrikiya. »

أُقْحوان *Oq'houan* (N° 121) = *Periderea fuscata* Webb. « Connue dans l'Ifrikiya sous le nom de كافورية *kafouria*. »

اكليل الملك *Iklil-el-malek* (couronne de roi, N° 128) = *Trigonella sp.* au *T. maritima* L.? « Se trouve dans le pays de Carthage. » (Plante confondue à tort, par Ibn-Beïthar, avec le μελίλωτος de Dioscoride (Cf. Dietz, *Analecta*, p. 62).

أُوقيمُوايدس *Oqimoaidès* (N° 199) = *Silene sp.?* « C'est une plante connue par les herboristes de l'Ifrikiya, et surtout de la ville de Tunis, sous le nom de لسيعة *lassiâa*; elle est très abondante chez eux sur la montagne de Macouss. »

بابونج *Babounedj* (N° 220) = *Matricaria aurea* Coss. « On la trouve à Tunis ainsi qu'à Rakkada, localité des environs de Khairouan, où elle est abondante et où on la semait autrefois, mais aujourd'hui elle y vient spontanément; on la trouve aussi à Touzer. »

بُجّ *Boddj* (N° 246) = *Arbutus Unedo* L. « Ce nom est celui qu'il porte tant à Tunis que dans ses dépendances en Ifrikiya. »

بقلة الاوجاع *Baqlet-el-aoudjâa* (l'herbe aux douleurs, N° 333) = *Pimpinella lutea* Desf. « J'ai entendu quelques Arabes d'un vallon de l'Ifrikiya donner ce nom à une plante qui s'appelle توجدة *toudjda* dans le Maghreb. »

تافغيت *Tafghaït* (N° 398) = *Rhaponticum acaule* D. C. « C'est un nom berbère qu'on lui donne en Ifrikiya et dans les environs. »

(1) Traduction du Dr L. Leclerc in *Notices et extr. des ms. de la Bibl. Nat.*, XIII, XXV et XXVI; dans la liste ci-dessus le numéro qui suit le nom de chaque espèce est celui du chapitre correspondant de la traduction; les assimilations de Leclerc étant souvent inexactes, j'ai dû les réformer et faire, pour les plantes de Tunisie, une revision analogue à celle que M. Sickenberger a publiée récemment sur les plantes d'Egypte. (Le Caire, Imp. Nat., 1890.)

(2) L'Ifrikiya des Arabes, dans laquelle on reconnait sans peine l'Africa des Romains, correspondait à la Tunisie moderne avec des limites un peu plus étendues, notamment à l'ouest, du côté de Constantine.

ترجبين *Terendjobin* (N° 408) = *Manne.* « C'est une rosée qui tombe du ciel sous forme d'humeur pareille à du miel concret et granuleux ; elle tombe aussi à Qasthilia (Touzer et Nefta), dans la province d'Ifrikiya, sur les branches de palmier. » (La manne dont parle Ibn-Beïthar m'est inconnue et je ne l'ai pas observée à Touzer ; le nom de *terendjobin* désigne habituellement la manne de l'*Alhagi Maurorum* D. C., âkoul des Arabes.)

جِنا *Djina* (N° 519) = *Arbutus Unedo* L. « A Khairouan on lui donne le nom de شُمارى *chomary.* » (Cf. N° 246.)

جوز جندم *Djouz djondom* (N° 538) = *Lecanora esculenta* Pall. « Elle nous vient des environs du Zab de Khairouan. »

جودر *Djouder* (N° 539) = *Rhus oxyacanthoides* Dum. Cours. « Cet arbuste est commun dans le Zab et dans les environs de Khairouan. »

خامالاون مالس *Khamèléoun melas* (N° 742) = *Atractylis gummifera* L. « Cette plante est très commune dans l'Ifrikiya... elle est surtout abondante dans les environs de Bedja et de Khairouan, où on l'appelle عزرة *azra;* elle est très commune dans ce pays et on s'en sert pour tuer les lions. »

خبز المشايخ *Khobz-el-mechaïkh* (pain des vieillards, N° 758) = *Cyclaminus persica* Mill.? « Les habitants de l'Ifrikiya donnent ce nom au médicament connu sous le nom de بخورمريم *bokhour meryem.* »

خِرّيع *Khirria* (N° 788) = *Rhaponticum acaule* D. C. « C'est une espèce d'artichaut bien connu à Tunis et dans les cantons voisins de l'Ifrikiya. » (Cf. N° 398).

ذنب الخروف *Deneb-el-Kharouf* (queue d'agneau, N° 1004) = *Reseda alba* L.? « ..... en Ifrikiya. »

زراوند *Zeraouend* (N° 1099) = *Aristolochia longa* L. « Dans l'Ifrikiya on lui donne le nom d'arbre de Rostem شجرة رستم »

زُقْشْتة *Zoqochta* (N° 1119) = *Echinops spinosus* L. « C'est un nom usité à Khairouan ;... à Tunis on a reconnu son utilité contre la gale ulcérée. »

زلم *Zelm* (N° 1120) = *Cyperus esculentus* L. « On sème la plante qui se trouve abondamment à l'état sauvage dans les Zâb de la province d'Ifrikiya. »

سبع الكتان *Sebâ-el-Kitan* (lion, du lin, N° 1160) = *Cuscuta epilinum* Weihe. « C'est une plante bien connue par les médecins... de l'Ifrikiya... sous le nom de كشوت *kochout.* »

شطيبه *Choteïba* (N° 1320) = *Genista sp.?* « A Khairouan on a reconnu son efficacité contre la fièvre. »

ظفيرة العجوز *Dhafiret-el-âdjouz* (N° 1502) = *Tribulus terrestris* L. « C'est le nom que l'on donne à Khairouan au fruit du *Tribulus.* »

عُكْنة *Okna* (N° 1575) = *Iris Sisyrinchium* L.? « Il se rencontre en Ifrikiya. »

(N° 1618). « Les médecins de l'Ifrikiya remplacent l'Eupatoire de Dioscoride par la plante appelée en berbère ترهلان *terhelan* = *Pulicaria odora* Rchb. »

غِبْسلة *Ghisla* (N° 1636) = *Globularia Alypum* L. « Elle est connue des habitants de l'Ifrikiya sous le nom de سربانسة *serbança.* »

قرْصعنة *Qarçana* (N° 1754) = *Eryngiorum sp. plur.* « On en compte plusieurs espèces en Ifrikiya. »

قزاح *Qozzah* (N° 1784) = *Deverra tortuosa* D. C. « C'est le nom que l'on donne à Khairouan à une espèce de fenouil de montagne brouté par les chameaux;... les habitants des campagnes de Khairouan et du canton d'El-Mehdya lui donnent le nom de *Qozzah* et quelques-uns d'*âldjan* علجان »

قليحة *Qaliha* (N° 1831) = *Antirrhinum majus* L. *sensu latiori.* « On prétend en Ifrikiya que la graine a la propriété de provoquer à l'amour. »

قلنجونة *Qalandjouna* (N° 1832) = *Othonna cheirifolia* L.?? « Plante connue en Ifrikiya...., à Khairouan sous le nom de كرنجونة *karandjouna.* »

كشة *Kicha* (N° 1944) = *Lavandula Stœchas* L. « C'est le nom que l'on donne à Tunis et dans les contrées de l'Ifrikiya à la Stœchas. »

لسان *Liçan* (N° 2024) = *Borago officinalis* L. « Porte en Ifrikiya le nom d'*abou chenafi* أبوشنا فى »

ماميثا *Mamita* (N° 2059) = *Glaucium luteum* Scop. « Il est commun dans l'Ifrikiya. »

مرو *Merou* (N° 2108). « Il y en a quatre espèces..... une que l'on appelle *Mermahour*, c'est le *Marum* de montagne que l'on appelle en Ifrikiya اومهبونة *oumorohbouné.* » (*Teucrium Polium* L.?)

هالوك *Halouk* (N° 2248) = *Orobanche speciosa* D. C. « Chez les habitants de l'Ifrikiya, c'est une espèce de *tarâtsîts*... c'est ce que les Grecs appellent... lion de la lentille. »

ورحالور *Ourhalour* (N° 2286) = *Bryonia dioica* Jacq. « C'est le nom berbère de la Bryone qui est connue sous le nom de *fachira* فاشيرا dans l'Ifrikiya. »

(N° 2296). « J'ai vu les Berbères de l'Ifrikiya user de l'espèce d'Euphorbe qu'ils appellent تاقوت *taqout* (*Euphorbia Lathyris* L.) de la même manière que le rapporte Razès. »

يخصص *Jakhçiç* (N° 2304). « Nom berbère répandu en Ifrikiya pour désigner la grande espèce d'Ache. » (*Apium graveolens* L.)

يمة *Jenema* (N° 2324) = *Plantago albicans* L. « Plante bien connue à Khairouan par ses propriétés vulnéraires. »

Après Ibn-Beïthar, les meilleures sources de renseignements auxquelles il soit possible de puiser sont les livres des géographes arabes et ces récits de voyage, connus sous le nom de *Rihla*, que certains tholba du Maghreb, ayant fait le pèlerinage de la Mecque, ont écrit à leur retour de la ville sainte. Je résumerai brièvement les indications de ces divers auteurs concernant les plantes spontanées ou cultivées en Tunisie.

El-Edrisi (vers 1153) (1). — « Les environs de Castilia, appelée aussi Touzer, sont couverts de palmiers qui produisent des dattes très estimées dans toute l'Afrique... ainsi que de beaux citrons d'un goût excellent... A Cafsa on cultive le Henné, le Cumin et le Coton. »

(1) *Géographie,* trad. par Amédée Jaubert.

El-Bekri (+ 1094) (1). — « A Tunis, on remarque l'amande cassante, ainsi nommée parce qu'elle est recouverte d'une coque extrêmement mince..., la grenade faible entièrement dépourvue de pépins..., le gros citron..., lá figue khazeni qui est grosse, noire, couverte d'une peau fine et presque sans pépins..., un coing qui surpasse tous les autres par sa grosseur, son goût et son parfum..., le jujube superfin dont le fruit acquiert la grosseur d'une noix (*Zizyphus Spina Christi* Willd.)..., l'oignon felouri qui a le volume d'un citron, une forme allongée, une peau très mince, un jus abondant et d'une douceur parfaite. — A Bedja, les pois et les fèves sont d'une qualité supérieure... — Le territoire de Zerour (près de Khairouan) est fertile en légumes, surtout en carottes... — A Djeloula (près de Mahediah), il y a de superbes plantations d'arbres fruitiers, parmi lesquels environ mille pieds d'oranger..., la canne à sucre y croît en abondance..., le jasmin y est fort abondant..., on y cultive le Sésame, le Lis, la Rose et la Violette.— A Kabès... les bananes sont extrêmement abondantes..., on y voit de très grands mûriers..., tout ce territoire produit abondamment des cannes à sucre... — A Cafsa, il y a abondance de pistaches... »

Bn-Haukal (vers '970) (2). — « A Castilia (Touzer), il y a de vastes plantations de dattiers et autres arbres fruitiers..., on y cultive beaucoup la canne à sucre... »

Cheikh-el-Tidjani (1306-1309) (3). — « Les habitants de Gabès sont exposés à de nombreuses maladies...; la cause en est due à la grande quantité de Lauriers-roses qui y croissent, les eaux en arrosant ces arbres en conservent un principe vénéneux... Nulle autre part on ne trouve des pommiers semblables à ceux de Djerba, quant à la beauté des fruits, la bonté du goût et la délicatesse du parfum...; près de la Kasba de la vieille ville de Djerba (ruines de Menix, près d'El-Kantara), on remarque un gros arbre de seder (*Zizyphus Spina-Christi* Willd.)...; ce seder est d'une espèce différente de celle que nous avons dans les environs de Tunis (*Z. vulgaris* L.)..., j'en ai vu une grande quantité à Touzer... Le Nefzaoua produit des coings préférables par leur goût, leur parfum et leur grosseur à ceux de toute autre localité... Près d'El-Akela, dans le Ghomrasen..., il y a une grande abondance de la plante appelée بهمى *behema* (*Stipa tortilis* Desf.)...; en se desséchant, elle laisse une graine tellement forte et aiguë qu'après avoir traversé les vêtements et les fourrures, elle fait une piqûre assez vive ; tout repos devient impossible ; elle tue souvent les bestiaux qui passent la nuit dans les champs, elle s'enchevêtre alors dans leurs toisons et les pique mortellement (4)... La principale culture des habitants du Ghomrasen est le *dorah* الذرة (*Penicillaria spicata* Willd.), espèce de millet qu'ils nomment القص *el-qaçab*. »

Deux voyageurs d'une époque plus récente : l'imam el Aïachi (1662-63) (5) et Moula-Ahmed (1709-10) (6) n'ont fait que répéter ou constater à

(1) *Description de l'Afrique sept.*, trad. par Quatremère in Notices et Extraits, XII.
(2) *Description de l'Afrique*, trad. par le baron de Slane, in *Journ. asiat.*, 1842.
(3) *Voyage dans la Régence de Tunis*, trad. par Alph. Rousseau, in *Journ. asiat.*, 1852-53.
(4) Sur les accidents analogues causés par le *S. parviflora* Desf., cf. Prillieux, in *Bull. Soc. bot. Fr.*. XXXII, p. 15.
(5) *Voyage de l'imam el Aïachi*, trad. par Berbrugger in *Explor. scient. de l'Algér., sciences histor. et géogr.*, IX.
(6) *Voyage*, trad. par Berbrugger et publié avec celui d'el Aïachi.

nouveau ce qu'avaient vu leurs devanciers; le premier signale cependant dans les sables, au sud du chott Djerid, l'abondance du Retem à fleurs blanches (*Retama Retam* Webb.) et aux environs du bordj el Melah une grande quantité de berouak (*Asphodelus microcarpus* Viv.); quant à Moula-Ahmed, il mentionne dans les oasis de Cedada et de Touzer, sous le nom de Zahar el helou, une race particulière de bigaradier.

V. — Période européenne.

Jean Léon, dit l'Africain, sert de transition entre cette période et la précédente; maure de Grenade, il s'était converti au catholicisme et sa *Description de l'Afrique*, d'abord publiée en arabe à Rome, fut traduite par lui-même en italien; Jean Temporal en a donné à Lyon, en 1556, une édition française. Le livre Ve de Jean Léon traite des royaumes de Bougie et Thunès et les indications qu'il contient sur les productions des deux pays montrent que, dans la première moitié du XVIe siècle, les cultures de l'Afrique septentrionale étaient à peu de chose près les mêmes qu'au temps des premiers géographes arabes. Jean Léon vante les jardins du Bardo peuplés d'orangers, de citronniers et de rosiers; il mentionne aux environs de Monastir et de Khairouan de grandes plantations de caroubiers; à Gabès l'Habb el Aziz, fruit souterrain ayant le goût de l'amande (tubercules du *Cyperus esculentus* L.) et il fait remarquer en même temps que les dattes de cette oasis ne se conservent pas; enfin il indique le lin (*Linum usitatissimum* L.) comme étant la principale culture du territoire de Nebeul.

Davity (1) s'est évidemment inspiré de Léon l'Africain; aux indications empruntées à cet auteur, il ajoute la culture du lin à Cafsa, celle de la canne à sucre à Kamart, les plantations de caroubiers de l'Ariane et, dans les vergers de la Marsa, il cite la présence du pêcher.

Marmol (2) se contente de copier ses devanciers en les abrégeant.

Quant à De la Croix (3), il reproduit Jean Léon et Davity en indiquant de plus la culture en grand du Senegré (*Trigonella Fœnum-Græcum* L.) sur le mont Gueflet (?) et celle du chanvre à Nebeul.

Charles-Quint avait rêvé de réduire en province espagnole la plus grande partie de l'Afrique septentrionale; mais, de cette conquête éphémère, que reste-t-il aujourd'hui? une fleur, l'Œillet d'Inde (*Tagetes patula* L.), que le grand empereur avait trouvée dans les jardins des environs de Tunis et qu'il a introduite en Europe l'année 1541 (4); aussi cette composée a-t-elle

(1) *Description générale de l'Afrique;* Paris, 1650, fol.
(2) *L'Afrique,* trad. de Perrot d'Ablancourt; Paris, 1667, in-4°.
(3) *Relation universelle de l'Afrique,* t. II; Lyon, 1688, in-12.
(4) Cf. Reuss, *Analecta,* p. 85.

été longtemps désignée sous les noms de *flos africanus* et *flos tunetensis* (1); Dodoens (*Pempt.*, p. 255) et Parkinson (*Paradisus*, p. 304) l'ont, à tort, indiquée comme croissant spontanément en Afrique et spécialement aux environs de Tunis et sur les ruines de Carthage; il y a dix ans, j'ai encore observé, dans quelques jardins indigènes de Tunisie, un *Tagetes patula* fort peu ornemental, à fleurs simples et à petites corolles qui rappelait tout à fait les premières figures de cette espèce que l'on trouve dans les anciennes iconographies (2).

La tentative de Charles-Quint ne pouvait que raviver les haines religieuses qui, depuis les croisades, divisaient Chrétiens et Musulmans; aussi, en dehors des ports de commerce, la Barbarie restait obstinément fermée aux explorateurs européens; cependant, vers 1608, un médecin anglais du nom de Guillaume Boel, après avoir parcouru l'Espagne, était parvenu à franchir le détroit et à aborder au Maroc; sans connaître exactement son itinéraire, nous savons qu'il put, au milieu de nombreux dangers, visiter les principales villes de la côte du Maroc, de l'Algérie et de la Tunisie. Boel avait communiqué tout ou partie de ses récoltes botaniques à Parkinson, qui décrivit et figura dans son *Theatrum botanicum* (Londres 1640) les espèces qui lui parurent nouvelles; en compulsant le volumineux in-folio de l'apothicaire-botaniste Londonien, j'ai relevé les plantes suivantes comme ayant été recueillies par Boel dans la Régence de Tunis :

Polium montanum, pumilum, tenuifolium, africum, p. 26 = Thymus hirtus Willd. verisimiliter.

Chamæmelum pumilum, africum, p. 85 = Matricaria aurea Cass.

Buphthalmum africum, tenuifolium Boelii, p. 1372 = Cladanthus arabicus Cass.

Convolvulus africanus, minor, p. 171 = C. tricolor L.

Convolvulus africanus, minimus, p. 171 = C. siculus L.

Sanamunda africana, p. 202 = Passerina nitida Desf.

Sonchus fruticosus, petræus, africanus, spinosus, p. 804= Zollikofferia spinosa Boiss.

Un autre médecin, élève de Richer de Belleval, Ogier van Cluyt *(Augerius Clutius)*, né à Leyde, tenta, après Boel, une nouvelle exploration de la région barbaresque; capturé par les Arabes et dépouillé de tout ce qu'il possédait, même de ses collections, il put à grand peine regagner sa patrie, où on le retrouve, en 1634, attaché au Jardin botanique de sa ville natale.

(1) PASSÆUS, *Hort. florid. autumn.*, tab. 5, 6 et 7 (icones pulcherrim.).

(2) L'origine américaine du *Tagetes patula* n'est pas absolument certaine; M. l'abbé Delavay l'a retrouvé abondamment dans les vallées du Yun-nan, où il n'est point cultivé. Si cette plante est réellement spontanée dans ce dernier pays, on s'expliquerait qu'elle ait pu pénétrer dans l'Afrique septentrionale par l'intermédiaire des musulmans d'Asie, la Mecque étant le centre religieux qui met en contact, à l'époque du pèlerinage, tous les peuples de l'Islam.

Un siècle plus tard, Hebenstreit, professeur de médecine à l'Université de Leipzig, fut chargé par Auguste Ier, électeur de Saxe et roi de Pologne, de visiter la Barbarie et d'en recueillir les productions naturelles ; ce voyage dura de février 1732 à mai 1733, mais les résultats botaniques n'en ont jamais été publiés ; nous savons seulement qu'Hebenstreit avait réuni des collections importantes et qu'en Tunisie, il eut pour compagnon de voyage Thomas Shaw ; on a pensé, sans en avoir la preuve évidente, que Shaw, qui était plutôt archéologue que botaniste, devait à Hebenstreit les renseignements sur la flore de la Régence qu'il a consignés dans son *Specimen phytographiæ africanæ*. Quelle que soit la valeur de cette assertion, je n'ai pas à m'occuper des travaux de Shaw ; avec ce voyageur commence, pour la Tunisie, l'ère moderne des recherches scientifiques dont le Dr Cosson a donné, dans le *Compendium Floræ Atlanticæ*, un résumé auquel il ne reste rien à ajouter.

M. C. QUEVA

Préparateur de Botanique à la Faculté des Sciences de Lille.

LE TUBERCULE DU TACCA PINNATIFIDA « FORST »

— Séance du 7 août 1893 —

Cet organe n'a été l'objet d'aucun travail antérieur et les ouvrages généraux ne donnent pas d'appréciation au sujet de sa valeur morphologique.

Chez la plante adulte, le tubercule se présente sous la forme d'une masse renflée dont on voit sortir à la partie supérieure un certain nombre de feuilles disposées en éventail. Les surfaces de symétrie de ces feuilles, avant toute déviation, coïncident. La surface du tubercule est lisse. On en voit sortir de grosses racines.

Pour déterminer la valeur morphologique de cet organe, j'ai étudié les états successifs de la jeune plante depuis le moment où la première feuille est encore à demi enfermée dans la gaine cotylédonaire jusqu'au stade où le tubercule est complètement développé.

Dans ce qui va suivre, j'exposerai les principales observations qui ont permis d'établir la valeur morphologique du tubercule du *Tacca*.

I. — Étude des stades successifs de la jeune plante

Stade I. — La germination du *Tacca* débute par la formation du limbe cotylédonaire, qui reste enfermé dans la graine, et par la sortie de l'axe hypocotylé. La première racine se forme dans l'extrémité inférieure de l'axe hypocotylé. La gemmule produit la première feuille, qui, pendant les premiers stades de son développement, présente une brusque courbure de la région supérieure du pétiole *(fig. 1, II et III)*.

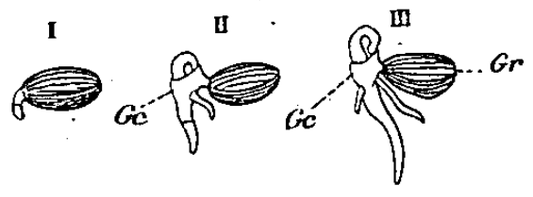


Fig. 1.

Nous décrirons la structure de la jeune plante, alors qu'elle ne possède qu'une première feuille peu développée et une première racine.

L'axe hypocotylé porte à son extrémité supérieure le cotylédon qui l'embrasse complètement par sa région inférieure engainante G *(fig. 1, II et III)*; un peu au-dessous du bord supérieur de cette gaine s'attache le pétiole du cotylédon qui relie la gaine à la portion limbaire enfermée dans la graine *(Gr., fig. 1, III)*.

A mesure qu'il absorbe les réserves, le cotylédon s'accroît et finit par prendre toute la place primitivement occupée par l'albumen.

Dans sa région pétiolaire, le cotylédon ne renferme qu'un seul petit faisceau unipolaire dont le pôle est formé par un groupe de 6 à 8 trachées. Les autres éléments du bois forment deux amas : l'un à droite, l'autre à gauche. En arrière de chacun de ceux-ci se trouve une masse libérienne. Cette structure du faisceau se conserve dans toute l'étendue du pétiole qui est très court. Cela tient, d'une part, à l'insertion de l'un des pôles de la racine principale sur le faisceau cotylédonaire, et, d'autre part, à la dichotomie que ce faisceau subit. Il est, en effet, divisé en deux parties égales et parallèles dans le limbe cotylédonaire et jusqu'à sa rentrée dans le cercle des faisceaux de l'axe hypocotylé.

Je ne m'arrêterai pas ici à l'anatomie de la première feuille de la jeune plante. Il suffit de savoir que cette feuille reçoit de la tige trois faisceaux.

Une section transversale intéressant en même temps le cotylédon et la première feuille montre, si ces organes conservent leurs positions relatives que les deux premiers appendices se font face, leur divergence étant $\frac{1}{2}$. On voit en outre, sur une section faite un peu plus bas, que le rudiment de la deuxième feuille est exactement superposé au cotylédon. Dans cette petite plante, le point de végétation de la tige se trouve exactement à l'extrémité supérieure de l'axe hypocotylé.

Les trois premiers appendices de la jeune plante, le cotylédon et les

deux premières feuilles, sont insérés presque au même niveau ; il n'y a pas, à proprement parler, d'entre-nœuds.

Si l'on fait une section de l'axe hypocotylé au niveau de l'insertion du cotylédon, on voit que les faisceaux de la seconde feuille (M_2, G_2, D_2, *fig.2*) se trouvent près du centre ; ceux de la première feuille (M_1, G_1 et D_1, *fig.2*) en sont un peu plus éloignés, le faisceau du cotylédon se trouve encore à la périphérie (Mc, *fig. 2*).

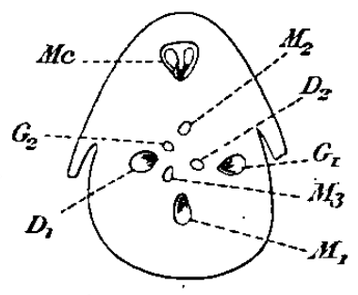


FIG. 2.

Plus bas, on voit les faisceaux des deux premières feuilles et le médian de la troisième feuille se grouper sur une courbe elliptique et rester distincts sur une épaisseur de quatre sections transversales minces *(fig. 3)*. Le faisceau médian de la première feuille (M_1) occupe une extrémité du grand axe de l'ellipse, les deux faisceaux latéraux G_1 et D_1 de la même feuille occupent les extrémités du petit axe. A l'autre extrémité du grand axe de l'ellipse se trouve un espace libre, c'est la place que viendra occuper le faisceau cotylédonaire (Mc, *fig. 3*).

Aussitôt son entrée dans le cercle des faisceaux, le faisceau cotylédonaire se divise en deux branches ; mais au point de séparation des deux masses ligneuses, on voit persister un îlot trachéen. A ce même niveau le faisceau médian de la première feuille se divise de la même manière et à la place de son pôle ligneux, on voit également un groupe de trachées. Ces deux groupes trachéens sont les deux pôles de la racine principale, en relation, l'un avec le faisceau cotylédonaire, l'autre avec le faisceau médian de la première feuille.

Au-dessous de ce niveau, si nous supposons la ligne des pôles de la racine antéro-postérieure, nous voyons tous les faisceaux situés d'un même côté de cette ligne se confondre en une masse unique. En descendant, on voit les masses libéro-ligneuses latérales se réduire et finalement il n'en reste plus que le liber. C'est ce liber qui se continue avec le liber primaire de la première racine. D'autre part, le bois de la racine s'est complété par l'apparition de vaisseaux entre les deux pôles.

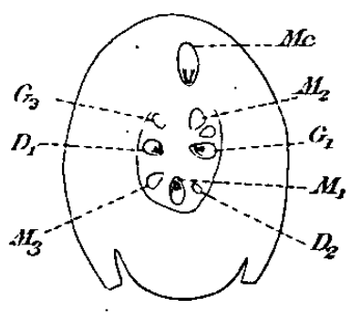


FIG. 3.

L'épiderme se continue sur la partie inférieure de l'axe hypocotylé, et on y voit encore des stomates à un niveau où la structure est déjà celle d'une racine.

Outre la racine principale, la région inférieure de l'axe hypocotylé produit d'autres racines, l'une insérée sur le faisceau médian de la première feuille, au-dessus de son point de division, et deux autres insérées plus bas, à droite et à gauche, sur les deux masses libéro-ligneuses anas-

tomotiques qui représentent chacune la moitié des faisceaux de l'axe hypocotylé.

A ce stade, le tubercule n'est pas encore représenté.

Stade II. — Étudions maintenant un stade plus avancé de la germination, caractérisé par la présence de deux feuilles complètement développées, la troisième commençant seulement à sortir de la gaine de la seconde feuille. Ce stade est représenté *(fig. 4)*.

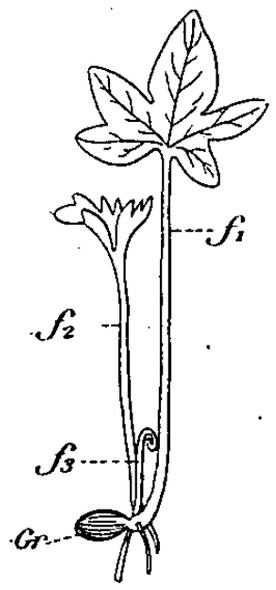


FIG. 4.

A ce stade, l'axe hypocotylé n'a pas changé, la seule différence provient du développement de la seconde feuille, les faisceaux qui correspondent à cette feuille ont plus d'importance dans l'axe hypocotylé. La troisième feuille présente à ce stade le développement qu'avait au stade précédent la seconde feuille. La quatrième est ébauchée, elle est enfermée dans la gaine de la troisième feuille, et on distingue les trois faisceaux de son pétiole. Ces trois faisceaux n'ont plus de rapport avec l'axe hypocotylé. La section représentée *(fig. 5)* montre les rapports de l'axe hypocotylé avec le tubercule en voie de formation. Dans la moitié gauche de la figure, la couronne libéro-ligneuse représente l'axe hypocotylé; à droite, on a la base de la deuxième feuille qui renferme encore le faisceau médian M_2. Plus intérieurement, on voit les trois faisceaux de la feuille *f4 (fig. 5)* et les faisceaux propres du tubercule *ft (fig. 5)*. Cet organe est en outre, dans le cas présent, en rapport avec le faisceau médian de la deuxième feuille, et avec un ou deux faisceaux de la troisième feuille. Ces derniers peuvent même, dans certains spécimens, n'avoir pas de rapport avec l'axe hypocotylé.

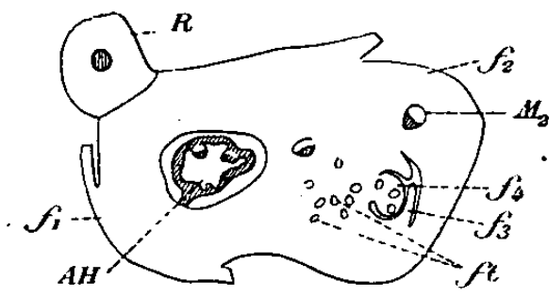


FIG. 5

A ce stade, les feuilles ne sont plus disposées suivant l'ordre distique comme au stade précédent, elles ont subi un léger déplacement. Leur angle de divergence est voisin de $\frac{1}{2}$, la spire étant généralement dextre.

Le tubercule n'est visible que comme un très léger renflement de la base de la deuxième feuille.

Stade III. — Lorsque la jeune plante forme sa troisième feuille, on voit sa région inférieure se renfler sur le côté de l'axe hypocotylé. Le tubercule sort le plus souvent de la base de la seconde feuille sous la forme d'un organe conique ressemblant complètement à une forte racine *(fig. 6)*.

Si l'on pratique dans le point de végétation de la tige une section radicale passant par le sommet du tubercule jeune, on voit qu'une zone cambiforme parallèle à la surface libre de la seconde feuille s'est établie sous le point de végétation de la tige. Les cellules du tissu fondamental qui sont entre le cambiforme et la surface sont sacrifiées, elles sont exfoliées lorsque le tubercule s'allonge et sort de la petite plante. Le cambiforme fournit vers l'extérieur un liège qui forme la surface du tubercule, et vers l'intérieur du tissu fondamental secondaire (1). Les cellules de ce tissu, en se recloisonnant, avant toute différenciation, forment un méristème tardif. Dans ces tissus se différencient les faisceaux d'insertion du tubercule sur la tige.

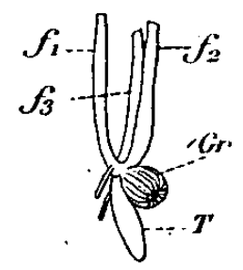


FIG. 6.

Toute la région située entre le point de végétation invaginé de la tige et l'insertion du tubercule sur l'axe hypocotylé subit une croissance intercalaire active grâce à laquelle se forme le pédoncule du tubercule. Le point de végétation invaginé reste à très peu de distance du cambiforme du tubercule, jusqu'à ce que le pédoncule cesse de croître. Ce point de végétation reste toujours en communication avec le dehors par un canal étroit bordé d'un épiderme, que l'on peut suivre jusqu'à son orifice dans la gaine de la feuille la plus jeune; c'est ordinairement la troisième feuille.

En section transversale, le pédoncule se compose d'un tissu parenchymateux méatique. Dans ce tissu circulent des faisceaux unipolaires que l'on peut distinguer en deux catégories : les uns forment un groupe important de huit à quinze faisceaux *(fp, fig. 7)* qui sont orientés autour d'un centre comme les faisceaux d'une tige ; les autres faisceaux, au nombre de trois, parfois de quatre ou cinq, sont situés plus extérieurement, leur bois est tourné vers l'intérieur de l'organe, leur liber vers l'extérieur *(fig. 7)*. Entre ces deux groupes est un canal limité par un épiderme nettement caractérisé *(cp, fig. 7)*. Dans sa région la plus large, le canal est souvent triangulaire. Il est généralement aplati avec une crête vers le groupe principal des faisceaux.

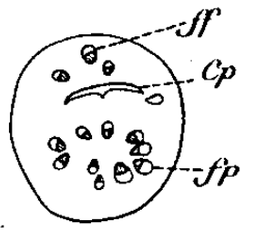


FIG. 7.

Les faisceaux du groupe principal sont ceux qui s'insèrent sur l'axe hypocotylé ou sur la tige principale, ils se continuent jusqu'au sommet du pédoncule. Nous les appellerons *faisceaux pédonculaires (fp, fig. 7)*. Les faisceaux externes représentent le prolongement inférieur des faisceaux de la quatrième feuille. On peut les appeler *faisceaux foliaires*

(1) Le caractère secondaire de ce tissu fondamental est donné par la direction constante des cloisonnements qui le produisent. Mais, dès que ces éléments sont un peu éloignés de leur zone génératrice, ils prennent eux-mêmes de nouveaux cloisonnements. Ceux-ci sont dirigés dans tous les sens, c'est-à-dire qu'il s'établit une région méristématique capable d'engendrer des tissus primaires. C'est une sorte de *méristème tardif*.

(ff, fig. 7). Sur les faisceaux pédonculaires viennent s'insérer un ou deux faisceaux de la troisième feuille, et plus bas les faisceaux de la quatrième feuille.

La surface du tubercule rappelle celle d'une racine, certaines cellules sont prolongées en poils courts. Le tissu fondamental du pédoncule contient quelques cellules à raphides. Les faisceaux sont entourés d'une gaine protectrice formée par une seule couche de cellules dont les parois intérieures et latérales sont épaissies, tandis que les parois externes sont restées minces. Les trachées sont dispersées au milieu d'un groupe de fibres primitives qui occupe la région antérieure du faisceau. Quatre ou cinq grands vaisseaux rayés ou ponctués forment la partie la plus importante du bois. Le liber est relativement peu développé, il forme dans la partie postérieure du faisceau de petits groupes séparés l'un de l'autre par quelques fibres épaissies. On distingue facilement les cellules grillagées des cellules annexes, bien que tous ces éléments aient à peu près le même diamètre.

Lorsque le pédoncule atteint cinq à huit centimètres de long, il se produit une modification importante dans la croissance de cet organe. Le point de végétation de la tige cesse de s'enfoncer, tandis que le cambiforme, s'étendant davantage, produit au-dessous du point de végétation de la tige un renflement sphérique formé de tissu fondamental méristématique. Dans ce tissu se différencient des faisceaux qui font suite à ceux du pédoncule. On voit, en outre, se former au-dessous du point de végétation tout un système de faisceaux qui se rendent aux ébauches des feuilles en voie de développement. Ces faisceaux se prolongent vers le bas et se répartissent dans toute la masse du tubercule.

Parmi les faisceaux du pédoncule, ceux qui descendent de la région externe (faisceaux foliaires) restent plus longtemps dans la partie extérieure du renflement, leur différenciation est d'ailleurs plus avancée que celle des faisceaux intérieurs.

Le tubercule produit dans sa moitié supérieure de très grosses racines dont la plupart s'insèrent sur les faisceaux qui descendent du pédoncule.

Dans la région inférieure du tubercule, les faisceaux deviennent moins nombreux parce qu'ils se réunissent plusieurs ensemble, puis les dernières masses libéro-ligneuses émettent des branches l'une vers l'autre, de sorte qu'on a constitution d'un petit réseau vasculaire à la face inférieure du tubercule.

Dans la région renflée du tubercule, toutes les cellules, sauf celles qui forment les deux ou trois couches les plus extérieures, sont remplies d'amidon. On voit également des cellules à raphides disséminées dans la masse. Sur les sections du tubercule, on distingue une région extérieure formée par de grandes cellules simulant une sorte d'écorce. La surface

est occupée par des cellules subéreuses représentant un liège protecteur ; cette couche est comme craquelée et subdivisée en un grand nombre de petites surfaces bien distinctes à l'œil nu. La région intérieure renferme les faisceaux plongés dans un tissu composé de cellules plus petites que celles de la région corticale. A la limite de la région intérieure et de cette sorte d'écorce, les cellules forment une zone dont les cloisonnements persistent plus longtemps. Les faisceaux du tubercule se composent de quelques trachées et d'une région libérienne très développée avec grandes cellules grillagées. Le bois est relativement réduit dans ces faisceaux.

Outre ce premier tubercule, le jeune *Tacca* en produit un peu plus tard un ou deux autres. La forme et la structure de ces derniers tubercules sont les mêmes que pour le premier. Les nouveaux tubercules ne diffèrent du premier que par l'origine, par l'insertion, et par le nombre un peu plus considérable de leurs faisceaux.

Tandis que le premier tubercule contient le point de végétation de la tige principale, les tubercules qui se forment ensuite renferment chacun un point de végétation de bourgeon axillaire formé dans l'aisselle de l'une des trois premières feuilles. Chacun de ces tubercules est inséré dans l'aisselle de la feuille dont il dépend *(fig. 8)*, le point d'insertion n'est pas l'extrémité supérieure de l'organe. On voit, en effet, cette extrémité se prolonger au delà du point d'insertion sous forme d'une petite pointe plus ou moins recourbée. Cette pointe est formée par la portion supérieure de la première feuille du bourgeon incomplètement développée *(fig. 8)*. La région d'insertion du tubercule et la pointe sont recouvertes par un épiderme, celui du bourgeon axillaire: tout le reste du tubercule est dépourvu d'épiderme. Les deux régions sont nettement distinctes, même à l'œil nu, la limite a la forme d'une ligne irrégulière *(fig. 8)*.

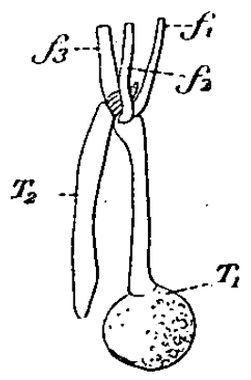


FIG. 8.

De même que pour le premier tubercule, ces tubercules secondaires se forment par l'action d'une zone cambiforme située au-dessous du point de végétation et qui s'établit dans les tissus du bourgeon axillaire lui-même.

Les faisceaux d'insertion de ces tubercules s'insèrent sur les faisceaux de la tige.

Lorsque la jeune plante a de la sorte invaginé son point de végétation principal dans son tubercule primaire, et ses points de végétation axillaires dans ses tubercules secondaires, elle ne produit plus de nouvelles feuilles. Les parties nouvelles qui apparaîtront dans la plante sont dès lors localisées dans les tubercules, et en particulier dans les régions renflées de ces organes. Les pédoncules maintiennent la communication avec la petite plante.

Chaque tubercule se compose en somme d'une masse parenchymateuse

gorgée d'amidon, vers le haut de laquelle se trouve le point de végétation qui donnera les nouvelles feuilles. Ce point de végétation est mis en communication avec la masse de réserve sous-jacente par les faisceaux qui se distribuent dans toute la région inférieure du tubercule. Lorsque le tubercule a cessé de s'accroître, le point de végétation produit une série de grandes feuilles distiques. Le bourgeon, en se développant, crève la paroi du tubercule dans la partie située au-dessus de lui et les feuilles en sortent. Les feuilles figurent par leur ensemble un éventail, leur plan de symétrie commun passe par le pédoncule du tubercule qui se trouve rejeté latéralement. Il y a parfois cependant de légères déviations dans la position des feuilles, les feuilles les plus jeunes forçant les plus anciennes à s'écarter du plan de symétrie.

Chaque tubercule produit quatre à huit feuilles successives, les dernières étant plus grandes. Les vieux tubercules des plantes adultes ne produisent plus que deux ou trois très grandes feuilles. Chacune de ces feuilles renferme dans son aisselle un petit bourgeon qui, d'ordinaire, ne se développe pas. Dans le jeune âge, les feuilles ont la forme de capuchons coniques fendus le long de la génératrice antérieure, le bord droit recouvrant le bord gauche; chacune d'elles est, à son début, complètement enfermée dans la gaine de la feuille précédente.

Le tubercule, après avoir donné toutes ses feuilles, peut produire une hampe florale, qui occupe la place d'un bourgeon oppositifolié au niveau de l'avant-dernière feuille.

Le tubercule qui a ainsi produit une hampe florale ne forme plus de feuilles, il a terminé son évolution. Mais vers la fin de sa végétation, on en voit sortir dans un plan perpendiculaire au plan de symétrie commun et au-dessous de la base de la plus jeune feuille, un organe conique d'origine endogène, beaucoup plus volumineux que les pédoncules des premiers tubercules, c'est le début d'un nouveau tubercule. La structure de ce pédoncule est la même que celle des pédoncules étudiés antérieurement, les seules différences sont le plus grand nombre des faisceaux et leur plus grand volume. Le liber de ces faisceaux forme une masse unique, volumineuse, dans la région postérieure du faisceau. On y voit de grandes cellules grillagées.

Il ne se forme qu'un seul tubercule aux dépens d'un tubercule plus ancien.

Lorsque le gros pédoncule a acquis une longueur de quatre à huit centimètres en s'enfonçant à peu près verticalement dans le sol, il se renfle pour reformer un tubercule semblable à celui dont il est issu, et d'ordinaire plus volumineux et plus profondément enfoui dans le sol. Le pédoncule est très court chez les vieilles plantes, par conséquent l'enfoncement dans le sol se réduit après les premières périodes de végétation.

Le tubercule ainsi formé renferme aussi un point de végétation en

communication avec un canal bordé d'épiderme, ménagé dans le pédoncule. Ce canal aboutit vers le haut entre les dernières feuilles du tubercule précédent. Dans celui-ci, on cherche en vain le point de végétation à la place qu'il devrait occuper entre les feuilles les plus jeunes, ce point de végétation a émigré et se trouve dans le nouveau tubercule.

Le développement de ces tubercules est semblable à celui des premiers tubercules dont nous avons étudié la formation. La zone cambiforme qui formera le nouveau tubercule débute sous le point de végétation dans la substance même du tubercule plus ancien. L'insertion des faisceaux du pédoncule se fait largement sur ceux du tubercule ancien.

II. — Conclusions

D'après la description qui précède, nous voyons que chez le *Tacca pinnatifida*, l'individu provenant d'une germination produit un premier tubercule dans *lequel émigre le point de végétation de la tige principale* et un ou deux autres tubercules aux dépens de bourgeons axillaires. Ces tubercules, une fois formés, développent des feuilles de plus en plus grandes, parfois une hampe florale et enfin un nouveau tubercule.

Avec une plante de semis, on obtient donc deux ou trois tubercules qui vont indéfiniment produire chacun une série de nouveaux tubercules. Les vieux tubercules se vident et leurs feuilles meurent à mesure que les nouveaux se développent. On peut avoir cependant simultanément sur une plante des feuilles portées par trois tubercules différents issus l'un de l'autre, mais on n'a de point de végétation, au milieu de la touffe de feuilles, que dans le plus jeune tubercule.

M. Léon DUFOUR

Directeur-Adjoint du Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau.

SUR LES BULBILLES AÉRIENNES DU LILIUM TIGRINUM (1)

— *Séance du 7 août 1893* —

Le *Lilium tigrinum* doit son nom à ce que les fleurs, d'un rouge-brun très vif, sont tigrées de taches brun foncé. C'est une belle plante qui peut

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

atteindre 1 mètre, et même 1m,20 de hauteur, et avoir jusqu'à dix ou douze grandes fleurs.

Les feuilles sont allongées, très pointues, et s'insèrent sur la tige par une base assez large.

Les bractées, à l'aisselle desquelles naissent les pédoncules floraux, sont cordiformes. Le pédoncule floral porte lui-même, au tiers environ à partir de son origine, une petite bractée, également en forme de cœur, mais de dimension moindre, et un peu plus effilée que les bractées précédentes.

Le *Lilium tigrinum* présente cette particularité de posséder des *bulbilles aériennes*. A partir de 10 à 15 centimètres du sol, à l'aisselle des feuilles, il se forme généralement une bulbille. On en trouve quelquefois deux et même trois juxtaposées à l'aisselle d'une même feuille. Les grandes et les petites bractées portent aussi à leur aisselle une bulbille.

Ces bulbilles ont l'aspect de petits bourgeons noirs. Cela vient de ce que les plus extérieures des écailles qui constituent les bulbilles ont sur leur face externe les cellules de l'assise sous-épidermique remplies d'une substance d'un rouge violacé très foncé. Cette substance existe également, mais moins abondante, sur la face interne des écailles, et seulement à leur pointe.

Les écailles des bulbilles sont épaisses ; leur coupe transversale a sensiblement la forme d'un croissant; les faisceaux y sont très peu développés; les cellules du parenchyme qui les constitue en grande partie sont bourrées d'amidon.

Les bulbilles sont, à l'état adulte, de taille assez variable; les plus grosses pèsent généralement de 15 à 20 centigrammes.

Mais, en modifiant les conditions de leur développement, on peut en obtenir qui ont un poids beaucoup plus grand.

Ainsi, l'été de 1892, j'ai coupé certains pédoncules floraux. Les bulbilles des feuilles à l'aisselle desquelles se trouvaient ces pédoncules ont profité de la nourriture qui aurait servi au développement des fleurs, et leur taille a dépassé la taille normale; elles pesaient de 28 à 30 centigrammes, la plus grosse en pesait 31.

En 1893, j'ai renouvelé l'expérience en coupant le sommet de certains pieds.

Quatre pieds de *Lilium tigrinum* sont voisins l'un de l'autre et à peu près de même taille. Le 10 mai, à deux d'entre eux, A et B, je coupe le sommet de la tige. A ce moment l'un, A, a douze bulbilles; l'autre, B, dix seulement. Les deux autres pieds A′ et B′ sont laissés comme témoins.

Environ un mois après, le 14 juin, je cueille les bulbilles qui me semblent mûres, celles qu'un très léger contact suffit à détacher de la plante. Les

bulbilles détachées sont, pour chaque pied, à peu près de la même taille. En pesant ces bulbilles j'obtiens les résultats suivants :

Pieds dont le sommet de la tige a été coupé.	A — 5 bulb., pesant ensemble	1gr,143,	poids moyen	229mg.
	B — 6 — —	1gr,537,	—	256mg.
Pieds qui ont été laissés intacts.	A' — 8 bulb., pesant ensemble	1gr,413,	poids moyen	177mg.
	B' — 8 — —	1gr,293,	—	162mg.

Les bulbilles des pieds A et B pèsent donc presque une fois et demie plus que celles des pieds A' et B'.

Le 29 juin, les bulbilles restantes des pieds A et B se détachent très facilement. Deux bulbilles de A sont même tombées naturellement et je n'ai pu les peser. Il en reste seulement :

5 bulbilles pesant ensemble	1gr,655,	poids moyen	331mg.
Les 4 bulbilles de B pèsent ensemble	0gr,867,	—	217mg.

J'ai obtenu des bulbilles de taille bien plus considérable encore.

Un pied, dont j'ai de même sectionné le sommet de la tige, m'a fourni les données suivantes :

6 bulbilles, sensiblement de même taille, pesant ensemble	1gr,470,	poids	moyen	245mg.
2 — — —	0gr,731,	—		365mg.
3 — — —	1gr,877,	—		626mg.

Sur ce même pied une autre bulbille pesait 538 milligrammes, une deuxième 589, une troisième 800, une quatrième 918 milligrammes.

Enfin, deux autres étaient plus grosses que toutes les précédentes. L'une est tombée sans que j'aie pu la retrouver ; la seconde pesait 1gr,549.

Comme le poids moyen d'une bulbille adulte est d'environ 150 milligrammes, la bulbille dont je viens de parler a donc atteint un poids décuple.

Les deux écailles les plus externes de cette bulbille ont été un peu écartées par celles qui sont plus intérieures ; elles sont complètement rouge noirâtre sur les deux faces qui se sont trouvées toutes deux exposées à la lumière. Trois autres écailles visibles sont aussi entièrement noires sur leur face externe; en les écartant légèrement, on voit que cette couleur n'existe à la face interne qu'au tiers supérieur seulement de l'écaille. Les autres écailles sont entièrement recouvertes par les précédentes.

Cette grosse bulbille avait, encore sur la plante mère, déjà donné naissance à une racine de 2 millimètres de longueur.

Les portions de végétal qui passent à l'état de vie ralentie, graines, tubercules, etc., et peuvent être conservées pendant un temps plus ou

moins long avant de reprendre leur vie active, perdent toujours, pendant leur période de repos, une certaine quantité d'eau.

J'ai voulu savoir quelle perte d'eau pouvaient subir les bulbilles, sans mourir du fait de cette dessiccation.

Des bulbilles sont récoltées le 3 août; j'en fais trois lots de vingt bulbilles chacun ; ces lots pèsent respectivement :

N° 1	2gr,750.
N° 2	3gr,014.
N° 3	2gr,960.

Le 29 août, je les pèse de nouveau et je trouve :

N° 1. . . .	1gr,786,	soit 65 0/0	du poids primitif.
N° 2. . . .	2gr,032,	— 67 0/0	— —
N° 3. . . .	1gr,887,	— 64 0/0	— —

Ces trois lots ont donc perdu sensiblement un tiers de leur poids. Je plante les lots n° 1 et n° 2 (deux pots de chacun, dix bulbilles par pot).

Le 14 septembre, le lot n° 3 ne pèse plus que 1gr,462, c'est-à-dire 49 0/0 de son poids à l'état frais. Je le plante ce jour-là.

Sur les vingt bulbilles de chaque lot, j'ai obtenu :

Du 1er lot	10	plantes dans l'un des pots,	8	dans l'autre.
Du 2me —	9	—	8	—
Du 3me —	9	—	7	—

Les bulbilles peuvent donc perdre une grande quantité de leur eau, ne plus peser que les deux tiers ou même la moitié de leur poids frais, sans être tuées.

Dans l'expérience précédente, la dessiccation a eu lieu à l'air libre, dans le laboratoire, à une température de 15 à 20 degrés pendant le jour.

Je me suis demandé quelle est l'action de la température sur les bulbilles, et si, la dessication étant faite à 50 degrés environ, les bulbilles résistent.

Deux lots de vingt bulbilles chacun sont desséchés à une température qui a varié de 45 à 53 degrés. Ces bulbilles ont été cueillies le 3 août, en même temps que celles de l'expérience précédente, qui, par conséquent, servaient de témoins au point de vue de la dessiccation.

Pour un lot, la dessiccation a duré quarante-deux heures ; frais, ce lot pèse 3gr,254 ; à la fin de l'expérience il ne pèse plus que 1gr,400, soit 43 0/0 du poids frais. Le degré de dessiccation est donc à peu près le même que celui du lot n° 3 cité plus haut.

Les bulbilles n'ont pas poussé ; elles ont été tuées, et cela non par l'effet de la dessiccation pure et simple, mais par la chaleur.

Un second lot est soumis aux mêmes températures pendant dix-huit heures seulement à l'état frais ; il pèse 3gr,015 ; desséché, son poids est de 2gr,06, ce qui représente 68 0/0 du poids frais. Ce lot a donc été desséché dans la même proportion que les lots n° 1 et n° 2 signalés plus haut.

Rien n'a poussé ; ici encore ce n'est pas la dessiccation qui a fait périr les bulbilles, mais la chaleur.

Une température de 50 degrés environ, maintenue pendant dix-huit heures, suffit donc pour tuer les bulbilles.

Je me suis demandé si les bulbilles étaient aptes à donner une plante dans le cas où on les plantait quand elles n'avaient encore atteint qu'un degré peu avancé de leur développement.

Assurément les bulbilles, quoique adultes, peuvent être de tailles diverses, cependant, en les voyant sur la plante mère, on n'a aucune difficulté à reconnaître celles qui sont à des stades de développement très différents, et à les choisir de telle façon que les plus petites soient les plus jeunes.

J'ai donc, le 14 septembre, cueilli trente-six bulbilles et je les ai groupées suivant leur degré de développement en six lots de six. Les poids extrêmes des lots étaient 640 milligrammes et 1590 milligrammes, c'est-à-dire les poids moyens des bulbilles des lots extrêmes 107 milligrammes et 265 milligrammes.

Sur ces trente-six bulbilles, trente-cinq ont donné naissance à des jeunes plantes.

Dans une seconde expérience, j'ai pris des extrêmes encore plus éloignés. Soixante bulbilles ont été groupées en six lots de dix, pesant respectivement à l'état frais :

1er lot	1615 milligrammes.	4me lot	785 milligrammes.
2me lot	1259 —	5me lot	683 —
3me lot	947 —	6me lot	356 —

Ces bulbilles avaient été cueillies le 3 août et elles ont été plantées le 14 septembre, comme celles du n° 3 d'une expérience citée plus haut. A ce moment elles avaient donc perdu environ la moitié de leur poids.

Les résultats suivants ont été obtenus :

Le 1er lot a fourni.	7 pieds.	Le 4me lot a fourni.	9 pieds.
Le 2me —	10 —	Le 5me —	8 —
Le 3me —	9 —	Le 6me —	1 —

On peut donc dire que, pour les cinq premiers lots, presque toutes les bulbilles se sont développées. Et l'on voit cependant qu'en prenant 15 centigrammes pour poids moyen d'une bulbille adulte, les bulbilles du lot n° 5 n'avaient pas encore atteint la moitié de leur taille définitive.

Pour les bulbilles du sixième lot, une seule d'entre elles a fourni une jeune

plante. Remarquons qu'elles étaient extrêmement petites, deux fois plus que celles du cinquième lot, quatre fois et demie plus que celles du premier. Elles n'étaient pas assez avancées pour donner lieu à un développement ultérieur.

Les bulbilles mûres se détachent de la plante mère et tombent sur le sol. Là, en peu de temps, elles donnent, à leur base, naissance à des racines. Si l'on reste deux ou trois jours sans les ramasser, on en trouve qui ont déjà enfoncé dans la terre une racine de quelques millimètres.

Il suffit même de les conserver à l'air humide, par exemple, dans un flacon bouché dont on a imprégné d'eau les parois, pour qu'elles forment des racines qui peuvent atteindre plusieurs centimètres de longueur. Ces racines possèdent un grand nombre de poils absorbants.

Quand on plante les bulbilles dans un sol riche, les racines s'allongent rapidement. Ainsi une bulbille plantée le 3 août, avait, le 19, une racine mesurant déjà 55 millimètres de longueur.

Au printemps, il se forme d'autres racines ; celles qui sont nées à l'automne persistent mais flétries ; tandis que les nouvelles ont une surface lisse et sont très turgescentes, les vieilles racines présentent surtout à leur base un grand nombre de rides circulaires. En examinant comparativement une jeune et une vieille racine, on voit que, pour cette dernière, les cellules de l'écorce sont vidées et aplaties.

Ces racines n'ont pas exclusivement un rôle d'absorption à remplir, elles ont un assez fort diamètre et présentent, à un degré atténué, le caractère de certaines racines renflées de Monocotylédones (Safran, Glaïeul, etc.) (1). Dans leur écorce se forment des réserves promptement réemployées.

Plantées en été ou en automne, les bulbilles ne donnent à ces époques de l'année aucun organe aérien. C'est seulement au printemps suivant qu'on voit apparaître des feuilles. L'amidon des écailles extérieures sert au développement de la jeune plante, et il se forme dans le courant de l'année une, deux, trois ou quatre feuilles.

On ne voit à l'extérieur aucune trace de tige. Ce n'est que par l'étude microscopique d'une coupe longitudinale de la bulbille que l'on voit le début des feuilles les plus internes, et la tige réduite en quelque sorte à un point végétatif.

Si l'on déterre les jeunes plantes, l'on trouve à leur base de petits bulbes souterrains. Ces bulbes sont constitués par un série d'écailles dont certaines sont les bases renflées des feuilles ; d'autres écailles se terminent en une courte pointe et ne donnent ni pétiole ni limbe. On voit souvent

(1) Voir DANIEL, *Sur les racines napiformes transitoires des Monocotylédones.* (*Revue générale de Botanique*, t. III, 1891.)

dans le bulbe se succéder, sans ordre régulier, de simples écailles et des feuilles à base renflée.

Pour donner une idée de ce qu'est à cette période de son développement la jeune plante, je dirai, par exemple, qu'un pied, arraché au commencement de juin, était formé d'un petit bulbe souterrain qui avait une hauteur de 18 millimètres ; séparé de ses racines et des parties aériennes des feuilles, il pesait 945 milligrammes. Ce pied avait deux feuilles seulement ; la plus externe avait un pétiole de 65 millimètres et le limbe mesurait 95 millimètres de longueur sur 18 de largeur ; la feuille interne avait un pétiole de 35 millimètres et son limbe avait 75 millimètres sur 7.

Je me propose d'étudier le développement des jeunes plantes de *Lilium tigrinum* pendant les années successives jusqu'à la floraison.

CONCLUSIONS

1° Les bulbilles aériennes du *Lilium tigrinum* ne dépassent pas habituellement un poids de 20 centigrammes ; mais en coupant les pédoncules floraux, et surtout le sommet des tiges, on fait profiter ces bulbilles d'une nourriture qui aurait servi à développer les organes que l'on a supprimés, et on obtient de la sorte des bulbilles bien plus grosses ; j'en ai obtenu qui pesaient jusqu'à 1 gramme et demi, et un assez grand nombre atteignaient les poids de 40, 50, 60 et 90 centigrammes.

2° Les bulbilles peuvent sans périr supporter un degré de dessiccation très avancé. Réduites aux deux tiers et même à la moitié de leur poids frais elles restent aptes à se développer.

3° Mais il faut que cette dessiccation ait lieu à la température ordinaire des laboratoires; la même dessiccation effectuée à 50 degrés fait périr les bulbilles.

4° Si on plante ces bulbilles avant qu'elles aient atteint leur total développement, elles n'en donnent pas moins de jeunes plantes ; des bulbilles qui ne pesaient que 7 centigrammes ont donné des individus aussi vigoureux que d'autres dont le poids était de 12, 15 et même 25 centigrammes. A des poids inférieurs le développement est très douteux. Sur dix bulbilles pesant en moyenne 3 centigrammes et demi, une seule s'est développée.

5° Plantées en été ou en automne, les bulbilles donnent de suite de longues racines ; mais c'est seulement au printemps suivant qu'elles fournissent des organes aériens, un petit nombre de feuilles de 1 à 4, sans trace de tige visible. Les bases de ces feuilles sont renflées et constituent le bulbe de l'année suivante.

M. Paul GAUCHERY

Au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau.

RECHERCHES SUR LES HYBRIDES DANS LE GENRE CISTUS (1)

— *Séance du 7 août 1893* —

Parmi les diverses espèces du genre *Cistus*, on trouve des formes intermédiaires que tout indique être des hybrides.

Le plus souvent, on donne le nom d'hybrides à des plantes, rencontrées dans la nature, qui établissent, par leur morphologie externe, une sorte de passage entre des espèces admises par tous les botanistes. Mais il est souvent bien difficile de pouvoir affirmer quelle espèce a joué le rôle de père et quelle espèce le rôle de mère. Il faut avoir recours à l'expérimentation.

Les échantillons que j'ai étudiés *ont été obtenus expérimentalement par M. Bornet*. On conviendra, par cela même, qu'ils offrent toutes les garanties possibles d'authenticité.

M. Bornet les a mis à ma disposition avec la plus grande amabilité. Qu'il me permette de lui en exprimer ici toute ma gratitude.

Les auteurs qui se sont préoccupés des hybrides se sont généralement contentés d'en examiner la morphologie externe. Dans le présent travail, je me suis proposé d'étudier en même temps la structure anatomique, cherchant de quelle manière les caractères particuliers à chacun des générateurs se transmettent dans l'hybride (2).

CISTUS POPULIFOLIO-SALVIFOLIUS. — CISTUS SALVIFOLIO-POPULIFOLIUS

Ces deux hybrides présentent des particularités de structure remarquables qu'il faut examiner successivement dans les divers organes.

Tige. — La tige du *Cistus populifolius* est noire et glabre, tandis que celle du *Cistus salvifolius* est glabre inférieurement, velue, tomenteuse supérieurement à poils étoilés.

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

(2) MCIRHEAD MACFARLANE, *A Comparison of the minute structure of plants hybrids with that of their parents and its Bearing of biological problems.*

BRANDZA, *Recherches anatomiques sur les hybrides.* (*Revue générale de Botanique*, t. I, p. 301, 433. 471.)

Les tiges du *Cistus salvifolio-populifolius* sont glabres, tandis qu'elles sont légèrement velues chez le *Cistus populifolio-salvifolius*.

Une section transversale de la tige montre :

Dans le *Cistus populifolius*, un péricycle scléreux dont les éléments sont à large lumière et qui forme une zone continue autour du liber, puis une zone ligneuse dont les vaisseaux disposés en files radiales sont peu nombreux.

Dans le *Cistus salvifolius*, un péricycle scléreux composé de fibres à parois très épaisses, disposées en petits groupes et une moelle, dont les cellules sont beaucoup plus petites que dans le ciste précédent.

Le *Cistus populifolio-salvifolius*, rappelle *Cistus populifolius* par sa moelle et ses cellules péricycliques de grand calibre.

Le *Cistus salvifolio-populifolius* rappelle *C. salvifolius* par sa moelle à grandes cellules et ses cellules péricycliques à très petite lumière. De plus, dans une file radiale du bois, il y a plus d'éléments que dans l'autre hybride.

Feuille. — La feuille du *C. populifolius* est pétiolée, cordiforme aiguë, lisse et glabre en dessus, parsemée en dessous, sur les nervures de quelques poils étoilés ; les pétioles sont presque glabres.

La feuille du *Cistus salvifolius*, pétiolée également, obovale subaiguë ou obtuse, est couverte surtout en dessous et sur les bords de poils rudes courts et fasciculés. Les pétioles de ce ciste, très courts, sont couverts à la face inférieure de poils rudes étoilés, implantés sur une base surélevée, à la face supérieure de longs poils simples.

Le *Cistus populifolio-salvifolius* présente des feuilles subcordiformes subaiguës. La surface supérieure possède quelques rares poils étoilés et l'inférieure de nombreux poils étoilés comme dans *C. salvifolius*.

L'autre hybride, au contraire, a des feuilles beaucoup moins grandes, plus lancéolées, plus obtuses au sommet et presque glabres. C'est à peine si les nervures de la face inférieure possèdent quelques poils étoilés.

Les pétioles de ces deux hybrides sont également très différents. Lisses et presque glabres dans le *C. salvifolio-populifolius*, ils possèdent les poils simples et les poils étoilés du *C. salvifolius*, dans l'autre hybride.

Structure du pétiole. — Le pétiole du *C. populifolius* en coupe transversale offre des contours arrondis avec une profonde échancrure à la partie supérieure et médiane. On y voit trois faisceaux libéro-ligneux presque égaux, et en face sur les bords des arcs de collenchyme.

Le pétiole du *C. salvifolius* a une structure bien différente. Il y a d'abord deux ailettes latérales et une échancrure médiane à angle très ouvert, un gros faisceau central et deux latéraux très petits réduits à quelques vaisseaux. Il n'y a pas ici les arcs de collenchyme marginaux constatés chez le *Cistus populifolius*.

Examiné chez les deux hybrides, le pétiole montre une sorte d'intermédiaire. Celui du *C. populifolio-salvifolius* possède cinq faisceaux, un gros au centre, deux autres de chaque côté, dont l'un d'eux est réduit à quelques vaisseaux. Celui du *salvifolio-populifolius* possède deux ailettes latérales, cinq faisceaux libéro-ligneux, dont trois à peu près de la même dimension et deux réduits à quelques cellules. Sur les bords on constate des arcs collenchymateux en face des faisceaux.

Ainsi donc, mélange des caractères propres à chacun des parents.

Structure du limbe. — Chez les deux parents, il y a deux assises palissadiques et un parenchyme lacuneux plus ou moins développé. Le *C. populifolius* a des palissades très hautes, tandis qu'elles sont presque aussi larges que hautes dans *C. salvifolius*. Si l'on passe aux hybrides, on voit immédiatement que dans le *C. populifolio-salvifolius* les cellules palissadiques sont presque isodiamétrales comme dans *C. salvifolius*, tandis que c'est le contraire dans l'autre.

Pédicelle floral. — Les fleurs du *C. populifolius* sont en corymbe; celles du *C. salvifolius*, axillaires, solitaires. Les deux hybrides ont des pédoncules pluriflores. Au point de vue de la structure anatomique, le pédicelle floral du *C. populifolius* se différencie de celui de l'autre parent, par ses faisceaux du bois nettement séparés, comprenant peu d'éléments, et par son péricycle scléreux très développé.

La structure du pédicelle du *C. populifolio-salvifolius* diffère de celle du deuxième hybride par ses faisceaux plus confluents et le peu d'éléments dans chaque file radiale.

En résumé : les *Cistus populifolio-salvifolius* et *salvifolio-populifolius* présentent un mélange des caractères propres à chacun des parents, mais avec tendance vers l'un ou l'autre suivant les organes que l'on considère ainsi : les hybrides *rappellent le* PÈRE *par la forme des feuilles, la structure anatomique de la tige et du pédicelle floral*; *la* MÈRE *par les formations épidermiques (poils unicellulaires, pluricellulaires ou glanduleux) et la structure anatomique des feuilles; tandis que dans le pétiole, il y a* MÉLANGE *des caractères.*

CISTUS LAURIFOLIO-LADANIFERUS MACULATUS. — CISTUS LADANIFERO-LAURIFOLIUS

Par leur aspect extérieur, les deux hybrides rappellent l'espèce qui leur a servi de père.

Tige. — Le *Cistus ladaniferus maculatus* présente une écorce bien développée, un péricycle scléreux dont les fibres forment des îlots autour du liber, et un anneau ligneux assez large.

Le *Cistus laurifolius* en diffère par l'épiderme hérissé de poils glanduleux pluricellulaires, l'écorce composée de deux zones corticales dont l'externe a ses membranes épaissies, et le peu de développement du bois.

Sur la tige du *C. laurifolio-ladaniferus maculatus* on ne trouve que rarement des poils glanduleux; il y a deux zones corticales très distinctes, un péricycle formé de petites cellules à membrane non épaissie et un anneau ligneux peu développé.

La tige du *C. ladanifero-laurifolius* possède, au contraire, des poils glanduleux, un péricycle scléreux dont les cellules se disposent en îlots, et une zone ligneuse intermédiaire comme développement.

Feuille. — Les feuilles du *C. ladaniferus maculatus* sont lancéolées, sessiles, à limbe lisse et glabre supérieurement, blanchâtre tomenteux inférieurement. Celles du *C. laurifolius* sont pétiolées, ovales, lancéolées, trinervées dans

toute leur longueur, lisses et glabres en dessus, grises tomenteuses en dessous.

La forme générale de la feuille est sensiblement la même dans les deux hybrides, cependant on peut dire que le *C. laurifolio-ladaniferus maculatus* se rapproche davantage de *laurifolius* par sa forme moins lancéolée et son pétiole plus net. Dans l'autre hybride, les feuilles n'ont pas de pétiole et sont trinervées.

Chez les deux parents on trouve des bractées, mais très différentes comme forme. Le *C. ladaniferus maculatus* possède des bractées à gaine orbiculaire et limbe linéaire; peu nombreuses. Le *C. laurifolius* en a toute une série depuis la base des rameaux floraux jusqu'au sommet. Elles ont une gaine ovale et un limbe ovale lancéolé.

Les deux hybrides ont des bractées dont la forme tient à la fois à celle des deux parents.

Ainsi le *Cistus laurifolio-ladaniferus* a des bractées dont les gaines ovales rappellent *C. laurifolius* et le limbe linéaire, le *C. ladaniferus*. Dans l'autre hybride, c'est l'inverse.

Structure du limbe. — Les caractères anatomiques du limbe du *C. ladaniferus maculatus* sont les suivants : épiderme supérieur à grandes cellules et à poils glanduleux, épiderme inférieur hérissé de poils glanduleux et étoilés, ces derniers implantés sur une base; colonnes de sclérenchyme, régulières, reliant les faisceaux aux deux épidermes.

Le limbe du *C. laurifolius* possède des poils glanduleux et des poils étoilés sans base à la face inférieure, et des colonnes sclérenchymateuses très irrégulières, souvent confluentes au sommet.

Les deux hybrides possèdent les deux sortes de poils étoilés, et les deux sortes de colonnes sclérenchymateuses; mais tandis que dans le *C. laurifolio-ladaniferus maculatus* les colonnes régulières et les poils à base dominent, dans le *C. ladanifero-laurifolius* ce sont les colonnes irrégulières et les poils sans base.

Par tous ces caractères, le limbe rappelle donc la mère.

Structure du pétiole. — Le pétiole, comme je l'ai indiqué plus haut, n'existe réellement que dans les *C. laurifolius* et *C. laurifolio-ladaniferus*. La section faite dans le *C. laurifolius* offre des contours très arrondis avec une échancrure assez profonde à la partie supérieure. Les faisceaux, au nombre de cinq, dont trois à peu près de même taille, sont entourés de collenchyme, et sur les bords, en face de chacun d'eux, on trouve un arc de sclérenchyme.

Le pétiole du *C. laurifolio-ladaniferus* possède un tissu de soutien beaucoup plus développé, constitué par un sclérenchyme très dense que l'on ne retrouve pas chez les deux parents. De plus, sur les côtés, il y a deux ailes latérales.

Pédicelle floral. — Les fleurs du *C. ladaniferus-maculatus* sont solitaires au sommet de pédicelles glabres, tandis que celles du *C. laurifolius* sont en corymbe, avec des pédicelles velus.

Les deux hybrides ont des pédoncules pluriflores lisses et glabres chez le *C. laurifolio-ladaniferus*, légèrement velus chez l'autre hybride.

Si l'on fait une coupe transversale du pédicelle du *C. laurifolius*, on voit des faisceaux ligneux très distincts, un péricycle en zone continue dont les membranes ne sont pas épaissies et des îlots de petites cellules libériennes séparés par de grandes cellules de parenchyme. Le pédoncule diffère un peu du pédi-

celle par son anneau de bois qui est très peu développé et réduit à deux ou trois cellules dans chaque file radiale.

Il faut signaler dans le *C. ladaniferus* le péricycle scléreux dont les cellules sont groupées en îlots, et le grand développement des zones libérienne et ligneuse.

La structure du pédicelle du *C. laurifolio-ladaniferus* est absolument celle du *laurifolius*, et celle du *C. ladanifero-laurifolius* rappelle *C. ladaniferus*.

Il résulte de l'étude de ces deux exemples : *que la forme de la feuille, la structure de la tige, du pétiole, du pédicelle floral se rapprochent du père, tandis que la structure de la feuille et l'état de la surface chez l'hybride rappellent la mère.*

CISTUS MONSPELIENSI-POPULIFOLIUS. — CISTUS POPULIFOLIO-MONSPELIENSIS

Par leur aspect extérieur, ces deux hybrides rappellent la mère.

Tige. — Les tiges des *C. populifolius* et *C. monspeliensi-populifolius* sont noires et glabres ; au contraire, *C. populifolio-monspeliensis* les a légèrement velues au sommet, comme dans *C. monspeliensis*.

Au point de vue de la structure anatomique, le *C. monspeliensis* diffère de l'autre parent par ses fibres péricycliques de petit calibre, par la moelle fortement lignifiée.

Si l'on compare cette structure à celle des deux hybrides, on voit qu'il y a très peu de différences. Cependant les cellules du péricycle sont à plus grande lumière dans le *C. populifolio-monspeliensis* que dans l'autre hybride, et sa moelle est moins développée, rappelant par cela même le *C. monspeliensis*.

Ainsi donc : le péricycle rappelle le père, la moelle la mère.

Feuille. — La feuille du *C. monspeliensis* est sessile, roulée sur les bords, lancéolée et linéaire aiguë, velue sur ses nervures à la face inférieure et trinervée dans toute sa longueur.

Le *Cistus populifolio-monspeliensis* possède des feuilles sessiles, lancéolées, velues, c'est-à-dire semblables à celles du *C. monspeliensis*. Au contraire, celles du *C. monspeliensi-populifolius*, pétiolées, lancéolées, aiguës, légèrement roulées sur leurs bords et presque glabres rappellent le *C. populifolius*.

Structure du pétiole. — Le pétiole n'existe que dans le *C. monspeliensi-populifolius*.

Une coupe transversale du pétiole de cet hybride montre un gros faisceau libéro-ligneux médian, et trois latéraux plus petits situés au milieu d'un collenchyme très développé, épaissi sur les bords. Le péricycle de chaque faisceau a la structure de celui du *C. monspeliensis*.

Axe floral. — Les fleurs du *C. monspeliensis* sont portées par des pédicelles très velus, celles du *C. populifolius* par des pédicelles peu velus. A ce point de vue, le *C. populifolio-monspeliensis* rappelle *C. monspeliensis*.

En étudiant la structure anatomique du pédicelle floral, on voit que le *C. monspeliensis* se différencie du *C. populifolius* par ses faisceaux ligneux très

nets, qui ne sont pas entourés de parenchyme ligneux, et par un épiderme à hautes cellules pourvu de poils simples ou étoilés nombreux et de poils glanduleux.

Le *C. populifolio-monspeliensis* n'a pas de parenchyme ligneux, les faisceaux sont bien séparés et l'épiderme possède de hautes cellules.

Dans l'autre hybride, c'est l'inverse.

En résumé : les *Cistus populifolio-monspeliensis* et *monspeliensi-populifolius* présentent entre eux des différences assez grandes qui rapprochent la feuille de la mère au point de vue de la forme, de la structure, de la surface, de la nervation.

Dans les deux cas, la tige ressemble beaucoup plus au *Cistus monspeliensis* qu'au *Cistus populifolius*.

CISTUS MONSPELIENSI-LADANIFERUS MACULATUS

L'aspect extérieur de cet hybride rappelle *C. monspeliensis*.

Les feuilles ressemblent absolument à celles du *C. monspeliensis* par les dimensions, la forme, la nervation et l'enroulement sur les bords. La tige est noire et glabre avec quelques rares poils simples au sommet.

Des bractées entourent les inflorescences, comme on l'observe dans le *C. ladaniferus maculàtus*.

Structure anatomique. — La *tige* de l'hybride possède le bois du *C. monspeliensis* avec ses nombreuses fibres ligneuses alignées en files radiales régulières et la zone corticale interne à larges cellules du *C. ladaniferus maculatus*.

Dans le *pédicelle floral*, mélange des caractères propres aux deux parents; la zone corticale interne est à larges cellules, comme celle du *C. ladaniferus maculatus*.

Dans la *feuille* on retrouve les colonnes de sclérenchyme reliant les faisceaux aux deux épidermes, tandis que les palissades offrent une sorte d'intermédiaire comme disposition générale.

De plus, la surface inférieure de la feuille possède un feutrage de petits poils étoilés.

CISTUS POPULIFOLIO-LADANIFERUS MACULATUS

L'aspect extérieur rappelle *C. populifolius*.

La *tige* est noire et presque glabre.

La coupe transversale montre : le bois dépourvu de fibres, ce qui le rapproche du *C. populifolius;* les cellules scléreuses péricycliques avec une large lumière ou une lumière étroite, et la zone corticale interne à larges cellules.

Ainsi donc, l'hybride possède le bois du *C. populifolius*, la moelle du *C. ladaniferus*.

Feuille. — Les feuilles sont pétiolées, subcordiformes, lancéolées aiguës. Leur face inférieure est couverte de petits poils étoilés, comme on l'observe chez le *C. ladaniferus*. L'hybride possède de plus les feuilles bractéiformes de cette dernière espèce et les bractées écailleuses du *C. populifolius*.

La structure est à peu près celle de l'hybride précédent. Il y a des colonnes de sclérenchyme et un tissu palissadique à cellules assez larges.

Le *pétiole* du *C. populifolius*, comme on l'a vu, possède trois faisceaux libéro-ligneux. D'un autre côté, une coupe faite à la base d'une feuille du *C. ladaniferus* en présente onze. L'hybride en a sept, c'est-à-dire exactement la moyenne.

L'étude de cet hybride nous fournit les mêmes conclusions que précédemment.

CISTUS ALBIDO-CRETICUS. — CISTUS CRETICO-ALBIDUS

Par leur aspect extérieur, ces deux hybrides rappellent plus ou moins nettement le père.

Tige. — Couverte dans toutes ses parties d'un duvet blanc tomenteux formé de petits poils étoilés, presque sans poils simples, chez le *Cistus albidus*; elle est également très velue chez le *Cistus creticus*, mais ici les poils simples unicellulaires sont très nombreux.

La tige des deux hybrides est velue : de part et d'autre, il y a les deux sortes de poils, mais les poils simples sont très nombreux dans le *Cistus albido-creticus*, tandis qu'ils sont rares dans l'autre.

Sur une section transversale de la tige du *Cistus albidus*, on trouve des îlots de sclérenchyme au milieu de l'écorce, des vaisseaux du bois et des fibres ligneuses en files radiales régulières.

La tige du *Cistus creticus* ne possède pas ces îlots de sclérenchyme; de plus, les cellules, péricycliques, sclérifiées, forment de petits groupes séparés par de grandes cellules, et les fibres du bois, très nombreuses, ne sont pas disposées en files radiales régulières.

Chacun des deux hybrides rappelle l'espèce père par le bois et l'espèce mère par l'écorce. Ainsi le *C. cretico-albidus* possède des îlots de sclérenchyme corticaux et de nombreuses fibres disposées sans ordre, tandis que chez le *C. albidus* le sclérenchyme fait défaut et les fibres ligneuses sont disposées en files radiales régulières.

Feuille. — Sessile, ovale, lancéolée, subobtuse, très tomenteuse, trinervée à la base chez le *C. albidus*; elle est ovale, obtuse, réticulée à la face inférieure et couverte de petits poils étoilés chez l'autre parent.

Les feuilles des hybrides sont également sessiles, mais subobtuses et réticulées dans le *C. albido-creticus*, trinervées à la base dans le *C. cretico-albidus*.

La coupe transversale du limbe du *C. albidus* montre une assise de cellules en palissades presque aussi larges que hautes et des nervures très saillantes à la face inférieure; celle du *C. creticus*, deux assises de palissades très hautes et des nervures peu saillantes à la face inférieure.

Les deux hybrides ont une seule assise de cellules palissadiques, plus larges que hautes dans le *C. cretico-albidus*, plus hautes que larges dans le *C. albido-creticus*.

Pédicelle floral. — Voici les caractères anatomiques de cet organe :

Cistus albidus : cellules libériennes formant de petits îlots séparés par de grandes cellules de parenchyme libérien, files radiales de vaisseaux du bois au milieu d'un parenchyme ligneux.

C. creticus : Grand développement de la zone libérienne et du péricycle, faisceaux du bois très nets.

C. cretico-albidus : Structure intermédiaire.

C. albido-creticus : Tout le cylindre central est lignifié, ce que l'on n'a pas observé chez les parents. Le péricycle est composé de fibres scléreuses de petit calibre.

La zone ligneuse est sinueuse, à concavités internes, et dans chacune d'elles on trouve une grande lacune. La moelle est absolument sclérifiée.

Avec le pétiole du *C. laurifolio-ladaniferus maculatus* on retrouve dans ce pédicelle floral des caractères absolument nouveaux.

CONCLUSIONS

Dans le genre *Cistus*, l'hybride réalise généralement une moyenne entre les deux parents, mais les hybrides réciproques AB et BA des deux espèces A et B présentent des différences assez importantes.

On retrouve chez les hybrides les caractères particuliers aux générateurs, mais très inégalement répartis dans chacun d'eux. C'est ainsi que les hybrides possèdent les diverses sortes de poils des parents, mais avec prédominance de ceux de la mère.

Au point de vue de la morphologie externe, la feuille, quoique de forme intermédiaire, rappelle le père dans les quelques cas étudiés ; il y a cependant une exception : les feuilles des *C. monspeliensi-populifolius* et *C. populifolio-monspeliensis* rappellent la mère dans toutes leurs parties, ce qui montre qu'il y a là de grandes variations.

J'ai toujours trouvé que la nervation et la structure anatomique de la feuille ressemblaient surtout à celles de la mère.

Lorsqu'il y a des bractées chez les hybrides, elles sont intermédiaires entre celles des parents, quoique se rapprochant plus de la mère. Chez les *Cistus laurifolio-ladaniferus maculatus* et *C. ladanifero-laurifolius* où elles sont très différenciées, le limbe rappelle la mère, la giane le père.

La structure anatomique de la tige et du pédicelle floral montre de grandes variations dans les diverses parties, sans que l'on puisse formuler de conclusions bien précises. Pourtant il semble que le bois rappelle le père, l'écorce la mère, mais ceci n'est pas très constant, et il est souvent difficile de faire ces rapprochements.

L'étude d'un plus grand nombre d'hybrides permettra sans doute de formuler des conclusions plus générales et d'arriver à la connaissance des caractères précis transmis par chacun des générateurs. Peut-être cette étude conduira-t-elle à reconnaître, par les procédés anatomiques, les parents d'une forme hybride.

M. A. LOTHELIER

A Issy-sur-Seine.

ESSAI SUR LA DÉTERMINATION DE LA VALEUR MORPHOLOGIQUE DE QUELQUES PIQUANTS DES PLANTES (1)

— *Séance du 7 août 1893* —

On sait que presque toutes les parties de la plante peuvent se transformer en pointe piquante. Tantôt ce sont des rameaux *(Ulex, Crataegus)*, tantôt des feuilles entières *(Asparagus albus)*, ou des dents de feuille *(Ilex)*, ou des stipules *(Robinia Pseudo-acacia)*. Ailleurs, ce sont les carpelles qui se hérissent de pointes piquantes *(Æsculus Hippocastanum)*. Les racines elles-mêmes de l'*Acanthorrhiza aculeata* peuvent se transformer en piquants. Tous ces piquants, qui représentent un membre ou une fraction de membre de la plante, possèdent des faisceaux libéro-ligneux, et sont généralement désignés sous le nom d'épines. Mais il en est d'autres, éparpillés au hasard, sans être soumis à aucune loi phyllotaxique, sur les tiges et même sur les nervures des feuilles *(Rubus)*; ces derniers, toujours dépourvus de faisceaux conducteurs, sont appelés des aiguillons.

Le plus souvent, la position morphologique d'un piquant suffit pour déterminer sa nature; mais, dans certains cas, l'invocation de ce seul caractère externe pourrait induire en erreur si l'on ne faisait appel aux caractères fournis par l'anatomie, ainsi que vont le prouver les quelques exemples qui suivent.

I. — Zanthoxylon planispinum.

A la base de chaque pétiole se trouvent régulièrement deux piquants situés, l'un à droite, l'autre à gauche, et occupant extérieurement la place des stipules. Cette position pourrait faire croire tout d'abord à leur nature stipulaire. Toutefois, il n'en est rien, ainsi que le démontre une section pratiquée à la base d'un de ces piquants. Ce dernier, en effet, manque totalement de faisceaux conducteurs. On voit, au centre de la coupe qui est elliptique, un parenchyme cellulosique à cellules polygonales et allongées suivant l'axe. Vers la périphérie, ces éléments s'allongent davantage, ils épaississent et lignifient de plus en plus leurs parois à mesure qu'on s'éloigne du centre et constituent un sclérenchyme très résistant. Une section longitudinale passant par l'axe du piquant nous

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de Botanique de la Sorbonne et au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

montre donc un cône de parenchyme cellulosique emboîté dans un cône de sclérenchyme. Le tissu de soutien est donc situé à l'extérieur. En outre, les cellules qui s'allongent perpendiculairement à l'axe de la tige pour former le piquant sont situées dans les assises les plus externes de l'écorce de la tige. Ces trois caractères : absence de faisceaux conducteurs, stéréome externe et origine superficielle caractérisent généralement les aiguillons; par conséquent, les piquants du *Zanthoxylon planispinum* sont donc bien des aiguillons.

II. — Capparis spinosa.

Il en est de même dans le Câprier. Les piquants situés sur la tige à droite et à gauche du pétiole, et souvent désignés sous le nom de stipules, ont nettement la structure des aiguillons. Les trois caractères invoqués précédemment se retrouvent sur la coupe faite à la base d'un de ces aiguillons. Seulement, ici, la sclérification ne se fait pas progressivement du centre à la périphérie. Dès la base, on observe deux zones nettement délimitées, à savoir : un cordon central cellulosique circonscrit par une gaine de sclérenchyme.

III. — Xanthium spinosum.

Cette espèce possède non seulement des fruits épineux, mais encore de longs piquants trifurqués occupant encore la place ordinaire des stipules. La valeur morphologique de ces piquants a donné lieu à des interprétations diverses. M. Sachs (1), dans son Traité de Botanique, se borne à dire qu'ils « occupent la place des stipules ». M. Clos (2) les considère comme ayant la signification morphologique de réceptacles floraux. Cette dernière interprétation est basée sur ce fait que souvent ces piquants sont remplacés par une fleur sessile.

La morphologie externe rend donc très plausible l'opinion de M. Clos, et j'ajoute que la structure de la base commune d'un de ces piquants ressemble beaucoup à celle d'un pédoncule floral dans lequel le stéréome est très développé. Toutefois, cette homologation est incomplète. En effet, prenons un nœud de la tige du *Xanthium spinosum* possédant de chaque côté du pétiole un piquant et, à l'aisselle de la feuille, un rameau de deuxième génération, et pratiquons une série de coupes successives, dans la tige, de bas en haut; voici ce que nous verrons. Trois faisceaux libéro-ligneux se détachent du cylindre central de la tige pour pénétrer dans le pétiole. Désignons ces trois faisceaux : celui de droite par A, le médian par B, et celui de gauche par C. Or, avant de pénétrer dans le pétiole, les faisceaux latéraux A et C se dédoublent en deux portions inégales : le faisceau A donne une portion *a* qui s'incurve en dehors pour se diriger dans le pi-

(1) Sachs, *Traité de Bot.*, traduction française, page 264.
(2) Clos, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, Toulouse, 4e série, VI, pages 66-75.

quant droit. Il en est de même du faisceau C qui donne une portion *c* qui se rend dans le piquant gauche. Si l'on se bornait à ne faire des coupes que jusqu'à ce niveau, on pourrait croire à bon droit que les piquants du *X. spinosum* sont de nature stipulaire; mais si l'on continue la série jusqu'au-dessus de l'origine du rameau axillaire, on voit que le phénomène est plus complexe.

En effet, si l'on considère le cylindre central du rameau axillaire alors qu'il est déjà bien détaché de la tige mère, on distingue de nombreux faisceaux conducteurs qui s'en détachent pour pénétrer dans le piquant. Ce dernier est donc bien un rameau de troisième génération, et quand, au lieu de se terminer en pointe, il est remplacé par une fleur, il a bien la signification d'un pédoncule floral. Cette homologation, toutefois, est incomplète, car elle ne tient pas compte de la dérivation issue du faisceau latéral de la feuille axillante. Or, on peut considérer cette dérivation comme représentant la stipule de la feuille axillante. Il y aurait alors concrescence entre cette stipule et le pédoncule floral. Dès lors, les épines de la tige du *X. spinosum* pourraient être qualifiées de stipulo-pédonculaires.

En résumé, ces quelques exemples prouvent que, pour être fixé sur la valeur morphologique d'un organe, il ne faut pas se borner à invoquer exclusivement sa position sur la plante, il faut en faire l'anatomie. Les caractères fournis par la morphologie externe ont certainement une très haute valeur, mais ils ont besoin d'être corroborés par l'étude de la morphologie interne.

M. Constant HOULBERT

Docteur ès sciences, Professeur au Collège de Dieppe.

LE BOIS SECONDAIRE DES PROTÉACÉES

— Séance du 7 août 1893 —

J'ai essayé de montrer, par des exemples concluants, dans une Note présentée l'année dernière au Congrès de l'Association française, l'importance du Bois secondaire au point de vue de la classification des espèces et de la détermination des bois fossiles (1).

(1) C. HOULBERT, *Sur la valeur systématique du Bois secondaire.* (*Assoc. franç. pour l'avancement des sciences*, Congrès de Pau, 1892.)

Ce procédé d'analyse, appliqué comme je l'annonçais alors à tout le groupe des Dicotylédones désignées plus particulièrement sous le nom d'Apétales, m'a conduit à des résultats fort intéressants qui concordent le plus souvent avec les données de la morphologie externe, mais qui aussi, dans un grand nombre de cas, complètent celles-ci et possèdent une signification beaucoup plus large et beaucoup plus générale (1).

I. — Mes recherches ont porté sur vingt-deux familles; comme il m'est impossible d'en donner ici un aperçu, même sommaire, je me bornerai à montrer le parti qu'on peut tirer de ces observations pour l'étude systématique des espèces dans la famille des Protéacées.

Ce groupe, probablement fort ancien, possède, comme on le sait, de très nombreux représentants aujourd'hui relégués dans les régions tropicales de l'Afrique, de l'Amérique et de l'Océanie; mais à l'âge tertiaire, et notamment à l'époque du *travertin de Sézanne*, qui semble correspondre au maximum de leur diffusion en Europe, les espèces qui le composaient étaient représentées dans notre pays par des formes très variées, qui ont laissé, non seulement des empreintes de leur feuillage, mais aussi de nombreux débris silicifiés de leurs tiges.

Le bois des espèces vivantes est, en général, facile à préparer en coupes minces; quant aux espèces fossiles, si on peut réussir à monter des lames transparentes suffisamment fines pour pouvoir être examinées au microscope, on aura des éléments d'étude dont il sera facile de faire l'assimilation en procédant comme je vais l'indiquer.

Cette assimilation sera plus ou moins exacte selon l'état de nos connaissances sur le bois des différents groupes de plantes; mais, en ce qui concerne les Protéacées, elle pourra toujours être poussée jusqu'au genre et même, dans un certain nombre de cas, jusqu'à l'espèce; on aura ainsi la preuve que, sous le rapport systématique, le bois secondaire ne le cède en rien aux autres caractères, soit morphologiques, soit anatomiques, et que, parmi ceux-ci, il présente des combinaisons plus nombreuses et plus variées qu'aucun autre tissu pris isolément.

Je rappelle que la détermination du bois est basée sur deux ordres de caractères dont le détail est donné dans ma Note précédemment citée.

1° *Structure du bois considéré dans son ensemble* (plan ligneux).

2° *Structure des éléments du bois considérés isolément.*

II. — PLAN LIGNEUX DES PROTÉACÉES. — Le plan ligneux des Protéacées admet trois divisions bien distinctes, décomposables elles-mêmes en subdivisions de valeur inégale, mais parfaitement tranchées.

(1) C. HOULBERT, *Recherches sur la structure comparée du Bois secondaire dans les Apétales. (Thèse de la Faculté des Sciences de Paris,* 1893.)

Je range dans la première division, Groupe des Banksia, toutes les espèces dont le bois possède la même structure que celle du *B. australis*. Sur une coupe transversale, cette structure est caractérisée par la disposition des vaisseaux en zones concentriques et par des arcs vasculaires complets, simplement limités à la partie supérieure par une étroite bordure de parenchyme.

La deuxième division forme le Groupe des Orites; elle comprend toutes les espèces caractérisées par des arcs vasculaires incomplets, terminés par des ailes de parenchyme.

La troisième division forme le Groupe des Protea; quoique les caractères qui la distinguent soient plus vagues et plus variables, ses limites sont cependant des plus nettes; on peut dire qu'elle comprend toutes les espèces qui ne rentrent pas normalement dans les deux groupes précédents. Ce caractère négatif suffirait à lui seul à la distinguer; mais, en réalité, elle est formée d'espèces dont les vaisseaux sont disséminés sans ordre au milieu des fibres ligneuses, sauf dans la région initiale du bois de printemps où la disposition des vaisseaux est parfois nettement concentrique.

Étant donné un bois de Protéacée, rien ne sera donc plus facile que de le rapporter à l'une de ces trois grandes divisions.

III. — Si, de ces caractères très généraux, nous passons aux caractères de second ordre, également fournis par les coupes transversales, nous arriverons, avec la plus grande facilité, jusqu'à la détermination des genres. C'est ce que nous allons montrer maintenant en examinant comparativement : 1° les arcs vasculaires; 2° les rayons médullaires; 3° les fibres ligneuses.

Arcs vasculaires. — Dans toutes les Protéacées du premier groupe, — en dehors de la forme et de la disposition des arcs, — aucun ordre ne préside à l'arrangement des vaisseaux; ceux-ci sont placés les uns à côté des autres de la façon la plus irrégulière qu'il soit possible d'imaginer; toutefois, il existe un genre où l'on trouve, non pas dans tous les arcs, mais dans quelques-uns au moins, certains vaisseaux disposés en chaînes radiales : c'est le genre *Dryandra*, si voisin des Banksia sous tous les autres rapports qu'il est à peine possible de l'en séparer génériquement.

L'orientation des arcs vasculaires peut également fournir un caractère de grande valeur. En effet, dans toutes les Protéacées des deux premiers groupes, les arcs vasculaires présentent une certaine courbure; la concavité de cette courbure est, presque sans exception, tournée vers l'écorce, tel est, par exemple, le cas de la plus grande majorité des *Banksia*, des *Telopea*, etc. Au contraire, le genre *Lomatia*, certains Banksia, très peu nombreux (*B. serrata*, p. ex.), présentent des arcs vasculaires droits ou

presque sans courbure; enfin, une seule espèce, et ce fait constitue une remarquable exception, présente des arcs à orientation inverse, c'est-à-dire dont la courbure est tournée vers le centre de la tige, c'est le *B. verticillata.*

Les autres *Banksia* peuvent encore se distinguer les uns des autres par la structure plus ou moins compliquée de leurs arcs; je rappellerai ces caractères dans le tableau qui résumera ces diverses dispositions.

Rayons médullaires. — La coupe transversale d'un bois de Protéacée présente, en ce qui concerne les rayons médullaires, des variations moins nombreuses que les arcs, mais également très importantes.

Si nous considérons tous les *Banksia*, les *Telopea*, les *Lomatia*, etc., nous verrons des rayons médullaires en forme de coins allongés, prenant naissance à des niveaux divers dans le corps ligneux, et allant ensuite se terminer sous l'écorce en s'élargissant. Au contraire, dans le genre *Embothrium*, nous trouvons des rayons en forme de fuseaux, terminés en pointe aux deux extrémités. Cette structure très curieuse m'a paru jusqu'ici spéciale au genre *Embothrium*.

Fibres ligneuses. — Dans un grand nombre de Protéacées, les fibres ligneuses, à parois toujours épaissies, offrent aussi une disposition irrégulière caractéristique; un seul genre fait exception parmi ceux qui appartiennent au premier groupe, c'est le genre *Lomatia* dont plusieurs espèces possèdent des fibres à disposition visiblement radiale.

Coupe tangentielle: — De même que la coupe transversale, la coupe tangentielle peut servir, dans certains cas, pour différencier les espèces; c'est ainsi que les rayons médullaires se présentent, dans ce cas, sous des formes très variées dont les plus intéressantes sont celles du *B. fragilis*, du *Dryandra nivea* et des *Embothrium*.

IV. — Deuxième groupe. — Des considérations du même ordre, appliquées aux espèces du second groupe, donneraient des résultats identiques, bien que ce groupe possédât une grande homogénéité au point de vue des caractères du bois.

Arcs vasculaires. — La structure typique des arcs vasculaires doit être étudiée chez l'*Orites excelsa;* ils se composent, comme on le sait, de vaisseaux isolés ou réunis en petits groupes complétés par des ailes de parenchyme ligneux; les principaux genres qu'il convient de rapporter à ce groupe sont les *Macadamia*, les *Xylomelum*, les *Knightia*, les *Stenocarpus*, les *Hakea*, les *Rhopala*, et enfin l'immense tribu des Grévilléées.

Les *Xylomelum* et les *Knightia* se distinguent par le petit nombre des vaisseaux développés dans chaque arc.

Les *Stenocarpus*, au moins les espèces voisines de *S. salignus*, ont un bois très dur, fortement coloré en rouge-brun.

Les *Hakea* sont caractérisés par les dimensions relativement très grandes de leurs fibres ligneuses, dont les parois incolores, fortement épaissies, réduisent presque toujours la lumière à un point.

Le bois des *Rhopala* ressemble essentiellement à celui des *Hakea :* il ne peut guère s'en distinguer que par l'absence ou la rareté des petits rayons médullaires.

Enfin, le grand genre *Grevillea* possède un bois assez variable, rappelant nettement par ses espèces les plus régulières, les *Orites* et les *Macadamia*, mais se reliant déjà par d'autres au groupe des *Protea* et particulièrement aux *Isopogon*.

Ce second groupe étant très homogène, comme je l'ai dit, les rayons médullaires et les fibres n'ont qu'une très faible valeur systématique.

V. — Troisième groupe. — Le troisième groupe de Protéacées a pour type le bois des *Leucadendron*. Ici, la disposition des vaisseaux en zones concentriques, si nettes dans les deux premiers groupes, n'existe plus que d'une manière vague et confuse, et seulement dans les couches initiales du bois de printemps; plus tard, les arcs vasculaires sont incomplets et souvent réduits à des vaisseaux isolés.

Plus irrégulière encore chez les *Isopogon* et les *Persoonia*, la disposition caractéristique des vaisseaux va en s'effaçant de plus en plus; elle atteint, chez les *Brabejum*, la forme simplifiée que nous considérons comme le plan ligneux primordial de toutes les protéoxyles.

En même temps que les vaisseaux se disséminent, le parenchyme ligneux perd de son importance; il cesse d'être localisé, et c'est à peine s'il est représenté par quelques cellules isolées au milieu des fibres chez les *Brabejum* et les *Persoonia*.

Les grands rayons médullaires suivent la même simplification; très larges chez les *Leucadendron* et les *Protea*, ils arrivent chez le *Brabejum stellatifolium* à ne plus posséder qu'une ou deux épaisseurs de cellules.

La coupe tangentielle permet de distinguer facilement les *Isopogon* et les *Persoonia* de tous les autres genres de la série par la présence de cellules très larges vers la partie centrale *(Isopogon)* ou marginale *(Persoonia)* des rayons.

Nous voyons donc, en résumé, que, par la combinaison des deux ordres de caractères fournis par le bois secondaire des Protéacées, nous pouvons :

1° *Reconnaître d'une manière certaine une espèce appartenant à cette famille;*

2° *Établir trois divisions principales qui ne correspondent qu'imparfaitement avec celles qui sont basées sur la morphologie externe, mais qui présentent cependant chacune des caractères d'une grande fixité et d'une grande généralité;*

3° *Presque toujours arriver à la détermination certaine des genres;*

4° *Arriver, dans un grand nombre de cas, jusqu'à la connaissance des espèces.*

Ces résultats sont suffisamment éloquents pour qu'il soit nécessaire d'insister davantage et leur importance n'échappera certainement à aucun anatomiste; il me reste maintenant à les coordonner en un tableau synoptique qui sera en même temps une clé analytique pour la détermination pratique du bois des Protéacées.

PLAN LIGNEUX DES PROTÉACÉES

COUPE TRANSVERSALE. — *Vaisseaux disposés en zones concentriques, plus rarement disséminés sans ordre dans toute l'épaisseur des couches annuelles. Fibres ligneuses presque toujours incolores et à parois épaissies.*

Deux espèces de rayons médullaires colorés en brun, les uns larges, les autres étroits, moniliformes, à une seule assise de cellules.

I. — TABLEAU DES GROUPES

Vaisseaux en zones concentriques, formant des arcs vasculaires complets	*Groupe des Banksia.*
Vaisseaux en zones concentriques, formant des arcs vasculaires incomplets terminés par des ailes de parenchyme	*Groupe des Orites.*
Vaisseaux en zones concentriques dans les couches initiales du bois de printemps; disséminés sans ordre dans le bois d'automne	*Groupe des Protea.*

II. — TABLEAU DES GENRES

1° GROUPE DES BANKSIA.

Rayons médullaires en coins allongés.	Fibres ligneuses à disposition irrégulière.	Rayons à cellules allongées.	Vaisseaux à disposit. irrég. — *Banksia, Telopea.*
			Vaisseaux en chaînes radiales — *Dryandra.*
		Rayons à cellules courtes	*Guevina, Helicia.*
	Fibres ligneuses à disposition radiale		*Lomatia.*
Rayons médullaires en fuseaux			*Embothrium.*

2° GROUPE DES ORITES.

Vaisseaux nombreux dans les arcs.	Fibres ligneuses à parois épaissies, mais à lumen grand		*Orites-Macadamia.*
	Fibres ligneuses à parois fortement épaissies; lumen réduit un à point.	Petits rayons rares 1-2 jamais nuls	*Hakea.*
		Petits rayons rares, parfois nuls	*Rhopala.*
			Andripetalum.
Vaisseaux rares dans les arcs souvent réduits à l'unité ou absents.	Bois de couleur ordinaire.	Fibres ligneuses à parois épaissies	*Xylomelum.*
		Fibres ligneuses à parois relativement minces	*Knightia.*
	Bois entièrement coloré en rouge-brun		*Stenocarpus.*

3° GROUPE DES PROTEA.

Zones concentriques très nettes dans le bois de printemps . . .			*Leucodendron, Protea.*
Vaisseaux disséminés sans ordre dans toute l'épaisseur de la couche ligneuse annuelle.	Deux espèces de rayons médullaires.	Grandes cellules centrales dans les rayons (C. tang.).	*Isopogon.*
		Grandes cellules marginales (C. tang.) . . .	*Persoonia.*
	Une seule espèce de rayons étroits		*Brabejum.*

Avant de terminer cette étude, il me reste à montrer dans quelle mesure les caractères du bois concordent avec ceux qui ont été basés sur les données de la morphologie externe.

Selon le point de vue où ils se sont placés, les auteurs ont attribué une valeur de premier ordre à des organes différents; c'est ainsi que de Candolle, et après lui un très grand nombre d'auteurs, accordant au fruit la prépondérance sur tous les autres organes, séparent systématiquement les Nucamentacées des Folliculaires; ils obtiennent ainsi une division en sept tribus qui rompt souvent les véritables liaisons des groupes (1); d'autres auteurs, au contraire, et notamment M. Baillon, accordent le premier rang à l'ensemble des caractères de la fleur, en tenant surtout un grand compte du nombre des ovules; pour eux, les caractères du fruit viennent « seulement en dernier lieu ».

Un autre auteur a pris comme base principale de ses divisions la structure anatomique de la feuille, suivant que celle-ci est « *centrique* » ou « *bifaciale* ». Ses coupes, auxquelles on ne peut pas refuser quelque généralité, concordent parfois, mais non toujours, avec les classifications précédentes (2).

Enfin, moi-même, qui ai cherché dans la structure du bois secondaire les caractères fondamentaux de mes premières coupes, j'arrive aussi à des divisions très nettes, qui respectent autant les affinités morphologiques que les autres classifications. Je crois cependant mes divisions plus générales et plus rationnelles, car le bois secondaire, étant un des tissus qui se différencient les premiers, — bien avant les fleurs et les fruits, qui ne sont, en définitive, que des feuilles modifiées, — est en même temps l'un de ceux qui se sont certainement le moins pliés aux exigences de l'adaptation.

D'un autre côté, les considérations qui précèdent suffisent pour montrer que, dans la famille des Protéacées, les variations de la morphologie externe sont bien plus nombreuses et bien plus étendues que celles de la morphologie interne; ce fait, facile à constater, prouve, avec la dernière évidence, que certains caractères anatomiques conservent plus facilement et plus longtemps que d'autres les propriétés ataviques de la famille.

(1) Voir la critique de cette classification : BAILLON, *Monographie des Protéacées*, p. 404.
(2) JÖNSSON, *Bidrag till Kännedomen om Bladets anatomiska biggnad hos Proteaceerna.* Lund, 1880.

Enfin, j'ajouterai que l'application des caractères du bois à la détermination des espèces, comme toute donnée nouvelle, exige une certaine habitude; mais je suis convaincu que les naturalistes qui voudront s'attacher méthodiquement et impartialement à cette analyse en tireront très vite d'excellents résultats. On voit alors quelles ressources nouvelles cette étude offrira aux explorateurs, auxquels il sera toujours beaucoup plus facile de rapporter un petit fragment de bois que de préparer les organes végétatifs souvent encombrants; elle sera, en même temps, un guide rationnel et sûr pour la paléontologie végétale, privée jusqu'ici d'ouvrages généraux sur ce sujet.

M. C. QUEVA

Préparateur de botanique à la Faculté des Sciences de Lille.

LE TUBERCULE DU « TAMUS COMMUNIS » L.

— *Séance du 9 août 1893.* —

I. — Historique.

Le tubercule du *Tamus communis* L. a déjà fait le sujet de nombreuses recherches.

Dutrochet (1) a, le premier, étudié cet organe en prenant pour point de départ la jeune plante obtenue de semis. Cet auteur admet que le tubercule du *Tamus* résulte de l'accroissement de ce qu'il appelle le second mérithalle de la plante (premier entre-nœud de la tige principale). Le tubercule du *Tamus* serait une *tige radiciforme*. Dutrochet n'a pas reconnu la racine principale rejetée latéralement ni la terminaison de l'axe hypocotylé. Il admet que ces parties se détachent du petit tubercule à la fin de la première année de végétation.

Hugo v. Mohl (2), dans son mémoire sur le *Testudinaria*, se range à l'opinion de Dutrochet et pense que le tubercule de cette plante a la

(1) Dutrochet, *Observations sur la forme et la structure primitives des Embryons végétaux.* (*Nouvelles Annales du Muséum*, t. IV, p. 169. — Paris, 1835.)

(2) H. Mohl, *Untersuchungen üb. d. Mittelstock von « Tamus elephantipes » L.* *Vermischte Schriften*, p. 186, 1836.

même origine que celui du *Tamus*. La description de Mohl se rapporte à des *Testudinaria* arrivés à leur troisième année. Il ne paraît pas avoir observé de germinations de Tamus.

M. Bücherer (1) a vérifié et complété les observations de Dutrochet. M. Bücherer admet aussi que le tubercule du *Tamus* résulte de l'accroissement du premier entre-nœud de la tige principale *(epicotyle Glied)*. Mais il fait observer que la racine principale est rejetée latéralement par l'accroissement inéquilatéral du tubercule. Le tubercule adulte serait, pour cet auteur, comme pour M. Dutrochet, une *tige radiciforme* allongée résultant du développement du premier entre-nœud de la tige principale.

II. — Développement du tubercule du *Tamus communis*.

STADES SUCCESSIFS DE LA JEUNE PLANTE.

Pour élucider la formation du tubercule du *Tamus*, j'ai déterminé la structure de la jeune plante à ses divers stades de développement, depuis l'embryon tel qu'il est dans la graine mûre jusqu'au moment où le tubercule est bien caractérisé.

Il n'y a pas trace de tubercule dans l'embryon, la première indication de cet organe n'est sensible que dans la plante en germination.

Stade I. — Nous prendrons comme premier stade de développement du tubercule l'état dans lequel nous le voyons lorsque la première feuille de la jeune plante, très petite et dépourvue de limbe, commence à sortir de la gaine cotylédonaire *(fig. 1)*. Cette feuille *(f_1, fig. 1)* est recourbée en crochet dans sa région supérieure, de sorte que la partie qui fait tout d'abord saillie en dehors de la gaine cotylédonaire n'est pas le sommet de la feuille, mais le haut du pétiole. Toute la partie du cotylédon supérieure à la gaine reste enfermée dans la graine pour absorber la réserve nutritive. La gaine embrasse complètement l'axe hypocotylé. Le bord libre de cette gaine est fendu irrégulièrement. La partie inférieure de l'axe hypocotylé est renflée et lisse, c'est la première indication du tubercule; on en voit sortir deux ou trois racines, dont une plus développée, qui est la première racine.

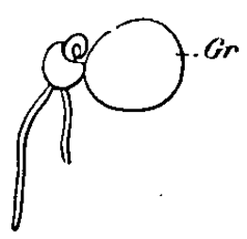


Fig. 1.

Le cotylédon, la feuille f_1 et la feuille f_2 sont disposés suivant le cycle $\frac{1}{2}$.

L'anatomie de la jeune plante à ce stade montre que les faisceaux des deux premières feuilles et le faisceau cotylédonaire se réunissent dans l'axe hypocotylé en une couronne libéro-ligneuse anastomotique sous laquelle s'insère la première racine.

(1) Bücherer, *Beitr. z. Morphologie und Anatomie der Dioscoreaceen.* (*Bibliotheca botanica*, Heft. XVI. Cassel, 1889).

La partie de l'axe hypocotylé comprise entre la gaine cotytédonaire et la première racine est excessivement courte. Au contraire, la région dorsale correspondant à la base de la première feuille est devenue épaisse, ce qui provoque le rejet de la première racine du côté opposé, vers la face ventrale ou cotylédonaire. C'est ce renflement qui est la première ébauche du tubercule, *il reçoit des faisceaux primaires insérés sur la couronne libéro-ligneuse de l'axe hypocotylé.*

Au moment de sa formation, le tubercule n'est donc qu'une dépendance de la face dorsale de l'axe hypocotylé et non pas du premier entre-nœud de la tige principale.

Stade II. — Nous avons pris comme second stade l'état du tubercule dans une plante qui redresse le pétiole de sa première feuille, mais dont le limbe n'est pas encore étalé. Les deux moitiés droite et gauche du limbe sont appliquées l'une contre l'autre par leur face antérieure *(fig. 2)*.

La deuxième feuille sort de la gaine de la première feuille f_1 *(fig. 2)*. A ce stade, le tubercule (T, *fig.* 2) est sphérique, il atteint environ le volume de la graine. La graine (G*r*) est portée à la partie supérieure du petit tubercule, en arrière de la deuxième feuille *(f_2, fig. 2)*. Trois ou quatre racines sont insérées sur l'axe hypocotylé au-dessous de l'attache de la graine. Une cinquième racine sort du tubercule au-dessous de la première feuille (R_5, *fig.* 2).

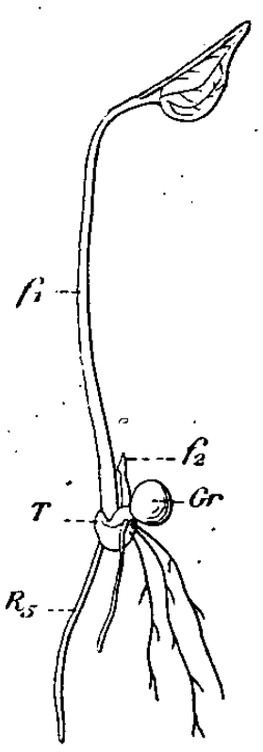


FIG. 2.

Les modifications survenues entre les stades I et II sont les suivantes :

1° Les faisceaux de la deuxième feuille qui, au stade I, se trouvaient à l'état procambial, ont des trachées dans leur région antérieure.

2° L'épiderme de la région renflée commence à s'exfolier, il est remplacé par un liège dont le cambiforme producteur apparaît dans la troisième assise sous-épidermique.

3° Une seconde zone cambiforme plus profonde s'établit à la limite du tissu fondamental interne; elle est séparée du premier cambiforme par trois ou cinq assises cellulaires. Ce cambiforme fournit surtout du tissu fondamental secondaire. Certaines cellules de ce tissu, en se recloisonnant, donnent des faisceaux secondaires.

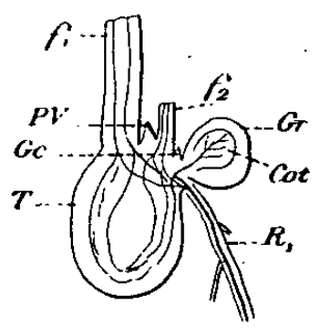


FIG. 3.

Si l'on représente les rapports du tubercule avec le reste de la jeune plante à ce stade, on obtient le schéma représenté figure 3:

L'intervalle entre la gaine cotylédonaire (Gc) et la première racine R_1 est resté très petit. Le tubercule T, formé sur la face dorsale de la jeune plante du côté de la première feuille f_1, a pris un très grand développement dans le prolongement apparent de la tige principale.

A ce stade, le jeune tubercule renferme déjà une abondante réserve amylacée répartie dans tout le tissu fondamental interne. La région corticale ne renferme pas d'amidon.

Stade III. — Comme stade plus avancé, nous prendrons la jeune plante au moment où son tubercule cesse d'être sphérique et commence à s'allonger en s'enfonçant verticalement dans le sol. Le tubercule a alors atteint la grosseur d'un petit pois. Des racines nettement endogènes, de plus fort calibre que la première racine, s'insèrent sur le tubercule *(fig. 4)*.

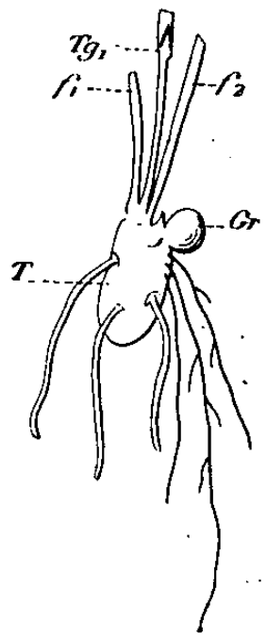


FIG. 4.

Il arrive parfois que l'allongement du tubercule ne se produit que la seconde année. Mais souvent, en particulier, lorsque la germination s'est faite de bonne heure au printemps, le tubercule arrive à ce stade dès la première année. Dans ce cas, la tige principale s'est allongée; tandis que les entre-nœuds 1 et 2 sont restés nuls, le troisième entre-nœud mesure environ 2 centimètres. Le cinquième et le sixième entre-nœuds pourront également être plus ou moins allongés.

L'allongement du tubercule à ce stade est dû à la formation d'un point de végétation dans sa région inférieure. Si l'on fait une section verticale de ce point de végétation, on voit que la surface est formée par deux assises de grandes cellules subérifiées formant un revêtement protecteur analogue au liège des pilorhizes. Sous ce liège se trouve le cambiforme qui l'a produit, puis plus intérieurement deux ou trois assises de tissu fondamental secondaire. Plus profondément se trouve une seconde zone cambiforme qui fournit vers l'intérieur du tissu fondamental secondaire et un peu de liège vers l'extérieur. Ce dernier est contigu au tissu fondamental produit par le cambiforme externe. C'est dans le tissu fondamental interne que se produisent les petits faisceaux secondaires par le cloisonnement longitudinal de quelques cellules de ce tissu.

Les deux cambiformes que nous venons de signaler dans le point de végétation se continuent sur toute la périphérie du tubercule. Le cambiforme superficiel répare la surface et fournit le liège protecteur. Le cambiforme interne fournit du tissu fondamental secondaire qui contribue à l'accroissement du tubercule et dans lequel se forment les faisceaux secondaires.

Les faisceaux secondaires se composent d'une masse ligneuse à grands

éléments (vaisseaux rayés) et d'une masse libérienne située en arrière du bois.

Au stade III, nous trouvons dans l'aisselle de la feuille f_2 (seconde feuille) une tige axillaire Tg_2 *(fig. 5)* dont les faisceaux sont au stade procambial. La première feuille de Tg_2 est une écaille sans faisceau (E*c*, *fig. 5*). Dans l'aisselle de cette écaille on trouve le point de végétation d'une tige d'ordre 3 (Tg_3, *fig. 5*). Le développement des tiges Tg_2 et Tg_3, qui n'existaient pas aux stades précédents, a occasionné un élargissement considérable du nœud 1 et de l'entre-nœud inférieur (premier entre-nœud de la tige principale). Les faisceaux de ces tiges s'insèrent au niveau du nœud 1 sur les faisceaux de la tige principale et reçoivent des branches d'insertion de faisceaux périphériques d'origine secondaire. Il en résulte que les tiges Tg_2 et Tg_3 sont en rapport avec les faisceaux secondaires qui se développent en même temps qu'elles-mêmes.

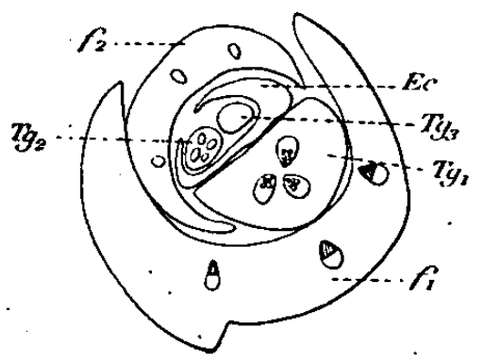


FIG. 5.

Les faisceaux de la tige principale se terminent en se réunissant aux faisceaux foliaires, en particulier aux faisceaux de la feuille f_1. La région où se fait cette réunion est le siège de la production de branches horizontales qui donnent insertion à des faisceaux primaires du tubercule et à des faisceaux périphériques secondaires.

Par suite du développement des deux premières feuilles, le point d'attache de la gaine cotylédonaire semble réduit. La position de cette attache et son étendue peuvent varier notablement d'une plante à l'autre, mais nous pourrons toujours prendre comme repère les rapports du faisceau cotylédonaire avec les faisceaux des feuilles f_1 et f_2. La place relative de ces faisceaux est invariable.

Dans l'aisselle de la feuille f_1, en avant du faisceau médian, on trouve un très petit point de végétation, celui du bourgeon axillaire de cette feuille (1).

On voit encore qu'à ce stade III, l'insertion de la première racine reste

(1) Chez les Dioscorées, le point de végétation axillaire de la feuille f_1 reste souvent en retard sur celui de la seconde feuille. On observe ce fait dans le développement de *D. sinuata*, *D. altissima*, *D. repanda*. Dans les *D. quinqueloba*, *D. Kita*, le bourgeon axillaire de la feuille f_1 ne se forme plus.

Le développement de la seconde feuille semble être, par contre, en raison inverse de celui du bourgeon axillaire qui en dépend. Cette feuille f_2, normalement développée chez *Tamus communis* et *Dioscorea sinuata*, peut n'avoir plus ni pétiole ni limbe chez *D. altissima* où elle est représentée chez certaines jeunes plantes par une simple écaille. Il en est de même chez *D. repanda* et *D. quinqueloba*, où la feuille f_2 écailleuse et très réduite, ne reçoit plus qu'un petit faisceau. Ce faisceau peut même faire défaut comme chez la plupart des jeunes plantes du *D. quinqueloba*. Enfin, chez *D. Kita* la seconde feuille n'a pas de faisceau, elle n'est plus représentée que par une écaille excessivement réduite, mais dont le bourgeon axillaire prend rapidement un grand développement. — Si l'on n'avait pas observé la gradation qui vient d'être exposée, on serait nécessairement très embarrassé pour trouver la signification exacte du bourgeon qui, chez *D. Kita*, se développe en face de l'unique feuille f_1. La véritable interprétation ne peut être trouvée que par la comparaison des divers termes de la série des Dioscorées.

très voisine de l'attache du cotylédon. L'axe hypocotylé est donc toujours très court. C'est surtout au niveau du premier entre-nœud de la tige qu'on voit se produire une forte croissance intercalaire. Le renflement se continue au niveau de l'axe hypocotylé dont la terminaison est rejetée latéralement sur la face ventrale, au-dessous du cotylédon. Au stade III, le tubercule se prolonge beaucoup au-dessous de l'axe hypocotylé et croît par un point de végétation spécial situé à son extrémité inférieure.

On distingue dans ce tubercule deux sortes de faisceaux : les uns, localisés dans sa portion supérieure, sont des lobes libéro-ligneux primaires en relation avec les faisceaux des feuilles de la tige principale ; les autres sont des faisceaux secondaires en relation avec les faisceaux intérieurs. A un certain niveau, un peu au-dessous de l'insertion de la racine principale, les faisceaux primaires se relient latéralement entre eux et se terminent en se jetant les uns sur les autres. Au-dessous de ce niveau, on ne trouve plus dans le tubercule que des faisceaux secondaires.

A la fin de la première période de végétation, le tubercule de *Tamus* présente à sa partie supérieure deux feuilles dépendant de la tige principale. Le haut du tubercule peut porter en outre une tige aérienne, la tige principale sur laquelle se sont développées deux ou trois feuilles. Entre la tige principale et la feuille f_2 on voit un bourgeon axillaire, qui donnera une tige de second ordre (Tg_2, *fig. 5*). Ce bourgeon est entouré à sa base par une écaille sans faisceau (E*c*, *fig. 5*). Dans l'aisselle de cette écaille se trouve un second bourgeon, moins développé que le premier, axillaire par rapport à la tige d'ordre 2. En se développant il donnera une tige d'ordre 3 (T*g* 3, *fig. 3*).

Dans l'aisselle de la feuille f_1, on trouve également un petit bourgeon axillaire qui fournira une tige d'ordre 2. Ce bourgeon axillaire de la feuille f_1 est beaucoup moins avancé dans son développement que le bourgeon de même ordre développé dans l'aisselle de la feuille f_2.

D'après ce qui précède, nous voyons que le jeune *Tamus* pourra produire, au début de sa seconde période de végétation, deux tiges d'ordre 2 développées aux dépens des bourgeons axillaires de second ordre des feuilles f_1 et f_2. En outre, il pourra donner une tige de troisième ordre par le bourgeon axillaire de l'écaille *Ec*. La tige axillaire de la feuille f_1 est entourée à sa base d'une écaille dans l'aisselle de laquelle se formera un bourgeon de troisième ordre.

Les tiges qui se développent dans le cours de la vie de la plante ont entre elles les mêmes rapports. Une tige d'ordre n avant son élongation est entourée à sa base d'une écaille dans l'aisselle de laquelle se forme un bourgeon qui fournira une tige d'ordre $(n + 1)$. Toutes ces tiges se trouvent insérées à la partie supérieure du tubercule, elles fournissent la ramification aérienne de la plante.

III. — Tubercule de la plante adulte.

Le tubercule de la plante adulte présente une surface brune ridée, toute craquelée. Ces craquelures délimitent des figures irrégulières. A la partie supérieure du tubercule s'insèrent une ou plusieurs tiges aériennes, près de la base desquelles on voit souvent des cicatrices laissées par les tiges des années précédentes, et des débris des écailles qui entouraient la base de ces tiges. Les racines, nettement endogènes, s'insèrent çà et là sur toute la périphérie du tubercule.

La plupart des tubercules du *Tamus* sont ramifiés. A un certain niveau, le tronc unique du tubercule se continue par deux ou trois digitations qui restent accolées l'une contre l'autre. Ces branches du tubercule sont dues à une lobation du point de végétation primitif. L'une d'elles peut subir un arrêt de développement et ne pas s'allonger autant que les autres.

Une section transversale du tubercule adulte dans sa région moyenne présente un contour arrondi ou ovale plus ou moins régulier. Les faisceaux sont également répartis dans toute la masse d'un tissu parenchymateux riche en amidon ; ils sont cependant plus distants l'un de l'autre dans la région centrale. Chacun de ces faisceaux se compose de vaisseaux rayés ou ponctués en arrière desquels se trouve le liber secondaire. Ils sont sans trachées, ce sont des faisceaux secondaires.

La surface est occupée par un liège à parois épaissies et ponctuées, de couleur brune formant deux à six couches cellulaires. En dessous, on a cinq ou six assises de cellules subéreuses régulièrement arrangées en files radiales, dont les parois brunies sont restées minces. Plus intérieurement se trouve le cambiforme qui produit le liège de la surface, et vers l'intérieur du tissu fondamental secondaire. Certaines cellules de ce tissu, allongées dans le sens trangentiel, sécrètent des raphides. — Un cambiforme plus intérieur produit très peu de liège vers l'extérieur et du tissu fondamental secondaire vers l'intérieur. Dans ce dernier, qui forme la masse principale du tubercule, se différencient les faisceaux secondaires, comme nous l'avons vu plus haut.

IV. — Valeur morphologique du tubercule.

Si l'on essaie de définir la valeur morphologique du tubercule du *Tamus*, on se heurte à des caractères contradictoires qui l'ont fait regarder tour à tour comme une racine ou comme une tige.

Les caractères qui ont été invoqués pour considérer ce tubercule comme une racine modifiée sont :

1° La constitution du point de végétation. Ce point de végétation ne présente pas d'appendices. Il est recouvert par quelques assises de liège que l'on peut comparer à la pilorhize des racines.

2° La surface de l'organe est constituée par une assise subéreuse.

3° Le tubercule croît de haut en bas, c'est-à-dire qu'il est doué de géotropisme positif. Ce dernier caractère, tiré de la croissance, a peu d'importance.

Les caractères précédents ne sont au fond que les caractères négatifs de la racine comme l'absence d'appendices, ou des caractères dus à l'influence du milieu, comme la nature subéreuse de la surface de l'organe et son accroissement. Cette interprétation laisse de côté les caractères fournis par les masses libéro-ligneuses comme symétrie et comme structure.

Ces raisons sont insuffisantes pour permettre de conclure que le tubercule du *Tamus* a la valeur d'une racine.

Les auteurs qui ont regardé ce tubercule comme un rhizome s'appuient sur la structure des faisceaux qu'ils regardent comme unipolaires et sur leur arrangement en zones vaguement concentriques rappelant l'arrangement des faisceaux dans une tige à nombreux faisceaux. Cette sorte de symétrie résultant de l'arrangement concentrique a peu de valeur puisque nous la retrouvons aussi bien sur les faisceaux secondaires d'une racine de betterave que d'une tige de *Mirabilis* ou de *Dracæna*. Quant à la nature des faisceaux, ce sont des faisceaux secondaires ; ils sont dépourvus de bois primaire et de liber primaire ; ils sont plongés dans une masse de tissu fondamental d'origine secondaire comme eux-mêmes. Les faisceaux et le tissu dans lequel ils sont enfermés ne signifient donc qu'un accroissement secondaire considérable. Ils ne peuvent être pris en considération pour interpréter la valeur morphologique du tubercule comme racine ou comme tige.

L'argument tiré de la nature des faisceaux est donc sans valeur. Il ne permet pas de dire que le tubercule soit une tige souterraine. D'ailleurs, ce rhizome serait sans appendices, ce qui ne pourrait se concevoir que si l'on avait un rhizome formé d'un unique entre-nœud très allongé. En outre, ce tubercule rhizome n'aurait jamais d'épiderme. Cette seconde interprétation, qui fait du tubercule une tige, n'est pas plus justifiée que celle qui y voit une racine.

Dans l'étude du développement du tubercule du *Tamus*, nous avons montré que l'organe jeune résulte de l'accroissement d'une région primaire comprenant les deux premiers entre-nœuds de la tige principale et une portion de l'axe hypocotylé. Plus tard, cette région devient le siège d'une

hypertrophie secondaire considérable localisée dans sa région superficielle. Il en résulte un renflement qui se place sous la première feuille et qui rejette latéralement la première racine et le bas de l'axe hypocotylé. Cette masse hypertrophiée est vascularisée par des faisceaux secondaires. Mais comme son apparition est très hâtive, au voisinage immédiat des faisceaux propres de l'axe hypocotylé et de la tige principale, on voit encore quelques branches primaires avec trachées caractérisées formant un réseau. Les branches de ce réseau s'insèrent vers le haut sur les divers faisceaux de la tige principale et de l'axe hypocotylé; elles se terminent un peu plus bas en se jetant l'une sur l'autre dans la région centrale de l'organe.

C'est sur ce réseau que viennent s'attacher la plupart des branches secondaires, mais il en est d'autres encore qui s'attachent directement sur les faisceaux de la tige principale et de l'axe hypocotylé. Il suffit que leur formation soit un peu plus tardive pour que le tissu qui y donne naissance soit plus différencié, perde ses caractères de méristème et de procambium pour ne donner que des produits secondaires, c'est-à-dire formés par une zone génératrice à cloisonnements plus localisés.

Ce tubercule s'accroît principalement dans sa région inférieure. Sans former un véritable point de végétation, il y a là une région qui croît plus vite que le reste et qui s'enfonce dans le sol. Cette région inférieure du tubercule s'accroît uniquement par le double système de cambiformes qui permet l'accroissement diamétral du tubercule.

Le tubercule est donc le résultat d'une hypertrophie secondaire localisée surtout dans la région dorsale de l'axe hypocotylé et les deux premiers entre-nœuds de la tige principale.

On arrive à la même conclusion pour le *Dioscorea sinuata* dont le tubercule a une forme si particulière, et pour le *D. altissima* qui représente une forme beaucoup plus allongée.

La constitution d'un organe de l'importance du tubercule du *Tamus* uniquement par des productions secondaires est un fait qui nous paraît très intéressant puisqu'il montre combien sont quelquefois délicates les appréciations morphologiques d'organes. On a successivement considéré le tubercule du *Tamus* comme une tige, comme une racine. L'étude précédente nous montre l'inexactitude de ces deux interprétations.

M. le Dr F. HEIM

Docteur ès sciences, Professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Paris.

« BALANOCARPUS ACUMINATUS » SP. NOV. — TYPE D'UNE SECTION DE CE GENRE DE DIPTÉROCARPACÉES

— Séance du 9 août 1893 —

Nous avons pu étudier, dans l'herbier de Kew, une plante recueillie à Perak par L. Wray (n° 813), et qui ne se trouvait rapportée qu'avec doute à la famille des Diptérocarpacées.

L'échantillon ne présente que des rameaux porteurs de fruits. Mais la forme de l'embryon, caractère de premier ordre dans ce groupe, et la structure anatomique permettent de se prononcer, d'une manière affirmative, sur les affinités réelles de la plante.

Caractères organographiques. — *Tige.* — L'écorce des jeunes branches est d'un brun noirâtre, d'apparence chagrinée sur les plus jeunes rameaux, munie de lenticelles punctiformes; les axes, dans leur jeune âge, sont légèrement veloutés. Les *stipules*, petites, sont caduques de très bonne heure.

Feuilles. — Le pétiole est noir, chagriné transversalement, court (longueur 5-6 millimètres). Le *limbe* est sur le sec, d'une couleur jaunâtre en dessous, verdâtre en dessus, mat sur les deux faces. Sa forme est ovale-allongée, quelque peu atténuée, très légèrement dissymétrique à la base, à acumen peu accusé (longueur du limbe, l'acumen compris, 58-72 millimètres). La *nervure médiane* est saillante sur les deux faces du limbe, ainsi que les autres *nervures*, ces dernières sont peu visibles à la face supérieure. De chaque côté de la nervure médiane se détachent une douzaine de nervures secondaires, obliques par rapport à la première, se raccordant les unes avec les autres, par un trajet curviligne submarginal. Les nervures tertiaires ont une direction sensiblement perpendiculaire à celle des nervures secondaires.

L'*inflorescence* est en grappes simples, peu nombreuses, terminales ou axillaires.

Le *fruit* est d'une couleur brun rougeâtre, à pédoncule très court; il porte sur un réceptacle assez fortement convexe, cinq sépales accrus, très inégaux, imbriqués en quinconce. Les deux sépales externes (nos 1 et 2) sont les plus courts, très épais dans toute leur hauteur, presque régulièrement ovales dans l'ensemble; les deux internes (nos 4 et 5) sont les plus grands, épaissis seulement dans les deux tiers inférieurs de leur hauteur, à bords amincis, presque membraneux; leur bord supérieur est légèrement échancré, leur

forme générale est obquadrangulaire, à angles mousses. Le sépale n° 3 est intermédiaire, comme forme et comme consistance, entre les précédents ; il est nettement dissymétrique à la base, son côté recouvert se trouvant beaucoup plus développé que le côté recouvrant. Les sépales 3, 4 et 5 présentent très nettement, les uns par rapport aux autres, un phénomène d'imbrication tardive.

Le *péricarpe* est allongé, fortement acuminé au sommet, légèrement étranglé vers le tiers inférieur ; sa base porte des impressions plus ou moins profondes, déterminées par les bords des sépales, qui l'embrassent étroitement. L'épaisseur du péricarpe augmente progressivement de la base au sommet, sa consistance est ligneuse, on voit vaguement dessinées, à sa face interne, des sortes de travées fibreuses, légèrement saillantes, et qui se trouvent nettement accusées, à la face interne de l'endocarpe, chez le *Balanocarpus erosa*, les *Dryobalanops* et *Baillonodendron*.

L'embryon se trouve enveloppé dans un *tégument séminal*, unique, mince, porteur, sur l'un des côtés, d'une columelle, débris de l'axe placentaire, et à laquelle se trouvent accolées les deux loges stériles, totalement aplaties. Il n'y a pas trace d'albumen à maturité. Les deux cotylédons sont fortement inégaux. Le cotylédon externe est comme à cheval sur l'interne, fortement émarginé sur sa face interne, et profondément fendu en deux lobes sur la face interne. Ces deux lobes n'adhèrent l'un à l'autre que par un pont de substance, correspondant à peu près au tiers inférieur de la hauteur du cotylédon. Le cotylédon interne, ou placentaire, n'est relié à l'externe que par l'intermédiaire de la radicule ; il est profondément fendu en deux lobes, légèrement inégaux, qui ne se relient l'un à l'autre que par une mince bande de substance. La columelle est légèrement enserrée entre ces deux lobes. La radicule est reliée par des pédicules assez grêles aux quatre lobes cotylédonaires, et abritée sur presque toute sa hauteur, dans une rainure creusée à la face interne de chaque lobe du cotylédon externe.

DIMENSIONS

Hauteur du fruit, avec le pédoncule . . .	25	millimètres.
Largeur maximum (sépales compris). . .	12	—
— (sépales ôtés)	7	—
Hauteur de l'embryon	18	—
Largeur —	6	—

Caractères anatomiques. — *Tige*. — Un rameau âgé de deux ans a presque partout perdu son *épiderme*, exfolié par une couche de liège, né à une très faible profondeur dans l'écorce. Là où il persiste, l'épiderme se prolonge en petits pinceaux de poils, acérés, courts, unicellulaires, à cavité centrale.

L'écorce, formée d'un parenchyme banal, comprend d'assez nombreux îlots de cellules scléreuses, obrectangulaires ou quadrangulaires, à paroi très épaisse, munie de ponctuations radiales. Le *liber* stratifié se présente sous forme de plaques plus ou moins nettement cunéiformes, à pointe tournée vers l'extérieur.

Les fibres péricycliques et libériennes ont une lumière assez large, une paroi faiblement lignifiée. Le *bois* se compose de nombreux vaisseaux, régulièrement ovales, et d'un parenchyme ligneux ; il n'y a pas de fibres ligneuses, et ni vaisseaux ni parenchyme ne sont lignifiés.

Les *rayons médullaires* principaux, peu nombreux, sont formés de deux ou trois assises radiales, d'éléments allongés, à parois minces ; ils s'épanouissent en éventail dans l'écorce; les rayons secondaires sont formés d'une seule série radiale d'éléments.

La *moelle* est formée d'éléments sphériques, réguliers, à parois minces, laissant entre eux de petits méats. On trouve, à la périphérie de la moelle, des *canaux sécréteurs*, en nombre variable, selon le niveau considéré de l'entre-nœud (seize à la base, douze au sommet), de faible diamètre et très inégaux.

Course des faisceaux. — Trois faisceaux se rendent à la feuille, un médian et deux latéraux. Ces derniers sortent du cylindre central, presque dès la base du nœud, et ont dans l'écorce un parcours correspondant à presque toute la longueur de l'entre-nœud. Chacun possède un canal sécréteur de faible diamètre. Le médian parcourt dans l'écorce les trois quarts supérieurs de l'entre-nœud. Ce vaisseau n'est pas nettement individualisé, il se présente plutôt sous la forme d'une expansion latérale du cylindre central, dont les vaisseaux s'épuisent peu à peu en passant dans le nœud. Ce faisceau médian comprend trois canaux: l'un assez large et médian, les deux autres grêles et latéraux; le canal médian se bifurque d'ailleurs vers la moitié de la hauteur de l'entre-nœud, et, à partir de ce niveau, le faisceau médian est muni de quatre canaux grêles. Il n'y a pas de faisceaux stipulaires.

Pétiole. — On trouve sur une coupe transversale de cet organe (pratiquée vers le milieu de la hauteur), en allant de la périphérie vers le centre : un épiderme persistant, glabre, une couche hypodermique à éléments réguliers, polygonaux, lignifiés, une couche corticale profonde, à éléments parenchymateux, une zone péricyclique continue, formée de fibres fortement lignifiées, et s'avançant sur les côtés des îlots libériens, une zone ligneuse à éléments presque entièrement lignifiés, enfin, une moelle purement parenchymateuse, avec canaux sécréteurs. L'arc fasciculaire interne est muni à son dos d'une zone péricyclique continue; à l'intérieur du liber de cet arc, on trouve des fibres absolument semblables à celles du péricycle.

Initiale et médiane. — Le pétiole est trop court pour qu'il soit possible d'y distinguer trois niveaux. A la partie inférieure, la coupe est obquadrangulaire, arrondie à la base, à face supérieure convexe dans l'ensemble, avec une dépression médiane. La courbe fasciculaire externe est largement béante vers le haut, formée de sept faisceaux, presque cohérents, cintrés, avec quatre canaux ; au dos de cet arc, le péricycle se présente sous forme d'une traînée presque continue; il en est de même pour les deux arcs interne et supérieur. La moelle est purement parenchymateuse, à parois minces. Il n'y a qu'un arc fasciculaire interne, à faible courbure, sans canaux, et surmonté d'un arc semblable, à disposition inverse.

Caractéristique. — A ce niveau, la coupe est obovale, allongée, renflée en son milieu, sur les deux faces. Les faisceaux se dispersent en s'individualisant, sur une courbe externe, complètement fermée dans le haut (grâce à la juxtaposition de l'arc supérieur à l'arc fasciculaire inférieur); les quatre canaux persistent, l'arc fasciculaire interne est presque rectiligne. Le péricycle est continu tout autour des faisceaux, et la lignification envahit complètement la moelle.

Nervure médiane. — Au milieu de la feuille, la coupe redevient obquadrangulaire, renflée en son milieu supérieur. La disposition des faisceaux est essen-

tiellement la même qu'à la caractéristique, mais il n'y a plus que trois canaux, et les trois faisceaux inférieurs se cintrent nettement. Le péricycle est continu, mais la moelle perd sa lignification.

Feuille. — La feuille comprend, entre deux épidermes, dont l'inférieur est légèrement lignifié, un parenchyme palissadique formé de trois assises superposées; le reste du mésophylle est formé d'éléments subrectangulaires, irrégulièrement stratifiés. Les plus grosses nervures sont reliées aux deux faces de la feuille par de gros piliers, formés de cellules à parois très épaisses, fortement lignifiées. Les piliers qui enveloppent les plus petites nervures, ont, au contraire, des éléments à parois minces; cette disposition s'accentue encore dans des piliers accessoires, incomplets, n'affectant aucun rapport avec les nervures, rattachés à la face supérieure seulement, et dont les éléments se confondent, à la partie inférieure, avec le parenchyme palissadique.

Epiderme. — La cuticule en est mince, un peu plus épaisse à l'épiderme supérieur. Il n'y a de stomates qu'à la face inférieure, ils se trouvent placés dans de légères dépressions, et entourés de quatre à cinq cellules de bordure. Il n'y a pas trace de poils acérés, ni de poils capités.

Les *sépales* accrus doivent leur consistance ligneuse à l'envahissement de presque toute leur masse par des cellules scléreuses, à parois très épaisses, disposées en couches aplaties, à la face interne, et groupées en îlots, qui ne se trouvent séparés que par de minces traînées de parenchyme. L'épiderme est exfolié sur presque toute la surface, par une couche de liège sous-jacente.

Péricarpe. — La coupe transversale montre un épiderme extérieur persistant, une mince couche de parenchyme, à éléments aplatis; tout le mésocarpe et l'endocarpe (sauf une mince bande interne, située en dedans de la zone des nervures et des lacunes sécrétrices) sont bourrés de cellules scléreuses, intimement pressées les unes contre les autres, à paroi épaisse, à cavité anfractueuse, allongées suivant le sens longitudinal, et groupées en îlots, qui ne se trouvent séparés les uns des autres que par des traînées anastomosées de parenchyme onduleux. Telle est la structure à la partie supérieure, dont la consistance est ligneuse; mais dans la partie inférieure, de consistance parcheminée, les cellules scléreuses disparaissent en grande partie, et on ne trouve plus que des éléments allongés, aplatis, onduleux, à paroi mince, et, dans la zone interne, des lacunes sécrétrices, accompagnées en dehors de trachées.

Les matières de réserve des cotylédons sont des matières grasses.

Nous n'avons pas trouvé, dans cet échantillon, de macles d'oxalate de chaux; mais cette absence ne tient vraisemblablement qu'à l'époque de la végétation. La teinte blonde de tous les parenchymes indique l'absence de *tannin*.

Affinités. — La plante se rapporte bien, par l'ensemble de ses caractères, au genre *Balanocarpus* BEDD.

Rappelons brièvement les principaux caractères généraux de ce genre, tels que nous les avons établis dans nos *Recherches sur les Diptérocarpacées*, p. 74. (Nous passons sous silence les caractères tirés de la fleur, qui ne peuvent nous être d'aucun secours, dans le cas actuel.)

(L'étude de ce type nouveau nous permet de modifier légèrement, sur certains points, les caractères génériques.)

Caractères organographiques. — Réceptacle convexe, sépales imbriqués, inégaux, les plus grands étant les plus internes (caractères en apparence de peu de valeur, presque général cependant dans notre tribu des Hopeées, — le *Balanocarpus Zeylanicus* fait exception), à peine accrus autour du fruit, en forme d'ailes très courtes, obtuses, fortement imbriquées, enserrant étroitement la base du fruit. Pas d'albumen à maturité. — Péricarpe ovoïde, rarement sphérique (*Sphœrocarpi* HEIM), très épais (*Eubalanocarpus* HEIM) ou très mince (*Pachynocarpoides.*)

Microcarpi, Sphærocarpi HEIM). Cotylédons charnus ne se recouvrant pas. Cotylédon externe fendu presque jusqu'à la base. (*Eubalanocarpus*), jusqu'au milieu de la hauteur *(Pachynocarpoides, Microcarpi)*. Cotylédon interne fendu en deux lobes, libres ou presque libres, en serrant l'axe placentaire. — Feuille obovale, à acumen court, glabre, cordée et souvent dissymétrique à la base. Nervation d'*Hopea* (*E. hopea* PIERRE), nervure médiane saillante sur les deux faces.

Caractères anatomiques. — *Tige.* — Canaux assez peu nombreux, à la périphérie de la moelle, inégaux, assez larges, trois faisceaux foliaires indivis, cellules scléreuses dans l'écorce.

Pétiole. — Courbe fasciculaire externe, ouverte plus ou moins haut (médiane ou caractéristique), puis se refermant plus ou moins complètement, à la caractéristique, et dans la nervure médiane (suivant que l'arc supérieur qui ferme cette courbe est intimement relié à l'arc inférieur, sur les côtés, ou individualisé). Un ou deux arcs internes, dépourvus de canaux. Faisceau médian inférieur de la courbe externe, légèrement individualisé; la disposition inverse qu'il affecte dans la section *Sphœrocarpi* est exceptionnelle.

Feuille. — Deux ou trois assises palissadiques supérieures, mésophylle plus ou moins stratifié; nervures dans des piliers complets, sclérifiés, quelques piliers incomplets indépendants des nervures.

Péricarpe glabre à maturité, à travées longitudinales, formées de cellules scléreuses, plus ou moins saillantes au-dessous de l'endocarpe.

Notre type présente bien l'ensemble des caractères du genre *Balanocarpus.*

Est-il possible de le faire rentrer naturellement dans l'une des quatre sections que nous avons établies? La forme allongée et acuminée du péricarpe permet de le distinguer, à première vue, des quatre autres types de *Balanocarpus;* son épaisseur (dans le haut) le rapproche du *B. erosa*, type de la section *Eubalanocarpus*, mais sa minceur (à la base) est un caractère des trois autres sections. L'épaisseur des sépales accrus est plus forte que dans les autres types. Les sépales les plus internes étant les plus grands, ce caractère éloigne notre plante du *B. Zeylanicus*, type de la section *Microcarpi*, la petitesse du fruit de ce dernier parle d'ailleurs dans le même sens. Dans les *Eubalanocarpus, Microcarpi* et *Sphœrocarpi*, le cotylédon externe est fendu presque jusqu'à la base; il ne l'est que jusqu'à moitié de la hauteur dans les *Pachynocarpoides*, c'est donc de cette section que notre

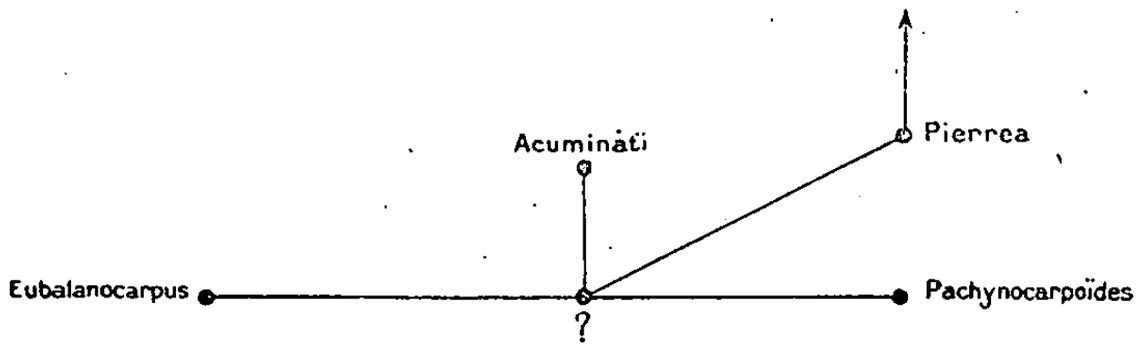
plante se rapproche le plus par l'embryon. Mais dans *B. utilis*, type de la section *Pachynocarpoides*, les cotylédons sont égaux; il en est de même de ceux de *B. Zeylanicus* et *B. sphœrocarpus*. Dans *B. acuminatus*, le cotylédon externe est comme à cheval sur le placentaire (caractère très particulier de notre type), il y a inégalité très manifeste entre les cotylédons placentaire et externe, ce qui est un caractère de *B. erosa*. Les deux lobes du cotylédon placentaire sont d'ailleurs réunis par un pont de tissu, comme dans ce dernier type, et non pas absolument libres comme dans *B. Zeylanicus*. Les caractères de l'embryon rapprochent donc notre plante de la section *Eubalanocarpus;* la position du cotylédon externe à cheval sur l'interne, la différencie nettement des autres types; enfin, la minceur du péricarpe à la base, sa largeur au sommet, en font un intermédiaire entre la section *Eubalanocarpus* et la section *Pachynocarpoides*.

Pour ce qui est de la structure du pétiole, les affinités de *B. acuminatus* sont grandes avec *B. utilis*. Pour l'ensemble des coupes même dépression de la face supérieure, à la médiane, même aplatissement de la caractéristique, même forme obquadrangulaire dans la nervure médiane. Dans les deux types, il n'y a que trois canaux dans la nervure médiane, et un seul arc interne. Mais il y a deux arcs internes à la caractéristique, chez *B. utilis* et neuf canaux, un seul arc et quatre canaux chez *B. acuminatus*. Le nombre de quatre canaux, un seul arc interne, se retrouvent par contre chez *B. erosa*, mais il n'y a plus aplatissement de la caractéristique, et l'échancrure supérieure de la médiane est à peine marquée.

Nous voyons donc que, dans ce cas encore, les données anatomiques confirment les affinités indiquées par la forme des organes et permettent de les mieux définir. Notre plante tient à la fois de la section *Eubalanocarpus* et de la section *Pachynocarpoides*, mais elle ne peut rentrer naturellement dans l'une ou l'autre de ses sections; aussi devons-nous la placer dans une section spéciale, que nous désignerons sous le nom de *Acuminati*, pour retenir le caractère distinctif le plus facile à saisir dans le fruit. Les caractères les plus saillants de cette section seront, outre la forme du péricarpe, sa minceur à la base, son épaisseur au sommet, le cotylédon interne à cheval sur l'externe, une structure du pétiole intermédiaire entre les deux sections affines, et enfin le nombre relativement grand des canaux, et leur faible largeur, caractère un peu exceptionnel pour une Hopeée.

Nous avons déjà insisté, ailleurs, sur les affinités entre les *Balanocarpus* et le type que nous avons établi sous le nom de *Pierrea* (*loc. cit.*, p. 79). Nous avons expliqué, que les affinités de ce type étaient surtout avec le *B. utilis*. Mais l'épaisseur énorme du péricarpe et des sépales accrus chez le *Pierrea* nuisaient à une ressemblance parfaite; or, ces caractères se retrouvent en partie dans notre type, lui-même voisin du *B. utilis*.

L'étude de ce nouveau *Balanocarpus* nous permettrait donc, vraisemblablement, de modifier très légèrement les chaînons qui unissent *Pierrea* à *Balanocarpus*, tels que nous les avions figurés schématiquement (voy. *loc. cit.* tableau, p. 129). En admettant l'existence d'un type (qui reste à découvrir), intermédiaire entre *Eubalanocarpus* et *Pachynocarpoïdes*, les affinités, au premier abord assez complexes, de ces divers *Balanocarpus*, entre eux, et avec le genre *Pierrea*, deviennent très simples.



Nous avons été forcé d'établir dans le genre *Balanocarpus*, autant de sections que de types étudiés. Il n'y a aucun inconvénient, nous semble-t-il, à multiplier ainsi les sections de genre, toutes sont homogènes, et ce qui doit logiquement être séparé, se trouve l'être, sans augmentation excessive de noms génériques. Nous voyons dans la famille des Diptérocarpacées des genres très homogènes, où il n'est besoin d'établir qu'un petit nombre de sections, parfois même aucune coupe n'est nécessaire, par exemple : *Dryobalanops*, *Dipterocarpus*, ce dernier cependant si riche en espèces. En se plaçant dans l'hypothèse évolutionniste, les faits s'expliquent. Certains types sont presque définitivement fixés, et n'éprouvent plus que de faibles variations spécifiques, *Dipterocarpus*, par exemple; d'autres au contraire, et les *Balanocarpus* sont du nombre, semblent être en pleine voie de variation, aussi l'étude de leurs différents types est-elle des plus instructives, à cause même des affinités multiples qu'elle révèle. Des faits analogues se retrouvent dans l'ensemble d'une famille. Pour ne prendre qu'un seul exemple, deux grandes familles exotiques nous offrent bien le type : l'une, celle des Diptérocarpacées, d'une famille à caractères fixés, famille, par suite, très homogène; l'autre, celle des Sapotacées, d'une famille en voie de variation, à genres et sections très nombreux.

EXPLICATION DES FIGURES (*Pl. IV*).

Figure 1 Fruit grossi deux fois.
— 1 *bis* Imbrication tardive des sépales (diagramme).
— 2 Péricarpe et tégument fendus, pour montrer l'embryon grossi deux fois.
— 3 Embryon isolé, avec la columelle grossi deux fois.
— 4 — face placentaire grossi deux fois.
— 5 — — externe grossi deux fois.
— 6 — — latérale grossi deux fois.
— 7 — —ᵉ placentaire (les lobes écartés) grossi deux fois.

Figure 8 Coupe transversale de la tige de deux ans.
— 9 Un entre-nœud schématique, d'une longueur de 20 millimètres, pour montrer la course des faisceaux foliaires; avec l'amorce des faisceaux des entre-nœuds inférieur et supérieur.
— 10 Coupe transversale du pétiole (médiane) (la coupe n'intéresse que la moitié inférieure, y compris l'arc interne).
— 11 C. transversale du pétiole (semi-schématique) : initiale.
— 12 — caractéristique.
— 13 — de la nervure médiane (en son milieu).
— 14 Épiderme inférieur de la feuille.
— 15 C. transversale du limbe.
— 16 Péricarpe (C. transversale).
— 17 — (C. longitudinale).

M. Gaston BONNIER

Professeur à la Sorbonne, à Paris.

INFLUENCE DU TERRAIN SUR LA PRODUCTION DU NECTAR DES PLANTES

— Séance du 9 août 1893 —

On sait que le nectar est ce liquide sucré qui se produit souvent à la base des fleurs et parfois sur certaines parties de la feuille. Les variations dans la production du nectar et les conditions qui rendent plus ou moins intense l'exsudation du liquide sucré, intéressent non seulement la physiologie végétale, mais aussi ses applications à la culture des abeilles, puisque c'est avec le nectar que les abeilles font le miel.

J'ai étudié les variations du nectar dans un même lieu suivant les diverses conditions extérieures, j'ai fait voir comment la production de ce liquide sucré varie avec la latitude et avec l'altitude (1), mais il est une influence que j'avais laissée de côté dans mes études sur les Nectaires et sur l'étude de laquelle je ne connais aucune expérience précise, c'est l'influence de la nature du sol. C'est une question qui intéresse beaucoup les apiculteurs, car si une même plante est plus ou moins mellifère suivant le terrain, le cultivateur d'abeilles saura quelles sont les meilleures plantes à cultiver dans une région donnée ou encore, connaissant la

(1) Gaston BONNIER, *Les Nectaires*. (*Annales des Sciences naturelles*, Botanique, 1879.)

nature du sol et les plantes qui y croissent naturellement, il pourra connaître les ressources mellifères de la région.

J'ai opéré expérimentalement avec les espèces suivantes : *Sinapis alba*, *Phacelia tanacetifolia*, *Polygonum Fagopyrum*, *Onobrychis sativa*, *Trifolium repens*, *Medicago sativa*, *Brassica oleracea*, *Isatis tinctoria*.

Pour opérer de façon que toutes les conditions soient égales, sauf la nature du sol, j'ai fait disposer à côté les uns des autres, mais séparés par un intervalle garni de tuiles disposées verticalement, des carrés de terrains de diverses compositions, et ayant environ 80 centimètres de profondeur. C'étaient du calcaire pur, de l'argile pure, du sable pur, ou divers mélanges de ces trois sols.

Ces carrés de terrains différents sont exposés de la même manière et reçoivent une quantité égale de lumière, d'eau et de chaleur. Ils sont établis dans un espace découvert, au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, et non loin de là, j'ai installé un certain nombre de ruches, dans le bois du Laboratoire.

Une même espèce étant semée à la fois sur les différents sols, j'employais trois procédés différents pour comparer la richesse nectarifère de cette même espèce sur les divers terrains :

1° En recouvrant les plantes avec des cubes de toiles ne laissant pas passer les insectes, je mesurais, au moyen d'une pipette graduée le volume du nectar des fleurs de même âge ;

2° En recouvrant les plantes de la même manière, je prenais un certain nombre de fleurs de même âge et je les laissais pendant ce même temps dans une quantité d'eau déterminée, puis je dosais la quantité de glucose obtenue après interversion ;

3° En laissant les plantes à découvert, je comptais le nombre d'abeilles visitant les fleurs, en ne tenant compte que des plantes ayant des inflorescences au même état de développement. Par ces divers procédés, j'ai trouvé que la nature des terrains influe d'une manière très différente sur la production du nectar suivant les diverses espèces.

Je citerai les résultats suivants. La Moutarde blanche *(Sinapis alba)* a donné plus de nectar sur les terrains calcaréo-sableux et calcaires que sur les terrains argileux. Le Sarrasin *(Polygonum Fagopyrum)* donne, au contraire, plus de nectar sur les terrains argilo-siliceux que sur le calcaire, Le Phacélia *(Phacelia tanacetifolia)* préfère un sol argileux ou argilo-sableux. Le Pastel *(Isalis tinctoria)* donne plus de nectar sur le calcaire ainsi que la Luzerne *(Medicago sativa)*. Le Sainfoin *(Onobrychis sativa)* a donné des résultats peu différents sur les divers sols ; cependant, il donne moins de nectar sur les terrains absolument calcaires.

On voit par ces quelques exemples que, pour se rendre compte de la production du nectar par une espèce déterminée dans un endroit donné,

il ne suffit pas d'étudier le climat, de connaître l'altitude, la latitude, mais qu'il faut encore tenir compte de la nature du sol.

Ces variations expliquent en partie les divergences d'opinion des apiculteurs sur la valeur mellifère de telle ou telle espèce.

M. W. RUSSELL

Docteur ès sciences, à Paris.

LA PÉRIODE DE REPOS DES VÉGÉTAUX DANS LES ENVIRONS DE PARIS ET DANS LE MIDI DE LA FRANCE (1)

— Séance du 9 août 1893 —

Quand on parcourt la région méditerranéenne pendant les mois de juillet et d'août, on ne manque pas d'être frappé de l'aspect désolé que présente la végétation ; à part quelques rares Composées et Labiées, dont la floraison est tardive, toutes les plantes qui se sont développées au printemps sont tombées dans une période de repos dont elles ne sortiront qu'à l'automne, sous l'influence des pluies bienfaisantes de cette époque de l'année.

La période estivale est, par conséquent, pour ces plantes, celle pendant laquelle la végétation reste absolument stationnaire. Ce fait est bien connu, par exemple pour l'olivier, qui fleurit dès le mois de janvier et attend que la saison sèche soit terminée pour achever la maturation de ses fruits.

Dans les climats septentrionaux, comme l'on sait, le repos estival est peu marqué, tandis qu'au contraire le sommeil hivernal est très accentué et ne s'interrompt que lorsque la température devient assez élevée pour permettre la libre circulation de la sève.

Dans quelle mesure le repos estival des plantes du Midi est-il comparable au repos hivernal chez les plantes du Nord ? Telle est la question que je me suis proposé de résoudre ici. Dans ce but j'ai recueilli, au mois d'août, un certain nombre de plantes méditerranéennes et, comparativement, j'ai

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de Botanique de la Sorbonne, dirigé par M. Gaston Bonnier.

examiné, au point de vue de la façon dont se comportent leurs zones d'accroissement, des plantes de même espèce ou d'espèces voisines, recueillies au mois de janvier aux environs de Paris. L'examen du chêne Rouvre, par exemple, m'a donné les résultats suivants :

Des coupes transversales, faites immédiatement au-dessous du bourgeon terminal d'une jeune branche, montrent que chez le chêne de nos environs, de même que chez le chêne du Midi, un périderme déjà développé occupe la périphérie de l'écorce ; mais, tandis que chez le premier il ne se compose que de deux assises de cellules subérifiées, chez le second on n'en compte pas moins de six ; en outre, tandis que les cellules génératrices conservent des parois minces chez le chêne de Paris et restent séparées du liège proprement dit par deux assises de cellules non encore subérifiées, elles ont épaissi leurs parois chez le chêne du Midi et sont en contact immédiat avec le liège, car les derniers éléments formés se sont subérifiés en même temps que les cellules perdaient momentanément leur propriété génératrice.

Dans l'anneau libéro-ligneux, l'arrêt d'accroissement est également beaucoup plus marqué chez le chêne du Midi que chez le chêne de Paris ; chez ce dernier, l'assise génératrice est bien reconnaissable, tandis que chez le chêne du Midi elle se confond avec les derniers éléments libériens formés. De plus, les segments ligneux provenant des derniers cloisonnements des cellules génératrices restent sans différenciation pendant tout l'hiver chez le chêne de Paris, tandis qu'ils se lignifient fortement chez le chêne du Midi.

L'examen de plantes subligneuses, telles que le *Teucrium Scorodonia*, l'*Helianthemum vulgare*, etc., m'a fourni des résultats à peu près identiques. Chez les plantes du Midi, les cellules génératrices du bois, complètement arrêtées dans leur fonctionnement, sont toujours en contact immédiat avec des éléments complètement différenciés en vaisseaux ou en fibres, tandis que chez les plantes des environs de Paris, au cœur de la mauvaise saison, on reconnaît toujours que les cellules génératrices ont conservé des parois minces, de même que les derniers éléments ligneux issus d'elles.

En outre, on remarque que chez les plantes du Midi, l'activité cambiale, après s'être manifestée par la formation d'un grand nombre de vaisseaux, n'a plus, à la fin de la végétation, produit que des fibres, tandis que chez les plantes de notre région le nombre des vaisseaux l'emporte, en général, sur celui des fibres dans les derniers éléments différenciés.

L'arrêt de cloisonnement des assises génératrices s'effectue même chez les plantes méditerranéennes à floraison tardive, telles que le *Teucrium polium*, le *Stehælina dubia*, etc. Chez ces plantes, en effet, les coupes faites dans des extrémités de tiges en voie de croissance montrent que,

déjà au niveau du deuxième nœud au-dessous du bourgeon terminal, l'accroissement en épaisseur est à peu près nul.

En résumé, de ces recherches on peut conclure, à mon avis, que le *repos est beaucoup plus complet en été chez les plantes du Midi, qu'il ne l'est pendant l'hiver chez les plantes des pays septentrionaux.*

M. Georges LANDEL

Au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau.

INFLUENCE DES RADIATIONS SOLAIRES SUR LES VÉGÉTAUX

— Séance du 9 août 1893 —

L'influence exercée par les radiations solaires sur les divers organes des végétaux peut être envisagée à deux points de vue différents.

Ou bien, laissant la plante dans les conditions normales, on observe ces organes après les avoir exposés isolément à des radiations d'intensités différentes ; ou bien, au contraire, la plante tout entière étant soumise à ces variations, on étudie les modifications qui, par suite des changements apportés dans les fonctions du végétal, auront pu se produire dans ses diverses parties. C'est dans ces dernières conditions que je me suis placé.

Ces remarques ont été faites sur des plantes ayant poussé, les unes à l'ombre, les autres au soleil, et portent principalement sur les fleurs. Dans une première série d'observations, j'ai choisi des plantes recueillies dans la nature, et prises dans des sols d'humidité et de composition à peu près identiques, ayant de cette façon l'avantage de pouvoir étendre mes recherches à un plus grand nombre d'individus. Ensuite, je me suis adressé à des espèces obtenues par voie d'expérimentation, ayant ainsi cherché à réaliser une plus grande précision.

I. — Observations faites sur des plantes récoltées dans la nature

1° *Buphtalmum salicifolium.* — Cent cinquante individus environ ont été récoltés de part et d'autre le même jour (août 1892), dans deux sols de même composition (calcaire oolithique avec humus), très secs et très perméables, à 420 mètres d'altitude.

Les individus récoltés au soleil ont poussé dans une clairière herbeuse: Les tiges sont rougeâtres ; les feuilles épaisses et peu développées en surface.

Les individus récoltés à l'ombre ont poussé dans un bois de sapins, non loin des précédents et à la même exposition. Les tiges, d'ailleurs très vigoureuses, sont entièrement vertes ; les feuilles sont grandes et minces.

Les échantillons du soleil présentent, à peu de chose près, le même nombre de capitules que ceux de l'ombre.

Cinquante capitules d'individus ayant poussé respectivement au soleil et à l'ombre, pris au hasard sur cinquante pieds différents, ont été examinés au point de vue de la coloration, du nombre et de la dimension des fleurs. Les résultats ont été les suivants :

Les fleurs des capitules pris au soleil présentent constamment une coloration jaune foncé ; les fleurs des capitules pris à l'ombre présentent constamment une coloration jaune clair.

La numération des fleurs, faite exactement pour chaque capitule, a donné :

Ligules :

Nombre des capitules ayant	Soleil	Ombre	Nombre des capitules ayant	Soleil	Ombre
	—	—		—	—
27 ligules	1	0	19 ligules	6	6
26	1	0	18	4	6
25	2	2	17	2	3
24	5	1	16	2	3
23	4	0	15	2	8
22	4	2	14	0	5
21	8	5	12	0	1
20	9	8			

Fleurs en tube :

Nombre des capitules ayant de		Soleil	Ombre	Nombre des capitules ayant de		Soleil	Ombre
		—	—			—	—
170 à 180 fleurs en tube		2	1	110 à 120 fleurs en tube		3	9
160	170	4	4	100	110	5	5
150	160	10	6	90	100	4	6
140	150	9	6	80	90	0	4
130	140	8	3	70	80	0	1
120	130	5	4	60	70	0	1

La moyenne, établie de part et d'autre, a donné les nombres suivants :

	Soleil	Ombre
	—	—
Ligules.	20,6	18,1
Fleurs en tube.	134,9	122,2
Nombre total des fleurs. . . .	155,5	140,3

La légère différence dans les rapports du nombre des ligules à celui des fleurs en tube, considérés au soleil d'une part, à l'ombre de l'autre, différence

que d'ailleurs je n'ai pas retrouvée chez d'autres Composées, m'a paru sans importance. Mais la moyenne démontre clairement que le nombre total des fleurs dans chaque capitule est notablement plus élevé au soleil.

La mensuration des ligules, faite de part et d'autre sur des fleurs appartenant à des capitules différents, a donné :

Soleil.	17mm,1	Ombre.	18mm,5

Les ligules sont donc plus grandes à l'ombre qu'au soleil. Ce fait n'est pas attribuable à la diminution du nombre des fleurs dans chaque capitule, car on voit, en examinant les capitules d'individus différents, qu'il n'y a aucun rapport entre ce nombre et la longueur des ligules.

2° *Solidago Virga-aurea.* — Vingt individus ont été récoltés de part et d'autre le même jour (septembre 1892), dans des sols analogues (marne calcaire avec humus). L'humidité est à peu près égale des deux côtés.

Les individus récoltés au soleil proviennent d'un bois récemment coupé. Les tiges sont rougeâtres; les feuilles épaisses et peu développées en surface.

Les individus récoltés à l'ombre proviennent d'une haute futaie; les tiges sont vertes, les feuilles minces et plus grandes que celles du soleil.

Le nombre des capitules est beaucoup plus considérable au soleil.

Vingt capitules pris de part et d'autre sur des pieds différents ont été examinés comme précédemment.

La coloration des fleurs prises au soleil est jaune foncé; celle des fleurs prises à l'ombre est jaune clair.

La moyenne a donné pour le nombre total des fleurs par capitule :

Soleil.	20,2	Ombre.	17,0

Moyenne de la longueur des ligules :

Soleil.	1cm,00	Ombre.	1cm,18

Ici encore, les capitules ont plus de fleurs au soleil, et les ligules sont plus grandes à l'ombre.

3° *Eupatorium cannabinum.* — Quelques échantillons ont été récoltés au soleil et à l'ombre; les premiers dans un sol marécageux formé de tourbe, les autres dans le même sol, mais sous un bosquet très ombragé. L'humidité est très grande de part et d'autre.

Des deux côtés, les différents individus sont très vigoureux.

Au soleil, les tiges, les feuilles, les pédicelles et l'involucre sont fortement colorés en rouge violacé. Les feuilles sont petites et épaisses.

A l'ombre, les mêmes organes sont entièrement verts. Les feuilles sont grandes et minces.

Le nombre des capitules est plus considérable au soleil qu'à l'ombre. Mais le nombre des fleurs dans chaque capitule est le même des deux côtés, ce qui s'explique aisément par le faible nombre des fleurs (5 ou 6) que contiennent ces capitules.

La coloration est très différente dans l'un et l'autre cas. Les fleurs prises au soleil sont colorées en rose vif; les fleurs prises à l'ombre sont blanchâtres, à peine rosées.

4° *Torilis Anthriscus*. — Dix échantillons ont été récoltés de part et d'autre le même jour (août 1892) dans des sols semblables (tourbe mêlée d'argile), à peu près saturés d'humidité.

Les individus pris au soleil poussaient dans un pré marécageux; la tige et les fruits sont rougeâtres ; les feuilles sont moyennement développées.

Les individus pris à l'ombre poussaient sous un bois très ombreux ; la tige et les fruits sont complètement verts ; les feuilles beaucoup plus grandes et plus minces qu'au soleil.

Sur tous ces échantillons, les fruits sont déjà bien formés.

Le nombre des ombelles sur chaque pied, le nombre des rayons dans chaque ombelle et celui des fleurs sur chaque rayon sont sensiblement les mêmes au soleil et à l'ombre ; mais il n'en est pas de même si l'on s'adresse aux fruits, comme on peut le voir par le tableau suivant :

EXAMEN DE DIX OMBELLES

SOLEIL		OMBRE	
Nombre des fleurs	Nombre des fruits	Nombre des fleurs	Nombre des fruits
—	—	—	—
165	124	159	90
151	81	131	52
127	71	127	41
147	114	139	56
121	95	129	57
131	75	144	70
109	74	131	62
98	63	116	47
93	66	97	37
95	75	93	31
Moyenne 123,17	Moyenne 83,8	Moyenne 126,6	Moyenne 54,3

La faible différence entre les deux moyennes des fleurs montre que leur nombre est sensiblement égal au soleil et à l'ombre. Mais, tandis qu'au soleil, sur les quinze ou vingt fleurs qui composent l'ombellule, dix ou douze donnent des fruits capables d'arriver à maturité, à l'ombre, cinq ou six seulement se développent à la périphérie, et les akènes provenant des fleurs centrales avortent prématurément.

5° *Epilobium parviflorum*. — Dix échantillons sont récoltés de part et d'autre le même jour (août 1892) dans une vase argileuse saturée d'eau ; ceux du soleil dans un fossé découvert ; ceux de l'ombre, sous de grands taillis.

Les feuilles des individus pris au soleil sont épaisses, petites ; celles des individus pris à l'ombre sont minces et plus grandes.

Les côtes des fruits sont rougeâtres au soleil; à l'ombre, elles sont complètement vertes.

Dix fruits, recueillis de part et d'autre sur dix pieds différents, m'ont donné la moyenne suivante, pour le nombre des graines dans chaque fruit :

Au soleil. . . . . 189,4 A l'ombre. 146,7

Ce nombre est donc plus considérable au soleil.

II. — Expériences.

1° *Spilanthes fusca.* — Quatre pousses très jeunes sont plantées le 25 mai 1893 dans quatre pots semblables, contenant la même terre. Deux de ces pots sont exposés en plein soleil; les deux autres sont placés derrière un bâtiment de telle façon qu'ils demeurent à l'ombre durant la journée entière. Des arrosages convenables maintiennent dans les quatre pots une humidité à peu près égale.

Le 20 juillet, j'ai observé entre les plantes des deux lots les différences suivantes :

Au soleil, les tiges sont hautes de quinze à dix-sept centimètres; à l'ombre, elles ont vingt-huit et trente centimètres. Au soleil, les feuilles sont épaisses, peu développées en surface : à l'ombre, elles sont minces et beaucoup plus grandes.

La floraison s'est produite plus tôt au soleil qu'à l'ombre. Les échantillons au soleil portent douze à seize capitules ayant pour la plupart des graines déjà mûres. Les échantillons à l'ombre en portent six à huit seulement, et n'ont que des graines encore vertes.

Les pédoncules floraux sont deux ou trois fois plus courts au soleil qu'à l'ombre ; en même temps, ils sont plus épais et les capitules sont beaucoup plus gros.

Deux capitules pris au soleil portent 265 et 240 fleurs.

Deux capitules pris à l'ombre portent 225 et 180 fleurs.

Le nombre des fleurs dans chaque capitule est donc plus élevé au soleil.

2° *Œnothera biennis.* — Quatre pousses très jeunes sont plantées le 25 mai dans quatre pots disposés et arrosés comme dans la première expérience.

Le 15 juillet, un échantillon est examiné dans chaque lot.

Au soleil, la tige est haute de 55 centimètres et rougeâtre à la base. A l'ombre, la tige a 65 centimètres; elle est complètement verte.

Elle porte des feuilles plus grandes et plus minces que celle du soleil.

Les fleurs de l'échantillon exposé au soleil, qui ont apparu bien plus tôt que celles de l'autre échantillon, ne présentaient pas avec celles-ci de différences appréciables.

Ces fleurs ont été, au moment de l'examen de la plante, au nombre de vingt-quatre au soleil, au nombre de seize à l'ombre.

3° *Polygonum Fagopyrum.* — Des graines ont été semées le 25 mai dans quatre pots disposés et arrosés comme il a été dit précédemment. Les plantes sont examinées le 20 juillet.

Chaque pot contient de trente à quarante pieds. Au soleil, les tiges, hautes de trente centimètres en moyenne, sont colorées en rouge dans toute leur hauteur; les anthères et les côtes des fruits déjà formés ont la même coloration. Les feuilles sont épaisses et petites. A l'ombre, les tiges, hautes de quarante centimètres environ, sont colorées en rouge dans leur moitié inférieure seulement ; les anthères sont incolores.

Les feuilles sont plus minces et plus grandes qu'au soleil.

Le 28 juin, le majorité des fleurs étaient épanouies au soleil ; à l'ombre, elles étaient à peine en boutons.

La numération des fleurs a donné, pour chaque individu, comme moyenne :

Soleil. . . . 837, 8 Ombre. . . . . 21, 2.

Le nombre des fleurs est donc sensiblement plus élevé au soleil.

4° *Sinapis alba.*— Même expérience. Les graines ayant été semées le 25 mai, l'examen est fait le 21 juin.

Au soleil, les tiges, hautes de douze centimètres, sont fortement colorées en rouge violacé. A l'ombre, les tiges, hautes de dix-huit centimètres, sont faiblement colorées en rouge; les feuilles sont plus minces et plus grandes qu'au soleil.

Le 21 juin, toutes les fleurs des échantillons du soleil sont épanouies; celles des échantillons de l'ombre sont à peine en boutons.

Au soleil, les pétales ont une coloration jaune foncé; à l'ombre, la coloration est jaune pâle.

La numération des fleurs a été faite le 21 juin pour les échantillons au soleil, le 28 juin pour ceux à l'ombre. La moyenne a été la suivante :

Soleil. . . . 15, 4 Ombre. 13, 1

La mensuration des pétales a donné :

Soleil. . . . 8 millimètres Ombre . . . 8 mm 4.

Le nombre des fleurs est donc un peu plus élevé au soleil; les pétales sont un peu plus grands à l'ombre.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

Il semble déjà, d'après ce qui précède, que les variations d'intensité des radiations solaires aient sur les plantes observées dans la nature ou soumises à l'expérience une action très différente suivant les espèces, bien que cette action m'ait toujours paru s'exercer dans le même sens. Les *Solidago Virga-aurea*, *Spilanthes fusca*, lorsqu'ils se développent à l'ombre, réduisent dans de grandes proportions leur appareil floral, non seulement par la diminution considérable des capitules sur chaque individu, mais encore par la diminution du nombre des fleurs dans chaque capitule. — D'autres espèces, comme les *Buphtalmum salicifolium*, *Sinapis alba*, *OEnothera biennis*, subissent déjà des modifications beaucoup moindres; enfin, j'en ai rencontré un certain nombre, comme les *Geranium Robertianum*, *Valeriana officinalis*, *Aster Amellus*, *Stachys silvatica*, dont les divers échantillons ne présentaient entre eux aucune différence au point de vue de l'inflorescence, qu'ils aient été choisis en plein soleil, ou dans des lieux très ombragés.

Les feuilles présentent aussi suivant les espèces des variations d'une importance très inégale. Elles subissent toujours à l'ombre, il est vrai, une grande diminution d'épaisseur due à la réduction du tissu palissadique,

ainsi que l'a démontré M. Dufour par voie expérimentale (1) ; mais les divergences existant entre les résultats de cet auteur et les miens en ce qui concerne l'accroissement en surface montre combien l'action des radiations solaires peut être différente suivant les espèces considérées.

La production du pigment rouge, qui colore les tiges et les fruits, est soumise à des variations tout aussi importantes, bien que, comme pour les fleurs, ces variations aient lieu constamment dans le même sens. Tandis que le *Geranium Robertianum* recueilli dans des endroits très ombragés porte des tiges et des fruits presque aussi colorés que lorsqu'on le récolte en plein soleil, l'*Eupatorium cannabinum* demeure complètement vert dès qu'il est privé de radiations directes.

Mais, quelles que soient les variations attribuables à la nature spécifique de la plante, une moins grande intensité des radiations semble toujours entraîner pour elle un affaiblissement de la fonction reproductrice. Ce résultat peut être obtenu de différentes façons : soit par une simple diminution dans le nombre des fleurs *(Buphtalmum salicifolium)* ; soit par une réduction du nombre des graines dans chaque fruit *(Epilobium parviflorum)* ; soit par l'avortement des fruits eux-mêmes *(Torilis Anthriscus)*. — Il est possible que le même résultat soit encore réalisé par d'autres procédés : par exemple, les graines des plantes comparées peuvent présenter des différences dans leur structure, leur pouvoir germinatif, etc. Je me propose d'étudier ces questions ultérieurement.

M. Eugène MESNARD

Préparateur à la Faculté des Sciences de Paris.

RECHERCHES SUR LA FORMATION DE L'HUILE GRASSE DANS LES GRAINES ET DANS LES FRUITS (2)

— *Séance du 9 août 1893* —

On s'est peu préoccupé, jusqu'ici, d'étudier le mode de formation de l'huile grasse dans les graines ou dans les fruits. Les quelques renseignements que l'on possède sur ce sujet ont été fournis, d'une manière indirecte,

(1) L. Dufour, *Influence de la lumière sur la forme et la structure des feuilles.* (*Annales des Sciences naturelles*, 1887.)

(2) Ce travail a été fait au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, sous la direction de M. Gaston Bonnier.

par les auteurs qui ont examiné, soit les transformations subies par la chlorophylle à diverses époques de la vie de la plante, soit les modifications chimiques qui président à la formation des matières sucrées dans les fruits.

En 1850, S. Morot démontre que la chlorophylle est toujours accompagnée de matières grasses.

Les travaux de Wiesner, de Kraus, ont fait ensuite connaître la composition exacte de ce pigment vert des végétaux.

En 1879, Hoppe-Seyler extrait de la chorophylle un produit d'oxydation, la *chlorophyllane* ou *hypochlorine*, substance huileuse, incolore et cristallisable et que l'on peut isoler par l'acide chlorhydrique.

On sait, d'ailleurs, que vers l'automne les feuilles jaunissent et qu'à la place de la chlorophylle détruite il se produit, dans les cellules, des granulations réfringentes qui se réunissent en gouttelettes huileuses. Ces observations nous font prévoir le rôle possible du protoplasma chlorophyllien dans la formation des huiles grasses.

En 1861, S. de Luca constate que la *mannite*, substance sucrée abondante dans les feuilles et les jeunes fruits de l'olivier, diminue au fur et à mesure que l'huile s'élabore dans la pulpe de l'olive. Il en conclut naturellement que la production de la matière grasse est intimement liée à la présence de la mannite dans les tissus.

La même année, en 1861, Buignet étudie la transformation que subissent les composés ternaires de la pulpe des fruits, mais il ne s'occupe pas de la formation de l'huile.

Plus récemment, en 1886, M. Müntz étudie la maturation des graines sur le blé, l'avoine, le maïs et le colza, mais en se bornant également à l'étude des sucres. Il constate pourtant que les matières grasses se déposent très rapidement dans les tissus un peu avant la maturité, et il admet que les hydrates de carbone, notamment le glucose, renfermé à cette époque dans la graine et dans la silique du colza, sont les matières premières qui peuvent fournir les substances grasses mises en réserve.

J'ai repris cette étude du mode de formation des huiles dans les graines et dans les fruits en employant les procédés microchimiques. C'est le complément indispensable d'un premier mémoire sur les *Transformations que subissent les matières grasses pendant la germination des graines*, dont j'ai présenté un court résumé à la Société de Botanique. (Séance du 13 janvier 1893.)

Je rappellerai brièvement qu'en exposant les coupes aux vapeurs d'acide chlorhydrique, j'obtiens la localisation des huiles grasses, qui se résolvent en gouttelettes inaltérables dans les cellules, et celle des matières albuminoïdes de réserve, qui prennent une coloration violette très vive. Si l'on prend le soin de passer au préalable les coupes dans l'acéto-tungstate de

soude (réactif de Braemer), on obtient en même temps la localisation des huiles essentielles par la formation de gouttelettes huileuses d'une couleur jaune d'or et très diffusibles, et celle des tannins, reconnaissables à la coloration fauve ou rougeâtre, toujours trouble, qu'ils prennent sous l'influence de ces réactifs. Mes recherches ont porté sur un certain nombre de graines et de fruits variés, dont il suffira de choisir quelques exemples.

I. — Graines oléagineuses proprement dites.

1° *Ricin.* — Les cymes florales du Ricin *(Ricinus communis)* portent, comme on le sait, des fleurs femelles vers l'extrémité de l'axe et des fleurs mâles à la base. Les fruits sont des capsules à trois loges. Ils mûrissent très tard dans nos pays.

Si l'on examine un tout jeune fruit, de 2 à 3 millimètres de diamètre, par exemple, on ne trouve nulle part ni amidon, ni sucre, ni gouttelettes d'huile. Tous les tissus renferment un produit qui se colore en vert par le perchlorure de fer et se teinte en jaune trouble après le traitement par l'acéto-tungstate de soude. C'est un produit du groupe des tannoïdes. L'albumen, d'abord mal indiqué, se précise davantage par la formation d'un cercle de cellules, petites, serrées les unes contre les autres, et dans lesquelles vont se différencier des vaisseaux.

Quinze jours plus tard, les enveloppes de la graine sont très nettement différenciées et faciles à distinguer les unes des autres.

Le composé tannoïde s'est modifié et a acquis les propriétés réductrices des glucoses. Ce moment semble coïncider avec la formation des parois cellulosiques dans les différents tissus. On peut même constater l'existence d'un peu d'amidon dans la zone moyenne des téguments, formée de cellules arrondies et vides, en apparence, de tout contenu cellulaire. Après la disparition de cette matière amylacée, les cellules de cette zone moyenne ne renferment plus que de l'air. C'est là un fait extrêmement répandu et signalé par Sachs.

Les cellules de l'albumen se différencient, à leur tour, et renferment de très fines granulations protoplasmiques. Lorsque la période de maturation complète est arrivée, les tissus subissent une dessiccation énergique qui provoque la formation des *grains d'aleurone.*

Si, à ce moment, on traite une coupe d'albumen par les vapeurs d'acide chlorhydrique, on voit apparaître, au milieu de chaque grain d'aleurone, un *cristalloïde* de forme polyédrique qui se colore très vivement en violet ; les différents grains d'aleurone se gonflent, confluent les uns avec les autres en même temps que les cristalloïdes se dissolvent et, finalement, il ne reste plus dans chaque cellule qu'une gouttelette d'huile entourée d'un certain nombre de *globoïdes* fortement réfringents.

La formation de l'huile est donc très tardive et ne se produit qu'après l'arrivée des matières albuminoïdes de réserve, et l'on serait même tenté de croire, au premier abord, que ces matières azotées subissent une sorte de dédoublement pour donner des matières grasses.

Les composés tannoïdes qui existent au début dans les tissus de l'ovaire ne contribuent pas à la formation de l'huile, mais ils servent à l'élaboration des cloisons des cellules et à la formation des enveloppes de la graine.

2° *Noix.* — La drupe fournie par le Noyer *(Juglans regia)*, renferme une graine partagée en quatre lobes par des cloisons de l'ovaire. A maturité, l'enveloppe scléreuse qui entoure la graine se sépare en deux valves.

Le Noyer renferme abondamment, dans toutes ses parties, un tannin qui prend une coloration brun chocolat très foncée, par le traitement successif au réactif de Braemer et à l'acide chlorhydrique.

Un produit analogue se rencontre, au moment de la formation du fruit, dans tous les tissus qui doivent donner naissance à l'épicarpe (brou de noix), à l'enveloppe scléreuse et aux cloisons de l'amande. Les tannins servent donc à l'élaboration des parenchymes ligneux et scléreux, mais, avant que ces transformations ne s'effectuent, on constate toujours la réduction de la liqueur cupro-potassique dans les cellules qui renferment ces produits. La cavité de l'albumen est d'abord remplie par un liquide sucré, réduisant la liqueur de Fehling, mais n'agissant pas sur le perchlorure de fer.

Les réserves se forment sans qu'il y ait jamais production d'amidon. Comme précédemment, les huiles deviennent visibles dès que les matières albuminoïdes se sont déposées dans les cellules de l'albumen.

II. — Graines a la fois oléagineuses et amylacées.

Marron d'Inde. — Le fruit du Marronnier *(Æsculus hippocastanum)* renferme une graine dont l'embryon est à la fois amylacé et oléagineux. A maturité, on trouve, en effet, dans les cellules de l'embryon, de l'amidon en abondance avec une quantité d'huile qui peut s'élever à 5 0/0. Ce qu'il importe de remarquer, c'est l'absence des matières albuminoïdes dans les mêmes tissus. Le marronnier produit un tannin (1), colorable en rouge acajou clair par l'acide chlorhydrique, et que l'on retrouve dans les tissus du jeune fruit. Cette substance contribue à la formation des enveloppes du fruit et de la graine; et elle peut même envahir les cellules de l'embryon et servir à l'élaboration d'un autre composé que l'on trouve dans la graine mûre et qui prend une coloration jaune verdâtre par les réactifs.

Si l'on considère, en effet, un fruit déjà très avancé, ayant même acquis une grosseur à peu près normale, comme on peut en observer dans la première quinzaine de juillet, on trouve dans les cellules de l'albumen de la graine un composé tannoïde ayant une coloration jaune verdâtre susceptible de s'accentuer par les réactifs et réduisant la liqueur de Fehling. Il s'agit probablement là d'une substance complexe du groupe des glucosides, l'*isodulcite*, résultant du dédoublement du tannin.

L'amidon se dépose quelque temps après. L'huile n'a pas ici son cortège habituel de matières albuminoïdes; elle résulte très probablement de la transformation de l'isodulcite. On ne peut en reconnaître la présence qu'au moment de la maturation, c'est-à-dire vers le mois d'août.

III. — Fruit produisant de l'huile grasse dans la pulpe et dans le noyau.

Olive. — Le fruit de l'Olivier est une drupe dont le péricarpe produit une huile estimée. Le noyau de cette drupe renferme une amande oléagineuse tout

(1) Acide æsculitannique. (*Vorlaüf Notiz. üb. d. Gerbstoff d. Æsculus, hippocastanum.* Rochleder, 1864.)

à fait analogue à celle des autres fruits (pêcher, abricotier, prunier, etc.).

Au début de sa formation, la jeune olive présente un protoplasma chlorophyllien très abondant avec une large cavité au centre. A ce stade on trouve de l'huile dans presque toutes les cellules. Il n'y a pas de tannin. La liqueur de Fehling n'est pas réduite; mais on sait, depuis les recherches de Luca, qu'il existe dans les cellules, en même temps que la chlorophylle, une matière sucrée, *la mannite*, substance soluble dans l'eau, cristallisant en prismes droits, très fins, d'un éclat soyeux et qui ne réduit pas la liqueur de Fehling. Cette substance est très répandue dans les feuilles et dans les tiges. Au moment de la maturation, elle semble se transformer en huile grasse.

Dans le mésocarpe, il se produit des cellules scléreuses tendant à isoler la pulpe de la cavité de l'albumen.

L'huile qui se trouve sur l'emplacement de cette formation disparaît et fonctionne comme substance de réserve.

La formation de l'albumen rentre dans le cas général. L'huile n'apparaît que vers la fin du développement de l'olive, après la mise en réserve des substances azotées. Nous avons donc ici deux cas à considérer :

1° Production d'huile se faisant, indépendamment des matières albuminoïdes, dans le tissu très jeune de la pulpe ;

2° Formation d'huile apparaissant comme d'ordinaire à la maturité, après le dépôt des substances albuminoïdes.

IV. — Fruits a pulpe charnue et a graines oléagineuses

Les Tomates, les fruits de *Solanum tuberosum* et de *Solanum nigrum* produisent l'élaboration des réserves de la graine au milieu d'une pulpe charnue d'abord très riche en chlorophylle.

L'huile que l'on rencontre dans ces graines se colore sous l'influence du réactif et prend une teinte jaune verdâtre très probablement due à un principe extrait de la pulpe.

Les pépins de Poire, de Pomme, de Raisin renferment également de l'huile.

Le péricarpe de ces fruits élabore un principe particulier, l'acide gluco-succinique, verdissant à l'air et se colorant en rouge fauve par l'acide chlorhydrique. Buignet pense que ce corps est susceptible de produire la matière sucrée.

Mais la formation de l'huile reste intimement rattachée à celle des matières azotées dans le parenchyme cotylédonaire.

Si l'on examine, de même, la formation des réserves oléagineuses dans les amandes de Pêche, d'Abricot, de Prune, on trouve également que l'huile n'apparaît que très tard, en même temps que les matières albuminoïdes; mais sa formation reste indépendante de celle des tannins ou des glucosides qui donnent naissance à la partie ligneuse du noyau ou aux réserves sucrées de la pulpe.

V. — Graines renfermant des réserves oléagineuses et des réserves amylacées séparées

Dans ce groupe j'étudie quelques types de graminées (Blé, Seigle, Orge, Maïs, etc.), qui sont, comme je l'ai déjà démontré, de véritables graines oléagineuses pourvues d'un albumen amylacé.

(1) Buignet, *Ann. Chim. et Phys.*, 1861.

Les analyses de M. Müntz ont démontré que la *Synanthrose,* substance très analogue à la synanthrose ou levulose des Synanthérées, est très abondante au début de la formation de la graine. Elle diminue ensuite rapidement en même temps que la proportion d'amidon augmente.

Dans un grain de Blé très jeune, on trouve de la Synanthrose mélangée à du glucose, mais la Synanthrose diminue ensuite en même temps que le glucose provenant des réactions inverses augmente.

Dans le grain parvenu à une maturité presque complète, il y a mélange de sucre en proportion variable. Le saccharose persiste seul dans la graine complètement mûre.

De même dans le grain mûr de l'Orge et de l'Avoine, on ne trouve plus que du sucre de Canne. La synanthrose ne se dédouble pas dans le Seigle et persiste à la maturité.

Il n'a pas été fait de recherches analogues sur la production des matières grasses dans les mêmes grains.

Blé. — La structure du grain de Blé est bien connue : l'embryon, pourvu d'un large appendice en forme de bouclier *(écusson)* est placé vers l'extrémité du grain et applique la surface de son écusson sur l'albumen farineux, une enveloppe connue sous le nom impropre d'*assise à gluten* entoure cet albumen farineux. L'ovaire d'un jeune grain de Blé renferme de l'amidon dans toutes ses cellules. Au centre, on aperçoit la cavité de l'albumen, vide encore à cet âge, et entourée par une assise spéciale de cellules renfermant de la *chlorophylle*. Les matières albuminoïdes (peptones) arrivent par les vaisseaux du raphé, pénètrent dans la cavité en formant une sorte de cordon adossé au sillon latéral du grain de blé, et de là s'épanouissent en donnant d'abord l'assise à gluten, puis le réticulum protoplasmique des cellules de l'albumen.

L'amidon de l'ovaire, préalablement transformé en glucose, disparaît peu à peu, en même temps que des grains abondants de la même substance amylacée se déposent dans l'albumen.

L'embryon se produit en quelque sorte d'une manière isolée à l'extrémité de la cavité ; il remplit peu à peu ses cellules de granulations aleuriques et d'huile grasse, en suivant la loi générale.

L'enveloppe chlorophyllienne dont j'ai parlé, joue un rôle intéressant à noter. L'assise à gluten, située à l'extérieur par rapport au contenu de la cavité de l'albumen, s'amincit au voisinage de l'embryon et permet un contact facile de ce dernier avec les cellules renfermant de la chlorophylle. Or, dans le courant du développement ce pigment subit une sorte de transformation huileuse, analogue à celle qui produit les essences dans certaines fleurs, et pénètre, au moins en partie, dans l'embryon. Il s'agit probablement de la *céréaline* de Mége-Mouriès, susceptible, d'après Luca, de communiquer à la farine son odeur particulière.

Le Seigle, l'Orge, l'Avoine présentent des phénomènes analogues sur lesquels il est inutile d'insister.

Le Maïs présente quelques différences. L'embryon commence à se développer dans la cavité de l'albumen, avant même que la période de transport de l'amidon dans l'albumen ne se soit produite, ce qui démontre son indépendance relative. De plus, il n'y a pas d'assise chlorophyllienne et par conséquent pas de matière odorante.

Enfin, la quantité de matière amylacée qui tend à se mettre en réserve est telle qu'elle peut même se précipiter en granulations d'amidon dans les cellules

de l'embryon qui renferment en même temps de l'huile et des matières albuminoïdes. Cette observation permet de considérer ces différentes substances comme indépendantes les unes des autres.

VI. — Baies ou graines produisant de l'huile grasse et de l'huile essentielle

Certains fruits (Genévrier, Ombellifères) sont le siège d'une production d'huile grasse et d'huile essentielle.

Si nous examinons la pulpe d'une baie de Genévrier très peu développée, de 3 millimètres de diamètre par exemple, nous voyons un tissu riche en chlorophylle au milieu duquel se produisent des gouttelettes d'huile essentielle qui s'accumulent dans des poches sécrétrices formées par écartement de cellules. Cette huile essentielle prend une coloration jaune-vert et diffuse très rapidement sous l'influence des vapeurs d'acide chlorhydrique.

L'épiderme de la pulpe produit un pigment noir résultant du dédoublement d'un composé tannoïde que l'on voit se former dans les cellules de la périphérie. Une double rangée de cellules renfermant des essences peu différenciées représente l'épiderme interne de la pulpe.

La graine possède une enveloppe dans laquelle s'accumulent des tannins et même des huiles essentielles et qui devient ensuite fortement ligneuse.

L'huile grasse se forme, comme d'ordinaire, très tardivement et à une époque où les communications avec les autres parties de l'ovaire n'existent pour ainsi dire plus.

Il est intéressant de faire remarquer qu'il existe une certaine similitude entre la production de la baie de Genévrier et celle d'une Olive, mais il faut observer que l'huile essentielle, dans le premier cas, se produit de suite, aux dépens du protoplasma chlorophyllien, tandis que dans le second cas l'huile grasse provient d'un intermédiaire, la mannite.

Considérations générales. — Conclusions

Comme on le voit, la production de l'huile grasse se trouve, dans un grand nombre de cas, intimement liée à celle des matières albuminoïdes. Cette substance apparaît, en effet, dans les cellules, au moment de la maturation de la graine et après que les matières albuminoïdes de réserve se sont elles-mêmes déposées en grande partie. Mais la présence des matières azotées n'est pas indispensable à la production de l'huile. En outre des cas que je viens de signaler (marronnier, olive), on sait, en effet, qu'il se forme de l'huile dans les cellules des Algues vertes, des Hépatiques et surtout des Monocotylédones.

La production de l'huile doit donc être considérée comme le résultat de l'activité vitale du protoplasma chlorophyllien et non comme un dédoublement des matières albuminoïdes.

Lorsque l'huile apparaît seule dans les cellules, il est facile d'en constater la présence même dans des tissus encore peu différenciés, ainsi

qu'on le voit dans la pulpe de la jeune olive. J'ai souvent constaté le même fait dans les hampes florales des Monocotylédones (Jacinthes, Lis, Tubéreuse, etc.).

M. Jacob de Cordemoy m'a également montré des coupes de tiges très peu différenciées, d'*Ipomea batatas*, renfermant d'abondantes gouttelettes d'huile, formées dans le protoplasma chlorophyllien. Ces gouttelettes se réunissaient ensuite dans des canaux sécréteurs que l'on pourrait appeler pour cette raison des *canaux oléifères*.

M. A. Gauthier (1), tenant compte des expériences de S. de Luca, traduit le phénomène de la formation des matières grasses par l'équation suivante :

$$\underset{\text{Mannite}}{11C^6H^{14}O^6} = \underset{\text{Margaro-oléine}}{C^{31}H^{94}O^6} + 30H^2O + 15CO^2,$$

ou bien encore par suite de la présence généralement reconnue dans les feuilles de l'acide formique :

$$3CO^2 + 4H^2O = \underset{\text{Glycérine}}{C^3H^8O^3} + 7O$$

et

$$34CO^2 + 34H^2O = \underset{\text{A. stéarique}}{C^{18}H^{36}O^2} + \underset{\text{A. formique}}{16CH^2O^2}\ 680$$

Comme, d'autre part, les recherches que je viens de résumer m'ont prouvé qu'il n'y avait pas, ni dans les tissus de l'ovaire, ni dans ceux qui se différencient pour former les téguments de la graine, les éléments nécessaires à la synthèse de matières grasses, il faut supposer une origine plus lointaine de ces hydrates de carbone, c'est-à-dire attribuer leur élaboration au protoplasma chlorophyllien des tiges et des feuilles.

Le rôle des matières albuminoïdes devient alors très curieux à mettre en évidence. Il faut considérer ces substances, convenablement hydratées, comme un dissolvant particulier capable d'entraîner et de véhiculer les matières grasses dans les points de l'organisme végétal où elles vont elles-mêmes s'accumuler, dans les graines, par exemple. Tant que les matières azotées conservent un certain degré de dilution dans les sucs cellulaires, les matières grasses ne se résolvent pas en gouttelettes d'huile ; mais, au moment de la maturation de la graine, les substances azotées et les matières grasses perdent abondamment de leur eau de constitution, et se précipitent. La séparation devient alors possible, et il suffit de dissoudre les matières albuminoïdes par les vapeurs d'acide chlorhydrique pour voir apparaître les gouttelettes huileuses.

Cette propriété dissolvante des substances albuminoïdes permet de comprendre le mode de dislocation des réserves oléagineuses au moment

(1) A. Gauthier, *Chimie biologique.*

de la germination des graines. A ce moment, en effet, les substances azotées s'hydratant à nouveau et recouvrant leur faculté dissolvante, peuvent entraîner les huiles grasses jusque dans les tissus de l'embryon et sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir les ferments spéciaux dont la présence, il faut bien le dire, n'a jamais été prouvée.

M. Edmond GAIN

Préparateur au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau.

DE L'INFLUENCE DE LA SÉCHERESSE SUR LES FEUILLES DES VÉGÉTAUX HERBACÉS (1)

— Séance du 9 août 1893 —

C'est un fait d'observation vulgaire que la sécheresse d'un climat exerce sur toute la végétation une influence spéciale qui se traduit par des différences morphologiques très apparentes.

On a constaté également qu'une station sèche et une station humide, même voisines, dans une même localité, possèdent des plantes de même espèce de port très différent.

La morphologie expérimentale permet seule d'étudier rigoureusement les effets de la sécheresse. L'observation courante risquerait d'induire en erreur par suite des multiples influences par lesquelles le milieu peut réagir sur la plante.

Bien des travaux ont été publiés relativement à cette question. De Candolle (2) admet que la chaleur et la sécheresse réunies tendent à empêcher les végétaux de pousser en branches et en feuilles. Une trop grande humidité détermine les plantes à pousser trop en feuilles et en pousses herbacées (phyllomanie), perfection de la culture s'il s'agit de prairies. De plus, les plantes prennent une apparence étiolée. Ce savant insiste sur cette idée, que les termes de sec et d'humide ne sont que des degrés comparatifs et sont modifiés par le degré de chaleur.

Faivre (3) constate, dans son travail sur l'influence des milieux, que, sous l'influence de la sécheresse, la taille se réduit, une pubescence abon-

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

(2) De Candolle, *Physiologie végétale.*

(3) Faivre, *Influence des milieux.* (*Revue scientifique*, 1867, p. 24).

dante couvre les feuilles qui sont plus petites et à peine divisées. L'humidité, au contraire, accroît la taille, développe et grandit les feuilles.

Il en résulte qu'à chaque type spécifique on peut rattacher des formes secondaires qui sont l'expression de la flexibilité organique.

En général, dans les travaux antérieurs, on n'a pas séparé l'action de l'air et l'action du sol. Cherchant surtout ce qui se passait sur les plantes spontanées on a toujours pris la résultante des deux actions : sol sec et air sec, sol humide et air humide.

Ce genre de recherches présente cependant un intérêt pratique puisqu'il est possible de produire artificiellement, dans un lieu donné, l'humidité du sol (arrosages, irrigations) ou la sécheresse du sol (drainages), tandis qu'il échappe à nos moyens d'agir sur le milieu aérien pour le rendre sec ou humide.

Le procédé expérimental employé a été le même que celui qui a été décrit dans un précédent travail (1). (Cultures faites sur du sable de Fontainebleau, les sols contenant respectivement, l'un de 4 à 5 0/0 d'eau, l'autre de 12 à 15 0/0.)

Les résultats suivants ne concernent que la morphologie externe de la feuille (ce qui concerne l'anatomie et la physiologie sera publié ultérieurement).

Les cultures comparées offrent des termes de comparaison très précis : deux sols placés dans un jardin peuvent être tenus à des degrés d'humidité très différents, l'air étant dans des conditions très analogues dans les deux cas.

J'ai insisté, dans le travail cité plus haut, sur la division qu'il fallait faire des plantes adaptées naturellement à la sécheresse et des plantes, au contraire, adaptées à l'humidité.

Les résultats sont très différents dans les deux cas, et cependant jamais les auteurs n'ont tenu compte de ces deux points de départ très importants.

Il ressort, en effet, de toutes mes expériences que les exigences spécifiques retentissent sur le mode d'action du milieu.

En un mot, le milieu n'influe pas dans le même sens sur toutes les plantes; et ce serait généraliser à tort que de formuler des lois qui ne tiendraient pas compte des aptitudes de l'espèce.

Jamais une plante ne peut réaliser toutes les conditions optima pour toutes ses fonctions, attendu que plusieurs de ces fonctions ont des exigences qui sont inconciliables. Ainsi, par exemple : pour un certain éclairement, l'assimilation, dans une feuille de surface déterminée, exige le plus de chlorophylle possible. La transpiration exige le plus d'eau pos-

(1) Edmond GAIN, *Influence de l'humidité du sol sur la végétation*. — Congrès de Pau, 1892.

sible. Or, un excès d'eau produit une diminution dans la quantité des corps chlorophylliens, et par suite dans l'assimilation.

Ces deux fonctions, assimilation et transpiration, sont toutes deux en rapport avec la croissance de la plante. Il s'agit donc de savoir, pour une plante donnée, s'il est préférable pour sa croissance d'être dans des conditions optima pour sa transpiration, au détriment de l'assimilation chlorophyllienne (plantes adaptées à l'humidité ou souffrant de la sécheresse), ou s'il est préférable pour elle d'avoir une transpiration réduite, il est vrai, mais une assimilation optimum (plantes adaptées à la sécheresse ou souffrant de l'humidité).

Ces deux fonctions semblent, en effet, retentir sur l'ensemble complexe qui constitue l'état de santé du végétal ; et c'est justement cet état qui assure à la plante son développement plus ou moins normal.

Avant d'aborder les résultats de l'expérience, une remarque importante s'impose : si les plantes semblent, par adaptation lente de l'individu, et en vertu d'une certaine plasticité, pouvoir se prémunir contre le milieu aérien afin de lutter contre une assimilation, une transpiration ou une respiration préjudiciables, aucun moyen d'action ne semble leur être fourni pour lutter contre les variations fréquentes de la fonction d'absorption des racines. En un mot, l'entrée de l'eau n'est pas réglementée physiologiquement comme sa sortie.

Notons, en outre, que l'âge de la plante modifie quelquefois le mode d'action de la sécheresse. C'est ainsi que, dans le début du développement, le Ricin et le Carthame ont exagéré leur développement foliaire dans le sol sec, tandis que peu à peu, vers l'âge adulte, l'avantage s'est déclaré pour le sol humide. Cet exemple prouve une fois de plus qu'on doit envisager l'influence du milieu comme modifiant l'état de santé de la plante.

Les expériences ont porté sur : *Ricinus communis, Artemisia absinthium, Brassica napus oleifera, Faba vulgaris, Cicuta virosa, Rubia tinctorium, Lupinus albus, Cucurbita Pepo, Polygonum fagopyrum, Linum usitatissimum, Nicotiana rustica, Papaver somniferum setigerum, Solanum tuberosum* (5 variétés), *Datura Stramonium, Helianthus tuberosus, Hordeum vulgare, Zea maïs, Pisum sativum, Phaseolus vulgaris, Cannabis sativa, Carthamus tinctorius.*

Rapports des dimensions du pétiole et du limbe. — Chez les feuilles pétiolées, le rapport de la longueur du pétiole à celle du limbe est différent pour chacune des régions de la tige. La longueur du pétiole est, en effet, sous la dépendance de la capacité de croissance des entre-nœuds. Je rappelle à ce sujet quelques résultats que j'ai mentionnés déjà antérieurement (1).

(1) Edmond GAIN, *loc. cit.*

1° Dans le plan général du végétal, les entre-nœuds varient de longueur suivant les régions.

2° Les régions subissent un déplacement en hauteur, le long de la tige, sous l'action de l'humidité du sol.

3° Le pétiole maximum s'insère toujours sur l'entre-nœud maximum.

Si donc l'on dresse la courbe de capacité de croissance des feuilles en allant de la base au sommet on trouve une différence importante due à la sécheresse du sol. Le maximum qui correspond au sommet de la courbe est plus près de la base en sol humide pour les plantes dont l'humidité favorise le développement pendant toute la végétation.

Forme du limbe. — La forme générale du limbe est modifiée ; mais si cette déformation est générale, elle se manifeste toutefois dans des sens variables suivant les espèces.

Il est cependant un fait qui paraît ne pas offrir d'exception, c'est que la base de la feuille paraît en sol humide douée d'une croissance qui se continue plus longtemps, d'où élargissement des deux parties latérales qui avoisinent le pétiole.

Quand le limbe se prolonge par des îlots foliacés sur les parties latérales du pétiole, ces parties sont beaucoup plus développées sur les plantes des sols humides *(Datura, Solanum)*.

Les dentelures de la feuille sont toujours accentuées par la sécheresse du sol et plus pointues *(Carthamus, Datura)*.

Quand l'extrémité de la nervure médiane se prolonge par une petite épine terminale, celle-ci est toujours accentuée sur un sol sec, tandis qu'elle émerge à peine du limbe sur la plante du sol humide *(Faba)*.

Les feuilles subissent chez beaucoup de plantes une variation de forme depuis la base de la tige jusqu'au sommet. Il est donc nécessaire, pour établir la comparaison des feuilles des plantes de sol sec et des feuilles des plantes de sol humide, de s'adresser à des feuilles occupant des positions homologues sur la tige.

Les feuilles comparables diffèrent entre elles. Les différences s'exagèrent d'autant plus que l'on se rapproche davantage du sommet de la plante.

Les deux tableaux suivants indiquent des faits intéressants relativement à cette question : on y trouve les dimensions du limbe et le rapport de la longueur à la largeur qui donnent des renseignements importants au point de vue de la forme générale du limbe.

FABA VULGARIS

Nos DES FEUILLES	SOL SEC			SOL HUMIDE		
	LONGUEUR A	LARGEUR B	A/B	LONGUEUR A^1	LARGEUR B^1	A^1/B^1
	millim.	millim.		millim.	millim.	
1	26	18	1,44	39	32	1,21
2	35	20	1,75	34	29	1,17
3	35	20	1,75	35	23	1,52
4	36	20	1,80	35	20	1,75
5	37	19	1,94	38	20	1,90
6	39	17	2,29	45	27	1,66
7	29	15	1,93	42	26	1,62
8	30	14	2,14	47	24	1,95
9	30	14	2,14	51	24	2,12
10	30	12	2,50	57	25	2,28
11	33	12	2,75	57	26	2,19
12	35	12	2,91	57	26	2,19
13	34	12	2,83	48	23	2,08
14	31	10	3,10	41	20	2,05

On voit, dans le tableau relatif aux feuilles du *Faba vulgaris*, que pour deux feuilles homologues A est ordinairement $< A^1$ et $B < B^1$; mais les différences entre A et A^1, d'une part, et B et B^1, d'autre part, varient suivant les diverses feuilles.

De plus, si on fait le rapport de la longueur à la largeur, on voit que ce rapport est très différent pour les deux catégories de feuilles. Ainsi, pour la feuille n° 1 le rapport de la longueur à la largeur est de 1,44 en sol sec et de 1,21 en sol humide. Dans le premier cas, par conséquent, la feuille est plus effilée que dans le second.

En outre, on peut dire, d'une façon générale, que cette déformation s'accentue de la base au sommet de la plante, et plus dans le sol sec que dans le sol humide. Cette conclusion peut être étendue à la plupart des plantes qui bénéficient de l'humidité du sol pendant toute leur végétation.

Dans le tableau suivant, on a pris des feuilles homologues dans dix régions de la tige numérotées en allant de bas en haut (plante fleurie).

CARTHAMUS TINCTORIUS

Nos DES RÉGIONS DES FEUILLES, DE LA BASE DE LA PLANTE A SON SOMMET	SOL SEC			SOL HUMIDE		
	LONGUEUR	LARGEUR	SURFACE en cm²	LONGUEUR	LARGEUR	SURFACE en cm²
	millim.	millim.		millim.	millim.	
1	72	22	*9,15*	40	9	1,95
2	68	19	6,10	49	10	3
3	65	18	5,25	52	18	6
4	53	14	5,04	67	29	*10,25*
5	44	10	4,10	54	28	8,55
6	42	10	3,90	52	28	8,25
7	20	11	2,10	38	18	3,75
8	15	5	1	15	12	1,50
9	14	4	0,75	9	7	0,90
10	13	3	0,50	10	6	0,50

On voit, par l'examen des chiffres du tableau, que, pour le *Carthamus tinctorius* :

L'optimum d'humidité du sol varie suivant l'âge de la plante. Pendant la première période du développement, en effet, un sol relativement sec favorise le développement foliaire, et, par la suite, au contraire, les feuilles bénéficient d'une grande humidité.

Ces mensurations ne donnent, du reste, qu'une idée incomplète des déformations, car deux feuilles ayant même longueur et même largeur peuvent cependant différer de forme suivant la position de l'axe transversal qui est le plus grand.

Les feuilles composées ont souvent un nombre de folioles plus petit en sol sec (Lupin).

Certaines feuilles qui ne possèdent pas d'ailes à leur base, de chaque côté du pétiole, traduisent en général leur grande turgescence par un accroissement au sommet ; la feuille, au lieu d'être ovale allongée, devient alors arrondie et élargie à son sommet (feuilles à développement basifuge).

En règle générale, la feuille tend à devenir aciculaire quand la plante s'est complètement développée sur un sol trop sec.

Surface. — Les auteurs s'accordent tous pour affirmer que l'humidité du sol exagère la surface des feuilles.

J'ai indiqué précédemment combien cette conclusion est peu exacte.

Voici deux séries de plantes où les résultats sont contraires par suite des exigences spécifiques.

(La surface de la feuille du sol sec est prise comme unité et représentée par 100.)

SURFACES DE FEUILLES COMPARABLES PRISES SUR DES PLANTES DE SOL SEC ET DE SOL HUMIDE

PLANTES	SOL SEC	SOL HUMIDE	PLANTES	SOL SEC	SOL HUMIDE
Solanum tuberosum. .	100	155	Cucurbita Pepo. . . .	100	58
Hordeum vulgare. . .	100	240	Datura stramonium. .	100	65
Faba vulgaris.	100	260	Ricinus communis (jeune).	100	91
Polygonum fagopyrum.	100	145	Carthamus tinctorius (jeune).	100	83
Papaver somniferum..	100	550	Zea maïs.	100	27
Lupinus albus.. . . .	100	170			
Carthamus tinctorius (âgé).	100	345			

Parties accessoires. — *Stipules*. — Ces organes sont toujours beaucoup plus développés dans les plantes des sols humides.

Le tableau suivant donne un exemple des différences observées chez le *Lupinus albus*.

LUPINUS ALBUS

Nos DES FEUILLES DE LA BASE AU SOMMET		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
LONGUEUR DES STIPULES EN MILLIMÈTRES	Sol sec	8	8	12	10	10	10	12	12	13	14	13	10
	Sol Humide	13	14	19	17	22	16	15	17	18	16	21	14

Chez le *Lupin*, les stipules participent comme on le voit, à peu près dans les mêmes proportions, au développement du limbe.

On peut constater, en outre, que le stipule de longueur maximum se trouve beaucoup plus bas le long de la tige en sol humide et suit, par conséquent, la même loi que celle de la capacité de croissance des entre-nœuds et des feuilles.

M. C. SAUVAGEAU

Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lyon.

CARACTÈRES ANATOMIQUES DE LA FEUILLE DES BUTOMÉES

— *Séance du 9 août 1893* —

La famille des Butomées comprend les quatre genres *Hydrocleis*, *Limnocharis*, *Tenagocharis* et *Butomus*. Les deux premiers genres, distincts pour M. Buchenau, n'en forment qu'un pour M. Micheli; l'étude anatomique de la feuille montre qu'ils doivent être considérés comme distincts; elle révèle aussi un certain nombre de faits intéressants relatifs au bois des nervures, à l'ouverture apicale, au réseau laticifère et à la présence de fibres spiralées.

J'ai montré récemment que, chez les *Potamogeton* à feuilles nageantes, la partie ligneuse des nervures prend naissance en deux temps distincts. Les vaisseaux formés au début sont bientôt déchirés et détruits par l'accroissement des tissus environnants et remplacés par une lacune plus ou moins large qui sert à conduire l'eau au même titre que les vaisseaux : c'est le bois de première formation. Plus tard, à une période plus avancée du développement, des cellules voisines de la lacune vasculaire, restées jusque-là parenchymateuses, perdent leur contenu protoplasmique, se transforment en vaisseaux réticulés ou spiroréticulés, à lumière plus large, à épaississements lignifiés plus serrés que les précédents : c'est le bois de seconde formation; la circulation de l'eau devient alors à la fois lacunaire et vasculaire. Ces deux sortes de bois primaire se retrouvent chez les Butomées, et d'une manière particulièrement frappante chez l'*Hydrocleis nymphoides*. Dans le *Butomus*, ces deux formations successives se font à des moments beaucoup plus rapprochés.

Toutes les espèces de *Potamogeton*, *Phyllospadix*, *Halodule*, *Zostera* présentent au sommet, ou tout près du sommet de leurs feuilles, un orifice que j'ai appelé *ouverture apicale* et qui a pour effet de faire communiquer le système vasculaire avec le milieu ambiant. Lorsque l'ouverture apicale est sur la face inférieure, comme chez certains *Potamogeton*, la nervure se recourbe légèrement pour y aboutir. Dans tous les cas, elle est le résultat de la destruction de quelques cellules épidermiques et non pas

de la transformation de stomates aquifères. Les Butomées présentent, au sujet de cette ouverture, trois cas différents : 1° le *Butomus* en est toujours dépourvu; les nervures aboutissent au sommet de la feuille, mais il n'y a pas de desquamation terminale; 2° chez les *Limnocharis* et *Tenagocharis*, l'ouverture apicale est béante et assure une communication constante avec l'extérieur; 3° chez les *Hydrocleis*, l'ouverture apicale existe, mais elle est pour ainsi dire virtuelle. Les vaisseaux des nervures médiane et latérales de l'*Hydrocleis* se réunissent un peu au-dessous du sommet de la feuille en une masse vasculaire relativement volumineuse. Sur un limbe très jeune, on reconnaît que le parenchyme est transformé au-dessus de cette masse vasculaire, en un disque de cellules plus petites, à parois minces, à contenu aqueux, sous-jacent à l'épiderme. Ce disque semble correspondre à la fois à l'épithème de de Bary et aux réservoirs vasiformes de M. Vesque. Ce tissu est transitoire; avant que le limbe soit déroulé, il est déjà en grande partie résorbé; puis, les cellules de l'épiderme sont résorbées à leur tour, laissant seulement la cuticule qui, n'étant plus soutenue, s'affaisse et forme une petite fossette facile à voir à l'œil nu ou mieux à la loupe. Au point correspondant à l'ouverture apicale, il se forme donc ainsi une poche sous-cuticulaire dans laquelle aboutissent les différentes nervures du limbe. Je n'ai jamais constaté la filtration directe de l'eau à travers cette cuticule.

Le pétiole de l'*Hydrocleis nymphoides* est parcouru par un très grand nombre de canaux sécréteurs, distribués autour du faisceau médian et dans la couche de parenchyme périphérique, rarement dans le parenchyme lacuneux; ils s'anastomosent fréquemment entre eux, particulièrement au niveau des diaphragmes. Dans le limbe, ces canaux, encore plus abondants, forment un réseau sous chacune des faces supérieure et inférieure, et la moindre déchirure laisse écouler le liquide blanc qu'ils renferment. Ce réseau est comparable à celui des Alismacées; on peut le voir par transparence, de même que dans les autres *Hydrocleis*, le *Limnocharis* et le *Tenagocharis*. Mais, dans ces deux derniers genres, les canaux sécréteurs sont beaucoup plus abondants dans le pétiole; on les observe, en effet, à presque tous les points de croisement des murs du parenchyme lacuneux. Les canaux sécréteurs font totalement défaut dans la feuille du *Butomus*.

Les différents faisceaux de la feuille du *Butomus* présentent, en dehors de leur face ligneuse, quelques cellules légèrement épaissies, parfois lignifiées, qui sont spiralées et déroulables. Ces cellules peuvent atteindre plusieurs millimètres de longueur et sont terminées en pointe aux deux extrémités; on y compte de un à cinq filaments spiralés, enroulés dans le même sens. Ces fibres spiralées n'accompagnent pas seulement les faisceaux; on les rencontre aussi en paquets étroits au point de croisement

des murs du parenchyme lacuneux du pétiole. Il paraît probable que ces éléments jouent le rôle d'organes de soutien et de réservoirs vasiformes. L'importance de ces fibres spiralées, par rapport au parenchyme ambiant, devient plus grande vers le sommet de la feuille.

Le genre *Butomus*, qui s'éloigne des autres genres de la famille par la forme de ses feuilles, s'en éloigne donc encore par l'absence d'ouverture apicale, l'absence de canaux sécréteurs, et par la présence de fibres spiralées déroulables.

M. É. DE ROUVILLE

Préparateur de zoologie à la Faculté des Sciences de Montpellier.

QUELQUES POINTS DE L'HISTOLOGIE DU TUBE DIGESTIF DES CRUSTACÉS DÉCAPODES

— *Séance du 4 août 1893* —

C'est à la station zoologique de Cette que j'ai eu l'occasion, dans le courant de cet hiver, de recueillir les quelques observations qui font le sujet de cette note.

Les innombrables obstacles qui s'élèvent à chaque instant sous les pas de celui qui débute dans les recherches scientifiques m'ont été, d'ailleurs, en grande partie épargnés grâce à l'accueil bienveillant et à la savante direction que tout naturaliste est sûr de trouver auprès de M. le professeur Armand Sabatier, doyen de la Faculté des Sciences de Montpellier, directeur de la station maritime de Cette.

Me proposant de développer cette communication dans un Mémoire qui paraîtra ultérieurement, je me contenterai de donner ici un rapide aperçu de la technique que j'ai employée et des résultats que j'ai obtenus.

Historique. — L'étude histologique du tube digestif et de ses annexes chez les Crustacés décapodes a fait, dans ces derniers temps, l'objet d'un nombre assez grand de travaux; parmi les auteurs les plus récents, je citerai : Max Braun, *Ueber die histiologischen Vorgänge bei der Häutung von Astacus fluviatilis* (1); Max Weber, *Ueber den Bau und die Thätigkeit*

(1) *Arbeiten aus dem zoolog.-zootom. Institut in Würzburg.* — II Bd., 1875.

der sog. Leber der Crustaceen (1880) (1); Alex.-Nicolas Vitzou : *Recherches sur la structure et la formation des téguments chez les Crustacés décapodes* (2).

Trois ans plus tard a paru un mémoire très intéressant de Johannes Frenzel : *Ueber den Darmkanal der Crustaceen nebst Bemerkungen zur Epithelregeneration* (3). — En 1891, le *Biologisches Centralblatt* publiait une série de travaux concernant notre sujet et dus aux naturalistes J. Frenzel, H.-E. Ziegler, vom Rath et Verson. — Enfin, dans le courant de cette année, M. le professeur L. Cuénot adressait à l'Académie des Sciences une note *Sur la Physiologie de l'Écrevisse* (4), dans laquelle il touchait incidemment au sujet qui m'occupe; et, tout récemment, M. le professeur Joh. Frenzel publiait un travail sur *Die Mitteldarmdrüse des Flusskrebses und die amitotische Zelltheilung* (5), dans lequel il se proposait de compléter ses premières recherches dont les résultats avaient paru, il y a dix ans, dans les *Mittheilungen* de la station zoologique de Naples (6).

Technique. — J'ai toujours eu le soin de n'étudier que des tissus tout à fait frais, que j'enlevais de l'animal vivant et sain pour les porter immédiatement dans les liquides fixateurs. — C'est là une précaution que je considère comme essentielle, vu l'extrême délicatesse de l'épithélium intestinal et la rapidité avec laquelle cet épithélium se détériore.

Comme fixateurs, j'ai employé le liquide de Müller, le sublimé, la liqueur de Flemming (suivant les deux formules connues), etc.; mais le liquide qui m'a donné les meilleurs résultats est, sans contredit, le mélange de sublimé et d'acide acétique (80 centimètres cubes d'une solution aqueuse concentrée de sublimé pour 20 centimètres cubes d'acide acétique cristallisé).

J'ai employé cette solution soit dans ces proportions, soit en l'additionnant de son volume d'eau; dans le premier cas, de petits fragments d'intestin y séjournaient d'un quart d'heure à une demi-heure; dans le second cas, ils pouvaient y rester une heure ou même plus, sans aucun inconvénient.

Une fois fixés, les tissus étaient lavés pendant quelques minutes dans un courant d'eau; après quoi ils passaient dans l'alcool à 70 degrés, et, successivement, dans les alcools à 80, 90 et 100 degrés. — Après un séjour de deux à trois heures dans le xylol ou le toluène, je plaçais ces tissus dans l'étuve où ils restaient, pendant le même temps, plongés dans

(1) *Archiv für mikr. Anat.* — Bd. XVII, Heft. 4, 1880.
(2) *Arch. Zool. expér.*, 1882.
(3) *Archiv für mikr. A.* — 1885.
(4) *Comptes rendus Ac. Sc.* — Séance du 29 mai 1893.
(5) *Archiv f. mik. Anat.*, 12 juin 1893.
(6) *Ueber die Mitteldarmdrüse der Crustaceen.* Bd. V; p. 50 et s.

un mélange à parties égales de xylol ou de toluène et de paraffine.

Enfin, venait un séjour de trois à quatre heures dans la paraffine pure. J'effectuais alors mes coupes à l'aide du microtome de Jung.

Colorants. — J'ai eu recours, dans mes recherches, aux colorations en masse et, avec plus de succès, aux colorations en coupes. J'ai employé le carmin boraté, le carmin aluné, l'hématoxyline et les différentes couleurs d'aniline.

La double coloration par l'hématoxyline et l'éosine a, d'après moi, le double avantage d'être très rapide et de donner une élection très nette.

Les coupes collées sur le porte-objet (j'ai principalement en vue, ici, les préparations fixées par le mélange de sublimé et d'acide acétique) séjournaient de deux à trois minutes à peine dans l'hématoxyline (H. de Delafield), et, après un court lavage à l'eau, restaient de une à deux minutes dans l'éosine. Je lavais alors dans l'alcool faible et passais ensuite aux alcools plus forts. Ces deux colorants étant très énergiques, il est prudent de vérifier les coupes sous le microscope pendant l'acte de la coloration, et de juger ainsi du moment précis où il faut procéder à leur lavage.

I

Observations. — Mes observations ont principalement porté sur l'*Eupagurus striatus*, le *Paguristes meticulosus* et le *Diogenes varians*, autant d'Anomoures très communs dans la région de Cette. Parmi les Macroures, j'ai étudié le *Scyllarus arctus;* quant aux autres Macroures et aux Brachyures que l'on pêche en grande abondance sur notre côte, je me propose de les mettre à contribution dès le commencement de l'automne.

Eupagurus striatus. — Lorsqu'on dissèque le tube digestif de ce crustacé, on remarque, vers la région terminale de l'intestin, un renflement très net, de teinte rouge. Quiconque connaît la thèse de Vitzou serait tenté de voir là le rectum, et, par suite, se figurerait avoir affaire à une partie de l'intestin terminal. Il n'en est rien ; une série de coupes faites dans cette région montre qu'on se trouve ici dans la région intermédiaire entre l'intestin moyen et l'intestin postérieur : celui-ci, comme l'a très bien indiqué Frenzel, étant caractérisé par une cuticule très développée ; celui-là, au contraire, en étant privé. Cette « portion renflée », ce « rectum » dont parle Vitzou et qui, d'après lui, existerait chez tous les Crustacés, fait défaut chez le *Diogenes varians* et le *Scyllarus* ; pas plus que Frenzel, je n'ai réussi à l'apercevoir chez l'*Astacus*, où cependant cet auteur la décrit.

L'examen macroscopique de cette région montre encore un diverticule filiforme qui débouche obliquement, de haut en bas, dans l'intestin. Sur des coupes, j'ai observé là *un très riche tissu glandulaire*, dans l'épaisseur de la paroi intestinale. Nous avons affaire ici aux « glandes intestinales » que Vitzou a décrites chez un certain nombre de Crustacés ; elles rappellent, d'ailleurs,

complètement, par leur structure histologique, les « glandes salivaires » découvertes en 1875 par Max Braun dans l'œsophage de l'écrevisse.

Leur situation dans la région intermédiaire, entre l'intestin moyen et l'intestin terminal, que j'ai constatée chez l'*Eupagurus striatus*, est aussi celle dans laquelle M. le professeur Cuénot les a tout récemment trouvées chez l'*Astacus*.

Le *Paguristes meticulosus* et le *Diogenes varians* m'ont présenté les mêmes « glandes intestinales ». Le *Scyllarus arctus*, enfin, chez lequel Frenzel les a en vain cherchées n'en serait pas privé; il est vrai que ce tissu y est moins développé. — C'est encore dans la région de l'intestin que j'appellerais volontiers la « région médio-terminale » qu'il m'a été donné d'observer ces glandes chez ce Macroure.

L'existence de ces glandes intestinales chez l'*Eupagurus striatus*, le *Paguristes meticulosus*, le *Diogenes varians* et le *Scyllarus arctus* viennent donc sanctionner l'opinion de Vitzou, qui écrivait, en 1882, que « l'on peut constater leur présence chez tous les Crustacés décapodes ». Une observation que je me contente de noter au passage est l'existence dans la région abdominale du *Diogenes varians* d'un amas glandulaire pair dont la structure rappelle beaucoup celle des glandes intestinales, mais qui, situé à une grande distance de l'intestin, n'a aucun rapport avec lui.

II

L'examen microscopique de l'intestin moyen *(Mitteldarm)* des Crustacés me fournit l'occasion de soulever deux questions, dont la seconde, surtout, demanderait trop de place pour être ici discutée comme elle le mérite; je me contenterai donc de les ébaucher, pour le moment.

La première touche à une prétendue localisation de la membrane basilaire *(tunica propria; Stützmembran, basement membran)*. C'est une membrane conjonctive à double contour et très réfringente; elle peut se composer de plusieurs couches ou se réduire à la plus grande simplicité; sa présence dans l'intestin moyen n'est pas discutable; chez tous les Crustacés que j'ai étudiés, elle y est très nettement développée et envoie des saillies dans l'intérieur des cellules épithéliales. — Frenzel en fait la *caractéristique* de cette région de l'intestin. Il est vrai que chez le *Scyllarus arctus*, par exemple, il est des endroits où les cellules de l'épithélium chitinogène de l'intestin terminal sont séparées les unes des autres par un intervalle sensible rempli par des fibres du tissu conjonctif; mais ce n'est pas là une règle générale, et j'ai pu constater maintes fois son existence, soit dans l'intestin terminal, soit dans l'intestin antérieur de nos Crustacés. Vitzou l'a observée, de son côté, chez les Brachyures « dans toute l'étendue du tube digestif »; d'après cet auteur même, la présence de cette membrane serait plus facile à reconnaître au niveau de l'estomac que partout ailleurs.

La seconde question, très importante, que je voudrais rapidement

envisager est celle de la genèse des cellules épithéliales, et spécialement des cellules épithéliales de l'intestin moyen. — Ce dernier, nous l'avons déjà dit, est, lui seul, dépourvu de tout revêtement cuticulaire; il était donc logique de voir en lui la région unique de l'intestin où puisse s'effectuer l'absorption; c'est à lui que serait, d'après les dernières expériences de Cuénot, dévolue l'absorption des graisses. Comme chez d'autres Arthropodes, il jouerait le rôle d'organe sécrétant, et, pour remplir cette fonction, se détruirait lui-même; le contenu de ses cellules se déverserait tout entier dans la lumière de l'intestin; ces cellules seraient ainsi destinées à mourir rapidement. Le même phénomène se passerait également pour les cellules de cette glande, qui prend un si grand développement chez les Crustacés, et à laquelle on donnait, à tort, jusqu'ici le nom de foie; vu ses fonctions multiples, nous adoptons, avec les auteurs récents, la dénomination d'hépatopancréas, qui nous paraît donner une idée plus exacte du rôle complexe qu'elle joue.

Dans son dernier mémoire, Frenzel traite longuement cette question délicate; toutefois il a plutôt étudié le développement de l'épithélium qu'il ne s'est demandé d'où venaient les jeunes cellules de remplacement. — Obligé de toucher à ce point du problème, il l'a énoncé, mais ne l'a pas résolu; voici, d'ailleurs, la conclusion d'un chapitre ayant trait à la multiplication des *Fettzellen* (cellules du tissu de l'hépatopancréas, qu'il distingue des *Fermentzellen* et que l'on peut assimiler aux cellules épithéliales de l'intestin moyen) : « Les *Fettzellen* ont leur origine dans de petites cellules-mères situées dans la profondeur de l'épithélium et qui se divisent..... »

Frenzel a donc constaté ces petites cellules-mères, mais il ne se prononce pas sur leur origine; il se contente de réfuter les trois opinions qui ont été émises à ce sujet :

1° Les cellules-mères ne seraient autres que des globules sanguins (leucocytes);

2° Elles proviendraient du tissu conjonctif sous-jacent;

3° Elles auraient leur origine dans les noyaux de la membrane basilaire.

Avec Frenzel, je repousse, sans hésitation aucune, la première de ces hypothèses; des globules du sang traversant le tissu conjonctif sous-jacent et s'introduisant entre les cellules épithéliales, c'est là un fait bien prouvé et que j'ai pu vérifier à mon tour; mais vouloir faire jouer à ces éléments un rôle actif dans le développement de l'épithélium est évidemment une opinion insoutenable.

Leur présence dans cet épithélium s'explique, d'ailleurs, bien aisément, et, à ce propos, je désirerais ouvrir une parenthèse et dire un mot d'une question touchant à un problème de physiologie comparée : je veux parler du problème de l'*absorption*.

On sait aujourd'hui quelle grande part est prise par les globules du sang dans cet acte de la digestion; ce sont eux qui sont chargés d'aller puiser dans l'intestin les matières nutritives rendues assimilables par les liquides déversés dans les différentes parties du tube digestif; or, nous savons que l'intestin moyen *(Mitteldarm)* des Crustacés (relativement très développé chez les Pagurides) est la seule région intestinale privée de cuticule, et, par conséquent, la région absorbante par excellence; nous savons aussi que la glande, qui prend chez eux une si grande extension, présente à l'examen microscopique certaines cellules *(Fettzellen)* que l'on peut identifier à celles de l'intestin moyen, et dans lesquelles il est permis de voir les auxiliaires des cellules intestinales.'

Quoi donc, dès lors, de plus naturel que de rencontrer de nombreux globules du sang dans ces deux parties de l'appareil digestif de nos Crustacés? et pourquoi vouloir leur attribuer un autre rôle qui est, il faut bien le reconnaître, plus que problématique?

Dans un travail tout récent (1), F. Heim expose les résultats auxquels l'ont conduit ses expériences sur le phagocytisme des globules du sang des Crustacés décapodes.

« Les globules sanguins joueraient-ils, chez les Crustacés, dans le phénomène de l'absorption, un rôle semblable à celui qu'on attribue aux globules sanguins chez les Vertébrés? L'absorption facile des gouttelettes huileuses (l'auteur fait ici allusion à une expérience antérieurement décrite) serait un fait favorable à la théorie. »

Nous sommes tout disposé à partager l'opinion de M. Heim et à conclure avec lui que « tout démontre que les globules sanguins des Crustacés sont identiques aux leucocytes des Vertébrés ». Un fait intéressant est l'observation que j'ai faite à plusieurs reprises de figures karyokinétiques chez des globules sanguins situés soit dans l'intestin moyen, soit dans les cœcums hépatiques (j'ai, en particulier, constaté, dans un de ces cœcums, un globule « en mitose » qui faisait saillie dans la lumière même de ce dernier; l'identité de ce globule était, par suite, bien démontrée, ce me semble).

Les auteurs allemands qui se sont occupés tout spécialement du tube digestif et de ses annexes chez les Crustacés décapodes ont bien observé ces mitoses, mais aucun d'eux n'a cru avoir affaire à des globules; ils ont attribué ces divisions indirectes, soit à des noyaux de « cellules de remplacement » (Bizzozero, Ziegler, vom Rath), soit à des noyaux de « cellules présidant à la croissance du tissu épithélial » (Frenzel).

Pour nous, le fait de mitoses intéressant des noyaux de cellules « de remplacement », ou « d'accroissement », fait que j'ai aussi vérifié, n'ex-

(1) F. HEIM, *Études sur le sang des Crustacés décapodes*. Thèse de Paris, 1892.

clut pas les mitoses de nos globules sanguins. J'ajoute qu'il est facile de donner de cette division indirecte une explication rationnelle.

Ces éléments histologiques se trouvent là dans un tissu très riche en matières nutritives; ils y vivront d'une vie très active, et ces mitoses ne seraient précisément pour nous qu'une manifestation de cette grande activité.

Je me résume donc en repoussant avec Frenzel la première hypothèse qui tendrait à voir dans les globules du sang les cellules-mères présidant à la régénération des cellules épithéliales de l'intestin, et en attribuant, d'autre part, à ces mêmes globules le rôle essentiel qu'ils jouent dans l'acte de l'absorption.

Vient maintenant la seconde hypothèse d'après laquelle ces « cellules-mères » auraient leur origine dans le tissu conjonctif sous-jacent.

Dans bon nombre de mes préparations, j'ai été frappé de l'abondance dans l'intestin moyen de ces petites cellules dont parle Frenzel; il m'a été donné, assez fréquemment, d'observer chez elles des divisions directes, ce qui prouvait bien le rôle actif qu'elles étaient appelées à jouer (1); des cellules ressemblant beaucoup à ces dernières se rencontrent en grand nombre dans le tissu conjonctif sous-jacent; Frenzel, lui-même, les a représentées dans son mémoire de 1885 (V. *Pl. IX, fig. 30*); dans son travail de 1893, cet auteur parle de ces cellules du tissu conjonctif, et de ces « petites cellules qui, d'après lui, se ressemblent à un cheveu près »; « *sie gleichen auf ein Haar den Mutterzellchen* », suivant l'expression familière allemande.

Pourquoi donc se refuser à attribuer aux noyaux de remplacement que nous rencontrons dans les cellules épithéliales une origine conjonctive?

Sur un grand nombre de mes coupes, j'ai en quelque sorte assisté au passage de ces noyaux du tissu conjonctif dans l'épithélium (je dis : noyaux, car le noyau est, dans ces cellules, beaucoup plus apparent que le corps cellulaire lui-même); en maints endroits, j'ai observé dans le voisinage de la membrane basale de semblables noyaux la refoulant vers cet épithélium. Et ce que je dis de la genèse des cellules épithéliales de l'intestin moyen, je suis disposé à le soutenir pour ce qui concerne la genèse des cellules de l'hépatopancréas.

(1) A ce sujet, il me paraît intéressant de rappeler une discussion très vive et toujours à l'ordre du jour, qui s'est élevée entre un certain nombre d'histologistes, au sujet du rôle qui serait dévolu aux divisions directe (amitose) et indirecte (mitose). Pour les uns (Bizzozero, Ziegler, vom Rath...), la division amitotique du noyau indique toujours la fin de la série des divisions; une cellule dont le noyau se divise par voie directe serait, pour eux, frappée de mort; la division indirecte seule prouverait la vitalité d'une cellule.

Pour d'autres, au contraire (Löwit, Verson, Frenzel, Sabatier), la division directe serait appelée dans bien des cas à jouer, elle aussi, un rôle vraiment actif, à côté de la division indirecte (régénération des cellules épithéliales) (Frenzel); division directe des spermatoblastes chez les Crustacés décapodes (Sabatier).

Je partage cette dernière opinion, attribuant, comme Frenzel, ce mode de division aux « cellules de remplacement » de l'intestin moyen comme aux « cellules d'accroissement » de l'extrémité des cœcums de la glande hépatique, et considérant, comme mon maître, M. le professeur Sabatier, cette division amitotique comme « un mode pouvant appartenir à des éléments *très jeunes* et à *division très active* ».

La dernière opinion émise sur l'origine des cellules épithéliales attribue celle-ci aux noyaux de la *Tunica propria*.

Sur un certain nombre de mes préparations, j'ai cru voir, en effet, cette membrane comme distendue par un noyau se développant dans son intérieur; mais ces observations ne me permettent pas de me prononcer à ce sujet.

Je m'étonne toutefois de la manière dont Frenzel juge les opinions émises; il traite de « bizarre » la seconde et de « phénomène étrange et inouï » le fait pour un noyau d'une membrane conjonctive d'abandonner cette membrane pour se développer et donner ainsi naissance à un élément nouveau.

M. le professeur Sabatier n'a-t-il pas, tout récemment (1), vérifié l'observation faite déjà par lui-même en 1885 (2), à savoir que « chez les *Astacus*, on voit au début *quelques-uns des noyaux aplatis de la paroi conjonctive* du cul-de-sac testiculaire se segmenter par une voie directe, puis grossir, *devenir sphériques*, et faire saillie dans la cavité du cul-de-sac »? Le même auteur a prouvé que ces noyaux aplatis deviennent des spermatoblastes.

Je conclus donc que les petites cellules-mères de l'épithélium ont leur origine dans le tissu conjonctif sous-jacent; j'ajoute que mes observations ne me permettent pas de me prononcer sur la valeur de l'opinion qui ferait jouer un rôle actif aux noyaux de la membrane basilaire.

M. Paul PARMENTIER

Docteur ès sciences naturelles, Professeur au collège de Baume-les-Dames.

ORNITHOLOGIE DE LA FRANCHE-COMTÉ

— Séance du 5 août 1893 —

Mes nombreuses excursions dans notre belle Franche-Comté, ainsi que les recherches bibliographiques (3) et autres que j'ai faites sur les

(1) *De la Spermatogenèse chez les Crustacés décapodes*, 1893.
(2) A. SABATIER, *Comptes rendus de l'Institut*, 9 février 1885.
(3) J'ai eu fréquemment recours à l'excellent travail de M. J. Vercel, président de la Section d'Horticulture d'Arbois (Jura), ainsi qu'aux utiles indications de M. Morfaux, greffier de paix à Baume-les-Dames.

mœurs, les habitudes des oiseaux de cette province, me permettent de donner la liste complète des espèces et variétés qu'on y rencontre, avec quelques indications sommaires sur chacune d'elles. Je suis, à mon grand regret, obligé de me limiter à cause du peu de place dont je dispose dans les comptes rendus.

A. — Rapaces.

1. — *Rapaces diurnes.*

a) Falconidés.

L'*Aigle.* R. Nuisible. On rencontre assez fréquemment l'*A. balbuzard,* qui est une variété, sur les bords de nos grands cours d'eau. Cet oiseau est sédentaire; il se nourrit de souris, de poulets et autres oiseaux, de levrauts, etc... Construit son nid sur les hauts rochers, ne pond que deux œufs, une fois l'an. Les autres variétés sont de passage et des hautes montagnes.

La *Buse* (vulg. *beuzon*). C. Plus utile que nuisible. Il en existe plusieurs variétés qui toutes ont le même régime. Se nourrit de petits rongeurs, de serpents, d'insectes et aussi de lapins, cailles et perdrix. Est de passage. Niche sur les arbres des forêts. Pond deux œufs en avril.

L'*Épervier* (vulg. *tiercelet*). C. Nuisible. De passage. Se nourrit de petits rongeurs et surtout d'oiseaux. Niche sur les arbres des forêts. Une seul ponte, 5-7 œufs.

2. — *Rapaces nocturnes.*

a) Ululidés.

La *Chouette.* C. Utile. On en distingue trois variétés : la *C. grise,* la *petite Chouette grise* (pas plus grosse qu'une grive) et la *C. dorée.* Se nourrit quelquefois d'oiseaux, de petits rongeurs, de taupes, de grenouilles, etc. Niche dans les trous d'arbres, les vieux murs et les greniers. Une seule ponte, 5-6 œufs.

b) Otidés.

Le *Grand-duc.* R. Nuisible. Se nourrit d'oiseaux, de lièvres, de rongeurs, etc. Habite les rochers escarpés. Une seule ponte, 2 œufs.

B. — Grimpeurs.

1. — *Picidés.*

Les *Pics.* C. Utiles. De passage. On en rencontre quatre variétés : le *Pivert,* gros comme un *geai;* le *Pic-épeiche,* de la grosseur d'une grive et dont le plumage est noir avec taches blanches, une partie de la tête et le postérieur rouges; le *Pic-épeiche,* plus petit que le précédent et de même couleur, mais sans plumes rouges; le quatrième est de la grosseur d'un moineau, il a le plumage d'un vert bleuâtre sur le dos et jaunâtre sous le ventre. Se nourrissent d'insectes, de larves et d'œufs d'insectes. Nichent dans les trous d'arbres. Pondent une fois l'an 4-5 œufs.

Le *Pic-grimpereau.* R. Utile. De passage. Même régime que les précédents. Ne niche pas dans nos contrées.

2. — *Cuculidés.*

Le *Coucou*. C. Nuisible. De passage. Oiseau d'une nature paresseuse; ne se donne pas la peine de construire son nid. Chaque année, en mai, la femelle dépose un de ses œufs dans les nids d'autres oiseaux, de préférence dans celui du *Rouge-gorge*, après en avoir jeté les œufs. Se nourrit d'insectes, de chenilles, etc.

C. — Passereaux.

1. — *Dentirostres.*

La *Pie-grièche grise* (vulg. *criaule*). R. Nuisible. De passage. Se nourrit de jeunes oiseaux et d'insectes. Fait deux ou trois pontes et chaque fois 5-6 œufs. Niche sur les arbres élevés.

La *Pie-grièche écorcheur* (vulg. *panguillard*). R. Nuisible. De passage. Même régime et mêmes habitudes que le précédent. Niche dans les haies, une seule fois l'an 4-6 œufs.

La *Grive de vigne*. C. Nuisible. De passage. Se nourrit de chenilles, de vers, etc. de sorbes, d'alizes et surtout de raisins. Elle cause ainsi de grands préjudices aux viticulteurs. Niche dans les forêts et les buissons; pond une seule fois 4-5 œufs.

La *Litorne* (vulg. *tiatia*). Ressemble à la *Draine*. R. Utile. De passage. Habite les hautes montagnes. Se nourrit du fruit du genévrier, du gui, d'herbes et d'insectes.

Le *Merle*. C. Aussi nuisible qu'utile. De passage ou sédentaire. Se nourrit de baies et d'insectes, souvent de raisins. Fait deux pontes chaque année et chaque fois 4-5 œufs. On en distingue trois variétés : le *M. à bec jaune* ou *M. noir*, le *M. gris* et le *M. à collier blanc*. Ce dernier habite les hautes montagnes.

Le *Merle d'eau* (1) (nom vulgaire). R. Utile. Sédentaire. Habite les rivières et autres cours d'eau. Pond 5 œufs. Nage bien sans avoir les pieds palmés. Cet oiseau, beaucoup plus petit que le *merle*, est d'une couleur fauve, avec la gorge blanche jusqu'au poitrail.

Le *Loriot*. R. Utile. De passage. Suit de préférence les cours d'eau. Se nourrit d'alizes, de cerises, d'insectes, de chenilles et de vers. Niche sur les arbres des forêts. Pond une seule fois 4-5 œufs.

Le *Gobe-mouches*. R. Utile. De passage. Se nourrit exclusivement d'insectes. Fait deux pontes de chacune 4-5 œufs. Niche sur les arbres des vergers et aussi dans les haies.

Le *Rouge-gorge*. C. Utile. De passage ou sédentaire. Construit son nid par terre dans les forêts. Fait deux ou trois pontes de chacune 4-6 œufs. Se nourrit d'insectes, de vers, de chenilles, d'alizes, de sorbes, de mûres, de raisins, etc.

Le *Rouge-queue* (vulg. *cul-rouge*). AR. Utile. De passage. Se nourrit d'insectes et de vermisseaux. Pond deux fois l'an, 4-5 œufs chaque fois. Niche dans les trous de murs.

La *Gorge-bleue* (2). RR. Utile. De passage. Même régime que le précédent.

Le *Rossignol*. R. Utile. De passage. Ne fait qu'une ponte, 4 œufs. Établit son nid un peu partout (jardins, parcs, vergers, forêts, etc.). Se nourrit d'insectes et de vers.

(1) Sa plume est douce, on croirait toucher du duvet. Vit isolément, vol rapide. (J. Vercel.)

(2) Ressemble par son plumage à la femelle du rouge-queue, sauf un beau plastron bleu qu'il a sous la gorge.

Le *Bec-figues*. C. Utile. De passage. Se nourrit d'insectes, de chenilles et quelquefois de raisins. Fait deux pontes, 4-5 œufs chaque fois.

Les *Fifits*. R. Utiles. De passage. Font leur nid dans les prés et prairies artificielles. Insectivores. Ne nichent pas dans nos pays. (Appartiennent aux *Becs-figues*.)

Les *Traquets* (vulg. *pieds-noirs*). C. Utiles. De passage. Se nourrissent d'insectes et surtout de baies de sureau. Font leur nid par terre; ne pondent qu'une fois 4-6 œufs. On en distingue trois variétés dans notre contrée : 1° le *T. motteux* (vulg. *cul-blanc*); 2° le *T. terrier* (vulg. *pieds-noirs*); 3° le *T. rubicole* (vulg. *cherche-pesseau*).

Les *Bergeronnettes* (vulg. *branle-queue*). C. Utiles. De passage ou sédentaires. Insectivores. Il en existe deux variétés : l'une, presque jaune et l'autre grise et blanche avec des taches noires. La première cherche sa nourriture sur le bord des eaux; la seconde suit les troupeaux. Font trois ou quatre pontes et 5-6 œufs chaque fois.

Les *Fauvettes*. C. Utiles. De passage. Insectivores. Font deux ou trois pontes, de 4-5 œufs chacune. On distingue dans notre contrée la *F. à tête noire*, la *F. à tête grise* et la *F. des roseaux*.

Le *Charbonnier* (1) (nom vulgaire). C. Utile. De passage. Granivore et insectivore. Fait deux ou trois pontes de chacune 5 œufs. Se tient de préférence sur la lisière des bois.

La *Fauvette des roseaux* (vulg. *taral*). R. Utile. Sédentaire. Niche dans les roseaux le long des cours d'eau. Ne pond qu'une fois, 4-5 œufs. Se nourrit d'insectes, de chenilles, de cerises, de raisins, de fraises, etc.

Le *Petit-louis* (2) (nom vulgaire). Ressemble, par son plumage, à la *Fauvette* ordinaire, mais il est plus petit. M. J. Vercel prendrait volontiers cet oiseau pour un *Gobe-mouches*. R. Utile. De passage. Se nourrit d'insectes et d'œufs de papillons. Niche par terre dans les bois. Fait deux pontes de chacune 5-6 œufs.

Le *Troglodyte* (vulg. *roitelet*). AR. Utile. De passage et sédentaire. Insectivore. Fait deux pontes de 6-8 œufs. Niche dans les fagots, les carrières, etc.

Le *Roitelet* (vulg. *Petit-louis couronné*). C. Utile. De passage. Très petit. Se nourrit d'insectes et d'œufs de papillons. Construit son nid dans les forêts et les arbres touffus. Fait deux pontes, 4-5 œufs chaque fois.

2. — *Conirostres*.

Le *Corbeau*. CC. Nuisible. Sédentaire. Construit son nid sur les arbres des forêts, dans lequel il dépose, une seule fois l'an, 4-5 œufs. Se nourrit de petits rongeurs, de cerises, de noix et de chair d'animaux morts.

La *Corneille*. CC. Aussi utile que nuisible. Sédentaire. Ne fait qu'une ponte de 5-6 œufs qu'elle dépose dans les trous des rochers escarpés. Même régime que le précédent.

La *Pie*. CC. Nuisible. De passage et sédentaire. Se nourrit de jeunes oiseaux, de petit rongeurs, d'insectes, de cerises, de noix, de céréales, etc. Niche sur les arbres des forêts. Pond 4-8 œufs.

Le *Geai*. C. nuisible. De passage et sédentaire. Vit de jeunes oiseaux, rongeurs, insectes, maïs, céréales, raisins, etc. Fait son nid sur les petits arbres des forêts, ne pond qu'une fois l'an, 4-7 œufs.

(1) Est gros comme un Rouge-gorge; son plumage est d'un gris noir.
(2) Ressemble par son plumage un peu à la Fauvette ordinaire; cependant il est un peu plus jaune, surtout au poitrail, et un peu plus petit.

L'*Étourneau*. C. Nuisible. De passage. Établit son nid dans les trous de rochers. Se nourrit d'insectes et malheureusement aussi de raisins. Produit parfois d'importants dégâts dans nos vignobles.

Le *Gros-bec*. C. Ni utile ni nuisible. De passage. Niche sur les arbres des forêts. Pond 4-5 œufs. Se nourrit de cerises, prunes et graines diverses.

Le *Bec-croisé*. RR. Utile. De passage. Se nourrit de graines. Ne niche pas dans notre pays.

Le *Bouvreuil* (vulg. *camu*). R. Non nuisible. De passage et sédentaire. Niche dans les buissons et les forêts. Fait deux pontes de 4-5 œufs chacune. Granivore et frugivore.

Le *Pinson*. C. Utile. Sédentaire. Niche dans les vergers, les bosquets, les forêts. Fait deux ou trois pontes de 4-5 œufs. Insectivore et frugivore.

Le *Pinson des Ardennes* (vulg. *mianard*). R. Utile. De passage. Ne niche que dans le nord de la France. Insectivore et frugivore.

Le *Moineau* (vulg. *pierrot*). CC. Plus utile que nuisible. Sédentaire. Il en existe deux variétés : 1° le *M. des maisons* et 2° le *M. friquet*. Ce dernier se tient généralement sur la lisière des forêts; il est plus utile que le premier qui est gourmand et paresseux. Ces oiseaux font trois pontes, de 4-6 œufs. Insectivores, frugivores et granivores.

Le *Chardonneret*. C. Utile. De passage. Se nourrit surtout de mauvaises graines. Niche dans les vergers et les bosquets. Fait deux ou trois pontes de 4-5 œufs chacune.

Le *Bruant* (vulg. *verdière*). C. Utile. Sédentaire. Niche par terre dans les herbes et dans les buissons à une hauteur de 50 à 60 centimètres. Fait deux pontes de 4-5 œufs. Est granivore.

La *Reine des prés* (1) (nom vulgaire). R. Utile. De passage. Insectivore et granivore. Établit son nid dans les prés; ne fait qu'une ponte de 5 œufs.

La *Verdière de vigne* (nom vulgaire). C. Utile. De passage. Insectivore et granivore. Niche par terre dans les vignes. Fait deux pontes de chacune 4-5 œufs. Est de la grosseur d'un *Pinson*.

Le *Verdier* (vulg. *Bruant*). R. Ni nuisible ni utile. Granivore. Établit son nid sur les chênes; pond 4-5 œufs et fait deux pontes.

La *Linotte*. C. Non nuisible. Sédentaire et de passage. Granivore. Niche dans les haies, les buissons et les vignes. Pond 4-6 œufs et fait deux pontes.

Le *Serin*. C. Non nuisible. De passage. Granivore. Fait trois pontes de 4-5 œufs. Niche dans les vergers et les parcs.

Le *Tarin* C. (vulg. *tielue*). Non nuisible. De passage. Ne niche pas dans notre pays. Granivore et quelquefois herbivore.

La *Mésange*. C. Utile. Sédentaire. Insectivore, frugivore et granivore. Fait deux pontes de chacune 12-15 œufs, selon la variété. Il existe, en effet, dans notre contrée, quatre variétés de *mésanges :* 1° la *M. à tête noire;* 2° la *M. bleue* (vulg. *damette*); 3° la *M. charbonnière* et 4° la *M. à longue queue* (vulg. *bénédictin*).

L'*Alouette*. C. Utile. De passage et quelquefois sédentaire. Insectivore et granivore. Niche par terre dans les prés et les blés. Pond 4-5 œufs et fait deux pontes.

La *Calandre*. R. Utile. De passage. Établit son nid par terre dans les pâturages et les vignes. Pond 4-5 œufs et fait trois pontes. Insectivore et granivore.

(1) Est de la grosseur d'une Alouette. Son bec et son plumage ressemblent à ceux de la femelle du Bruant.

Le *Torcol* (vulg. *ortolan*). R. Utile. De passage. Niche dans les vergers et les bosquets, de préférence dans les trous des arbres. Pond 8 œufs et fait deux pontes. Se nourrit d'insectes et surtout de fourmis.

3. — *Fissirostres.*

L'*Engoulevent* (vulg. *crapaud-volant*). R. Utile. Nocturne. De passage. Niche par terre dans les jeunes taillis; ne pond que 2 œufs. Insectivore.

Le *Martinet* (vulg. *matelot*). C. Utile. De passage. Insectivore. Établit son nid dans les clochers, les crevasses des rochers escarpés. Nous en distinguons deux variétés : celui de la première a le ventre blanc, et celui de la seconde est noir, il est aussi plus petit que le précédent.

L'*Hirondelle*. CC. Utile. De passage. Insectivore. Quatre variétés reviennent dans notre contrée, ce sont : l'*H. de cheminée*, l'*H. des fenêtres*, l'*H. des rochers* et l'*H. des rivières*.

4. — *Ténuirostres.*

La *Huppe* (vulg. *poupette*). R. Utile. De passage. Pond 5-6 œufs et ne fait qu'une ponte. Niche dans les trous d'arbres. Se nourrit de vermisseaux et d'insectes.

5. — *Syndactiles.*

Le *Martin-pêcheur* (vulg. *altesin*). R. Peu nuisible. Sédentaire. Se nourrit presque exclusivement de poissons. Niche dans les trous de taupes et de rats le long des cours d'eau. Pond, une seule fois, 6-7 œufs.

D. — Colombins

1. — *Colombidés.*

Le *Pigeon-ramier*. C. Peu nuisible. De passage. Granivore. Nous en possédons deux variétés : le *Bizet* et la *Palombe*. La *Palombe* est beaucoup plus grosse que l'autre; elle niche dans les forêts, surtout celles des régions montagneuses; l'autre ne niche pas dans notre contrée.

La *Tourterelle*. C. Non nuisible. De passage. Granivore. Établit son nid dans les taillis et ne pond que 2 œufs.

E. — Gallinacés.

1. *Gallipèdes.*

La *Perdrix*. C. Utile. Sédentaire. Pond 16-22 œufs et ne fait qu'une ponte. Niche par terre dans les petites dépressions de terrain. Les jeunes sont nourris d'œufs de fourmis, de larves, d'insectes et de petites graines. Les adultes sont insectivores, granivores et herbivorès. Nous possédons cinq variétés de *Perdrix* dans la Franche-Comté : 1° la *grosse Perdrix grise*, 2° une autre plus petite et à plumage plus foncé; 3° la *grosse Perdrix rouge ou Bartavelle*; 4° la *P. rouge* plus petite que la précédente; 5° La *P. pieds-jaunes*; cette dernière, de passage, est moins grosse que la perdrix grise.

La *Caille*. C. Utile. De passage. Pond 9-15 œufs et ne fait qu'une ponte, rarement une deuxième quand la première ne réussit pas. La *Caille* se nourrit des graines qu'elle trouve dans les chaumes, et aussi d'insectes.

F. — Échassiers.

1. — *Macrodactyles.*

a) Rallides.

Le *Râle*. R. Utile. De passage. Habite les lieux marécageux. Nous en possédons trois variétés : Le *R. des Genêts* (vulg. *roi de cailles*) qui pond 7-9 œufs, et qui se nourrit d'insectes et de vermisseaux. Deux Râles d'eau, l'un gros comme celui des genêts; l'autre, gris pointillé, de la grosseur d'une Alouette.

La *Poule d'eau ordinaire*, de couleur noir sale et dont les doigts sont garnis d'une bordure étroite, est sédentaire dans nos contrées; elle niche dans les hautes herbes des étangs et des rivières. C.

La *Morelle* ou *Foulque*, ressemble à la précédente au premier coup d'œil, mais elle est plus grosse, porte une sorte d'écusson entre les yeux et le bec et a les doigts bordés d'une membrane festonnée. Oiseau de passage et utile. Niche par terre comme la *Poule d'eau*. R.

2. — *Hérodactyles.*

Le *Vanneau*. RR. Utile. De passage dans les plaines, en suivant les cours d'eau. Ne niche pas dans notre pays. Se nourrit de limaces, de mollusques, de sauterelles, d'insectes, etc.

Le *Pluvier*. RR. Utile. De passage. Même régime et même mœurs que le précédent.

La *Bécasse*. R. Utile. De passage et quelquefois sédentaire. Établit son nid dans les taillis; pond 3-4 œufs. Se nourrit principalement de vers et de vermisseaux.

La *Bécassine*. R. dans les montagnes. C. dans les plaines marécageuses. De passage. Utile. Même régime que la précédente. Nous possédons quatre variétés de *Bécassines* : la *grosse*, la *petite Bécassine sourde*, le *Drondron* qui est très rare, de la grosseur d'une Bécasse de printemps et à chair estimée; enfin la quatrième, appelée dans le Doubs *double Bécassine*, a le plumage presque blanc et un long bec.

G. — Palmipèdes.

1. — *Lamellirostres.*

Les *Oies*, les *Canards*, les *Rougeots*, les *Sarcelles*, etc. R. Utiles. De passage. Habitent les lacs, les étangs, les rivières, etc. Se nourrissent de vers et de vermisseaux.

Abréviations :

R. rare. — RR. très rare. — AR. assez rare. — C. commun. — CC. très commun.

M. le Dr Paul GIROD

Professeur à la Faculté des Sciences et à l'École de Médecine de Clermont-Ferrand.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES ET PHYSIOLOGIQUES SUR LE REIN DE L'ESCARGOT

— Séance du 5 août 1893 —

Le rein de l'escargot est une poche triangulaire limitée par une paroi conjonctive et musculaire de laquelle se détachent de nombreuses trabécules qui s'avancent vers le centre de la cavité, laissant entre elles des espaces où s'accumule la secrétion.

Cette sécrétion est constituée par des amas arrondis où prédomine l'acide urique qui se forment dans les cellules sécrétrices. Chaque trabécule est recouverte sur ses deux faces par un rang de ces cellules, et l'acide urique se dépose dans une lacune vésiculaire qui occupe la partie externe de chaque cellule.

Le *rein* communique avec l'extérieur par un canal excréteur coudé ; la première portion, appliquée contre le rein, est plus renflée et constitue la *vésicule* ; la seconde portion, réfléchie, s'applique contre le rectum, qu'elle accompagne jusqu'au pneumostome : elle est plus étroite et forme l'*uretère*.

Le passage du rein à la vésicule se fait par un orifice qui occupe l'angle supérieur du rein. Par cet orifice passent les globules uriques, d'une façon lente et graduelle. Or, ni la vésicule ni l'uretère ne contiennent d'acide urique. Il existe à la partie supérieure de la vésicule une *glande alcaline* qui sécrète un mucus donnant les réactions très nettes de la présence de sels de soude, qui expliquent l'alcalinité très franche du liquide. Les cristaux d'acide urique s'engagent dans ces replis glandulaires et l'examen microscopique permet d'assister à leur dissolution. Le liquide extrait de la vésicule donne, au microscope, de superbes étoiles d'*urate de soude* et l'étude chimique confirme cette observation. Donc, chez l'escargot, l'*acide urique* excrété par les cellules du rein est transformé dans la vésicule en *urate de soude*, soluble, et rejeté sous cette forme, par l'uretère, dans le pneumostome.

La circulation rénale offre un sujet peu connu qui mérite une série d'observations.

Le sang du corps vient au poumon par la *grande veine* et la *veine columellaire*, qui s'unissent pour former le *cercle vasculaire* qui entoure le poumon. De ce cercle partent les *vaisseaux afférents du poumon*, aux-

quels succèdent les *vaisseaux efférents* qui se jettent dans la *veine pulmonaire* et, par elles, dans l'*oreillette*.

Le rein est placé sur le trajet des vaisseaux efférents, dans une portion restreinte du poumon et modifie, de ce fait, la marche des vaisseaux sur ce point. En effet, chaque *tronc efférent* aborde le rein et s'y divise en lacunes trabéculaires ; il devient ainsi une *veine porte*, ayant ses origines au poumon et se terminant dans le rein. De ce fait, le rein reçoit du sang qui a respiré, du *sang artériel* pulmonaire. Ce sang s'étale dans les lacunes qui forment le centre de chaque trabécule, puis il est repris et porté à la veine pulmonaire par les *vaisseaux efférents du rein*. D'autre part, le rein reçoit une *artère bojanienne* venant de l'*aorte*.

Cette position du rein est unique dans la série des mollusques; dans l'escargot, c'est une portion du sang revenant des sinus du corps qui, seule, traverse une partie du poumon et se rend au rein pour gagner le cœur. A ce point de vue, il est impossible de comparer l'escargot aux mollusques munis de branchie, chez lesquels le sang, revenant du corps, traverse le rein et se distribue ensuite à la branchie. Ce point mérite une attention spéciale.

La vésicule rénale reçoit directement l'extrémité des vaisseaux afférents du poumon, qui se divisent sur ce point en arborisations terminales ; la glande alcaline reçoit donc du sang essentiellement veineux.

Le péricarde est un sac clos, couvert de cellules glandulaires ; le canal réno-péricardique bien développé, avec des cellules à cils vibratiles, fait communiquer le péricarde avec la cavité du rein.

Ces observations feront l'objet d'un mémoire détaillé.

M. A. GIRARD

Conservateur du Musée de Lisbonne.

ÉTUDE SUR UN POISSON DES GRANDES PROFONDEURS, DU GENRE « HIMANTOLOPHUS » DRAGUÉ SUR LES COTES DU PORTUGAL (1)

— *Séance du 7 août 1893* —

Dans une brochure intitulée : *Étude sur un poisson des grandes profondeurs, du genre* HIMANTOLOPHUS, et insérée dans le *Bulletin de la Société*

(1) Note présentée par M. Guimarães.

de Géographie de Lisbonne, livraison de février 1893, M. Girard s'occupe de l'étude d'un magnifique exemplaire d'un poisson très rare, pêché le 9 août 1892, par 80 à 90 brasses de fond, à 14 milles environ de Nazareth, sur la côte ouest du Portugal, au moyen du chalut, et que M. Romberg-Nisard, directeur de la *Companhia Portugueza de Pescaria* a eu l'obligeance de lui offrir. Le genre *Himantolophus* a été créé en 1837 par le naturaliste Reinhardt, pour un curieux poisson orné d'une huppe frontale, qu'une forte tempête avait jeté, en 1833, sur les plages du Groënland. L'état, malheureusement, très peu satisfaisant dans lequel ce poisson étrange fut reçu au musée de Copenhague, ne permit à ce naturaliste qu'une description succincte et incomplète, et à peine fit-il représenter la huppe frontale, la seule pièce qui put être conservée de l'*Himantolophus groënlandicus*, Rhdt.

On ignora pendant longtemps les affinités de ce type remarquable, qui ne fut retrouvé qu'en 1876, époque où un second exemplaire complet et intact fut trouvé mort et flottant à la surface de la mer, dans la partie méridionale de la même colonie danoise. Cet exemplaire fournit à M. Chr. Lütken le sujet d'un remarquable mémoire où, prenant en considération principalement quelques différences présentées par sa huppe frontale, il créa pour lui un nouveau nom, *Himantolophus Reinhardtii*, Ltk.

Ce n'est que dix ans plus tard que M. Lütken reçut encore un jeune exemplaire des côtes des îles Westman, dans le voisinage de l'Islande, qu'il rapporta à sa nouvelle espèce de lophoïde, malgré les nouvelles différences présentées par sa huppe frontale, et, à cette occasion, il décrit le squelette de l'individu recueilli précédemment sur les côtes du Groënland.

Voici, en résumé, ce que l'on connaît aujourd'hui authentiquement sur ce type curieux de la « faune abyssale ».

L'individu qui a été offert à M. Girard était vivant et complet quand il a été recueilli, mais les pêcheurs ont arraché la huppe frontale, qui, d'ailleurs, lui a été décrite par l'un d'eux.

L'examen de cet individu, qui diffère notablement, sous le rapport de la forme, de l'exemplaire décrit et figuré par M. Lütken, fait croire à M. Girard que tous les *Himantolophus* doivent se rapporter à une seule et même espèce, et que les différences, d'ailleurs peu importantes, présentées par les huppes frontales, doivent dériver simplement des modifications amenées par l'âge.

M. Girard fait ensuite une description très détaillée de l'*Himantolophus* du Portugal, de la forme et de la structure du corps, de la huppe, de la tête, de la bouche, des yeux, des orifices, des narines, de la peau, des nageoires et viscères et, en comparant cette description à celle de l'*Himantolophus Reinhardtii*, à peu près de même taille, il croit incontestable que ces

individus appartiennent tous deux à la même espèce, malgré quelques écarts sans valeur dans les proportions et malgré les différences de forme si sensibles, en comparant les figures des deux individus. C'est que la forme n'est pas un caractère important, si elle varie entre de certaines limites pour quelques abyssales qui, non seulement se trouvent plus ou moins déformées quand elles parviennent à la surface, mais sont susceptibles d'un volume très variable selon la dilatation de leur abdomen.

Par ce petit extrait du travail de M. Girard, on voit bien quelle est son importance. Il y a seulement à regretter que la huppe frontale ait été arrachée, de manière que, pour compléter la figure, M. Girard a été obligé de reproduire, d'après le mémoire de M. Lütken, celle de l'*Himantolophus* du Groënland.

M. Eduardo SEQUEIRA

Membre de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

LISTE DES AMPHIBIENS ET REPTILES DU PORTUGAL (1)

— Séance du 7 août 1893 —

Bien que le Portugal soit très montagneux et ait de vastes plaines, et que le pays soit traversé par de nombreux cours d'eau, sa faune erpétologique n'est pas grande.

Cependant il a été, ces dernières années, consciencieusement étudié par des savants naturalistes, tant portugais qu'étrangers, au nombre desquels nous citerons parmi les plus importants : les Portugais MM. Dr José, Vicente Barbosa du Bocage, Dr Lopes Vieira, Dr José Maria Rosa de Carvalho, Dr Manoel Paulino de Oliveira, Adolpho Frederico Moller, Bettencourt Ferreira, etc.; les Espagnols D. Eduardo Bosca et Perez Arcas, les Français F. Lataste et Heron, Royer ; les Allemands J. von Bedriaga, O. Bœttger, Hoyden, Metzan, Schreiber, H. Simroth et W. Wolterstorff ; les Anglais Dr Boulanger, H. Gadow, A. Fait, Lord Clermont, etc. etc.

Les Amphibiens et Reptiles dont l'*habitat* chez nous a été jusqu'à présent signalé, sans le moindre doute, sont les suivants :

(1) Note présentée par M. Guimarães.

AMPHIBIENS URODÈLES

FAM. SALAMANDRIDES

Genre Triton, Laurenti (1768).

Triton marmoratus, D. B.
N. v. Salamandra d'Agua. — Très commun.

Genre Pelonectes, Lataste (1879).

Pelonectes Boscai, Lataste. — Commun.

Genre Pleurodeles, Michaelles (1830).

Pleurodeles Waltlii, Mich.
N. v. Salamandra preta. — Fréquent.

Genre Salamandra, Laurenti (1768).

Salamandra maculosa, Laur.
N. v. Salamandra. Saramaganta. Saramela.
Salamandra maculosa, var. *Molleri*, Brediaga, 1889. —Fréquent.

AMPHIBIENS ANOURES

FAM. ALYTIDES

Genre Alytes, Wagler (1830).

Alytes obstetricans, Laur., var. *Boscai*, Lataste, 1878.
N. v. Sapo parteiro. — Fréquent.

Genre Ammoryctis, Lataste (1879).

Ammoryctis Cisternasii, Lataste. — Très rare.

FAM. DISCOGLOSSIDES

Genre Discoglossus, Otth. (1856).

Discoglossus pictus, Otth. — Fréquent.

FAM. PELOBATIDES

Genre Pelobatis, Wagler (1830).

Pelobatis cultripes, Cuv.
N. v. Sapo de unha preta. — Rare.

Genre Pelodytes, Fitzinger (1843).

Pelodytes punctactus, D. B. — Fréquent.

FAM. BUFONIDES

Genre Bufo, Laurenti (1768).

Bufo vulgaris, D. B.
N. v. Sapo. — Très commun.
Bufo calamita, Laur.
N. v. Sapo arâseiro. — Commun.

FAM. HYLIDES

Genre Hyla, Laurenti (1768).

Hyla arborea, L.
N. v. Rela.
Var. *meridionalis*, Boettg. 1874; var. *Molieri*, Bedriaga 1890. — Commun.
Hyla Perezi, Boscà. — Rare.

FAM. RANIDES

Genre Rana, Linné (1767).

Rana iberica, Boulanger.
N. v. Rà. — Peu abondant.
Rana esculenta, L., var. *hispanica*, Michael., 1830.
N. v. Ràllinha de Senhor.— Très commun.

OPHIDIENS

FAM. VIPERIDES

Genre Vipera, Daudin (1803).

Vipera Latastei, Bosca.
N. v. Vibora. — Fréquent.

FAM. COLOBRIDES

Genre Cœlopeltis, Wagler (1830).

Cœlopeltis monspessulanus, Herm.
N. v. Cobra. — Fréquent.

Genre Tropidonotus, Boie (1827).

Tropidonotus viperinus, Latr.
N. v. Cobra vibora. — Rare.
Propidonotus natrix, L.
N. v. Cobra d'agua. — Très commun.

Genre Periops, Wagler (1830).

Periops hyppocrepis, L. — Rare.

Genre Rhinechis, Michaellis (1833).

Rhinechis scalaris, Boie.
N. v. Cobra riscadinha. — Fréquent.

Genre Coronella, Laurenti (1768).

Coronella cucullata, Geoff. — Très rare.
Coronella girundica, D. B. — Fréquent.
Coronella austriaca, Laur. — Rare.

REPTILES

FAM. AMPHISBENIDES

Genre Blanus, Wagler (1830).

Blanus cinereus, Vandelli.
N. v. Escoparo. Licranço. — Fréquent.

FAM. SINCIDES

Genre Anguis, Linné (1758).

Anguis fragilis, L.
N. v. Alicranço, Licranço, Fura Matto. — Très commun.

Genre Seps, Laurenti (1768).

Seps chalcides, L.
N. v. Cobra de pernas, Losma, Fura panasco. — Commun.
Seps Bedriagai, Bosca. — Rare.

FAM. LACERTIDES

Genre Acantho dactylus, Wiegmann (1834).

Acanthodactylus vulgaris, D. B. — Rare.

Genre Psammodromus, Fitzinger (1826).

Psammodromus hispanicus.
N. v. Lagartixa do matto. Fréquent dans le Sud.

Genre Lacerta, Linné (1758).

Lacerta muralis, Laur., var. *fusca* de Bedr. (1878).
N. v. Sardonisca, Lagartixa. — Très commun.

Lacerta viridis, Laur. var. *Gadovi*, Boulanger (1884).
N. v. Sardão, Lagarto. — Fréquent.
Lacerta ocellata, éschud.
N. v. Sardão, Lagarto. — Fréquent.

Genre Tropidosaura, Fitzinger (1836).

Tropidosaura algira, L.
N. v. Osga, Ladra. — Commun.

FAM. SCALABTIDES

Genre Hemidactylus, Cuv. (1829).

Hemidactylus turcicus, L.
N. v. Osga de barriga côr de rosa. — Rare.

Genre Platydactylus, Cuv. (1829).

Platydactylus mauritanicus, L.
N. v. Osga. — Fréquent.

FAM. THALASSITES

Genre Sphargis, Merren (1820).

Sphargis corirccea. D. B.
N. v. Tartagura. — Rare.

Genre Thalassochelys, Fitzinger.

Thalassochelys carreta, L.
N. v. Tartaruga.

FAM. PALUDITES

Genre Emys, Merr. (1820).

Emys caspica. Gem.
N. v. Kàgado, Sapo concho. — Fréquent.

Genre cistudo, Fleming (1822).

Cistudo europaea, D. B.
N. v. Kàgado. Sapo concho. — Fréquent.

M. le Dr E. MAUREL

Agrégé à la Faculté de Médecine de Toulouse.

ORIGINE ET ÉVOLUTION DES ÉLÉMENTS FIGURÉS DU SANG

— Séance du 7 août 1893 —

Avec la plupart des auteurs, j'admettrai trois éléments figurés du sang : le *leucocyte,* l'*hématoblaste* et l'*hématie;* et je les étudierai dans l'ordre probable de leur succession.

Leucocytes. — Jusqu'à présent le mode de formation de ces éléments et le point exact de cette formation présentent de nombreux doutes.

A l'état pathologique, par exemple, les leucocytes naissent-ils des cellules du tissu conjonctif, ou bien, comme le pense Ranvier, des *clasmatocytes* seulement, c'est-à-dire d'autres leucocytes sortis des vaisseaux par diapédèse et immobilisés dans ce tissu? C'est là une question qui est encore à l'étude.

Il en est de même pour l'origine de ces éléments à l'état normal. Il nous est encore impossible de préciser où et comment ils naissent.

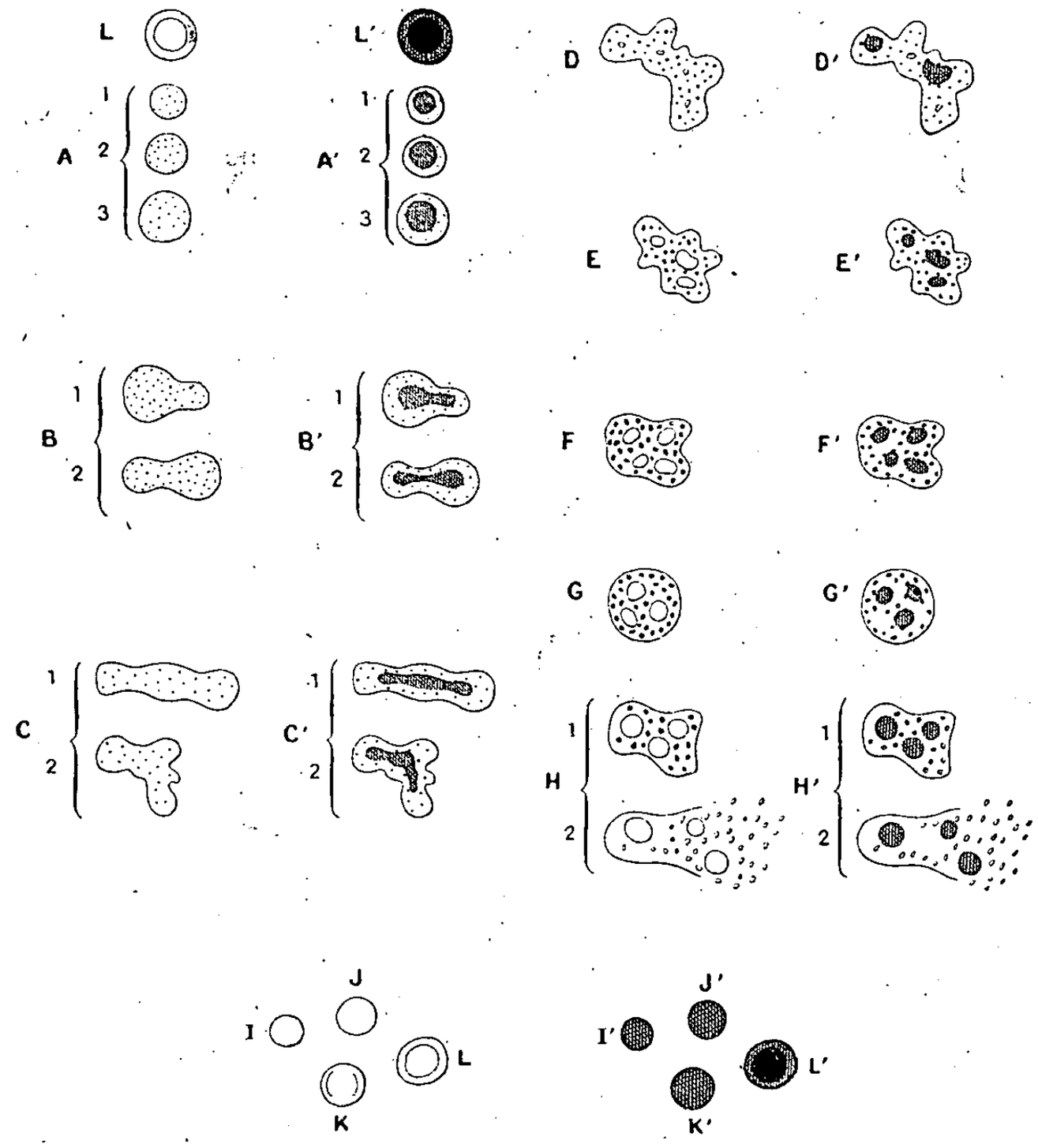
Mais si cette origine nous est encore inconnue, nous savons, au moins, que c'est par le système lymphatique que la plupart des leucocytes arrivent dans le sang.

Or, c'est à partir de ce moment seulement que commencent ces études. Je prendrai donc le leucocyte à son entrée dans le torrent sanguin.

Si l'on examine le liquide du canal thoracique au moment de sa terminaison, on constate que les éléments figurés se présentent avec des caractères bien différents. Ils varient d'abord de dimensions et de structure; et, en outre, tandis que les uns sont immobiles, d'autres jouissent des mouvements amiboïdes les plus actifs.

Ces mêmes différences, du reste, se retrouvent parmi les leucocytes existant dans le sang. Les uns, en effet, ont des dimensions manifestement inférieures aux hématies, d'autres les ont égales, et d'autres, enfin, supérieures; les uns sont uninucléés et les autres multinucléés; les uns sont presque transparents et homogènes et les autres fortement granu-

leux ; enfin, les uns sont mobiles et les autres sans mouvement. Ce sont, sans doute, ces différences qui ont fait admettre qu'il s'agissait là d'éléments de provenances différentes, et même parfois ayant des rôles différents. Or, mes recherches m'ont conduit à un autre résultat. En suivant l'évolution de ces éléments dans notre sang et à notre température nor-



male, j'ai pu les voir revêtir successivement toutes ces formes; de sorte que j'en suis arrivé à cette conclusion que toutes ces différences présentées par le leucocyte ne sont dues qu'aux périodes successives de son évolution.

C'est, j'espère, ce qui ressortira de la description que je vais donner de cette évolution (1).

(1) Le procédé suivi dans l'étude de cette évolution a été le suivant :
I. — 1° Antiseptiser une lame de 2 millimètres d'épaisseur et une lamelle ordinaire;
2° Les porter à 37 degrés;
3° Recueillir le sang d'une manière aseptique;

Au moment de leur arrivée dans le sang, les leucocytes, je viens de le dire, sont donc à des périodes différentes de leur évolution. Mais quelle que soit la période à laquelle elle soit parvenue, cette évolution se continue dans le torrent sanguin et passe par les mêmes phases.

Pour être complet, je prendrai le leucocyte qui arrive dans le sang à la période la moins avancée de son évolution.

A cette période de son évolution, le leucocyte (A-1.2.3.) n'a encore qu'un diamètre moindre que l'hématie A à D. Il n'a souvent que 4 à 5 μ. On peut même en trouver de plus petits. Dans cet état, il est sans mouvement. Il n'a ni déplacement ni déformation sur place, et flotte dans le sang comme les globules rouges. Mais, mis dans une préparation, la plupart restent fixés à la lame et résistent aux courants que l'on produit par le choc ou les variations de température. Ils apparaissent régulièrement circulaires, et sont discoïdes biconvexes. A l'état vivant, leur protoplasma paraît homogène ou tout au plus très finement granuleux. Leur noyau ne se voit pas. Mais, tout au moins dans ceux de ces éléments dont le volume approche celui des hématies (7 à 8 μ), on peut par la coloration (1) les déceler facilement (2).

A cette période, le leucocyte est encore sans mouvement. C'est cet état que, dans tous mes travaux depuis 1884, j'ai désigné sous le nom de forme A (3).

4° Encelluler en maintenant la lame et la lamelle de 35 à 40 degrés;
5° L'immerger immédiatement dans un bain à 37 degrés.

II. — Par ce procédé et à cette température, on trouve encore des leucocytes mobiles douze et dix-huit heures après la prise de sang. Pendant les six premières heures, leur activité semble rester la même qu'au début. Après, elle diminue de plus en plus, et on sent que, tout en conservant leurs mouvements, les leucocytes subissent l'influence d'un milieu qui leur est de moins en moins favorable.

C'est en tenant compte de ces faits que j'ai suivi l'évolution des leucocytes. J'ai pris successivement chacune de ces formes au moment de la prise du sang, et je l'ai observée pendant qu'elle était encore dans des conditions se rapprochant autant que possible des normales; et c'est en réunissant toutes ces observations partielles que j'ai reconstitué l'évolution complète. Ces observations ont souvent duré quatre à six heures sans perdre l'élément de vue, ce que sa mobilité rend indispensable, et parfois jusqu'à huit heures.

(1) Voir la planche page 617.

(2) Le procédé le plus simple, qui n'est, du reste, qu'une modification de celui d'Hayem, est le suivant :

1° On fait une préparation de sang par la méthode de la dessiccation, mais avec les précautions de recevoir le sang sur une lame chauffée à 38 degrés, et ensuite de faire la dessiccation à une température de 38 à 45 degrés, c'est-à-dire à des températures qui n'altèrent pas le protoplasma du leucocyte, et qui ne lui enlèvent que son eau;
2° On fixe la préparation en la plongeant pendant quelques secondes dans l'alcool à 90 degrés;
3° On dessèche la préparation aux mêmes températures; et, après cette nouvelle dessiccation, on la colore avec l'éosine;
4° On lave la préparation et on la dessèche de nouveau par le même procédé.

Le noyau apparait alors coloré en rose, tandis que le protoplasma reste incolore ou se trouve beaucoup moins coloré. A cette période, le noyau occupe la plus grande partie du leucocyte.

La démonstration de ce noyau et sa coloration seront rendues encore plus manifestes par le procédé suivant :

1° On fait une préparation de sang vivant en suivant les indications que j'ai données ci-dessus, on l'encellule avec la paraffine et on la laisse séjourner pendant quatre à six heures dans un bain à 38 degrés;
2° On ouvre ensuite la préparation, et on traite la lame et la lamelle par la dessiccation et les réactifs colorants, comme ci-dessus.

(3) *Hématométrie normale et pathologique des pays chauds.* Doin, Paris, 1884.

Après un certain temps qui varie, mais qui, dans notre sang et dans les conditions où j'ai fait mes expériences, ne dépasse que bien rarement vingt-quatre heures, cette forme A commence à avoir des *déformations sur place;* elle devient la forme B (B. 1-2).

Dès lors, sous l'influence des projections que le leucocyte donne par les divers points de son pourtour, on le voit prendre toutes les formes possibles, formes qui, du reste, changent à chaque instant; mais il ne se déplace pas.

Il paraît toujours homogène de son vivant; mais après sa mort, la dessiccation aux températures physiologiques et l'éosine révèlent l'existence d'un noyau ayant les mêmes caractères et les mêmes dimensions que précédemment. Ce qui a augmenté dans le leucocyte, c'est le protoplasma. Ses dimensions, en effet, se sont accrues, il a presque toujours un volume supérieur à celui des hématies (B).

A l'état vivant, je l'ai dit, il paraît homogène, et après sa mort l'éosine fait constater un noyau; mais, en outre, il est fréquent que le bleu de méthylène décèle dans son protoplasma quelques fines granulations se colorant en bleu.

Cette période B, caractérisée par les *déformations sur place*, dure, à la température de 37 degrés, de deux à trois heures.

Puis après une série de déformations très accentuées, qui plusieurs fois ont fait croire que le leucocyte allait commencer ses déplacements, mais après lesquelles il ramenait toujours sa masse à son point de fixation, on le voit, au contraire, l'abandonner, et entrer ainsi dans une période nouvelle, la période C (C. 1-2).

A partir de ce moment, le leucocyte ne se reposera plus jusqu'à ce qu'il arrive à la fin de sa carrière. Il est difficile d'apprécier ses dimensions, puisqu'il prend les formes les plus irrégulières; mais cependant on peut juger qu'elles sont augmentées. Son protoplasma présente quelques fines granulations; mais rien encore de son vivant ne fait reconnaître le noyau. Pourtant, de même que pour la forme précédente, l'éosine, par le procédé que j'ai décrit, le colore en rose (C. 1-2).

En somme, ce qui différencie la forme C de la forme B, c'est que cette dernière ne jouissait que de déformations sur place, tandis que C a des déplacements. Cette distinction ne peut donc être faite que du vivant de l'élément.

La durée de C est également de trois heures environ.

Ses granulations deviennent ensuite plus volumineuses et plus nombreuses, si bien que le leucocyte perd son aspect homogène et qu'il devient granuleux; c'est la forme D.

Le noyau n'est pas encore apparent pendant la vie; mais, de même que dans les formes précédentes, après la mort il se colore en rose par

l'éosine et les granulations le sont en bleu par le bleu de méthylène.

Ses dimensions pendant cette période, dont la durée, à la température normale, est de quatre à cinq heures, se sont encore accrues. Le leucocyte, ramené à la forme sphérique, mesure maintenant de 8 à 9 μ et il est dans une des périodes les plus actives de sa vie.

Puis il arrive à la période E. Cette période, du vivant du leucocyte, se distingue des précédentes par un caractère des plus nets. C'est l'apparition de corps, ne dépassant pas 1 μ et ayant, lorsqu'ils sont exactement au point, une couleur ou du moins un reflet rose.

D'abord on ne voit qu'un de ces corps, puis un second et successivement plusieurs autres. Toutefois, le leucocyte en contient rarement plus de cinq. Ces corps, je l'ai dit, n'ont d'abord que 1 μ. Mais leurs dimensions augmentent et atteignent souvent 3 et 4 μ. A l'état normal ils dépassent rarement ces dimensions.

Lorsque j'ai observé ces corps pour la première fois, en 1882, je les avais considérés comme des cavités vides ou remplies par une matière grasse; et en décrivant l'évolution des leucocytes (1), je leur avais donné le nom d'*espaces roses*. C'est très probablement ce qu'Hayem a décrit sous le nom de *vacuoles* (2).

Mais, déjà au commencement de l'année 1885, il m'avait semblé qu'il ne s'agissait pas de vacuoles, mais bien de véritables corps. Toutefois, je ne crus pas devoir encore modifier mon opinion ; et ce fut sous le même nom que je les décrivis en 1886, au Congrès de Nancy, dans l'étude sur le sang des différentes races humaines (3).

Mais si mes recherches de 1885 n'avaient fait que m'ébranler, celles de 1888 et 1889 devaient bientôt apporter la conviction. Je pus, en me plaçant dans des conditions de températures semblables à celles des pays chauds (4), me convaincre qu'il s'agissait non d'espaces, mais de véritables corps, ayant une existence propre.

Je vis, en effet, en suivant des leucocytes jusqu'à leur désagrégation, ces corps rester libres, puis flotter dans le sérum. Je pus même en suivre quelques-uns pendant plusieurs heures.

Je m'assurai ensuite que ces corps n'étaient pas absorbés par les leucocytes (5) ; mais qu'ils se formaient dans leur protoplasma comme je viens de le dire.

(1) *Hématométrie normale et pathologique des pays chauds.* Déjà cité.

(2) *Du sang et de ses altérations anatomiques.*

(3) *Association française pour l'avancement des sciences.* Section d'Anthropologie, 1886. —Congrès de Nancy.

(4) Pour faire ces expériences, je portais la température de l'appartement de 28 à 31 degrés, à l'aide d'un calorifère.

Ces expériences ont été faites dans les mois de juillet et août 1888 et 1889.

(5) On aurait pu supposer, en effet, que ces corps étaient absorbés par les leucocytes. Mais je l'ai dit, en suivant l'évolution des leucocytes, j'ai vu ces corps se développer dans le protoplasma de ces éléments.

Dès lors, sans que je pusse encore préciser leur nature, ce fait au moins fut acquis qu'il s'agissait bien réellement de *corps* et non *d'espaces*, de *vacuoles*. Aussi ce fut sous ce nom que je les décrivis en 1889, dans l'étude des *Modifications imprimés par la fièvre aux éléments figurés du sang* (1), et depuis c'est sous ce même nom que je les ai toujours désignés. Nous verrons bientôt quelle est l'hypothèse que j'ai été conduit à faire sur leur nature et sur leur rôle.

Mais, pour le moment, je continue l'exposé de l'évolution du leucocyte.

La forme E est donc caractérisée surtout par la présence de ces corps apparents même de son vivant. C'est également dans cette période que le leucocyte atteint ses dimensions et son activité maxima. Ses dimensions atteignent souvent 12 et même 14 μ. En même temps, les granulations augmentent. Cette période dure de cinq à six heures.

Après la mort et la dessiccation aux températures de 38 à 43 degrés, les corps dont la teinte rose a diminué, au fur et à mesure qu'ils ont grandi, sont colorés en rose par l'éosine (E).

La période E, je l'ai dit, est la plus active de l'existence du leucocyte. On peut la comparer à l'âge adulte. Puis son activité diminue, tandis que ses granulations augmentent de nombre et ses corps roses de dimensions. C'est la forme ou la période F dont la durée est de quatre à cinq heures (F).

Puis l'activité du leucocyte diminuant toujours, il finit par perdre ses déplacements, et ne jouit plus que de déformations sur place. C'est la forme G. Les granulations sont alors très apparentes, et les corps roses n'augmentent plus de nombre, mais de dimension (G).

Bientôt les déformations sur place elles-mêmes cessent; et l'élément n'a plus que dès mouvements intestins rendus apparents par les déplacements de ses granulations et de ses corps eux-mêmes qui parfois sont masqués par ces dernières.

Enfin tout mouvement, même intestin, disparaît. Le leucocyte, qui avait repris la forme sphérique dans la période précédente, s'étale, se déforme; et après quelques heures, on voit ses granulations être agitées du mouvement brownien. Ce mouvement devient bientôt général; et, le leucocyte s'étalant de plus en plus, on voit la plupart de ses granulations agitées du mouvement le plus vif se répandre dans le sérum, tandis que quelques autres restent sur place; c'est la forme H (H. 1-2). Or, en ce moment on voit manifestement les corps roses soit rester fixés à la lame, soit devenus flottants et se perdre au milieu des hématies.

Leurs dimensions en ce moment varient même pour chaque leucocyte. Mais il est fréquent d'en voir ayant de 4 à 5 et même 6 μ. Ils sont

(1) Communication à l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse. — *Modifications imprimées par la fièvre aux éléments figurés du sang*. 1888, t. XI.

très pâles, sphériques ou du moins discoïdes biconvexes, ont la même densité que la plupart des hématoblastes, parfois un peu plus faibles, et ont la même élasticité et la même tendance à conserver leur forme. Ils peuvent, lorsqu'ils rencontrent un obstacle, s'allonger, s'aplatir, etc.; mais dès que la cause qui les a déformés cesse, ils reviennent à leur forme première.

En outre, au bout de quelques heures, leur couleur se fonce et se rapproche d'une manière sensible de celle des hématoblastes et des hématies (I, J, K, L).

En somme, je puis le dire dès maintenant, quand on voit ces corps au moment où ils viennent d'être mis en liberté dans le sérum, quand on compare leurs caractères avec ceux des hématoblastes, tels que nous les voyons à l'état vivant, il est déjà bien difficile de se défendre de cette opinion que ces deux corps sont identiques.

Nous allons voir bientôt quels sont les autres arguments qui plaident en faveur de cette opinion.

Mais avant d'aborder cette seconde partie de ce travail, je tiens à résumer la première dans ces conclusions :

1° Que les leucocytes de notre sang suivent tous la même évolution;

2° Que les différentes formes que l'on y rencontre ne représentent pas des leucocytes d'espèces, de variétés, d'origines différentes; mais seulement le même élément à des périodes différentes de son évolution;

3° Qu'à la période la plus active de leur évolution, on voit de leur vivant certains corps existants dans leur protoplasma devenir apparents;

4° Que, sûrement, il ne s'agit pas là d'espaces ou de vacuoles;

5° Que ces corps sont mis en liberté au moment de la désagrégation du leucocyte, et qu'ils survivent à cet élément;

6° Que les caractères qu'ils présentent en ce moment les rapprochent des hématoblastes.

Telle est l'évolution de notre *leucocyte* depuis sa pénétration dans le sang jusqu'à sa désagrégation; voyons maintenant quelle est celle de *l'hématoblaste*.

Hématoblastes. — Tout ce qui précède est d'une observation facile, et par conséquent je pense qu'on peut le considérer comme définitivement acquis à la science. Mais je dois prévenir que, pour ce qui va suivre, je me crois encore condamné à des réserves.

Ainsi que l'on a pu le pressentir par la fin de mon étude sur l'évolution des leucocytes, et tout particulièrement sur ce que j'ai dit sur les *corps roses*, j'ai été conduit à considérer ces corps comme étant une période moins avancée des hématoblastes.

Les faits qui m'ont conduit à cette opinion sont les suivants :

1° *L'observation directe* de cet élément dans le sang et sa comparaison avec l'hématoblaste; *Dimensions*. — Parfois identiques; le corps rose souvent un peu plus petit; *Délicatesse*. — Le corps rose encore plus délicat; *Couleur*. — Le corps rose plus pâle d'abord que l'hématoblaste, mais se rapprochant de la couleur de cet élément ensuite; *Forme*. — Identique, discoïde biconvexe; *Élasticité*. — Exactement la même; *Consistance*. — Celle du corps rose est un peu plus faible.

Ces caractères sont tels qu'il me semble que nul ne douterait de l'identité de ces deux éléments (les corps roses représentant un état moins avancé que l'hématoblaste), si on n'avait vu les premiers être d'abord contenus dans les leucocytes.

2° *Le second argument* est le suivant : c'est que lorsque l'on étudie la *marche de la reconstitution du sang* après une hémorragie ou une affection aiguë qui a fait baisser rapidement le nombre des hématies, on constate toujours que la première modification que subit le sang est une augmentation des leucocytes. Puis, dès le second jour, pendant que ceux-ci diminuent, les hématoblastes augmentent; enfin, après vingt-quatre ou quarante-huit heures, pendant que les hématoblastes diminuent, les hématies augmentent (1).

Quoique indirecte, cette preuve me paraît avoir sa valeur. Ce fait rend probable, en effet, que les leucocytes, en se désagrégeant, mettent en liberté les hématoblastes, et que ceux-ci, en avançant dans leur évolution, deviennent des hématies.

3° *Le troisième argument* est tiré des expériences suivantes que j'ai faites bien souvent depuis trois ans.

Je fais une préparation de sang vivant par le procédé ordinaire, et je l'immerge dans un bain à 38 degrés, pendant six à douze heures, jusqu'à ce qu'une bonne partie des leucocytes, se désagrégeant, aient mis en liberté un certain nombre de corps roses et qu'une autre partie soit arrivée aux formes E, F, G et H.

Puis j'ouvre la préparation, je la dessèche aux températures physiologiques; et, en suivant le procédé décrit, je la colore par l'éosine.

Or, les résultats sont les suivants :

1° Les noyaux des leucocytes arrivés seulement aux formes A, B, C et D sont uniques et faiblement colorés, surtout pour les formes les moins avancées (A′, B′, C′ et D′).

2° Les autres formes E, F, G et H ont plusieurs corps roses ou noyaux, et sont mieux colorés, moins toutefois que les corps roses libres (E′, F′, G′ et H′).

3° Ceux-ci le sont moins que les hématoblastes.

(1) *Modifications imprimées par la fièvre aux éléments figurés du sang.* — Déjà cité.

4° Les hématoblastes, eux-mêmes, le sont moins que les hématies (I′, J′, K′ et L′).

C'est-à-dire que ces divers corps, *corps roses inclus dans les leucocytes*, *corps roses libres*, *hématoblastes* et *hématies*, sont d'autant plus éosinophyles qu'on se rapproche davantage de ces dernières.

Par leur tendance à retenir l'éosine, ces divers corps semblent donc représenter les diverses phases de l'évolution d'un même élément.

Enfin, après avoir fait une préparation de sang vivant, et l'avoir desséchée comme précédemment, je la colore avec le bleu de méthylène. Les hématies, lorsqu'elles ont été desséchées aux températures physiologiques, retiennent le bleu de méthylène et se colorent en bleu ou en violet.

Les hématoblastes se colorent beaucoup moins; et les corps roses encore inclus dans les leucocytes, très faiblement ou pas du tout.

Avec le bleu de méthylène, comme avec l'éosine, nous trouvons le même ordre de préférence; ce sont les hématoblastes qui occupent la place intermédiaire.

Si donc nous nous en tenons à la manière dont ces divers éléments se comportent avec les réactifs colorants, nous devrons conclure qu'il s'agit ici d'un même élément aux phases différentes de son évolution.

Quatrième argument. — Expériences sur le liquide thoracique (1). — Mais je ne m'en suis pas tenu à ces expériences; j'ai voulu apporter à l'appui de mon hypothèse des preuves plus directes et moins sujettes à des erreurs d'interprétation.

Dans l'après-midi du 26 juillet 1893, à 2 heures et demie, je prends du liquide lymphatique d'un lapin en digestion, et j'encellule ce liquide en suivant le procédé ordinaire; puis je plonge la préparation dans un bain à 37 degrés, et je suis l'expérience avec soin pendant les deux jours suivants.

Au début, le liquide que je viens de recueillir ne contient guère que des leucocytes. La plupart sont encore à la période A, et quelques-uns à la période B. — Pas d'hématies et à peine quelques hématoblastes.

A 4 heures, l'état de la préparation n'a pas changé; et il en est à peu près de même à 6 heures et à 10 heures du soir.

A minuit, quelques leucocytes sont à la période C, et d'autres peu nombreux à la période D.

Ce caractère s'accentue à 3 heures et à 6 heures du matin du 27. Toutefois, même à cette dernière observation, la plupart des leucocytes sont encore à la période A. L'observation continue pendant toute la journée, et l'examen est fait toutes les deux heures. A 8 heures du soir, la plupart

(1) Ces expériences ont été faites avec le concours de M. MEYER, professeur de physiologie, et M. ABÉLOUS, agrégé de physiologie; et je les remercie de leur obligeance.

des leucocytes sont mobiles, et un tiers environ arrivés à la période E, c'est-à-dire qu'ils ont des corps roses apparents.

L'évolution marche régulièrement pendant la nuit du 27 au 28 juillet; et le 28, à 8 heures du matin, l'évolution de la presque totalité des leucocytes est achevée dans la préparation; je trouve surtout des corps que l'on peut indifféremment désigner sous le nom de corps roses ou d'hématoblastes, et quelques rares hématies.

Les hématoblastes sont non seulement plus nombreux qu'avant, mais même plus nombreux que les leucocytes; chacun de ces derniers, en effet, a dû mettre en liberté plusieurs de ces corps.

J'ai voulu, du reste, pousser 'examen plus loin. J'ai ouvert la préparation; j'ai rapidement desséché la lame et la lamelle, aux températures physiologiques; puis j'ai coloré les deux; et j'ai vu les hématoblastes et les hématies se colorer en rouge par l'éosine, les premiers un peu moins que les dernières. Il me paraît donc logique de conclure :

1° Que les quelques rares hématoblastes existant au moment où j'avais pris la lymphe étaient devenus des hématies;

2° Que les leucocytes s'étaient désagrégés et avaient mis en liberté des corps roses qui étaient encore à l'état d'hématoblastes.

En même temps que la préparation dont je viens de parler, le 26 juillet, j'en avais fait une autre, et qui, comme la première, avait été mise dans un bain à 37 degrés.

Le liquide ne contenait également, d'une manière presque exclusive, que des leucocytes; et pendant les deux premiers jours l'évolution a été la même; c'est-à-dire que le 28 juillet, à 8 heures du matin, les leucocytes avaient disparu, et que le sérum contenait surtout des corps roses libres ou des hématoblastes. Or, au lieu d'ouvrir la préparation pour la dessécher et la colorer, je l'ai remise dans le même bain; et, dès le lendemain 29 juillet, j'ai pu constater que déjà un certain nombre de ces éléments, jusque-là discoïdes *biconvexes*, étaient devenus *biconcaves*, c'est-à-dire affectaient exactement la forme des hématies.

J'avais déjà vu, du reste, le passage de l'hématoblaste en hématie se produire dans l'expérience suivante.

Le 19 juillet 1893, je prends de la lymphe dans le canal thoracique; mais ce liquide, sans que je puisse en donner les raisons, ne contenait presque que des hématoblastes et fort peu de leucocytes.

La préparation, achevée à 3 heures de l'après-midi environ, fut tenue à une température de 34 degrés jusqu'à 3 heures et demie, et mise, à cette heure, dans un bain à 37 degrés.

Puis, elle fut examinée à 4 heures, 6 heures, 8 et 10 heures du soir.

Or, jusque-là, les éléments conservèrent leur forme discoïde biconvexe. Ce ne fut que vers minuit que quelques-uns se rapprochèrent de la forme biconcave. Mais, à 4 heures du matin, beaucoup l'étaient, et à 8 heures la presque totalité avait subi cette modification,

J'ouvris alors la préparation, je la desséchai aux températures physiologiques, je la traitai par l'éosine, et ici, de nouveau, les éléments se colorèrent en rose et se présentèrent avec la forme la plus nette de l'hématie.

Ainsi donc, dans ces expériences sur la lymphe, qui, du reste, ne sont que la répétition d'autres faites en 1891 et 1892, j'ai vu :

1° Les leucocytes, en se désagrégeant, mettre en liberté des corps roses présentant tous les caractères et les mêmes réactions que les hématoblastes;

2° J'ai vu les hématoblastes passer à l'état d'hématies.

Cette conclusion me paraît donc au moins très probable : *que les corps roses des leucocytes, les hématoblastes et les hématies ne constituent que le même élément à des périodes plus ou moins avancées de son évolution.*

La manière de comprendre l'origine des hématoblastes, à laquelle mes observations et mes expériences m'ont conduit, se range tout naturellement parmi celles, les plus nombreuses, qui considèrent cet élément comme dérivant des leucocytes ou des éléments analogues existant dans d'autres organes, la rate et la moelle osseuse, etc. Elle n'en diffère que par ce point, qu'il ne s'agit pas pour moi d'une transformation des leucocytes en hématoblastes et en hématies, mais de la mise en liberté, après la désagrégation des leucocytes, de certains corps inclus dans ces éléments (probablement leurs noyaux), qui deviennent ainsi des hématoblastes.

Nos hématoblastes, nos hématies n'auraient donc pas de noyau, parce qu'ils ne seraient eux-mêmes que des noyaux.

Ce mode d'origine des hématoblastes admis, on comprendra : 1° qu'ils puissent se former partout où des leucocytes peuvent achever leur évolution ; 2° que leur formation sera d'autant plus active que les leucocytes seront eux-mêmes plus nombreux et aussi dans de meilleures conditions de prolifération.

Ainsi s'expliquent les points de prédilection de leur origine.

Ces points sont tous ceux dans lesquels les vaisseaux sont abondants et leur circulation ralentie. La moelle osseuse, la rate nous en offrent les meilleurs exemples.

Sur ces points, du reste, la formation des hématoblastes est d'autant plus active que le leucocyte lui-même y prend naissance.

Aussi ces divers points méritent-ils bien réellement le nom d'*Hématopoiétiques*, puisque c'est là véritablement que se forment les deux éléments du sang : le leucocyte et l'hématie.

Aussi y trouverons-nous toutes les phases de cette évolution. La forme la plus jeune du leucocyte libre, puis le médulocelle correspondant au leucocyte uninucléé (formes A, B, C et D); puis, enfin, les formes multinucléées, les myéloplaxes, correspondant aux formes E, F, G et H. Enfin, en même temps, à l'état libre, les noyaux de ces éléments qui, bientôt devenus des hématoblastes, vont perdre leur adhérence et être emportés dans le torrent sanguin.

Je dois le dire, en effet, pendant toute la fin de sa carrière, le leucocyte n'est plus mêlé au torrent sanguin qu'en petit nombre. Nous ne trouvons qu'exceptionnellement les formes E, F, G, H dans le sang au moment où nous le prenons. Ce n'est qu'après plusieurs heures en dehors de l'organisme que nous voyons ces formes se multiplier dans nos préparations, les formes C et D arrivant à la période E.

Le propre de ces formes, en effet, est d'être adhérentes; elles ne perdent cette adhérence qu'après la mort. Les leucocytes que nous observons dans le courant sanguin ne dépassent que de peu, comme dimension, celles de l'hématie. Ce sont les formes A et tout au plus les formes B et C. Mais dès qu'elles acquièrent des mouvements actifs, même les formes qui ont été entraînées dans le courant se fixent sur un point des vaisseaux, probablement dans ceux où le courant est le moins rapide, et c'est en se déplaçant le long de leur paroi interne qu'ils achèvent leur évolution. Je viens de le dire, même après leur mort, ils conservent encore leur adhérence pendant quelque temps, et il en est de même des noyaux que leur désagrégation a mis en liberté; ce n'est qu'après que ceux-ci perdent leur adhérence et sont ainsi pris par le torrent sanguin. L'adhérence des leucocytes, à la fin de leur carrière, c'est-à-dire au moment où ils vont donner naissance aux hématoblastes, peut expliquer, on le voit, la plus grande fréquence de ces éléments dans la rate et la moelle osseuse. Outre, en effet, que ce sont là des points dans lesquels le leucocyte peut se former et rester, il se peut aussi qu'un certain nombre de leucocytes, nés ailleurs, viennent s'y fixer pour achever leur évolution.

Ce mode d'origine donne donc, on le voit, l'explication des faits acquis jusqu'à présent; la formation plus active des éléments du sang sur certains points de l'organisme, la moelle osseuse, la rate et les ganglions, etc. Ainsi, de tous ces faits, j'arrive aux conclusions suivantes :

I

Relativement aux *leucocytes :*

1° Tous les leucocytes que l'on trouve dans le sang appartiennent au même élément. Leurs différences de dimension et de structure dépendent seulement de la période plus ou moins avancée de leur évolution.

2° Cette évolution est toujours la même : au point de vue de leur constitution, ils sont uninucléés, puis multinucléés; et homogènes d'abord ils deviennent ensuite granuleux. Au point de vue de leur activité, ils sont d'abord immobiles, puis ils ont des déformations sur place, ensuite des déplacements. Enfin, après n'avoir plus présenté que des déformations sur place et des mouvements intestins, ils se désagrègent en mettant en liberté leurs granulations et leurs noyaux.

II

Relativement aux *hématoblastes:*

Dans mes recherches, la partie qui précède me paraît devoir être considérée comme bien acquise.

Mais, pour la suite de cette évolution, celle qui a trait à l'origine des hématoblastes, je l'ai dit, je tiens, au contraire, à faire des réserves.

Cependant, il me semble que ces recherches permettent de considérer comme probable :

1° D'abord, que les corps que j'ai désignés jusqu'à présent sous le nom de corps roses ne sont autre chose que les noyaux des leucocytes ;

2° Que, quelle que soit la nature de ces corps, ce sont eux qui, après leur mise en liberté, deviennent les hématoblastes.

Relativement aux *hématies :*

Quant à la transformation des hématoblastes en hématies, mes recherches n'ont fait que confirmer la découverte d'Hayem; et je crois qu'elle était déjà assez bien établie pour qu'elle pût se passer de nouvelles démonstrations.

M. le Dr L. JOUBIN

Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Rennes.

SUR LA RÉPARTITION DES CÉPHALOPODES SUR LES COTES DE FRANCE

— Séance du 9 août 1893 —

Étant chargé de faire, pour la Faune de France, actuellement en cours de publication, la description des Céphalopodes de nos mers, je crois utile de relever dès maintenant la liste des espèces qui y ont été recueillies, et des principales localités qu'elles habitent.

Ce catalogue provisoire est le résumé de mes recherches personnelles et des nombreuses investigations faunistiques et bibliographiques que j'ai dû entreprendre pour établir notre Faune des Céphalopodes.

Dans l'état actuel de nos connaissances, ce catalogue me paraît complet ; si quelque lacune s'y rencontrait elle tiendrait probablement à la synonymie compliquée de ce groupe. Il m'est impossible, dans cette courte note, d'aborder cet ordre de discussion que l'on trouvera exposé en détail dans la Faune de France.

J'ai cru devoir citer quelques espèces qui n'ont pas été exactement trouvées sur les côtes de France ; cependant, comme les localités d'origine sont très voisines de nos frontières, on peut considérer comme très probable que ces animaux seront, un jour ou l'autre, trouvés sur notre littoral. Par exemple, une espèce de San-Remo a bien des chances d'être pêchée à Nice. On m'excusera donc d'avoir ainsi légèrement étendu les limites de notre territoire ; il ne s'agit d'ailleurs que de deux ou trois Céphalopodes.

OCTOPODA.

I. — Argonautidæ.

A. — *Argonauta* Linné.

(1) *A. Argo* Linné. — Commun dans la Méditerranée. On le trouve en été à la surface de la mer où on le prend fréquemment dans les filets à sardines. Le mâle ne me paraît pas avoir été jusqu'à présent signalé avec certitude sur les côtes de France. Golfe de Gascogne ? Banyuls, Port-Vendres, Marseille, Saint-Tropez, Nice, Villefranche.

B. — *Ocythoe* Rafinesque.

(2) *O. tuberculata* Rafinesque. — La femelle, de grande dimension, se trouve moins fréquemment que le mâle qui est plus connu sous le nom d'*Octopus carena* ou *Parasira catelunata* Steenstrup. — Nice, Marseille, Cette, Banyuls.

II. — Philonexidæ.

A. — *Tremoctopus* delle-Chiaje.

(3) *T. microstomus* Reynaud. Pêché au filet fin de surface, en février, à Antibes, par M. Chevreux.

(4) *T. violaceus* delle-Chiaje. — Grand Céphalopode que l'on prend à la surface en été. — Banyuls, Marseille, Nice, Villefranche.

III. — Octopodidæ.

A. — *Octopus* Lamarck.

(5) *O. vulgaris* Lamarck. — Extrêmement commun sur toutes nos côtes, mais paraît atteindre dans la Méditerranée des dimensions plus considérables que dans l'Océan.

(6) *O. Salutii* Vérany. — Espèce rare. — Marseille, Nice, Villefranche.

(7) *O. tuberculatus* de Blainville. — Nice. — Un échantillon de cette espèce provenant de Boulogne se trouve dans les collections du Muséum.

(8) *O. macropus* Risso. — Animal assez répandu sur nos côtes de la Méditerranée. — Banyuls, Marseille, Nice.

(9) *O. de Filippi* Vérany. — Marseille, Nice.

(10) *O. Alderi* Vérany. — Nice, Villefranche.

ESPÈCES DOUTEUSES.

(11) *O. pilosus* Risso. — Nice.

(12) *O. granosus* de Blainville. — Toulon.

B. — *Scœurgus* Troschel.

(13) *S. unicirrhus* Tiberi. — Nice, Villefranche.

(14) *S. tetracirrhus* Tiberi. — Nice, Villefranche.

C. — *Eledone* Leach.

(15) *E. moschata* Leach. — Assez commune sur toutes nos côtes de la Méditerranée.

(16) *E. cirrhosa* d'Orbigny. — Roscoff, Le Croisic, Arcachon.

(17) *E. Aldrovandi* Rafinesque. — Extrêmement commune sur toutes nos côtes de la Méditerranée. Cette espèce n'est peut-être qu'une variété de la précédente.

(18) *E. Genei* Vérany. — Nice. — Ce Céphalopode n'est peut-être que le jeune de l'espèce précédente.

(19) *E. Halliana* de Rochebrune. — Un échantillon de cet animal, pêché à Cherbourg, est déposé dans les collections du Muséum.

D. — *Hoylea.* Rochebrune.

(20) *H. sepioidea* de Rochebrune. — Animal pêché seulement à Cherbourg.

DECAPODA. — MYOPSIDA.

I. — SEPIOLINI.

A. — *Sepiola* Rondelet.

(21) *S. Rondeleti* Leach. — Assez commune sur toutes nos côtes. — Banyuls, Marseille, Nice, Arcachon, La Rochelle, Roscoff, Brest.

(22) *S. Atlantica* d'Orbigny. — On la rencontre à peu près dans les mêmes conditions et localités que la précédente. Arcachon, La Rochelle, Le Croisic, Brest, Saint-Malo, Pas-de-Calais, Banyuls, Nice.

(23) *S. Petersi* Steenstrup. — Nice.

(24) *S. Scandica* Steenstrup. — Roscoff, nord de la France (Lonnberg).

B. — *Rossia* Owen.

(25) *R. macrosoma* d'Orbigny. — Banyuls, Nice, Lorient, Manche.

II. — Sepiarii.

A. — *Sepia* Linné.

(26) *S. officinalis* Linné. — Commun sur toutes nos côtes.

(27) *S. Filliouxi* Lafont. — Espèce souvent confondue avec la précédente, commune sur nos côtes de l'Océan, de la Méditerranée et de la Manche.

(28) *S. Fischeri* Lafont. — Banyuls, Marseille, Nice, Arcachon, Le Havre.

(29) *S. Orbignyana* Férussac. — Nice, La Rochelle, Arcachon.

(30) *S. elegans* d'Orbigny. — Commune sur toutes nos côtes méditerranéennes. — Gironde, Guernesey.

(31) *S. Ruppellaria* d'Orbigny. — Côtes de la Méditerranée et de l'Océan. — Guernesey.

(32) *S. enoplon* de Rochebrune. — Côtes de la Méditerranée (côtes de France?)

(33) *S. Veranyi* Fischer. — Arcachon.

B. — *Spirula* Lamarck.

(34) *S. Peroni* Lamarck. — On trouve assez fréquemment des coquilles de ce petit Céphalopode charriées par les courants et rejetées sur les grèves de nos côtes océaniennes. — Arcachon, Roscoff, La Rochelle.

III. — Loliginei.

A. — *Loligo* Lamarck.

(35) *L. vulgaris* Lamarck. — Céphalopode commun sur toutes nos côtes.

(36) *L. pulchra* de Blainville. — Côtes de l'Océan. Assimilée par plusieurs auteurs avec l'espèce précédente.

(37) *L. affinis* Lafont. — Baie de Biscaye.

(38) *L. microcéphala* Lafont. — Baie de Biscaye.

(39) *L. macrophthalma* Lafont. — Baie de Biscaye.

(40) *L. Moulinsi* Lafont. — Baie de Biscaye.

(41) *L. Forbesi* Steenstrup. — Côtes océaniques de France, Manche.

(42) *L. media* Linné. — Très commun sur nos côtes de la Manche et de l'Océan pendant la belle saison. On la trouve en été, par quantités énormes, dans les pêcheries de Cancale.

(43) *L. Marmoræ* Vérany. — Ce Céphalopode est considéré par plusieurs auteurs comme se rattachant à l'espèce précédente, opinion qui me paraît assez douteuse. — Marseille, Nice.

OEGOPSIDA.

I. — Ommastrephini.

A. — *Thysanoteuthis* Troschel.

(44) *T. rhombus* Troschel. — Golfe de Nice.

B. — *Ommastrephes* d'Orbigny.

(45) *O. Bartrami* d'Orbigny. — Nice.

(46) *O. pteropus* Steenstrup. — Marseille.
(47) *O. Caroli* Furtado. — Cette, Provence.
(48) *O. crassus* Lafont. — Baie de Biscaye.

C. — *Todarodes* Steenstrup.

(49) *T. sagittatus* Lamarck. — Assez commun sur nos côtes de la Méditerranée, assez rare sur les côtes de l'Océan.

D. — *Illex*. Steenstrup.

(50) *I. Illecebrosus* Steenstrup. — Trois échantillons trouvés dans l'estomac d'un thon au large de Brest.
(51) *I. Coindeti* Steenstrup. — Méditerranée, Manche.
(52) *I. Eblanæ*. Bal. — Manche, Méditerranée, mer du Nord.

II. — Onychii.

A. — *Abralia* Gray.

(53) *A. Oweni* Vérany. — Nice.

B. — *Ancistroteuthis* Gray.

(54) *A. Lichtensteini* Gray. — Nice.

C. — *Teloeteuthis* Verrill.

(55) *T. Meneghinii* Vérany. — Nice.
(56) *T. Krohnii* Verrill. — Nice.
(57) *T. Caribbœa* Verrill. — Nice.

D. — *Gonatus* Gray.

(58) *G. Fabricii* Steenstrup. — Nice, Toulon.

E. — *Onychoteuthis* Lichtenstein.

(59) *O. Banskii* Férussac. — Océan Atlantique.

Taonoteuthi.

A. — *Chiroteuthis* d'Orbigny.

(60) *C. Veranyi* d'Orbigny. — Se prend en été à la surface, mais toujours très rarement, dans les filets à sardines. — Banyuls, Nice.

B. — *Histioteuthis* d'Orbigny.

(61) *H. Bonelliana* d'Orbigny. — Nice. Excessivement rare.
(62) *H. Ruppellii* Vérany. — Nice, San-Remo. Se prend en été à la ligne de fond (palangre).

M. NICOLAS

Bibliothécaire de l'Académie de Vaucluse, à Avignon.

OBSERVATIONS SUR L'ÉCLOSION DES HYMÉNOPTÈRES A L'OBSERVATOIRE DU MONT-VENTOUX EN 1892

— Séance du 9 août 1893 —

Comme pour les années précédentes, nous avons poursuivi nos expériences sur l'éclosion des nids d'Hyménoptères (genre Osmie) placés à l'observatoire du Mont-Ventoux en 1892 et nous donnons rapidement les résultats obtenus.

Nous ne reviendrons pas sur les conditions particulières de ces recherches, les moyens employés pour les réaliser, et les modifications qu'elles entraînent sur les genres soumis à ces épreuves ; toutefois, comme nous apportons certains changements dans la marche que nous suivons, il est important d'examiner, par comparaison, les différences qui se produisent à la suite de chacun d'eux.

En 1890. — Première Expérience.

Les nids furent conservés au sommet, même sur la plate-forme où sont placés les instruments de l'observatoire météorologique, où ils n'arrivèrent à l'éclosion que le 20 mai.

En 1891. — Deuxième Expérience.

Les nids sont distribués dans diverses stations, ainsi échelonnés à des distances variables et à des altitudes différentes ; suivant la hauteur où ils sont placés au-dessus du niveau de la mer, l'éclosion se trouve retardée d'autant.

Dans la plaine à zéro l'éclosion a lieu le 20 février.

à	600	mètres d'altitude l'éclosion se produit le	15 mars.
à	860	— —	1er avril.
à	1.250	— —	28 avril.
à	1.400	— —	12 mai.
à	1.700	— —	27 mai.
à	1.912	— —	15 juin.

En 1892. — Troisième Expérience.

Tous nos nids rendus au sommet du Mont-Ventoux, à l'observatoire même, dans les premiers jours de février restent trente-trois jours exposés aux intempéries; ils sont ensuite répartis aux stations suivantes :

Maison Forestière. .	860	mètres	d'altitude, éclosion le	25 mars.
Bergerie Meleti. . .	1.250	—	—	8 avril.
Près-des-Dames. . .	1.400	—	—	15 avril.
La Grave.	1.700	—	—	6 mai.
Observatoire	1.912	—	—	25 mai.

Le froid ayant été moins rigoureux qu'en 1891, les éclosions au sommet du Mont-Ventoux sont un peu devancées, du 15 juin au 25 mai, soit environ vingt jours.

Pour les autres stations, c'est à peu près la même avance:

21	jours à	1.700	mètres d'altitude,
27	—	1.400	—
20	—	1.250	—

et si, pour la station à 860 mètres d'altitude, nous ne trouvons que six à sept jours, il faut se rappeler que les nids sont restés des premiers jours de février au commencement de mars, soit trente-trois jours environ, à l'observatoire avant d'être répartis à leurs postes d'observation; il s'ensuit que leur éclosion, surtout à cet emplacement, aurait certainement coïncidé avec une même avance de vingt à trente jours.

Il y a de ce fait uniformité dans les dates d'apparition pour tous ces groupes de station et une confirmation de plus sur l'influence qu'exerce la température sur l'éclosion des Hyménoptères en général, ce que les autres recherches nous démontraient d'une façon évidente.

La température plus douce cette année a non seulement mis en avance la sortie des Osmies de leurs soyeux cocons, mais leur a permis en outre de trouver la végétation plus abondante sur des points aussi élevés.

A la Grave, 1.700 mètres d'altitude, où jamais nous n'avions observé le retour des Osmies après leur éclosion, nous comptons cette année trois nids complets; c'est peu, il est vrai, et cependant ces gracieuses bestioles perdues à cette hauteur, n'ayant plus pour butiner aucun des arbustes qu'elles visitent dans la plaine et obtenir le miel qui convient à leurs larves, se sont cependant adressées à d'autres fleurs pour les alimenter, puisque c'est seulement le 6 mai qu'elles sont apparues à la Grave, et nous savons qu'au pied du Mont-Ventoux les arbres fruitiers finissent de fleurir en mars.

Au Près-des-Dames, 1.400 mètres d'altitude, huit nids ont été construits. Précédemment nous n'avions obtenu qu'un maigre résultat.

A la Bergerie Meleti, 1.250 mètres d'altitude, nous possédons onze nids.

C'est à la Maison Forestière que nous avons réalisé le plus grand nombre, quinze nids; nous avions un résultat tout aussi satisfaisant en 1891, malgré les 860 mètres d'altitude.

En dehors, donc, de ces profondes modifications apportées soit dans leur apparition, soit dans les changements que subit la végétation, ce qui entraîne pour les Osmies une dérogation complète dans leurs habitudes, on ne peut que reconnaître chez elles une merveilleuse adaptation du milieu dans lequel elles sont placées inopinément.

Pour nos Osmies, cela pourrait avoir une portée moindre et leur nourriture à elles serait certainement sans influence sur leur organisme en changeant du tout au tout. Qu'une Osmie butine pour son propre compte sur telle ou telle fleur, peu importe peut-être; qu'elle prenne les sucs variés d'une floraison nouvelle pour ses goûts instinctifs, cela ne doit en rien, pensons-nous, influer sur son existence; mais où la distinction s'impose, où ces changements subits présentent une grande et très grave objection, c'est lorsque la larve est en jeu.

Être plus délicat, dont l'alimentation est un si rude problème, qu'elle ne peut en rien varier dans sa composition, ce nourrisson chétif ne pourrait se contenter d'un mets différent; il faut que les bouchées sucrées soient préparées d'après la même formule, et toute variation est funeste à son développement; c'est donc à la mère qu'incombe ce souci de chaque saison, c'est elle qui peut, par de patientes et nombreuses combinaisons, mélanger ces sucs de fleurs bien différents, qui doit remplacer celui que les générations des temps écoulés leur léguaient de par l'instinct.

Les provisions que l'Anthophore entasse dans la cellule pour sa larve ne sauraient convenir à celle d'une Osmie, pas plus que le miel pulvérulent de l'Osmie n'arriverait à nourrir une larve d'Anthidium ou de Mégachile. Les Halictes et les Andrènes n'auraient pas le pouvoir, avec leurs boules mielleuses, d'élever une autre larve que la leur, sauf les parasites, et encore certains parasites s'attaquent à la larve seulement lorsque celle-ci est bien développée, et si quelquefois l'œuf du parasite est pondu sur l'œuf même pour qui la ration était préparée, de façon que cet intrus une fois éclos ne trouve à dévorer que l'œuf sur lequel il a été déposé adroitement pour s'attabler ensuite plus fort et plus robuste aux provisions convoitées, nous n'avons ici qu'une de ces puissantes manifestations qu'emprunte la vie pour nous révéler ses ressources infinies.

On sait que des tentatives ont été faites pour substituer des provisions à d'autres destinées à nourrir des larves, mais qu'elles échouent misérablement sans espoir d'un succès.

Tel voyons-nous le papillon s'adresser à toutes les fleurs pour y puiser

ce nectar délicieux, tels aussi les Hyménoptères pourraient agir avec la même indépendance pour eux-mêmes; mais tandis que les premiers n'ont rien à craindre et ne butinent que pour leur propre compte, les seconds ne sauraient affecter la même indifférence pour le choix qu'ils ont à faire lorsqu'il s'agit de leurs larves où les manipulations du miel exigent tant de soins.

Malgré toutes ces précautions, nos Osmies du Mont-Ventoux, comme à Oran, ont su tourner les difficultés et préparer à leur progéniture une substance nutritive, un miel en tout semblable à celui qu'elles obtiennent sur les fleurs de nos arbres fruitiers (1) épanouis au début du printemps.

M. NICOLAS

Bibliothécaire de l'Académie de Vaucluse, à Avignon.

LE « SPHEX SPLENDIDULUS » DA COSTA

— Séance du 9 août 1893 —

Historique. — De tous les nids curieusement construits et somptueusement édifiés par nos hyménoptères, il en est très peu qui puissent être comparés et rivaliser avec ceux du *Sphex splendidulus* dont la confection originale cause notre surprise.

On pourrait en rapprocher les loges d'*Anthidium* où la ouate et le duvet finement ourdis sont précieusement utilisés par une espèce de ce genre; mais, par contre, combien ceux des *Odynères* et des *Osmies* contrastent singulièrement, tant ils sont opposés par leur rusticité dont rien n'approche, à ceux que nous mentionnons.

Cependant le choix du local est le même, ce sont toujours les roseaux des haies qui le fournissent et font les frais de l'installation ; seul l'aménagement diffère : autant les premiers sont soucieux d'établir convenablement, semble-t-il, leurs niches, autant les seconds paraissent indifférents aux soins à donner pour installer leur progéniture.

(1) Abricotiers, Cerisiers, Pruniers, Pommiers, Poiriers, Pêchers, Amandiers surtout; les seuls fleuris en février.

Plus simplement sont encore les *Ammophiles, Halictes, Andrènes* qui enfouissent leur ponte dans le sol, en creusant une galerie souterraine, au fond de laquelle l'œuf est confié.

Le premier nid de *Sphex splendidulus* que j'eus à examiner date du 14 juillet 1883.

J'avais aperçu cet élégant hyménoptère s'emparer, en volant, d'une de ces fines aigrettes duveteuses, légères (1), que la brise du soir emportait ; puis pénétrer, avec ce fluet bagage, dans un roseau.

Quelques jours après, le 5 août, j'emportais dans mon laboratoire entomologique ce roseau, de 96 centimètres de longueur.

En l'ouvrant, j'y trouvai les nœuds perforés et dans les intervalles des criquets verdâtres, aux grêles antennes, aux longues pattes, accumulés, que des larves, à divers états d'avancement, placées sous les tas, dévoraient à loisir; un cocon était déjà formé tout en bas.

Les vides existants étaient comblés, bourrés, par un entassement de ces mêmes aigrettes, obturant, à l'intérieur, chacun d'eux.

Puis à l'ouverture, même à l'entrée du roseau, un dernier matelas, véritable tampon comprimé, formait un obstacle infranchissable, défiant, pour y pénétrer, toute surprise de la part des parasites, tant le contenu se trouvait dissimulé par ce feutrage.

L'évolution rapide de ces larves me procurait les cocons de cette espèce en tout pareils à celui qui occupait la partie inférieure du roseau.

Depuis lors, mes recherches m'ont conduit à retrouver plusieurs roseaux habités contenant les même cocons, disposés inégalement, placés droits ou inclinés, très variables de positions, mais toujours perdus au milieu de ce soyeux duvet qui les entoure et où la larve se tisse cette enveloppe protectrice.

Ce sont ces nombreuses occasions qui m'ont permis de compléter l'étude que je me proposais de faire sur le *Sphex splendidulus*.

Proies approvisionnées. — Quant aux criquets approvisionnés, immobiles, insensibilisés dans ces cellules, j'avais pensé que ces déprédations s'exerçaient au détriment de certains orthoptères assez répandus dans nos régions, *Conocephalus mandibularius* ; l'examen plus attentif des quelques débris restant encore, qui furent soumis à des spécialistes, nous fixèrent sur le choix assez varié des acridiens exploités pour l'alimentation des larves.

On y a reconnu deux nymphes ♀ de *Tylopsis liliifolia* Fabricius; une nymphe ♀ de *Phaneroptera quadripunctata* Brunner, des élytres d'*OEcantus*

(1) Ce sont ces aigrettes déliées, fines et délicates, que les fleurs des Composées laissent échapper abondamment au moindre souffle, à l'époque de la maturité de leurs graines, que l'on voit flotter au gré du vent, se disséminant ainsi dans les champs, par cette dispersion toute naturelle.

pelluscens ♂ scop, et une larve de locustide en trop mauvais état pour être déterminée (1).

M. Marchal avait trouvé comme approvisionnement l'*OEcanthus pelluscens* dans un nid d'un sphex se rapprochant beaucoup du nôtre, s'il n'est pas le même.

Suivant la région, le sphex chasseur peut probablement s'adresser à d'autres gibiers de la même famille.

La larve, premier état. — Si les renseignements manquent encore, pour fixer exactement la place qu'occupe l'œuf pondu sur de pareilles victuailles (mais là n'est pas l'intérêt), et si de même nous ne savons rien sur son éclosion, ses premières manifestations à la vie, et le début du développement de cet état larvaire, en consultant mes notes je trouve la description suivante :

Larve blanchâtre, jaunâtre, allongée, amincie, ayant ces grumeaux crayeux, opaques, arrondis, disséminés dans l'organisme comme autant de pelotes graisseuses en suspension à l'intérieur : particularités que possèdent d'autres larves.

Très active, non moins agile, quoique gênée dans l'étroite cellule qu'elle habite, cette larve a les premiers anneaux susceptibles de s'allonger démesurément, et lui faciliter le but à atteindre, pour épuiser jusqu'à la dernière proie ses provisions de bouche, sa loge étant encombrée de nombreux résidus qu'elle laisse en les dévorant.

Ce qui m'avait frappé, surtout, c'était cette disposition particulière d'étendre au loin ses mouvements, cette facilité de se distendre pour lui permettre d'approcher et d'attaquer sans grands déplacements les parties charnues les plus éloignées qui la nourrissent, et cela d'autant plus que parmi cet enchevêtrement de longues pattes armées, de jambes grêles et rigides dont elle ne sait que faire, ne pouvant lui convenir, il ne lui est pas facile de se mouvoir commodément dans le dédale de membres arrachés, embrouillés, placés dans tous les sens. Or, cette heureuse conformation due à cette dilatation considérable est la plus favorable pour une larve placée dans des conditions aussi difficiles, obligée de se frayer un passage parmi tant d'obstacles.

La larve du *Parasphex albisecta* (2) présente la même organisation ; ses anneaux s'emboîtent ou se déboîtent à volonté.

Elle a les neuf anneaux qui constituent le corps peu flexibles ; les deux qui suivent, brusquement rétrécis, réduits subitement par un moindre

(1) M. Finot a bien voulu nous déterminer, par l'intermédiaire du capitaine Ferton, dans des conditions aussi défavorables, tous les membres épars que nous avions recueillis dans ces roseaux ; c'est à son obligeance que nous devons cette classification.

(2) Observations et étude sur cette larve, du 25 juillet 1885.

diamètre, sont au contraire des plus élastiques; capables d'une grande extension, ils peuvent se porter de droite ou de gauche, en quête d'une nourriture succulente qui, épuisée, fait défaut maintenant : de là, l'exploration aux environs. Viennent en dernier lieu, après ceux-ci, deux autres, dont le premier porte la tête, d'un jaune clair, comme gélatineux, transparents, possédant la même propriété rétractile et contractile. En tout treize segments pour l'ensemble.

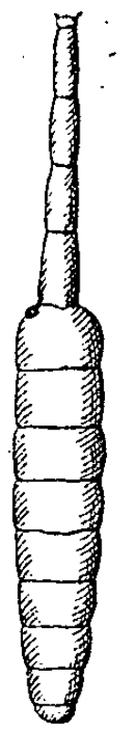


FIG. 1.

Telle est aussi la larve primaire (1) du *Sphex splendidulus (fig. 1)* dont l'étroite analogie, la curieuse ressemblance accuse le même régime alimentaire, puisé et prélevé sur des espèces d'une même famille.

Le cocon. — Après cette phase des plus mouvementées, la larve se tisse un cocon résistant, parcheminé, cassant, pour opérer sa transformation, première métamorphose.

Dissimulé, c'est d'abord une délicate et frêle enveloppe des plus transparentes, assez large, ample, faiblement plissée, d'un blanc cendreux, jaunâtre, qui l'entoure. Très soyeuse avec des reflets miroitants, elle est souple, flexible, mais paraissant gommée; elle est de plus onctueuse au toucher. En haut elle se termine par une soie plus rougeâtre, effilochée, cachant une ouverture. En réalité, c'est un sac (2) flasque et long de 26 millimètres environ, véritable pelure d'oignon renfermant le cocon, lequel est encore recouvert d'une deuxième membrane d'un fin tissu léger, des plus soyeux, le couvrant étroitement; soulevée, c'est une mince pellicule protectrice qui s'enlève facilement.

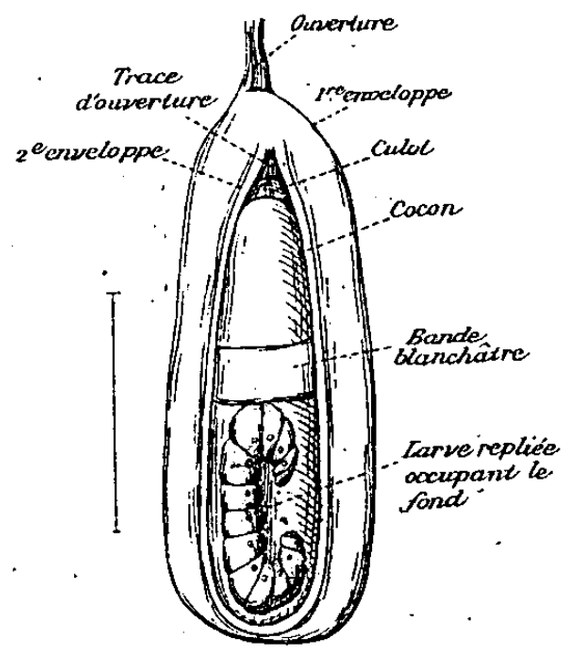


FIG. 2.

Le cocon *(fig. 2)* apparaît alors sous cette double étoffe, n'ayant aucun rapport, dans sa structure, avec les tissus qui l'abritaient. La larve a dégorgé comme une substance glaireuse, bitumineuse, imperméable, qui, durcie en séchant, devient cornée, mais ne ressemblant nullement aux éléments dont elle disposait avant cette sécrétion spéciale pour le former.

(1) Je ne donne le dessin de cette larve que sur un croquis rapide (schéma) que je pris à ce moment. On a ainsi une idée de la forme qu'elle affecte dans son ensemble.

(2) Cette baudruche en forme de ballon cylindrique est fixée par quelques fils soyeux à la paroi intérieure du roseau, où adhèrent aussi les moelleuses aigrettes qui l'entourent et la couvrent complètement, car c'est au milieu de cet entassement que gît le cocon.

Ce cocon est en tout assez semblable à un noyau de datte et de même couleur, mince, d'un brun noirâtre, rougeâtre par transparence, de forme cylindro-conique, allongée, affectant un peu la massue, la partie renflée en bas a de 19 à 22 millimètres de longueur ; il est coupé près du milieu par une bande circulaire blanchâtre, de 3 à 4 millimètres de largeur, bien visible, qui tranche singulièrement et se détache nettement sur le ton sombre et mat de la surface extérieure du premier feuillet.

Très cassant, il se brise et s'émiette au moindre effort.

La face intérieure, un peu rugueuse et boursouflée par plaques isolées, mieux soignée, luisante, vernie, brillante, forme le deuxième feuillet exactement collé sur le premier, dont il est inséparable. Un culot de résidu existe en haut, épaissi, comblant cette section déprimée pour l'arrondir en calotte. C'est au-dessus, au premier feuillet, qu'une ouverture semble exister, correspondant à celle de la large enveloppe.

Deuxième forme larvaire. — Après avoir construit ce cocon, une secrète transformation larvaire s'opère, mystérieuse, inconnue, aussi complète qu'inattendue (1). Il était certainement difficile de prévoir un pareil changement à si courte distance *(fig. 3)*.

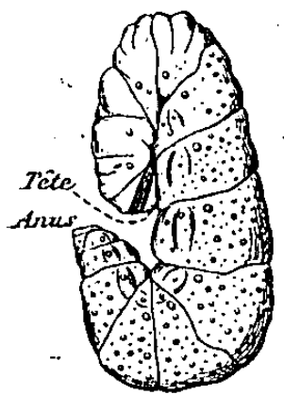


FIG. 3.

Larve absolument glabre, excessivement flasque, molle, s'aplatissant sans résistance au toucher, mate, d'un beau jaune doré, bruni légèrement d'une teinte uniforme. Recourbée en boucle, comme doublée sur elle-même, ses deux extrémités viennent s'appliquer sur la partie ventrale, et se trouve un peu renflée dans cette région.

Ainsi ramenée, réduite, elle a de 9 à 11 millimètres de longueur, sans compter les deux bouts repliés en dessous, qui ne peuvent se développer facilement pour obtenir sa longueur totale.

Sa largeur est de près de 6 millimètres en bas, 4 ou 5 millimètres en haut et 6 à 7 millimètres dans sa plus grande épaisseur. Elle paraît un peu en massue de ce fait.

Elle se compose de treize anneaux, non compris le bouton anal et les pièces de la tête qui sont tout à fait ramenées, pénétrant même dans le premier segment.

La peau a sa surface entièrement plissée, elle paraît distendue, dégonflée, comme renfermant une bouillie; ces plissures ou rides sont fines, serrées, inégales, et l'on observe sur toutes les parties du corps une granu-

(1) Dans l'ouvrage remarquable de feu M. André, cet auteur donne quelques figures de nymphes, mais rien sur leurs larves. M. Fabre, dans ses belles études des *Souvenirs entomologiques*, qui ont dû lui fournir de nombreuses occasions de les observer, reste aussi muet à leur sujet.

lation peu visible, réduite, très finement accusée ; ces grains, comme des points brillants, donnent un certain reflet à la larve.

En dessous de l'épiderme se distinguent ces grumeaux blanchâtres, très apparents, sphéroïdaux, d'un dixième de millimètre à peine de diamètre, disséminés sans ordre apparent, noyés dans la masse centrale, mais n'occupant que les neuf derniers anneaux ; les quatre premiers, vers la tête, en sont complètement dépourvus, et leur absence les rend un peu diaphanes.

Ces globules blancs, opaques, tranchent par leur teinte sur la couleur jaune de l'ensemble et prennent l'aspect de pustules ou boutons saillants.

Sur le dos, une ligne axiale en creux, plus foncée, coupe symétriquement la larve. C'est là où s'accuse un léger mouvement de respiration paraissant simultanément élargir et rétrécir la place qu'elle occupe. C'est le seul signe de vie sur un corps aussi inerte et flasque. C'est aussi la limite des pelotes blanches s'arrêtant à cette démarcation.

Dix stigmates (1) peu apparents, difficiles à distinguer, se trouvent placés sur les côtés, se suivant régulièrement, bien arrondis, faiblement bordés d'un liséré.

Troisième état larvaire. — A cette deuxième larve succède un troisième état larvaire qui s'accuse vers le 15 mai. Jusqu'à ce moment, depuis le 15 août de l'année précédente, rien ne s'était manifesté chez elle ; en tout neuf mois d'immobilité. L'insecte parfait paraît fin juin, se voit en juillet, et le 15 août les nids sont construits. A peine quelques journées de vie aérienne, comparées aux longs mois d'inertie et de repos.

Du 15 août au 15 mai, mort apparente.

Le 15 mai, elle reprend la suite de ses transformations.

A cette date je la retrouve détendue, presque allongée, un peu ténue, infléchie, recourbée, ayant dans cette attitude l'aspect d'une sangsue ramassée sur elle-même, prête à se mettre en marche *(fig. 4)*.

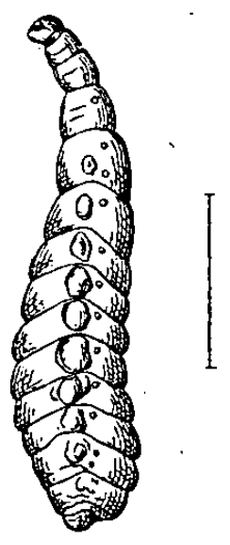


FIG. 4.

Ce simple développement suffit pour la transfigurer ; aucun rapprochement n'est plus possible tant elle diffère du précédent stade.

Les segments inférieurs se sont abaissés, et ceux vers la tête se sont relevés par ce déploiement, si simple en apparence.

Vue de face *(fig. 5)*, elle présente les anneaux bien arrondis ; la tête un peu recourbée, penchée en avant, se montre distincte de cachée qu'elle était. Le dernier anneau ou bouton

(1) Les larves de coléoptères, pour certaines, en comptent neuf, mais le neuvième séparé par les anneaux de métathorax et de mésothorax.

anal s'est creusé en cuvette irrégulière, comme une dépression mal définie ; les deux suivants se recouvrent un peu et chacun d'eux se termine sur les côtés par un bouton, un renflement bien arrondi, saillant, tandis que les autres accusent des nœuds qui s'atténuent et s'effacent en montant.

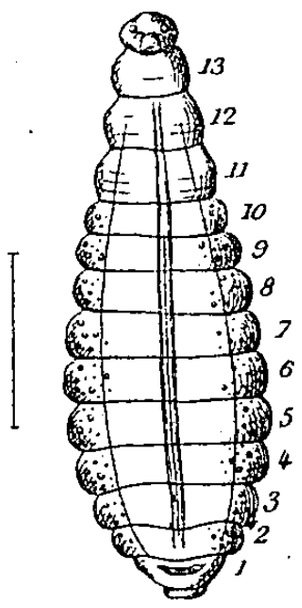


FIG. 5.

Sa couleur est toujours d'un jaune doré, citron, une ligne médiane existe sous le ventre, plus sombre, un peu rougeâtre, accentuée, coïncidant avec celle que nous avons observée sur le dos.

Les grumeaux blanchâtres persistent sur les mêmes segments, sauf les mamelons que chacun d'eux porte sur les côtés, qui sont d'un jaune clair, ainsi que l'anus, plus translucide.

Les rides de la surface se sont maintenues.

Nous l'avons vue dans le cocon *(fig. 2)* rabougrie, ramassée, affaissée, tout au fond, laissant au-dessus d'elle un vide relativement considérable, tandis qu'elle occupe entièrement la place qui lui était réservée. En prévoyance, la première larve construit un cocon qui permettra à la troisième larve de se tenir debout, droite dans ce logement fait à sa taille.

Quelques mouvements lents, une légère torsion sont les seuls indices qui se manifestent, accusant la vie chez elle ; puis c'est un frémissement qui l'agite au moindre attouchement. L'énergie de celle-ci a remplacé l'immobilité de l'autre.

A partir du 15 mai, je suis jour par jour les progrès rapides et les changements qui s'opèrent, que je puis résumer ainsi.

Gonflement graduel du corps, variation insensible mais continue dans la forme d'ensemble, région dorsale tendant à s'arrondir de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle soit transversalement bombée.

La marche est rapide dans cette évolution.

Nymphe mixte. — Environ douze à quatorze jours après, vers le 27 mai, une nymphe mixte apparaît sans qu'il m'ait été possible de saisir ce moment décisif et curieux, rapidement exécuté.

Malgré mon désir d'assister au changement à vue qui donne la nymphe, je n'ai jamais pu le prendre sur le fait ; il doit être rapide, spontané, de courte durée.

Une larve d'*anthrax*, sortant d'une cellule d'*anthophore*, m'a permis d'en juger par approximation. L'insecte parfait déchirant son enveloppe nymphale fendue sur le dos, fut presque instantanément délivré de cette dépouille, engagée encore en grande partie dans le tampon que la nymphe venait de percer pour se libérer.

De même une nymphe de cette famille (anthrax), se dessinant sous la peau de la larve, qu'elle devait bientôt abandonner, fit, quelques jours après, l'apparition que je soupçonnais. Sous ce quatrième déguisement, la nymphe mixte du *Sphex splendidulus* rappelle beaucoup celle qui doit en sortir dans sa partie supérieure seulement.

La tunique larvaire, fendue par le haut, a été refoulée et rejetée en arrière; on l'aperçoit au fond du cocon toute chiffonnée, ramassée, méconnaissable; la déchirure une fois prononcée, la peau sèche rapidement: c'est donc en perdant cette humidité qui la rendait collante et flexible, qu'elle se racornit comme un parchemin sur la braise; puis, par contraction, la nymphe la détache et la repousse brusquement en bas comme un paquet informe, une guenille.

Partie supérieure. — Mi-partie nymphe, mi-partie larve, cette forme, espèce de centaure, se montre alors pâle, molle, décolorée, ayant toute la partie supérieure développée: tête, thorax, pattes largement esquissées, tandis que la partie inférieure, l'abdomen, est encore dans les langes de la larve modifiée à moitié, mais qui est loin de lui ressembler.

Partie inférieure. — Les anneaux (1) qui composent cette partie inférieure, futur abdomen, ont les bourrelets précédemment reconnus; le cinquième, le plus élevé, s'est un peu arrondi; les autres : quatrième, troisième, deuxième et premier, en descendant vers l'anus, sont coniques, saillants sur les côtés, de forme épineuse, simulant des appendices mous, en réalité charnus *(fig. 6)*.

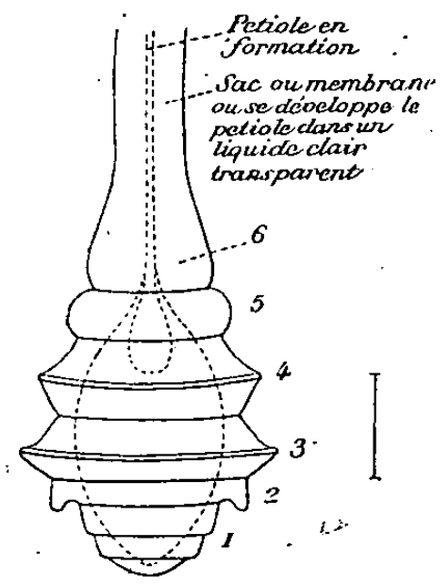


FIG. 6.

La couleur d'ensemble est maintenant d'un jaune de cire, lustré, presque diaphane.

Les grumeaux fondus, disparus en partie, sont moins nombreux, plus visibles et distincts, surtout sur les côtés des anneaux ou segments.

Quelques mouvements lents, contractiles, s'accusent insensiblement quelquefois.

Le sixième segment, qui doit donner naissance au pétiole reliant si élégamment et délicatement l'abdomen au thorax, est large, translucide, transparent, plein d'un liquide incolore, et c'est là, au milieu, qu'un fin linéament se manifestera bientôt, comme un fil délié nageant dans cet élément, et formera l'appendice fluet qui constitue cette remarquable attache de l'insecte parfait.

(1) Une nymphe de Phylanthus donnée dans le bel ouvrage d'André, planche XIV de son *Spécies des Hyménoptères d'Europe et d'Algérie*, présente les appendices que nous signalons ici pour le *Sphex splendidulus*.

On voit qu'il est loin de présenter cette étroite liaison.

A quelques jours de là, fin mai, de nouveaux changements se sont produits ; la marche est rapide, nous touchons à la fin.

Le cinquième bourrelet s'est plus arrondi, pour disparaître ensuite, s'éliminer, laissant à sa place un bouton en forme de sein ; le quatrième est de tous le plus volumineux, il est très saillant, bien visible par conséquent ; le troisième s'est aminci, effacé presque ; le deuxième s'est réduit, mais penche davantage ; le premier est un simple bouton comme le cinquième.

Enfin, le pétiole, le sixième vaguement dessiné, s'accuse plus franchement, s'amincit en pédicule ; les grumeaux blanchâtres viennent s'y grouper : éléments constitutifs peut-être ; mais de même ces corpuscules blancs se réunissent sur les bords des autres, où ils semblent se ramasser ; leur accumulation se prononce.

La couleur générale reste la même.

La partie supérieure, déjà esquissée, montre, avons-nous dit, les pattes, les antennes, comme des sacs très allongés, tendus par le liquide transparent qu'ils contiennent ; rien encore des articulations. Les tarses seuls *(fig. 7)* sont bifides, diaphanes à leurs extrémités ; de petites protubérances très limpides, bien accusées, se montrent le long des pattes et ne sont autres que les épines qui doivent les armer plus tard.

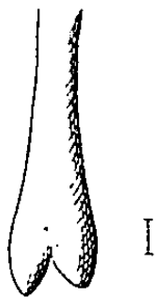


FIG. 7.

En présence de toutes ces métamorphoses, lentes ou accélérées, on reste surpris, autant qu'émerveillé, du travail intérieur qui s'opère insensiblement, rapidement et sûrement néanmoins, sous nos yeux. Sous ces diverses enveloppes s'accomplissent une à une toutes ces transformations successives ; sous ces voiles s'élaborent ces changements multiples dans un calme apparent, qui substituent une forme à une autre. Cependant tout se déplace, se confond, se sépare, et, s'il était permis de suivre les mouvements de tous ces atomes constitutifs entraînés vers le but final, cycle indéfini de la vie, nous serions certainement étonnés de la simplicité des dispositions nombreuses qu'ils prennent vis-à-vis les uns des autres, pour donner enfin le gracieux *Sphex splendidulus*.

Devant cet ordre admirable de la matière, guidée aveuglément sous l'impulsion de cette force unique qui guide les mondes, nous restons confondus, tout en nous félicitant de pouvoir en contempler la splendeur, car tout pousse, entraîne, concourt à ce dénouement merveilleux.

En outre, ces conditions d'études nous permettent de voir se former graduellement toutes les parties principales du corps de l'insecte, puis les secondaires, et cela au moment voulu, marqué par avance, en les suivant depuis l'œuf d'où sort la larve agile qui dévore, jusqu'à cette autre larve,

immobile alors, pour arriver à la nymphe et enfin à l'insecte parfait. Mais que de choses, pour nous, restent cachées !

La nymphe accomplit donc son évolution sous *l'enveloppe larvaire,* sans que rien, extérieurement, accuse de ce fait les troubles profonds qui se produisent; or, la nymphe étant une large ébauche de l'être définitif, nous suivons chez elle les moindres détails d'avancement, les plus minimes progrès pour y arriver. Le sphex se coule, se moule de jour en jour; l'acheminement visible ne permet aucun doute, puisque toutes ces phases diverses, ces complications partant d'une forme initiale, arrivent à la perfection.

L'insecte parfait. — Dès les premiers jours de juin, la nymphe du *Sphex splendidulus* devient plus mate, d'un jaune plus blanchâtre; la tête conserve cependant sa teinte jaune clair rosé.

L'abdomen, lui, reste toujours larvaire; il est muni des aspérités formant épines, il a ses moignons charnus sur les côtés; toutefois il est moins transparent, les corpuscules ou grumeaux arrondis se soudent en se rapprochant, ils donnent de ce fait un aspect crayeux, opaque, semblable à de l'albâtre.

Le pétiole s'accuse mieux.

Les yeux, maintenant, prennent une légère teinte rougeâtre, passent au brun rapidement, pour avoir, deux ou trois jours après, le noir brillant qu'on leur connaît. Le reste du corps n'a subi aucune coloration appréciable.

Au 10 juin, le pétiole, comme un trait plus opaque, se distingue, immergé dans le liquide translucide où il est plongé.

Quelques oscillations lentes, ondulées de l'abdomen.

Le 15 juin, c'est au thorax, à la tête, à prendre la teinte enfumée, sur le dos surtout; ils noircissent de proche en proche.

L'abdomen reste le même, les grumeaux blancs cubiques existent.

L'ensemble du corps a quelques frissons, des secousses l'agitent faiblement, des mouvement de torsion s'accusent.

Cinq jours après (20 juin), les ongles des tarses se dessinent par deux traits bruns, brûlés, parallèles. Le pétiole existe; il s'assombrit légèrement; les trois derniers anneaux de l'abdomen, débarrassés, possèdent leurs plaquettes emboîtées, se colorent en noir, en dessus d'abord, puis en dessous, comme enfumés.

Les antennes, l'extrémité des palpes, les jambes et tarses restent blancs, diaphanes.

Après cette date du 20 juin, la coloration des parties noires est complète.

Les plaquettes des anneaux de l'abdomen, qui étaient restées blanchâtres, tournent au jaune brique et de là au rouge brillant, définitif; mais sur les côtés il reste encore une ligne blanche en zig zag, qui n'est

autre que l'intersection des plaques dorsales et ventrales, bâillantes et séparées entre elles, qui laissent voir cet intervalle. Elles se soudent et se recouvrent après.

Un ou deux jours suffisent pour se convaincre que le travail intérieur continue son œuvre d'achèvement ; si nous jugeons extérieurement ce qui se passe, il est certain que l'organisme intérieur doit suivre de même et marcher de plus en plus vers le but.

Enfin, les derniers jours du mois de juin voient la fin de ces laborieuses métamorphoses.

La membrane qui entourait le pétiole *(fig. 8)* et recouvrait l'abdomen se déchire, tombe, refoulée en arrière comme une défroque désormais inutile.

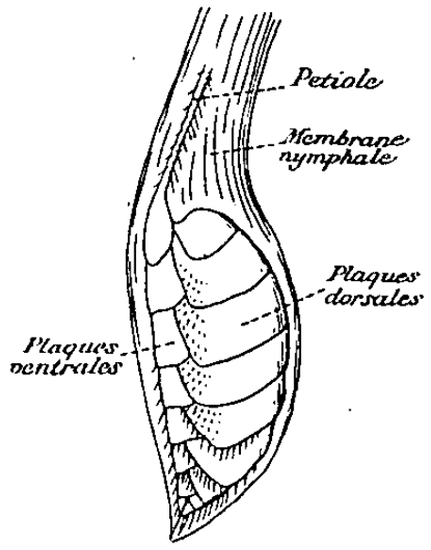


FIG. 8.

Les ailes sont étendues, dépliées, noires, c'est le dernier acte de la transfiguration.

Notre *Sphex splendidulus* a la vigueur et l'agilité de son espèce ; avec sa larve, il présente tout un entraînement de transformations qui étaient inconnues et sont pour nous toute une révélation. Ses périodes peuvent se décomposer ainsi :

1° Vie aérienne, active, accouplement ; ponte, construction et approvisionnement du nid du 28 juin au 5 août.

2° OEuf. L'éclosion se fait rapidement à cette saison chaude de l'année, quelques jours probablement suffisent après la ponte.

3° Premier état larvaire. Quelques jours suffisent aussi pour dévorer les provisions.

4° Construction du cocon, ne demande encore que quelques jours.

5° Deuxième état larvaire, du 15 août au 15 mai suivant ; c'est la plus longue période exigeant les trois quarts de son existence (neuf mois entiers).

6° Troisième état larvaire. Il constitue un changement remarquable, que la larve opère par son seul déploiement, du 15 mai au 25.

7° Nymphe mixte (1). J'ai dû l'appeler *mixte*, en ce sens qu'elle tient à la fois de la larve et de la nymphe, ayant la partie inférieure de l'une et la partie supérieure de l'autre ; en moyenne, exactement, dure du 25 mai au 20 juin.

8° Nymphe. Quelques jours, du 20 juin au 28 juin.

9° Insecte parfait. Du 28 juin au 5 août.

En donnant comme terme de la nymphe la date du 20 juin, c'est qu'à cette époque les écailles ou plaques de l'abdomen subissent un commencement de coloration en noir, que suit de près la teinte rouge, la dernière à

(1) Voir la figure 3 de la planche XIV de l'ouvrage d'André : *Les Philanthus*.

obtenir. Mais toutes ces dates peuvent varier de quelques jours, suivant que les observations se portent sur le premier ou le dernier œuf déposé.

Nous avons trouvé des roseaux qui avaient jusqu'à six cocons; évidemment ce nombre a dû exiger un espace de temps pour leur ponte et leur approvisionnement.

M. CHARBONNEL-SALLE — Professeur de zoologie
M. A. DUTARTRE — Préparateur de zoologie
à la Faculté des Sciences de Besançon.

EXPÉRIENCES SUR LA CAPACITÉ D'ABSORPTION DU SANG POUR L'OXYGÈNE A DIVERSES TEMPÉRATURES

— *Séance du 9 août 1893* —

Parmi les questions qui se rattachent à l'histoire physiologique du sang, il en est une que passent ordinairement sous silence les auteurs de Traités et de Manuels de physiologie : c'est la question de savoir suivant quelle loi varie la capacité d'absorption des globules rouges et des solutions d'hémoglobine à diverses températures.

Cl. Bernard, dans un de ses premiers ouvrages (*Leçons sur les substances toxiques et médicamenteuses*, 1857), enseigne que *plus le sang est froid, moins il absorbe d'oxygène.*

Dans ses *Leçons sur la respiration,* P. Bert rappelle cette propriété du liquide nourricier et la considère comme pouvant être une des causes du réveil des animaux en léthargie hibernale, l'oxygène excitateur des fonctions musculaires et nerveuses devenant plus abondant dans le milieu intérieur sous l'influence de la chaleur ambiante et en même temps (*loc. cit.*, p. 121), il fait ressortir une harmonie remarquable entre l'activité respiratoire des tissus augmentée *directement* par la température et l'apport d'oxygène rendu nécessaire par la respiration plus active.

Mais un intérêt d'un autre ordre est lié à la vérification de cette propriété du globule rouge : pendant longtemps, elle fut l'argument principal permettant de soutenir que l'oxygène est en combinaison et non en dissolution dans le sang.

Les physiciens nous apprennent, en effet (voir les tables de Bunsen), que le coefficient de dissolution des gaz dans les liquides diminue à mesure que la température s'élève, non pas en proportion rigoureusement inverse, mais suivant une loi spéciale pour chaque gaz.

L'existence de véritables combinaisons, peu stables, mais bien définies, de l'oxygène avec l'hémoglobine est admise aujourd'hui par tous les physiologistes ; mais le fait expérimental indiqué par Cl. Bernard, base première de cette doctrine, sembla perdre sa valeur à la suite des recherches, publiées en 1873, par MM. Mathieu et Urbain (*Ann. de Chimie et de Physique,* 4e série, vol. XXX), recherches relatives aux conditions qui font varier les proportions des divers gaz contenus dans le sang. Nous trouvons, en effet, dans le Mémoire de ces auteurs, l'énoncé suivant : « La quantité d'oxygène fixée par le liquide sanguin diminue lorsque *la température de l'air s'élève,* augmente lorsque celle-ci s'abaisse, » et cette loi serait vraie aussi bien pour l'animal vivant que pour le sang extrait des vaisseaux.

En présence de ces résultats qui, au premier abord, ont pu paraître discordants, et ne connaissant aucune publication plus récente sur cette question, nous avons fait un grand nombre d'expériences, en des conditions variées, et consistant, d'une façon générale, à doser les quantités d'oxygène absorbé par un volume donné de sang défibriné ou de solution d'hémoglobine à diverses températures.

Voici la méthode très simple que nous avons adoptée : pour chaque essai, nous mettons en contact, pendant un temps variable, le liquide sanguin avec un volume d'air limité, à une température déterminée et, autant que possible, invariable pendant la durée du contact. On prend ensuite 25 centimètres cubes du liquide au moyen d'une pipette jaugée, avec les précautions nécessaires pour éviter tout échange diffusif entre le liquide et l'atmosphère. On note la température de cet échantillon, puis on l'introduit dans le récipient de la pompe à mercure et les gaz en sont extraits par l'action simultanée du vide et de l'ébullition. L'analyse des gaz est faite ensuite suivant les procédés ordinaires.

Nous résumons sous la forme d'un graphique l'ensemble des analyses concernant le même liquide sanguin, dont divers échantillons ont été successivement saturés d'oxygène à divers degrés thermiques ; sur la ligne d'abscisse on inscrit les températures, tandis que les proportions des divers gaz sont indiquées par la hauteur des ordonnées. Chaque graphique comprend quatre courbes correspondant au volume total de gaz, et aux volumes partiels d'O, d'Az et de CO^2. Dès les premiers essais, nous avons reconnu l'influence exercée par les deux conditions suivantes qui déterminent, d'une manière constante, les résultats :

1° L'état dans lequel se trouve l'hémoglobine ; celle-ci peut être, en

effet, incorporée au globule sanguin intact et vivant, ou, au contraire, par l'action de diverses substances, dissoute dans le sérum ;

2° La durée du contact entre le sang et l'air. D'après ces données, nous diviserons nos analyses en deux séries portant :

A. — Sur le sang défibriné très frais à globules intacts ;

B. — Sur le même liquide traité par l'éther, ou par un égal volume d'eau et transformé par destruction des globules en une solution transparente.

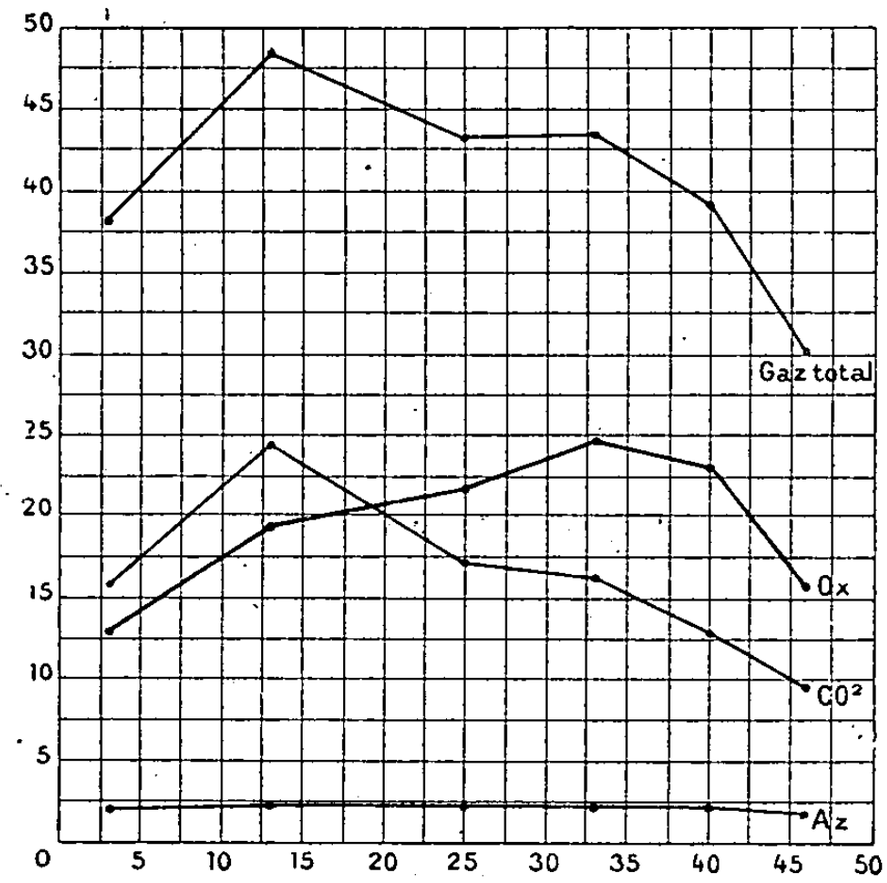


FIG. 1.

Chaque série, à son tour, comprend des essais de deux sortes :

a) Le liquide est agité vigoureusement pendant un quart d'heure au contact de l'air ;

b) Le liquide, en faible quantité, est étalé en couche mince dans un large récipient pendant un temps prolongé, quatre à cinq heures en moyenne.

Nos essais ont porté sur le sang du cheval, du bœuf et du chien.

Dans l'impossibilité de donner ici les résultats numériques de nos nombreuses analyses (nous en avons fait près de soixante), nous indiquerons seulement les faits essentiels qui se dégagent de nos graphiques. Ces faits sont les suivants :

1° Dans les conditions de notre première série, les globules conservés, on obtient des graphiques très différents suivant que la saturation a été *rapidement* ou *lentement* effectuée. Dans le premier cas *(fig. 1)*, on constate, pour l'oxygène, l'ascension, d'abord rapide, puis graduellement

ralentie de la courbe d'absorption, de + 2 degrés jusqu'à 33 degrés, et peut-être même au delà ; à partir de ce maximum, la courbe s'abaisse assez brusquement. Toutefois, vers 47 degrés, la proportion d'oxygène est encore supérieure à celle des basses températures.

Nous avons même vu, en opérant sur du sang de bœuf, l'ascension de la courbe de l'oxygène jusqu'à près de 40 degrés.

Ainsi, la richesse oxygénée du sang à globules intacts, rapidement agité avec l'air, augmente avec la température propre de ce liquide, jusqu'à un certain degré thermique voisin de 40 degrés, à partir duquel elle diminue. Cette diminution doit être sans doute attribuée à l'altération du globule par la chaleur.

Si, au contraire, le même sang défibriné, en couche mince, est *lentement* saturé d'oxygène, la courbe d'absorption *(fig. 2)* montre bien au

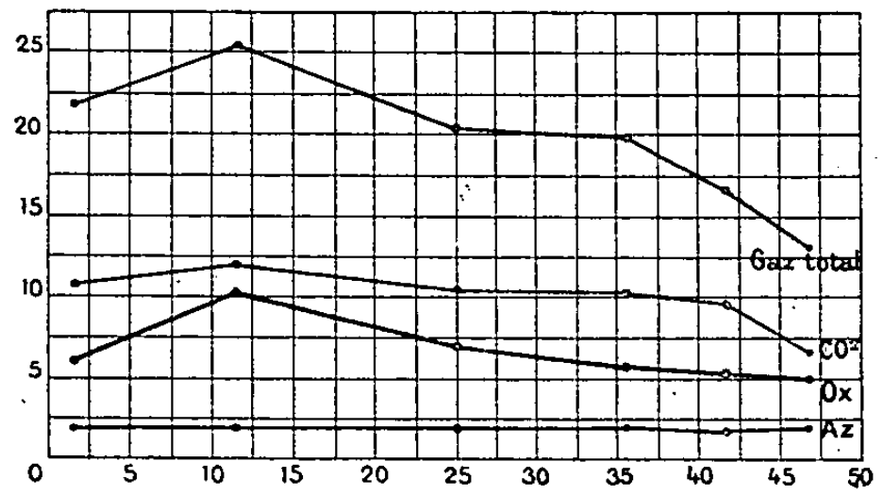


FIG. 2.

début, comme précédemment, une augmentation rapide jusque vers 10 degrés environ ; mais c'est là un maximum à partir duquel la richesse en oxygène diminue. Nous interprétons ce nouveau résultat par la propriété bien connue des globules vivants de consommer l'oxygène par leur respiration propre, et de faire ainsi disparaître celui-ci à mesure qu'il est absorbé. L'activité respiratoire, croissant avec la température, compense, et au delà, l'accroissement de la capacité d'absorption.

2° Voyons maintenant comment se comporte, au contact de l'oxygène, l'hémoglobine chauffée à divers degrés après que l'addition d'éther (1) ou d'un volume d'eau distillée égal à celui du sang a fait disparaître les globules et permis sa dissolution dans le sérum. Il s'agit naturellement du même sang sur lequel ont porté les précédents essais, et le liquide, par conséquent, contient la même proportion d'hémoglobine, mais dans un état différent. Ce liquide, ou « sang laqué », donne des graphiques

(1) On a soin, par l'action répétée du vide, de chasser complètement l'éther.

(fig. 3) indiquant, d'une manière générale, une *capacité d'absorption augmentée jusque vers 10 ou 12 degrés, mais ensuite constamment décroissante ; et cela, quelle que soit la durée du contact.*

Le résultat se rapproche ainsi, à partir de 10 degrés, par sa tendance générale, de celui qu'ont obtenu les physiciens en mettant en contact l'oxygène et l'eau pure, à des températures variées.

Il existe donc, au point de vue de la propriété qui nous occupe, une différence essentielle dans la capacité d'absorption, *suivant que la même quantité d'hémoglobine est diffusée dans le sérum ou fait partie intégrante du globule rouge normal.*

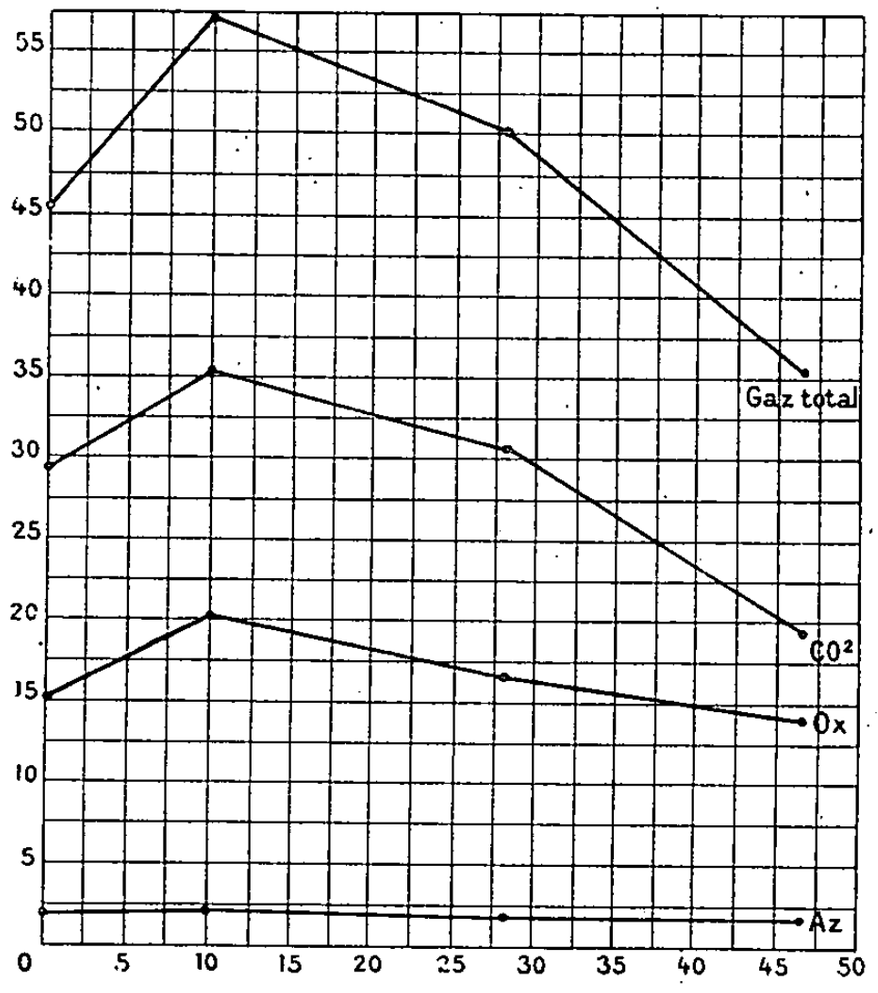


FIG. 3.

En résumé, les expériences ci-dessus décrites autorisent cette conclusion, conforme aux données anciennes de Cl. Bernard, que le sang progressivement chauffé absorbe des quantités de plus en plus considérables d'oxygène pour la saturation de son hémoglobine : propriété remarquable et caractéristique, paraissant liée à la vitalité du globule rouge (1).

Les différences peuvent être considérables, puisque nous voyons, par exemple, dans un cas, la proportion d'Ox. s'élever de 13 à 24 centimètres cubes pour un écart thermique de + 2 à 35 degrés.

Nous ferons observer qu'il n'existe pas, comme l'ont pensé certains

(1) Voy. HAMBURGER, *Isotonie des globules rouges.* (*Revue générale des Sciences,* 30 janv. 1893.)

physiologistes, de véritable contradiction entre ce fait et les conclusions formulées par MM. Mathieu et Urbain ; il y a seulement une différence essentielle dans les conditions expérimentales. Ces auteurs ont étudié, en effet, l'absorption d'oxygène en faisant passer au travers du liquide sanguin *un courant d'air chauffé à divers degrés*, et non en chauffant directement le liquide à des températures connues.

Nous nous proposons de compléter ces recherches par des expériences sur des solutions d'hémoglobine cristallisée ; et aussi de vérifier directement les vues ingénieuses de P. Bert, rappelées au début de notre travail, en soumettant aux mêmes essais le sang des vertébrés hibernants.

M. C. PHISALIX

Assistant au Muséum d'Histoire naturelle, à Paris.

SUR LA NATURE DU MOUVEMENT DES CHROMATOPHORES DES CÉPHALOPODES CAUSES ET MÉCANISME DE CE MOUVEMENT

— Séance du 10 août 1893 —

Deux théories, nées de l'observation anatomique, sont en présence pour expliquer le mouvement des chromatophores des Céphalopodes : *la théorie musculaire* et *la théorie amiboïde*, en contradiction absolue l'une avec l'autre. En étudiant ce mouvement en lui-même, ses caractères, ses modifications, en appliquant en un mot la méthode expérimentale, je suis arrivé à des résultats plus rationnels que je vais exposer :

I. — Forme et caractères du mouvement.

Sur un Céphalopode au repos, le chromatophore se distingue, à l'œil nu, comme un petit point noir, arrondi. Si l'on vient à exciter l'animal, ce point s'agrandit démesurément, s'étale et présente une large surface noire avec un contour étoilé, irrégulier ; dès que l'excitation a cessé, cette tache revient peu à peu sur elle-même en diminuant de diamètre et reprend sa forme primitive, arrondie. Si l'on voulait figurer ce mouvement par un graphique en représentant les diamètres successifs sur des ordon-

nées divisées en millimètres et fractions de millimètre, le temps étant marqué sur la ligne d'abscisse par des secondes et fractions de seconde, on obtiendrait un tracé reproduisant exactement le phénomène. La première phase, pendant laquelle le diamètre augmente, correspond à la période d'activité ou d'ascension, et la deuxième pendant laquelle le diamètre diminue correspond à laphase de relâchement ou de descente du chromatophore. N'ayant pas encorepu employer la seule méthode qui donnerait des résultats absolument exacts, c'est-à-dire la *méthode chronophotographique*, imaginée par M. Marey, j'ai eu recours, pour recueillir des tracés, à un procédé indirect déja décrit ailleurs (1). La courbe du mouvement chromatophorique ainsi obtenue présente une ligne ascendante très brusque qui arrive très vite au sommet et qui redescend ensuite beaucoup plus lentement. Sur les animaux morts, le mouvement est moins rapide et peut être inscrit plus facilement. Dans toutes ces conditions, la forme de ce graphique peut être superposée à celle d'une contraction des muscles du manteau.

II. — Parallélisme des mouvements du manteau et des chromatophores.

Un autre caractère du mouvement des chromatophores, c'est qu'il obéit aux mêmes lois que celui des muscles à contraction rapide du manteau. L'excitation des nerfs palléaux, par exemple, donne, au point de vue de la forme, de la durée et de l'intensité du mouvement, des résultats synchrones et identiques, sur les muscles du manteau et sur les chromatophores. Il en est de même pour les modifications produites par l'asphyxie ou par des poisons dont l'action se manifeste surtout par des mouvements musculaires. C'est ainsi qu'après l'empoisonnement par la strychnine ou le curare, les mouvements des chromatophores et du manteau présentent un parallélisme absolu.

III. — Mouvements des chromatophores après la mort.

Sur des animaux morts depuis longtemps, dont le système nerveux est, par conséquent, sans action, même sur des lambeaux de peau détachés et en voie de putréfaction, on observe des mouvements rythmiques caractéristiques des chromatophores. On peut aussi intercepter toute communication entre les chromatophores et leurs nerfs au moyen du curare. Or, dans ces conditions, les mouvements ondulatoires et rythmiques des chromatophores ont lieu comme à l'ordinaire. Ces mouvements sont donc soustraits à toute influence nerveuse. Or, on sait, depuis les découvertes

(1) *Arch. de Phys.* de Brown-Séquard. Avril 1892.

de Brown-Séquard, que le muscle possède la propriété d'être excité directement et de se contracter en l'absence de tout système nerveux. Ceci justifie les expériences suivantes.

IV. — Le mouvement actif du chromatophore est sous la dépendance des fibres radiaires.

On le démontre par une expérience cruciale. Sur un lambeau de peau d'un Céphalopode, on détruit la partie centrale du chromatophore et on ne laisse intacte que la partie périphérique, celle à laquelle s'attachent les fibres radiaires ; or, tant que cette bordure noire persiste, elle est susceptible de se dilater et de se rétracter sous l'influence des excitations, d'avoir des mouvements rythmiques et tétaniques. Inversement, si on détruit successivement les fibres radiaires à la périphérie du chromatophore, les mouvements disparaissent progressivement sur toute la circonférence de la tache pigmentée. Le mouvement actif représenté par la dilatation du chromatophore réside donc exclusivement dans les fibres radiaires. — *Le mouvement passif ou de retrait est dû à l'élasticité de ce petit organe :* quand on presse avec la pointe d'une aiguille sur le centre d'un chromatophore rétracté en boule, il s'aplatit et s'étale ; dès que la pression a cessé, il reprend la forme sphérique.

V. — La structure anatomique concorde exactement avec les résultats physiologiques.

Sur certains céphalopodes, en particulier sur le calmar, les préparations histologiques montrent que les fibres radiaires ont la disposition d'une fibre musculaire lisse. En effet, au centre de la fibre, on trouve un axe protoplasmique, la paroi est formée par une substance réfringente caractéristique ; le noyau est situé à une des extrémités, au point d'insertion sur le chromatophore. Quel que soit l'état du chromatophore, qu'il soit étalé ou contracté, le point d'attache du muscle ne varie pas, il en résulte que dans le mouvement actif d'expansion, le raccourcissement du muscle peut être mesuré par l'accroissement du rayon sur lequel il s'insère. Indépendamment des fibres radiaires, le chromatophore possède un réseau élastique qui l'enveloppe complètement comme un filet. Ce réseau, qui se distingue déjà à l'état frais, possède les réactions histo-chimiques du tissu élastique. Nous avons vu plus haut qu'il en a aussi les propriétés physiologiques. C'est donc à ce tissu qu'est dû le mouvement de retrait ou mouvement passif du chromatophore.

M. Ed.-F. HONNORAT-BASTIDE

A Digne.

SUR UNE ESPÈCE RARE DE CHAUVE-SOURIS DES BASSES-ALPES (PLECOTUS AURITUS LINN.)

— *Séance du 10 août 1893* —

Le *Plecotus auritus* Linn. est mentionné un peu partout, en France comme dans le reste de l'Europe, mais partout il est généralement peu commun (1). Il n'a jamais été indiqué, à ce que nous sachions, comme faisant partie de la faune bas-alpine, et nous sommes heureux de mentionner nos montagnes inférieures comme habitat nouveau de cette curieuse espèce.

Voici dans quelles circonstances nous avons trouvé ce petit Mammifère :

L'autre année, vers la fin août, dans une promenade sur les flancs de la montagne formant le versant gauche du torrent de Givaudan, non loin de la Bléone, aux environs de Digne, en faisant des recherches géologiques et paléontologiques sur le sinémurien des Basses-Alpes, nous soulevions un très petit bloc; à notre grande surprise une Chauve-Souris se trouvait cachée sous cette pierre ; notre étonnement fut plus grand encore lorsque nous reconnûmes l'Oreillard vulgaire dans l'espèce que nous venions de capturer.

Nous avons été étonné surtout de voir une Chauve-Souris blottie dans un si petit refuge, car il y avait très peu de vide sous la pierre sous laquelle cette curieuse bête se tenait. Nous nous attendions si peu à trouver là une Chauve-Souris, que nous faillîmes la prendre pour un Batracien. C'était là, en effet, un refuge provisoire dans lequel le Cheiroptère attendait la venue de la nuit pour se livrer à ses courses aériennes nocturnes; mais c'était un refuge fort singulier, qui nous frappa. On sait que ces animaux se tiennent de préférence, le jour, dans les parties sombres des grottes et cavernes, des vieux monuments, des clochers, sous les combles et sous

(1) A. Bouvier, *Les Animaux de la France : Vertébrés.* In-8°, Paris, 1886.

les voûtes d'églises et autres endroits analogues, voire même dans les caves ainsi que dans les fissures des rochers (1), se tenant généralement suspendus, la tête en bas, par leurs pattes munies de griffes acérées. On sait aussi que ces petites bêtes, essentiellement nocturnes, sortent la nuit pour se livrer à la recherche des Insectes, dont elles se nourrissent exclusivement.

L'endroit où nous avons trouvé cet Oreillard dans de si singulières conditions est profondément raviné, mais ne présente aucune cavité naturelle pouvant permettre à ces animaux de se réfugier. Par contre, quelques habitations se trouvent disséminées non loin de là, où cette Chauve-Souris aurait pu se réfugier dans quelque recoin de grenier ou sous la toiture des plâtrières voisines.

Entomologiste, et comme tel, soulevant toujours beaucoup de pierres durant la majeure partie de l'année pour la recherche des Coléoptères, c'est cependant la première fois que pareil lieu de refuge, de la part d'un Cheiroptère, s'est présenté à nous.

Nous avons mis ce spécimen de Chauve-Souris dans l'alcool ; nous sommes très satisfait de ce moyen économique et précieux de conservation, qui permet de garder l'animal intact avec tous ses organes. Le sujet présente ainsi bien mieux que s'il était monté à la manière ordinaire, c'est-à-dire empaillé. Avec ses grandes et doubles oreilles relevées, son aspect est absolument celui de l'animal vivant.

Nous avons capturé l'Oreillard en question vers une altitude de 6 à 700 mètres. Un autre exemplaire a été pris par un ami, M. Tardif, au fond de la vallée des Eaux-Chaudes, un peu au-dessus des Eaux thermales, là où le torrent de Richelme se jette dans celui des Eaux-Chaudes, de 600 à 650 mètres d'altitude. Ce dernier était un jeune paraissant venir du vallon de Richelme, dans lequel se trouvent quelques excavations en forme de grottes. Ce sont là les deux seules captures de *Plecotus auritus* Linn. que nous sachions avoir été faites dans les montagnes des Basses-Alpes.

(1) E. Olivier, *Faune du Doubs*. In-8°, Besançon, 1883.

M. Paul PALLARY

A Oran.

RECHERCHES PALÉOETHNOLO GIQUES EFFECTUÉES AUX ENVIRONS D'OUZIDAN

— Séance du 4 août 1893 —

I

Les cavernes dites d'Ouzidan, bien qu'elles en soient éloignées de 4 à 5 kilomètres, sont connues par les indigènes sous le nom de *R'iran er r'ih* (les grottes du vent.) Elles occupent tout le bord d'un petit plateau élevé

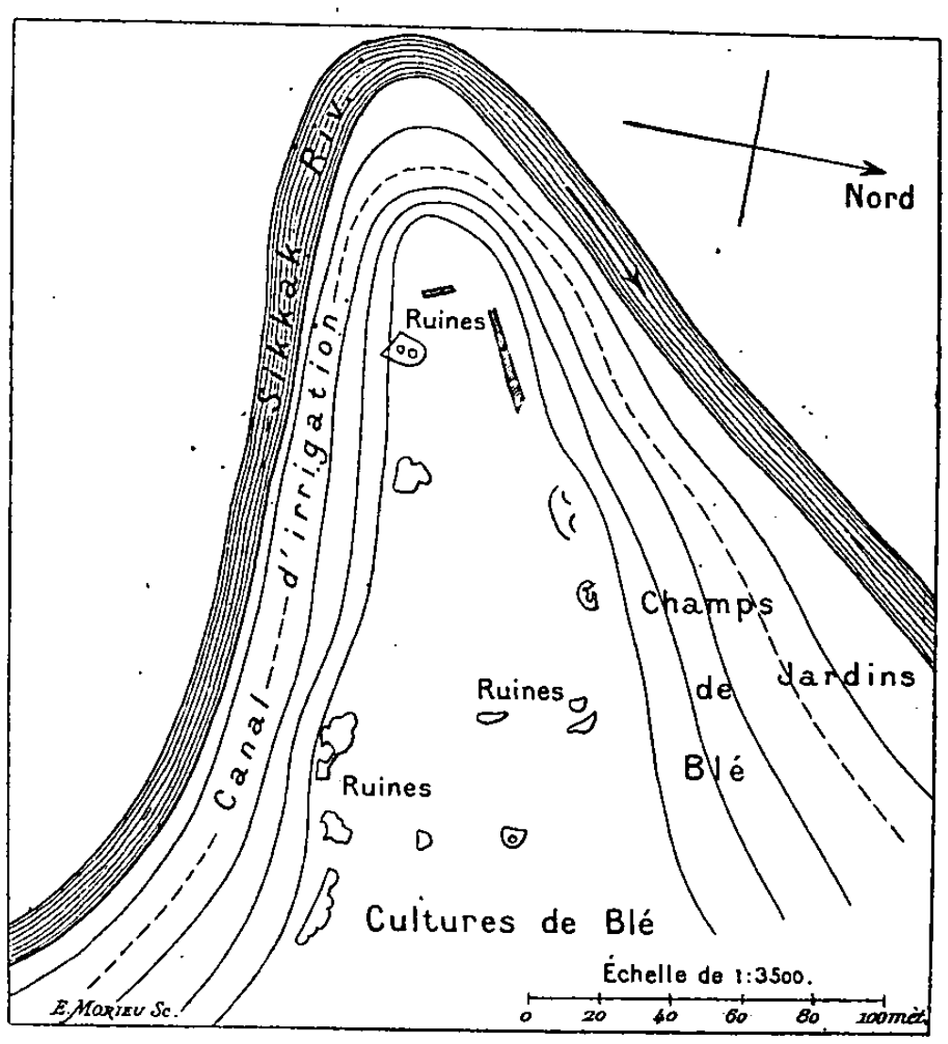


FIG. 1.

d'une cinquantaine de mètres au-dessus de la rive droite de la Sikkak, à 7 kilomètres environ de Négrier et à 15 kilomètres de Tlemcen.

Ces cavernes, actuellement au nombre de treize (1), sont situées sur le

(1) A l'époque des premières trouvailles (1874), elles étaient plus nombreuses (20 à 25), mais plusieurs se sont effondrées depuis.

bord d'un éperon de terrain; elles sont placées les unes à la suite des autres, en forme de fer à cheval, sur les bords du promontoire, et ce fer à cheval est fermé lui-même par des cavernes *(fig. 1)*.

Toutes ces excavations sont creusées sur un plan uniforme : ce sont deux chambres taillées quelquefois très régulièrement sous le tuf et dans le poudingue, communiquant par un étroit couloir et faiblement éclairées par

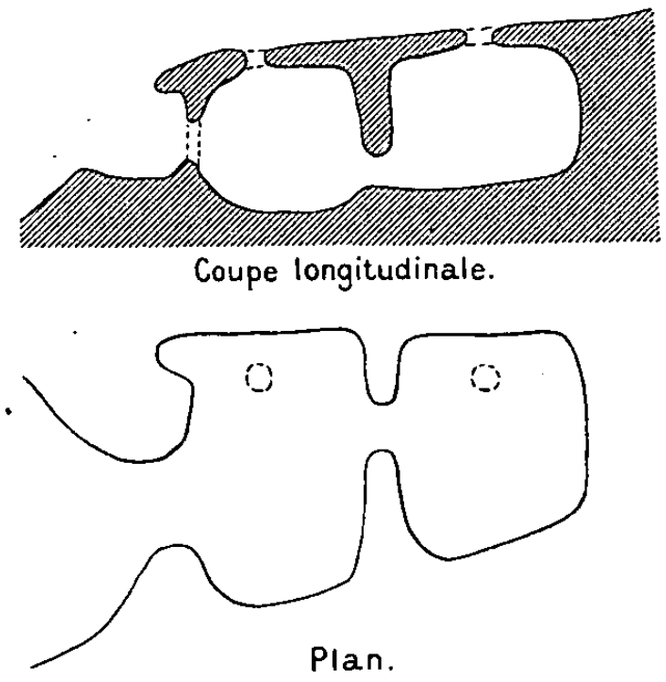


FIG. 2.

la voûte par deux ou trois ouvertures circulaires très régulières tout à fait semblables aux bouches des silos. On en trouve de semblables éparses dans tous les environs *(fig. 2)*.

La position et la régularité des cavernes prouvaient qu'elles n'étaient pas naturelles : il s'agissait donc de déterminer leur âge.

La découverte de ruines que j'ai faite sur le plateau même vint bien à propos pour résoudre la question.

II

En 1891, j'avais recueilli dans une caverne deux outils à peu de profondeur. Cette découverte m'ayant fait espérer que je trouverais une couche archéologique, je me suis décidé à fouiller tout d'abord cet abri.

La surface du sol était recouverte par des côtes de palmiers nains; au-dessous venait une autre couche assez résistante formée par des déjections de chèvres et de bœufs, puis se trouvait un terreau noirâtre.

Ce terreau n'est qu'un mélange de cendres, de charbons, de débris de palmiers nains, qui a été remanié à diverses reprises, car on y trouve de tout : des hachettes chelléennes, des débris de faïence actuelle, des tessons

de lampe en terre vernissée, des fragments de vases kabyles, des morceaux de verre. J'ai retiré de là des ossements de bœuf, de mouton, de chèvre, de tortue et beaucoup d'hélices : *H. Zapharina, Doubleti, esnorca, euphorca, euphorcopsis* et *piratarum* qui vivent encore sur place.

J'ai poussé la tranchée jusqu'à la rencontre du roc et j'ai trouvé sous le terreau de la terre jaunâtre avec des galets, et sous cette terre caillouteuse, du sable à gros grains dans lequel abondent des petits cylindres troués de part en part que M. Bleicher considère comme des gaines d'incrustation de racines et de tiges de graminées; les cailloux roulés y sont rares.

L'épaisseur de cette coupe ne dépasse pas 1 mètre.

Le poudingue qui constitue les parois et quelquefois le plancher est formé par de petits galets fortement encroûtés et empâtés par un ciment calcaire peu gréseux. Enfin le plafond est formé par cette croûte de tuf qui recouvre presque tous les terrains en Algérie.

Les couches sablonneuses de la base ne fournissent pas d'outils.

Cette caverne est la seule dans laquelle il y ait un semblant de couche archéologique, mais je suis persuadé que la terre meuble a été retournée par MM. Bleicher et l'abbé Brevet; en remuant les terres, on aura arraché aux parois et ramené à la surface quelques outils.

Dans la chambre adjacente, il n'y a ni terreau ni sable : c'est le poudingue qui affleure.

J'ai essayé de fouiller trois autres cavernes, mais sans succès. Il n'y avait pas de couche superficielle; dans toutes le poudingue affleurait et formait directement le plancher : il était très difficile de l'entamer et il était facile de voir qu'il n'offrait aucune différence avec la roche de l'extérieur.

Dans une des chambres j'avais aperçu des ossements engagés dans le tuf; je les ai extraits, mais les épiphyses manquant, rendent toute détermination impossible. J'ai également retiré du poudingue formant le sol de cette chambre un coup de poing en calcaire encore adhérent à la roche; puis en examinant avec beaucoup d'attention les parois de la caverne, d'une régularité telle qu'il faut être aveugle pour ne pas y voir le travail humain, j'aperçois en pleine roche, et non dans une cavité ou une fissure, une extrémité d'outil. Je le dégage avec beaucoup de soin et j'ai enfin une superbe pointe, de 13 centimètres de longueur, taillée sur une seule face et d'allures moustériennes évidentes.

Depuis lors j'ai retiré de ce même endroit six coups de poing tous engagés dans le poudingue ou dans le tuf.

Il n'y a donc pas de couche archéologique dans ces cavernes; les outils en pierre éclatée proviennent bien du poudingue et font rentrer le promontoire d'Ouzidan dans la catégorie des dépôts quaternaires à outils taillés. Le gisement est même plus étendu qu'on ne le supposait d'abord, car j'ai trouvé

au bas de la colline qui se trouve à 200 mètres en avant des *R'iran* un autre outil en calcaire.

III

Il me reste maintenant à parler des ruines de la surface pour avoir l'explication des abris.

Sur l'extrémité de l'éperon et sur le bord septentrional, il y a des traces de murs peu apparents, mais bien reconnaissables pour ceux qui ont l'habitude des ruines berbères. Ce sont des murettes affleurant à peine à la surface du sol, coudées à angles droits, formées par des pierres sèches posées l'une sur l'autre et consolidées par des pierres plus petites; sur le bord nord du promontoire il y a une élévation de terre de 30 à 40 mètres environ de longueur qui provient des ruines de maisons placées les unes après les autres.

Les fouilles exécutées dans deux de ces maisons nous ont fait reconnaître à peu de profondeur une croûte blanche d'épaisseur uniforme et parfaitement plane. On dirait que cette croûte a été obtenue en broyant du tuf et en le comprimant à la dame. Cette croûte repose sur de l'argile battue mêlée de cailloux et de morceaux de charbons : c'est absolument le mode de construction des maisons kabyles de la région.

Dans les déblais d'une de ces habitations nous trouvons deux coups de poing chelléens parfaitement taillés et un morceau de poterie jaunâtre épaisse de 8 millimètres. Nous mettons à jour un foyer avec les débris d'un vase en terre rougeâtre, mince, noirci à l'intérieur et à l'extérieur. Près de là nous recueillons une meule de moulin brisée en calcaire coquillier, une brique et d'autres débris de poterie.

Dans la maison adjacente il y a également un foyer; le sol est constitué de la même manière : terre battue et croûte blanche horizontale.

Les poteries sont des plus variées : un grand vase complètement brisé est en terre rougeâtre, mais ne paraît pas avoir été passé au feu. Un autre fragment est un morceau de col parfaitement arrondi, un autre est un fond de vase en terre jaune fine.

La brique et le fini des poteries indiquent sûrement une origine romaine, mais la construction des cases, l'absence de moellons et de monnaies indiquent des habitants berbères.

Je ne pousse pas les fouilles plus loin, car j'ai maintenant assez d'éléments pour avoir la solution de ce problème archéologique.

IV

Les trouvailles énumérées ci-dessus permettent de tirer les conclusions suivantes : Les outils en pierre sont bien quaternaires et proviennent sans

contredit des couches à poudingue et tuffeuses ; ces couches sont en place et la meilleure preuve c'est qu'on retrouve le même ordre de succession : sables grossiers avec tubes d'encroûtement, poudingue friable et tuf superficiel aux environs de Tlemcen.

Quant aux outils eux-mêmes, ils sont tous en calcaire bleu-noir ou en grès dur : les uns sont taillés à petits éclats sur les deux faces en forme d'amande ; d'autres sont plats, de forme quadrangulaire et taillés quelquefois sur les deux faces, mais le plus souvent sur une seule. Enfin de véritables pointes, entre autres celle retirée par moi de son gisement, taillées sur une seule face, indiquent l'apparition de l'industrie moustérienne.

Bien plus tard, à une époque contemporaine de l'occupation romaine, le promontoire d'Ouzidan fut occupé par une bourgade berbère dont les habitants avaient creusé des cavités qui leur servaient de magasins, réservoirs ou silos (1). En creusant les chambres dans le poudingue et sous le tuf, les ouvriers retiraient avec les déblais, les outils chelléens qui se trouvaient dans les couches et les répandaient ainsi sur les pentes et à la surface du plateau. De plus le gravier ou le sable grossier a été utilisé pour la construction des maisons ou pour tout autre but, et c'est ce qui explique la présence dans les casès des deux coups de poing trouvés dans nos fouilles.

V

Avant d'en finir avec Ouzidan, je veux dire un mot au sujet « du gisement intéressant de débris d'ossements et de poteries au milieu d'une couche de terreau noir, situé à 2 kilomètres au nord de la station d'Ouzidan » (2).

Le gisement indiqué par M. Bleicher se trouve au haut d'un petit escarpement sur la rive droite de la Sikkak et à son confluent avec l'O. Bou-Grara. Les indigènes désignent ce point sous le nom de Brixi, du nom du propriétaire de l'orangerie située sur la rive gauche de la Sikkak.

Il y a là des poteries, des ossements, des briques, qui indiquent la présence de ruines. J'ai trouvé à moitié engagée dans la terre noire une masse de basalte, travaillée régulièrement, qui m'a paru être un moulin romain. Ce n'est qu'en le dégageant qu'on pourra se prononcer sûrement.

Il y a en outre des fragments de poterie de très belle facture, des lai-

(1) Ce fait n'est pas isolé : il est même assez général dans les anciennes localités berbères. M. de la Blanchère, qui a visité plusieurs ruines berbères de notre département, en a vu en maints endroits. Ainsi à Kersout les excavations creusées dans une roche à fissures, sans aucune maçonnerie, sont aussi considérées par lui comme étant des silos. A Koliaà, le même mode se représente : maisons petites et serrées, formées d'une bâtisse carrée, de quelques mètres de côté seulement, mêmes silos, même construction..... R. DE LA BLANCHÈRE, *Voy. d'étud. dans une part. de la Mauritanie, César*, p. 30 et 31. Voir aussi p. 69 à propos des silos de Tagremaret.

(2) Dr BLEICHER, *Recherches d'arch. préh. dans la province d'Oran*, in *Mat. p. l'hist. prim. et nat. de l'homme*, 1875.

tiers et beaucoup d'ossements. La présence de restes humains trouvés mêlés aux ossements d'animaux et aux autres objets indique assez qu'on se trouve en présence d'une bourgade détruite par l'incendie.

Est-ce un bourg berbère ou un poste romain? Quel est l'ennemi qui a anéanti ce village? — Les fouilles seules pourront le dire (1).

Cependant la découverte dans ces ruines de deux silex taillés : l'un qui est un simple éclat de silex calcédonieux, l'autre un silex noir retouché sur les bords, semble indiquer que c'était une population berbère qui était fixée sur ce point.

Les ruines d'Ouzidan et de Brixi, les grands tumulus situés entre elles indiquent assez que la vallée de la Sikkak a été habitée autrefois par une population active qui comprenait les avantages de la civilisation puisqu'elle empruntait aux Romains ses outils. Et cependant le mode de construction des habitations ne semble pas avoir changé : dans tout le département les ruines berbères présentent un caractère uniforme bien différent de celui des villes romaines. Mais cela entre déjà dans le cadre de l'archéologie historique et je n'étends pas davantage mes conclusions.

Il importe seulement de constater que les localités berbères étaient aussi nombreuses et importantes dans la région de Tlemcen que dans l'est du département et que depuis les temps les plus reculés, l'homme avait choisi la vallée de la Sikkak pour y établir son séjour.

(1) Voici une légende que j'ai recueillie sur place et qui se rattache à cette localité disparue ; c'est le seul souvenir qui en ait subsisté parmi les indigènes :

Il y a bien longtemps, habitait à Brixi un homme très riche et bienfaisant que Dieu avait comblé de trésors. Et il avait tant de terres que nul ne savait dire où elles commençaient ni où elles finissaient.

Or il arriva qu'une année celles-ci rapportèrent une récolte telle que de mémoire d'homme on n'avait jamais vu de pareille, au lieu qu'elle manqua partout ailleurs.

Et la moisson terminée ses serviteurs ramassèrent tant de gerbes qu'ils en firent deux meules immenses.

Et de toutes parts on accourait pour voir ce prodige, et aussi pour tendre la main, car l'infortune était grande.

Alors l'homme riche et puissant voyant qu'il était favorisé de Dieu ferma son cœur à la pitié et son orgueil crut démesurément.

Et il demanda encore, l'insensé ! à accroître ses richesses, et il défendit à ses serviteurs de laisser glaner dans ses champs.

Or, Dieu l'entendit et s'irrita, et il le prit en aversion.

Et il confondit le misérable en changeant le produit de sa récolte en un tas d'argile.

Ce que voyant, les indigènes donnèrent à cet endroit le nom de *Nader-Memsoukh*.

Et ce nom est resté pour perpétuer la mémoire de cet événement.

M. Arsène DUMONT

Membre de la Société d'Anthropologie de Paris, à La Cambe (Calvados).

LES POPULATIONS LES PLUS FÉCONDES DE FRANCE (LES FLAMANDS DE DUNKERQUE)

— *Séance du 4 août 1893* —

Les progrès de la dépopulation ont dépassé les prévisions les plus pessimistes. Ce n'est plus dans quelques départements, c'est dans l'ensemble de la France que, depuis deux ans (1), les décès dépassent les naissances.

Quelles sont les causes de ce phénomène? Je pense depuis longtemps qu'il est possible de les déterminer en comparant divers types de population pris parmi les plus fécondes de France avec celles qui le sont le moins. La méthode d'observation qui a donné tant de résultats dans les sciences naturelles, n'en donnera pas de moindres en sociologie, à la seule condition de choisir des unités démographiques que leur faible étendue rende observables et d'aller les étudier sur place.

C'est en conséquence de cette vue que j'ai visité, en juin et juillet 1893, les deux cantons de Dunkerque.

Il est probable que c'est à l'extrémité nord-ouest de notre territoire, dans l'angle formé par la mer du Nord et la frontière belge, qu'il faut chercher les communes françaises où la natalité atteint son maximum. Elle est, en effet, un peu plus élevée encore que dans le canton de Fouesnant, qui paraît être la région la plus prolifique du Finistère et de la Bretagne tout entière.

L'automne dernier, à la suite du Congrès de Pau, j'allai étudier à Agen les communes les moins prolifiques du Lot-et-Garonne et peut-être de toute la France. Dans le canton de Sainte-Livrade, 100 ménages ont moins de 100 enfants, 100 femmes mariées de quinze à cinquante ans ne fournissent annuellement que 7 naissances et la natalité pour 1.000 habitants descend à 12. Je savais (2) qu'elle s'élevait à près de 50 dans

(1) A l'heure actuelle, c'est trois années qu'il faut dire. En 1890, 1891 et 1892, la population de la France a présenté un excès de 68.992 décès sur les naissances, et les Français seuls, abstraction faite de la colonie étrangère, un excès de 80.832 décès.

(2) V. LANCRY, *Etude démographique sur Fort-Mardyck.* — Le travail de M. Lancry n'a porté pour les communes voisines que sur quatre années. De là les différences, d'ailleurs légères, que ses chiffres présentent avec les nôtres.

telle commune des environs de Dunkerque. J'ai pensé qu'un contraste aussi prononcé dans les faits pourrait jeter quelque lumière sur leurs causes. C'est cette considération qui m'a porté à choisir pour sujet d'étude, pendant l'été de 1893, les populations flamandes de Dunkerque et des quinze communes qui forment ses deux cantons.

D'ordinaire, dans les études de cette sorte, je laisse de côté systématiquement les villes, comme présentant des conditions trop complexes, et je ne choisis que des communes rurales. Mais, ici, il a fallu déroger à cette habitude. Dunkerque fait corps avec les communes qui l'entourent. Elle en est le cœur, aspirant et refoulant chaque jour des masses d'hommes, de femmes, d'enfants, qui de la ville vont travailler à la campagne et de la campagne reviennent manger à la ville.

Quatre des communes suburbaines, Malo-les-Bains, Saint-Pol, Coudekerque-Branche et Rosendaël avec leur population de 18.955 ouvriers d'usine, maraîchers, hôteliers et ouvriers du port, sont partie intégrante de Dunkerque, dont la population compte en réalité, à l'heure actuelle, 59.449 habitants. En dépit des fortifications, au point de vue ethnographique et démographique, la ligne de démarcation entre la ville et la campagne n'existe pas.

TABLEAU **A** — DUNKERQUE-VILLE

POPULATION		MOUVEMENT DE LA POPULATION		
			1873-1882	1883-1892
1872	34.350	Mariages	3.222	3.163
1876	33.483	Naissances légitimes	12.393	11.952
1881	37.328	Naissances naturelles	1.146	1.314
1886	38.340	Décès	10.334	10.516
1891	40.494	Nuptialité	9,1	8,2
	— 34.350	Naissances pour un mariage	4,2	4,2
Accroissement en dix-neuf ans	6.144	Natalité naturelle	8,4	9,9
Excès des naissances en vingt ans	5.955	Natalité	38,2	34,5
		Mortalité	29,2	27,3
Immigration	189	Excès des naissances sur les décès.	3.205	2.750
			5.955	

A Dunkerque, comme dans les villes manufacturières du Nord et de la Seine-Inférieure, la population bourgeoise est peu nombreuse, elle est noyée dans la masse de la population ouvrière. Il est peu probable que sa natalité soit aussi faible que celle des petits rentiers oisifs et parci-

monieux du Lot-et-Garonne, car elle est très occupée de ses entreprises commerciales ou industrielles et doit peu redouter des charges de famille auxquelles elle sait qu'elle pourra toujours faire face amplement. Une ville qui a comme celle-ci l'avantage trop peu apprécié de ne posséder ni préfecture, ni évêché, ni Cour d'appel, qui contient relativement très peu de fonctionnaires et point de noblesse, donne peu de son temps aux relations mondaines et aux fantaisies de l'esthétique. Située sur la frontière de terre et la frontière de mer, les imaginations s'y tournent vers l'extérieur au lieu d'aspirer vers le centre. Et c'est une disposition mentale qui s'allie d'ordinaire à une forte natalité. Mais la natalité spéciale de la classe riche ou aisée de Dunkerque, fût-elle seulement de 18 ou 20 naissances pour 1.000 habitants; comme cette classe ne paraît former qu'un peu plus du dixième et certainement moins de deux dixièmes de la population totale, que tout le surplus se compose d'ouvriers dont 3.000 pour la grande industrie et de matelots (2.200) dont les familles sont extrêmement nombreuses, la natalité générale ne peut cesser d'être à peu près celle d'une population purement ouvrière, c'est-à-dire considérable.

C'est du reste ce qui résulte du tableau A. Pendant la décade 1873-1882, la natalité générale était de 38,2 et pendant la décade 1883-1892 elle est encore de 34,5, à peu près celle de Rouen, du Havre, de l'Angleterre, de la province voisine d'Anvers.

Cette diminution n'est pas due au nombre des enfants pour un mariage qui reste de 4,2 sensiblement au-dessus de la moyenne française, mais à la diminution de la nuptialité, qui du taux de 9,1 descend à 8,2, chiffre encore considérable. La mortalité a diminué aussi, mais moins rapidement que la natalité, de sorte que l'excès des naissances est moindre dans la seconde décade. Sous tous ces rapports, comme sous celui des naissances naturelles qui sont en progrès et dépassent la moyenne française, la dernière période de dix ans est donc inférieure à la première. Malgré cela l'état démographique de Dunkerque doit être regardé comme extrêmement satisfaisant. L'excès des naissances a été de près de 6.000 en vingt années. S'il en eût été ainsi pour toute la France le péril de la dépopulation nous serait aussi étranger qu'il est à la Prusse ou à l'Angleterre.

En général, les villes sont le gouffre de la population qui n'y progresse ou ne s'y maintient stationnaire que par des emprunts continuels aux campagnes voisines. Il n'en est pas ainsi pour Dunkerque, l'immigration ou plus exactement l'excès des immigrants sur le nombre inconnu des émigrants y est extrêmement faible, presque nulle; Dunkerque doit son accroissement à l'excès des naissances sur les décès. Enfin elle s'accroît plus lentement que les communes rurales environnantes. Ces divers phénomènes sont le caractère de la santé démographique.

Mais c'est surtout quand on parcourt les campagnes que les signes extérieurs du progrès et de la vitalité de la race se pressent aux yeux. A celui qui penserait encore que la démographie est une science purement abstraite, composée uniquement de tableaux numériques et incapable de parler à l'imagination, il faudrait conseiller de visiter successivement deux pays présentant le contraste de l'extrême dépopulation, comme le canton de Beaumont-Hague (1), et d'une fécondité exubérante comme les campagnes flamandes. Dans l'un, il verra des villages muets et déserts, des maisons en ruines ; dans l'autre, des rues pleines d'enfants, des maisons neuves en briques, étroites, bâties à la hâte, si légères, dans le voisinage de la Belgique surtout, qu'elles dégénèrent en cabanes. Alors il comprendra que l'ethnographie est le commentaire et l'illustration de la démographie. Il remarquera que les fermiers les plus riches qui ont parfois une ferme de dix mille francs ne font donner à leurs enfants que l'instruction primaire à l'école de la commune, que de bonne heure ils les font travailler aux champs avec leurs ouvriers, ayant pour toute ambition d'en faire des cultivateurs. Il n'est pas possible de méconnaître la relation de ce fait avec le grand nombre de leurs enfants qui est souvent de huit à douze, et chez tel fermier des plus riches s'élève jusqu'à dix-huit.

L'ouvrier agricole, malgré un salaire médiocre, ne fait pas mendier ses enfants; il est sobre, propre, plus proprement logé que l'ouvrier d'usine. Son ambition est d'avoir à lui une maison, un jardin, puis de louer quelques sillons de terre pour son compte. C'est cette circonstance qui le sauve de la misère et qui explique son peu de tendance à émigrer vers l'industrie.

Les communes agricoles font deux parts de leurs excédents de naissances, l'une va grossir la population des usines ; mais l'autre reste sur le sol natal et accroît la densité de la population rurale.

Du reste, qu'il vive de l'agriculture, de l'industrie ou de la marine, le Flamand a une tendance évidente à se serrer et à vivre sur un très petit espace. C'est ainsi qu'à Cappelle on compte 153 ménages dans 87 maisons, à Coudekerque-Branche 847 ménages dans 497 maisons. Il y a généralement sept ou huit habitants par maison et elles sont extrêmement étroites.

Il suffit à un nouveau ménage de 1.000 à 1.200 francs pour se faire bâtir une de ces maisons rudimentaires et plus tard, s'il a eu l'heureuse idée de la placer au milieu d'un jardin et s'il parvient à faire quelques économies, il la doublera en y juxtaposant une nouvelle construction à peu près semblable. Désormais il est fixé pour la vie, il vivra là en petit maraîcher ou journalier, il ira à la pêche d'Islande, travaillera

(1) Voir mon étude sur la natalité dans le canton de Beaumont-Hague, dans les mémoires de la Société d'Anthropologie de Paris, année 1893.

à la filature de jute, à la raffinerie de pétrole ou au port de Dunkerque, et de bonne heure ses nombreux enfants feront comme lui. Pourvu que le travail ne lui manque pas, cette perspective d'un *statu quo* indéfini dans la pauvreté n'a rien qui ne lui paraisse naturel.

Il semble que la race flamande soit naturellement sociable et disciplinable. Entre ces ménages si rapprochés, les querelles sont très rares, les bons rapports, la justice et la bienveillance sont ordinaires, bien que sous une forme qui d'abord semble un peu rude. Sur le seuil des portes, les marches des escaliers, on aperçoit partout des groupes de six et sept enfants; mais parfois de dix ou douze si étroitement enlacés et pressés, assis les uns sur les autres et les membres si bien enchevêtrés qu'on a d'abord quelque peine à les compter et que l'on ne sait à quel corps appartiennent les pieds nus, les mains ou les têtes que l'on aperçoit. Le même spectacle s'observe également à Dunkerque, à Fives-Lille, à Gand et dans les quartiers populeux de Bruxelles. A Bruxelles, comme à Lille, c'est-à-dire dans l'intérieur des terres, la race est plus blonde, plus forte et plus jolie. A Dunkerque, comme à Gand et Anvers, le blond est en minorité, le châtain roussâtre et yeux foncés sont très fréquents. Mais la douceur, l'instinct du groupement étroit sont pareils. Il est possible que ce sentiment leur rende moins pénible la vie d'usine, l'impossibilité, si pénible pour certaines natures, « d'être jamais seul ». (Stuart Mill.)

Ils paraissent moins fatigués que les ouvriers des filatures de Lillebonne. Cependant la population n'est point belle, les traits sont irréguliers et, bien que la santé générale tende à s'améliorer, les bossus et les scrofuleux sont en grand nombre.

Elle aime les plaisirs, mais se contente des plus simples: les retraites aux flambeaux, les kermesses appelées ducasses dans la Flandre française. A certains jours on a compté 8.000 entrées, soit un cinquième des habitants, au bal public de Dunkerque. Le vêtement, sans caractère dans le peuple, est rarement à la dernière mode même dans la classe la plus riche.

Si les préoccupations intellectuelles et esthétiques y sont médiocres, elles ne sauraient guère exister parmi les ouvriers tout au souci du pain quotidien. L'instruction primaire est encore peu appréciée dans les campagnes. Les parents éludent la loi scolaire, surtout l'été. Cependant le patois flamand est moins usité et la connaissance du français se généralise, les prêtres l'emploient pour le catéchisme, il n'y a plus que quelques femmes âgées qui ne le comprennent pas.

Malgré le progrès qui s'accomplit de ce côté, tout ce qui précède nous montre que l'individu est peu passionné pour son développement personnel. Les deux tableaux ci-dessous résument l'état démographique qui correspond à cet état mental.

TABLEAU **B.**

POPULATION DES COMMUNES RURALES

dans les deux cantons est et ouest de Dunkerque

COMMUNES	DATE DES RECENSEMENTS					POPULATION PAR GRANDS GROUPES D'AGE EN 1891							
						P. DE 0 A 14 ANS		P. DE 15 A 59 ANS		P. DE 60 A ω		FEMMES MARIÉES DE 15 A 49 ANS	
	1872	1876	1881	1886	1891	Nombres absolus	Pour cent	Nombres absolus	Pour cent	Nombres absolus	Pour cent	Nombres absolus	Pour cent habitants
Bray-Dunes (1)	»	»	»	»	1.347	»	»	»	»	»	»	»	»
Coudekerque	600	548	637	658	673	245	36,4	349	51,8	78	11,5	92	13,7
Coudekerque-Branche	1.803	1.947	2.420	2.904	3.560	1.316	36,9	2.025	56,8	219	6,1	549	15,4
Leffrinkhouke	303	276	334	355	355	122	34,3	205	57,7	28	7,9	52	14,7
Malo-les-Bains (2)	»	»	»	»	1.662	3.306	36,7	4.945	54,9	756	8,3	1.311	14,5
Rosendaël	3.671	4.391	6.208	7.702	7.421								
Teteghem	1.383	1.455	1.496	1.482	1.575	547	34,7	862	54,7	166	10,5	185	11,7
Uxem	471	460	437	502	473	155	32,7	261	55,1	57	12,0	59	12,4
Zuydcoote	318	346	333	363	324	128	31,5	165	50,9	30	9,2	46	14,2
Cappelle	461	537	641	627	672	237	35,2	392	58,3	43	6,4	110	16,3
Fort-Mardyck	1.070	1.225	1.375	1.481	1.597	696	43,5	811	50,7	90	5,6	223	13,9
Grande-Synthe	724	753	782	821	887	321	36,2	496	55,9	69	7,7	122	13,7
Mardyck	425	449	440	419	420	143	34,0	232	55,2	45	10,6	53	12,8
Petite-Synthe	3.737	2.600	2.408	2.716	3.049	1.135	37,2	1.656	54,3	258	8,5	399	»
Saint-Pol-sur-Mer (3)	»	2.711	4.066	4.864	6.312	2.490	39,4	3.440	54,5	382	6,0	870	13,8

(1) Faisait partie du canton d'Hondschoote antérieurement à 1891.
(2) Faisait partie de Rosendaël antérieurement à 1891.
(3) Faisait partie de Petite-Synthe antérieurement à 1876.

TABLEAU C.

COMMUNES RURALES DES DEUX CANTONS DE DUNKERQUE

Mouvement de la population de 1873 à 1892

COMMUNES	DÉCADE 1873-1882								DÉCADE 1883-1892									
	Mariages	Naissances	Décès	Excès des naissances sur les décès	Nuptialité	Naissances pour 1 mariage (1)	Natalité	Mortalité	Mariages	Naissances légitimes	Naissances naturelles	Décès	Excès des naissances sur les décès	Nuptialité	Naissances pour 1 mariage (1)	Natalité	Mortalité	Natalité naturelle (2)	Pour 100 femmes mariées de 15 à 50 ans vivantes combien de naissances légitimes vivantes par an
Coudekerque	51	242	169	73	8,6	4,7	40,8	28,5	60	201	4	139	66	9,0	3,4	30,8	20,9	1,9	21,8
Coudekerque-Branche	178	1.039	653	386	8,1	5,8	47,6	29,9	248	1.423	119	909	633	7,6	6,2	47,8	28,2	7,7	25,9
Leffrinkhouke	28	159	129	30	9,2	5,7	52,3	42,6	38	152	5	82	75	10,7	4,1	44,2	23,1	3,2	29,2
Rosendaël	470	2.544	1.584	960	8,8	5,4	48,0	29,9	621	3.260	171	2.210	1.221	8,2	5,5	45,3	29,2	4,9	24,8
Teteghem	131	525	410	115	8,8	4,0	35,5	27,8	82	502	30	350	182	5,4	6,5	35,0	23,0	5,6	27,1
Uxem	51	177	184	— 7	11,3	3,5	39,4	40,9	37	162	4	115	50	7,5	4,5	34,0	23,7	2,4	27,4
Zuydcoote	30	144	106	38	8,8	4,8	42,3	31,2	40	142	2	76	68	11,0	3,6	39,8	20,8	1,4	30,8
Cappelle	37	238	145	93	6,3	6,4	40,9	24,6	48	254	11	138	127	7,3	5,5	40,3	21,0	1,0	23,1
Fort-Mardyck	116	530	*181*	349	8,9	4,5	40,7	*13,9*	136	624	10	303	331	8,8	4,6	41,0	19,6	1,5	27,9
Grande-Synthe	70	302	200	102	9,1	4,3	39,3	26,0	61	270	14	182	102	7,1	4,6	33,2	21,3	5,0	22.1
Mardyck	26	166	92	74	5,9	6,4	37,4	20,7	40	119	10	54	75	9,5	3,2	30,7	*12,8*	7,7	22,4
Petite-Synthe	283	1.588	1.000	588	7,1	5,8	41,4	26,1	185	1.058	45	726	377	6,4	5,9	38,2	25,2	4,1	»
Saint-Pol-sur-Mer	140	877	556	321					462	2.382	343	1.649	1.076	8,2	5,9	48,7	29,5	12,2	27,3
TOTAL				3.122					TOTAL				3.883						

(1) Naissances naturelles comprises.
(2) Pour 100 naissances de toute nature, combien de naissances naturelles.

A la lecture des deux tableaux B et C, le premier fait qui frappe, c'est le rapide accroissement de la population dans les communes rurales des deux cantons de Dunkerque. En 1872, elle était de 11.966 habitants ; dix-neuf ans plus tard, en 1891, elle s'élevait à 29.360. Elle avait doublé une fois et demie. Trois communes nouvelles étaient en quelque sorte nées des sables stériles. Bray-Dunes qui n'a encore que huit années d'existence séparée et dont le territoire faisait antérieurement partie de Ghyveld (canton d'Hondschoote), voyait sa population s'élever à 1.347 habitants, grâce à la construction de nombreuses maisonnettes de marins qui tous sont pêcheurs d'Islande. Malo-les-Bains devenait une ville d'eaux de 1.662 habitants, Saint-Pol-sur-Mer une cité industrielle de 6.312 habitants. Trente ans plus tôt, Coudekerque-Branche était née de la même manière sur un terrain désert, grâce à la construction d'une usine qui avait attiré les premiers habitants. Sa population a presque doublé pendant ces dix-neuf ans, tandis que sur l'ancien territoire de Rosendaël et de Petite-Synthe peu s'en faut qu'elle n'ait triplé.

Ces communes suburbaines vivent principalement de l'industrie, de la marine, de la culture maraîchère. Fort-Mardyck et Zuydcoote, presque exclusivement maritimes, ont vu leur population augmenter, la première de un tiers, la seconde de un neuvième seulement. Les sept autres communes, presque entièrement agricoles, n'ont présenté ensemble qu'une augmentation de 500 habitants : l'une d'elles est stationnaire, une autre a même légèrement diminué.

Causes immédiates de l'accroissement de la population. — L'accroissement de la population sur le territoire des douze communes rurales existant en 1872 a été de 16.057 habitants. L'excès des naissances sur les décès dans treize des quatorze communes existant actuellement sur le même territoire a été de 7.005 en vingt ans, période à peu près correspondante. Le surplus de l'accroissement serait donc attribuable à l'immigration, qui aurait apporté en dix-neuf ans environ 9.000 habitants nouveaux.

Cet afflux de population dans la banlieue de Dunkerque lui donne l'aspect d'un pays neuf récemment colonisé. De toutes parts s'étendaient des terrains vagues. Sur ce sol réputé stérile, de longues rues se coupant à angle droit ont été tracées, les trottoirs de sable ont été plantés de peupliers, partout se sont élevées des constructions hâtives et provisoires en brique ou même en bois peint ; les carrés destinés à recevoir des maisons se sont entourés de murailles en planches, derrière lesquelles on a défriché des jardins. De grands espaces de sable restent encore déserts, semblant appeler du dehors des immigrants, évoquer du néant des existences.

Des agglomérations dont la croissance est aussi rapide ne peuvent avoir qu'une population d'alluvion. Tandis que dans les communes agricoles, la moitié des habitants sont nés dans la commune où ils résident, dans les communes suburbaines, Rosendaël avec Malo-les-Bains et Coudekerque-Branche, il n'y en a que un tiers ; à Saint-Pol, il n'y en a que un sixième dans ce cas. Ces quatre communes ne comptent pas moins de 2.975 sujets belges, dont, il est vrai, le plus grand nombre sont nés en France. C'est presque le sixième de leur population.

Le second facteur de cet accroissement est l'excès des naissances sur les décès, dû lui-même non à l'état de la mortalité qui est notablement supérieure à la moyenne française ; mais à l'extrême élévation de la natalité.

A Saint-Pol, elle est de 48,7, à Coudekerque-Branche de 47,8 et à Rosendaël de 45,3. Mais en dehors de ces communes suburbaines, Fort-Mardyck, commune maritime, atteint 41, les deux communes principalement agricoles de Cappelle et Leffrinkhouke ont 40,3 et 44,2 naissances pour 1.000 habitants. La commune maritime de Zuydcoote n'atteint pas tout à fait 40, les six autres communes agricoles ont de 30,7 à 38,2.

Dans la décade précédente, la natalité était encore plus forte. Sur douze communes, quatre avaient de 35,5 à 39,4, cinq avaient de 40,7 à 42,3, Rosendaël avait 48,0 et Coudekerque-Branche, 47,6. Une commune agricole, à la vérité assez petite, Leffrinkhouke, s'élevait à 52,3, le chiffre le plus considérable qui ait jamais été constaté en France. C'était le produit d'une nuptialité de 9,2 par une fécondité de 5,7 naissances pour un mariage.

Cette légère diminution de la natalité n'est, du reste, qu'une fausse apparence. En effet, les naissances, les mariages et les décès ont été, pour la première des deux décades, comptés sur les tables décennales qui enregistrent les mort-nés aux naissances, tandis que pour la seconde décade (les tables décennales n'ayant point encore été renvoyées par le greffier du tribunal), j'ai dû me servir des mouvements de la population. Ces documents ne comptent les mort-nés, ni aux naissances, ni aux décès, et les mort-nés sont d'environ cinq pour cent naissances. En majorant le nombre des naissances de cinq pour cent, on s'aperçoit que la natalité de la seconde décade est à peu près égale à celle de la première. C'est ainsi que la natalité de Saint-Pol se trouve portée de 48,7 à 51,2 et celle de Coudekerque-Branche, de 47,8 à 50,1.

Si l'on rapporte le nombre des naissances vivantes de la dernière décade, non plus au nombre total des habitants, mais au groupe d'âge de quinze à cinquante-neuf ans, on trouve que les communes se rangent dans un ordre légèrement différent à cause de la proportion des habitants de cet âge qui varie d'une commune à l'autre. Tandis que la France,

pour 1.000 habitants de quinze à cinquante-neuf ans, présente annuellement 39,37 naissances et Paris seulement 34,6, nous en trouvons 79,2 à Saint-Pol-sur-Mer, 78,2 à Fort-Mardyck, 76,5 à Leffrinkhouke, 76,1 à Coudekerque-Branche, 67,6 à Cappelle, 61,6 à Teteghem. Pour les communes les plus favorablement situées, ce second mode de calcul accuse, comme le premier, une natalité double de la moyenne française. Le résultat eût été plus brillant encore si le nombre des habitants de quinze à cinquante-neuf ans eût été relevé sur le recensement de 1886, où il était notablement moins considérable.

Dans la commune maritime de Zuydcoote, la proportion des naissances aux adultes de quinze à cinquante-neuf ans s'élève à 87,3; mais ce chiffre est dû partiellement à l'omission dans le recensement d'un certain nombre d'habitants.

C'est dans cette même commune de Zuydcoote que la proportion des naissances légitimes aux femmes mariées de quinze à quarante-neuf ans atteint son maximum. Elle est annuellement de 30,8 pour 100 femmes de cet âge. Elle est ensuite de 29,2 à Leffrinkhouke. Elle descend au minimum de 21,8 dans la commune agricole de Coudekerque. En France, cette proportion est de 18,1 seulement.

Comme on devait s'y attendre, en conséquence d'une natalité aussi élevée, la répartition de la population par groupes d'âge ne peut être ici ce qu'elle est dans le reste de la France, et cette répartition réagit à son tour sur les chiffres exprimant la natalité.

Le groupe d'âge de zéro à quinze ans accomplis est très considérable dans nos communes flamandes.

Celle qui présente la moindre natalité et qui a le moins d'habitants de zéro à quatorze ans en compte encore 34 0/0. La commune qui, grâce à sa forte natalité combinée avec une faible mortalité infantile, en compte le plus, Fort-Mardyck, en a 43,5. Il est vrai que dès l'âge de onze ou douze ans ils commencent à se rendre utiles, les garçons comme mousses, les filles comme gardiennes des enfants plus jeunes.

Par contre, le groupe d'âge de quinze à cinquante-neuf ans descend ici au minimum de 50,7 à Fort-Mardyck et à 50,9 à Zuydcoote, les deux communes où il y a le plus de marins. Il atteint son maximum (58,3) dans la commune agricole de Cappelle.

Le groupe d'âge de 60-ω est généralement faible. Il descend à son minimum 5,6 à Fort-Mardyck. Cependant, dans trois communes il égale encore ou même dépasse la moyenne française.

Dans une population composée d'une manière aussi différente du reste de la France, il était intéressant de rechercher combien il y avait sur 100 habitants d'épouses de quinze à quarante-neuf ans. Tandis que dans la France entière cette proportion est de 14, dans nos deux cantons elle

est généralement un peu inférieure. C'est le résultat tout naturel de l'énorme proportion des impubères. Cependant, malgré cette circonstance défavorable, cette proportion reste encore supérieure à la moyenne française dans cinq communes et dans l'une d'elles elle atteint même le maximum de 16,3. Il en résulte que pour une même quantité d'adultes, nos populations flamandes ont beaucoup plus de femmes mariées que l'ensemble de la France et par contre beaucoup moins de célibataires.

Ces résultats concordent, du reste, parfaitement avec ceux que l'on obtient en étudiant la nuptialité et le nombre de naissances pour un mariage.

Pendant les dix dernières années, ces deux facteurs de la natalité générale ont présenté des variations très considérables. La nuptialité a été forte ou très forte dans sept communes; mais dans quatre elle a été simplement médiocre, tandis que dans deux communes elle était positivement faible. Pour le nombre de naissances par mariage, il a varié, lui aussi, considérablement d'une commune à l'autre et d'une décade à l'autre. Si ces oscillations qui gênent le raisonnement sont aussi fortes, il faut, sans doute, l'attribuer à ce que ces populations sont en voie de croissance rapide; on ne peut s'attendre à trouver chez elles des phénomènes démographiques aussi réguliers que chez des populations à peu près stationnaires.

La proportion des naissances naturelles est généralement faible ou très faible, elle n'est forte qu'à Saint-Pol. Encore faut-il ajouter que la très grande majorité des enfants naturels sont immédiatements reconnus par le père et la mère et bientôt légitimés par le mariage.

En somme, l'état démographique de ces communes est excellent.

Ici, comme dans le canton de Fouesnant (Finistère), nous trouvons plusieurs communes qui non seulement présentent une très forte natalité; mais chez lesquelles les naissances sont, chaque année, doubles des décès. A Mardyck, Zuydcoote et Fort-Mardyck peut-être y a-t-il lieu de soupçonner l'omission sur les tableaux du mouvement de la population de quelques décès. Mais dans d'autres communes rurales : Cappelle, Grande-Synthe, Coudekerque, la mortalité est plus faible que la moyenne française. Dans trois communes, elle est un peu plus forte tout en restant au-dessous de 24. Elle n'est réellement élevée que dans les communes suburbaines, où elle atteint 29,2 à Rosendaël et 29,5 à Saint-Pol. Les excédents annuels des naissances sur les décès varient, selon les communes, de 10 à 21 pour 1.000 habitants.

CONCLUSIONS

1° Ces deux cantons, comme celui de Fouesnant, prouvent qu'en dépit des chances de mort toujours considérables des enfants du premier âge,

une natalité exubérante est fort compatible avec une mortalité à peu près égale à la moyenne française. La natalité de notre nation pourrait devenir double de ce qu'elle est actuellement sans que sa mortalité en fût nécessairement plus considérable.

2° La petite propriété n'est nullement incompatible avec une natalité élevée. Nous l'avons déjà établi à propos de l'île de Ré où une natalité jadis très forte et maintenant très faible a coïncidé avec une extrême diffusion de la propriété territoriale. Ici, un très grand nombre d'ouvriers sont petits propriétaires, ils possèdent tout au moins leur carré de jardin et leur maison, ce qui, à la vérité, ne les empêche pas d'être principalement manouvriers ou pêcheurs.

3° Il peut être utile de noter, sinon pour les démographes, au moins pour la majorité des lecteurs, qu'une natalité très forte est parfaitement compatible avec une grande densité de la population. La plantureuse Normandie a une population beaucoup moins dense et une natalité beaucoup moins forte que la pauvre Bretagne. Le très riche et très bel arrondissement de Pont-l'Évêque n'a qu'une densité moitié moindre que celui de Dunkerque. C'est que les ressources naturelles d'une contrée ne sont pas toujours une cause de densité pour la population, non plus que de forte natalité. Il est une cause morale qui domine les causes matérielles : l'exigence plus ou moins grande en fait de logement, de vêtement, d'alimentation, de confortable, de culture personnelle. Un Normand du Bessin consomme autant que quatre Bretons du Finistère et ne voudrait pas de l'ordinaire d'un Flamand.

4° Ici, comme dans le canton de Fouesnant, une natalité exubérante se lie à l'existence de terrains en friche et disponibles. Il ne faudrait pas prendre cette coïncidence pour une explication. Ce serait une grave erreur. Ce qui le prouve surabondamment, c'est d'abord que les terres incultes et susceptibles de culture, les landes, les dunes ne manquent pas sur maints et maints points de nos côtes, où néanmoins la population les délaisse et ne croît ni par excès des naissances sur les décès ni par immigration ; c'est ensuite que, sans sortir des deux cantons de Dunkerque, des communes agricoles comme Leffrinkhouke, qui n'ont point de landes, ne sont pas moins fécondes que les autres.

5°. On sait, par une étude très remarquée de M. Lancry, que la commune de Fort-Mardyck possède depuis Louis XIV des institutions particulières. Le sol de la commune ne peut devenir propriété individuelle, et un lot de 24 ares est concédé en usufruit à chaque habitant lors de son mariage. Cette constitution socialiste de la propriété a été regardée comme une cause de la forte natalité des Fort-Mardyckois. Mais c'est une explication à laquelle il faut absolument renoncer, les communes voisines, soumises au régime du Code civil, ayant une natalité égale ou supérieure.

Cette grande différence dans le régime de la terre est ici à peu près sans conséquence. Entre un pêcheur de Fort-Mardyck et un pêcheur de Zuydcoote, la ressemblance, sous le rapport démographique et ethnographique, est parfaite de tous points. Même natalité, même nuptialité, même mortalité, même proportion des naissances naturelles. L'élévation de la nuptialité est même plus forte à Zuydcoote, et, d'autre part, même logement, même vêtement, même alimentation, qui voit la maison de l'un avec ses tuiles rouges et ses volets verts, au milieu de son carré de sable blanc, a vu la maison de l'autre. Ce serait une grande erreur que de voir dans l'attribution d'un lot de terre incessible et insaisissable à un ouvrier lors de son mariage un remède contre l'abaissement de la natalité.

En réalité, les institutions teintées de socialisme, comme celles de Fort-Mardyck, comme le domaine congéable de Fouesnant et les allotissements du mir russe s'accordent très bien avec une forte natalité; mais c'est parce qu'elles ne sont possibles que chez des populations tout à fait stagnantes, ressentant à son minimum l'attrait de la civilisation urbaine. Essayez de les transporter chez des populations minées par l'oliganthropie, comme celles de la Hague, non seulement elles ne remédieront à rien; mais elles ne seront pas acceptées. Au cadeau de 24 ares de landes ou de sables que vous voulez lui faire, le Hagar haussera les épaules. Il vise à la vie urbaine, à une activité nerveuse et cérébrale plus intense, et, pour satisfaire cette passion tyrannique comme celle de l'alcool et des relations sexuelles, il sacrifie tout. La petite propriété qui semble la souveraine sauvegarde contre l'émigration ne le retient pas. Le Rétais émigre malgré la petite propriété; mais en partant, il trouve à la vendre. Le Normand de la Hague émigre, bien qu'il ne trouve ni à vendre, ni à louer. Il abandonne sa maison et elle tombe en ruine; il laisse son champ aux ajoncs et aux bruyères, pour un emploi quelconque à Cherbourg ou à Paris. Ceci mesure l'intensité de l'attrait exercé sur les imaginations par la civilisation centrale et les désastres qu'elle peut produire aux extrémités les plus reculées du territoire quand elle devient, pour une raison ou pour une autre, endémique dans une population.

6° Dans le canton de Beaumont-Hague, l'abaissement de la natalité coïncide avec une émigration centripète considérable. Ces deux phénomènes démographiques sont les effets d'une même disposition mentale, le désir de s'élever, soi et les siens, à un degré supérieur de valeur personnelle ou de jouissances.

Dans les deux cantons de Dunkerque, tout au contraire, une natalité exubérante coïncide avec une immigration considérable. Ces deux phénomènes démographiques sont les effets jumeaux d'une même disposition psychologique qui consiste à être content de son sort, et à n'avoir qu'une

préoccupation très médiocre des raffinements de l'esthétique, des besoins artificiels de la civilisation.

Le commerce et la grande industrie entretiennent cet état mental non seulement chez les familles qu'elles font vivre; mais chez toutes, même chez celles qui se livrent à l'agriculture. Nous avons déjà constaté un phénomène semblable à Lillebonne : les populations agricoles y ont subi les mêmes transformations démographiques que les populations industrielles en vertu de la contagion des appréciations qui dirigent la vie. Ces jugements, presque tous inconscients et mal formulés, s'étant produits d'abord chez les ouvriers des usines qui donnent le ton aux autres, ont été adoptés ensuite par les cultivateurs. Il en a été de même à Dunkerque. Les ouvriers du port et des usines, les marins n'ambitionnent pas une condition sociale plus élevée que la leur et croissent en nombre. Comme il n'y a point dans les campagnes deux classes sociales distinctes, les fermiers, même riches, ont raisonné de la même manière, ne cherchent pas une profession plus brillante pour leurs enfants que pour eux-mêmes et ils en ont autant qu'il en veut naître. Cet exemple confirme une fois de plus cette loi de la population : le développement de la race en nombre est en raison inverse de l'effort de l'individu vers son développement en valeur personnelle ou en jouissances.

Un goût prononcé pour l'union conjugale et, dans le mariage, une liberté à peu près sans restriction laissée aux impulsions naturelles : voilà, en somme, la caractéristique de nos populations de la Flandre française. Elles règnent, bien qu'à un degré sensiblement moindre, chez les Flamands belges. Mais elles sont beaucoup plus limitées chez les Belges wallons dont la natalité est, comme on sait, assez médiocre.

C'est partout et toujours une seule et même cause, la tendance à un individualisme excessif, qui, endémique dans une population et variant ses effets selon les circonstances, pousse les uns à garder le célibat, les autres à limiter étroitement la fécondité de leurs unions, d'autres à émigrer vers le centre. Comme ici cette tendance n'existe pas ou n'existe que peu, comme tout au moins elle est loin d'être prépondérante, tous ses mauvais effets sont également inexistants ou masqués par des phénomènes contraires et beaucoup plus énergiques.

M. BOSTEAUX-PARIS

À Cernay-lès-Reims.

COMPARAISON ENTRE LE FRONTAL D'UN « BOS PRISCUS » ET LE FRONTAL D'UN « AUROCHS »

— *Séance du 4 août 1893* —

Lors de la visite de mes collections par l'École d'Anthropologie aux dernières vacances de Pâques, M. Gabriel de Mortillet avait exprimé le désir

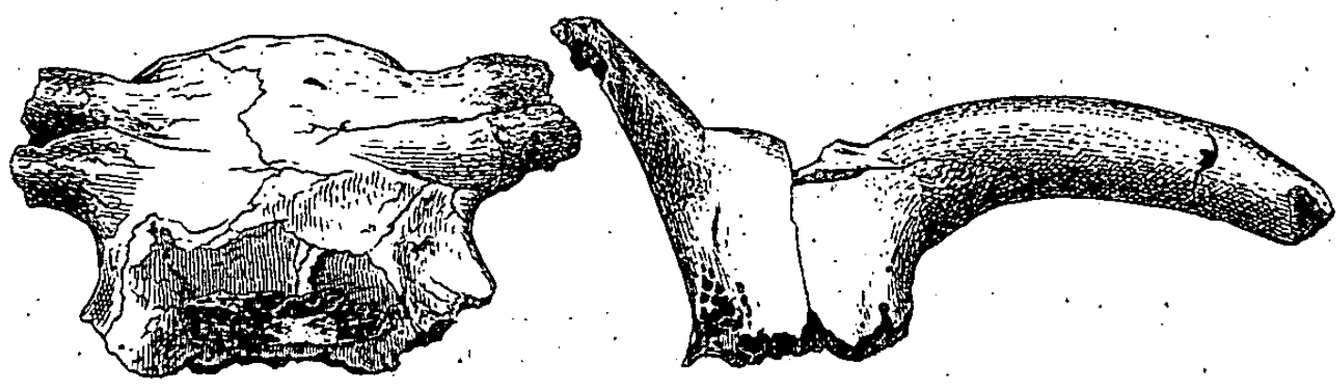


FIG. 1.

FIG. 2.

de me voir faire un rapport comparatif entre le frontal d'un *Bos priscus* fossile et celui d'un *Aurochs* de l'époque gauloise; c'est cette comparaison que j'ai l'honneur de soumettre à la Section d'Anthropologie avec la photographie des deux sujets.

Le frontal du *Bos priscus (fig. 1)* a été recueilli à Cernay-lès-Reims, dans une grèvière dont les dépôts appartiennent à l'époque du diluvium gris; l'épaisseur totale de ces dépôts grèveux varie de $2^m,25$ à $3^m,50$. C'est à la base et reposant sur la craie que ce frontal a été trouvé près d'un bloc de quartzite; il mesure 35 centimètres de développement du sommet de la tête jusqu'au niveau des arcades sourcilières, par une ligne partant du sommet du front; la largeur de celui-ci, entre la naissance des deux cornes, est de 30 centimètres; la courbe bombée du front en dehors est de 5 centimètres au milieu de l'arc frontal, et les cornes qui ont 35 centimètres de circonférence au point de départ de la tête étaient fuyantes en arrière.

Les dispositions du frontal de l'*Aurochs (fig. 2)*, recueilli également à Cernay, dans un foyer gaulois, sont toutes à l'opposé du frontal du *Bos*

priscus; le front de l'*Aurochs* mesure 20 centimètres de largeur entre la naissance des deux cornes; il est concave avec un retrait de 2 centimètres en dedans; le sommet de la tête, également creux, donnait à cette tête un aspect assez frêle formant contraste avec les ossements composant la charpente de l'animal et les énormes cornes que cette tête portait, et qui mesurent à la base 36 centimètres de circonférence sur 60 centimètres de longueur en nature osseuse.

Le motif de cette comparaison est de déterminer, par la discussion, et le plus exactement possible, la différence de structure existant entre ces familles de bovidés au point de vue zoologique sur des sujets d'époques si différentes.

M. BOSTEAUX-PARIS

A Cernay-lès-Reims.

MOTIFS D'ORNEMENTATION SUR LA POTERIE NÉOLITHIQUE DE LA STATION DU MONT-DE-BERRU (MARNE)

— Séance du 4 août 1893 —

La poterie de l'époque néolithique ne donne pas souvent de pièces intactes. Bien que l'art de ces potiers soit tout primitif, il mérite cependant quelques descriptions.

Cette poterie n'a aucun rapport avec celle fabriquée par les Gaulois, tant en ce qui concerne la teinte donnée par la cuisson que le manque de polissage et, par conséquent, le défaut de vernis.

Comme ornementation, les principaux motifs consistaient à faire des dépressions dentelées avec l'ébauchoir ou avec les doigts sur la partie supérieure, plate du bord des vases. Ce genre de décoration ne se rencontre pas sur la poterie gauloise.

La plupart des vases, dont la forme était carénée, sont ornés, sur l'angle de la saillie, de creux ou d'encoches faits avec l'ébauchoir ou avec les doigts quand la pâte était tendre.

Souvent, ces vases étaient entourés d'un cordon grossier ressortant fortement en saillie, et aussi quelquefois ces bourrelets étaient ornés de

dépressions; ces saillies leur servaient à porter ces vases plus facilement.

On rencontre quelquefois sur des fragments de vases des anses ou des trous verticaux percés dans les bourrelets, ce qui leur permettait de suspendre leurs récipients aux branchages; ce système ne se rencontre plus sur la poterie gauloise.

Les fusayolles en terre cuite se rencontrent aussi dans ces stations, ces peuplades étaient donc déjà pastorales et savaient utiliser la laine.

Tous ces fragments de poteries se trouvent dans des foyers d'ateliers, mélangés au sable et aux débris de fabrication de silex.

M. Paul PALLARY

Professeur, à Oran.

NOTE SUR LA CLASSIFICATION ET LA TERMINOLOGIE DU PRÉHISTORIQUE ALGÉRIEN

— Séance du 4 août 1893 —

J'ai lu ou entendu souvent soutenir les hypothèses suivantes à propos du préhistorique algérien :

1° Qu'il ne faut pas abuser des mots : monuments mégalithiques, dolmens, etc. Il vaudrait mieux employer les expressions arabes ou kabyles (1);

2° Que le jour où la chronologie pourra être suffisamment établie, les couches des grottes d'Oran devront recevoir des dénominations différentes de celles de l'Europe. Cette opinion a été émise, dit M. Doumergue, par M. Cartailhac lors du Congrès d'Oran, et il ajoute : « Nous l'avons acceptée, car nos observations n'ont fait que la confirmer » (2).

Je me suis reporté au passage visé. M. Cartailhac dit « que le préhistorique de ce pays doit être étudié sans se préoccuper d'établir un parallélisme quelconque entre le préhistorique européen et le préhistorique africain » (1).

Pour le premier point je dirai ceci :

Les termes créés en France ou à l'étranger pour désigner des monuments ont une affectation précise et bien distincte. Par conséquent, chaque

(1) *Ass. fr. p. av. sciences.* Oran, I, p. 199.
(2) *Ass. fr. p. av. sciences.* Pau, II, p. 627.

fois qu'un monument est parfaitement identique à celui qui a déjà un nom, je ne vois pas la nécessité de lui en donner un autre parce que ce monument est à l'étranger ou qu'il a un nom local.

D'autre part, en Algérie, les noms locaux varient à l'infini pour un seul objet. Pour ne citer que les tumuli, ceux-ci sont appelés : bazinas, chouchas, djahels, djedars, sans compter les appellations générales de tombeaux de païens, tombeau de l'infidèle *(Kbeur m'ta djouhala)* suivant la région, et je ne cite que les termes de l'idiome algérien que je connais; au Maroc et en Tunisie, il y a sans doute encore d'autres synonymies.

A moins de supposer chez le lecteur une forte dose d'érudition, il faudra : ou que j'adopte un de ces termes, une fois pour toutes, après avoir préalablement bien établi sa synonymie — et alors, lequel choisir? — ou que je n'en adopte aucun.

Pour ma part, j'aime mieux me servir du terme général : tumulus pour désigner un tertre tumulaire, et tumulus à gradins pour désigner un tertre formé de rangées de pierres concentriques en forme de gradins. Tout le monde se fera une idée exacte de ce monument, parce qu'il y a des tumuli partout au lieu que le nom local ne m'indiquera rien de cela.

Il est très bon et très utile, je le reconnais, de relever avec soin les noms locaux qui souvent cachent une légende, mais à la condition de reléguer ce terme au second plan, comme une synonymie et pas autre.

Je n'adopterai donc le nom indigène que chaque fois qu'il s'agira d'un monument spécial au pays et dont la dénomination n'existe pas dans la langue française. Or, comme en général il n'y a pas de nom indigène *spécial* et *exclusif* pour une seule catégorie de monuments, je me verrai forcé certainement de me servir du terme français qui approche le plus, en le rectifiant toutefois.

Par exemple, à Mécherasfa se trouvent des tombeaux ayant l'apparence de dolmens : aucune autre catégorie de monuments ne peut en être rapprochée. Les indigènes donnent à ces tombeaux le nom générique de *K'beur m'ta djouhala*, c'est-à-dire le même nom qu'aux tours, tumuli, enceintes circulaires, etc.

Je suis bien obligé, par conséquent, de rechercher dans la synonymie européenne un terme plus rapproché que celui de tombeau du païen.

La deuxième critique est plus grave.

J'estime d'une façon générale qu'il ne faut pas allonger le vocabulaire déjà assez vaste de la paléoethnologie. En règle, je dirai : chaque fois qu'un terme du répertoire européen correspondra à un terme local, il faudra adopter le premier.

Les industries quaternaires se présentent sur toute la surface du globe avec un grand caractère d'uniformité : l'outil chelléen est le même partout, la pointe moustérienne est universelle. Pourquoi, parce qu'un coup

de poing aura été trouvé dans le Sahara, créer une autre appellation ?

Je crois qu'il est inutile de changer quoi que ce soit à la nomenclature pour la période quaternaire. Ce n'est guère qu'au néolithique que l'industrie s'amplifie et qu'elle commence à prendre des allures locales.

Cependant, le terme général de néolithique subsiste pour désigner l'âge de la pierre polie ; en indiquant si c'est du néolithique ancien, moyen ou récent, je peux parfaitement établir un parallélisme avec les industries européennes, sans créer pour cela une époque nouvelle. Mais ce n'est que lorsque j'aurai la certitude que l'industrie étudiée ne se trouve que dans une seule zone que je la classerai comme industrie locale.

Évidemment, il ne me viendra pas à l'idée de baptiser du nom de gaulois des outils ou des armes trouvés en Algérie, parce que leur étude m'aura prouvé qu'il y a synchronisme dans l'âge entre la fabrication de ces outils et ceux de la période gauloise.

En un mot, j'estime qu'il n'y a rien à changer aux coupures de l'époque quaternaire, qu'il faut faire des réserves pour l'âge de la pierre polie et que ce n'est que les industries plus récentes qui, étant plus locales, pourront recevoir des noms spéciaux.

D'autre part, nous n'avons pas assez de données sur les industries anciennes du nord de l'Afrique. Le but de tout observateur doit être de chercher à relier ses trouvailles avec celles des pays voisins : ce n'est que lorsqu'il n'aura pas trouvé de terme équivalent ou de chaînon intermédiaire qu'il pourra créer un terme nouveau.

Mais il reste encore beaucoup à faire : contentons-nous de chercher, de fouiller, d'exhumer. Chaque chose viendra en son temps. Plus nous aurons de matériaux, plus nous aurons de preuves.

Pour terminer, laissez-moi citer un exemple qui prouve qu'il ne faut pas être trop hâtif dans la comparaison des industries et dans l'introduction des termes nouveaux. M. Doumergue a publié dans le premier volume de Pau, pages 264-5, une courte note sur la grotte du Ciel ouvert.

Dans cette note, il est dit, à propos de la couche *inférieure* de la grotte des Troglodytes, que « cette couche n'est probablement pas quaternaire. Du moins, jusqu'à présent, rien ne le prouve. En aucune façon on ne peut attribuer à quelques éclats la valeur de caractères géologiques. M. Doumergue se range à l'avis de M. Tardy, qui paraît présumer fortement la vérité en classant cette couche dans le campinien. Toutefois, il n'admet pas l'assimilation complète, car les matériaux trouvés jusqu'à maintenant ne sont pas suffisants. »

Or, dans le travail publié par nous (Congrès de Marseille, II, p. 635, 636, 649), nous classions cette couche comme quaternaire et la couche *supérieure* comme néolithique ancien. La note de M. Doumergue fait donc croire que nous avons fait erreur.

M. Tardy, lorsqu'il a classé comme campinienne l'industrie des Troglodytes avait sous les yeux les outils que nous présentions et qui étaient de la couche supérieure, et en cela nous étions tous parfaitement d'accord puisque *le campinien n'est pas autre chose que du néolithique ancien.* Et, alors, ou M. Doumergue semble ignorer l'équivalence de ces deux termes, ou il attribue le même âge aux deux couches, ce qui est impossible.

Je ne m'arrête pas sur le passage où il est dit qu'on ne peut attribuer à quelques éclats la valeur de caractères géologiques. Les outils de la couche inférieure sont taillés à grands éclats et tous sont au moins de la grandeur de la paume de la main. On ne trouve pas un seul de ces petits silex si caractéristiques du néolithique ancien et qui abondent dans la couche supérieure. De plus, il y a la molaire de *Rhinocéros* dont M. Doumergue ne parle pas. Il ne tient pas davantage compte ni de la coloration ni de la cohésion des terres de la couche.

Ainsi, pour avoir voulu choisir un nom de la terminologie européenne, M. Doumergue a classé comme contemporaines deux industries bien différentes.

Et même lorsque les relations du préhistorique algérien, espagnol et français seront définitivement établies, notre néolithique ancien des Troglodytes se trouvera être encore plus ancien que le campinien de M. Salmon. On aura donc, pour avoir voulu employer trop tôt un terme du préhistorique français, l'exemple d'une couche inférieure plus récente que la couche supérieure! Toutes les deux étant en place, bien entendu.

M. Paul PALLARY

Professeur, à Oran.

DEUXIÈME CATALOGUE DES STATIONS PRÉHISTORIQUES DU DÉPARTEMENT D'ORAN

— Séance du 4 août 1893 —

Depuis la publication de l'*État du préhistorique dans le département d'Oran*, suivi du *Catalogue des stations préhistoriques* du même département dans les Comptes rendus du Congrès de Marseille (1), plusieurs

(1) *Ass. fr. pr av. sc.* — Marseille, t. II, p. 603 et suiv.

stations nouvelles ont été découvertes, et malgré le soin apporté à la rédaction du catalogue de 1891, il y a à rectifier quelques indications bibliographiques. Cela provient de ce que, à l'époque de la publication de ce travail, je n'avais pas encore en mains l'ouvrage de M. de la Blanchère : *Voyage d'études dans une partie de la Mauritanie césarienne*, qui donne de précieux renseignements sur la période berbère. De plus, un certain nombre de travaux ont été publiés qui intéressent notre département ; je vais donc rectifier les indications erronées et compléter la liste des localités données précédemment. Je continuerai ce travail tous les deux ans de manière à être renseigné d'une façon très précise sur le mouvement paléoethnologique dans le département d'Oran.

Toutes les corrections du catalogue de 1891 sont mentionnées ci-après en *lettres italiques* ; il suffira donc de rectifier ces indications et d'intercaler alphabétiquement les localités nouvelles pour avoir le dictionnaire complet des lieux habités aux époques anciennes connues jusqu'à ce jour.

Pour les noms des localités, l'orthographe officielle a été adoptée. Mais chaque fois que l'orthographe officielle n'était pas la transcription exacte de l'appellation indigène, cette dernière a été inscrite entre parenthèses d'après les indications de M. L. Guin, ancien interprète principal de l'armée.

Nous avons adopté aussi les abréviations suivantes :

(E.-M. 50 m.), (E.-M. 400 m.), (E.-M. 800 m.) pour : Cartes de l'État-major (Dépôt de la Guerre — Département d'Oran) aux 50.000e, 400.000e (feuille nord) et 800.000e.

(Flle 127) = Feuille 127. Indique le numéro de la feuille de la carte au 50.000e.

(Auc. ment.) = Aucune mention sur les cartes aux 400 et 800.000e pour les régions où la carte au 50.000e n'a pas encore été levée.

Un nom de localité non suivi d'abréviations indique que cette localité est portée sur les deux cartes (E.-M. 400 m.) et (E.-M. 800 m.).

Un nom suivi d'une des trois abréviations veut dire que ce nom se trouve sur la carte mentionnée.

Caverne, grotte ou abri. — Tumulus. — S. T. Silex taillés. — Station. — Atelier. — R. B. Ruines berbères. — R. G. Rocher gravé (surtout pour le Sud oranais). Le terme + suivant un de ces signes signifie : plusieurs.

Nous avons adopté, pour chaque localité, une série de quatre numéros. Le n° 1 fixe la position de la localité. Le n° 2 indique la nature de la découverte et son âge. Le n° 3 mentionne l'auteur et la date de la découverte. Le n° 4 donne les indications bibliographiques nécessaires.

ARRONDISSEMENT D'ORAN

(Une monographie paléoethnologique de cet arrondissement a été publiée dans le *Bulletin de la Société d'Anthropologie de Lyon*. Décembre 1892.)

ARBAL. — 1. (F^lle 181.) — 2. ⌓ au S.-E. de la Daya Si-Mohammed. — 3. M. Bichon. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892.

HAMMAM-BOU-HADJAR. — 1. (F^lle 209.) 50 kilomètres S.-O. d'Oran, 14 kilomètres N.-E. d'Aïn-Temouchen, 13 kil. 6 S. d'Er-Rahel et à 9 kil. 5 S.-O. d'Aïn-el-Arba. — 2. S. T. autour du village. — 3. M. Pallary, 1890. — 4. *Bull. soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892.

MANGIN (EL-BRIA). — 1. (F^lles 153 et 154.) 16 kilomètres S.-E. d'Oran. — 2. ⌓⁺ *(djahels)* entre le signal de Kaddour-Debbi et Saint-Louis, aux cotes 328, 323, 330. — ⌓³ à la cote 224, à 5 ou 600 mètres O. du télégraphe Debbi. — 3. M. Bichon. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892.

MERDJADJOU (DJ.). — 1. (F^lles 152, 153, 180.) Entre Oran et Lourmel. — ⏃⁺ sur le chabet Bou-Bekr et sur le chabet Medjadji, dans le dj. Katifoun. — ⏃ au-dessus du marabout et de la source de Sidi-Aïssi, sur le bord du chabet Barka. — ⏃⁺ sur les flancs du chabet Taher-el-Megreb, en plein dj. Kiraïch. — S. T. sur la lisière N. du plateau entre la source du chabet Ahnoun-Mechala et Aïn-Si-bou-Amer. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892.

1. (F^lle 153.) — 2. Nombreuses R. B. *(déchera)* avec alignements en pierres dressées et tumulus dans le territoire compris entre le grand ravin de Misserghin, Sidi-Aïssi ou Aïssa et la limite de la commune d'Oran (lisière N.-O. du Merdjadjou jusqu'à Pont-Albin). — 3. M. Pallary, 1893.

MISSERGHIN. — 1. (F^lle 153.) — 2. ⏃ dans le chabet Fechana. — ⏃⁺ dans le chabet Beïda, affluent de la R. G. du grand ravin de Misserghin. — 3. M. Pallary, 1892. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892.

1. (F^lle 153.) — R. B⁺ sur les deux versants du chabet Beïda et autour de la ferme Maurer. — 3. M. Pallary, 1893.

ORAN. — 1. (F^lle 153.) — 2. S. T. dans les brèches quat. de la route de Mers-el-Kébir, avant d'arriver aux Bains de la Reine. — ⏃² du Cuartel et du Ciel ouvert dans le dj. Mekaad-el-Bey. — 3. MM. Doumergue et Pallary, 1892. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892. — *Ass. fr. pour avanc. sc.*, Pau, I, p. 264, et II, p. 623.

PERRÉGAUX. — 3. M. Daleau, *1881*.

PONT-ALBIN. — 1. (F^lle 153.) 8 kil. 5 S.-O. d'Oran, sur la route de Misserghin. — 2. ⏃⁺ dans le chabet Mabuza et dans le chabet Em-Mellouïa. (Musée d'Oran). — ⏃ des Figuiers sur la rive gauche du chabet El-Hurmann. — 3. M. Doumergue, 1892. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon*. Déc. 1892.

1. (F^lle 153.) — 2. R. B. avec alignements en pierres levées entre 262 et 298 sur le bord droit du sentier. — 3. M. Pallary, 1893.

SAINT-LOUIS (BOU-FATIS). — 1. (F^lle 154.) 27 kilomètres E.-S.-E. d'Oran. — 2. ⏢⁺ à l'E. de Saint-Louis, aux environs de Mouley et Taïeb sur Hemmar-el-Guendoul au bord S.-O. de la saline d'Arzew. — 3. M. Bichon. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon.* Déc. 1892.

SIDI-CHAMI (CHAHMI). — 1. (F^lle 153.) 13 kilomètres S.-E. d'Oran. — 2. ⏢⁺ au S. de la ferme Saint-Joseph. Entre les cotes 191-182, sur chaque monticule se trouve un *djahel* (tumulus à gradins = *basina*). — 3. M. Bichon. — 4. *Bull. Soc. Anthr. Lyon.* Déc. 1892.

ARRONDISSEMENT DE MOSTAGANEM

ABOUKIR. — 4. *Ass. fr. pour av. sc.*, Oran, I, p. 212, et *Id.* Grenoble, I, p. 128.

INKERMANN. — 1. (F^lle 130.) 168 kilomètres E. d'Oran sur la ligne d'Alger. (Voir Retaïmia).

KENNOUDA. — 1. (Auc. ment.). Sur le plateau du Sersou, anc. tribu des Beni Mediane, douar-commune de Tagdemt. — 2. R. B. avec tombeaux dolméniques à Kenouda, à proximité d'un autre Mécherasfa de la Mina. — 3. M. de Montgravier, 1843. — 4. De Montgravier, *Les tumulus de Lachdar*, 1844.

RETAÏMIA. — 2. Hache polie à la surface. — 4. *Petit Fanal oran.*, 27 janvier 1893.

TIARET. — 1. Près de la ville indigène. — 2. ✡ de petits silex taillés à formes géométriques. — 3. A. de Mortillet, 1888.

2. Hache polie dans une maçonnerie romaine. — 3. M. Pomel.

1. A 4 kilomètres N.-O. de Tiaret, sur le flanc du dj. Ensara et à une vingtaine de mètres à gauche de la route de Tiaret à Relizane à 3.000 mètres de Guertoufa. — 2. *Hadjeret Gaïd*, table à sacrifices, dolmen naturel de Tiaret (voir catal. 1891). — 4. De la Blanchère, *Voyage d'études*, p. 41 et 42. — *Bull. Soc. Anthr. Paris*, 1875, p. 494. — *Rev. afric.* 1857, p. 146.

1. 22 kilomètres N.-O. de Tiaret, à 1.200 mètres à droite de l'endroit où l'O. Demeur coupe l'ancienne piste de Tiaret à Mascara, douar-commune de l'Azzouania. — 2. Kh'allout-er-R'alem (pierre à sacrifices), avec cuvettes et dessins gravés (voir catal. 1891). — 3. Com^t Derrien, 1883. — 4. *Bull. Soc. Géogr. Oran*, juin 1883.

Pour le catalogue des ruines des Ouled-Cherif, des Aouïssat, des Ouled-Lakred, des Akerma, des Beni-Median et des Ouled-ben-Affan, voy. De la Blanchère, *Voyage d'études*, p. 19 et 22.

ARRONDISSEMENT DE MASCARA

AÏAD (dj.). — 2. *S. T. (M. Pomel). La station de M. Pomel se trouve plus haut entre le dj. Tiberkempt et la source de l'O. Berbour.* — Haches polies et un broyeur dans un marabout du dj. Aïn-Manâa. (Musée d'Oran). — 3. M. Poirier, 1892.

AÏN-BALOUL. — 1. (Auc. ment.). A gauche de la route de Frenda dans le douar-commune de Tircine. — 2. Voy. Touta (dj.).

Aïn Baloul. — 1. Route de Palikao à Medjaref, 32 kilomètres E. de Mascara. — 2. Hache polie dans le ravin. — 3. M. Tommasini.

Aïn-el-Hadjar. — 1. A 11 kilomètres S. de Saïda, voie ferrée. — 2. ✡ chelléenne à la surface sur le Coudiat-Tin et l'Arzem. — ✡ moustérienne dans la tranchée de la route de Saïda, à 100 mètres du cimetière. — ✡ néolithique dans les champs autour du village et à El-Gada et Hachlef. (Musées d'Oran et de Lyon.) — 3. M. Poirier, 1892-3. — 4. *Bull. Soc. Géogr. Oran*, octobre 1892, p. 547 et 551. — *Ass. fr. av. sc.*, Besançon, 1, p. 281.

2. — R. B. d'Aïn-Manâa à 4 et 6 kilomètres O. d'Aïn-el-Hadjar (voir dj. Aïad). — R. B. en plusieurs groupes du promontoire d'El-Gada à 4 kil. 6 et 6 kilomètres et demi S.-O. d'Aïn-el-Hadjar avec ⌓⁺. R. B. à Hachlef à 6 kilomètres et demi S.-E. d'Aïn-el-Hadjar. — 3. M. Poirier, 1892.

1. Chez les Hassassna-Gharaba. — 2. R. B. à Sidi Mammar, au-dessus de Saïda, à l'O. de Tidernatin et sur l'échelon au-dessus. — R. B. à Hedda, à l'E. de Faid-Nedjouna. — R. B. à El-Byazi, à l'O. de l'Aïn-Foufet, à l'extrémité de la forêt. — R. B. à Souaine, au S. de tous les autres. — R. B. à Kherbet-el-Achouch, à Sidi-Mohammed-bel-Gacem. R. B. à Bou-Lakhaz, sur le dj. Khenifer, au S.-O. au milieu des bois. — 3. M. Graulle. — 4. De la Blanchère, *Voy. d'études*, p. 18, 58 et 59.

Aïn-Sultan. — 2. R. B. aux environs des sources. — R. B. à El-Hammar, au-dessus de l'Aïn-Maghraoua. — R. B. à Koucha, d'étendue médiocre. — R. B. à Zeboudj-el-Adal et Hassi-Tircine aux environs du puits. (Douar-commune d'Aïn-Sultan). — 3. MM. de la Blanchère, Graulle et Tommasini. — 4. De la Blanchère, *Voy. d'études*, p. 17 et 32.

Aïn-Timet'las. — 1. Chez les Ouled-Daoud. — 2. R. B. à Mtalsa. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 54 et 58.

Ain-Tizi. — 2. ✡ chelléenne dans les poudingues rouges de la rive gauche du Chaba-Mohammed-bel-Habib-Maskri. — S. T. et hachette polie entre la voie ferrée et la koubba de Sidi-Rahal. — 3. M. Pallary, 1893.

Benia du Nador. — 1. Cercle de Tiaret, aghalik des Harar-Cheraga, territoire de commandement. — 2. R. B. à Bou-Tchicha. — R. B. à Remilia, à l'entrée du col de Harmela. — R. B. à Gheghaïa et vers Goudjilla à la sortie du dj. Bou-Loual. — 3. La ✡ de Bénia (voy. catal. 1891) a été signalée par *M. de la Blanchère* en 1882 et non par M. Demaeght. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 71-72.

Charrier. — 1. (E.-M. 400), 31 kilomètres N. de Saïda, voie ferrée. — 2. Près de Charrier, ruine de peu d'étendue. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 16.

El-Bordj. — 2. ✡ dans le grand ravin de Messerata.

Frenda. — 2. R. B. à Taughazout, un peu au S. de Frenda (Tourzout, E.-M. 400). — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 23, 25, 32, 33. — Brunon, *Mém. sur les fouilles du Madracen* in *Rec. Mém. Soc. Arch. Constantine*, 1873 (p. 3 et 4 du tirage à part).

Gherb-ez-Zega. — 1. (Auc. ment.). Chez les Ouled-Daoud. — 2. R. B. couvrant plus de 3 hectares. — 4. R. de la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 18.

HASSASSNA-CHERAGA (E.-M. 400 : Assassena). — 1. Cercle de Saïda, commune indigène de la Yagoubia. — 2. R. B. à Ali-Terham, entre la plaine et la forêt des Hassassna. — R. B. à Taga-Rakba, dans la même région. — R. B. à Bou-Khelal, à l'entrée de la forêt. — R. B. à Kherbet-Ouerrad et à Nessissa. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 17 et 18.

K'ELIA. — 1. (Auc. ment.). Koliaa chez les Beni-Meniarin-Fouaga. Douar-commune de Tafrent. — 2. R. B. au Hammar Melouleb, près du marabout de Sidi-Abd-el-Ad'in. (Voir catal. 1891). — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 31.

LA GUETHNA. — 1. (F^lle 212.)

MARHOUM. — 1. (Auc. ment.). 34 kilomètres O. de Modzbah. Voie ferrée entre Modzbah et Marhoum. — 2. ✡ chelléenne à silex calcédonieux. (Musée d'Oran). — 3. MM. Doumergue et Poirier, 1892. — *Ass. fr. av. sc.*, Besançon, 1, p. 281.

MAOUSSA. — 1. (F^lle 213.)

MATTEMORE. — 1. (F^lle 212.)

MÉCHERASFA. — 4. R. de la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 73 et appendice B.

MENAOUER (dj.). = TEMDRARA (dj.). — 1. Sidi-Menaouer est seul porté sur (E.-M. 400^e). Les Européens disent : la montagne carrée. — A 20 kilomètres environ N.-E. de Palikao et à 16 kilomètres N.-O. de Fortassa. — 2. S. T. autour de la Koubba de Sidi-Abd-el-Kader-Menaouer-Temdrara.

MESSAOUER. — 1. (Auc. ment.). A 15 kilomètres environ S.-E. de Saïda, douar-commune de Nazereg, sur la limite des Hassassna R'araba. — 2. R. B. importante près de l'O. Messaouer. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 16.

MTALSA. — Voir Aïn-Timetlas.

NAZEREG. — 1. Douar-commune de Nazereg, chez les O. Khaled-Gharaba. — 2. R. B. à Oued-Habred, Bou-Serdan, Aïn-ben-Djebara, Dar-es-Soug, Messamech et Sidi-Djelloul. (Voir aussi Messaouer et Foughal (Four'al). — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 16.

OUED TARIA. — 1. Douar-commune d'Oum-ed-D'ebab. — 2. R. B. d'El-Ghelid, à Tazerout. — Dans la même localité, R. B. à Aïn-el-Ouhabia. — R. B. à Koudiat-Oum-Amama près du dj. Oum-ed-D'ebab. — R. B. Aïn-Sidi-Ahmed en Nebi. (Toutes ces ruines sont comprises entre Franchetti, Charrier, Taria et Benian.) — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 16, 43, 45.

OUIZERT. — 1. (F^lles 242 et 243.) Douar-commune de l'O. Hounet. — 2. R.B. à Bel-Fouh, à l'O. Hounet. — R. B. à Aïn-Zemir, sur un plateau au S.-O. du territoire. — R. B. à Hassi-ben-*Zemmit* sur la rive gauche de l'O. Hounet (Haounet) et presque à son confluent avec l'O. Meniarin. — Dèchera, près de Sidi Ahmed. — Dèchera-bou-Daoud, à Sekket-el-Hamera. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 15.

1. Douar-commune d'Ouizert. — 2. R. B. à Bou-Aïcha. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 15, 28, 29, 31 et 40.

PALIKAO. — 3. M. Pomel, *1879*. — 4. *Ass. franç. p. av. des sciences*, Grenoble, 1885, t. I, p. 128, et t. II, p. 504. — (M. Carrière indique, Congrès d'Oran,

vol. II, p. 355, que M. Pomel a décrit Palikao in *Bull. Ass. fr. p. av. sc.*, Congrès d'Alger. Il y a erreur, il s'agit du Congrès de Grenoble.)

Saïda. — 2. ▲ néol. dans la vallée de l'O. Saïda, à droite en remontant la rivière, *à 2 kil. 5 de Saïda, au bas du ravin qui prend naissance en face du cent soixante-quinzième kilomètre de la voie ferrée.* — 3. Fouillée par MM. Doumergue et Poirier, 1893. (Musée d'Oran.)

2. R. B. à la ferme Solari et à Chabet-ez-Zeboudj auprès du moulin Flinois. — R. B. à El-Hadjer-el-Amar, avant d'arriver au marabout de Sidi-Abd-el-Kerim. R. B. d'El-Ferinina, au sommet du dj. Sidi-Ahmed-ez-Zegaï. — R. B. à Hassi-el-Kerma, au pied de la montagne précédente. — R. B. à El-Mentesser. — R. B. à Hassi-Douilia, au Chabet-el-Lebia, près d'Oum-Touadjin. — R. B. de Naiat-bou-Yeddad à Aïn-Oum-el-Hadjar, contrée de Khrinikh. — R. B. à Ghar-el-Hadid avec une ruine ancienne. — 3. M. Graulle. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 15, 16, 39, 40, 45, 48, 58, 59, 60 et 68.

(Les ruines de R'iran-Djedam, de Garn-Baïr et de Dar-Zeguir, portées à Saïda sur le cat. de 1891, ont été séparées et reportées à Tiffrit sur ce cat. — Voir Tiffrit.)

Saint-Hippolyte. — 1. (F^lles 212 et 183.) 4 kilomètres N. de Mascara. Les stations sur un rayon de 2 kilomètres autour du village. 2. ◆ néol. du Lièvre entre les deux chemins du dj. Khalel (F^lle 212, dj. Klaïlia entre 740 et 742). (Musées d'Oran, de Lyon et de l'École d'Anthropologie de Paris.) Près de là ⌓⁺ et tombeaux rectangulaires sur le flanc S. du Khalel. ⌓⁺ entre Saint-Hippolyte et Sidi-Daho sur une suite de petites crêtes entre : Dar-Sidi-bou-Kaddem et Dar-Sidi-Mohammed-bel-Addi (698-706). — Hache polie dans la haouïta de Muley A.-E.-K. près de Aïn-Zilouf, sur le versant N. du Chareb-er-rih'. — 3. M. Pallary, 1893.

1. (F^lle 183.) — 2. R. B. sur le versant N. du dj. Khalel, entre Aïn-Alem et Aïn-Marsid au sommet du Chaba Tsaïn, sous les points 808-816. — 3. M. Pallary, 1893.

Sedira. — 1. (Auc. ment.). Entre M'talsa et le dj. Aïad chez les Mâalif (Djafra-Cheraga). — 2. R. B. à Sedira, dominant la plaine tout près de la koubba de Sidi-Berezoug (S^i Berzeroug, E.-M. 400^e, et Si Ber-Rezoug, E.-M. 800^e). — R. B. au dj. Bedjeloud au S.-O. de Sedira chez les Ouhaïba. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 18.

Sehaïl (dj.). — 1. (Auc. ment.). Chez les Ouhaïba. — 2. R. B. à Senanegh. — R. B. au dj. Sehaïl et au dj. Medeles. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 18.

Sersou. — 1. Sur la route de Laghouat à Tiaret, à 25 ou 30 kilomètres env. au S. des Djedar, dans la plaine du Sersou. — 2. R. B. très importantes. — 3. C^t Brunon, 1853. — 4. *Mém. Soc. Arch. Const.*, 1873.

2. S. T. — 3. MM. Letourneux et Bourguignat. — 4. *Bull. Soc. alg. de Climat.*, 1869, p. 15.

Sidi-Aïssa-Mano. — 1. (Auc. ment.). — 2. R. B. à gauche de la route en allant à Saïda. — R. B. à Hammar-Tadjemont sur une côte à l'E.-S.-E. du marab^t de Sidi-Aïssa-Mano. — R. B. à Sidi-Ahmed-bou-Guebrin. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 16.

Sidi-Daho. — 1. (F^lle 183.) A 4 kilomètres N.-E. de Saint-Hippolyte et à 7 kilomètres 5 de Mascara. — 2. Outil chelléen. — ◆ Néol. important autour

de Aïn-Harça. — R. B. près de la cascade et entre 699-705 et 687 avec des tombeaux. — 3. M. Pallary, 1893.

TAMENTIT. — 1. (Auc. ment.). A l'O. d'Aïn-el-Hadjar et du dj. Aïad chez les Maalif (Djafra-Cheraga). — 2. R. B. au sommet du dj. Djeïra. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 18.

TARIA ou TRARIA. — Voir Oued-Taria.

TEMDRARA (dj.). — Voir Menaouer (dj.).

TERNIFINE (TIR'ENIFIN). — Sur la sablière quaternaire sont les koubbas de Sidi-Ali-es-Snoussi, Sidi-Ahmed-Trari et Sidi-Bouazza-R'arbi.

TIFFRIT. — 1. (La cascade est indiquée sur les deux cartes.) A peu près à mi-chemin entre Nazereg et Tagremaret, à 30 kilomètres env. N.-E. de Saïda. Douar-commune de Tiffrit, chez les Ouled-Khaled-Cheraga. — 2. L'une (R'iran-Djedam) a été fouillée en partie par M. le capitaine Poirier, 1893. — R. B. à Aïn-Tessegata ou Tazgata. — R. B. à Debaa et à Hemar.

Sur la rive gauche de l'O. Taria (O. Tiffrit), autour de la cascade de Tiffrit, R. B. à Ghar ou R'iran-Djedam dans la mont. dominant l'O. Djedam et la tête d'Aïn-Tiffrit (Cat. 1891, Saïda). — R. B. à Garn-Baïr, au-dessus de la cascade (dº). — R. B. à Dar-Zeguir, près de Kef-Zenadra et de la forêt, au N. de Garn-Baïr (dº). — R. B. à Sefah et à Kehaf. — R. B. à Méchetat Mah sur l'O. Tiffrit, aux environs de Garn-Baïr. — 3. MM. de la Blanchère, Graulle, Pallary et Poirier. — De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 16 et 17.

TIMETLAS. — Voir Aïn-Timetlas.

TIMZIOUIN. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 68.

TOUTA (dj.). — 1. (E.-M. 400e). Commune mixte de Cacherou. Douar-commune d'Ahnaïdja, de la tribu des Ouled-Aouf, à l'E. de Tagremaret, un peu au N. de la route de Saïda à Tagremaret. — 2. R. B. à Touta, sur la pente du dj. Akbouch. — R. B. à Sidi-Ali-bou-Karroucha, dans la plaine. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 24.

1. Douar-commune d'Aïoun-el-Beranis. (E.-M. 400e.) — 2. R. B., à Aïn-bou-Amar, presque en face de Baloul (E.-M. 400e). — R. B. importante à Hadjer-el-Biod. — R. B. à Sidi-Mohammed-Chérif près de l'O. Tiffrit. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 17.

ZARNIKH (dj.). — 1. Chez les Ouhaïba, à l'O. de Timetlas. — 2. R. B. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 18.

ARRONDISSEMENT DE BEL-ABBÈS

BEDEAU. — 2. S. T. — 3. M. Doumergue, 1893.

MESSER. — 1. (Auc. ment.). Env. 15 kilomètres S.-O. de Mercier-Lacombe, près de Melr'ir'. — 2. Dans la plaine de Meçid (St Macid, E.-M. 400e), douar-commune de Messer, R. B. — 3. M. Lafosse, 1890.

SIDI-DOUMA. — 1. (Auc. ment.). Sur l'O. Sefioun (O. Seffioun, E.-M. 400e). Au lieu dit Bled-R'amla. — 2. Tombeaux circulaires de 4 mètres env. de diamètre. — 3. M. Lafosse, 1890.

THESSALAH (dj.). — 1. (Flles 209 et 210). — 4. Letourneux, *Cat. des mon. préh. de l'Algérie*, in. *Bull. Soc. alg. de Clim.*, 1869, p. 71.

ARRONDISSEMENT DE TLEMCEN

Beni-Snouss. — 1. (E.-M. 800e). Entre Sebdou et Gar-Rouban sur la frontière marocaine. — 2. *Haouita* (murettes circulaires). — 3. M. Pomel. — 4. *Bull. Soc. alg. de Climat.*, 1869, p. 69.

El-Ourit. — 2. Au-dessus de la cascade de la Saf-Saf, dite d'Aïn-Fezza. — ⏃⁺ sur la rive gauche. — R. B. au sommet des chutes sur un plateau escarpé de la rive gauche. — 3. M. Pallary, 1893.

Hennaya. — 1. A 11 kilomètres N.-O. de Tlemcen. Au fond de la plaine des Ghossels, près du ravin des sources, à 8 kilomètres environ d'Hennaya. — 2. Sur une hauteur qui domine la Saf-Saf au lieu dit : deuxième Ghossels, monolithes de 1m,50 de hauteur rapprochés les uns des autres. — 3. M. Couret, 1885.

Lalla-Maghrnia (Marnia, E.-M. 800e) (Lella-Mer'enia). — 1. (Flle 299). 51 kilomètres O. de Tlemcen. — 2. ⌓⁺ à gradins sur la R. G. de l'O. Ouerdefou. — 3. M. Pallary, 1893.

Mansourah. — 1. (Flle 270). 3 kilomètres S.-O. de Tlemcen. — 2. Hache polie dans les vignes. (Musée d'Oran.) ⏃ entre le 187e et le 188e kilomètre en contre-bas et à droite de la nouvelle route de Tlemcen à Marnia. — 3. M. Pallary, 1893.

Ouzidan. — 2. ✡ chelléo-moustérienne dans le poudingue et le tuf, sur le promontoire des R'iran-er-Rih. — R. B. sur le promontoire. Les cavernes sont les silos de la bourgade. — R. B. plus haut sur la R. D. de la Sekak (ou Sikkak) à Brixi, non loin de Nader-Memsoukh. — 3. MM. Alfred Chancogne, Bleicher et Pallary, 1874-1893. — 4. *Bull. Soc. alg. de Clim.*, 1875-76, p. 60.

Sebdou. — 2. ⏃ dans les environs. — 3. M. Bleicher. — 4. *Matériaux*, 1875.

Tlemcen. — 1. (Flle 270). — 2. ⏃² à gauche du sentier de Lalla-Setti, sous la koubba. — Rocher à cupules en face la propriété Venelle. — 3. M. Pallary, 1892.

SUD ORANAIS

(Pour le Sud Oranais, les indications cartographiques se rapportent à la carte du Sud Oranais au 400.000e = (S. 0.400) en quatre feuilles, du dépôt de la Guerre, publiée en 1855, mais revue et corrigée.)

Aflou. — 1. Sur la route d'Er-Reicha. — 2. R. G. au Kreneg-Melaha au S. d'Aflou. Au pied des rochers : S. T., haches polies. — 3. M. Pomel. — 4. M. Flamand. *Note sur les stat. nouv. ou peu conn. de pierres écrites du S.-O.* in *l'Anthropologie*, mars 1892, p. 145. — 2. R. B. — 4. De la Blanchère, *Voy. d'études*, p. 53.

Aïn ou Kreneg-el-Hadjaj. — 1. (S. O. 400e, 4e flle), sur la route d'Aïn-Sefra à Moghrar. — 2. ⌓³ de trois mètres de diamètre, sur les crêtes de la rive droite. — 3. M. Pallary, 1892.

Aïn-Lahag. — 1. (S. O. 400e, 4e flle), 12 kilomètres environ à l'O. de Arba-Foukani, sur la route des Arbaouat par le Kheneg-M'ti. — 2. S. T. et R. G. avec inscriptions arabe et berbère. — 4. Flamand, *Loc. cit.*

Aïn-Sefra. — 2. Sur les hamada, au pied du Gouib-et-Tsour, entre le dj. Aïssa et la rivière, sur la route de Tiout, dans les dunes : S. T. avec perles en

œufs d'autruche ; débris de poterie ; fragments d'œufs d'autruche, *H. Berlieri, Sten. decollata, Melanopsis Maresi, Lymn. palustris, Physa Brocchii.* — R. G. à El-Mahisserat (voir ce nom), à 5 kil. 5 N. E. — 4. *Rev. d'Ethnog.*, 1889, p. 149.

Chotts. — 2. Les S. T. de M. Chopin sont au musée de Saint-Germain. — 4. *Comp. rend. de l'Ac. des Sc., Paris,* 7 fév. 1869.

Dalaa-ed-Douis (Delâa-Aïn-ed-Douis). — 1. Sur une des pistes allant des Chellala aux Arbaouat.— 2. Abris avec S. T., haches polies.—R. G. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Djorf-Meharra (El-Meharra, S. O. 400e, fille 4). — 1. Route d'El-Khoder à Touidjin par El-Mehdi-el-Esfor (El-Medi-Lesfer, S. O. 400e). — 2. S. T.— R. G. avec inscription arabe. — 3. M. Flamand, 1892.— 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

El-Aricha.— 1. (S. O. 400e, fille 1).— 2. S. T. — 3. M. Doumergue, 1893.

El-Hadj-Mimoun. — 1. (S. O. 400e, fille 3). Entre Djenien-bou-Rezg et Figuig. — 2. R. G. avec inscriptions arabes au Kheneg-Tachtoufet. — 3. Cap. Boucher. — 4. *Rev. d'Ethnog.*, avril 1882, p. 129.

El-Mahia. — 1. Dans le dj. Amour. — 2. Ancien ksar berbère. — De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 53.

Géryville. — 1. (S. O. 400e, fille 2.) — 2. Petite hache polie en roche verte dans la propriété Guillaume, en deça des gorges de Géryville. (Musée d'Oran.) — 3. M. le capitaine Poirier, 1883.

Guebar-Rechim.— 1. Au pied S.-O du dj. du même nom. — 2. S. T.— R. G. avec nombreux éléphants. — 4. M. Flamand. *Loc. cit.*

Haci-Sliman-ben-Moussa (Si-Silman-ben-Mouça (S. O. 400e, Fille 3). — 1. A 12 kilomètres O. d'Aïn-Sefra, sur la route de Founassa. — 2. R. G. sur la R. G. de l'O.-el-Bridj — 3. M. Trépied. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Hadjar-Etter. — 1. A 12 kilomètres à l'E. d'Aïn-Ferch. — 2. R. G. — 3. M. le cap. Pierron. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Hadjirat-M'guil. — 1. Meguethat-Dermel. — 2. R. G. avec inscriptions S. T. — 3. M. le cap. Marignac. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Kef-Mektouba. — 1. Entre Taouïala et Aflou. — 2. R. G. — 3. M. Trépied. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Ksar-el-Amar. — 1. (S. O. 400e, Fille 4.) 12 kilomètres N.-O. de Keragda. — 2. R. G. avec inscriptions arabe et berbère. Une des gravures représente un homme armé d'une hache emmanchée. — 3. M. Pierron. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Ksar-el-Hadj-Ahmeur. — 1. Près du marab. de Mouley, A.-E.-K.— 2. S. T. — 3. M. Flamand, 1892. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Le Kreider (El-Kreider). — 1. (S. O. 400e, Fille 2.) A 100 kilomètres S. de Saïda. Voie ferrée. — 2. ✡ néol. sur un mamelon entre les deux pièces d'eau. S. T. et hachette polie au N.-O. du village, vers Sidi-Khalifa. — 3. M. Pallary, 1892.

Mahisserat (dj.).— 1. (S. O. 400e, Fille 4.) — A 5 kil. 5 N.-E. d'Aïn-Sefra, sur la route d'Asla. — 2. ✡ chelléenne à 1m,80 au pied des rochers gravés.— S. T. avec charbons, poteries, œufs d'autruche, *Murex trunculus* (deux niveaux différents). — R. G. avec éléphants et inscriptions berbères et arabes. — 3. MM. Flamand et Trépied. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Mouchegueug. — 1. (Auc. ment.). — 2. S. T. et R. G. au S. et S.-E de Tazina. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Oued-Aïn-Rouaïn. — 1. Route d'Aïn-Ferch à R'assoul. — 2. S. T. — R. G. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Ras-el-Ahmar. — 1. (S. O. 400e, Flle 3.) Sur le bord de l'Od-ed-Douis. — 2. R. G. avec inscription arabe à Feïdja, plaine de Djenien-bou-Rezg à Figuig. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Sidi-Brahim. — 1. 15 kilomètres S.-O. de Moghrar-Tathani. — 2. Abris sous roche avec haches polies à quelques kilomètres du Kreneg-en-Namous. — 3. M. Flamand, 1892. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Stitten. — 1. (S. O. 400e, Flle 4.) — 2. S. T. — R. G. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

Tazina. — 1. (S. O. 400e, Flle 2.) — 2. S. T. — R. G. à Aïn-Tazina et dans la plaine d'El-Milok au N.-E. des Chellala et au S.-O. de Tazina. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

1. En allant d'Arba-Toukani à Tazina, à 12 kilomètres environ avant d'arriver à cette source. — 2. Dans la plaine à droite de l'El-Milok-Guebli, hachettes polies en dolérite. — 3. M. le cap. Poirier.

Tedmema. — 1. Dans le dj. Amour. — 2. R. B. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 53.

Tiout. — 1. (S. O. 400e, Flle 4.) — 2. S. T. et calcaires taillés entre Aïn-Sefra et Tiout. R. G. au N. des dessins déjà connus. — 3. MM. Trépied (R. G.) et Pallary (S. T.). — 4. L'*Illustration*, 3 juillet 1847. Dr Félix Jacquot, *Exp. du gén. Cavaignac dans le Sahara alg.*; Paris, 1849. — M. Flamand, *Loc. cit.*

Touadjeur (Et-Touadjer). — 1. (S. O. 400e, Flle 4.) Entre Mécheria et Naâma. — 2. ⌓. — 4. De la Blanchère, *Loc. cit.*, p. 45.

Touidjin. — 2. S. T. — R. G. avant les puits. — 4. M. Flamand, *Loc. cit.*

L'état actuel des découvertes préhistoriques dans le département d'Oran peut être établi ainsi qu'il suit :

	ARRONDISSEMENTS DE						TOTAL
	Oran	Mostaganem	Mascara	Bel-Abbès	Tlemcen	Sud oranais	
Chelléen en place . .	»	1	2	»	1	1	5
— à la surface.	1	1	5	»	1	»	8
Moustérien en place . .	3	2	2	»	»	»	7
— à la surface	1	»	1	»	»	1	3
Stations néolithiques.	13	5	12	2	3	16	51
Haches polies isolées.	1	2	8	3	8	5	27
Stations non classées.	20	2	15	11	1	2	51
Tumulus	12	1	14	6	6	5	44
Autres tombeaux . .	»	2	15	5	2	»	24
Ruines berbères. . .	6	75	102	5	4	3	195
Rochers gravés . . .	»	2	»	»	»	29	31

M. DUBAIL-ROY

Secrétaire de la Société belfortaine d'Émulation, à Belfort.

LES GROTTES DE CRAVANCHE

— Séance du 5 août 1893 —

Situées à trois kilomètres au nord-ouest de Belfort, non loin du village dont elles portent le nom, ces grottes, au nombre de trois, furent découvertes accidentellement, la plus importante en 1876, à la suite de l'explosion d'une mine dans les carrières exploitées à cet endroit. Elles sont disposées le long d'une faille produite par le contact des terrains jurassiques (étage du bathonien) avec les schistes du terrain de transition. (Nous ne nous occuperons que de la caverne découverte en 1876, contenant les restes précieux d'un âge disparu ; les deux autres, situées dans son voisinage immédiat et orientées de la même façon, ne semblent pas avoir été habitées.)

Peu de temps après leur découverte, ces cavernes furent visitées par de nombreux savants qui en ont publié des relations présentant un haut intérêt au point de vue qui nous occupe. Nous allons résumer en quelques lignes les articles consacrés à ce sujet.

Parisot (1) croit que ces grottes n'ont pu servir, jusqu'à l'époque glaciaire, d'habitation à l'homme. La peuplade qui les aurait habitées appartiendrait à la première période de la pierre polie.

Selon Ch. Grad (2), ces cavernes paraissent avoir servi de nécropole, en dernier lieu, du moins ; la station serait antérieure aux habitations lacustres de la Suisse.

D'après Tuefferd (3), la peuplade de Cravanche était parvenue à un degré de civilisation assez avancé qu'on peut faire remonter à la dernière période de la pierre polie.

Pour le capitaine Jannesson (4), cette station appartient à la dernière

(1) *Les Grottes de Cravanche.* (*Bulletin de la Société belfortaine d'Émulation*, n° 4, 1877-79) et *Description géologique du Territoire de Belfort* (même Bulletin, n° 3, 1876).

(2) *Notice sur les Grottes de Cravanche.* (*Bulletin de la Société d'Histoire naturelle de Colmar*, 1875-76.)

(3) *Stations préhistoriques des environs de Montbéliard et Belfort.* (*Revue d'Alsace*, 1877.)

(4) *Les Grottes de Cravanche.* (*Bulletin de la Société belfortaine d'Émulation*, 1893.)

période de la pierre polie et le nom de préhistoriques ne convient pour ainsi dire plus aux habitants primitifs de Cravanche, car ils avaient déjà un pied sur le seuil des temps historiques.

Les objets recueillis en 1876 dans la grande chambre, sur le sol artificiel formé par un amoncellement énorme de blocs de calcaire, évalué à plusieurs centaines de mètres cubes, qui se sont détachés de la voûte et gisent dans un désordre fantastique, étaient aussi nombreux que variés. Des squelettes entiers et d'autres, en partie, furent trouvés dans des abris formés par des dalles placées horizontalement sur des pieds-droits. La plupart des archéologues qui ont visité cette station n'ont pas cru reconnaître dans ces abris des monuments mégalithiques, mais bien des sortes de coffres dus au hasard, à la suite des effondrements partiels de la voûte. D'autres, Henri Martin, F. Voulot (1), Tuefferd (2), ont pensé qu'il ne devait subsister aucun doute à cet égard et que c'étaient bien des dolmens, leurs parois internes portant des traces de feu et le sol étant couvert de cendres et de charbons très ténus. La plupart de ces abris funéraires ont été détruits par les travaux. Il en reste cependant un qui, à notre avis, est très caractéristique. Placé à l'angle nord-ouest de la grande salle, il se compose d'une dalle d'un mètre de longueur sur 90 centimètres de largeur reposant horizontalement, d'un côté, sur le parement nord de la grotte, et de l'autre, sur un pied-droit de 80 centimètres de hauteur. Détail curieux : un coin en pierre destiné à caler la dalle de recouvrement s'aperçoit sur le devant, entre celle-ci et le pied-droit. En 1876, on a retiré des ossements de l'intérieur de cet abri.

Onze crânes mesurables ont été recueillis, ainsi que des squelettes à peu près entiers (un seul complet) dont quelques-uns étaient encastrés dans des dépôts stalagmitiques. Ces squelettes, selon M. Voulot (3), étaient demi-étendus et avaient la tête et les genoux relevés. Les ossements d'animaux étaient en petit nombre; ils appartenaient au sanglier, au chevreuil et au grand cerf. D'après Ch. Grad (4), ces crânes, la plupart dolichocéphales, quelques-uns mésocéphales, portent presque tous à l'occiput une protubérance caractéristique; le front est élevé, l'angle facial développé. Selon Tuefferd (5), ils appartiennent à un type qui n'a rien à envier à nos plus belles races modernes..

Parmi les ossements et les outils de l'industrie humaine trouvés dans la station de Cravanche, au moment de sa découverte, nous citerons : des bois de grand cerf placés sur un dolmen; des bois de chevreuil; deux

(1) *Notice sur les stations du Mont Vaudois et de Cravanche.*
(2) Auteur cité.
(3) Auteur cité.
(4) Auteur cité.
(5) Auteur cité.

emmanchures en bois de cerf destinées à fixer des instruments ; deux pointes de flèche en silex ; trois couteaux en silex ; cinq racloirs en silex ; quatre poinçons en os dont un de 14 centimètres de longueur ; deux anneaux en serpentine *(fig. 1)*, de forme ovale, ayant l'un 20 centimètres et l'autre 15 de grand axe, percés d'un trou circulaire de 7 centimètres, et une épaisseur d'environ 5 millimètres. Quelques archéologues, entre autres M. Voulot (1), ont cru reconnaître dans ces objets des bracelets ; Ch. Grad (2) et Tuefferd (3) ne se rangent pas à cette opinion. Sans vouloir trancher la question, nous dirons que cette ouverture de 7 centimètres de diamètre permet l'introduction d'une main de femme. A travers un de ces anneaux, était passé un humérus.

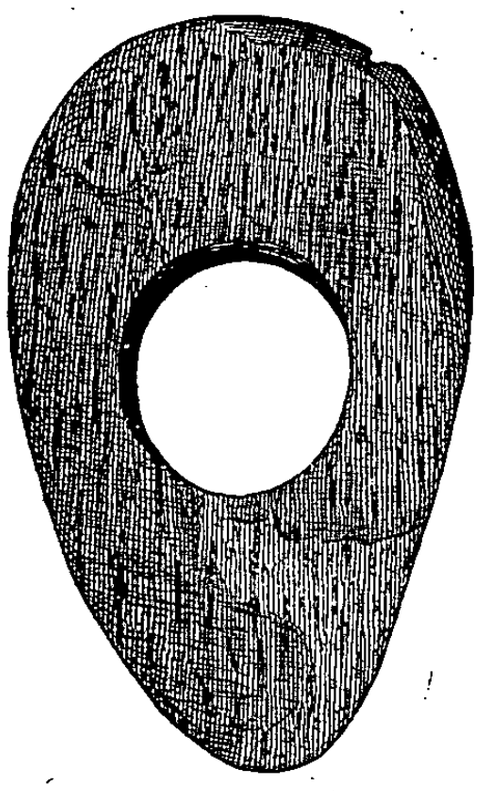


Fig. 1.

Un autre objet curieux est une incrustation de natte tressée avec des chaumes de graminées, reliés transversalement entre eux par des sortes de lanières qui ont pu être des fibres tendineuses d'animaux, des feuilles plates de roseau ou l'écorce de quelque arbrisseau.

Trois vases, en parfait état de conservation, et un quatrième, en partie brisé *(fig. 2, 3, 4, 5)*, furent également recueillis. Façonnés à la main, ils ne présentent point de trace de travail au tour. Leur contenance varie de



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.

trois à six litres. Le plus grand a 32 centimètres de hauteur, 28 de diamètre à la panse et 9 au goulot ; il est muni de quatre anses mamelonnées ; le second, en partie brisé, sans anses, porte des dessins en creux ; il a

(1) Auteur cité.
(2) Auteur cité.
(3) Auteur cité.

11 centimètres de hauteur sur 10 centimètres de diamètre; le troisième, 20 centimètres de hauteur sur 10 centimètres de diamètre à l'ouverture, porte trois anses mamelonnées; le quatrième, 22 centimètres de hauteur sur 20 centimètres de diamètre à l'ouverture, à quatre anses mamelonnées, est recouvert de traits grossiers, plus primitifs que dans le second vase. Ajoutons que par leur forme symétrique et élégante, les dessins géométriques qui les ornent, assez régulièrement disposés, surtout dans les nombreux débris recueillis, révèlent déjà un certain sens artistique chez ces premiers habitants de notre contrée et ne permettent guère de leur assigner une autre époque que celle de la fin de la pierre polie.

On mit au jour également des grains ayant dû servir d'ornements ; les uns en os très blanc, les autres provenant de serpules et d'apiocrinites fossiles.

Pendant une dizaine d'années, ces grottes furent abandonnées. En 1889, le Groupe de Belfort du Club alpin français vota des fonds qui furent employés à placer une porte en fer à l'ouverture et à tracer des passages praticables aux nombreux visiteurs de cette intéressante grotte. Les premiers travaux amenèrent la découverte d'un crâne et d'un humérus ayant dû appartenir à un individu de forte taille, de quelques ossements humains et d'un racloir en os de 20 centimètres de longueur pareil à nos couteaux à papier, le tout renfermé dans une sorte de dolmen, composé de deux pieds-droits recouverts d'une dalle horizontale.

A la suite de cette trouvaille, il fut décidé qu'une souscription serait ouverte afin d'obtenir des fonds permettant de faire des fouilles méthodiques. La ville de Belfort, la *Société belfortaine d'émulation*, le *Groupe de Belfort du Club alpin français* et les membres de ces deux Sociétés répondirent à l'appel qui leur fut fait.

Nous avons dit précédemment que le sol de la grande chambre (dimensions : 28 mètres de longueur, 10 de largeur, 7 de hauteur) était formé par un amoncellement de plusieurs centaines de mètres cubes de calcaire, tombés de la voûte à une époque antérieure à la dernière habitation de l'homme. On résolut d'ouvrir un puits à travers cet amas de blocs, jusqu'à la rencontre du sol naturel. Commencé en 1891 sur un diamètre de 5 à 6 mètres, ce puits fut poussé jusqu'à une profondeur d'environ 5 mètres, sans avoir pu atteindre le sol de la grotte. En raison de la difficulté et de l'inefficacité des travaux, on jugea utile, à l'avenir, de reprendre les fouilles par la surface. Néanmoins, les ouvriers mirent au jour des ossements et des outils d'une assez grande valeur. En même temps, nous pûmes acquérir la preuve que l'effondrement de la voûte s'était fait partiellement, à plusieurs reprises. En effet, à $1^{m},50$ de profondeur, on remarqua une stalagmite d'environ 30 centimètres de hauteur sur 6 à 7 de diamètre, très bien formée et qui n'avait pu, de toute évidence, se développer que

sur une surface libre et non encore recouverte par la couche supérieure de déblai. (Il s'agit bien ici d'une stalagmite et non de revêtements, à apparence de draperies, déposés sur les parois des blocs de calcaire). A côté de cette stalagmite se trouvait un amas de cendres et de charbons et, à proximité immédiate, on recueillit un racloir en os, trois anses de poterie, trois poinçons en os, trois silex taillés; deux valves d'anodonte et une mâchoire de sanglier. La présence de cette stalagmite et de ces objets divers, à $1^m,50$ de profondeur et celle d'ossements placés à un point situé verticalement au-dessus; sur le sol même, ne permet-elle pas d'avancer que les objets et les ossements exhumés en ces endroits différents ne sont pas contemporains, mais séparés par un effondrement partiel de la voûte et probablement aussi par un assez long espace de temps? Quelques archéologues pensent que les objets, ossements et amas de cendres, recueillis à des profondeurs fort variables, s'élevant même à 4 mètres dans certaines parties de la surface explorée, ont dû descendre et glisser, à travers les interstices des roches. En examinant attentivement l'agglomération des blocs de calcaire, il est hors de doute qu'ils ont bien été déposés par la main de l'homme, là où on les retrouve. Faudrait-il admettre, ce qui est peu vraisemblable, que des travaux eussent été faits pour placer ces ossements et outils de l'industrie humaine à une certaine profondeur et les recouvrir ensuite? Ne conçoit-on pas mieux qu'après avoir été laissés simplement à la surface, ils ont été enterrés à la suite d'éboulements postérieurs de la voûte!

Dans les fouilles de 1891, on mit au jour également un instrument en serpentine fort curieux, de forme ovale, taillé en biseau, à arête non aiguë (10 et 8 centimètres d'axes, sur un centimètre d'épaisseur). A quel usage a dû servir cet outil? Nous ne saurions le dire. Était-il entièrement achevé et n'y a-t-il pas d'analogie entre cet objet et les anneaux en serpentine décrits ci-dessus?

En 1892, on explora une surface de 14 mètres de longueur sur 10 de largeur et on atteignit une profondeur moyenne de $1^m,10$. Tous les déblais, après examen, furent sortis de la grotte et donnèrent, outre de nombreux ossements, la plupart humains, rarement d'animaux, des débris de poterie, deux couteaux en silex de 15 et de 8 centimètres de longueur, trois anses de poterie dont une évidée permettant, comme dans nos vases modernes, d'y introduire les doigts pour la suspension, quatre poinçons en os (deux de 11 centimètres de longueur, un de 9 et un de 6), quatre valves d'anodonte, une hachette en serpentine (longueur du talon: 45 millimètres, du biseau : 3 centimètres); une emmanchure en bois de cerf, mais ne s'adaptant pas aux outils recueillis; des bois de grand cerf et de chevreuil; des lissoirs en bois de cerf; une canine d'ours



FIG. 6.

polie *(fig. 6)* de 8 centimètres de longueur, percée d'un trou à une des extrémités et qui, probablement, a dû servir d'ornement ou d'amulette aux habitants primitifs de Cravanche: un autre fragment, non travaillé, de canine d'ours.

En 1893, la même surface fut de nouveau explorée sur une profondeur d'un mètre, ce qui donne, au total, avec les fouilles de 1892, $2^{m},10$ de profondeur moyenne. De cette couche, on a sorti des ossements humains et débris de poterie, mais en petit nombre, une hachette en saussurite de 4 centimètres de longueur de talon sur 3 de biseau, ayant la même forme et les mêmes dimensions que celle en serpentine trouvée en 1892; quatorze anneaux de forme ovoïde (longueur: 35 à 40 millimètres sur 15 millimètres de diamètre), en argile grossièrement pétrie, percés dans le sens de leur plus grand axe d'un trou destiné à les enfiler et former probablement ainsi un collier; deux belles pointes de flèche en silex de 4 centimètres de longueur; un instrument en bois de cerf (lissoir?) et une anse de poterie.

Dans les fouilles de 1890 à 1893, 300 mètres cubes de calcaire ont été sortis hors de la grotte. Il reste encore beaucoup à déblayer pour parvenir au sol, peut-être recouvert d'alluvions d'origine vosgienne. Trouvera-t-on dans les couches inférieures des objets appartenant à une époque différente de celle que nous connaissons? Il est certain que la science anthropologique ne pourra que s'enrichir à la suite des découvertes et des observations qui seront faites.

Pour résumer, d'après les indices recueillis jusqu'à ce jour, nous dirons que l'ouverture par laquelle entraient les premiers habitants de cette grotte est encore inconnue, que cette station, fermée depuis l'époque préhistorique, a dû servir de nécropole ou d'abri temporaire à une race à crânes dolichocéphales, dont on retrouve les ossements en assez grand nombre, peut-être contemporaine de celles qui inhumaient dans les dolmens. Les ossements humains sont accompagnés de quelques restes, mais en petit nombre, d'animaux vivant encore aujourd'hui, sauf le grand cerf. Cette race se servait d'outils de l'époque néolithique : en silex, en serpentine, en saussurite et en os, pour la plupart provenant d'échanges avec d'autres peuplades. Ces habitants possédaient aussi de la poterie à anses mamelonnées (très peu à anses évidées) dénotant, par ses formes élégantes et les dessins qui les ornent, une industrie assez avancée appartenant probablement à la dernière période de l'âge de la pierre polie.

M. le Dr F. POMMEROL

A Gerzat (Puy-de-Dôme).

SQUELETTE HUMAIN NÉOLITHIQUE AVEC CRANE TRÉPANÉ ET LÉSIONS TUBERCULEUSES DES VERTÈBRES

— Séance du 5 août 1893 —

I

Une découverte intéressante a été faite dernièrement dans le voisinage de Cébazat (Puy-de-Dôme). Un squelette humain presque complet a été trouvé dans les couches d'une sablière. Ce n'est pas la première fois que le gisement a fourni des objets anciens. A diverses reprises et dans les mêmes conditions, nous avons recueilli des silex taillés, des haches polies, des ossements travaillés et des poteries faites à la main (1). Le propriétaire du champ, M. Bar, possède de son côté une fort belle collection d'instruments primitifs, et c'est grâce à son extrême obligeance et à son amour désintéressé pour la science, que nous pouvons aujourd'hui vous montrer des restes humains authentiques remontant aux époques préhistoriques.

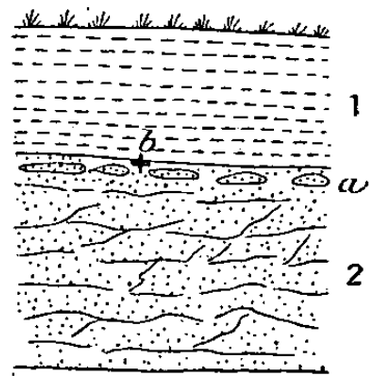


FIG. 1.

La sablière présente les dispositions géologiques suivantes *(fig. 1)* :

La couche n° 1 est formée d'un limon noir, lacustre ou *stagnal :* c'est un fond de lac ou d'étang (2). A la partie supérieure, elle se mêle à la terre végétale ; en bas, elle présente les caractères de la couche suivante. Hauteur 1m,50.

La couche n° 2 est constituée par une série de lits plus ou moins réguliers de sable noir, volcanique, pulvérulent *(cinérite)*, déposé sous des

(1) *Assoc. franç. pour l'avancement des sciences* ; Reims, 1880, p. 777.
Ibid., La Rochelle ; 1882, p. 597.
Ibid., Grenoble ; 1885, p. 533.
Revue d'Auvergne, 1885, p. 386.
(2) Le *lieu-dit* porte le nom significatif de *Terroir du Lac.*

eaux calmes. Ils sont parfois obliques ou ondulés, et parfois horizontaux. A la partie supérieure de la couche, on remarque une série de poches *(a)* situées au même niveau et formées par des grains de sable rouge, scoriacé, plus volumineux que les grains de sable noir. Hauteur de la couche exploitée 2 mètres.

Enfin, à une profondeur variable, on trouve la formation tertiaire miocène (n° 3), composée d'argiles, de marnes et de calcaires lacustres qu'on rencontre dans toute la Limagne.

C'est au point *(b)* de la coupe, entre les deux couches précédentes, qu'on a découvert un squelette humain. Il était couché obliquement et un peu replié sur lui-même. On a trouvé près de la tête une belle hache en corne de cerf. Par la forme et la nature de cet instrument caractéristique, par la présence des silex, des haches polies et des poteries déjà signalés, le squelette appartient sûrement à l'époque néolithique.

II

Les sutures du crâne sont ouvertes extérieurement, à l'exception de la portion temporale de la coronale qui semble soudée. Intérieurement, autant qu'on en puisse juger, elles paraissent effacées. Le système dentaire est dans un état remarquable de conservation ; toutes les dents, à l'exception des dents de sagesse, sont fortement usées. L'individu auquel a appartenu ce crâne devait avoir de trente à trente-cinq ans *(fig. 2 et 3)*.

Les os crâniens sont de faible épaisseur ; les empreintes musculaires sont peu marquées ; le front est régulier et la région sourcilière à peine saillante *(fig. 4)*. Les os des membres présentent aussi un état de gracilité assez prononcée. Tous ces caractères nous portent à croire que le squelette est celui d'une femme.

Le crâne est très dolichocéphale ; son indice céphalique est de 72,82. D'après le tableau de Broca (1) reproduit par Topinard (2), il se trouverait ainsi placé entre les Cafres (72,54) et les nègres de l'Afrique occidentale (73,40). Il est plus dolichocéphale que la série des crânes de Cro-Magnon et du diluvium de Paris dont l'indice est de 73,34. Il se place bien au-dessus des crânes des dolmens de Paris (75,01), des troglodytes de la Marne (78,09) et des troglodytes néolithiques d'Orrouy (79,50). Par ce caractère, le crâne de Cébazat se range parmi les races primitives (3).

Par la circonférence horizontale égale à 506, il se place entre celui des

(1) *Revue d'Anthropologie ;* tome I, p. 385.
(2) *L'Anthropologie*, 1884, p. 244.
(3) A cause de la grande perte de substance qui se remarque à la région basilaire, le volume du crâne n'a pu être mesuré exactement.

femmes de Lapons (504) et celui des femmes d'Esquimaux (510) (1). La voûte crânienne étroite, comprimée latéralement, se relève à la partie médiane et prend la forme ogivale *(fig. 4)*. Le front est excessivement

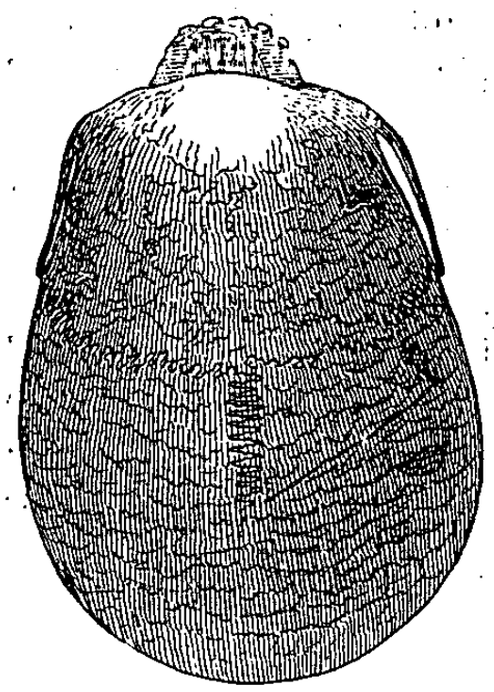


FIG. 2.

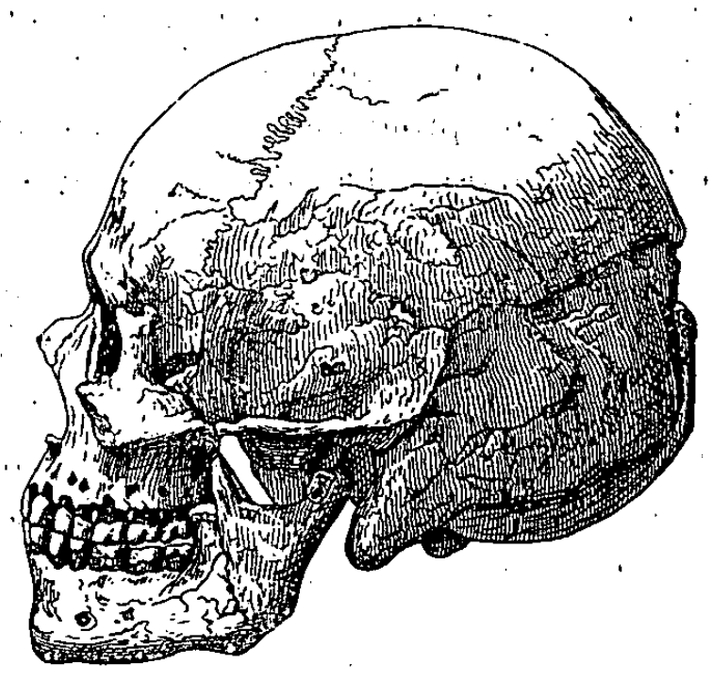


FIG. 3.

étroit (85). Le plus étroit (82) observé par Broca était celui d'une Parisienne contemporaine (2). Le diamètre frontal minimum comparé au diamètre transverse maximum (134) donne comme indice frontal, 63,4.

La hauteur du nez est de 42; la largeur maxima de son ouverture



FIG. 4.

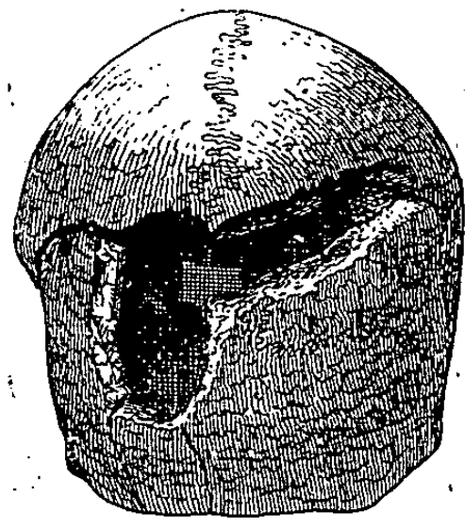


FIG. 5.

externe est de 23; l'indice nasal est donc de 54,76. Il se rapproche ainsi des nègres d'Afrique dont l'indice est de 54,78. Le crâne de Cébazat se trouve être, avec toutes les races noires, dans le groupe des platyrrhiniens.

La largeur de l'orbite est de 38; la hauteur de 32; l'indice orbitaire

(1) TOPINARD, *L'Anthrop.*, 1884, p. 251.
(2) *Ibid.*, p. 254.

est donc de 84,4. Par ce caractère, le crâne se trouve être mésosème *(fig. 4)*. Il fait exception à la loi énoncée par Topinard qui prétend que toutes les races préhistoriques sont microsèmes (1).

Le nez était déprimé et très étroit à la racine ; la largeur supérieure des deux os n'est que de 4 millimètres. Il devait être court et large du bout, si l'on en juge par la faible dimension et l'écartement des ailes osseuses.

L'usure des dents est très prononcée ; elle s'est faite dans le sens horizontal. La série des incisives et des canines sur les deux mâchoires se trouvè à un niveau plus élevé que celui des molaires, c'est-à-dire qu'elles dépassent ces dernières dents dans le plan de mastication *(fig. 3)*.

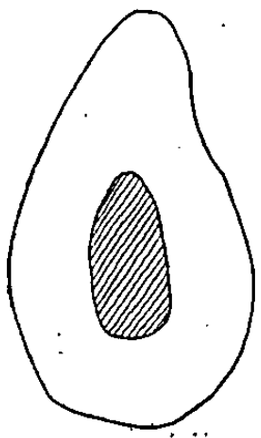


FIG. 6.

La courbe formée par les dents aux deux maxillaires, au lieu d'être parabolique, a plutôt la forme trapézoïdale. Ajoutons que les deux maxillaires, et surtout le maxillaire supérieur, présentent un degré de prognatisme alvéolaire très prononcé.

Les orbites sont larges, carrés, et regardent bien en face; les pommettes ne sont pas saillantes et se trouvent en harmonie avec l'allongement du crâne et de la face *(fig. 3)*. La voûte palatine est profonde. Les apophyses mastoïdes sont assez développées; mais celle du côté gauche est plus volumineuse, plus saillante que l'apophyse droite. Les rainures et les sillons situés en arrière de chaque apophyse sont aussi plus développés du côté gauche.

Le fémur a une longueur de 403 millimètres; sa ligne âpre est très accusée, en forme de pilastre ou de colonnette. Le tibia est d'une platycnémie notable *(fig. 6)*; l'extrémité condylienne fait avec la diaphyse un angle assez prononcé ; c'est-à-dire que cette extrémité s'incline fortement en arrière du corps de l'os. Sa longueur est de 332 millimètres.

L'humérus ne présente rien de particulier; il a 293 millimètres de longueur.

Ces trois os, d'après les tableaux de Broca et de Manouvrier, nous donnent les tailles suivantes : Le fémur correspond à une taille de $1^{m},52$; le tibia à $1^{m},55$, et l'humérus à $1^{m},54$. Notre femme néolithique devait donc avoir une taille de $1^{m},53$ environ.

Au point de vue ethnique, l'étude des autres os ne présente rien d'intéressant. Les vertèbres paraissent cependant plus petites qu'elles ne le sont généralement avec la taille mentionnée. Les os du bassin sont trop fragmentés pour donner quelque indication. Le sacrum est aussi en mauvais état; on peut cependant apprécier sa largeur relative qui paraît assez considérable, comme dans tous les bassins de femme.

(1) TOPINARD, *L'Anthrop.*, p. 264.

III

Les caractères ethniques les plus remarquables que présente le crâne sont un prognatisme très accusé, une dolichocéphalie extrême, une certaine harmonie entre les formes et les contours du crâne et de la face, des fémurs à pilastre, une platycnémie évidente et une taille moyenne. Un certain nombre de ces caractères appartiennent à la race dite de Cro-Magnon ; mais d'autres lui sont entièrement étrangers. On dirait que nous sommes en présence du mélange de deux races. La face harmonique, prognate, l'orbite non comprimé, largement ouvert, nous reportent à la race dolichocéphale des dolmens que Pruner-bey désignait improprement du nom de celtique. En cherchant dans les documents scientifiques, nous trouvons que la race de Duruthy, qui est la race de Cro-Magnon atténuée, a une certaine ressemblance avec la femme de Cébazat ; mais c'est surtout avec la race de Mugem, que nous constatons de nombreux points de contact. « Cette race, dit de Quatrefages, par ses formes crâniennes et ses fémurs à pilastre, se rapproche de la race de Cro-Magnon, dont elle s'éloigne, au contraire, par sa face allongée et sa petite taille (1m,53 à 1m,63 au plus). » On le voit, la race de Mugem et la race de Cébazat présentent des analogies tellement évidentes que nous sommes dans l'obligation de les identifier.

Un certain nombre de vertèbres lombaires et dorsales présentent des lésions significatives. Ce sont des éraillures, des dépressions, des sillons faits comme avec un burin ou un emporte-pièce, et qui siègent aux faces articulaires du corps vertébral. Quelquefois ces pertes de substance sont assez considérables pour produire une véritable petite caverne. Enfin deux corps vertébraux voisins, atteints l'un et l'autre, se sont renforcés antérieurement par la production d'un pont ou contrefort osseux de nouvelle formation. Au voisinage de ces lésions, l'os est raréfié et criblé de trous et de canalicules prouvant une grande vascularisation. Nous avons là tous les caractères de l'arthrite, de la carie et de l'ostéite vertébrales, et nous nous trouvons en présence d'un véritable *mal de Pott* ou d'une *Tuberculose rachidienne*. C'est, je crois, la première fois que des lésions tuberculeuses sont signalées sur des ossements préhistoriques. Cette grave affection, qui fait aujourd'hui tant de ravages, remonte loin dans le temps, et il est curieux de constater que ses lésions et ses caractères d'alors sont les mêmes que ceux d'aujourd'hui.

Le mal de Pott pouvait exister aussi depuis longtemps aux vertèbres cervicales, et causer une immobilité du cou, un torticolis chronique. Peut-être serait-ce à cette cause qu'il faudrait attribuer la différence de volume que nous avons signalée entre les deux apophyses mastoïdes.

IV

En examinant la face postérieure du crâne, on observe dans la région pariéto-occipitale gauche une ouverture de forme elliptique dont le grand axe est dirigé verticalement. L'extrémité supérieure de cet axe est située à deux centimètres de la suture sagittale, et à deux centimètres et demi au-dessus de la ligne horizontale passant par le lambda. L'extrémité inférieure se trouve à trois centimètres de cette même ligne. Le grand axe de l'ouverture est donc de cinq centimètres et demi; le petit axe qui se trouve presque au niveau de l'horizontale indiquée est de trois centimètres. Le bord latéral droit et le bord inférieur portent des traces manifestes de raclage ou de sciage, par un instrument ébréché, comme le serait une lame de silex. Supérieurement, le bord latéral gauche présente aussi, mais un peu moins manifestes, des traces de raclage. Enfin la partie supérieure de ce bord latéral, ainsi que le bord supérieur sont irréguliers, et sont le résultat d'un enfoncement, d'une fracture produite par un coup porté à l'occiput *(fig. 5)*.

De la partie supérieure du bord latéral droit s'étend une autre perte de substance de forme triangulaire, ayant deux centimètres de base et sept centimètres de hauteur. La base se confond avec le bord latéral droit de l'ouverture précédente; la hauteur prend la direction de la bissectrice de l'angle postéro-interne du pariétal droit. Suivant une longueur de 45 millimètres la perte de substance intéresse l'épaisseur totale du pariétal; sur le reste de son étendue, c'est-à-dire à la pointe du triangle, la table interne est respectée. Mais tout le pourtour de cette ouverture est taillé en biseau, comme du reste une partie de l'ouverture précédente, aux dépens du diploé et de la table externe de l'os. Des stries parallèles très fines, se voient sur les bords qui sont sensiblement polis par le raclage d'un instrument de silex *(fig. 5)*.

Il est assez facile d'interpréter cette vaste lésion osseuse. La femme à laquelle appartenait le crâne a dû recevoir à la tête un coup violent qui a produit la fracture et l'enfoncement des os dans la cavité crânienne. La forme elliptique de l'ouverture concorde parfaitement avec le contour du marteau-hache en corne de cerf trouvé près du squelette. Est-ce cet instrument, est-ce une hache de pierre qui a servi à assommer cette femme? Il est assez difficile de se prononcer.

L'ouverture triangulaire latérale a été faite avec intention; elle n'est pas le résultat d'un coup; elle a été produite avec beaucoup de soin et dans le but d'arriver au-dessous des fragments enfoncés. Grâce à elle, il a été possible de soulever ces fragments qui devaient déchirer et comprimer

le cerveau, et de les enlever complètement. Cela fait, comme la première ouverture devait présenter des bords dentelés, esquilleux, coupants, on a régularisé ces bords par le raclage. La plaie a été débarrassée de tout ce qui pouvait gêner le cerveau et empêcher la cicatrisation.

Ainsi, nous nous trouvons en présence d'une véritable trépanation faite dans un but purement chirurgical. La femme avait reçu un coup très violent ; elle avait été assommée ; le chirurgien ou plutôt le sorcier d'alors a fait sur elle une véritable opération qui n'est pas sans quelque habileté. Malgré ce traitement intelligent, la femme n'a pas survécu longtemps à la blessure et à l'opération faite aussitôt après, car on ne trouve sur les bords de l'os fracturé ou scié aucune trace de travail réparateur.

Chose curieuse, aux temps préhistoriques, ce sont presque toujours les femmes qui portent des blessures du crâne. Ainsi la femme de Cro-Magnon dont le crâne offre une ouverture produite par un coup de hache ; ainsi la femme de la grotte de Duruthy dont le crâne présente une lésion semblable. Les mœurs de l'époque étaient rudes et cruelles, et pour la moindre faute, pour le moindre soupçon, la femme était frappée sans pitié. La hache-marteau trouvée à côté du squelette de Cébazat était-elle là comme objet votif, comme symbole ou indication du genre de mort? Tout porte à croire qu'après avoir rendu le dernier soupir, cette victime de la sauvagerie néolithique fut, pour toute inhumation, simplement jetée au fond d'un lac ou d'un étang.

MENSURATION DE LA TÊTE.

I. — Crane.

Diamètre antéro-postérieur maximum	184
Diamètre fronto-iniaque (antér. post. iniaque)	172
Diamètre transverse maximum	134
Diamètre transverse bi-auriculaire	112
Diamètre transverse bi-mastoïdien	97
Diamètre frontal maximum	106
Diamètre frontal minimum	85
Diamètre occipital maximum	100
Courbe horizontale totale	506
Courbe pré-auriculaire	240
Courbe post-auriculaire	266
Courbe transverse totale	428
Courbe transverse sus-auriculaire	298
Courbe médiane frontale sous-cérébrale	17
Courbe médiane frontale cérébrale	102
Courbe médiane frontale pariétale	146 ?
Courbe occipitale cérébrale	80 ?
Courbe occipitale cérébelleuse	(?)

II. — Face.

Largeur de la face.	Bi-orbitaire externe	6
	Bi-orbitaire interne	90
Distance.	Interorbitaire	20
Distance des trous sous-orbitaires		44
Distance maxima des deux pommettes		110
Distance bi-zygomatique maxima		?
Orbites	Largeur	38
	Hauteur	32
Région nasale	Largeur minima ou supérieure des deux os	4
	Largeur maxima de l'ouverture	23
	Hauteur totale du nez	42
Voûte palatine	Largeur aux canines	25
	Largeur à la dent de sagesse	41
Hauteur totale de la face (1)		106
Hauteur simple de la face (2)		61
Maxillaire inférieur	Distance interne entre les deux angles	78
	Hauteur de la symphyse, y compris la hauteur des incisives	37
	Hauteur verticale de l'apophyse coronoïde	37
	Hauteur verticale de l'apophyse odontoïde	45

M. Arsène DUMONT

Membre de la Société d'Anthropologie de Paris, à La Cambe (Calvados).

NATALITÉ ET MASCULINITÉ

— Séance du 5 août 1893 —

« La supériorité dans les naissances des garçons comparées à celles des
» filles, dit La Place, observée partout depuis Naples jusqu'à Pétersbourg,
» indique une plus grande possibilité dans les naissances des garçons
» avec une probabilité très approchante de la certitude. Ce résultat paraît
» donc être une loi générale, du moins en Europe, et si, dans quelques

(1) Du point sus-orbitaire au point mentonnier.
(2) Du point sus-orbitaire au point alvéolaire.

» petites villes où l'on n'a observé qu'un nombre peu considérable de » naissances, la nature semble s'en écarter, il y a lieu de croire que cet » écart n'est qu'apparent et qu'à la longue les naissances observées dans » ces villes offriraient, en se multipliant, un résultat semblable à celui des » grandes villes.

» Plusieurs philosophes, trompés par ces anomalies apparentes, ont » cherché les causes de phénomènes qui ne sont que l'effet du hasard ; ce » qui prouve la nécessité de faire précéder de semblables recherches par » celle de la probabilité avec laquelle le phénomène dont on veut déter- » miner la cause est indiqué par les observations. L'exemple suivant » confirme cette remarque.

» Sur 415 naissances observées en cinq ans dans la petite ville de » Vitteaux (Bourgogne), il y a eu 203 garçons et 212 filles, ce qui donne » à peu près $\frac{23}{22}$ pour le rapport des naissances des filles à celles des gar- » çons. L'ordre naturel paraît ici renversé puisque les naissances des filles » surpassent celles des garçons. »

Calculant ensuite la probabilité de ce phénomène, La Place trouve que : « 0,670198 sera la probabilité qu'à Vitteaux la possibilité des naissances des filles est supérieure à celle des naissances des garçons. Cette plus grande possibilité n'est donc indiquée qu'avec une probabilité de deux contre un, ce qui est beaucoup trop faible pour balancer l'analogie qui nous porte à penser qu'à Vitteaux comme dans toutes les villes où l'on a observé un nombre considérable de naissances, la possibilité des naissances des garçons est plus grande que celle des filles ».

Cette page du *Calcul des Probabilités* m'inspira un vif désir de savoir ce qu'était en fait devenue la masculinité de Vitteaux. J'écrivis au maire, M. Berthoud, et, les renseignements qu'il voulut bien me fournir étant insuffisants, je me déterminai à faire le voyage. Le tableau A ci-après résume, d'après les données numériques relevées par moi aux archives de la Côte-d'Or, l'histoire démographique de cette ville depuis le commencement du siècle, l'absence de documents n'ayant pas permis de remonter plus haut.

De 1802 à 1892, pendant les neuf décades embrassées, la masculinité a subi des oscillations considérables dans la commune de Vitteaux. C'est un résultat auquel il faut s'attendre quand on opère sur un nombre de naissances aussi restreint. Néanmoins, il est facile de reconnaître que, pendant les cinquante premières années prises ensemble, la masculinité était beaucoup plus considérable que pendant les quarante dernières. Pendant la première période, Vitteaux rentrait dans la règle générale et produisait 108,3 naissances de garçons contre 100 naissances de filles. Pendant la seconde période, il ne produisait plus que 96,7 naissances masculines contre 100 féminines et revenait à peu près au même état que pendant la

courte période, étudiée par La Place. Le mal, après avoir régné au XVIII^e siècle pendant une durée inconnue, a disparu pendant un demi-siècle pour reparaître depuis sur le même sol et dans la même communauté avec une nouvelle vigueur.

Parmi les principaux faits sociaux qui ont accompagné ce phénomène, cherchons celui qui est susceptible d'en rendre compte.

Vitteaux est une petite ville jadis plus importante, bâtie sur un terrain d'alluvion dans la vallée de la Brenne. Elle est traversée par la route de Paris à Dijon et sert de point de départ à la route d'Auxerre. Treize foires, un marché hebdomadaire, la résidence de quatre médecins, deux vétérinaires, un pharmacien, attestent son importance comme centre. A l'égard des campagnes voisines, elle joue le rôle d'une capitale et se comporte démographiquement comme telle, présentant peu de mariages, peu de naissances, beaucoup de décès et formant un centre d'immigration pou les populations rurales.

Cependant elle a été délaissée par le chemin de fer de Paris à Lyon, qui passe à trois lieues plus à l'est, et, comme tout l'arrondissement de Semur, elle se dépeuple. De 1851 à 1856, elle perdit brusquement 242 habitants. De 1836, recensement le plus ancien que j'aie pu obtenir, à 1891, elle en a perdu 353. Pendant les trente dernières années, la dépopulation a été visiblement enrayée, la perte n'a été que de 81 habitants.

Les décès l'ont emporté sur les naissances de 631 en quatre-vingt-dix ans. Cet excès des décès a été surtout considérable pendant les trois dernières décades, où il a été de 524.

Prise en elle-même, la mortalité est supérieure à la moyenne française, sans atteindre, à beaucoup près, les chiffres énormes qu'elle présente chez les prolétaires de l'industrie. La natalité, par contre, est extrêmement faible.

De 1833 à 1852, elle se maintient encore entre 24,5 et 21,7. Mais, depuis lors, elle reste avec une régularité désespérante entre 15,6 et 16,1. C'est le produit d'un nombre d'enfants par mariage faible, multiplié par une nuptialité infime que l'on voit descendre dans certaines décades à 4,4 et 4,2.

L'affaiblissement de la masculinité de Vitteaux depuis quarante ans coïncide donc, en somme, avec une forte mortalité et une natalité extrêmement faible, due elle-même à ce qu'une proportion considérable de mariables n'ont pas osé ou n'ont pas pu aborder le mariage. Cet examen démographique laisse l'impression d'une collectivité en voie d'extinction rapide et dont la vitalité semble épuisée.

Ce fait n'est nullement particulier à Vitteaux. A l'exemple qu'il fournit, il est facile d'en joindre d'autres. La décadence simultanée de la natalité et de la masculinité est un cas fréquent, quelque variables que soient, d'ailleurs, les autres traits de l'état démographique.

TABLEAU **A.** — VITTEAUX (COTE-D OR)

ANNÉES	MARIAGES	NAISSANCES			DÉCÈS	EXCÈS des naissances sur les décès	NUPTIALITÉ	NATALITÉ	NAISSANCES pour 1 mariage	MASCULINITÉ	MORTALITÉ	RECENSEMENTS	
		masculines	féminines	totales								DATES	POPULATION
1802-1812. . . .	143	314	298	617 (*)	563	+ 54	»	»	4,3	105,4	»	1836	1.957
1813-1822. . . .	118	245	212	457	464	— 7	»	»	3,9	115,5	»	1841	1.888
1823-1832. . . .	145	195	204	399	471	— 72	»	»	3,2	96,6	»	1846	1.826
1833-1842. . . .	133	264	217	471	463	+ 8	6,9	24,5	3,5	121,2	24,0	1851	1.829
1843-1852. . . .	108	202	195	397	456	— 59	5,9	21,7	3,6	103,5	24,9	1856	1.587
1853-1862. . . .	76	129	139	208	396	— 28	4,4	15,6	3,5	92,8	23,2	1861	1.677
1863-1872. . . .	97	118	134	252	407	— 155	6,1	15,9	2,6	88,0	25,7	1866	1.653
1873-1882. . . .	91	139	125	264	462	— 202	5,5	16,1	2,9	111,2	28,2	1872	1.502
1883-1892. . . .	67	124	129	353	420	— 167	4,2	16,0	3,7	96,1	26,0	1876	1.619
												1881	1.649
												1886	1.557
												1891	1.596

(*) Y compris 5 mort-nés sans indication de sexe.

Deuxième exemple. — Uchizy (Saône-et-Loire), commune particulièrement intéressante au point de vue ethnographique, a été depuis vingt ans le siège d'une émigration considérable qui a épuisé la population. Son vignoble ayant été ruiné par le phylloxera, la partie la plus jeune et la plus vigoureuse de la population a quitté le sol natal pour l'industrie, le commerce dans les villes voisines, ou pour la viticulture en Algérie. De 1.506 habitants en 1872, la commune est tombée à 1.114 en 1891, perdant ainsi 392 habitants en dix-neuf ans. En même temps, la natalité, qui était de 26,3 de 1853 à 1862, de 28 de 1863 à 1872 et de 25,3 de 1873 à 1882, tombait pendant la dernière décade à 18,6, et la masculinité, jadis fort élevée, de 119,4 pendant la période 1853-1872, et de 105 pendant la décade 1873-1882, tombait à 94 pendant la dernière décade. La mortalité était faible au lieu d'être au-dessus de la moyenne française comme à Vitteaux ; il y avait émigration et non immigration ; mais les deux traits saillants de l'état démographique étaient l'abaissement simultané de la natalité et de la masculinité.

Troisième exemple. — Saint-Germain-des-Vaux (canton de Beaumont-Hague, Manche) a été l'objet d'une étude détaillée au point de vue de l'extinction de ses familles par émigration et par abaissement de la natalité (1). Cette commune n'est pas moins intéressante sous le rapport de la masculinité.

De 1793 à 1852, période pendant laquelle elle offrait une forte natalité, la masculinité était de 105,8, c'est-à-dire normale.

Au contraire, de 1853 à 1892, période pendant laquelle la natalité est devenue extrêmement faible (17,2 — 17,6 — 16,7 — 17,8 naissances annuelles pour 1.000 habitants), sur 464 naissances totales, on en a compté 227 de garçons et 237 de filles. Les naissances féminines étant 100, les naissances masculines ne sont plus que 95,8. L'abaissement de la natalité s'allie ici avec une mortalité élevée et une émigration épuisante, et bien que le nombre et la nature des cas de réforme devant les conseils de revision donne à penser le contraire, la perspective nouvelle ouverte par cet état de la masculinité porte à admettre que l'abaissement de la natalité est dû à une cause physiologique. Il serait facile de multiplier ces exemples. Il ne le serait pas moins d'en citer d'autres à l'appui de cette opinion qui veut que l'hérédité sexuelle soit un cas particulier de l'hérédité générale. Nous nous bornerons, pour le moment, à la conclusion suivante à laquelle on ne peut refuser tout au moins la valeur d'une hypothèse fort plausible.

(1) *Revue scientifique*, septembre 1892.

Conclusion

On considère généralement l'abaissement progressif de la natalité française comme un phénomène volontaire résultant uniquement du parti pris des parents de limiter le nombre de leurs enfants. Pour quelques auteurs, au contraire, « l'affaiblissement de la natalité est un fait aussi complètement involontaire que la rareté des naissances gémellaires dans les races supérieures de l'humanité ». (Gaëtan Delaunay.) Des philosophes de la valeur de Spencer, Doubleday, Jacoby, Fauvelle, invoquent sans hésiter la cause physiologique. C'est une thèse évidemment très exagérée.

Cependant, la cause physiologique agit toujours dans une certaine mesure : 1° Parce qu'il y a toujours dans une nation un certain nombre d'hommes et de femmes qui sont stériles ou ne peuvent avoir autant d'enfants qu'ils le voudraient. Cette proportion est variable selon les pays, les époques et les classes sociales, elle est à peu près impossible à déterminer, mais elle existe toujours. 2° Parce que, même dans les cas où l'abaissement de la natalité est dû à la volonté, son veto n'est efficace que parce que les impulsions aveugles de l'instinct n'ont pas eu la force de vaincre et de déjouer les calculs de la réflexion. Chacun sait assez que dans le peuple, le plus souvent, la volonté de n'avoir qu'un ou deux enfants existe aussi bien que dans la classe bourgeoise, et l'on a dit avec raison que s'il ne naissait que des enfants voulus, ils seraient beaucoup moins nombreux qu'il n'est nécessaire pour maintenir le chiffre de la population. Mais dans le peuple, la volonté réfléchie est vaincue par la fougue des désirs, tandis que cet heureux résultat ne se produit pas dans les classes supérieures ou moyennes, soit que l'organisme ait moins de puissance, soit qu'il obéisse avec plus de soumission aux ordres du cerveau. L'importance relative des facteurs ganglionnaire, médullaire et cérébral est variable selon les individus et les classes. Sans insister ici sur cet ordre d'idées, on peut retenir avec certitude que la cause physiologique a toujours sa part d'action sur le taux de la natalité.

Le grand intérêt d'une étude démographique de la masculinité consiste précisément en ceci, qu'elle fournit un critérium pour reconnaître l'intervention d'une cause physiologique au moins quand elle acquiert un certain degré de force.

Lorsque, dans une population à natalité faible, la masculinité est également faible, comme ce second phénomène reconnaît une cause physiologique, on peut être certain que le premier est dans le même cas. Si, au contraire, dans une population à natalité faible, la masculinité est normale, forte ou très forte, on peut regarder comme démontré que la

cause de l'affaiblissement de la natalité est la volonté, volonté elle-même déterminée par des causes d'ordre sociologique à découvrir.

Comme exemples d'unités démographiques où s'applique la première de ces deux règles, nous avons cité Vitteaux, Uchizy et Saint-Germain-des-Vaux. Une étude méthodique de nos communes en ferait certainement trouver beaucoup d'autres. Comme exemples d'unités démographiques où s'applique la seconde règle, on peut signaler entres autres le cas de nos départements gascons, où la natalité extrêmement faible s'accompagne d'une masculinité très élevée. Dans la France entière, l'abaissement de la natalité reconnaît pour cause dominante la volonté réfléchie de n'avoir que peu d'enfants. Mais l'affaiblissement de la masculinité semble bien dénoter l'intervention progressive, dans une fraction de ses habitants, de l'affaiblissement physique. Le même abaissement de la masculinité qui se produit également en Angleterre, malgré l'état très satisfaisant de la natalité, doit sans doute être attribué à la jeunesse d'un grand nombre de pères anglais mariés avant l'âge de vingt-cinq ans.

Quoi qu'il en soit de ce dernier point, la sexualité, jusqu'ici assez négligée, apparaît désormais comme un fait démographique d'une portée considérable, dont on devra toujours tenir le plus grand compte quand on voudra rechercher les causes des variations de la natalité.

M. DELORT

Professeur au Collège, à Romans (Drôme).

STATION PRÉHISTORIQUE DE MONTAIGU, PRÈS UZÈS (GARD)

— Séance du 5 août 1893 —

Parmi les excursions séduisantes qu'offrent aux amateurs les environs d'Uzès, celle du pic de Montaigu et des sommets qui y font suite doit tenir le premier rang.

Le géologue aussi bien que l'archéologue y trouvent amples matières à études intéressantes ; car, après que la nature eut convulsé ces hauteurs en déchirant leur crête, l'homme des âges préhistoriques vint chercher un abri dans les anfractuosités nées de ces convulsions.

Avant d'entreprendre l'étude archéologique de ces remarquables sommets, il n'est pas oiseux de voir tout l'intérêt que déjà leur avait donné la science géologique.

Écoutons Émilien Dumas, l'un de ses interprètes les plus en renom ici :

« L'étage du grès rouge lustré est très remarquable par le relief qu'il impose au sol et par sa couleur rougeâtre.

» Le pic de Montaigu, à l'est d'Uzès, est un bel exemple de cette formation. Ce pic, dont le sommet est bizarrement couronné par de grands blocs de cette roche et qui se prolonge vers le nord-est en une longue crête rouge ferrugineuse et déchiquetée, a été pris souvent pour le produit d'une éruption volcanique.

» Ces grès semblent le résultat de déjections semi-plutoniques qui auraient eu lieu après le dépôt du gault.

» L'étage du grès rouge lustré nous paraît donc être le résultat d'une émission de silice à l'état gélatineux.

» Un semblable milieu était peu propre à entretenir la vie animale : aussi, malgré de nombreuses recherches, nous n'avons jamais découvert le moindre débris organique dans toute l'assise du grès rouge lustré. » (*Stat. géologique et paléont. du Gard*, p. 419.)

C'est en allant et venant autour de ces blocs de grès au front sourcilleux ou surplombant en sauvages abris que l'on trouve toutes les traces d'une station préhistorique de l'époque néolithique ou robenhausienne : nombreux percuteurs en rognons de silex ou en grès roulé; innombrables éclats de silex de diverses sortes, dont une, le silex blond, émerge au pied du grès rouge; quantité de pièces, pointes de flèches, lames, tête de lances, débris de haches, etc., etc., imparfaitement conservés.

L'une des remarquables particularités de cette station préhistorique, c'est la grande quantité de grattoirs concaves que l'on y rencontre. M. de Mortillet, dans son savant ouvrage *le Préhistorique*, ne signale que trois localités de France ayant fourni cette dernière sorte d'instrument néolithique; désormais donc on pourra y ajouter la station de Montaigu.

Ceci est d'autant plus à noter que presque toujours, à Montaigu, le grattoir concave est combiné sur la même pièce avec le grattoir convexe. C'est, du reste, l'instrument qui prédomine dans cette nouvelle station et s'y trouve le plus intact.

Tout à l'heure, en parlant des armes, nous avions lieu de faire une remarque tout opposée. En cela nous sommes d'accord avec les préhistoriciens les plus en renom qui nous disent : « Ce n'est pas dans les ateliers qu'il faut chercher les plus beaux échantillons. »

A Montaigu nous avons une autre cause de cet état d'imperfection où les armes se trouvent, car tout semble nous dire qu'elles y ont servi; lorsque le chercheur fait l'escalade du Montaigu, du côté de Saint-Hip-

polyte, il est obligé de franchir quatre enceintes en pierre sèche et une cinquième au sommet bâtie à chaux.

Il y a même, dans l'enceinte du point culminant, les vestiges d'un castrum carré dont les parements intérieurs sont construits en arêtes de poisson. Nous hésitions à attribuer cette forteresse aux Romains, lorsque de nombreux fragments de tégulæ et de tuiles faîtières observés dans les éboulis, à l'aspect de Saint-Victor, sont venus lever nos doutes.

La bonne conformation de ces débris, de toiture antique, les nombreuses stries dont elles sont ornées sembleraient même accuser la belle époque.

C'est dans les enceintes inférieures surtout que l'on recueille les nombreux débris d'armes en silex et de poteries non vernies d'une pâte grossièrement poreuse. Ces débris de céramique sont similaires de poteries recueillies dans certaines tombelles du centre de la France, ce qui nous permet de les attribuer à l'industrie gauloise.

Resteraient donc comme traces spéciales des peuplades néolithiques les instruments et les armes en silex. Hâtons-nous d'ajouter que c'est dans ces enceintes primitives que nous avons également recueilli les seuls fragments de hache recueillis à Montaigu, savoir : un talon de nature schistoïde. Notons encore parmi les échantillons sporadiques provenant de ces camps un autre fragment de même nature ayant subi un double coup de scie, de plus un beau spécimen d'euphotide? à l'état brut, mais à coup sûr importé aussi de loin.

Si ces faits pouvaient paraître insuffisants à corroborer nos affirmations, il ne nous resterait plus qu'à citer les divers abris sous roche existant encore sur ces hauteurs. Dans l'un de ceux que nous avons commencé à fouiller sur le flanc oriental de Montaigu il y avait quantité d'éclats de silex et une moitié de fusaïole.

Dans celui de la Mate, au nord-est de Saint-Hippolyte, existait un foyer du sein duquel nous avons sorti le plus beau spécimen de double grattoir concave et convexe, à côté de fragments de poterie bien néolithique.

Les diverses civilisations qui ont successivement prédominé en ces lieux naturellement fortifiés, n'étonneront point ceux qui sont experts en ces études. Tout était fait pour y attirer l'homme à tous les âges.

Les peuplades néolithiques avaient particulièrement pour elles les belles sources qui jaillissent de part et d'autre au pied de ces rochers, sans compter la faune encore abondante dans ces pays incultes.

Quant aux vainqueurs de la Gaule, où auraient-ils pu s'établir pour mieux dominer tout le bassin Uzétien, que sur le piton de Montaigu?

En résumé donc, nous ne retiendrons de la station de Montaigu que ce qui concerne l'homme préhistorique et les traces multiples de sa sauvage industrie :

1° Les nombreux percuteurs qu'il a abandonnés dans ce vaste atelier;

2° Les diverses armes qui y accusent sa lutte pour l'existence;

3° Enfin les différents instruments, les perçoirs et surtout ces innombrables grattoirs qui donnent à la station de Montaigu une physionomie si particulière.

P.-S. — J'aurais mauvaise grâce, Messieurs, et commettrais une omission, à ne pas vous signaler les instruments paléolithiques recueillis à Montaigu parmi ceux de la période postérieure, entre autres une pointe moustérienne retouchée après coup. Votre grande expérience vous fera bien distinguer d'autres échantillons de la même période.

Peut-être aussi ce contact des deux civilisations viendra-t-il jeter un peu de lumière sur ce point obscur, cette lacune, ou prétendue lacune, qu'on a nommée l'hiatus !

M. le Dr L. MANOUVRIER

Professeur à l'École d'Anthropologie de Paris.

LES VARIATIONS DU POIDS ABSOLU ET RELATIF DU CERVELET, DE LA PROTUBÉRANCE ET DU BULBE, ET LEUR INTERPRÉTATION

— *Séance du 5 août 1893* —

I. — Critique.

En 1884, M. le Dr Philippe Rey fut chargé par le directeur de la *Revue d'Anthropologie*, de mettre en œuvre les registres manuscrits de Paul Broca, où se trouvaient consignés les nombreux chiffres concernant le poids de l'encéphale et de ses diverses portions, chiffres recueillis durant plusieurs années, soit dans les hospices de Bicêtre et de la Salpêtrière, soit dans les hôpitaux de Saint-Antoine et de la Pitié. En publiant les résultats de son travail (1), M. Rey ne négligea point de dire que les matériaux utilisés par lui l'avaient été auparavant par moi, mais que mon étude, commu-

(1) *Revue d'Anthropologie*, 1884.

niquée à l'Association française en 1883, au Congrès de Rouen, n'avait pas été publiée, ce qui était exact.

Mon travail, en effet, avait été remis trop tard au Secrétariat de l'Association, de sorte que les conclusions seulement en furent publiées (1).

Mais le travail de M. Rey ne rendait pas le mien superflu, car les résultats obtenus par moi étaient loin de ressembler à ceux obtenus par ce distingué confrère en vertu de diverses fautes de statistique commises par celui-ci. C'est pourquoi, après avoir retouché mon ancien manuscrit, je le présente de nouveau à l'Association française.

En même temps que les registres de pesées de Broca, j'ai utilisé aussi les chiffres analogues recueillis par les professeurs Sappey et Parisot, à Paris et à Nancy, chiffres beaucoup moins nombreux que ceux de Broca, mais qui m'ont paru néanmoins très utiles au point de vue de la corroboration mutuelle des résultats fournis par les matériaux issus de deux provenances.

Toutefois, ce sont les résultats que j'ai obtenus avec les pesées de Broca qui doivent avoir la préférence comme données anatomiques, parce que les pesées effectuées par Sappey et Parisot étant de beaucoup les moins nombreuses, n'ont pas une valeur statistique aussi grande que les premières.

Quelques lignes de critique sont ici nécessaires pour expliquer les différences existant entre les résultats obtenus par M. Rey et par moi dans la mise en œuvre des mêmes listes de pesées encéphaliques, celles de Broca.

Ces différences ne sauraient surprendre les anatomistes qui ont tant soit peu eu recours à la statistique et aux différents procédés de la *Méthode des moyennes*. Aucun de ces anatomistes n'ignore que lorsqu'on a recueilli sur des individus vivants ou morts, sur des crânes, des squelettes, des cerveaux un plus ou moins grand nombre de mesures, il reste à effectuer un travail de mise en œuvre souvent plus long et parfois beaucoup plus difficile que la réunion des matériaux. Il faut une certaine expérience pour éviter les nombreuses causes d'erreur qui se présentent et qui peuvent varier suivant les questions étudiées. C'est une des raisons pour lesquelles on dit communément, et tout à fait à tort, que l'on peut tirer des statistiques tout ce que l'on veut.

En ce qui concerne le poids total de l'encéphale, j'ai déjà eu l'occasion de rectifier, dans mon mémoire sur ce sujet, les moyennes représentant les variations de ce poids suivant l'âge, la taille et le sexe, moyennes qui avaient été calculées incorrectement par divers auteurs d'après les mêmes registres de Broca dont je me suis servi.

(1) *C. R. de l'Association française*, 1883.

Plusieurs livres classiques ont reproduit ces moyennes incorrectes.

En ce qui concerne le cervelet, la protubérance et le bulbe, leurs variations pondérables, suivant l'âge, la taille et le sexe, ont été reconnues en partie quant à leur sens dans le travail de M. Rey, d'ailleurs postérieur à la publication de mes propres conclusions; mais ces variations n'ont pas été déterminées avec une netteté et une précision suffisantes, et cela pour plusieurs raisons.

D'abord, bien qu'il ait reconnu la nécessité d'éliminer des listes de Broca un certain nombre de cas qui figuraient pour le poids d'une portion de l'encéphale, sans figurer pour le poids d'une ou de plusieurs autres portions devant donner lieu à des comparaisons entre les moyennes, M. Rey n'a pas fait certaines autres éliminations pourtant nécessaires. Il fallait éliminer, par exemple, un certain nombre de poids bulbaires ou protubérantiels et même cérébelleux qui se trouvaient complètement hors série, de telle sorte qu'il suffirait d'un ou de deux de ces poids individuels pour modifier très sensiblement des moyennes de groupes même assez forts, — d'autant plus que les variations pondérables du bulbe et de la protubérance, suivant l'âge, le sexe et la taille, ne se traduisent que par des différences numériques extrêmement faibles et très sujettes, par suite, à se trouver effacées par l'intervention d'un ou deux cas exceptionnels.

L'élimination de ces cas aberrants était d'autant plus indispensable que la section de ces parties ne comporte pas une précision très rigoureuse. Il suffit que le couteau porte un peu trop haut ou trop bas ou un peu obliquement, pour augmenter d'un ou de plusieurs grammes le poids d'une partie qui ne pèse que quelques grammes. Si l'on songe qu'une erreur de 1 gramme sur le poids du bulbe équivaut à une erreur de 23 centimètres (c'est-à-dire un septième) sur la taille, on comprendra de suite à quelles erreurs peut donner lieu, dans une moyenne, l'intervention d'un ou deux cas particuliers réels ou factices ne se rattachant pas au reste de la série. Il faut ajouter que toutes les pesées consignées dans les registres de Broca n'ont pas été faites par lui-même; beaucoup ont été faites sur ses ordres par ses élèves et, par suite, les procédés de section ont pu varier suivant les opérateurs. Ces remarques contribueront à expliquer pourquoi, même après les nombreuses éliminations que j'ai dû faire, il m'est arrivé d'obtenir pour un groupe partiel féminin une moyenne qui, selon toutes les probabilités, eût dû être un peu différente.

Un autre motif d'invalidation des chiffres publiés par M. Rey, c'est qu'il n'a pas tenu compte de l'âge moyen de ses différents groupes lorsqu'il a recherché les variations suivant le sexe et les variations suivant la taille. N'ayant pas éliminé les vieillards très nombreux et inégalement nombreux dans les divers groupes de même sexe et dans les deux

sexes, il a obtenu de ce fait des résultats inexacts, et plusieurs différences réellement existantes n'ont pu apparaître.

Enfin la faute la plus grave commise par le même auteur a consisté en ce que, voulant étudier séparément les chiffres recueillis dans chaque hôpital ou hospice et voulant diviser, malgré cela, chaque série déjà trop faible en un grand nombre de groupes partiels, il est arrivé à opérer presque toujours sur des groupes beaucoup trop petits pour fournir des moyennes stables. Il a obtenu ainsi des résultats absolument factices et tout aussi peu réguliers que les hasards de loterie qui les produisaient.

Il s'en est aperçu lui-même, d'ailleurs, à plusieurs reprises, et devant l'incohérence des chiffres qu'il obtenait, il a terminé très sagement son travail en déclarant que, malgré l'importance des matériaux qu'il avait eus à sa disposition, il s'abstenait de conclure.

J'ai dû mettre le lecteur en garde contre les résultats de l'étude pourtant laborieuse et consciencieuse dont il vient d'être question.

Dans l'étude que j'avais faite antérieurement et que je publie aujourd'hui, les causes d'erreur signalées ci-dessus ont été évitées. Mais elles n'ont pu l'être qu'en réduisant à deux ou trois les groupes formés dans chaque série. Il pourrait résulter de là un doute relativement à la réalité du sens indiqué dans les variations, mais ce doute s'évanouira devant le parallélisme très net des résultats fournis par les deux statistiques utilisées.

Le présent travail ne se borne pas à un simple exposé des données anatomiques résultant de la mise en œuvre des matériaux utilisés. Il comprend, en outre, l'interprétation de ces données qui sont venues corroborer de la façon la plus nette l'interprétation que j'ai donnée précédemment des variations du poids de l'encéphale.

II. — Résultats.

Variations suivant le sexe.

1. — Après les nombreuses éliminations nécessaires qu'il m'a fallu faire dans les registres de Broca, il est resté seulement 154 hommes et 44 femmes de vingt à soixante ans. La série féminine n'est donc pas absolument suffisante pour fournir des moyennes d'une stabilité parfaite, comparativement aux moyennes masculines. Une série de cent femmes eût pu fournir, en effet, des moyennes un peu différentes. Mais cela n'atteint pas sensiblement la valeur des comparaisons faites entre les poids relatifs de diverses parties de l'encéphale, et entre les groupes formés dans chaque sexe suivant la taille.

J'ai réuni dans le tableau I les résultats concernant l'ensemble de chacune des deux séries, masculine et féminine, formées avec les observations de Broca.

TABLEAU I

D'APRÈS LES PESÉES DE BROCA	SUJETS DE 20 A 60 ANS. — PARIS	
	154 Hommes	44 Femmes
Moyennes absolues.		
Taille	1m,680	1m,583
Poids de l'encéphale	1361gr,5	1201gr,3
— des hémisphères	1190gr,»	1045gr,4
— du cervelet	145gr,2	131gr,7
— de la protubérance	19gr,51	17gr,8
— du bulbe	6gr,805	6gr,36
— de la protubérance et du bulbe	26gr,32	24gr,25
Rapports centésimaux.		
Des hémisphères à la taille = 100	7,085	6,603
Du cervelet à la taille = 100	0,864	0,832
Du bulbe et de la protubérance à la taille = 100	0,156	0,153
Du cervelet aux hémisphères = 100	12,20	12,60
Du bulbe et de la protub. aux hémisphères = 100	2,21	2,319
Du bulbe et de la protub. au cervelet = 100	18,12	18,40
Du bulbe à la protubérance = 100	34,8	35,7

En réunissant les pesées de M. Sappey (1) et de M. Parisot (2), on n'obtient pas de séries assez fortes pour subir les éliminations nécessaires. Cependant j'ai obtenu des rapports qui concordent avec les précédents. Il n'est pas question des rapports à la taille dans le tableau ci-dessous, parce que MM. Sappey et Parisot, à l'époque où ils ont fait leurs recherches, n'attachaient pas d'importance à la comparaison du poids des centres nerveux à la taille et n'ont pas mesuré celle-ci. On sait aujourd'hui que ce terme de comparaison, malgré son insuffisance évidente, ne laisse pas que de fournir des renseignements utiles. Dans mon mémoire *Sur l'interprétation de la quantité dans l'encéphale*, j'ai montré que la taille ou longueur du corps ne saurait représenter à elle seule la masse organique dont les trois dimensions sont loin d'être proportionnelles entre elles. Il s'ensuit que la mesure de la longueur seule du corps est un moyen complètement illusoire si l'on cherche à *évaluer* le développement de l'ensemble de l'organisme. Mais comme, en définitive, l'accroissement du corps en longueur représente par lui-même un accroissement

(1) SAPPEY, *Rech. sur le vol. et le poids de l'encéphale,* etc. (Mém. de la Soc. de Biologie. Mai 1861.)
(2) PARISOT, *Rech. sur le vol. et le poids de l'encéphale,* etc. (Nancy.)

de la masse totale si les autres dimensions restent égales; et comme l'accroissement en longueur s'accompagne même généralement, et en moyenne d'un accroissement des autres dimensions, il s'ensuit qu'une série suffisamment nombreuse d'individus étant ordonnée suivant la longueur seule du corps et divisée en deux ou plusieurs groupes assez forts pour fournir des moyennes stables, on peut être certain que chez les groupes de grande taille le développement organique général était plus grand que chez les groupes de moyenne ou petite taille, à la condition que les différents groupes soient de même race, de même sexe et exempts de cas séniles.

Néanmoins, je le répète, la différence numérique des tailles des divers groupes est loin de fournir une *évaluation* précise de la différence de développement organique général existant entre ces groupes.

TABLEAU II

RÉSULTATS OBTENUS AVEC LES MOYENNES FUSIONNÉES DE MM. SAPPEY ET PARISOT

	32 HOMMES	32 FEMMES
Moyennes absolues.		
Poids de l'encéphale	1321,9 gr.	1236,5 gr.
— du cerveau.	1155,9 »	1076 »
— du cervelet.	141 »	133 »
— de l'isthme.	20,5 »	19,5 »
— du bulbe.	8 »	7,7 »
Rapports centésimaux.		
Du cervelet au cerveau = 100. . . .	12,19	12,36
De l'isthme au cerveau = 100. . . .	2,46	2,52
De l'isthme au cervelet = 100. . . .	20,21	20,45
Du bulbe à l'isthme = 100	39,0	39,5

Le fait qui ressort à la fois des deux tableaux précédents, c'est que, chez les femmes, les poids du cervelet, de l'isthme et du bulbe sont plus élevés que chez les hommes, relativement au poids du cerveau.

Un autre fait semble ressortir du premier tableau : c'est que le cervelet, l'isthme et le bulbe seraient plus légers chez la femme, relativement à la masse de l'organisme. Mais ce n'est là qu'une apparence trompeuse due à ce que la taille ou *longueur du corps* ne représente pas d'une façon correcte l'ensemble de la masse organique, ainsi qu'on l'a déjà dit plus haut. En réalité, la femme diffère de l'homme par la masse de ses organes beaucoup plus que ne l'indique la différence sexuelle de la stature. J'ai démontré dans un précédent Congrès de l'Association française (1) que

(1) *Comparaison du poids de l'encéphale à différents termes anatomiques et physiologiques.* (*Bull. de l'Ass. franç.* 1882, p. 605 et suiv.).

si l'on compare le poids de l'encéphale non pas à la taille ou au poids du corps, mais à des termes anatomiques ou physiologiques représentant d'une façon plus correcte le développement organique général, alors le poids relatif de l'encéphale se trouve beaucoup plus grand chez la femme que chez l'homme, contrairement à l'opinion classique. J'ai complété cette démonstration dans mon mémoire *Sur l'interprétation de la quantité dans l'encéphale* (1) au moyen du tableau ci-dessous où les chiffres féminins sont convertis en centièmes des chiffres masculins.

TABLEAU III

HOMME = 100. FEMME = ...	
Taille	90 à 93 (divers auteurs).
Poids du corps	88,5 à 90 (Tenon et divers).
Poids de l'encéphale	*89,0* (Broca, Sappey).
Poids squelettique (fémur)	62,5 (L. M.).
Carbone consommé en 24 heures	64,5 (Andral et Gavarret).
Capacité vitale (à dix-huit ans)	72,6 (Pagliani).
Force de serrement des mains	57,1 (L. M.).
Force de traction verticale	52,6 (Quételet).

On voit que, par la taille et le poids du corps, la femme se rapproche plus de l'homme que par le poids de l'encéphale; mais que si l'on a recours à des termes de comparaison plus rationnels géométriquement et biologiquement, la femme se rapproche, au contraire, beaucoup plus de l'homme par son poids encéphalique que par les termes anatomiques ou physiologiques représentant la masse véritablement active du corps. Autrement dit, le poids relatif de l'encéphale est beaucoup plus élevé dans le sexe féminin.

En effet, si nous considérons les cinq derniers termes du tableau, nous voyons que la femme est à l'homme, quant à la masse active et à la masse fonctionnelle, si l'on peut ainsi dire, tout au plus comme 66 est à 100, — car la capacité vitale qui fournit un chiffre plus élevé a été mesurée à dix-huit ans, c'est-à-dire à un âge où la femme est beaucoup plus près que l'homme du terme de la croissance.

Il suffirait donc que le poids féminin de l'encéphale fût au masculin :: 66 : 100 pour que le poids relatif de l'encéphale fût égal dans les deux sexes. Or, au lieu du chiffre 66, nous avons 89.

Si l'on cherche quelle serait la taille de la femme si la longueur du

(1) *Mémoires de la Soc. d'Anthr. de Paris*, 2e série, t. IV.

corps représentait fidèlement l'ensemble de la masse organique, on obtient la taille $1^m,08$ = les 66 centièmes de la taille moyenne masculine ($1^m,65$). Autrement dit la femme est comparable, au point de vue du développement de la masse et des fonctions végétatives et locomotrice, à un homme de $1^m,08$ dont les autres dimensions seraient proportionnellement identiques à celles d'un homme de taille moyenne.

Il est maintenant très intéressant de comparer les diverses parties de l'encéphale dans les deux sexes suivant le même procédé qui permet d'utiliser, à côté des pesées de Broca, celles de Sappey et Parisot, bien que ces deux derniers auteurs aient négligé de mesurer la taille. Continuons donc le tableau III, qui va servir à rectifier le résultat trompeur obtenu dans le tableau I, par la comparaison du poids des diverses portions de l'encéphale à une seule dimension du corps.

TABLEAU III *(bis)*

HOMME = 100 FEMME = ...	PESÉES DE BROCA	DE SAPPEY ET PARISOT
Cerveau	87,8	93,1
Cervelet	90,7	94,3
Protubérance	91,2	95,1
Bulbe	93,5	96,2

De ce tableau et des précédents se dégagent les faits suivants :

1° *Le poids du cervelet, de l'isthme et du bulbe, comme le poids du cerveau, sont plus élevés dans le sexe féminin, relativement à la masse active du corps.*

2° *Chez la femme, les poids du cervelet, de l'isthme et du bulbe sont plus élevés que chez l'homme, en moyenne, relativement au poids du cerveau.*

3° *C'est le poids du bulbe qui est relativement le plus élevé chez la femme, puis vient le poids de l'isthme, puis celui du cervelet. C'est le poids des hémisphères qui est relativement le moins élevé.*

On peut observer que l'ordre des divers centres encéphaliques rangés d'après leur poids proportionnel est exactement le même si l'on opère sur les pesées de Broca ou sur celles de Sappey et Parisot. La grandeur seule des différences sexuelles varie.

Ce dernier fait provient de ce que, dans les séries de Sappey et Parisot, la différence sexuelle du poids total de l'encéphale s'est trouvée beaucoup moins grande que dans les séries de Broca (86 grammes au lieu de 160). Il s'ensuit que tous les chiffres féminins se sont rapprochés davantage des masculins dans les séries Sappey-Parisot.

Variations suivant la taille.

2. — Avant d'interpréter ces résultats, ou plutôt, pour aboutir à une juste interprétation, étudions les mêmes poids proportionnels suivant la taille dans chacun des deux sexes. Dès que l'on compare entre eux des groupes de même sexe, la longueur du corps, tout en restant un terme très imparfait pour représenter la masse de l'organisme, peut fournir des données relativement bonnes, car si l'on ne peut dire que des femmes d'une taille donnée possèdent un développement musculaire égal à celui d'hommes de même taille, il est permis, au contraire, de considérer des groupes de même taille et de même sexe, dans une même race, comme étant beaucoup mieux comparables entre eux.

Le tableau suivant contient les chiffres obtenus sur des groupes de différentes tailles comprenant seulement des individus de vingt à soixante ans et formés, comme précédemment après élimination des cas extrêmes ou incomplets.

TABLEAU IV

D'APRÈS LES PESÉES DE BROCA.

GROUPES DE DIFFÉRENTES TAILLES DANS CHAQUE SEXE.				
	154 HOMMES		44 FEMMES	
	76 PLUS PETITS	78 PLUS GRANDS	21 PLUS PETITES	23 PLUS GRANDES
Moyennes brutes.				
Taille	1m,63	1m,729	1m,535	1m,626
Poids des hémisphères	1166gr,6	1213gr,9	1032gr,5	1057gr,2
— du cervelet	143gr,6	147gr,3	131gr,4	132gr,0
— de la protubérance	19gr,31	19gr,71	17gr,76	18gr,0
— du bulbe	6gr,75	6gr,85	6gr,42	6gr,30
— du bulbe et de la protubérance	26gr,06	26gr,57	24gr,19	24gr,3
Rapports centésimaux à la taille 100				
Des hémisphères	7,155	7,019	6,723	6,500
Du cervelet	0,877	0,852	0,855	0,811
Du bulbe + la protubérance	0,159	0,153	0,157	0,149
Rapports centésimaux.				
Du cervelet aux hémisphères . 100	12,26	12,14	12,72	12,48
Du bulbe + la prot. aux hémisph. 100	2,234	2,18	2,34	2,29
Du bulbe + la prot. au cervelet . 100	18,218	18,03	18,40	18,40
Du bulbe à la protubérance . 100	34,9	34,7	36,1	35,0

Ce tableau fournit des renseignements bien instructifs et bien précieux au point de vue de l'interprétation des résultats relatifs aux deux sexes.

1° *Dans l'un et l'autre sexe, le poids absolu de tous les centres encéphaliques sans exception est plus élevé dans le groupe des individus de grande taille.*

Il y a moins de différence entre les deux groupes féminins qu'entre les deux groupes masculins, sous ce rapport, bien que la différence de longueur du corps qui existe entre les groupes soit égale dans les deux sexes. Cela tient à ce que les femmes de grande taille ne sont pas beaucoup plus fortes que les femmes de petite taille. Peut-être faut-il aussi tenir compte ici de la faiblesse numérique des deux séries féminines qui, toutes les deux, sont insuffisantes. C'est certainement à ce fait qu'il faut attribuer l'exception relative au poids du bulbe qui se trouve plus élevé dans le groupe des femmes de petite taille, et aussi l'exception relative au poids du bulbe et de l'isthme comparé au poids du cervelet.

2° *Dans les deux sexes, le poids de chacun des centres encéphaliques est plus élevé relativement à la taille chez les individus de petite taille.*

3° *Il en est de même du poids du cervelet, de l'isthme et du bulbe relativement au poids des hémisphères, — ainsi que du poids de l'isthme et du bulbe comparé à celui du cervelet.*

J'ai dit plus haut que l'exception partielle constatée dans le sexe féminin peut être considérée comme un résultat factice dû à l'insuffisance des séries.

Ces résultats seront complétés dans le tableau suivant où les poids des centres encéphaliques de chacun des groupes de petite taille sont exprimés en centièmes des poids des mêmes centres dans les groupes de taille élevée.

TABLEAU V (D'APRÈS LE TABLEAU IV).

	HOMME = 100 FEMME = ...	H. GRANDS = 100 H. PETITS = ...	F. GRANDES = 100 F. PETITES = ...
Hémisphères	87,8	96,10	97gr,66
Cervelet	90,7	97,48	99gr,54
Protubérance	91,23	97,97	98gr,66
Bulbe	93,46	98,54	101gr,9

L'ordre des divers centres rangés d'après l'élévation de leur poids proportionnel est le même si l'on compare entre eux les deux groupes masculins que si l'on compare les femmes aux hommes. Cet ordre se trouve troublé partiellement si l'on compare entre eux les deux groupes fémi-

mins, mais il n'est pas douteux qu'il en serait autrement si les moyennes féminines avaient été calculées d'après un nombre suffisant d'observations.

On peut remarquer aussi, dans le tableau précédent, que les groupes de même sexe sont beaucoup plus rapprochés entre eux que le groupe féminin ne l'est du groupe masculin. — Ce fait est dû à ce qu'une même différence de taille indique une différence beaucoup plus considérable dans la masse organique si l'on compare des hommes et des femmes que si l'on compare des hommes entre eux, beaucoup d'hommes petits étant égaux et même supérieurs en ossature et musculature à des hommes plus grands qu'eux, tandis qu'une telle compensation n'existe jamais chez les femmes comparées aux hommes.

Comme on l'a déjà vu, les femmes diffèrent des hommes par la masse totale des organes bien plus que ne l'indique la différence sexuelle de la stature. — Et quant aux femmes de grande taille, elles diffèrent, au contraire, très souvent des petites femmes beaucoup plus par la longueur du corps que par la masse totale, parce qu'une stature élevée chez la femme est assez rarement accompagnée d'un développement supérieur dans les autres dimensions du corps (embonpoint mis à part).

J'insiste sur ces faits parce qu'ils sont cause en grande partie de plusieurs irrégularités apparentes des différences, selon le sexe ou selon la taille, exposées dans les tableaux précédents.

Influence de l'âge.

3. — Pour obtenir des données valables sur l'influence du sexe et de la taille, il a fallu éliminer l'influence de l'âge, en écartant des séries tous les individus âgés de plus de soixante ans.

De plus, la faiblesse numérique des séries et des groupes d'adultes a nécessité encore l'élimination d'un certain nombre de cas extrêmes susceptibles d'influencer outre mesure les moyennes calculées sur des groupes numériquement médiocres. Pour étudier l'influence de l'âge, au contraire, toutes les observations de Broca ont pu être utilisées, à l'exception des incomplètes.

Il n'a pas été possible, pourtant, de former plus de trois groupes parmi les hommes et deux parmi les femmes. Etablir des groupes de cinq en cinq ans ou de dix en dix ans, comme l'a fait M. Rey, c'était s'exposer à laisser inaperçus des faits existants ou à prendre pour des faits réels des résultats de pur hasard, ou encore à obtenir des résultats dont l'incohérence eût rendu impossible toute conclusion ferme.

Parmi les groupes masculins établis par M. Rey de dix en dix ans, le plus fort ne comprenait que 42 cas, deux comprenaient de 30 à 37 cas, quatre de 20 à 30 cas, deux de 10 à 20 cas, et six moins de 10 cas.

Parmi les groupes féminins, au nombre de quatorze, neuf comprenaient moins de 10 cas et le plus fort groupe était de 27 cas. Il est évident qu'en procédant ainsi on n'obtient que des moyennes où l'influence que l'on cherche est le plus souvent masquée par l'influence des cas individuels et par des hasards de loterie.

Ce qui a encore contribué à affaiblir les groupes formés par M. Rey, c'est que cet auteur a cru devoir séparer les observations faites par Broca, dans les hôpitaux de Saint-Antoine et de la Pitié, des observations faites dans les hospices de Bicêtre et de la Salpêtrière. Il y avait, en effet, à se demander si cette séparation n'était pas nécessaire. Pour m'en rendre compte, je l'ai faite pour le sexe masculin, où le grand nombre de cas rendait possible la formation de trois groupes assez forts pour fournir des moyennes à peu près stables avec les seuls cas des hôpitaux. Puis j'ai ajouté à chacun de ces groupes les cas provenant de l'hospice de vieillards qui s'y rapportaient. Le résultat de cette opération montre qu'il n'y a pas d'inconvénient à réunir les cas des hospices de vieillards à ceux des hôpitaux.

TABLEAU VI

Groupement par âges des cas masculins de Saint-Antoine et de la Pitié seulement, à l'exclusion des cas de Bicêtre qui sont compris dans le tableau VII.

MOYENNES	190 HOMMES		
	79 DE 20 A 40 ANS	66 DE 41 A 60 ANS	45 DE 61 A 91 ANS
Age moyen.	30 ans	50 ans	71 ans
Poids de l'encéphale.	1.397gr,6	1.326gr,8	1.295gr,1
— des hémisphères	1.225gr,1	1.158gr,3	1.130gr,4
— du cervelet.	146gr,5	142gr,5	139gr,1
— de la protubérance	19gr,12	18gr,95	19gr,73
— du bulbe.	6gr,78	6gr,92	6gr,82
Protubérance + bulbe	25gr,90	25gr,87	26gr,55
RAPPORTS			
Hémisphères = 100.			
Cervelet = ...	11,95	12,30	12,31
Protubérance + bulbe = ...	2,11	2,23	2,34
Cervelet = 100.			
Protubérance + bulbe = ...	17,6	18,1	19,10
Protubérance = 100.			
Bulbe = ...	35,5	36,1	34,6

En comparant ce tableau avec la portion masculine du tableau VII, on verra que l'intervention des cas de l'hospice de Bicêtre n'a fait que rendre plus réguliers et plus cohérents les résultats du tableau VI.

Les seules modifications sensibles causées par l'apport des cas de Bicêtre n'ont porté que sur le groupe des vieillards et peuvent être attribuées à ce que ce groupe, primitivement réduit à quarante-cinq cas, était précisément de force insuffisante pour fournir des moyennes stables. La réunion des cas de Bicêtre à ceux des hôpitaux n'a donc eu qu'un heureux résultat, celui d'affermir les moyennes et de régulariser les courbes.

J'ajoute que, sans cette réunion, il eût été impossible d'établir aucune comparaison valable entre les deux sexes, car les cas féminins de Saint-Antoine et de la Pitié étaient trop peu nombreux pour former des séries et des groupes suffisants. Même avec l'addition des cas de la Salpêtrière (tableau VII), nous n'avons que deux groupes féminins, et le groupe des femmes de vingt à soixante ans ne comprend que quarante-quatre cas, chiffre qui peut laisser encore quelque incertitude sur la parfaite stabilité des moyennes absolues. Ces moyennes changeraient peut-être avec une série de soixante à quatre-vingts cas, mais il est plus que probable que ce changement n'affecterait pas, d'une façon sensible, les moyennes de rapports.

Les faits qui ressortent du tableau VII (p. 729) sont les suivants :

Hommes. — 1° *Diminution absolue du poids de l'encéphale, des hémisphères et du cervelet, en raison du degré de la vieillesse.*

2° *Augmentation absolue du poids moyen de la protubérance et du bulbe à mesure que l'âge avance.* Ce fait se répète pour le bulbe et la protubérance avec une régularité qui ne permet pas de l'attribuer au hasard, d'autant que la force numérique de chacun des trois groupes d'hommes est très suffisante. (Voir l'interprétation au chapitre III.)

3° *Augmentation du poids relatif du cervelet, de la protubérance et du bulbe, par rapport aux hémisphères, chez les vieillards.*

4° *Augmentation du poids relatif de la protubérance et du bulbe par rapport au cervelet.*

5° *Diminution du poids du bulbe par rapport à celui de la protubérance.*

Femmes. — Mêmes résultats que chez les hommes en ce qui concerne la diminution absolue du poids du cerveau et du cervelet.

— *Diminution du poids moyen de la protubérance et du bulbe dans la vieillesse, contrairement à ce qui a lieu chez l'homme.* Mais la diminution est très légère et peut laisser quelque doute à cause de la faiblesse numérique de l'un des groupes féminins.

— *Diminution sénile du poids relatif du cervelet par rapport aux hémis-*

phères, contrairement à ce qui a lieu chez l'homme. (Le même doute que ci-dessus peut encore s'élever ici.)

— Accroissement sénile du poids relatif de la protubérance et du bulbe par rapport au cerveau et au cervelet, comme chez les hommes.

— Diminution sénile du poids du bulbe par rapport à celui de la protubérance. Cette diminution serait plus prononcée que chez l'homme d'après les chiffres obtenus, mais dont l'un n'est établi que sur une série un peu faible.

Pour terminer l'exposé des faits que j'ai obtenus en mettant en œuvre l'importante statistique de Broca, je dois dire que les *variations individuelles* du poids absolu et relatif des différentes portions de l'encéphale sont très étendues et qu'elles dépassent de beaucoup, très souvent, les différences dues aux variations de la masse du corps, du sexe et de l'âge. Mais l'étude des variations individuelles nécessite des recherches statistiques combinées autrement que celles que nous venons d'utiliser suivant la méthode des moyennes.

III. — Interprétation.

Il s'agit d'interpréter maintenant ces différences, c'est-à-dire de les rattacher autant que possible à d'autres faits anatomiques ou physiologiques.

1° *Variations suivant le sexe et la taille.* — Comme les différences sexuelles des centres nerveux sont manifestement liées à la différence sexuelle de la taille, puisque nous venons de montrer que la différence de taille dans un même sexe s'accompagne de différences pondérales des centres nerveux parallèles à celles qui existent entre les deux sexes, il s'ensuit que l'interprétation de l'influence de la taille sur les variations pondérales des centres encéphaliques sera en même temps l'interprétation des différences sexuelles.

Ayant déjà interprété, dans mon mémoire sur la quantité dans l'encéphale, les variations du poids total de l'encéphale suivant le sexe et suivant la taille, cela me permettra d'être plus sobre ici de développements.

En ce qui concerne les variations pondérales des hémisphères cérébraux, on peut dire que ces variations se confondent presque complètement avec celles du poids encéphalique total, du moins en ce qui concerne les variations de quelque importance, telles que la différence sexuelle, les grandes différences ethniques, les grandes variations suivant l'âge et suivant la taille. En effet, les variations propres du cervelet et surtout de la région bulbo-protubérantielle sont trop faibles pour produire à elles seules

TABLEAU VII

INFLUENCE DE L'AGE DANS LES DEUX SEXES. (D'après les pesées de BROCA.)

MOYENNES	276 HOMMES			129 FEMMES	
	88 DE 20 A 40 ANS	87 DE 41 A 60 ANS	101 DE 61 A 91 ANS	44 DE 19 A 60 ANS	85 DE 61 A 92 ANS
Age moyen.	30 ans	50 ans	71 ans	41 ans	77 ans
Poids de l'encéphale	1.397gr,5	1.325gr,6	1.268gr,3	1.201gr,3	1.110gr,2
— des hémisphères	1.224gr,3	1.156gr,8	1.105gr,0	1.045gr,4	966gr,3
— du cervelet	146gr,9	141gr,9	137gr,0	131gr,7	120gr,7
— de la protubérance	19gr,38	19gr,75	19gr,91	17gr,89	17gr,20
— du bulbe	6gr,82	6gr,86	6gr,91	6gr,36	5gr,94
Protubérance + bulbe	26gr,20	26gr,61	26gr,82	24gr,25	23gr,14
RAPPORTS					
Hémisphères = 100.					
Cervelet = ...	12,00	12,26	12,39	12,60	12,49
Protubérance = ...	1,58	1,70	1,80	1,70	1,78
Bulbe = ...	0,56	0,59	0,62	0,610	0,614
Cervelet = 100.					
Protubérance + bulbe = ...	17,8	18,7	19,5	18,40	19,17
Protubérance = 100.					
Bulbe = ...	35,1	34,73	34,70	35,7	34,5

et même pour constituer en proportion notable les grandes variations du poids général de l'encéphale que j'ai interprétées dans un mémoire spécial. Je renvoie donc à ce mémoire pour ce qui concerne les variations du poids absolu et relatif des hémisphères cérébraux.

Cervelet. — En ce qui concerne le cervelet, nous avons à interpréter :

1° La diminution de son poids absolu avec la diminution de la masse du corps ;

2° L'accroissement de son poids relatif par rapport à la masse du corps, à mesure que cette masse diminue ;

3° L'accroissement du poids relatif du cervelet par rapport au cerveau à mesure que la masse du corps diminue.

Le premier fait indiquerait simplement que le cervelet, comme l'ensemble du système nerveux, est en rapport de masse avec l'ensemble des systèmes osseux et musculaire qui constituent la plus grande partie de la masse du corps. Cela s'accorde avec l'opinion très généralement acceptée que les fonctions du cervelet se rattachent aux mouvements.

Le second fait : que le poids du cervelet n'augmente pas proportionnellement à la masse du corps, s'accorde avec l'opinion, également très générale, que la principale fonction du cervelet concerne non pas tant l'incitation des mouvements que leur coordination. En effet, puisque les incitations motrices sont tout aussi nombreuses et tout aussi complexes chez les individus petits que chez les grands, il s'ensuit que la fonction de coordination est d'autant plus développée relativement à la masse des organes de mouvement que cette masse est plus petite. Il doit donc en être de même du cervelet, organe de coordination. Et puisqu'il en est ainsi, le fait de la non-proportionnalité du poids cérébelleux à la masse du corps peut être regardé comme une raison de plus (quoique indirecte) à l'appui de l'attribution au cervelet d'une fonction coordinatrice.

Le troisième fait : que le poids du cervelet tend à croître relativement au poids du cerveau à mesure que la taille diminue, pourrait résulter d'une infériorité cérébrale physiologique en même temps que pondérale en rapport avec la diminution de la taille. Mais cette infériorité cérébrale aurait besoin d'être démontrée ; il ne semble pas que les hommes de petite taille soient moins bien doués cérébralement que les hommes de forte taille. On sait d'ailleurs que si le poids absolu du cerveau s'abaisse quand la taille diminue, le poids relatif s'élève au contraire par rapport à la taille, et j'ai montré que précisément il doit en être ainsi dans l'hypothèse où l'intelligence est indépendante de la taille.

Il faut donc chercher une autre interprétation à l'accroissement relatif du cervelet par rapport au cerveau quand la taille diminue. Or ce fait peut encore résulter de ce que l'influence de la taille sur le cerveau est plus grande que l'influence de la taille sur le cervelet. On pourrait

expliquer cela en admettant que le cerveau, tout en possédant des fonctions indépendantes de la taille, possède un pouvoir moteur directement en rapport avec la masse à mouvoir représentée par la taille, tandis que dans le cervelet cette fonction d'incitation motrice proprement dite n'existerait pas ou existerait à un degré beaucoup moindre, la fonction cérébelleuse étant exclusivement ou presque exclusivement une fonction de distribution coordonnée dont j'ai expliqué plus haut l'indépendance relativement à la taille.

C'est donc cette interprétation qui me paraît la seule plausible dans l'état de nos connaissances sur les fonctions du cervelet.

Protubérance et bulbe. — L'interprétation des variations pondérales de ces parties suivant la taille est un problème plus complexe que le précédent. Cette complexité supérieure, à la vérité, provient peut-être uniquement de ce que les fonctions bulbo-protubérantielles sont moins imparfaitement connues que les fonctions cérébelleuses.

Pour interpréter les variations pondérales de la protubérance et du bulbe suivant la taille et, par suite, suivant le sexe, j'aurai recours aux principales considérations qui m'ont servi à interpréter les variations du poids de l'encéphale, sans entrer toutefois dans les développements que l'on pourra trouver dans mon mémoire sur la quantité dans l'encéphale.

Rappelons d'abord brièvement la composition et les fonctions de la protubérance et du bulbe.

Ces deux centres nerveux contiennent l'un et l'autre des noyaux sensitifs et des noyaux moteurs.

Les formations terminales des têtes des cornes antérieures et postérieures de la moelle se trouvent côte à côte dans la protubérance (Mathias Duval, Sappey).

Le noyau inférieur du facial (nerf moteur) est situé au niveau du plan de séparation entre le bulbe et la protubérance. — Le noyau masticateur du trijumeau (branche motrice; mouvements d'élévation, d'abaissement et de diduction de la mâchoire inférieure) se trouve situé dans la protubérance.

Au bulbe appartiennent les noyaux sensitifs des nerfs crâniens mixtes, c'est-à-dire du spinal, du glosso-pharyngien et du pneumo-gastrique, le noyau de l'hypoglosse, le noyau commun du facial et du moteur oculaire externe, le noyau du pathétique. Cette région comprend aussi l'un des centres bulbaires du nerf acoustique et l'une des masses d'origine du trijumeau.

Physiologiquement, la protubérance est un centre de mouvements d'expression involontaires : rire, pleurs, cri de douleur; un centre d'impressions sensitives correspondant à ces mouvements, en un mot

un centre de phénomènes sensori-moteurs se rattachant surtout à la fonction d'expression, mais aussi à la mastication. En vertu de cette dernière fonction, elle anime donc les muscles les plus volumineux du segment céphalique. Mais tous les muscles en relation avec la protubérance n'en sont pas moins petits relativement à ceux de l'appareil locomoteur, lequel influe le plus sur la masse totale du corps.

Il en est de même des organes en relation avec le bulbe. Les uns sont des organes d'expression (muscles servant à la phonation particulièrement) dont le volume est loin de varier proportionnellement à celui de la masse totale du corps. Les autres sont des organes dont les fonctions appartiennent à la vie végétative : circulation, déglutition, sécrétions, et l'on sait que la masse de ces organes ne varie pas non plus proportionnellement à la masse de l'appareil locomoteur qui constitue la plus grande partie de la masse totale du corps et qui est très imparfaitement représentée par la taille.

Cela dit, l'on peut expliquer assez facilement pourquoi le poids relatif de la protubérance et du bulbe par rapport à la masse du corps croît en sens inverse de cette masse. En effet :

1° Quand la taille s'accroît, le nombre et la complexité des phénomènes sensori-moteurs ayant pour substratum les centres bulbaires et protubérantiels restent les mêmes. Ce nombre et cette complexité sont donc d'autant plus grands par rapport à la masse du corps que celle-ci est plus petite. Il doit donc en être de même du poids du bulbe et de la protubérance.

2° Quand la taille s'accroît, l'accroissement porte surtout sur l'appareil locomoteur, sur l'ensemble des systèmes osseux et musculaire qui constituent la plus grande partie de la masse du corps. Les organes d'expression et les organes de nutrition en rapport avec le bulbe et la protubérance ne s'accroissent pas dans la même proportion. Le poids relatif de ces centres nerveux par rapport à la masse totale du corps doit donc diminuer à mesure que cette masse totale augmente.

Des considérations analogues permettent d'expliquer pourquoi le poids du bulbe et de la protubérance est relativement plus élevé chez les individus petits que chez les grands par rapport au poids du cerveau et même par rapport au poids du cervelet.

Le cerveau, en effet, fournit ses courants incitateurs aux organes de la locomotion dont la masse influe d'une façon prépondérante sur la masse totale du corps, tandis que le bulbe et la protubérance incitent des organes d'expression et de nutrition dont la masse ne croît pas proportionnellement à celle de l'ensemble du corps.

Le cervelet est dans le même cas que le cerveau, mais le poids relatif du bulbe et de la protubérance suit de plus près le poids relatif du cer-

velet que celui du cerveau, probablement en vertu de ce que la fonction cérébelleuse étant plutôt coordinatrice que directement incitatrice, le poids du cervelet est moins directement lié que le poids du cerveau à la masse de l'appareil locomoteur.

Pourquoi le poids relatif de la protubérance suit-il de plus près que le poids du bulbe la masse du corps, de telle sorte que le poids relatif du bulbe par rapport à cette masse est le plus élevé des deux chez les individus de petite taille? Cela tient, je suppose, à ce que le poids de la protubérance comprend le poids d'une partie des pédoncules cérébraux et cérébelleux qu'il faut sectionner lorsqu'on procède à l'ablation de l'isthme de l'encéphale. Étant donné que le poids de la protubérance proprement dite est très faible, cette adjonction d'une partie des pédoncules peut influer très sensiblement sur ses variations.

A propos du fait que le poids relatif du bulbe et de la protubérance par rapport à la masse du corps croît en sens inverse de cette masse, il est intéressant de rappeler qu'il en est de même du poids relatif de la mandibule, c'est-à-dire d'une partie du squelette dont le développement doit être plus particulièrement lié à celui des appareils de la vie végétative. Dans un mémoire publié en 1882 (1), j'ai montré que, dans une même race, le poids de la mandibule, relativement au poids de l'encéphale, s'élève en même temps que la taille, mais que relativement à la masse du squelette et des membres en particulier, le poids de la mandibule est, au contraire, plus élevé chez les individus de petite taille et chez les femmes.

Ce dernier fait me conduisit à prévoir que, parmi les centres nerveux encéphaliques, le bulbe et la protubérance étant les plus directement en rapport avec les fonctions végétatives, devaient être, comme la mandibule, plus développés chez les individus de petite taille et chez les femmes par rapport à la masse du corps.

En ce qui concerne les variations suivant le sexe, j'obtenais d'après les chiffres de M. Sappey des proportions conformes à cette prévision. Mais il n'y avait pas encore de statistiques permettant de rattacher les variations sexuelles à celles de la taille. Je ne possédais à ce sujet que le cas, très important il est vrai, du géant Joachim. On a vu plus haut que, d'après les pesées de Broca, le poids relatif du bulbe et de la protubérance par rapport à la masse du corps varie effectivement suivant la taille comme suivant le sexe et que les variations sexuelles peuvent être ramenées à des variations suivant la taille.

Mais on a vu aussi que, contrairement aux variations du poids relatif

(1) *Sur le développement quantitatif comparé de l'encéphale et de diverses parties du squelette.* (*Bull. de la Soc. zoologique de France* et Thèse de la Faculté de Médecine de Paris.)

de la mandibule *par rapport à l'encéphale*, le poids relatif de la protubérance et du bulbe est plus élevé par rapport au poids encéphalique, chez les individus petits que chez les grands, chez les femmes que chez les hommes. Ce fait demande une explication. Il est dû, je pense, à ce que le poids de la mandibule représente presque uniquement une fonction de l'ordre végétatif, fonction dont le développement relatif par rapport à la masse du corps croît en sens inverse de cette masse, mais croit moins vite que le développement relatif de l'encéphale par rapport à la masse du corps, en raison de l'indépendance complète du développement des fonctions intellectuelles par rapport à cette masse; tandis que le poids du bulbe et de la protubérance ne représente que partiellement le développement des fonctions végétatives et représente en grande partie le développement de fonctions sensorielles et sensori-motrices non moins indépendantes de la masse du corps que les fonctions intellectuelles de l'ordre le plus élevé, si bien que le poids du bulbe et de la protubérance, comme celui du cervelet, se montre plus indépendant de la masse du corps que le poids du cerveau lui-même.

A propos du poids relatif de la protubérance et du bulbe, il faut considérer que si les fonctions sensori-motrices de ces centres nerveux sont de l'ordre des réflexes instinctifs, cela n'empêche pas que leur nombre et leur complexité par rapport à l'ensemble de la masse organique soient tout aussi indépendants que le nombre et la complexité des réflexes psychiques et des opérations considérées comme étant plus élevées dans l'ordre intellectuel. Il faut considérer aussi que ces dernières sont plus ou moins directement liées à la motilité volontaire et aux actes accomplis par les membres, dont la masse est grande et très variable suivant les individus, tandis que les mouvements gouvernés par le bulbe et la protubérance sont exécutés par des muscles très petits absolument et relativement à la masse de l'appareil locomoteur.

Variations suivant l'âge.

La déchéance sénile de tout l'organisme explique suffisamment la diminution absolue du poids du cerveau et du cervelet chez les vieillards des deux sexes.

Il est singulier de voir qu'au contraire la moyenne du poids bulbo-protubérantiel croît avec l'âge jusqu'à l'âge moyen de soixante et onze ans. Sans doute, il n'est pas possible d'affirmer absolument qu'il ne s'agit point là d'un simple jeu de chiffres dû au hasard, c'est-à-dire à l'insuffisance du nombre des cas observés. Mais cette hypothèse est tout à fait invraisemblable parce que les séries étudiés sont déjà fortes (88, 87 et

101 cas), parce que l'accroissement en question affecte une marche régulière, parce qu'il se répète pour le bulbe et la protubérance, avec la même régularité, parce que les séries formées se composent exclusivement de cas complets, c'est-à-dire d'individus chez lesquels tous les centres encéphaliques sans exception ont été pesés.

On doit donc considérer cet accroissement moyen comme un fait extrêmement probable.

On ne peut l'expliquer, je crois, que par une sélection en vertu de laquelle les hommes pourvus d'une protubérance et d'un bulbe très développés auraient plus de chances d'arriver à un âge avancé, en vertu d'une supériorité dans l'ordre des réflexes instinctifs et particulièrement végétatifs ayant pour centre la région bulbo-protubérantielle.

Mais on a vu que l'accroissement moyen sénile de cette région est remplacé, dans le sexe féminin par une légère diminution. Le fait est moins certain que l'accroissement masculin, parce qu'il y a seulement deux séries féminines au lieu de trois, et parce que l'une de ces séries est un peu faible (44 cas). — Si pourtant cette différence sexuelle était confirmée, on pourrait l'attribuer peut-être à ce que la femme subit après la ménopause une déchéance végétative relativement supérieure à celle de l'homme, par le fait qu'avant la ménopause, les fonctions végétatives sont relativement plus développées dans le sexe féminin en vertu de l'adaptation aux fonctions maternelles.

Cette même considération expliquerait pourquoi le poids du bulbe diminue plus chez la femme que chez l'homme par rapport au poids de la protubérance, le bulbe étant plus en rapport que la protubérance avec les fonctions de nutrition.

Enfin, le fait que, dans chaque sexe, la diminution sénile du poids bulbaire l'emporte sur celle du poids protubérantiel, peut signifier que la déchéance des fonctions de nutrition l'emporte sur celle des fonctions sensori-motrices de la protubérance.

Pour expliquer le fait très net de l'accroissement sénile du poids du bulbe et de la protubérance dans les deux sexes par rapport au poids du cerveau, il suffit de considérer que la déchéance des fonctions intellectuelles et motrices du cerveau est proportionnellement supérieure à celle des réflexes bulbo-protubérantiels, plus indispensables à la conservation de la vie.

L'étude qui précède contribuera, je pense, à démontrer la valeur des données concernant la quantité dans les centres nerveux au point de vue physiologique. Elle contribuera à révéler la véritable signification de rapports pondéraux qui ont souvent été interprétés comme s'ils devaient nécessairement constituer des caractères hiérarchiques dans la compa-

raison soit des espèces entre elles, soit des sexes ou des individus entre eux.

Elle concourra à la démonstration de plus en plus complète, que j'ai poursuivie déjà dans des travaux antérieurs, de l'influence des variations de la taille ou masse organique sur la plupart des caractères anatomiques se rattachant à des rapports quantitatifs, c'est-à-dire à la plupart des caractères anthropologiques ethniques, sexuels ou individuels.

On vient de voir que les caractères sexuels étudiés dans cette communication dépendent de la masse organique, et cela suffit pour qu'on ne les considère pas comme révélant une infériorité intellectuelle ou évolutive.

Les différences sexuelles du poids des centres encéphaliques inférieurs contribuent aussi à éclaircir la signification des différences sexuelles cérébrales dès longtemps constatées et si souvent interprétées à la légère :

Par la perfection des fonctions bulbaires et protubérantielles ; mouvements des yeux, de la face, de la langue..., par la sensibilité de ces parties, par la phonation, le rire, les pleurs, le cri de douleur, la sécrétion salivaire, la rougeur réflexe, la circulation, la déglutition, etc., la femme ne passe certes pas pour être inférieure à l'homme. Et cependant l'isthme et le bulbe sont plus petits dans le sexe féminin. Ils ne sont pas tout à fait aussi petits, relativement, que le cerveau, mais je viens d'indiquer les causes de cette différence qui s'élève à quatre centièmes seulement (tableau V) et qui existe aussi bien dans chaque sexe entre les groupes formés d'après la taille, avec des différences dues, évidemment, à ce que la hauteur du corps représente trop infidèlement l'ensemble de la masse organique.

C'est certainement à la même cause que sont dues beaucoup de variations individuelles dans un même sexe, pour une même longueur de corps et un même âge. Mais il n'est pas douteux qu'à beaucoup de variations individuelles sont liées aussi des variations physiologiques, de sorte que l'étude comparative des cas particuliers, qui se trouve maintenant préparée par l'étude des variations moyennes, pourrait être des plus intéressantes.

MM. Vital GRANET et MASFRAND

A Saint-Junien (Haute-Vienne).

LE TUMULUS DE BARD

— Séance du 7 août 1893 —

Pour se rendre au petit village de Bard, commune de Saint-Martin-de-Jussac, on suit la route du Bois-au-Bœuf à Saint-Laurent, et on prend la troisième route à gauche qui conduit directement audit village.

Ce petit hameau est assez bien bâti; il se compose d'une quinzaine de feux. Les fondations de la plupart des habitations reposent sur pilotis. Les sources y sont tellement nombreuses et abondantes qu'on ne peut creuser à 25 centimètres de profondeur sans trouver de l'eau.

Ce tumulus occupe le centre d'un communal situé dans le village même de Bard; il est entouré presque de toutes parts par les eaux des sources environnantes.

Ses proportions sont les suivantes : hauteur, $4^{m},50$, diamètre, 39 mètres. Cet énorme monticule est entièrement formé de terres rapportées, cependant nous avons rencontré vers le centre quelques gros blocs de pierre.

Vers la fin du mois d'avril 1892, après avoir obtenu l'autorisation du maire de Saint-Martin-de-Jussac, nous avons entrepris les fouilles dont nous allons faire connaître les résultats.

Nos ressources ne nous permettant pas d'enlever couche par couche l'énorme quantité de terre qui constitue actuellement cette butte, nous nous sommes décidés à employer un moyen plus économique en faisant ouvrir une tranchée de $1^{m},50$ de large partant de la circonférence et passant par le centre, puis une tranchée circulaire de 5 mètres de diamètre allant du sommet à la base.

J'ai déjà donné les dimensions du tumulus, elles sont plus importantes que la plupart de celles des antiques monuments de ce genre qui ont déjà été explorés. Primitivement, elles devaient l'être davantage, mais l'action des eaux pluviales pendant une durée aussi longue a nécessairement contribué à augmenter la base au détriment de la hauteur.

Nous n'estimons pas moins de cinq à six mille journées d'hommes la main-d'œuvre nécessitée par l'édification du tertre de Bard.

Depuis les temps les plus reculés, la religion a joué un grand rôle dans les cérémonies funèbres, aussi avons-nous pu constater la présence de

cendres et de charbons disséminés un peu partout dans la masse des terres formant le tumulus. Ce sont bien là assurément les vestiges des rites funéraires de cette époque. De nombreux tessons de poterie, dont il nous a été impossible de déterminer la forme, ont été probablement brisés après le repas, qui terminait ordinairement ces sortes de cérémonies, puis jetés par les assistants sur ce tumulus en formation.

Nous avons découvert trois foyers superposés à un mètre d'intervalle. Le foyer supérieur, qui était recouvert d'une couche de terre de 65 centimètres, renfermait beaucoup de débris de poterie, de gros morceaux de charbons, une pointe de lance en fer et plusieurs fragments de fer très oxydés.

Dans le deuxième foyer qui se trouvait à un mètre plus bas, c'est-à-dire à $1^{m},65$, nous avons recueilli un grand bronze d'Antonin le Pieux, un coutelas très oxydé que la pioche d'un ouvrier a brisé en plusieurs morceaux, une boucle en bronze qui devait appartenir à un harnachement de cheval.

Toujours dans la même couche, nous avons trouvé une partie d'un fémur de cheval, ainsi que plusieurs dents du même animal.

Le troisième foyer contenait :

1° Un vase en terre blanchâtre d'une conservation parfaite. Ce petit vase a la forme d'une poire aplatie à la base à 8 centimètres de hauteur; il a 9 centimètres de diamètre à la panse et 2 centimètres et demi à l'ouverture;

2° Une poignée en fer qui, à notre avis, devait appartenir à un bouclier.

3° Un outil, ou arme en fer, tellement oxydé qu'il est presque impossible de dire à quel usage il pouvait servir;

4° Un croc en fer;

5° Un fragment de tuile à rebords et plusieurs morceaux de fer.

Nous espérions trouver à la base du tumulus un quatrième foyer, mais notre espoir a été déçu.

En effet, arrivé à $4^{m},50$ de profondeur, c'est-à-dire au ras du sol, l'eau a jailli sous la pioche des ouvriers, et par cette ouverture, nous avons pu enfoncer dans tous les sens le manche d'une pelle, ce qui fait supposer que ce tumulus a été construit *sur pilotis*.

Quand nous avons entrepris les fouilles du tumulus de Bard, nous supposions que cette sépulture appartenait au premier âge du fer. Les fouilles ont prouvé que nous étions dans l'erreur et que ce tertre funéraire a été édifié pendant la période romaine, sous le règne d'Antonin le Pieux, l'an 140 de l'ère chrétienne. La tuile à rebords et le bronze frappé sous cet empereur prouvent que nous nous trouvons en présence d'une sépulture remontant à cette époque.

MM. Élie MASSÉNAT et Dr Paul GIROD

A Brive. A Clermont-Ferrand.

NOUVELLES FOUILLES PRÉHISTORIQUES DANS LA VALLÉE DE LA VÉZÈRE

— Séance du 7 août 1893 —

INTRODUCTION

Tout l'intérêt préhistorique de la vallée de la Vézère se concentre, à l'heure présente, au pied des falaises qui dominent la rivière de Laugerie-Haute à Gorge-d'Enfer. De nombreuses fouilles partielles ont été entreprises sur ce point par Chrysty et Lartet, de Vibraye, Testu, et par nous-mêmes; mais une étude d'ensemble s'imposait. Pendant l'excursion faite, en 1890, au moment du Congrès de Limoges, à ces stations célèbres, l'un de nous s'est attaché à démontrer sur place la nécessité de grands travaux de déblaiement, coupant profondément, à ciel ouvert, le sol archéologique. Une visite faite à Brive à la collection Massénat, dont nous publions les pièces importantes (1), mettait sous les yeux des excursionnistes les trésors découverts et affirmait qu'il y avait beaucoup à trouver par des travaux méthodiques et poursuivis sans compter. L'Association, en nous accordant une subvention de 1.000 francs, a voulu nous montrer qu'elle s'intéressait à nos recherches; nous sommes heureux de présenter au Congrès de 1892 le résultat de notre campagne, persuadés que la protection de l'Association nous permettra de terminer l'œuvre entreprise.

Le petit chemin qui conduit de l'hôtel des Eysies au bac de Tayac permet d'embrasser d'un coup d'œil la région de nos fouilles. Au centre, Laugerie-Basse, avec ses deux maisons et ses quelques granges, écrasée par la falaise à pic de 80 mètres; vers la gauche, 500 mètres de falaise, puis la coupure de Gorge-d'Enfer, flanquée par la citadelle de Tayac et s'étalant en cirque avec ses abris et sa grande grotte qui surplombent la prairie de fond; vers la droite, la grande ligne de falaise qui se brise pour recevoir le groupe de maisons de Laugerie-Haute, se poursuivant au delà sous le château de M. de Lachapoulis. La couche archéologique

(1) *L'Age du Renne dans les stations de la Vézère et de la Corrèze;* J.-B. Baillière et fils, Paris. — Fascicules I à VII sont parus; l'ouvrage sera complet en douze fascicules.

a été abordée partout, dans nos précédentes fouilles; c'est un ensemble de près de 2 kilomètres que des galeries étroites, sinueuses, exploitées depuis plus de vingt-sept ans, ont révélé comme le centre des populations préhistoriques de la région. Nous étions donc bien préparés pour le choix des emplacements sur lesquels devaient porter les fouilles nouvelles. Nous avons attaqué à la fois Laugerie-Haute, Laugerie-Basse et Gorge-d'Enfer, par de larges tranchées à ciel ouvert, ayant en moyenne 5 mètres de largeur; en même temps, nous avons pratiqué des puits, des fouilles variant suivant les nécessités du lieu, sur les points intermédiaires entre ces trois points choisis pour les grands travaux. Nous résumons dans des chapitres successifs le résultat de nos fouilles.

I

LA FORMATION MAGDALÉNIENNE

Les troglodytes magdaléniens qui ont laissé dans la région explorée leurs silex, leurs instruments en bois de renne, leurs gravures et leurs sculptures caractéristiques, ont occupé à la fois les trois centres : Gorge-d'Enfer, Laugerie-Basse, Laugerie-Haute. L'érosion de la falaise a déterminé, à une hauteur moyenne de 20 à 22 mètres au-dessus du niveau de la Vézère, la formation d'une galerie, avec corniche saillante, qui suit en ceinture le cirque de Gorge-d'Enfer et s'étend, par Laugerie-Basse, vers le château de Lachapoulis. C'est cette longue galerie ouverte qui a servi d'abri aux chasseurs magdaléniens; les recherches faites à un niveau plus élevé, sous les corniches et dans les anfractuosités supérieures de la falaise, n'ont donné aucune trace de travail humain; de même, — sauf en un seul point sur lequel nous reviendrons, situé à Gorge-d'Enfer, — nous n'avons pu découvrir d'installations magdaléniennes, à un niveau inférieur, vers la Vézère.

Dans ce long trajet, la galerie se poursuit dominée par sa corniche plus résistante, mais elle n'est pas également creusée sur tous les points, et des éboulis ont, ailleurs, rompu sa continuité. — Si l'on part de la citadelle de Tayac, on la voit longer le flanc gauche du cirque de Gorge-d'Enfer, disparaître sous les éboulis du fond de la gorge, puis aboutir, sur le flanc droit du cirque, à la haute et superbe grotte que des travaux oubliés ont depuis longtemps déblayée. De là, jusqu'à Laugerie-Basse, le plancher de la galerie est d'une obliquité telle que les éboulis ne peuvent s'y fixer, roulant vers la Vézère qui coule, presque à pic, au-dessous; du reste, la corniche est peu saillante, et ces faits expliquent, sur près de 300 mètres, l'absence de couche archéologique. On atteint ainsi

le Rocher-des-Corbeaux, percé comme une ruche de cavernes nombreuses où les corbeaux du pays viennent nicher, et, à la base même de ce roc, commence la couche archéologique qui passe sous Laugerie-Basse et s'arrête aux Marseilles, gros rochers éboulés marquant le début d'une nouvelle région stérile. — En effet, à partir de ce point jusqu'à Laugerie-Haute, les rocs éboulés ont formé un talus qui a complètement comblé la galerie jusqu'à sa corniche, et les fouilles pratiquées permettent d'affirmer la stérilité absolue du sol et de tirer cette conclusion que l'éboulis avait déjà comblé cette partie de la vallée lors de l'occupation magdalénienne. On atteint ainsi Laugerie-Haute dont les maisons occupent un enfoncement dans la falaise, reposant sur les rocs éboulés. Il est à présumer que cet emplacement, qui supporte le village, a été déblayé postérieurement à l'occupation magdalénienne, car une série de fouilles pratiquées sur le plancher de l'abri, derrière les maisons du village, ne nous a fourni aucune trace de silex ou de bois travaillés, et cependant l'orientation est si bonne, la disposition de la corniche si heureuse qu'on ne comprend pas l'absence de foyers; il faut supposer qu'alors cet emplacement était couvert d'éboulis et que ce n'est que plus tard que, par suite d'érosions profondes, il a fourni à l'homme ses profonds abris. C'est, en effet, immédiatement au delà du village, au château, que reparaît la couche archéologique. Elle occupe une portion de galerie non éboulée qui sert de paroi au château et à ses dépendances. Le plancher est constitué par d'énormes blocs détachés de la falaise et qui surplombent la petite plaine qui borde la Vézère. Or, c'est au-dessous de ces blocs formant plancher magdalénien, que s'étend le vaste foyer solutréen de la station dite de Laugerie-Haute. Il y a donc sur ce point deux couches préhistoriques superposées, nettement distinctes; la supérieure seule appartient à la formation que nous étudions.

Pour tracer cette allure générale de la couche allant de la citadelle de Tayac au château de Laugerie-Haute, nous avons touché partout où l'hésitation était possible, multipliant les escouades d'ouvriers sur cette longue ligne de galerie. Aussi, nous croyons pouvoir conclure à la contemporanéité des stations situées à ce niveau. Les chasseurs de rennes magdaléniens qui ont substitué à la taille simple du silex le travail du bois de renne et de l'os et qui ont laissé leurs gravures et leurs sculptures, ont occupé toutes les parties habitables de cette galerie, se massant à Gorge-d'Enfer, à Laugerie-Basse, au château de Laugerie-Haute, laissant entre ces trois centres de vastes espaces que la déclivité du sol, le peu de saillie de la corniche et les éboulis rendaient inaptes à une occupation continue. Et encore, sur les points habités, y a-t-il eu des emplacements plus favorables par la saillie de la corniche et la proximité des couches, et les épaississements de la couche — qui varie de 50 centimètres à 1m,50

— indiquent ces endroits privilégiés. La vallée de la Vézère devait, à peu de chose près, être ce qu'elle est à l'heure actuelle; c'est à peine si, de loin en loin, quelques vastes éboulis ont interrompu l'effritement lent et graduel de la falaise par les pluies et les gelées d'hiver. Seul, le climat différait et les débris des repas donnent par milliers les ossements brisés du renne, du cheval et des grands bovidés de l'époque, avec le saïga, le chamois, le bouquetin, l'égagre, le castor, le lièvre, etc., etc., et les derniers débris des derniers mammouths. Ces considérations doivent s'appuyer sur le détail de nos fouilles.

I. *Gorge-d'Enfer*. — En 1890, nous avions entrepris sur le flanc gauche de la vallée une série de fouilles d'essai, espérant découvrir des foyers nouveaux. Le sol fertile avait été entrevu par Chrysty et Lartet, vers l'entrée même de la gorge, et nous pûmes facilement poursuivre la couche sur une assez grande étendue. Très mince d'abord, elle va s'épaississant à mesure qu'on s'enfonce vers les gros rochers éboulés qui se dressent au fond de la gorge. C'est sur cette partie qu'avaient été concentrés nos premiers efforts et la découverte de beaux silex, d'instruments en os et de quelques gravures confirmaient nos prévisions. Bientôt la station s'affirmait comme une des plus belles de la vallée, et la découverte de la sculpture si étrange que nous avons décrite et figurée et où nous avons vu deux phallus réunis par la base a confirmé nos prévisions. Nos fouilles de l'année présente ont porté sur ce point, s'enfonçant le plus loin possible derrière les rochers, atteignant une profondeur de 6 mètres. Cette grande profondeur avait pour but de déterminer si, sur ce point, la couche était unique ou s'il y avait des foyers superposés. Au bout de 3 mètres, nous atteignions la couche stérile, la *castine* jaune formée par les éboulis anciens et nous n'avons rien trouvé au-dessous, nous arrêtant sur le plancher rocher de la galerie. Notre fouille a atteint 12 mètres de longueur, limitée par la menace de chute de gros rochers mal soutenus. — Donc, à l'arrivée des magdaléniens, les éboulis stériles atteignaient plus de 3 mètres d'épaisseur sur le plancher de la galerie, la couche archéologique avait dans son plus grand développement $1^{m},30$, recouverte par $2^{m},50$ de rocailles éboulées qui touchaient presque la corniche.

Cette station s'affirme comme appartenant au beau magdalénien, par la finesse du travail de l'os. Nous avons à placer à côté des sculptures déjà décrites plusieurs dessins d'ornementation; de fines lignes entrecroisées sur un os de cygne, des figures d'animaux incomplètes et indéterminables sur des lames osseuses et un poinçon terminé par une tête sculptée dont l'interprétation est difficile. Les flèches, les lames, les poinçons, les aiguilles sont du plus beau travail, et les silex abondants. La faune est

magdalénienne, le renne prédomine avec de nombreux bois travaillés et entaillés; un canon de cheval est profondément incisé pour l'extraction des baguettes osseuses destinées à la fabrication des aiguilles.

Cette couche se perd derrière l'éboulis où il est impossible de la poursuivre sans compromettre la vie des mineurs; puis elle reparaît en face dans une petite grotte où nous avons tracé une petite galerie et recueilli quelques silex et instruments en os; elle se prolongeait dans la Grande grotte, mais celle-ci a été vidée à une époque indéterminée et son contenu rejeté dans la prairie du fond; les silex magdaléniens abondent dans la terre de ce champ fertilisé par le dépôt retiré de la grotte.

II. *Laugerie-Basse.* — Les fouilles en galerie faites sous la maison Delpeyrac et les granges voisines nous avaient conduits à l'idée d'une couche archéologique très épaisse, avec nombreux foyers superposés. C'est pour élucider ce dernier point que nous avons mené, en pleine station, une tranchée à ciel ouvert, attaquant le talus qui supporte les maisons et se dirigeant vers les anciennes galeries. Malgré un éboulement qui aurait pu avoir les plus graves conséquences, il a été possible d'atteindre la couche archéologique et de déterminer le point précis où elle s'arrête en profondeur. — Des tranchées latérales perpendiculaires ont été menées, l'une vers la grange située à gauche, l'autre vers la droite, sous la maison Larue, et plus loin vers les Marseilles.

De la comparaison de ces fouilles diverses, nous concluons que l'idée de ces foyers superposés doit être abandonnée. La couche est unique, moulée sur les accidents du terrain, mais elle conserve sa continuité complète, plus mince ici, plus épaisse ailleurs, mais appartenant à une même phase d'occupation. Les éboulis antérieurs à l'occupation magdalénienne ont découpé le sol en cinq vastes gradins superposés et cette disposition est la cause de l'erreur d'interprétation que d'étroites galeries ne pouvaient permettre de soupçonner. — La couche de Laugerie-Basse, bien que séparée de Gorge-d'Enfer par une vaste zone stérile, doit donc être considérée comme formée, à la même époque, par des chasseurs de rennes ayant la même industrie.

Ces galeries dans un sol vierge nous réservaient d'importantes trouvailles d'instruments en silex et en bois de renne et même des dessins nombreux.

Nous nous retrouvions sur ce point en pays de connaissance, avec les formes de silex et le mobilier décrit dans notre publication. Les dessins représentent, les uns des animaux : poissons, rennes, aurochs, écureuil, etc.; les autres des groupements variés de lignes entrecroisées, des encoches latérales, des saillies ondulées, des lignes saillantes sculptées avec une délicatesse extrême, des nervures simulant des feuilles, un bâton de

commandement percé, avec gravures; en un mot, un bel ensemble des manifestations artistiques des troglodytes de la station.

Pour répondre à certaines critiques faites à nos fouilles antérieures, nous avons établi — comme par le passé — un relevé exact, couche par couche, de tous les ossements déterminables. De grandes tables disposées à Laugerie même, chez Larue, ont permis de dresser dans son ensemble un relevé détaillé des pièces recueillies. Nous n'avons pas d'espèces nouvelles à joindre à la liste des espèces décrites comme magdaléniennes, mais la comparaison des couches successives ne laisse aucun doute sur le pêle-mêle des ossements ayant été rapportés à la station; il serait fastidieux d'énumérer ces menus vénérables qui démontrent que l'homme rapportait les animaux tués au hasard de la chasse et que, à Laugerie, il n'y a qu'un animal qui prédomine, le renne; les ossements de chevaux, de bovidés, de saïgas, de lièvres, etc., les os d'oiseaux et les arêtes de poissons montrent qu'ils complétaient avec ces types le menu journalier, mais il n'y a aucune régularité dans la succession de ces formes; il ne peut du reste pas y en avoir, étant donné que l'homme a été le fabricateur du sol archéologique et que ce dernier représente les bonnes fortunes du chasseur plutôt qu'une collection régulière des animaux répandus dans la vallée. Nous ne voulons pas parler de ce que nous n'avons pas vu, mais nous sommes très affirmatifs en ce qui concerne Laugerie et nos tranchées au grand jour confirment sur ce sujet les données acquises par le *travail de taupe,* lent et minutieux, pratiqué dans les étroites galeries.

Nous renvoyons, pour l'étude complète de cette formation, au travail que nous publions et dans lequel nous comprenons toutes les pièces recueillies par nous dans les stations de la Vézère.

Nous profitons de cette occasion pour relever une critique adressée à notre travail et nous faisons remarquer que les documents que nous réunissons sous un titre général ne sont tirés que de nos observations personnelles, nous n'avons jamais eu la prétention de reprendre ce que les autres ont vu, ou d'aborder l'histoire de stations que nous ne connaissons que par les descriptions des auteurs et les figures qui accompagnent leurs travaux.

III. *Château de Laugerie-Haute.* — Nos fouilles au château de M. de Lachapoulis se bornent à une nouvelle et courte galerie, dans le chemin de la terrasse, entamant la pierre polie pour atteindre le magdalénien. Nous désirions remettre à nu sur ce point une couche exploitée par nous antérieurement au château même et établir par de nouveaux silex et quelques os travaillés le niveau précis de la couche. Cette fouille nous a permis de saisir sur ce point la superposition de la pierre polie au mag-

dalénien et nous avons confirmé notre fouille antérieure, montrant sur ce point un hiatus très net entre les deux dépôts.

Cette couche magdalénienne repose sur les gros blocs qui surplombent le chemin de Laugerie-Haute; ces blocs étaient donc en place lors de l'occupation magdalénienne; seul, le gros bloc qui forme la pittoresque porte du château est tombé sur le foyer magdalénien. Dans sa chute sur le plan incliné du talus, il a entraîné avec lui le sol préhistorique. Une fouille en ceinture, pratiquée autour de ce bloc, montre le magdalénien sur tout son pourtour, d'où notre conclusion touchant le moment de sa chute. Ce bloc est bien supérieur, comme niveau, aux blocs voisins qui surplombent la formation solutréenne de Laugerie-Haute.

II

LA FORMATION SOLUTRÉENNE

Le solutréen de la vallée est massé sur la rive droite, à Laugerie-Haute. En face, sur la rive gauche, est la station correspondante de Cro-Magnon. C'est sous les gros blocs qui supportent le château de Lachapoulis et sa couche magdalénienne que s'étend la formation solutréenne.

Avec l'autorisation du maire des Eysies, nous avons poussé une large tranchée de 5 mètres de largeur, 4 mètres de hauteur, sur une profondeur de près de 10 mètres, traversant le chemin communal et s'enfonçant sous les blocs qui supportent le château. Deux tranchées latérales ont été menées, l'une vers Laugerie-Haute, l'autre vers le chemin d'accès du château, pour embrasser toute la station. Cette fouille de 25 mètres d'étendue nous montre que la station se terminait en coin à droite et à gauche, remplissant un grand verre de montre protégé par les rochers. Cette limitation est très précise et les fouilles n'ont rien donné au delà. De même, sous les rochers, la couche va s'atténuant en coin en suivant la direction de notre première fouille. Ce remaniement de plus de 200 mètres cubes nous a donné d'intéressants résultats.

Les rochers étaient en place lorsque les troglodytes de Laugerie-Haute y taillaient leurs silex en feuille de laurier.

En effet, la couche, atténuée en bec de flûte, vient buter contre les rochers éboulés qui, alors comme aujourd'hui, faisaient une saillie de près de 2 mètres; en un seul point, un morceau du plafond s'est détaché et le bloc renversé supporte le chemin.

La couche archéologique a 3 mètres de profondeur, sous le chemin; elle repose sur un lit boueux et humide, rempli de gros cailloux, absolument stérile. Nous avons défoncé ce lit de base sur une épaisseur de 1 mètre, nous arrêtant en pleine zone stérile.

Le relevé fait au niveau d'eau, à partir de la rive de la Vézère, montre que le point le plus profond de la tranchée, dans la zone stérile, correspond au niveau où les crues moyennes de la rivière font monter les eaux pendant l'hiver. Nous croyons donc pouvoir considérer le point atteint comme la base de la formation solutréenne, admettant que, dès cette époque, la Vézère occupait sensiblement son lit actuel et que probablement le gué de Tayac reliait déjà les deux stations solutréennes de Laugerie-Haute et de Cro-Magnon.

L'examen des zones moyennes de la formation fait de la station une station solutréenne typique avec ses superbes lames en feuille de laurier, de toutes dimensions, les unes si fines qu'elles sont absolument transparentes, entières ou brisées, si nombreuses que nous évaluons à près de trois cents celles recueillies sur ce point. C'est une simple confirmation des fouilles antérieures. Mais un fait nouveau est mis en évidence, grâce à l'étendue de la fouille en hauteur qui nous a permis d'étudier en détail la zone supérieure et la zone inférieure, et mérite de fixer l'attention.

Dans la zone inférieure apparaissent, unis aux pointes solutréennes, de nombreux instruments du type moustérien : haches en amande, disques, pointes, racloirs des mieux caractérisés. Il y a donc là mélange intime des deux industries; c'est le moustérien passant au solutréen pur qui forme la zone moyenne.

Étant données les dimensions de la fouille, il nous était facile de préciser la position de ce mélange, à la base des deux industries; mais ce groupement nous autorise à admettre qu'une fouille restreinte, de faibles dimensions, pourrait, par un hasard fortuit, ne rencontrer à ce niveau que des formes moustériennes, entraînant l'idée de la superposition des deux industries. C'est à cette idée dernière que nous nous étions arrêtés pour interpréter les matériaux retirés d'un puits creusé par nous, à l'entrée du chemin du château; mais notre découverte dernière enlève toute valeur à nos premières conclusions.

III

LA LIAISON ENTRE LE MAGDALÉNIEN ET LE SOLUTRÉEN

A Laugerie-Haute, l'éboulis qui surplombe la couche solutréenne établit un véritable hiatus entre les deux industries, car au-dessus des rocs éboulés on passe au magdalénien de la belle époque, et la transition est trop brusque pour expliquer le développement de la nouvelle industrie. Du reste, notre fouille antérieure du chemin du château montre que là où les abris des deux époques se confondent, les deux industries sont séparées par une couche stérile très évidente, de 35 centimètres.

Si l'on fait le relevé du niveau de la galerie magdalénienne et de l'abri solutréen, on compte à Laugerie-Haute une différence de niveau d'environ 15 mètres, entre les deux points les plus distants des stations. Sur toute la longueur qui s'étend de Laugerie-Haute à Gorge-d'Enfer, par Laugerie-Basse, on ne trouve aucune trace de dépôt archéologique entre ces deux niveaux, et comme le dépôt solutréen est confiné à Laugerie-Haute, on peut dire que la galerie magdalénienne est la seule formation dominant la Vézère. Le cirque de Gorge-d'Enfer fait seul exception à cette règle.

Nous avons décrit précédemment la ceinture magdalénienne qui occupe le niveau de la grande grotte vidée de Gorge-d'Enfer. L'idée de découvrir dans la prairie qui a reçu jadis le dépôt de la grande grotte des silex et des instruments en os intéressants, nous a fait entreprendre dans le sol même du champ quelques fouilles superficielles; cette idée nous a conduit aux résultats les plus importants de notre campagne. Ce vaste champ est, en effet, bordé par le plancher saillant qui supporte les dépôts magdaléniens décrits; or, ce plancher surplombe une galerie inférieure. Celle-ci disparaît sous les haies de ronces et d'épines, comblée en partie par les pierres rejetées du champ voisin lors des travaux de culture. Nous avons voulu savoir ce que cachait cette galerie et une large tranchée nous a permis de la découvrir sur plus de 10 mètres et d'aborder une couche archéologique nouvelle.

Cette nouvelle station inférieure de Gorge-d'Enfer est, en effet, une station se plaçant, par son industrie, à la base du magdalénien, et qui constitue une *zone inférieure* bien distincte.

Le travail du silex y est superbe. Grattoirs simples, grattoirs effilés pour l'emmanchure, grattoirs doubles, lames tranchantes, lames incurvées, toutes les formes de la série magdalénienne s'y trouvent avec un fini qui dépasse de beaucoup celui des stations Laugériennes; mais, nous devons signaler le grand nombre de lames retouchées sur les bords, rappelant par leur forme la feuille de laurier solutréenne; on sent que c'est une forme nouvelle par sa face plane d'éclatement, mais les fines retouches qui égalisent les tranchants donnent plus d'acuité aux pointes, marquent un souvenir du travail délicat des solutréens. De plus, cette station nous a donné une forme de grattoir absolument nouvelle pour la vallée de la Vézère: ce sont des *grattoirs incurvés*; — les dix pièces entières que nous possédons ne laissent aucun doute sur la forme voulue de l'instrument, taillé pour être manié soit par la main droite, soit par la main gauche. Ce grattoir a de 10 à 12 centimètres de longueur; large et arrondi dans la partie destinée au travail, il s'incurve grâce à une entaille faite par l'enlèvement d'éclats sur un de ses bords; cette entaille répond à la place des doigts, occupant la droite sur les grattoirs destinés à la main gauche, la gauche sur les grattoirs opposés. L'extrémité

du manche, plus grêle, est arrondie pour reposer sur la paume de la main, ou s'effile pour l'emmanchure.

A ces silex si parfaits s'oppose un travail de l'os rudimentaire; nous n'avons relevé ni aiguilles, ni poinçons, ni sagaies, ni flèches barbelées, ni dessins caractéristiques. Les pièces recueillies sont toutes des pointes d'une forme particulière et quelques grossiers instruments en bois de renne.

Ces *pointes* nombreuses semblent la seule arme offensive et ce fait les rapproche des pointes solutréennes en silex dont elles ont l'allure générale, *en feuille de laurier*. Comme elles, elles sont de dimensions très variables; la plus longue atteint 18 centimètres, les plus courtes en ont 6 à 8. Toutes sont également aplaties, très aiguës à une extrémité, se renflant plus ou moins brusquement pour présenter une région plus large, et s'atténuant de nouveau pour l'emmanchure. C'est cette dernière extrémité qui est divisée, longitudinalement, parallèlement aux faces, par une incisure de coupe triangulaire qui permettait l'introduction, entre ses deux lèvres, de l'extrémité du manche découpé par un double biseau.

La constante de la forme, de cette disposition, l'allure générale de l'instrument montrent une affinité profonde avec la pointe en silex de la période précédente; on croirait que le même galbe a déterminé la forme de ces armes fabriquées avec des matières si différentes. On avait signalé dans diverses stations magdaléniennes des tronçons d'instruments se rapportant par leur forme ou leur emmanchure à ce type, mais leur mélange ne permettait pas de les considérer comme caractérisant une couche nettement déterminée dans la série stratigraphique.

Nous avons trouvé avec ces pointes si caractéristiques une sorte de *spatule* à manche arrondi, avec une tête aplatie coupée obliquement, quelques morceaux de bois de renne grossièrement découpés et une dizaine d'instruments de forme lourde et mal finis, pouvant servir de poinçons, de coins, de manches d'outils; une phalange de renne percée en sifflet de chasse et une dent de *Felis* avec trou de suspension.

Les ossements abondent dans le sol archéologique : ils sont tous brisés pour l'extraction de la moelle; le renne, le bœuf et le cheval constituent les espèces prédominantes; signalons un débris de la mâchoire inférieure du *Felis speleus*, qui semble correspondre à l'incisive percée que nous avons mentionnée.

Si nous jetons un coup d'œil en arrière, vers le solutréen, nous n'hésitons pas à considérer cette station nouvelle comme le jalon conduisant à la belle époque magdalénienne. Les solutréens, trop à l'étroit sous les rochers de Laugerie-Haute, ont cherché de nouveaux abris dans les galeries les plus rapprochées de la rivière. C'est là que le travail de l'os a commencé, amenant une révolution complète dans la fabrication des

armes et de l'industrie du silex. L'extension de ces populations a amené l'installation de nouveaux groupes dans les galeries supérieures de Gorge-d'Enfer et de Laugerie-Basse et c'est là que l'industrie nouvelle a atteint la perfection la plus grande et que l'homme, dans une situation assurée et prospère, a pu s'adonner aux manifestations artistiques que nous révèlent ses gravures et ses sculptures sur bois de renne et sur ivoire.

CONCLUSIONS

Un coup d'œil d'ensemble sur l'allure générale du sol archéologique traversé par nos tranchées doit terminer ce travail.

La région qui nous occupe n'a pas, à proprement parler, de mousténien ; le dépôt humain commence avec le solutréen.

On peut le diviser à Laugerie-Haute en deux zones : l'inférieure avec instruments moustériens mélangés ; la supérieure, solutréenne franche.

A Laugerie-Haute, une couche stérile, marquant un hiatus, sépare le solutréen du magdalénien.

A Gorge-d'Enfer, ce hiatus semble occupé par le magdalénien inférieur, caractérisé par ses lames retouchées, ses grattoirs incurvés et ses pointes de bois de renne, en feuille de laurier, et par l'absence des harpons barbelés, des gravures et sculptures.

C'est au-dessus, dans la galerie immédiatement supérieure à cette formation, que s'étend le magdalénien supérieur avec le travail de l'os dans toute sa splendeur, ses gravures et ses sculptures dont nous possédons près de cinq cents spécimens.

Notre campagne nous a donc permis de combler autant que possible la lacune qui séparait le solutréen et le magdalénien, tels que nous les avions interprétés dans nos précédentes fouilles. Nous espérons pouvoir, dans une campagne ultérieure, poursuivre la couche archéologique inférieure de Gorge-d'Enfer et terminer l'étude de la pierre polie si bien représentée dans la vallée et dont l'histoire se rattache si étroitement à celle des chasseurs de rennes.

M. Henri MICHEL

Architecte, Professeur à l'École des Beaux-Arts de Besançon.

PRÉSENTATION DE DEUX CRANES DE L'ÉPOQUE INCASIQUE

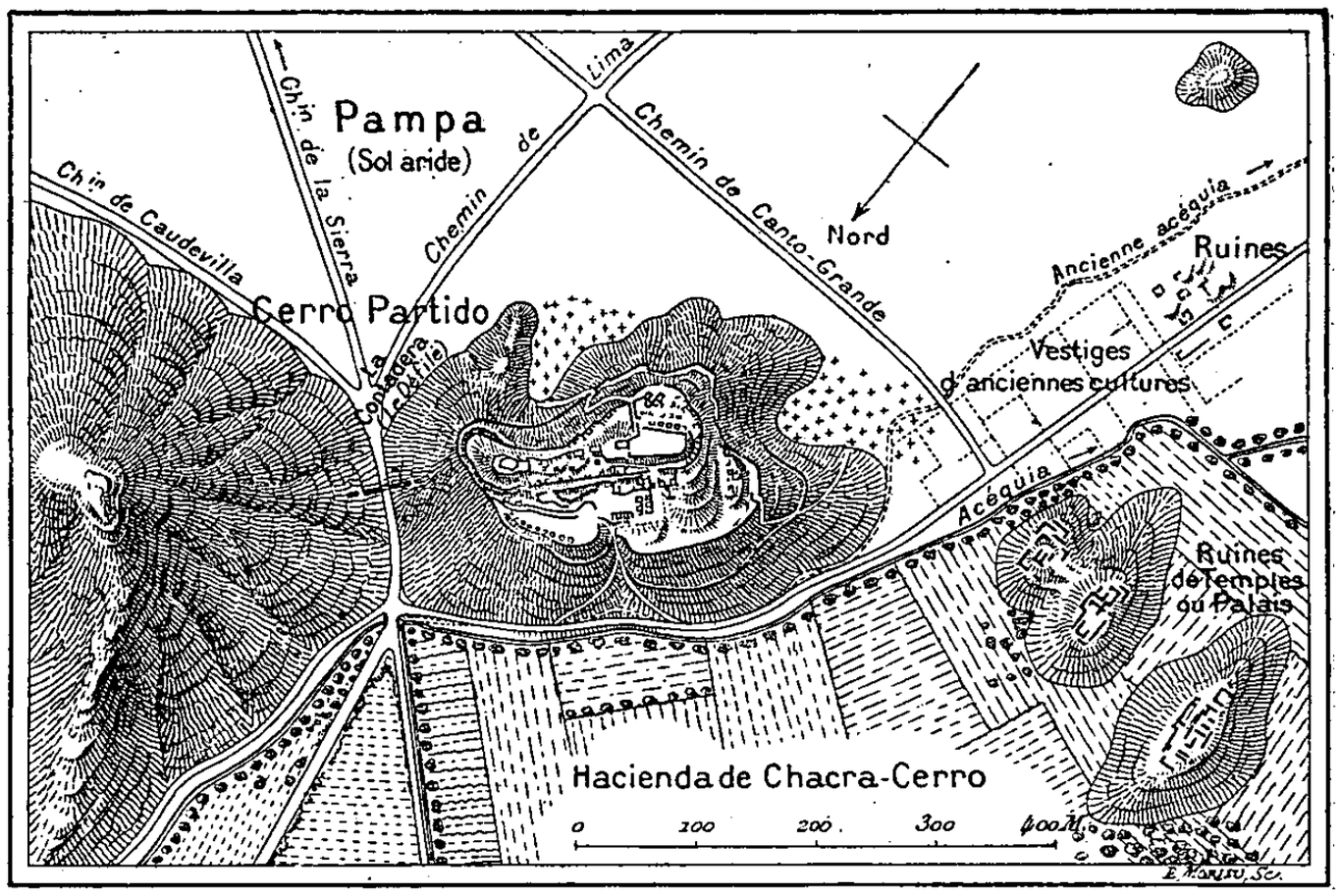
— Séance du 9 août 1893 —

HYPOTHÈSE SUR L'AGE DE LA FORTERESSE DE KOLLKÉ (PÉROU)

Quand on a lu attentivement l'histoire extraordinaire de la conquête du Pérou, conquête effectuée si rapidement, malgré les difficultés de transports et la marche à l'inconnu, par une poignée d'aventuriers de basse extraction et de pillards espagnols; quand on a étudié, dans les ouvrages des auteurs les plus dignes de foi, la civilisation réellement fort avancée de ce peuple Quichua, presque isolé dans l'Amérique du Sud et n'ayant, apparemment, reçu aucune impulsion des centres européens ou asiatiques; on ne peut pas parcourir cette immense région sans interroger les ruines nombreuses, mais malheureusement trop bouleversées, qu'on y rencontre à chaque pas, et sans chercher à reconstituer cette civilisation à jamais éteinte.

Les « Conquistadores » de l'Empire des Incas ne poursuivaient guère qu'un seul but: le pillage et la destruction des temples et des palais où abondaient les métaux précieux; l'histoire des peuples vaincus et asservis et celle de leurs industries remarquables, ainsi que les questions d'origine, que l'on étudie et discute avec tant de soins aujourd'hui, ne les intéressaient que très médiocrement. Aussi, des quantités innombrables d'ustensiles d'or ou d'argent, véritables œuvres d'art de l'industrie autochtone, fruits des rapines du vainqueur, ont-elles été jetées au creuset, sans aucune préoccupation de la valeur artistique ou archéologique qui aurait dû s'attacher à leur conservation. Les descendants de ces conquérants ont hérité des mêmes idées barbares et, aujourd'hui encore, quand ils se livrent avec ardeur à l'exploration des nécropoles (seules mines, ou à peu près, dans lesquelles on peut encore trouver la réponse à nombre de questions des plus intéressantes de l'anthropologie et de l'archéologie péruvienne), c'est, trop souvent, dans le but unique d'y trouver des trésors. Ils y laissent dormir la vérité. Quelques-uns, il est vrai, recueillent les exemplaires les plus intacts de la céramique remarquable des

Quichuas, des *Yungas* ou des *Chinchas*, et des armes, des ustensiles, des bijoux ; pourvu qu'ils soient complets et tous bien conservés ! Ces collectionneurs de « *huacos* » rejettent, avec les déblais, les objets brisés, ceux dont ils ne comprennent pas l'usage et, surtout, ceux dont la matière n'est pas assez précieuse pour flatter leur cupidité. Ils ne songent guère à fouiller méthodiquement, ni même à indiquer exactement la provenance de leurs trouvailles. J'ai vu, dans ces « placers » d'un nouveau genre, des monceaux d'étoffes merveilleuses et assez bien conservées pour figurer dans nos musées, des armes, des débris de poteries couvertes de peintures fort curieuses et une quantité d'autres reliques que je n'ai,



La forteresse de Kollké et ses abords.

certes, pas dédaignées. Il m'est arrivé de fouiller, avec fruit, des tombes qui avaient déjà été ouvertes et pillées.

En parcourant (de 1878 à 1885), une grande partie du Pérou actuel, j'ai été en mesure de constater qu'un grand nombre de ruines importantes n'ont été ni relevées ni explorées sérieusement et que, souvent, elles n'ont pas même été signalées par les explorateurs. Je citerai, entre autres, celles qui se trouvent dans les environs de Lima. Les chercheurs d'antiquités se sont précipités, avec autant d'avidité que d'ignorance, sur la nécropole d'Ancon (à environ 40 kilomètres de la capitale), mais sans jeter un coup d'œil, en passant, sur le groupe de Lomas de Aliaga qui offre un vaste champ d'exploration, ni sur Kollké, ancienne forteresse qui se trouve enclavée dans le domaine de l'hacienda de Chacra-Cerro. Les chroniqueurs de la Conquête, ceux mêmes qui firent partie de l'expédition

de Hernando Pizarro à la ville sacrée de Pachacamak, ne parlent pas de cette forteresse au pied de laquelle ils durent forcément passer et qui, par sa masse imposante, aurait dû attirer leur attention.

J'ai levé approximativement le plan de Kollké (1) et de ses environs. Il est facile de se rendre compte de son importance stratégique à l'entrée d'une des vallées donnant accès aux plateaux supérieurs *(puna)* des Cordillères, et à proximité des plaines fertiles et très peuplées de la côte du Pacifique. Une remarquable analogie existe entre ces ruines et celles des *Pucarà* ou places fortes des hauts plateaux andins. On y voit, en effet, comme à Chacamarca, Tarmatampu, Hatun-Sausa, etc., villes mortes du pays des Huancas (2), des murs d'appareil polygonal en pierres brutes de toutes dimensions; des enceintes multiples et étagées en gradins, avec des portes flanquées; un ou plusieurs refuges ou réduits au sommet; les habitations de la garnison y ont aussi la forme circulaire ou carrée et sont régulièrement alignées; les parapets (qui n'ont guère que 70 centimètres de hauteur à l'intérieur) permettent l'usage de la fronde, arme favorite des montagnards. Ces constructions reposant toutes sur un massif granitique aride, je n'ai pu y pratiquer aucune fouille; mais j'ai trouvé, à la surface du sol, des quantités considérables de pierres de fronde en forme d'olives, provenant sans aucun doute du torrent voisin (3); elles étaient réparties par petits tas sur divers points de l'enceinte. Il y avait, dans le réduit central, une provision de cristaux d'*arragonite* devant probablement servir à la préparation de la chaux *(iscu)* qui, aujourd'hui encore, se mâche avec les feuilles de coca.

Au pied même du fort, dans des sortes d'anses formées par les sables de la pampa entre les contreforts de la montagne, se trouvent deux cimetières qui fournissent des restes et objets de nature et de caractères assez distincts. Tandis que dans celui de l'Est on remarque des sépultures analogues à la plupart des *Huacas* du littoral, le cimetière du Sud renferme des momies ensevelies d'une façon irrégulière et parfois bizarre; comme si les inhumations avaient eu lieu à la hâte, sans observation des rites habituels et sans aucune distinction entre les morts. Les cadavres, enveloppés dans de grandes pièces d'étoffes de coton blanc ou bariolé et, le plus souvent, renfermés dans un sac de coton solidement ficelé, sont enterrés à une très faible profondeur dans le sable, assis sur une couche de feuilles sèches. En procédant au dépouillement des linceuls, on remarque que les hommes ont leur fronde enroulée en diadème autour du front, par-dessus une sorte de voile qu'elle semble maintenir; le visage est couvert d'un masque de coton naturel (maintenu quelquefois par des

(1) *Kollké*, en langue Quichua, signifie *Argent;* les Espagnols en ont fait *Colliqué.*
(2) Nation soumise par les Incas et qui habitait les hauts plateaux, entre Huancahuillca et Junin.
(3) Le rio Chillon, sur les bords duquel se trouvent les ruines de Tampu-Inca.

plaques d'argent), et tous les orifices du corps ont été bourrés de la même ouate. Autour du cou sont passés des colliers en nacre ou en corail agrémentés de fragments de malachite et supportant des cure-oreilles, des cure-dents et des pinces à épiler en argent; une besace, portée en sautoir, renferme des ustensiles, des feuilles de coca avec un petit récipient pour la chaux, et des pierres de fronde. Il y a toujours, à côté du corps, des calebasses ou des vases en terre cuite; des armes telles que des sortes de lances en bois de *chonta* (1), mesurant environ $1^{m},50$ sur un diamètre de 2 centimètres et qui ont été coupées ou brisées afin de pouvoir les introduire dans la sépulture; des frondes enroulées par paquets de deux ou trois; enfin, des macanas ou casse-tête en pierre dure et des épées en chonta (2). Beaucoup de cadavres sont décapités et ensevelis sans têtes; on retrouve celles-ci dans des tombes séparées, enveloppées de ouate et renfermées dans un morceau d'étoffe ou dans un filet; les visages sont peints en rouge au moyen du cinabre (3), et présentent toutes les apparences de lugubres trophées de guerre. Les corps sont mutilés avec une évidente intention de vengeance sauvage et de mépris pour le vaincu; j'ai trouvé une de ces victimes dont les parties sexuelles avaient été coupées et mises dans une de ses mains.

La sépulture qui a plus particulièrement appelé mon attention renfermait le corps momifié et complet d'un guerrier à côté duquel on avait placé un crâne dont toute la partie postérieure a été séparée par un coup excessivement violent; son propriétaire avait déjà reçu, antérieurement, un terrible coup de macana ou de pierre ayant produit une forte dépression du pariétal gauche et dont il s'était guéri complètement, mais le dernier coup a amené une mort foudroyante. Le vainqueur a dû dépouiller ce crâne séance tenante et en faire un trophée en barbouillant de rouge cinabre les os encore ensanglantés, comme on peut s'en rendre compte en examinant l'intérieur de la boîte crânienne où le sang coagulé s'est conservé grâce aux propriétés momifiantes des sables arides du Pérou.

Ces têtes séparées du tronc et la plupart des corps trouvés dans des postures extraordinaires m'ont paru appartenir à une race distincte de celle des défenseurs de la forteresse. En effet, les deux crânes que j'ai recueillis dans la sépulture dont je viens de parler diffèrent un peu par la forme générale; celui du vainqueur, dont l'indice céphalique est 0,82 environ, serait sous-brachycéphale, tandis que l'autre, malgré ce qu'il en manque, paraît être brachycéphale. Le caractère le plus saillant, à mon avis, est le suivant: les deux individus étaient sensible-

(1) *Chonta*, var. de palmier *(Bactris ciliata)* des forêts du bassin amazonien.

(2) Les plus curieux des objets faisant partie du mobilier funéraire de ces tombes ont été exposés pendant la séance du 9 août. Je me propose de les offrir au Musée Anthropologique de Paris.

(3) Les mines de cinabre de Huancahuillca étaient exploitées, par les Huancas, longtemps avant la conquête; ils n'employaient le cinabre que comme couleur.

ment du même âge (± 30 ans), mais le premier a les dents fortement usées, horizontalement et avec une remarquable régularité; l'autre se distingue par une dentition légèrement différente, une usure moins régulière et moins prononcée de l'émail. Or, il est avéré que les peuplades du littoral étaient essentiellement carnivores, frugivores, et surtout ichthyophages; leurs aliments habituels exigeant peu de mastication, il est évident que leur dentition devait se conserver plus intacte. Les montagnards Huancas, au contraire, se nourrissaient et se nourrissent encore de graines torréfiées (maïs (1), fèves sèches, coca, etc.); ces granivores convertissaient leurs mâchoires en véritables meules de moulin, par un mouvement horizontal qui, à la longue, devait produire l'usure qui m'a frappé et que j'ai remarquée sur les dents des individus ayant dû former la garnison du fort de Kollké. De plus, ces montagnards, qui vivent à des altitudes très grandes (entre 3.000 et 5.000 mètres), où l'air est extrêmement raréfié, sont pourvus par la nature prévoyante d'une cage thoracique longue et large, tandis que les hommes du littoral de l'océan Pacifique ont une poitrine d'une capacité beaucoup plus faible.

C'est sur ces indices que je m'appuie pour avancer l'hypothèse suivante : Kollké aurait été un boulevard des Huancas et ses défenseurs auraient eu à lutter contre le Chimus ou contre les Yungas et peut-être les Chinchas du littoral avant la conquête de leur territoire par l'Inca Capak-Yupanqui, et qui eut lieu à la fin du XIV^e^ siècle de notre ère. Cette conquête, d'après les traditions, aurait eu lieu sans coup férir; par conséquent, les traces de luttes remonteraient à une époque antérieure. Les vainqueurs paraissent avoir décapité les ennemis tombés sous leurs coups, insulté leurs dépouilles et exposé aux portes de leur fort ces sanglants trophées dont la coloration rouge, rappelant le sang versé, était périodiquement entretenue à l'aide du cinabre (2). A la mort des guerriers, ces trophées les accompagnaient au tombeau, après avoir probablement servi aux rites funèbres.

(1) *Cancha*, en quichua. J'ai trouvé, dans les tombes de Kollké, deux variétés de maïs, à petit grains rouges et violets, qui ne sont plus cultivées aujourd'hui.

(2) Les Incas ont laissé une réputation de douceur et de sagesse politique qui s'accorderait difficilement avec ces usages sanguinaires.

M. Henri MICHEL

Architecte, Professeur à l'École des Beaux-Arts de Besançon.

LES PROJECTILES ROTATOIRES CHEZ LES PEUPLES PRIMITIFS

— Séance du 9 août 1893 —

Certains peuples, dont la civilisation est souvent très rudimentaire, n'en sont pas moins doués d'une intelligence supérieure à celle qu'on leur suppose habituellement. Il nous arrive parfois de constater, avec autant de surprise que d'admiration, que ces peuples, bien distincts au point de vue ethnologique, habitant des régions séparées les unes des autres par de vastes mers qu'ils n'ont jamais su franchir, ont fait, cependant, les mêmes observations qui ont amené des découvertes identiques, lesquelles ont été appliquées à des buts analogues.

Longtemps, peut-être, avant que nous eussions appliqué le principe de la rotation des projectiles à notre balistique moderne, les Océaniens et les Américains avaient su l'utiliser pour augmenter la justesse et la portée de leurs armes de jet. A l'appui de ce que j'avance, je citerai trois observations portant sur des projectiles variés, en usage depuis des siècles et dont le mouvement de rotation est obtenu par des procédés très différents.

La *sagaie* est l'arme favorite des Canaques de la Nouvelle-Calédonie ; elle est entièrement en bois, légère, affectant la forme d'un fuseau pointu aux deux extrémités et dont le renflement se trouve vers le tiers de la longueur à partir de la pointe antérieure (1). Pour lancer cette sorte de javelot, ils se servent d'un *doigtier* tressé en fibres végétales, muni d'une boucle à l'une de ses extrémités et d'un nœud à l'autre *(fig. 1)* ; ils engagent la phalange unguéale de l'index dans la boucle, puis ils enroulent le bout libre sur la sagaie de telle façon que, le nœud retenant la tresse tendue par l'index allongé, le pouce et les autres doigts puissent saisir l'arme au milieu du renflement qui correspond au centre de gravité. On voit que ce doigtier joue à peu près le même rôle que les propulseurs à crochet, mais son avantage sur ceux-ci est que la cordelette, en se déroulant par

(1) Les sagaies que je possède m'ont été données par M. le capitaine Liénel, de l'infanterie de marine ; elles ont une longueur variant entre 3 mètres et $3^{m},10$; le diamètre, au renflement, est de 2 centimètres.

suite de l'impulsion donnée à la sagaie, lui communique un mouvement de rotation très marqué qui donne au tir une précision que l'on n'obtiendrait jamais, sans doute, si la sagaie (dont la construction n'est pas toujours parfaite) était lancée sans cet ingénieux intermédiaire.

Les frondeurs de tous les pays et de toutes les époques, même ceux des âges préhistoriques, ont toujours attaché une grande importance au

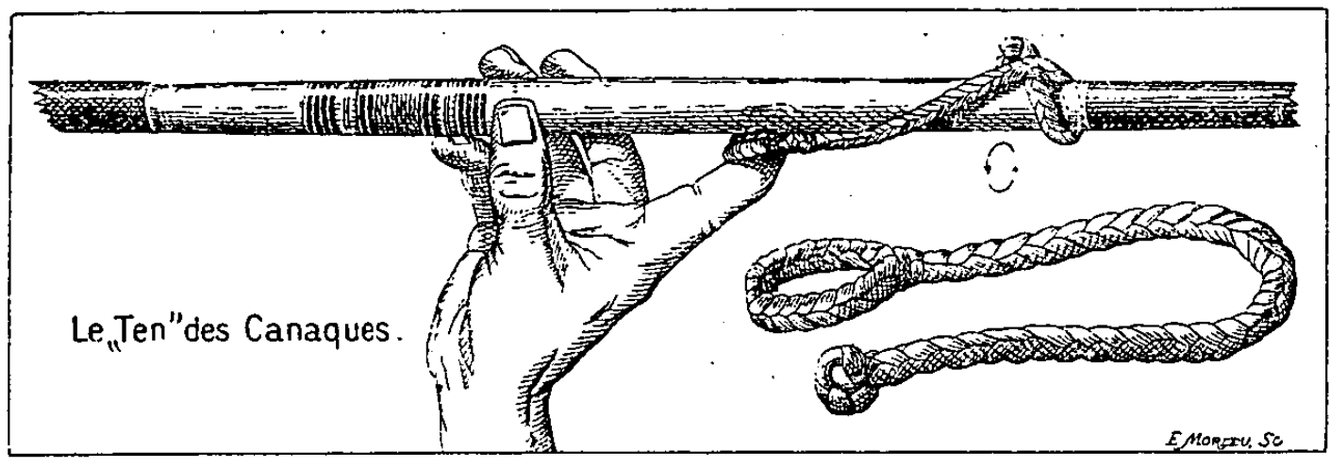


Fig. 1.

choix de leurs projectiles. Ceux-ci sont, le plus souvent, ramassés parmi les galets formant le lit des rivières torrentielles et retouchés au polissoir lorsqu'ils ne sont pas de forme parfaite. Quand les pierres roulées sont rares dans la région, elles sont remplacées par des balles ellipsoïdales en argile séchée au soleil ou cuite au brasier. Les Canaques et les Indiens *Quichuas* des Cordillères s'approvisionnent de pierres en forme d'olive, allongées et bien régulières, surtout quand ces projectiles sont destinés

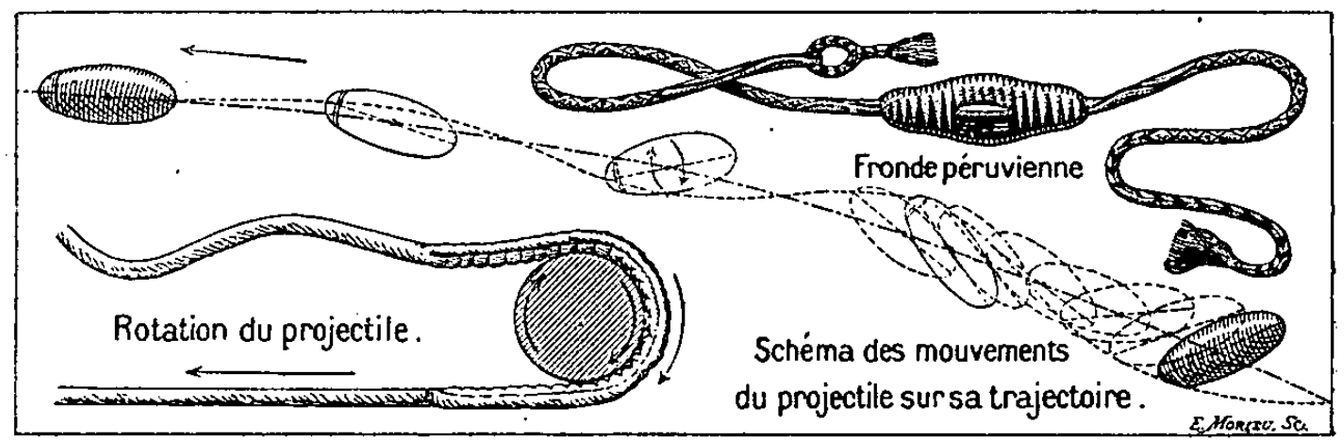


Fig. 2.

au tir sur un but éloigné, ce qui demande, par conséquent, une précision relativement assez grande. Pour le tir à courtes distances, ils emploient, à la rigueur, des cailloux plus ou moins arrondis, au besoin toute pierre est utilisable pourvu qu'elle ne détériore pas la fronde. J'ai vu lancer ainsi les projectiles les plus bizarres. La fronde *(huaraca)* des Péruviens d'aujourd'hui est tressée en laine de lama ou d'alpaca, ce qui lui donne une élasticité fort appréciée des tireurs. La fronde précolom-

bienne, celle que j'ai retrouvée dans les tombeaux, était quelquefois tressée en fibres d'agave ou en cheveux de femme. Dans tous les cas, la poche de la fronde est fendue longitudinalement de manière à envelopper plus étroitement la pierre que la force centrifuge y applique fortement *(fig. 2)*. Au moment où le tireur lâche l'extrémité libre de la fronde, il donne à celle-ci une violente impulsion (le coup de fouet) qui a pour résultat d'imprimer au projectile un énergique mouvement de rotation. Grâce à ce mouvement giratoire et surtout à la forme spéciale des projectiles, le grand axe de l'ellipsoïde tend à se placer progressivement sur la trajectoire et à se confondre avec elle, offrant ainsi sa plus petite section à la résistance de l'air. Les pierres en olive, lancées par un habile frondeur, atteignent toujours le but par une de leurs pointes, condition qui rend le coup plus dangereux pour l'ennemi. J'ai vu des Indiens qui, probablement afin d'augmenter l'adhérence de la pierre à la fronde,

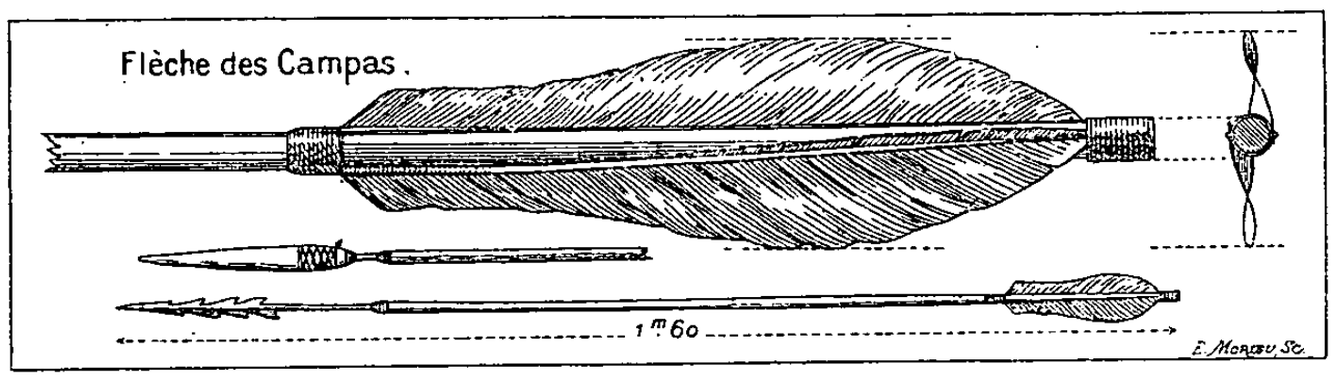


FIG. 3.

trempaient celle-ci dans l'eau ou se contentaient de cracher sur la pierre ; c'était, disaient-ils, pour la faire mieux tourner en l'air.

Les Indiens Campas, qui habitent le bassin supérieur de l'Amazone, fabriquent de longues flèches mesurant jusqu'à 1^{m},60 de longueur ; ils emploient pour cela la hampe florale du *Gynerium sagittale* (*Sacuara* en Quichua), qui, tout en étant rigide, très lisse et assez régulièrement cylindrique, est aussi d'une remarquable légèreté *(fig. 3)*. La pointe est faite d'un morceau de bois dur *(chonta)*, souvent barbelée, ou encore d'une large lame de bambou ; le poids de cette pointe est calculé de telle sorte que le centre de gravité de la flèche se trouve placé au tiers de la longueur totale à partir du dard, ce qui est une excellente condition pour les armes de jet de ce genre. Mais, la tige de *Gynerium* étant susceptible de se courber à la longue, et la courbure subsistant facilement, il en résulterait forcément une déviation souvent considérable de la trajectoire, par rapport à la ligne de tir, si les Indiens, guidés par le hasard sinon par un merveilleux instinct, n'avaient pas trouvé le moyen d'obvier à ce grave inconvénient en disposant les pennes en spirale au lieu de les fixer longitudinalement au bois de la Flèche, comme cela se fait d'ordinaire. Il

résulte de cette disposition que la pression de l'air, agissant sur la surface hélicoïde ainsi obtenue, fait tourner la flèche sur elle-même dès qu'elle a été décochée par l'archer et que, si elle est courbée, son centre de gravité décrit quand même, dans l'espace, la même trajectoire que suivrait une flèche idéale. Je dois ajouter que ces Indiens sont d'une adresse surprenante au tir à l'arc.

M. BOSTEAUX-PARIS

A Cernay-les-Reims.

A PROPOS D'UNE FAUCILLE EN SILEX TROUVÉE EN ÉGYPTE

— Séance du 9 août 1893 —

L'an dernier, au Congrès de Pau, M. Cartailhac nous fit une communication sur l'âge de la pierre en Égypte, communication provoquée par un compte rendu de fouilles faites dans ce pays, près des pyramides, par M. Flinders Petrie ; d'après cet auteur, M. Cartailhac nous reconstituait par le dessin divers instruments, et entre autres une faucille de l'époque néolithique en Égypte, retrouvée intacte après des milliers d'années.

Cette faucille se composait d'un croissant en bois muni de son manche ; dans une rainure pratiquée dans la partie intérieure du croissant se trouvaient encore enchâssées de petites lames de silex accolées les unes près des autres et rendues coupantes par l'aiguisement au moyen d'une pierre à repasser.

Cette forme de faucille a dû être d'un usage commun à l'époque néolithique.

Dans la station néolithique du Mont-de-Berru, j'ai recueilli beaucoup de ces petits losanges de silex en forme de tranchets, sur lesquels on remarque encore les traces du polissage ; ces losanges étaient faits avec des lames de couteaux en silex, cassées en morceaux de 2 à 5 centimètres de longueur, et, pour en faciliter l'ajustement en courbe, les cassures sont plus ou moins triangulaires.

L'ajustement de ces silex dans la rainure en bois du croissant a dû se faire avec de la résine.

J'ai reconstitué un de ces instruments.

Dans l'atelier néolithique du Mont-de-Berru, nous rencontrons avec ces petits silex la pierre à aiguiser en grès dur; cet instrument est à peu près analogue à la pierre à repasser la faux actuelle.

M. BOSTEAUX-PARIS

A Cernay-les-Reims.

FOUILLES GAULOISES DANS LES ENVIRONS DE REIMS PENDANT LES ANNÉES 1892-1893

— Séance du 9 août 1893 —

En novembre 1892, ayant fait plusieurs excursions sur le territoire de la commune de Lavannes (Marne), au lieu dit le Mont-Jouy, je découvris un groupe de sépultures gauloises composé de quatre tombes : la première de ces tombes renfermait un squelette accompagné de trois vases; la deuxième était une tombe d'enfant avec deux vases en terre noire ornementés de dessins faits à l'ébauchoir; les deux autres squelettes, dont les ossements ont pu être en partie recueillis pour l'École d'Anthropologie, étaient aussi accompagnés de quelques poteries.

Ce groupe de sépultures se trouvait inhumé au point culminant d'un petit monticule qui se trouvait entouré d'un fossé ayant un circuit d'un demi-kilomètre; la dénomination de Mont-Jouy dérive probablement de *Jovi*, Mont Jupiter du gaulois; d'autres fouilles sont encore à faire en cet endroit.

En janvier 1893, en continuant des fouilles au lieu dit La Conge, territoire d'Époye, je retrouvai, non loin de la tombe à char découverte l'an dernier, quatre tombes en partie violées; ces tombes me donnèrent encore quatre vases, dont un principalement est ornementé de dessins en creux peints en couleur violette sur fond gris.

A Cernay-les-Reims, le 1er mars 1893, le cimetière des Barmonts me donnait encore trois tombes, dont deux dans le milieu d'un chemin.

Dans l'une se trouvait un couteau en fer et dans l'autre une agrafe en bronze représentant une tête de bélier et provenant d'une ceinture de femme gauloise.

Tout près de ce chemin, je découvris également deux incinérations de la fin de l'indépendance gauloise, composées chacune d'un vase ; dans l'un se trouvaient mêlés aux cendres une grande fibule en fer et la moitié d'un bracelet en bronze, et dans l'autre vase un bracelet ajouré.

A Witry-les-Reims, de nouvelles fouilles, faites le 15 mars, me faisaient encore découvrir deux nouvelles tombes.

Dans l'une se trouvaient autour du squelette un torque et deux bracelets en bronze; le crâne de ce squelette était écrasé.

L'autre tombe renfermait le squelette portant aussi le torque, mais cassé; ayant pu en retirer le crâne intact, une partie du torque adhère encore à la mâchoire inférieure; un seul vase a pu être retiré de ces deux tombes.

De nouvelles fouilles vont être continuées prochainement, et j'espère pouvoir offrir encore quelques spécimens de types gaulois à l'École d'Anthropologie.

M. Vital GRANET

A Saint-Junien (Haute-Vienne).

CHASSENON

— Séance du 9 août 1893 —

De toutes les cités gauloises, *Cassinomagus* fut, sans contredit, une des plus anciennes.

En effet, cette ville figure sur la carte de Peutinger *(La Gaule avant l'occupation romaine)*. *Cassinomagus*, qui n'était alors qu'une simple bourgade, devint, sous la domination romaine, un centre très important. Cette ville avait une superficie de 50 à 60 hectares et possédait un temple dédié à Diane, un palais dit de Longeas, des thermes, un amphithéâtre, en un mot tout ce que comporte une civilisation avancée.

La ville était protégée par deux camps retranchés situés l'un à Pressignac, l'autre à Etagnac.

Ces stations militaires étaient reliées à la ville par deux larges voies qui avaient de 10 à 12 mètres de large.

Vers l'an 430 de notre ère, cette ville fut entièrement détruite par des hordes barbares.

Plusieurs archéologues y ont fait des recherches, notamment: MM. Michon et Arbellot.

M. l'abbé Michon s'est surtout attaché à fouiller le temple de Diane. Cet archéologue y a recueilli une quantité énorme de marbres de différentes couleurs, plusieurs lampes, des vases en terre, des débris de verre, des crampons en bronze et une foule d'objets qui sont aujourd'hui disséminés dans différentes collections de notre région.

M. l'abbé Arbellot, a de son côté, fait pratiquer des fouilles dans le palais de Longeas ainsi que dans deux tumuli, situés à deux cent mètres environ de ce palais. Le procès-verbal de ces fouilles n'ayant pas été publié, il nous est impossible de donner ici le moindre renseignement.

Les paysans trouvent assez souvent, lors des labours, des bronzes qui ont été frappés sous les règnes des empereurs : *Alexander, Antoninus pius, Aurelianus, Claudius, Constantinus, Domitianus, Galba, Gallienus, Germanicus, Gordianus, Julianus, Maximus, Nepos, Postumus, Probus, Romanus, Septimus Severus* et *Vespasianus*. On y a également recueilli des monnaies gauloises en bronze et en potin.

En creusant les fondations d'une grange, le sieur Raynaud a trouvé un triton en bronze. Cet objet d'art a été acquis par M. Colomb.

Enfin, je possède un médaillon en ivoire trouvé dans un champ situé près du château de Longeas. Grâce à une subvention accordée par l'Association française pour l'avancement des sciences, notre Société a pu comprendre dans son tableau des fouilles à exécuter en 1891, celles de deux puits gallo-romains à Chassenon.

COMPTE RENDU DES FOUILLES DU PUITS DIT DU CIMETIÈRE DE CHASSENON (CHARENTE)

Ce puits se trouve placé à cent mètres environ du cimetière, dans le fossé et à droite de la route qui va à Chabanais. Cette excavation devait avoir primitivement $4^{m},50$ de profondeur, mais une partie a disparu par suite de la construction de la route ; aussi n'avons-nous eu à vider qu'une profondeur de 3 mètres environ. Ce puits était entièrement comblé et les matériaux que nous en avons retirés se composaient surtout de gros moellons de tuiles à rebords d'argile et de sable.

Nous avons recueilli, dans les premières couches, quelques débris de

vases de terre grossière ; vers le milieu une tuile à rebords intacte et immédiatement au-dessous, un petit vase en terre, d'un très beau travail et recouvert d'un vernis noir très bien conservé.

Au fond, nous avons trouvé :

1° La mâchoire inférieure d'un renard ;

2° Une corne de bœuf ;

3° Des débris de vases.

Enfin, deux vases que nous avons pu reconstituer et dont nous allons faire la description.

Commençons par le plus grand. Ce vase est d'un gris cendré à éclat métallique, sa forme peut être comparée à celle d'une cruche.

Il a 30 centimètres de hauteur sur 20 centimètres à la panse et 10 centimètres d'ouverture.

Le second est à peu près de la même couleur, mais d'une forme plus originale. Qu'on se figure un pot à eau dépourvu d'anse orné de plusieurs lignes circulaires et ayant la panse repoussée intérieurement à quatre points égaux ; les creux ainsi formés donnent à ce vase une forme à peu près carrée.

Pour terminer, mentionnons la trouvaille de deux petits palets ayant un égal diamètre et taillés dans un même morceau de poterie.

COMPTE RENDU DES FOUILLES DU PUITS DIT DE CHEZ BLANCHET A CHASSENON (CHARENTE)

Ce puits est situé dans une des rues du village, à 10 centimètres du mur de façade de la maison Blanchet. Après avoir obtenu l'autorisation du maire, nous avons fait procéder au déblaiement du puits. Cette cavité était entièrement comblée. Nous en avons retiré plusieurs gros moellons, le squelette d'un cheval et une quantité énorme de tuiles à rebords. Arrivés à 6 mètres de profondeur, c'est-à-dire au fond, nous avons recueilli les objets suivants :

1° Un large disque en terre cuite, présentant sur son pourtour des cannelures;

2° Sept pesons en terre cuite de forme ronde et carrée ;

3° Un poids en granit, taillé en forme de cône, arrondi au sommet; un anneau de fer était scellé à sa partie supérieure ;

4° Plusieurs clous en fer, de différentes longueurs ; ces clous semblent provenir d'un petit meuble en bois de chêne, que nous avons trouvé brisé en plusieurs morceaux ;

5° Une monnaie en bronze tellement fruste qu'il est impossible de lui assigner une date exacte ;

6° Plusieurs fragments de verre provenant d'un vase ;

7° Une lamelle de cuivre recouverte d'une belle patine ;

8° Un fragment de marbre vert semblable à celui que l'on trouve dans les ruines du temple de Diane ;

9° Une bouterolle en bronze ;

10° Plusieurs fragments de tuiles perforées ;

11° Des tuiles présentant des cannelures sur une de leurs faces;

12° La valve supérieure d'une coquille d'huître ;

13° Plusieurs fragments de poterie ;

14° Un vase en terre jaune de forme allongée sur la panse duquel on a gravé une inscription, mais qui malheureusement est incomplète, par suite de la fracture du vase ;

15° Un vase brûle-parfums, de forme évasée et reposant sur trois pieds;

16° Un moule en terre cuite dont le moulage représente le buste d'une déesse mère.

M. E. NICAISE

Agrégé à la Faculté de Médecine, Chirurgien des hôpitaux de Paris.

DES PURGATIFS CHEZ LE BLESSÉ ET CHEZ L'OPÉRÉ

— Séance du 4 août 1893 —

Dans une communication récente (26 juillet) faite à la *Société de Chirurgie*, j'ai dit quelques mots du *Régime des opérés*. Aujourd'hui, je m'occuperai des *Purgatifs chez le blessé et chez l'opéré.*

Chez le blessé et l'opéré, la réparation de la partie lésée s'accomplit sous l'influence des forces naturelles qui régissent le corps ; c'est le corps du malade qui fait les frais de la cicatrisation. Chez l'homme dont la santé était intacte au moment de la blessure, le chirurgien n'a qu'à prescrire des soins que l'on peut qualifier d'hygiéniques ; si, au contraire, la plaie est chez un homme déjà malade, alors le chirurgien est tenu de tenir compte de cet état antérieur pour assurer la cicatrisation et prévenir des complications; ces cas varient à l'infini, mais nous ne voulons parler, en ce moment, que des soins généraux que nécessite tout blessé ou opéré ; ces soins seront plus ou moins modifiés selon les états pathologiques concomitants, selon l'altération de la constitution.

Pour assurer la régularité du travail de cicatrisation, il faut maintenir le blessé dans un état aussi voisin que possible de l'état physiologique ;

le meilleur moyen pour y arriver, c'est de faciliter l'élimination de tous les produits de désassimilation.

Ces produits, qui se forment dans les tissus, pénètrent dans le sang, puis ils sont éliminés par divers organes, par la peau, les poumons, les reins et l'intestin.

Sachant cela, le chirurgien qui se propose de faire une opération prescrira auparavant une diète relative, un bain savonneux et un purgatif, dans le but de débarrasser l'intestin.

Après l'opération, les indications sont différentes; l'économie a été troublée par la chloroformisation, par le shock opératoire, par une perte de sang plus ou moins considérable; il survient des modifications dans les phénomènes d'assimilation et de désassimilation, dans les fonctions du foie et celles du tube digestif, et ceci dès le jour même de l'opération.

Dans ces conditions, il faut plus que jamais veiller à ce que les produits de désassimilation soient éliminés, en même temps qu'on permettra à l'organisme de retrouver son assiette, de revenir à son état habituel. Il faut donc d'abord laisser, pour ainsi dire, le malade à lui-même et troubler le moins possible l'effort que fait l'organisme pour se remettre de la secousse qu'il vient de subir. Cela ne veut pas dire qu'on sera spectateur inerte.

On assurera, le repos du malade, sa solitude; on le placera dans une chambre où l'air peut être facilement renouvelé; puis, si l'opéré a de vives douleurs, on les calmera.

Les deux premiers jours on ne donnera au malade aucune alimentation, mais seulement quelques boissons aqueuses, acidulées, ou un peu de vin de Champagne, par exemple, coupé avec de l'eau de Vichy; dans certains cas, le troisième jour, on pourra commencer une alimentation légère, du lait, un œuf à la coque. Il est, du reste, impossible de fixer de règles applicables à chaque malade, la conduite à tenir varie selon l'importance de l'opération, selon l'état pathologique du malade, selon aussi les phénomènes qui ont suivi l'acte opératoire ou la blessure; mais il y a néanmoins certaines règles minima, si l'on peut ainsi dire, qu'il est indiqué de suivre dans tous les cas.

Quoi qu'il en soit, une des conditions primordiales du bien-être du malade et de la régularité du travail de réparation, c'est le bon fonctionnement du tube digestif. M. J. Championnière, dans une communication récente à la Société de Chirurgie, a rappelé l'attention sur ce point et a recommandé la diète pendant une semaine environ, et les purgatifs. Je veux insister sur ce dernier point, car j'ai toujours suivi cette dernière pratique, prescrivant les purgatifs avant et après l'opération.

Nous avons vu quels étaient les troubles de nutrition qui survenaient après l'opération. Le tube digestif qui, avant l'opération, recevait des pro-

duits venant de la partie malade, en reçoit maintenant du foyer traumatique; ceux-ci s'ajoutent aux produits ordinaires du tube digestif et il peut en résulter la formation de nouveaux corps toxiques. La fermentation intestinale peut devenir putride et si l'on ne combat pas cet état, des symptômes nouveaux s'ajoutent à ceux qui existaient, ou ces derniers sont augmentés par la résorption de certains produits; il y a auto-intoxication (1).

Cet état de l'intestin consécutif aux opérations doit être combattu par deux moyens: par l'antisepsie intestinale et par la purgation. Dans certaines opérations, en particulier dans toutes celles qui portent sur l'abdomen, il est déjà utile de faire l'antisepsie intestinale avant l'opération.

Celle-ci s'obtient, par exemple, au moyen du naphtol et du salicylate de bismuth, selon la formule de M. Bouchard:

Naphtol β	0gr,05
Salicylate de bismuth . .	0gr,25

pour un cachet; le malade prendra de 4 à 6 cachets par jour, un toutes les deux heures et cela pendant trois jours au moins.

En même temps, on purgera le malade, en général le troisième ou le quatrième jour après l'opération.

Le choix du purgatif n'est pas indifférent, il varie selon l'effet que l'on cherche et aussi selon la force du malade. Les purgatifs salins, par exemple, qui amènent une abondante hypersécrétion et s'accompagnent de quelques phénomènes de dépression, pourraient affaiblir le malade.

Si l'on veut simplement débarrasser l'intestin de son contenu, celui-ci ne présentant pas de fermentation anormale, l'huile de ricin suffit le plus souvent à la dose de 15 à 20 grammes; la rhubarbe, à la dose de 1 à 4 grammes; le calomel, à la dose de 10 à 50 centigrammes. Ce dernier a l'avantage d'agir sur le foie, dont les fonctions sont quelquefois troublées par l'opération et le chloroforme.

Si l'intestin renferme des matières putrides, si les gaz rendus sont d'une odeur infecte, si les selles sont très odorantes, on doit employer des purgatifs qui amènent une hypersécrétion intestinale. En effet, dans ces conditions, le purgatif doit être non seulement évacuateur, mais dépurateur. La putridité intestinale est due non seulement aux fermentations qui se font dans la cavité de l'intestin même, mais à l'apport de produits de désassimilation anormaux et de produits de résorption venant du foyer traumatique et auxquels l'intestin sert d'émonctoire.

Si le blessé est pris de diarrhée fétide, il ne faut pas l'arrêter tant

(1) De plus, d'après les recherches de M. Championnière, l'opération serait suivie d'hyperazoturie, et c'est là, pour notre collègue, une raison à l'emploi des purgatifs; mais il semble que les diurétiques seraient surtout indiqués; car ils sont un excellent moyen pour débarrasser l'organisme de certains produits excrémentitiels; ces questions sont, du reste, à l'étude.

qu'elle es fétide, car elle débarrasse l'économie ; on doit, au contraire, la traiter par des purgatifs.

Donc, non seulement il est utile de purger l'opéré peu de temps après l'opération ; mais il faut le faire plusieurs fois pendant la réparation, selon les cas. On interrogera les malades spécialement sur ce point, et s'il y a constipation ou si les fèces sont très odorantes, on prescrira des purgatifs ; alors l'appétit se régularise, les malaises diminuent, la température baisse.

Parmi les purgatifs salins, on peut employer le sulfate de soude, 15 à 40 grammes ; les sels de magnésie, sauf quand l'urine est alcaline ; si les malades ont du pyrosis, ce qui est assez fréquent, on se trouvera bien de l'emploi de la magnésie calcinée (2 à 6 grammes), qui est soluble seulement dans l'estomac et le gros intestin.

J'ai dit que non seulement il fallait purger le malade avant et après l'opération, mais qu'il pouvait être utile de revenir souvent à la purgation pendant le traitement, l'intestin étant l'émonctoire principal des résorptions qui se font au niveau du foyer traumatique ; je terminerai en rapportant un exemple caractéristique qui prouve tout le bien que l'on peut retirer de cette pratique, que j'ai toujours suivie et recommandée. L'observation de ce malade a fait le sujet de la thèse d'un de mes élèves en 1879 (1).

Chez un homme de trente ans, la cuisse droite est écrasée par une roue de voiture pesamment chargée ; la peau n'est pas déchirée, mais l'artère fémorale est écrasée et oblitérée au-dessous de la partie moyenne ; la circulation est complètement interrompue au-dessous, la vie cesse dans la jambe et le genou ; le blessé est d'une bonne constitution, fort, sans organe malade.

L'accident arrive le 24 novembre 1878, le blessé entre le 25 dans mon service à Bicêtre ; le 26 je lui propose l'amputation de la cuisse, il refuse absolument ; je pratique alors la ligature de l'artère fémorale au-dessous de l'arcade pour éviter les hémorragies secondaires.

Le membre se mortifie, je le momifie par des injections et des enveloppements de solution alcoolique concentrée d'acide phénique ; le travail de séparation s'accomplit entre le mort et le vif, dans le tiers inférieur de la cuisse. Cette région est pansée antiseptiquement avec des solutions et des gazes phéniquées ; je suivais la pratique de Lister. Le travail d'élimination occupait ici une grande étendue, vu l'épaisseur de la cuisse, et on ne pouvait empêcher qu'à son niveau, dans la profondeur des tissus, il ne se fît une résorption de produits venant des points de séparation.

(1) DECAZE, 1879, *Des plaies artérielles par écrasement sans lésions des téguments*. Th. Paris.

L'élimination spontanée de la cuisse chez un homme aux membres volumineux, pour un cas de gangrène aiguë, me paraissait d'un pronostic des plus graves, par suite des septicémies inévitables. Cependant mon malade a guéri, sans nous avoir donné de grandes inquiétudes. Le dix-septième jour, j'ai séparé le membre mortifié en le décollant de l'extrémité du fémur ; plus tard, le moignon fut régularisé.

Le malade a guéri, parce qu'il avait des organes sains, puis aussi parce que, en dehors des pansements antiseptiques, j'ai apporté la plus grande attention au traitement interne de chaque jour. Le malade n'a jamais eu de frissons, mais il est évident qu'il était en état de septicémie, il était faible, pâle, sans appétit ; la température oscilla entre 39 et 40 degrés du deuxième au quatorzième jour, elle resta à 39 degrés jusqu'au vingt-deuxième jour, à 38 degrés jusqu'au trentième jour. Les selles étaient fétides et souvent séreuses, mais peu abondantes.

Le traitement a consisté en sulfate de quinine à la dose de 50 centigrammes à 1 gramme, potion de Todd, et 5 centigrammes d'extrait thébaïque. Mais j'ai surtout insisté sur les purgatifs dont l'administration a commencé le troisième jour, et qui étaient renouvelés chaque fois que les selles étaient fétides et au moins tous les trois jours, dans la première période ; ces purgatifs furent de l'huile de ricin, mais surtout des sulfates de soude ou de magnésie.

L'attention fut également portée sur le régime ; je suis partisan de l'alimentation des blessés et des opérés en principe, c'est-à-dire dès qu'ils peuvent digérer les aliments ; mais je rejette absolument la diète systématique des Salernitains et de leurs successeurs, comme Lisfranc, qui, ainsi que le rappelait M. Verneuil, soumettait ses opérés à une diète sévère. Chez mon malade on ne pouvait songer à une alimentation solide, vu son état général ; dès le troisième jour, il prit un peu de bouillon, puis on lui donna des potages légers, du lait, des œufs à la coque, du vin et cela pendant un mois.

Ce malade a guéri sans aucune complication, je le répète, grâce au traitement et aux soins dont il fut entouré par tout mon personnel.

En résumé, le chirurgien doit apporter la plus grande attention à tout ce qui touche à l'hygiène de son opéré. Pour ce qui est des purgatifs, il faut les employer avant l'opération, puis après l'opération, sans attendre longtemps, et les répéter assez souvent ; les employer tant que les selles sont fétides.

Il n'est pas indifférent d'employer tel ou tel purgatif, on les variera selon que l'on veut débarrasser l'intestin ou dépurer le sang ; selon que l'on veut agir sur le foie ou que l'on a à tenir compte de l'alcalinité des urines et du pyrosis de l'estomac.

M. le Dr Adolphe BLOCH

A Paris.

NATURE ET PATHOGÉNIE DE LA SCROFULE

— Séance du 4 août 1893 —

Malgré la découverte du bacille de la tuberculose, la scrofule reste toujours ce qu'elle a été, c'est-à-dire une maladie qu'il faut maintenir à part dans le cadre nosologique, et bien qu'on ait constaté la présence du bacille dans les ostéites fongueuses, dans la carie des os, dans le lupus, dans les abcès froids et les gourmes cutanées, il y a encore un assez grand nombre de manifestations scrofuleuses où ce microbe n'existe pas. Quant aux adénites scrofuleuses, leur caractère franchement tuberculeux n'est pas bien démontré (Cornil). Même en Allemagne et en Autriche, bon nombre d'observateurs ont remarqué que le bacille de Koch ne se rencontre pas dans toutes les inflammations osseuses ou articulaires des scrofuleux, et lorsqu'il existe, rien ne prouve, disent-ils, que c'est le bacille qui est la cause première et exclusive de la maladie.

NATURE DE LA SCROFULE

La scrofule peut être considérée comme une espèce de dégénérescence de l'organisme, c'est-à-dire comme une déviation maladive du type normal, résultant d'un trouble particulier dans l'évolution des organes et des fonctions, et prédisposant à certaines affections tuberculeuses ou non. Il faut, pour s'en convaincre, examiner les enfants strumeux, sous le rapport du *physique*, car l'on doit non seulement porter son attention sur les symptômes scrofuleux proprement dits, mais encore étudier la conformation des principaux organes et leur mode de fonctionnement.

On pourra remarquer ainsi: 1° que beaucoup de scrofuleux, qu'ils soient blonds ou bruns, présentent une ou plusieurs anomalies de nature variable, suivant les sujets; 2° que certaines fonctions, comme la digestion, la nutrition, etc., ne sont pas absolument normales; 3° que la dentition, la croissance, la puberté, la menstruation au moment où elle s'établit, n'évoluent pas d'une façon régulière.

Anomalies ou stigmates physiques de la scrofule. — Nous appellerons *stigmates physiques* de la scrofule toutes les anomalies organiques que l'on peut y rencontrer, pour les distinguer des symptômes mêmes de la maladie, dont nous n'avons pas à nous occuper.

Squelette. — Le crâne s'écarte souvent de la forme normale. Ainsi, le front est fuyant ou trop bombé; les bosses pariétales sont très saillantes ou trop peu prononcées; l'occiput est développé outre mesure ou trop aplati, etc.

On observe à la surface du crâne certaines déformations partielles qui le rendent asymétrique. Elles sont très variables comme siège, et nous ne pouvons les énumérer ici; il suffit de dire qu'elles sont très fréquentes chez les scrofuleux. Enfin, le crâne peut être déformé dans sa totalité.

Du côté de la face, notons la direction vicieuse de la cloison du nez, le rétrécissement des maxillaires et de la voûte palatine, la saillie des os malaires, etc.

Du côté du tronc, une poitrine souvent trop étroite, un thorax déformé, un sternum plus saillant que de coutume, des côtes irrégulièrement arrondies, une colonne vertébrale plus ou moins déviée, etc.

Au membre supérieur, des nodosités à la deuxième articulation des doigts. Au membre inférieur, l'hypertrophie du condyle interne du fémur, ou *genu-valgum*, etc. (Toutes ces déformations ne sont pas dues au rachitisme.)

Le tissu spongieux des os est souvent trop développé, relativement au tissu compact, ce qui fait que les extrémités des os longs sont grosses, et que les mains et les pieds offrent un développement qui n'est pas en rapport avec la taille et l'embonpoint du sujet.

En général, le tissu osseux des strumeux est d'une densité plus forte que celui des individus bien conformés, et il en résulte que le squelette est beaucoup plus susceptible d'être atteint de lésions inflammatoires ou autres.

La taille est tantôt très petite, tantôt très élevée, et si l'on considère les scrofuleux en masse, on est tout surpris de trouver parmi eux, ou des nains, ou des géants.

Nous comptons également, parmi les stigmates physiques de la scrofule, les érosions et autres anomalies dentaires, l'hypertrophie congénitale des amygdales et des ganglions lymphatiques, les malformations du pavillon de l'oreille, etc., ainsi que des véritables difformités, comme le bec-de-lièvre simple ou compliqué, le pied bot, etc., qui ne sont pas toujours dues à l'hérédité similaire.

Mais un certain nombre d'anomalies ne s'établissent qu'après la naissance, pendant la période du développement corporel. Parmi elles, se trouvent la plupart des déformations osseuses que nous venons de

signaler. L'hypertrophie cardiaque de croissance, ainsi que nous l'avons démontré, se range également dans cette catégorie. (Congrès de Limoges, 1890.)

Tissu graisseux. — Parmi les strumeux, les uns sont d'une maigreur extrême, les autres d'une exubérance plastique extraordinaire (polysarcie scrofuleuse).

Digestion. — Beaucoup d'enfants scrofuleux n'ont jamais faim; d'autres, par contre, ont un appétit vorace qui, malgré cela, n'est guère profitable au développement de l'organisme. Les fonctions digestives sont aussi, ou trop lentes, ou trop énergiques.

Nutrition. — Elle offre les mêmes contrastes, c'est-à-dire qu'elle est ralentie chez les uns, exagérée chez les autres. Le teint n'est pas toujours pâle, il peut être rosé et même très coloré.

Dentition. — L'apparition des dents est très irrégulière. Tantôt prématurée, tantôt tardive.

Croissance. — Elle se fait d'une manière très inégale. Ainsi, tel scrofuleux, à seize ans, ne paraît pas en avoir plus de dix à douze, pendant que tel autre, à ce dernier âge, aura déjà la taille d'un jeune homme de dix-sept ans. Il en résulte aussi que la puberté s'établit ou trop lentement ou trop tôt.

Menstruation. — Les filles strumeuses sont parfois réglées et formées de trop bonne heure. D'autres, au contraire, ne le sont qu'à dix-huit ans ou plus tard.

Je ne m'étendrai pas plus longuement sur les anomalies des organes et des fonctions dans la scrofule, car j'en ai cité un assez grand nombre pour montrer quelle est la nature de la diathèse. On voit que les scrofuleux, abstraction faite des symptômes de leur maladie, ne sont pas normalement constitués, et qu'ils pèchent tantôt pas excès, tantôt par défaut.

S'ils sont trop grands ou trop petits, s'ils sont trop gras ou trop maigres, si leur appétit est insatiable ou nul, si la nutrition se fait lentement ou rapidement, c'est que la scrofule est une déviation maladive du type physiologique ordinaire, qui provient d'un développement irrégulier de l'organisme pendant la vie intra-utérine, et après la naissance.

Nous allons maintenant décrire les causes de ce développement vicieux, qui porte généralement sur la texture des ganglions lymphatiques et du tissu osseux, s'il n'atteint pas, en même temps, d'autres organes.

PATHOGÉNIE DE LA SCROFULE

La plupart des auteurs écrivent que la scrofule se transmet directement des parents aux descendants, et cette idée s'est si bien accréditée qu'elle n'a jamais été contestée jusqu'à présent.

Mais je ferai remarquer que, dans le plus grand nombre des cas, la scrofule paternelle ou maternelle n'existe plus à l'âge adulte, c'est-à-dire à l'époque de la procréation. En effet, l'établissement de la puberté et la croissance simultanée amènent généralement d'heureuses transformations dans les organismes scrofuleux, et viennent souvent corriger les imperfections du développement intra-utérin, à ce point qu'il est quelquefois difficile de dire si un sujet a été strumeux dans son enfance, lorsqu'il ne reste pas des stigmates physiques indélébiles, ou encore des marques caractéristiques d'affections scrofuleuses anciennes.

Certainement, on peut voir des accidents scrofuleux survenir encore chez l'adulte, et même chez le vieillard ; mais le nombre de ces vrais strumeux (en défalquant la phtisie pulmonaire), est bien minime eu égard à la quantité de strumeux qui se rencontrent parmi les enfants et les adolescents.

La scrofule provient le plus souvent, par hérédité morbide dissemblable, du *nervosisme*, de la *tuberculose* ou de l'*alcoolisme* des parents.

Elle peut naître également de l'*hérédo-syphilis*.

Nervosisme. — Le père ou la mère étant névropathe, l'on voit un enfant atteint de scrofule; un autre de tuberculose pulmonaire; un troisième de nervosisme ou de toute autre maladie du système nerveux.

PÈRE OU MÈRE NÉVROPATHE

Un enfant scrofuleux	Un enfant tuberculeux	Un enfant névropathe ou hystérique

Tuberculose. — Sous ce nom, nous entendons surtout la phtisie pulmonaire, qui est la plus infectieuse et la plus héréditaire de toutes les tuberculoses.

Quant aux autres tuberculoses, telles que les ostéites et arthrites fongueuses, elles restent le plus souvent localisées dans la région où elles ont pris naissance, sans infecter l'organisme, et elles surviennent généralement dans l'enfance, de telle sorte qu'à l'âge de la procréation il n'en est plus question.

PÈRE OU MÈRE TUBERCULEUX

Un enfant scrofuleux	Un autre tuberculeux	Un troisième névropathe ou hystérique

On voit que la phtisie pulmonaire amène les mêmes effets que le nervosisme. (Nous ferons observer, à ce propos, que le professeur Grasset, de Montpellier, avait déjà insisté, en 1884, sur les rapports de l'hystérie avec la diathèse tuberculeuse).

Alcoolisme. — L'alcoolisme des parents entraîne les mêmes maladies que le nervosisme et la tuberculose.

Syphilis. — Cette maladie, en tant que maladie de dégénérescence, peut aussi occasionner la scrofule ou le nervosisme par hérédité morbide dissemblable.

Comment se produit cette transformation d'une maladie héréditaire, en passant d'une génération à l'autre?

Règle générale: toute maladie héréditaire empêche le développement régulier de l'embryon et du fœtus; mais l'organe ou les organes atteints par la dégénérescence seront très différents, suivant les sujets, d'où la diversité des affections engendrées par l'hérédité morbide.

Cependant, il y a des enfants qui échappent entièrement à la tare héréditaire, et, d'un autre côté, il existe des familles entièrement saines, au milieu desquelles apparaissent des scrofuleux. Dans ce dernier cas, la diathèse peut tirer son origine d'un accident survenu chez la mère, au commencement de la grossesse (maladie aiguë, troubles de nature psychique, traumatisme, qui agissent aussi d'une manière défavorable sur le développement du fœtus).

Enfin, l'âge avancé, ou un état anormal quelconque de l'un des parents, peuvent également être une cause de dégénérescence scrofuleuse.

Comme conséquence de l'action perturbatrice des maladies ancestrales sur la descendance, il résulte aussi que le nervosisme (neurasthénie) est souvent associé à la scrofule; donc, les stigmates physiques des dégénérés, supérieurs ou inférieurs, ne sont autres que ceux de la scrofule.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE

La pathologie expérimentale vient confirmer les faits que nous venons d'exposer. Ainsi, MM. Mairet et Combemale ont institué des expériences sur le chien, pour étudier l'influence dégénérative de l'alcool, du côté de

la descendance. Or, il se trouve que ces auteurs, sans en faire la remarque cependant (car ils avaient un autre point de vue), ont obtenu des résultats qui, selon nous, concordent entièrement avec ceux que fournit l'observation clinique, c'est-à-dire que, non seulement l'alcoolisme, mais encore le nervosisme des procréateurs, interviennent dans la genèse de la scrofule chez les descendants (*C. R., Acad. des Sciences*, 1888, p. 667-670).

M. C. CHABRIÉ

Docteur ès sciences, à Paris.

ÉLIMINATION DE L'ACIDE PHOSPHORIQUE APRÈS LES INJECTIONS HYPODERMIQUES (1)

— Séance du 4 août 1893 —

Divers malades ont été soumis, dans le service de M. le professeur Guyon, aux injections hypodermiques de liquide testiculaire.

J'ai examiné les urines avant et après les injections, et j'ai noté l'augmentation souvent considérable de l'urée excrétée dans les vingt-quatre heures qui suivaient l'injection. On a déjà, je crois, observé ce résultat tout à fait frappant ; mais je ne pense pas qu'on ait mis en évidence la variation en sens inverse que subit l'élimination de l'acide phosphorique.

Dans cinq cas que j'ai suivis, j'ai constaté une diminution notable d'acide phosphorique au moment où se produit l'hypersécrétion de l'urée ; et, aussitôt que, quelques jours après l'injection, le taux de l'urée diminuait, celui de l'acide phosphorique redevenait plus grand.

On n'a pas à se préoccuper, dans ces cas, de la quantité totale de liquide éliminé. Dans mes observations, cette quantité n'a jamais paru sensiblement impressionnée par l'injection.

Cette diminution de la phosphaturie a un intérêt considérable si l'on réfléchit que les injections en question sont presque toujours pratiquées à des nerveux chez qui la phosphaturie me paraît particulièrement à redouter.

Ce résultat est bien dû aux propriétés des liquides préparés par la

(1) Travail du laboratoire de chimie de M. le professeur Guyon.

méthode de M. Brown-Séquard ; car il s'est toujours produit dans les cas que j'ai examinés où on en avait fait usage ; et c'est le contraire que j'ai observé chez une malade à qui on avait fait une injection de *sérum* artificiel et à qui ce traitement avait produit simplement l'hypersécrétion de l'urée.

J'ai résumé tous ces faits dans un tableau qui suffit, je crois, à établir l'efficacité des injections testiculaires pour combattre la phosphaturie.

Je n'ai, d'ailleurs, pas d'autre intention que d'attirer l'attention sur un résultat analytique ; les conclusions cliniques et thérapeutiques seront, sans doute, exposées ultérieurement par un des internes de M. le professeur Guyon.

INJECTIONS DE LIQUIDE PRÉPARÉ PAR LA MÉTHODE DE M. BROWN-SÉQUARD (1)

		16 février (avant injection).	17 février (après injection).	20 février (Quatre jours après injection).
Premier malade, D..	Urée (par litre) . . .	11gr,53	16gr,65	7gr,69
	Acide phosphorique .	1gr,20	1gr,00	1gr,40
	Quantité d'urine en vingt-quatre heures	1.500cc	1.500cc	1.250cc.

		1er mai (avant injection).	2 mai (après injection).
Deuxième malade, C.	Urée (par litre) . . .	3gr,84	11gr,53
	Acide phosphorique.	0gr,40	0gr,25
	Quantité d'urine en vingt-quatre heures	1.800cc	2.000cc

		17 février (avant injection).	18 février (après injection).	20 février (Jours compris entre deux injections).	23 février	25 février (après injection)
Troisième malade, L.	Urée. . . .	16gr,65	19gr,22	12gr,81	8gr,97	19gr,22
	Acide phosphorique.	1gr,60	1gr,50	2gr,00	0gr,80	0gr,40

		21 mars (avant injection).	22 mars (après injection).
Quatrième malade, N.	Urée. . . .	16gr,65	19gr,22
	Acide phosphorique.	1gr,00	0gr,80

(1) Les analyses ont porté sur l'urine rendue pendant vingt-quatre heures. Les nombres sont rapportés au litre.

		20 mars (avant injection).	21 mars (après injection).
Cinquième malade, R.	Urée. . . .	11gr,53	12gr,81
	Acide phosphorique.	0gr,35	0gr,30

INJECTION DE SÉRUM ARTIFICIEL

		3 juillet (avant injection).	4 juillet (après injection).	6 juillet (Jours suivant l'injection)	7 juillet (Jours suivant l'injection)
Sixième malade, F.	Quantité d'urine en vingt-quatre heures	1.300cc	1.350cc	1.350cc	1.300cc
	Urée.	9gr,93	18gr,33	21gr,44	16gr,13
	Acide phosphorique.	1gr,10	1gr,40	1gr,90	0gr,90

M. le Dr LE GENDRE

Médecin des hôpitaux de Paris.

DE QUELQUES ACCIDENTS CAUSÉS PAR L'ABUS DES EXERCICES SPORTIFS PENDANT LA CROISSANCE

— *Séance du 4 août 1893* —

C'est une banalité de dire que l'exercice est indispensable aux enfants, et certainement on en a fait trop bon marché depuis la Renaissance jusqu'à nos jours et particulièrement dans l'Université depuis la Restauration. Mais il y aura toujours une mesure à garder dans les exercices physiques pendant l'âge de la croissance. Si le législateur et le pédagogue ont le droit de ne penser qu'au bien général, c'est-à-dire à l'accroissement de la vigueur des générations à venir, le devoir du médecin est de s'inquiéter aussi de l'intérêt bien compris de chaque individu; si les exercices physiques sont utiles à tous les enfants et à tous les adolescents, si, même violents, ils sont favorables à la majorité d'entre eux, il est une minorité respectable à laquelle l'exercice n'est utile qu'à la condition d'être toujours modéré.

Il y a des gens qui raisonnent ainsi : « Tant pis pour les débiles ! Condamnés qu'ils sont à succomber tôt ou tard dans le combat de la vie et pour la vie, autant vaut qu'ils succombent jeunes, s'ils ne peuvent jamais devenir vigoureux. » Ce raisonnement ne me paraît pas médical. Je l'ai depuis longtemps entendu soutenir par certains néo-spartiates, à propos de l'endurcissement au froid et de l'avantage qu'il peut y avoir à laisser nos petits Parisiens se promener jambes nues l'hiver, *more britannico*. Je l'entends dans les mêmes bouches depuis la constitution de la Ligue pour l'éducation physique à propos des rallye-paper, du foot-ball, du canotage et du bicycle.

Dussé-je paraître un esprit chagrin et à ce point de vue un peu réactionnaire, je déclare n'être pas convaincu de l'utilité qu'il y a à soumettre *tous* les enfants d'une génération à un système d'entraînement qui peut être excellent pour créer des chevaux de courses, et encore les entraîneurs n'y procèdent-ils qu'avec de grands ménagements. Je m'explique : par suite de l'engouement qui se manifeste dans nos collèges pour les jeux violents et de l'émulation qu'on s'efforce de stimuler, avec excès peut-être, pour la réussite dans ces jeux, le fait d'être inhabile ou inapte à plusieurs d'entre eux devient non seulement une déception pour certains enfants, mais une humiliation. L'enfant ne se résout pas facilement à celle-ci ; il fait des efforts désespérés pour y échapper, et je vois poindre à brève échéance, pour une catégorie d'enfants, — la moins nombreuse, je le veux bien, mais non la moins intéressante, — un surmenage physique aussi réel — au moins — que le surmenage intellectuel sur lequel on a tant écrit.

Il faut améliorer progressivement les générations actuelles et à venir au point de vue physique, sans nul doute, mais il faut le faire avec mesure et ne pas vouloir imposer du jour au lendemain à nos enfants, surtout ceux des villes, un effort démesuré pour en obtenir à bref délai une transformation impossible.

Si je jette un coup d'œil autour de moi sur les enfants qui peuplent nos lycées parisiens, j'en vois un bon nombre qui me paraissent incapables de subir sans danger tous les exercices sportifs qu'on a organisés depuis quelques années dans quelques-uns de ces établissements d'éducation.

Et si je soutiens cette opinion, qu'on peut faire abus des jeux scolaires comme on a fait abus des devoirs scolaires, c'est que, dans ces dernières années, j'ai vu plusieurs exemples évidents de cet abus.

J'ai vu des troubles cardiaques graves survenir chez des enfants qui, pour triompher dans une course, sont venus s'abattre au poteau d'arrivée, anhélants et fourbus, mais fiers comme le soldat de Marathon, quoiqu'à moins juste titre ; j'ai vu des ostéo-myélites dont la cause occasionnelle avait été un match de foot-ball ; j'ai soigné des typhlites causées par

l'abus de la bicyclette et des fièvres de surmenage après un canotage passionné.

C'est pendant la croissance que ces divers accidents sont à redouter. L'enfant et l'adolescent seuls me préoccupent, et je n'ai pas l'intention de critiquer mes confrères, de plus en plus nombreux, qui font de la bicyclette avec profit pour leur santé et commodité pour leurs visites professionnelles.

Les TROUBLES DE L'APPAREIL CIRCULATOIRE sont les plus frappants par leur brusque apparition et leur intensité. Les plus ordinaires sont des accès de *palpitations*, toujours éveillés par l'exercice; les premiers sont généralement provoqués par une séance trop prolongée de cycle, de course ou de foot-ball; ils sont modérément violents, cessent assez vite par le repos; mais, si on n'y prend garde, ils deviennent de plus en plus fréquents, même avec un exercice mitigé, et ne prennent fin qu'après une suspension prolongée des exercices qui les avaient provoqués. Ces palpitations s'observent surtout chez les adolescents de quatorze à seize ans, période pendant laquelle le développement de la cavité thoracique en largeur est souvent moindre proportionnellement que l'augmentation de volume du cœur.

Elles acquièrent leur maximum d'intensité chez les sujets dyspeptiques, les rhumatisants, de souche névropathique, et surtout chez ceux qui sont porteurs d'une altération orificielle méconnue, comme le rétrécissement mitral. Cette malformation, souvent congénitale, est souvent latente, ne se décèle quelquefois que par un dédoublement permanent du deuxième bruit, l'essoufflement facile et les épistaxis fréquentes. Le rétrécissement mitral est, je le sais, plutôt l'apanage du sexe féminin; mais, comme les femmes paraissent se prendre, depuis quelque temps, pour les exercices virils et notamment pour le bicycle, d'un engouement que les médecins encouragent, il y aurait lieu de les bien ausculter avant de le leur permettre.

Mais l'accident-type que produit le surmenage cardiaque est une *dilatation aiguë des cavités droites*, asystolie passagère, mais vraiment inquiétante, et dont j'ai observé deux cas chez des enfants de onze et quinze ans, après une course à pied et après un match de foot-ball.

Comme accident imputable à un trouble de la circulation périphérique, j'ai observé de la tuméfaction avec engourdissement des pieds et des mollets, et même un peu d'*œdème malléolaire* et *prétibial* chez un sujet ayant des varices précoces, qui se livrait à de trop longues séances de bicycle. Les *épistaxis*, si communes chez certains enfants arthritiques, sont plus fréquentes et plus durables après les trop longues séances de course et de jeux violents.

Mais j'ai observé un cas où les troubles circulatoires des petits vaisseaux ont amené leur rupture dans des régions où l'hémorragie n'est pas sans gravité. Il s'agissait d'un garçon de douze ans, présentant un degré assez

marqué d'obésité et notamment de surcharge graisseuse abdominale. Faisant d'ordinaire peu d'exercice physique, ou du moins n'en faisant que d'une façon intermittente, il a été pris, après une excursion en bicyclette exécutée en partie sur une route pavée, d'une *hémorragie intestinale* attestée par des garde-robes mélæniques qui se sont reproduites pendant trois jours. Ce méléna fut précédé d'un état général de courbature fébrile assez inquiétant; il s'accompagna de lipothymies, d'intermittences cardiaques, d'une extrême pâleur. Des douleurs spontanées et par flexion de la cuisse sur le bassin se manifestaient au niveau de la fosse iliaque gauche et la palpation en ce point permit de percevoir une rénitence d'abord localisée, puis un empâtement diffus avec la sensation incontestable de crépitation pseudo-emphysémateuse que donnent les caillots qui s'écrasent dans les tissus profonds. Il s'était fait, sans doute, en ce point un *hématome sous-cutané* et peut-être *intra-musculaire*. Les autres phénomènes qui accompagnèrent ou suivirent furent de la congestion hépatique et une certaine neurasthénie traumatique, dont l'hyperesthésie cutanée, les vomissements incoërcibles, une insomnie tenace, des alternatives de rougeur et de pâleur, un état syncopal à l'occasion des moindres émotions furent les principaux traits. Il fallut un mois pour remettre le malade sur pied.

L'abus des exercices physiques est responsable de certains TROUBLES DIGESTIFS, par plusieurs mécanismes, l'ingestion trop copieuse et trop fréquente de liquides pendant et après l'exercice aboutissant à provoquer ou à augmenter une ectasie gastrique, et aussi la perturbation apportée aux sécrétions du tube digestif par le surmenage; j'ai observé plusieurs cas de *dyspepsie de surmenage*. Plusieurs fois il s'agissait d'enfants déjà un peu dyspeptiques, qu'on avait espéré faire mieux digérer en leur conseillant un exercice qui, fait intempestivement pendant la première période de la digestion et avec trop d'ardeur, avait pour effet, au contraire, de perturber davantage encore les actes digestifs.

Comme TROUBLES NERVEUX, j'en ai noté deux : la *céphalée* et l'*insomnie*. La céphalée m'a paru surtout imputable à un certain degré d'hyperémie cérébrale. L'insomnie est attribuable en partie à la surexcitation psychique que cause à beaucoup d'enfants nerveux, soit l'attente d'un plaisir, soit la contrariété d'une déception d'amour-propre quand ils ne peuvent surpasser leurs rivaux dans une de ces luttes sportives, plus passionnantes, à coup sûr, à cet âge que les compétitions d'ordre intellectuel.

Je ne mets pas au passif des tendances actuelles les TRAUMATISMES accidentels, fractures ou luxations et contusions, qui sont toujours possibles. Je n'aborderai pas la question des ARTHRITES provoquées ou réchauffées, des SYNOVITES et autres inconvénients, que peuvent observer nos confrères chirurgiens.

Je m'en tiens à ce que j'ai vu comme médecin d'enfants. Je signalerai encore pour mémoire une tendance générale à la *cyphose* du rachis dans la région cervico-dorsale, que présentent bon nombre d'adolescents adonnés prématurément avec trop d'ardeur à la bicyclette, par suite de l'attitude vicieuse, dite de jockey, qu'ils adoptent pendant les courses rapides et l'ascension des côtes.

Je répéterai, en terminant, que je ne viens point protester contre l'heureuse renaissance des exercices physiques chez nous. Je m'élève seulement contre leur abus pendant la période si délicate de la croissance. Ce que je voudrais, c'est qu'on fît subir un *entraînement progressif et méthodique* à tous les enfants, sans les laisser se livrer d'emblée, à corps perdu, à tous les genres du sport.

Ce que je voudrais même, c'est que, dans les établissements scolaires, avant d'entraîner tous les enfants d'une classe, on prît *l'avis préalable du médecin;* c'est que chaque enfant fût examiné à ce point de vue au commencement de chaque année et qu'une *sélection* s'accomplît ainsi entre les enfants simplement délicats, capables de supporter un exercice assez violent et d'en tirer bénéfice, à condition qu'il soit gradué, et les enfants vraiment débiles, tarés d'une façon quelconque par une imperfection organique irrémédiable, congénitale ou acquise, par une diathèse héréditaire ou une infection chronique.

Il faudrait que le médecin précisât pour chaque enfant, après connaissance prise de ses antécédents et examen organopathique minutieux, la somme d'exercice physique dont il est capable, et surtout *le genre d'exercice* qui lui convient : tel qui peut faire utilement sur place des exercices musculaires des membres, bien rythmés et avec une lenteur convenable, se trouvera mal de la course ou du vélocipède; à tel convient le saut, à tel autre la gymnastique des membres supérieurs.

Je crains que, jusqu'ici, on n'ait pas encore tenu un compte suffisant des *aptitudes de chacun*.

On s'est enfin avisé, parmi nos législateurs universitaires, que certains esprits seulement sont aptes à la culture littéraire classique, mais que, pour un plus grand nombre, elle est impraticable, inutile et, partant, nuisible; car il est aussi préjudiciable au cerveau de s'encombrer de notions inassimilables pour lui qu'à un estomac de s'emplir d'aliments dont la digestion lui est interdite. Je souhaite qu'on ne tarde pas plus longtemps à reconnaître qu'il y a des corps auxquels convient seulement tel ou tel exercice physique, d'autres auxquels est interdit tout excès dans tout exercice.

M. le Dr A. CHARRIN

Agrégé à la Faculté de Médecine, Médecin des hôpitaux de Paris.

UNE MALADIE EXPÉRIMENTALE DE CAUSE ALIMENTAIRE, D'ORIGINE DIGESTIVE

— Séance du 4 août 1893 —

Des motifs de divers ordres peuvent conduire les expérimentateurs à soumettre les lapins au régime lacté. — Cette méthode, entre autres avantages, permet de fixer l'uniformité de l'alimentation, au moins au point de vue de la qualité des substances ; elle accroît, en outre, notablement la dose des urines émises dans les vingt-quatre heures, etc., etc.

La plupart de ces animaux supportent assez bien ce régime. Si, au début, quelques-uns se résignent difficilement à ce genre de nourriture, habituellement, la majorité, surtout au bout de peu de jours, en use volontiers.

Toutefois, on rencontre certains sujets qui s'y accoutument avec peine ; il en est même qui offrent une inaptitude marquée. Chez eux on voit se développer des troubles de divers ordres, des symptômes, des lésions, dont l'ensemble constitue une véritable maladie.

Remarquons, d'ailleurs, que ces perturbations s'observent, principalement, durant les périodes de chaleur. Peut-être, faut-il accuser telles fermentations dérivant d'une stérilisation imparfaite des vases destinés à recevoir le lait. Peut-être convient-il, également, d'incriminer les mauvaises qualités du produit ; on ne choisit pas, ordinairement, pour de pareils usages, des échantillons supérieurs.

Du reste, ne voit-on pas, chez l'homme, des aliments, irréprochables dans leur essence, provoquer, chez un petit nombre de personnes prédisposées, des désordres gastriques ou intestinaux plus ou moins compliqués, à plus forte raison, lorsque ces aliments sont d'une pureté douteuse? Ces remarques s'appliquent au lait lui-même.

Or, ce sont des accidents de ce genre qu'il nous a été donné de suivre sur le lapin.

Nous avons constaté, au point de vue expérimental, qu'un liquide nourricier, admirablement toléré par ceux-ci, déterminait des effets déplorables chez ceux-là. En outre, dans les cas d'assimilation défectueuse, des troubles digestifs se sont montrés, accompagnés de modifications hépa-

tiques, rénales, cutanées, etc. N'est-ce pas là, en raccourci, l'évolution du tableau pathologique de telles intoxications, réputées indigestions à récidives ou botulisme chronique ?

Cette similitude dans les effets produits nous a déterminé à publier ces faits.

Rappelons, d'abord, en quelques mots, les principales de nos observations ; il sera plus aisé, par la suite, de les décomposer, de les analyser, d'extraire de leur contenu les notions essentielles.

Exp. I. — Lapin n° 1, mis au lait le 14 avril 1893. Poids 1.815 grammes. Albuminurie à la fin. Mort le 27 avril. Cœcum rempli d'une masse pâteuse.

Exp. II. — Lapin n° 2, mis au lait le 14 avril 1893. Albuminurie le 27 avril. Mort le 30 du même mois. Amaigrissement de 157 grammes.

Exp. III. — Lapin n° 3, au lait à partir du 18 avril. Le 1er mai, il a de l'albuminurie ; mais on cesse de l'observer, parce qu'il est porteur de deux abcès dans le tissu sous-cutané du flanc gauche ; dès lors, l'infection intervient ; elle vicie les résultats.

Exp. IV. — Lapin n° 4, nourri au lait depuis le 18 avril. Le 21 mai, on reconnaît un abcès au niveau du flanc droit ; on met fin à l'expérience.

Exp. V. — Lapin n° 5, mis au lait le 30 avril. Poids 1.770 grammes. Le 10 mai, l'animal perd ses poils ; le 28, les poils continuent à tomber ; on note, sur la peau, l'existence de croûtelles ; traces d'albumine. Mort le 19 juin. Cœur gauche légèrement hypertrophié ; cavités un peu effacées.

Exp. VI. — Lapin n° 6, nourri au lait à dater du 30 avril. Poids 1.620 grammes. Mort le 11 mai. Poids 1.192 grammes. Intestin grêle congestionné.

Exp. VII. — Lapin n° 7. Poids 1.720 grammes. Au lait à partir du 18 avril. Traces d'albumine le 2 mai ; globulinurie ; chute légère des poils ; quelques croûtes ; 25 mai, poids 1.290 grammes. Foie laisse passer la caséine ; matières fécales 2gr,10, en vingt-quatre heures. Mort le 31 mai. Poids 1.105 grammes. Organes atrophiés ; foie 28 grammes ; rein, 4gr,72 ; rate, 0gr,48 ; cœur, 3gr,90.

Exp. VIII. — Lapin n° 8, au lait à partir du 30 avril. Poids 1.770 grammes. Mort le 12 mai : intestin faiblement congestionné.

Exp. IX. — Lapin n° 9, mis au régime lacté le 12 mai. Poids 1.950 grammes. Le 10 juin, 2.100 grammes. Il mange les parois de la cage (parois en bois). Mis à mort le 12 juin. A l'autopsie, chylifères gorgés de lait, du canal pancréatique au dernier tiers de l'intestin grêle, sur une longueur de 1m,45.

Exp. X. — Lapin n° 10, mis au régime le 12 mai. Poids 1.890 grammes. Tué le 12 juin. Poids 1.930 grammes. L'estomac contient du bois (bois de la cage).

Exp. XI. — Lapin n° 11, nourri au lait isolément du 9 juin au 3 juillet. Poids 1.880 et 1.842 grammes à la fin. Aucun accident.

Exp. XII. — Lapin n° 12, au lait du 22 mai au 13 juin. Pas d'accidents ; chaque jour on ajoute de la corne pulvérisée au lait.

Tels sont, en peu de mots, les principaux détails des observations les plus importantes.

Tout d'abord, on est convaincu, par les expériences I, VI, VII, VIII, que le fonctionnement de l'intestin est irrégulier; ce canal se vide mal; l'excrétion est insuffisante (exp. VII). — Convient-il d'attribuer cette insuffsance au défaut de cellulose? C'est là un argument emprunté aux auteurs qui, déjà, ont signalé quelques-uns de ces troubles. La cellulose, d'après eux, en irritant, à titre de corps solide, les terminaisons nerveuses de la muqueuse, solliciterait la production des contractions des fibres lisses. Sans aller jusqu'à soutenir, d'une façon absolue, le bien fondé de cette affirmation, nous ne pouvons nous empêcher de remarquer les heureux résultats qui ont coïncidé avec l'ingestion voulue ou non de parcelles de bois ou de cornes (exp. IX et X).

Dans des cas plus rares, cette constipation est précédée d'une légère diarrhée, diarrhée parfois intense à la période ultime de l'affection.

La fièvre est chose exceptionnelle; vers la fin, on note, de temps à autre, une faible hypothermie.

Les poils, chez certains sujets, tombent partiellement, ou plutôt sont plus faciles à arracher. Il importe, à cet égard, de signaler une cause d'erreur. — Les lapins soumis à ce régime, privés du contact des aliments solides, doivent éprouver, du côté des dents, une sorte d'agacement qui les porte à brouter le tégument de leurs compagnons. Quand, en effet, on isole les sujets, l'accident devient inouï (exp. XI).

On peut noter l'apparition de croûtelles cutanées, voire de véritables abcès (exp. III, IV, V, VII).

Il est difficile de ne pas rappeler ici l'influence accordée par les pathologistes aux maladies gastro-intestinales dans la genèse des affections congestives, suppuratives ou inflammatoires de la peau, chez l'homme.

L'albuminurie s'observe (exp. I, II, V, VII); elle n'est ni constante ni considérable; elle consiste parfois en globulinurie (exp. III). Elle survient exceptionnellement au début, à un moment où le rein n'est pas altéré; des examens l'ont prouvé. Elle apparaît plus fréquemment vers la fin. Dans le premier cas, il s'agit d'un phénomène dyscrasique, dépendant des perturbations fonctionnelles de l'estomac, de l'intestin ou du foie, etc. Dans le second, la glande urinaire est en cause.

L'amaigrissement est la règle; il est variable; il atteint quelquefois des proportions les plus notables (exp. II, III, VIII). — Cet amaigrissement indique que la nutrition générale est en souffrance.

L'examen des urines conduit à de semblables conclusions. — Au commencement, surtout, la polyurie est notable. L'urée augmente vers la fin, mais très légèrement; de même l'acide phosphorique. Les chlorures sont stationnaires; rarement, ils ont une tendance à la diminution.

Tels sont les principaux symptômes qui se déroulent chez les lapins qui supportent mal le régime lacté. — La survie est des plus variables.

Notons ici qu'il ne saurait être question d'un défaut alimentaire par manque de quantité; la ration, suivant les cas, a oscillé entre 600cc et 1 litre.

L'autopsie révèle, parfois, des détails intéressants.

Çà et là, on trouve, assez rarement d'ailleurs, l'intestin congestionné; le cœcum peut être plus ou moins obstrué par une masse pâteuse (exp. I). — Le foie est rosé. — Les autres organes, à l'œil nu, le plus souvent n'offrent rien de bien particulier. Cependant, le canal des os longs est quelquefois très large.

De plus, lorsque la survie a été très longue, lorsque l'amaigrissement a été considérable, on note une atrophie sensible des viscères. Chez le lapin de l'expérience VII, lapin qui, à l'origine, avait un poids de 1.720 grammes, le rein pesait 4gr,72; le cœur, 3gr,90; le foie, 28 grammes; la rate, 0gr,48.

Au point de vue histologique, on peut rencontrer une infiltration inflammatoire marquée des tuniques de la terminaison de l'intestin grêle ou de la première partie du cœcum.

Les cellules hépatiques, dans quelques cas (exp. VII), contiennent des granulations pigmentaires; leur aspect rappelle celui de ces mêmes éléments dans la cirrhose biliaire au début; les capillaires, çà et là, sont dilatés.

Les épithéliums rénaux sont, également dans les formes longues, faiblement granuleux; en outre, on peut déceler une apparition d'éléments jeunes, embryonnaires, dans les espaces intertubulaires (exp. VII).

Chez un animal, nous avons surpris l'absorption du lait; les chylifères étaient complètement injectés du canal pancréatique au dernier tiers de l'intestin grêle.

Chez un autre animal, le foie nous a paru, à M. Dissard et à moi, incapable de retenir ou de transformer la caséine. — A l'état normal, il arrête cette substance, ainsi que l'a montré le professeur Bouchard. Le régime lacté bien supporté ne fait pas disparaître cette propriété; nous l'avons vérifié. — Jamais nous n'avons constaté de glycosurie, même alimentaire.

Tels sont les symptômes, les désordres fonctionnels, les lésions anatomiques, qui caractérisent cette maladie, dont le point de départ réside dans une perturbation digestive causée par une alimentation vicieuse.

Chez l'animal, comme chez l'homme, on retrouve une albuminurie liée à des perturbations, soit intestinales, soit hépatiques, soit enfin rénales; on retrouve des altérations cutanées, suppurées ou non, relevant des troubles de la digestion. — Chez l'animal, comme chez l'homme, ces troubles retentissent sur l'état général, sur la nutrition.

Si l'affection persiste, ces perturbations déterminent des modifica-

tions anatomiques dans les organes en souffrance, dans le foie, dans les reins, etc.

En somme, il n'y a rien de spécifique dans les causes des désordres que nous venons de rapporter ; ce qu'un régime lacté défectueux est capable de créer, une alimentation quelconque, mais également défectueuse, surtout si des prédispositions digestives favorisent le mal, l'engendrera.

Si nous avons fait connaître ces observations, c'est pour montrer, nous le répétons, que l'expérimentation, sous toutes ses formes, bactériologiques, chimiques ou autres, sait reproduire ce que la clinique enregistre.

Cette clinique nous apprend, en particulier, qu'une nourriture, mauvaise ou bonne, mais insuffisamment élaborée, entraîne des accidents gastro-intestinaux, que ces accidents sont suivis, parfois, de l'apparition de l'albumine, de symptômes du côté de la glande biliaire, de manifestations éruptives au niveau de la peau, d'une détérioration de toute l'économie, de modifications humorales portant fréquemment sur les urines; elle nous apprend qu'à la longue des altérations histologiques viscérales s'établissent, etc. Or, ces divers processus se rencontrent au laboratoire aussi bien qu'au lit d'hôpital. On peut les faire naître, afin de les étudier avec plus de facilité dans leur genèse, dans leur évolution, dans leur pathogénie.

C'est là, en partie, ce que nous avons voulu prouver.

M. le Dr E. NICAISE

Agrégé à la Faculté de Médecine, Chirurgien des hôpitaux de Paris.

PATHOGÉNIE DE LA DILATATION DES BRONCHES

— Séance du 4 août 1893 —

Dans une communication faite à l'Académie de Médecine en 1891, j'ai étudié la *Pathogénie de la dilatation de la trachée* (1) ; aujourd'hui j'examinerai la *Pathogénie de la dilatation des bronches*, telle qu'elle ressort de la physiologie de ces organes, démontrée par mes recherches expéri-

(1) NICAISE., *Physiologie de la voix. Dilatation de la trachée chez les chanteurs.* (*Revue de Chirurgie*, 1891.)

mentales (1) publiées en 1889, et exposées dans un travail qui a été couronné par l'*Académie des Sciences* en 1890.

La pathogénie de la dilatation des bronches a été l'objet de nombreux travaux et a suscité plusieurs théories; mais, en l'absence d'une physiologie précise, les théories couraient le risque de s'égarer ou de n'entrevoir qu'une partie de la vérité.

La question a été résumée par M. Marfan, dans le *Traité de Médecine* de Charcot, Bouchard et Brissaud (2); mais l'auteur a laissé de côté les rapports de la physiologie avec la pathogénie de l'affection, en sorte que ses conclusions sont incomplètes.

Avant d'exposer la Pathogénie de la dilatation, telle qu'elle ressort de la physiologie, je rappellerai quelles sont aujourd'hui les opinions admises; M. Marfan les range sous trois chefs : théories bronchiques, théories pulmonaires, théories pleurales; mais nous verrons que la pathogénie est une quant à sa cause efficiente.

D'abord la plupart des auteurs sont d'accord pour admettre des causes prédisposantes et des causes efficientes. Parmi les premières se trouvent les inflammations des bronches, qui amènent des altérations dans leur structure, portant sur les fibres élastiques, les fibres musculaires et même les cartilages; ces altérations ont été étudiées en particulier par Charcot, Cornil et Ranvier. Il en résulte une diminution dans la résistance des bronches, qui cèdent pendant la toux. — « Telle est vraisemblablement, dit M. Marfan, la pathogénie la plus ordinaire des dilatations bronchiques. »

Stokes admettait que l'inflammation amenait une paralysie des muscles de Reissessen.

Dans la théorie pulmonaire, Corigan attribue la dilatation des bronches à la rétraction du tissu inodulaire qui se forme autour des bronches dans l'inflammation chronique du poumon; mais Charcot a démontré que dans la sclérose lobaire, il n'y a pas de dilatation bronchique.

On a attribué aussi à la pleurésie chronique avec adhérences (théorie pleurale), un rôle actif dans la dilatation des bronches; ces deux dernières théories, si elles interviennent, n'ont probablement qu'un rôle secondaire.

Enfin on a rapporté des cas de dilatations bronchiques situées au-dessus et au-dessous d'un rétrécissement. « Il est vraisemblable, dit M. Marfan, qu'ici c'est surtout la pression de l'air expiré ou inspiré qui engendre l'ectasie. »

De ce résumé rapide, il résulte que la pathogénie de la dilatation reste

(1) NICAISE, *Physiologie de la trachée et des bronches.* (*Revue de Médecine*), 1889.

(2) MARFAN, *Dilatation des bronches,* in *Traité de Médecine,* 1893, t. IV, p. 363.

très obscure, car si l'on attribue avec raison un rôle important à la toux, nous voyons M. Marfan dire, dans la phrase ci-dessus, que l'ectasie peut être engendrée par la pression de l'air inspiré ou expiré.

Pour établir cette pathogénie, il suffit de rappeler les phénomènes que présente la physiologie des bronches.

Dans les voies respiratoires pulmonaires, il faut distinguer les conduits vecteurs de l'air et la portion respirante du poumon. Les conduits vecteurs constitués par la trachée, les bronches et leurs divisions sont incompressibles et forment dans leur ensemble, ainsi que l'a démontré Marc Sée, un cylindre creux et non un cône qui irait en s'élargissant vers la surface du poumon.

La portion respirante du poumon est formée par les conduits alvéolaires et les infundibula, qui sont éminemment compressibles, et dont la capacité serait de 3.400 centimètres cubes environ, tandis que celle des conduits vecteurs ne serait que de 100 à 120 centimètres cubes (Marc Sée). En d'autres termes, la capacité de la portion respirante serait au moins trente fois plus considérable que celle des conduits vecteurs.

Dans l'*inspiration*, la pression de l'air intra-pulmonaire est *négative*, c'est-à-dire moindre que la pression atmosphérique, sans cela l'air extérieur ne pourrait pénétrer dans la trachée. Cette pression négative est de — 1 à — 2 millimètres de mercure dans la respiration calme ; l'inspiration ne peut donc jouer aucun rôle dans la dilatation des bronches.

Dans *l'expiration*, la pression est *positive*, et le mercure monte de 2 à 3 millimètres dans l'expiration calme, de 87 millimètres et plus dans les expirations profondes. On voit que la pression d'expiration est toujours supérieure à la pression d'inspiration ; elle dépend du plus ou moins de rétrécissement de la glotte.

Si nous examinons les conditions de production de la voix, nous savons qu'il faut, pour que la voix se produise, que le courant d'air expiré présente une certaine tension ; celle-ci a été mesurée par divers auteurs : Cagniard-Latour a trouvé sur une femme une tension de 11 millimètres de mercure pour les sons de moyenne hauteur, 14 millimètres pour les sons plus élevés, et 69 millimètres pour les sons les plus élevés possibles. Grutzner a trouvé des chiffres analogues chez l'homme.

Ces faits concordent absolument avec le résultat de mes expériences. De celles-ci il résulte que, pendant l'inspiration, la trachée et les bronches sont rétrécies, leur diamètre est celui que leur permettent les parties cartilagineuses de ces organes. Pendant l'inspiration, le vide tend à se faire dans la cavité thoracique ; j'ai montré qu'alors les alvéoles pulmonaires résistent le moins à cette aspiration, elles se dilatent et épuisent la force d'inspiration, laquelle n'agit pas sur les bronches cartilagineuses, dont le diamètre ne change pas. D'ailleurs, il n'y a qu'à considérer

la différence de capacité des deux parties, les alvéoles ayant une capacité plus de trente fois supérieure à celle des conduits vecteurs ; ce n'est donc pas sur les bronches que se fera sentir l'aspiration thoracique. — Celle-ci ne peut donc jouer aucun rôle dans la pathogénie de la dilatation bronchique ; aucun auteur, du reste, ne l'a invoquée.

Pendant l'*expiration* calme, la puissance expiratrice agit sur les alvéoles qui ont une capacité trente fois plus grande que celle des bronches ; la poitrine s'affaisse, les alvéoles se contractent, et l'air est chassé dans les bronches où la pression intérieure augmente un peu ; si la glotte est béante, ce qui a lieu dans la respiration calme, l'air s'écoule facilement au dehors, et les bronches ne subissent pas de dilatation appréciable ; il en est de même pour la trachée, ainsi que nous l'avons vu.

Dans le cri, le chant, la toux, etc., dans les cas, en un mot, où la glotte se rétrécit et où la tension de l'air intra-pulmonaire augmente, il n'en est plus de même. Nous savons qu'alors la trachée se dilate ; il en est de même des bronches. En effet, l'air n'est plus chassé seulement par la contraction élastique des alvéoles, les parois de la poitrine interviennent activement, l'expiration est active, et l'air intra-pulmonaire dont la sortie est gênée au niveau de la glotte, est comprimé à la fois par l'action des alvéoles et celle des muscles expirateurs. Il en résulte une dilatation des bronches, plus marquée dans les deux bronches qui ont une portion membraneuse, et moindre dans les autres divisions de ces conduits.

Ces organes dilatés exercent de leur côté une compression élastique sur l'air qu'ils renferment et joignent leurs efforts à ceux des alvéoles et des muscles expirateurs pour faciliter et régulariser la sortie de l'air.

Les bronches à l'état de dilatation physiologique jouent donc le rôle d'agents expirateurs actifs, dans la respiration forte et quand la glotte est rétrécie.

La pathogénie de la dilatation pathologique des bronches ressort clairement et nettement de ces données ; elle est analogue à la pathogénie des anévrysmes artériels. Ceux-ci sont préparés par des inflammations, des scléroses, des dégénérescences des artères ; alors la pression sanguine, par son action continue, amène peu à peu la dilatation de la paroi affaiblie.

Dans un précédent mémoire, j'ai montré que cette pathogénie pouvait s'appliquer aux dilatations de la trachée, à l'*anévrysme trachéal*. — La trachée, en effet, peut être affaiblie par des inflammations antérieures, des scléroses, des modifications dues aux progrès de l'âge.

Dans la dilatation pathologique des bronches, dans l'*anévrysme bronchique*, il faut aussi faire intervenir deux ordres de causes : des causes prédisposantes, des causes efficientes.

Les causes prédisposantes sont surtout les inflammations des bronches, ce qu'admettent tous les auteurs, inflammations qui modifient les éléments

anatomiques et font perdre à la paroi sa résistance et son élasticité, ce qui l'empêche de reprendre son calibre physiologique.

En dehors des inflammations, les bronches, comme les artères, présentent des modifications de nutrition, scléroses, dégénérescence granulo-graisseuse, calcaire (1). Stokes a admis une paralysie des muscles de Reissessen. — Telles sont les causes prédisposantes.

Quant aux causes efficientes, ce sont celles qui amènent la dilatation des bronches, c'est-à-dire le chant, le cri, la toux, dilatation qui s'accomplit pendant l'expiration seulement. La toux a été presque exclusivement invoquée jusqu'ici. — Elle est fréquente chez les enfants ; Rilliet et Barthez avaient admis une dilatation aiguë des bronches, survenant particulièrement chez les enfants atteints de coqueluche.

La toux peut être considérée comme un acte physiologique qui a pour but de débarrasser les bronches des produits de sécrétion qu'elles renferment ; pour y arriver, il faut que la pression de l'air augmente dans les bronches, afin d'imprimer une impulsion aux matières ; dans ce but, il se produit une inspiration brusque en même temps que la glotte se rétrécit. — Pendant cet acte les bronches sont dilatées ; s'il y a des quintes, la dilatation peut être poussée très loin. On a signalé des cas de rupture de la trachée et d'emphysème, dans la toux (Behr, Roger) ; ceci montre bien jusqu'à quel degré peut aller la pression intra-bronchique.

Si la bronche n'est pas altérée et la dilatation pas trop répétée, ni prolongée, l'organe reprend son calibre habituel ; mais on conçoit qu'à la longue un certain degré de dilatation persiste.

Il resterait à déterminer quelle est dans la pathogénie la part qui revient à la toux et celle qui revient au cri, au chant ; car, dans ces cas, la dilatation est plus prolongée que dans la toux ; ceci revient à chercher l'influence des professions dans la dilatation des bronches ; est-elle plus fréquente chez les crieurs, chez certains marchands, etc. ? c'est un point qui reste à élucider. En général, la dilatation des bronches doit s'établir peu à peu, progressivement, par suite de la répétition et prolongation d'une dilatation physiologique exagérée ; la bronche modifiée dans sa texture ne reprenant pas son calibre normal. Il y a une véritable analogie entre cette dilatation et celle des artères ; de même qu'il y a une certaine anologie de structure.

Quant au fait de dilatation existant au-dessus et au-dessous d'un rétrécissement bronchique, il ne présente rien de particulier. La pression de l'air intra-bronchique pouvant être considérée comme étant la même dans toute l'étendue de ces organes, elle s'exerce également au-dessus et

(1) NICAISE, *Trachéotomie compliquée de calcification de la trachée.* (*Ann. des Maladies de l'Oreille,* etc. 1889).

au-dessous du rétrécissement. Mais l'on ne peut admettre que la dilatation située au-dessus du rétrécissement est due aux forces inspiratrices, celle qui est au-dessous aux forces expiratrices.

Les dilatations cylindriques, ampullaires ou moniliformes sont sous la dépendance de causes prédisposantes, plutôt que de causes efficientes.

Pour ce que l'on a décrit sous le nom de *Bronchectasie congénitale*, il semble qu'il s'agisse là d'une lésion particulière, qui se distingue de la dilatation bronchique acquise.

Sur la *thérapeutique chirurgicale* des dilatations bronchiques, il y a peu de choses à dire. — Il s'agit là d'une lésion acquise siégeant généralement en plusieurs points, due à la destruction irrémédiable des tissus ou à la perte de leurs propriétés ; contre cela la chirurgie ne peut rien. Mais les foyers de dilatation peuvent être le siège de rétention de matières putrides, dont la résorption est cause de septicémie ; il serait utile de déterger ces foyers ; seulement le diagnostic de leur siège est difficile, et les ponctions exploratrices ne sont pas sans danger.

Cependant Seifert a injecté dans les cavités bronchiques, avec une seringue de Pravaz, une solution phéniquée à 2 0/0. — La pneumotomie a été tentée ; elle a donné lieu à des hémorragies abondantes. Roswell Park, dans un article des *Annales of Surgery* (1887), sur la chirurgie du poumon, cité par Marfan, a relevé vingt-trois cas de dilatation traités chirurgicalement, avec neuf morts, soit une mortalité de près de 40 0/0.

La chirurgie doit donc être réservée dans ces conditions, mais il peut se rencontrer tel cas particulier où son intervention soit utile.

CONCLUSIONS

I. — Les bronches, à l'état physiologique, sont en état de contraction pendant l'inspiration, elles ont alors leur diamètre minimum ; pendant l'expiration, quand celle-ci est calme et que le larynx ne fonctionne pas, c'est-à-dire quand la glotte n'est pas retrécie, les bronches ne subissent pas de dilatation appréciable, si tant est qu'elles en subissent ; au contraire, quand l'expiration est puissante, que la glotte est rétrécie, comme dans le chant, le cri, les bronches se dilatent, plus ou moins, selon l'intensité et la durée du chant et du cri.

II. — La dilatation pathologique des bronches reconnaît deux ordres de causes : des causes prédisposantes et des causes efficientes.

III. — Les causes prédisposantes sont les inflammations avec destruction plus ou moins grande des éléments constituants, et les troubles de nutri-

tion, sclérose, dégénérescence granulo-graisseuse, d'où résulte une diminution de la résistance des tissus, qui se laissent distendre, et une diminution ou une perte de l'élasticité de l'organe qui l'empêche de reprendre son calibre normal.

IV. — Les causes efficientes sont celles qui augmentent la tension intra-bronchique, telles que le chant, le cri, la toux. Cette augmentation de tension ne se produit que dans l'expiration. L'exagération de cette tension, sa répétition, sa prolongation amènent peu à peu la dilatation.

M. le Dr A. D'ESPINE

Professeur à l'Université de Genève.

CONSIDÉRATIONS SUR LA CIRRHOSE INFANTILE A PROPOS D'UNE OBSERVATION NOUVELLE

— Séance du 5 août 1893 —

J'ai observé un cas de cirrhose infantile qui me paraît digne d'être rapporté avec quelques détails, en raison de l'intérêt tout particulier qui s'attache aux faits de ce genre.

Il s'agit d'un garçon de six ans et demi, né en 1882 de parents bien portants; une sœur et deux frères sont actuellement en bonne santé; une sœur est morte de tuberculose osseuse.

Parmi les ascendants, je dois signaler une grand'mère qui serait morte poitrinaire. La syphilis, l'impaludisme et l'alcoolisme peuvent être certainement exclus.

L'enfant lui-même, que je suis depuis sa première année, n'a jamais eu de maladie sérieuse, excepté une pneumonie franche dont il s'est bien tiré.

En juillet 1888, il s'anémie sans cause appréciable et perd l'appétit; je l'envoie à la campagne pour le fortifier. On me le ramène le 7 novembre avec un gros ventre qui date d'une quinzaine de jours et une toux fréquente. Les bruits du cœur sont normaux.

Le ventre n'est pas douloureux; il est fortement distendu.

Réseau de veines sous-cutanées abdominales, surtout marqué près de la ligne médiane. Tympanisme dans la partie supérieure du ventre, ascite avec sensa-

tion de flot et déplacement lent du liquide par le changement de position. Le foie est augmenté de volume; ses limites supérieures sont normales, les limites inférieures sont fortement abaissées. Sur la ligne médiane, le foie arrive à deux doigts de l'ombilic. Légère diarrhée. Bronchophonie et souffle à l'expiration perceptibles à la racine de la bronche droite. Fort amaigrissement. Essoufflement. (J'ordonne des badigeonnages iodés et le régime lacté.)

Le 9 novembre, l'ascite a beaucoup augmenté; l'ombilic commence à être distendu. La rate est augmentée de volume. (Potion contenant 1 gramme d'iodure de potassium et frictions sur le ventre avec une pommade contenant pour 15 grammes d'excipient, 2 grammes d'iodure de potassium et 2 grammes d'iodoforme.)

Le 12 novembre, je fais prendre une tisane de sommités de genêt (20 : 500,0) contenant 10 grammes d'acétate de potasse et 1 gramme de teinture de digitale.

Le 13 novembre 1888, l'ascite a beaucoup diminué. L'enfant a eu plusieurs selles liquides. Apyrexie.

Potion de caféine.

Le 16 novembre, circonférence du ventre à l'ombilic : 65 centimètres et demi. (Faradisation des parois abdominales.)

Le 17 novembre, léger œdème des paupières. Pas d'albuminurie. Urine rare; fort dépôt d'urates dans l'urine.

Circonférence : 66 centimètres et demi. L'enfant néanmoins peut encore marcher. La faradisation détermine aujourd'hui une forte douleur. La caféine ne paraît pas avoir eu d'effet appréciable. Ganglions bronchiques (bronchophonie), toux presque coqueluchoïde, continue nuit et jour.

Le 19 novembre, la diurèse reprend. A uriné un litre en quarante-huit heures. Circonférence : 62 centimètres.

La faradisation n'ayant pas produit d'effet appréciable, j'envoie l'enfant à l'hôpital cantonal.

Il est reçu dans le service du professeur Revilliod, le 22 novembre 1888. On constate à son entrée que le cœur est normal, que les extrémités inférieures ne sont pas œdématiées; à l'auscultation, une expiration prolongée, soufflante dans la fosse sous-épineuse et des râles muqueux fins à la base gauche. Les digestions sont bonnes; l'appétit est revenu; les lèvres sont roses; il y a de la constipation. Pas d'engorgement ganglionnaire externe. Il y a apyrexie complète. L'urée totale des vingt-quatre heures est abaissée; elle varie du 25 novembre au 10 décembre de 5 grammes à 13 grammes par litre. On ordonne des pilules : calomel dix centigrammes, poudre de scille et de digitale, parties égales cinq centigrammes. Trois pilules par jour.

Le 13 décembre, le ventre est moins tendu, le foie plus appréciable.

Le 21 décembre, circonférence du ventre : 68 centimètres. Huile de foie de morue à l'intérieur et en frictions. La faradisation des parois abdominales ne donne aucun résultat; elle est abandonnée le 1er janvier 1889. Le 2 janvier, on reprend les pilules de calomel, scille et digitale. Le 5 janvier, souffle et râles à la base droite du poumon. Epistaxis fréquentes et diarrhée abondante depuis que l'enfant prend les pilules. Cyanose des lèvres et des pommettes. Le 7 janvier, la diarrhée persiste, avec apyrexie complète, mais les râles pulmonaires ont disparu, ainsi que la cyanose des lèvres. Bronchophonie à la base droite. On cesse les pilules de digitale et calomel.

Le 8 janvier, le pourtour du ventre n'ayant pas varié sensiblement depuis le 21 décembre, on fait une paracentèse abdominale et on retire 2.340 grammes d'un liquide jaune citrin, un peu louche au moment de son émission, sans

fibrine, d'une densité de 1017, contenant de l'albumine en abondance. Après la ponction, le foie est facile à palper; il est dur, résistant.

Le 23 janvier 1889, le liquide s'est reproduit; on fait une seconde ponction de 3.300 grammes. Le foie paraît avoir augmenté de volume; il descend jusqu'à l'ombilic. Les signes d'épanchement dans la plèvre droite persistent; égophonie, souffle doux.

Depuis lors l'état de l'enfant est resté stationnaire pendant deux ans environ, l'état général restant bon, tant que la pression mécanique de l'ascite qui se reproduisait toujours, malgré les ponctions, ne gênait pas les fonctions respiratoires. Du 8 janvier 1889, date de la première ponction, à la fin de l'année 1890 (dernière ponction le 2 décembre 1890), on fait trente-six paracentèses abdominales et on a retiré des quantités de liquide qui ont été progressivement en augmentant de la première ponction du 8 janvier 1889 (2.340 grammes), à la vingt-cinquième du 18 février 1890 (7.800 grammes) pour diminuer ensuite progressivement à 1.500 grammes (la trente-troisième, du 18 juillet 1890) et se maintenir également pour les dernières au-dessous de 2.500 grammes.

Pendant cette longue période, on a usé de divers traitements généraux, tels que la lactose, à 30 grammes par jour, qui a été faible au point de vue diurétique, le sirop d'iodure de fer, les frictions mercurielles sur la région du foie, sans résultat appréciable.

La maladie a été apyrétique, excepté dans les six derniers mois, où l'enfant amaigri a présenté une légère fièvre hectique, la température allant jusqu'à 38 degrés, à 38°,4 et même 39 degrés dans la soirée.

L'œdème des jambes ne s'est montré que dans le cours de la seconde année, avant les ponctions. Il n'y a jamais eu d'albuminurie ni d'ictère. Par moments, il y a eu de la toux causée probablement par de l'œdème pulmonaire; les crachats muqueux n'ont jamais contenu de bacilles de Koch. Au mois de mai 1890, après la vingt-neuvième ponction, qui avait été de quatre litres, l'état général s'était beaucoup amélioré.

« 26 mai 1890. Les forces sont revenues; hier, l'enfant a fait à peu près trois kilomètres à pied sans se fatiguer. »

Néanmoins, le 29 mai, on est obligé de renouveler la paracentèse (trentième ponction de 4.400 grammes, avec un liquide qui contient 35 0/00 d'albumine).

Le 19 juillet 1890, on note expressément que les sommets du poumon semblent indemnes, mais qu'il y a toujours une forte résonnance de la voix au niveau du hile du poumon, qu'on attribue à des ganglions bronchiques. Il y a de petits ganglions en chapelet dans le pli de l'aine, à l'aisselle, au cou, des deux côtés.

Le 26 novembre 1890, l'enfant est très abattu, il y a de la dyspnée causée par un épanchement pleural droit, qui doit être ponctionné d'urgence le 2 décembre. La thoracentèse ramène 2.100 grammes d'un liquide séreux, presque transparent. Le 3 décembre, on fait une nouvelle thoracentèse, à droite, de 610 grammes. Le 7 décembre, l'enfant va beaucoup mieux; il n'y a plus ni dyspnée, ni cyanose. Peut se lever, apyrexie.

Le 9 décembre, on commence des injections de lymphe de Koch, la première à un demi-milligramme le 9 décembre, la seconde à huit dixièmes de milligramme le 17 décembre, la dernière à neuf dixièmes de milligramme le 23 décembre. L'enfant ne va pas mieux. Le 2 janvier 1891, on est obligé de lui faire une nouvelle thoracentèse de 800 grammes.

Il est soulagé après la ponction qui a été faite dans la matinée; mais dans la

soirée, la respiration devient courte, le pouls filiforme et l'enfant s'éteint le 2 janvier 1891 dans la soirée.

Voici la liste exacte des ponctions qui ont été faites dans le cours de la maladie.

Résumé de l'observation de *cirrhose* infantile A. H., né le 18 janvier 1882.
Début par anémie, affaiblissement, anorexie, juillet 1888 (six ans et demi).
Vu première fois, Disp., 7 novembre 1888, *ascite* date de quinze jours.
Entré hôp. cantonal, le 22 novembre 1888.

1re	ponction :	8 janvier	1889	2.340
2e	—	23 janvier	—	3.300
3e	—	9 février	—	3.900
4e	—	19 mars	—	4.500
5e	—	10 avril	—	5.000
6e	—	2 mai	—	3.000
7e	—	23 mai	—	4.790
8e	—	12 juin	—	3.480
9e	—	29 juin	—	4.440
10e	—	13 juillet	—	5.320
11e	—	25 juillet	—	3.690
12e	—	6 août	—	3.780
13e	—	4 septembre	—	5.080
15e	—	17 septembre	—	4.160
16e	—	1 octobre	—	5.300
17e	—	17 octobre	—	5.080
18e	—	31 octobre	—	5.170
19e	—	16 novembre	—	6.660
20e	—	3 décembre	—	6.910
21e	—	17 décembre	—	7.140
22e	—	31 décembre	—	6.660
23e	—	16 janvier	1890	6.730
24e	—	30 janvier	—	7.200
25e	—	18 février	—	7.800
26e	—	6 mars	—	6.050
27e	—	22 mars	—	6.500
28e	—	15 avril	—	5.000
29e	—	6 mai	—	4.000
30e	—	29 mai	—	4.400
31e	—	12 juin	—	3.500
32e	—	26 juin	—	2.500
33e	—	18 juillet	—	1.500
34e	—	22 août	—	2.000
35e	—	15 novembre	—	2.400
36e	—	2 décembre	—	2.100

3 décembre, thoracentèse à 610 grammes.
2 janvier 1891, thoracentèse à 800,0, l'enfant meurt le soir à cinq heures et demie.
Jamais d'ictère — un peu de fièvre hectique dans les derniers temps. Rate et foie hypertrophiés.

AUTOPSIE PAR M. LE PROFESSEUR ZAHN, LE 3 JUIN 1891.

Cyanose générale, œdème des deux membres inférieurs, du scrotum. Abdomen a cédé, vrai ballon.

Poumon gauche complètement adhérent. — Symphyse pleurale (adhérences dures, scléreuses).

Trois verres et demi de liquide dans la plèvre droite. — Pas de tuberculose, ni dans la plèvre, ni dans les poumons, ni dans les ganglions péribronchiques ou du hile qui sont parfaitement normaux.

Le poumon droit est rétracté, quelques adhérences lâches anciennes à la base. OEdème pulmonaire à la base.

Péricarde. Symphyse totale et adhérences avec la plèvre gauche. — Pas de tubercules.

Cœur normal sauf son épicarde. — Oreillette droite un peu dilatée. Aorte et gros vaisseaux normaux.

Estomac complètement adhérent au foie. Rien d'autre à noter. A l'ouverture du péritoine il s'écoule environ trois litres et demi de liquide séreux avec gros flocons fibrineux.

Tout le péritoine pariétal est épaissi; nombreuses adhérences unissant :

1° Le péritoine pariétal à toute la surface antérieure du foie (sclérose épaisse);

2° De nombreuses anses intestinales entre elles et avec l'estomac, le foie, la rate et le péritoine pariétal.

3° La rate à l'estomac et au foie.

4° Le foie et toute la face postérieure de l'estomac.

5° Toute la surface du côlon transverse au péritoine pariétal et au foie.

Intestins. Nombreuses adhérences. — Hyperémie générale avec gonflement de la muqueuse.

Pas d'ulcérations ; pas trace de tubercules dans l'intestin et dans le péritoine.

Ganglions mésentériques nombreux, légèrement engorgés non tuberculeux. Ganglions périportaux, rien de particulier.

Foie. Limites, comme elles ont été diagnostiquées :

Diamètre :	transversal.	235.
	antéro-postérieur . .	170.
	vertical	80.

Périhépatite non tuberculeuse, généralisée, avec nombreuses adhérences anciennes. A la coupe, on constate des îlots de sclérose, de coloration blanc jaunâtre, durs, de forme étoilée, occupant la périphérie des ramifications de la veine porte. Le tissu hépatique conservé paraît normal.

Examen microscopique : Hépatite interstitielle très intense. La structure lobulaire n'existe plus du tout. Forte atrophie rouge généralisée. — Pas de tubercules, pas de syphilomes.

Vésicule biliaire petite, enchâssée dans les adhérences, contient un peu de bile verte. — *Canal cholédoque :* perméabilité impossible à examiner vu les adhérences.

Rate. Périsplénite en îlots. Volume agrandi.

Diamètre :	longueur.	120.
	largeur	75.
	épaisseur.	35.

Capsules surrénales, rien de particulier.

Reins, légèrement agrandis, congestionnés; pas de néphrite. Uretères et vessie, rien de particulier.

Testicules normaux.

Système nerveux non examiné.

La cirrhose du foie est une affection rare dans le jeune âge, moins cependant qu'on ne l'a longtemps cru, et on peut évaluer actuellement à plus de cent le nombre de cas relatifs à l'enfance qui en ont été publiés. Sur 7.000 enfants malades, West n'a observé que quatre cas de cirrhose. Tœdten (1) l'a trouvée par contre treize fois sur 889 autopsies faites en sept ans à l'hôpital d'enfants de l'Université de Münich.

J'en ai observé personnellement six cas dont trois avec autopsie. Voici la liste de ces derniers :

1° Cirrhose hypertrophique biliaire chez un nouveau-né (publié dans la *Revue Médicale de la Suisse romande*).

2° Cirrhose hypertrophique vulgaire (observation ci-dessus) chez un garçon de six ans.

3° Cirrhose chez un enfant de treize ans, qui est mort, après un an de maladie, de méningite tuberculeuse. La tuberculose avait envahi seulement les ganglions bronchiques. Symphyse péricardique et pleurale à la suite d'une pleuro-péricardite non tuberculeuse. Foie cardiaque, cirrhose cardiaque. Dans les trois autres cas, il s'agissait d'un enfant de dix ans, avec ascite sans ictère, qui fut ponctionnée sept fois, avec rate grosse et lacis veineux abdominal. L'enfant a été perdu de vue, ayant quitté le pays. Dans un autre cas, qui concernait également un garçon de dix ans, l'ascite a été également considérable, l'hypertrophie du foie très notable, le lacis veineux très développé; il n'y a jamais eu d'ictère. L'enfant a fini par succomber à une tuberculose pulmonaire. Enfin, dans le dernier cas, un enfant de cinq ans qui a le foie et la rate très hypertrophiés, présente le lacis veineux caractéristique; il a eu une atteinte d'ascite qui a disparu depuis lors et a actuellement une anémie très considérable, qui a été augmentée par des entéroragies. L'état général s'est néanmoins amélioré sous l'influence de très petites doses de calomel.

C'est avec ces observations, jointes à celles qui ont été publiées jusqu'à ce jour, que je vais m'efforcer de tracer le tableau de la cirrhose chez l'enfant.

Étiologie. — La maladie a été observée plus fréquemment chez les garçons que chez les filles. Les deux tiers des cas de cirrhose infantile réunis par Palmer Howard (2) appartiennent au sexe masculin. La majorité des cas a été rencontrée chez des sujets de six à quinze ans, et

(1) *Die Lebercirrhose im Kindesalter*. Thèse Münich, 1892.
(2) *Americ. Journ. of med. Sc.* Oct. 1887, p. 350.

surtout de neuf à douze ans; mais la cirrhose peut être plus précoce; on cite même des cas où elle était congénitale et était liée parfois à des anomalies des canaux biliaires.

Wunderlich (1) a observé la cirrhose hépatique chez deux sœurs de onze à douze ans; Jolly (2) cite également deux cas de cirrhose dans la même famille, chez un frère et une sœur de onze et dix ans.

L'*alcoolisme*, rare dans le jeune âge, ne joue qu'un rôle restreint dans l'étiologie de la cirrhose infantile; il paraît cependant en avoir été la cause déterminante dans au moins 11 0/0 des cas publiés et probablement même dans 17 0/0. Une des observations de Tœdten se rapporte à un enfant de 21 mois qui buvait jusqu'à un litre et demi de bière par jour! Le foie de l'enfant paraît être plus vulnérable que celui de l'adulte; aussi la thérapeutique alcoolique ne doit-elle être employée que très passagèrement chez les jeunes sujets.

La *syphilis* est une des causes de la cirrhose hépatique chez les enfants; dans sa forme héréditaire tardive, elle peut se localiser sur le foie et revêtir la forme d'une hépatite interstitielle diffuse, impossible à distinguer cliniquement de la cirrhose non spécifique, Barthélemy (3) a publié huit observations de cette affection recueillies chez des enfants de cinq à treize ans, avec cinq guérisons qui furent dues au traitement spécifique. Jollye n'admet la syphilis comme cause probable de la cirrhose infantile que dans 16 0/0 des cas. Nous croyons cette proportion trop faible; les lésions hépatiques trouvées à l'autopsie sont très suspectes à ce point de vue dans un certain nombre de cas sans antécédents spécifiques connus (4). L'inefficacité du traitement antisyphilitique s'explique facilement quand la maladie est trop avancée ou se complique de dégénérescence amyloïde du foie. Peut-être aussi la syphilis du premier âge crée-t-elle seulement un terrain favorable à la cirrhose, qui se développe dans la seconde enfance sous l'influence d'autres causes.

Les *fièvres éruptives*, la scarlatine et surtout la rougeole, peuvent s'accompagner d'une hépatite interstitielle aiguë qui, dans quelques cas, se transforme en cirrhose confirmée; aussi quelques auteurs (Laure et Honorat (5), Botkin, Henoch) admettent-ils une forme infectieuse de cette affection. Sur cent cas de cirrhose infantile, W. Edwards (6) a trouvé vingt-cinq fois une fièvre éruptive antérieure; dans d'autres cas, on a noté dans les antécédents la fièvre typhoïde, la coqueluche, la diphtérie, la fièvre intermittente, des brûlures étendues, etc. Il est difficile d'admettre sans

(1) *Archiv. der Heilkunde*, 1856.
(2) *Brit. med. Journ.*, 1892, I, p. 858.
(3) *Arch. génér. de méd.*, 1884, I, p. 513 et 674.
(4) Voir un cas de Morel-Lavallée : *Rev. mens. des. Mal. de l'Enf.*, 1885, p. 166.
(5) *Rev. mens. des Mal. de l'Enf.*, 1887, p. 97 et 159.
(6) *Arch. of Pediatrics*, july 1890.

réserve, pour tous ces cas, une relation de cause à effet, si l'on compare la rareté de la cirrhose à la fréquence des maladies infectieuses dans l'enfance.

La *tuberculose* peut donner lieu, chez l'enfant, comme l'a démontré Hutinel (1), à une forme clinique de la cirrhose dont l'évolution est parfois assez lente; cette forme représente le 13 0/0 des cas dans la statistique d'Edwards. Dans deux cas obtenus par Pitt (2), la cirrhose compliquait une tuberculose abdominale.

Les *maladies du cœur* se compliquent parfois de cirrhose. Le foie muscade hypertrophié et induré a été signalé chez l'enfant par Gee (3), par Bouchut (4) et par Hanot et Parmentier (5).

La *cirrhose hypertrophique biliaire* a été observée à la suite de malformations des voies biliaires (Lotze (6), Müller (7), Oliver (8), Freund (9), Gibbs (10), etc.). Dans un cas de Bettelheim (11), le point de départ de la cirrhose paraissait être dans le canal cholédoque comprimé au niveau du hile du foie par deux gros ganglions.

Dans un certain nombre de cirrhoses de cause inconnue, la maladie a une cause infectieuse évidente, puisqu'elle s'accompagne d'une inflammation des séreuses (périhépatite, péritonite chronique simple, pleurésie péricardite). C'est pour ces cas que Burdon Sanderson a inventé l'expression de diathèse fibroïde. L'observation que nous venons de donner rentre dans cette catégorie de faits.

Anatomie pathologique. — La plupart des cirrhoses dans l'enfance sont des *cirrhoses mixtes,* se rapprochant de la cirrhose hypertrophique graisseuse de Sabourin.

Le foie a été trouvé agrandi dans le plus grand nombre des autopsies (dix fois sur quatorze par Tœdten). D'autres fois, il était manifestement atrophié, mais contenait néanmoins de la graisse; dans un cas rapporté par Cazalis (12), relatif à un enfant de neuf ans, l'atrophie du foie était telle que les dimensions de cet organe ne dépassaient pas celles d'un poing d'adulte. On a quelquefois rencontré la cirrhose annulaire, principalement quand la maladie était due à l'alcoolisme.

La *cirrhose biliaire* avec foie hypertrophié et ictérique a été trouvé chez

(1) *Bulletin méd.*, 1889, p. 1595, et 1890, p. 33.
(2) *Med. Times and Gaz*, 26 déc. 1885.
(3) *St-Bartholom. Hosp. Rep.*, 1871, VII, p. 144.
(4) *Clin. de l'Hôp. des Enf. mal.*, 1884, p. 317.
(5) *Arch. gén. de Méd.*, 1890, II, p. 439.
(6) *Berl. klin. Woch.*, 1876.
(7) Thèse de Gœttingue, 1884.
(8) *Brit. med. Journ.*, 5 juin 1880.
(9) *Jahrb. F. Kinderheilk.*, 1875, IX, p. 178.
(10) *Trans. of the pathol. Soc. of London*, XXXIV, 1882.
(11) *Arch. f. klin. Med.*, 1891, XLVIII, p. 438.
(12) *Bull. de la Soc. Anat.* 1874, p. 858.

l'enfant où elle présentait les mêmes caractères que chez l'adulte : cirrhose insulaire avec néoformation de canalicules biliaires. J'en ai publié un cas typique; Neumann (1) a observé un cas analogue, congénital et probablement de cause syphilitique. Nous avons trouvé cinq autres observations de cirrhoses biliaires primitives (Steffen (2), S. West (3), Gibbons (4), Hutton (5), Zehnpfennig) (6) et deux cas consécutifs à la compression du canal cholédoque par des ganglions du hile (Duvernoy (7), Bettelheim).

Les cas de *cirrhose tuberculeuse* appartiennent à la forme mixte graisseuse, constituée par une stéatose occupant surtout la périphérie des lobules et une sclérose partant des espaces portes, au milieu de laquelle on rencontre des granulations tuberculeuses (Hutinel).

Les cas de *cirrhose syphilitique* se distinguent en général à l'autopsie de ceux des autres formes par la présence de profonds sillons fibreux qui donnent au foie un aspect cordé. On trouve parfois des cicatrices stellaires à la surface de l'organe et une répartition irrégulière des parties hypertrophiées et atrophiées dans les divers lobes. La périhépatite est toujours très marquée. On trouve parfois un mélange de la forme scléreuse et de la forme gommeuse (Barthélemy).

Symptômes. — La cirrhose du foie n'est souvent, chez l'enfant, qu'une trouvaille d'autopsie; cette forme latente serait, d'après Tœdten, la plus fréquente.

D'autres fois, les symptômes sont les mêmes que chez l'adulte ; ce sont, le plus souvent, au début, des troubles digestifs, accompagnés parfois d'un peu d'ictère et d'épistaxis, et suivis souvent rapidement de l'apparition de l'ascite. Dans d'autres cas, les seuls prodromes sont un affaiblissement général et une anémie plus ou moins intense.

L'ascite, l'hypertrophie du foie et de la rate, la formation du lacis veineux abdominal (surtout dans la forme atrophique) sont les phénomènes habituels de la période d'état. L'ictère ne se montre pas dans tous les cas; il est tout à fait exceptionnel dans l'hépatite syphilitique tardive. Dans cette dernière forme, l'ascite fait rarement défaut, le foie est presque toujours hypertrophié, formant une tumeur considérable, parfois bosselée et inégale. L'atrophie et le développement des veines sous-cutanées abdominales sont cependant mentionnés dans quelques cas de cirrhose syphilitique de l'enfance.

Vers la fin de la maladie surviennent des complications diverses, telles

(1) *Berl. klin. Woch.* 1893, p. 445.
(2) *Jahrb. f. Kinderheilk.* 1859, II, p. 211.
(3) *St-Bartholom., Hosp. Rep.*, 1878, XIII, p. 221.
(4) *Ind. med. Gaz.*, XXV, p. 119.
(5) *Brit. med. Journ.*, 1863, I, p. 114.
(6) Thèse de Bonn, 1890.
(7) *Bull. de la Soc. Anat.*, 1879, p. 520.

que la pleurésie, l'œdème des jambes, des symptômes nerveux graves (coma, convulsions), quelquefois de l'albuminurie (1). Dans d'autres cas, on n'observe qu'un épuisement général s'accompagnant de fièvre et de diarrhée. Parfois l'enfant succombe à une maladie intercurrente.

La cirrhose tuberculeuse, qui, chez l'adulte (Pilliet, Lauth), peut se terminer rapidement par un état typhoïde, aurait, chez l'enfant, une marche plus lente et d'apparence plus bénigne (Hutinel).

Dans la cirrhose biliaire, l'ictère est le symptôme prédominant; il se montre en général dès le début. L'ascite est rare, à moins que la cirrhose biliaire ne soit secondaire à la compression des vaisseaux du hile par des ganglions hypertrophiés (cas de Duvernoy et de Bettleheim). La diathèse hémorragique est très marquée vers la fin et peut être la cause de la mort (cas de Steffen et de D'Espine).

Marche et pronostic. — La cirrhose présente généralement une marche plus rapide chez l'enfant que chez l'adulte. La mort en est la terminaison habituelle, sauf dans les cas d'hépatite syphilitique soumis à temps au traitement spécifique.

La durée de la maladie ne dépasse guère deux à trois ans, et est habituellement plus courte; cependant, chez un enfant observé par Morel-Lavallée, elle s'est étendue à quatre ans. Dans certains cas, au contraire, la marche a été foudroyante à partir du moment où les premiers symptômes morbides ont été constatés; elle a été de trois mois dans un cas de Cazalis; de deux mois et demi dans un cas de Pétel (2); de quarante-cinq jours, depuis le début de l'ascite, chez un enfant observé par Grisey (3), de six semaines dans un cas de Legg (4). Il est probable que chez quelques-uns la période latente avait été beaucoup plus longue.

Traitement. — En présence d'une cirrhose infantile, on fera bien d'essayer le traitement antisyphilitique, lors même qu'aucun renseignement ne ferait soupçonner l'origine spécifique de la maladie. L'observation suivante de Delbet (5) en est la preuve : Un enfant de deux ans et quatre mois présente un état général alarmant, un foie énorme et un peu d'ascite. Le médecin de la famille affirme que l'hypothèse d'une origine spécifique est inadmissible. Delbet pratique la laparotomie, suivie, à son grand étonnement, d'une amélioration rapide, puis d'une guérison apparente; mais, trois mois après l'opération, apparaissent des gommes sur le front et le cuir chevelu; on institue alors seulement le traitement spéci-

(1) STARK (*The Practitioner*, mars, 1892, p. 191) signale, sur vingt cas de cirrhose infantile, sept cas où il existait de la néphrite aiguë constatée soit pendant la vie, soit à l'autopsie.
(2) *Bull. de la Soc. Anat.*, 1879, p. 390.
(3) *Thèse de Paris*, 1858.
(4) *St-Bartholom. Hosp. Rep.*, 1837, XIII, p. 148.
(5) *Bull. de la Soc. Anat.*, 1892, p. 681.

fique. Barthélemy cite cinq cas de guérison radicale de cirrhoses dues à la syphilis héréditaire tardive, par le traitement mixte; il recommande d'agir vite et fort. On emploiera successivement les frictions mercurielles et l'iodure de potassium à la dose de 1 ou 2 grammes par jour.

Dans la cirrhose alcoolique, on pourra, si l'on s'en rapporte aux observations faites sur l'adulte, espérer de guérir les cas récents par l'abstinence complète des boissons fermentées et par le *régime lacté*. Ce régime sera prescrit, si possible, d'ailleurs, dans toutes les formes de la maladie.

Un médicament qui convient à toutes les formes de cirrhose est le *calomel*. Il a été employé avec succès chez l'adulte, sous forme de traitements successifs de trois à cinq jours de durée, à haute dose, dans la cirrhose hypertrophique avec ictère. Chez l'enfant, l'action diurétique du calomel, pris à la dose de 0,15 à 0.30 dans la journée, en trois ou quatre paquets, peut être utilisée avantageusement pour combattre l'ascite. Le traitement sera suspendu au moindre signe d'irritation des gencives.

La paracentèse abdominale ne sera pratiquée qu'en cas d'urgence. Elle est souvent suivie de la reproduction rapide du liquide ascitique, et a paru, dans quelques cas, hâter la terminaison fatale, tandis que, dans d'autres, les ponctions successives ont certainement prolongé la survie.

M. le Dr E. MAUREL

Agrégé à la Faculté de Médecine de Toulouse.

ACTION RÉCIPROQUE DU STAPHYLOCOCCUS ET DU SANG DE L'HOMME ADULTE A SA TEMPÉRATURE NORMALE

— Séance du 5 août 1893 —

J'étudierai cette action réciproque : 1° avec le staphylococcus tel que nous le donnent les cultures sur gélose; et 2° avec ce même staphylococcus après un certain temps de séjour dans notre sang.

I

ACTION RÉCIPROQUE DU STAPHYLOCOCCUS PROVENANT DES CULTURES SUR GÉLOSE ET DE NOTRE SANG

Cette action peut se résumer ainsi :

1° Nos leucocytes, à la température normale, mis en présence des staphylococcus *aureus* et *albus*, avec le degré de virulence que lui donnent les cultures sur gélose, à la température de 37 degrés, absorbent les staphylococcus; mais ils succombent dans moins de deux heures à cette absorption.

Dans le champ témoin, au contraire, ils achèvent leur évolution et vivent de douze à vingt-quatre heures.

2° La mort de nos leucocytes n'est pas due simplement à l'action mécanique du staphylococcus dans leur protoplasma. Nous savons, en effet, d'abord que ces éléments peuvent absorber et conserver dans leur masse des particules encore volumineuses de charbon végétal, sans que leur activité ou leur existence soit sensiblement diminuée, et, d'autre part, nous allons voir qu'à la condition d'atténuer ces staphylococcus nos leucocytes peuvent les absorber sans danger.

3° Les produits que le staphylococcus cède à son milieu, les toxines, sont sans danger pour nos leucocytes. Ces éléments, en effet, vivent dans un milieu contenant beaucoup de staphylococcus sans perdre de leur énergie. Ils ne la perdent et ne meurent qu'après les avoir absorbés.

La propriété *leucocyticide* du staphylococcus réside donc dans sa masse, et n'est pas cédée au milieu. On sait que le même fait a déjà été démontré pour plusieurs autres microbes pathogènes.

4° Sous l'influence de ces cultures, les hématies deviennent diffluentes en quinze heures environ, puis disparaissent en se dissolvant.

5° Il se forme presque aussitôt un précipité de fibrine qui se redissout dans les vingt-quatre heures.

6° Quant au staphylococcus, il se multiplie dans notre sérum; et vingt-quatre heures après, on le trouve beaucoup plus nombreux qu'au moment de la préparation.

Nous allons voir, du reste, quelles sont les modifications qu'il subit.

II

ACTION DU STAPHYLOCOCCUS SUR LES ÉLÉMENTS FIGURÉS DE NOTRE SANG APRÈS UN CERTAIN TEMPS DE SÉJOUR DANS CE LIQUIDE

Pour fixer les idées à cet égard, je donnerai l'expérience suivante, qui, du reste, est une des plus complètes :

Le 2 octobre 1892, je fais une préparation de sang avec une lame à deux champs, et en mêlant le sang d'un des côtés de la préparation avec du staphylococcus provenant d'une culture sur gélose ; et je vois que, comme toujours, nos leucocytes sont tués dans moins de deux heures, puis rapidement désagrégés, tandis que dans le champ témoin ces éléments conservent leur activité de douze à vingt-quatre heures.

Cette préparation est ensuite mise à l'étuve à 38°, et y reste jusqu'au 14 du même mois ; mais elle est souvent examinée. Or, ces examens, répétés au début, plusieurs fois par jour, me font voir que si, dans les premiers jours, le staphylococcus a augmenté de nombre, à partir du quatrième ce nombre a plutôt diminué. Cette diminution est très sensible le 14 du même mois.

Dans la matinée du 14 octobre 1892, en effet, j'ouvre cette préparation ; et, avec son contenu, d'une part, j'ensemence un tube de gélose qui, dès le lendemain, donnait une culture, et, d'autre part, je fais deux préparations de sang, en suivant le même procédé que pour le premier.

De ces deux préparations, l'une est soumise à une température de 44 à 46 degrés, et fera partie d'un autre travail dans lequel j'ai étudié l'action comparée de la chaleur sur le staphylococcus, sur nos leucocytes ; et l'autre, la seule qui nous intéresse ici, a été placée aux températures normales. Or, dans cette dernière préparation, les staphylococcus, quoique aussi nombreux que dans celle du 2 octobre, au lieu de tuer nos leucocytes en deux heures, leur laissent toute leur activité pendant sept heures, ne suppriment leurs mouvements qu'après douze heures, et leur permettent même d'achever leur évolution. Enfin, les hématies ne sont pas différentes même vingt-quatre heures après, et il n'y a pas eu de dépôt de fibrine.

Quant au staphylococcus, il s'est multiplié pendant deux jours ; mais à partir de ce moment, son nombre a diminué.

Cette préparation est ainsi conservée jusqu'au 30 octobre. Puis, à cette date, je l'ouvre, et avec son contenu, d'une part, je fais un ensemencement sur gélose qui donne une culture dès le lendemain, et, d'autre part, je fais une autre préparation de sang.

Or, dans cette préparation :

1° Nos leucocytes absorbent les staphylococcus et vivent autant que dans le champ témoin ;

2° Les hématies ne sont pas rendues différentes ;

3° Il n'y a pas eu de dépôt de fibrine ;

4° Le staphylococcus ne s'est pas multiplié dans la préparation ;

5° Mais il a survécu ; et, ce qui le prouve, c'est que, quelques jours après, le contenu de la préparation ensemencée sur gélose a donné une culture des plus caractéristiques ;

6° Enfin, sans que je puisse être affirmatif à cet égard, il m'a semblé qu'à la fin de cette expérience, les dimensions des éléments de staphylococcus avaient augmenté.

Ainsi, après cette série d'expériences, le staphylococcus avait perdu sa propriété leucocyticide ; il ne rendait plus les hématies diffluentes, il ne précipitait plus la fibrine et il avait même perdu la propriété de se reproduire dans notre sang ; je pense donc que l'on peut dire qu'il s'était atténué.

Voyons maintenant quelles sont les influences qui ont pu contribuer à cette atténuation.

III

Celles qui peuvent être invoquées sont au nombre de quatre : les *matières empêchantes*, l'*épuisement du milieu*, le *manque d'oxygène* et l'*action du sérum*.

Chacune de ces actions a eu, je crois, une part dans ce résultat. Il me paraît évident, d'abord, que, vu les conditions dans lesquelles ces expériences ont été faites, les *matières empêchantes* et l'*épuisement du milieu* ont dû exercer leur influence. D'une part, en effet, les produits d'excrétion et de sécrétion du staphylococcus sont forcément restés dans la faible quantité de sang servant à l'expérience, et, d'autre part, c'est dans cette même petite quantité de sang que le staphylococcus a dû se nourrir pendant douze jours la première fois et pendant seize jours la seconde.

L'influence due au manque d'oxygène me semble moins importante. Il faut, en effet, tenir compte que la rainure qui sépare les deux champs contient une provision d'air relativement considérable. Toutefois, je dois dire que la reproduction du staphylococcus a toujours été plus active au niveau de cette rainure, c'est-à-dire là où l'oxygène arrivait plus facilement.

Ces trois influences ont donc eu chacune leur part d'action. Mais, en outre, tenant compte de ce fait capital que dans la préparation faite le 30 octobre, le staphylococcus ne s'est pas multiplié dans notre sérum, tandis qu'il l'a fait sur la gélose, il me semble que l'on échappe difficilement à cette conclusion que notre sérum est un mauvais milieu de culture pour le staphylococcus, et que, par conséquent, ce dernier doit y voir diminuer quelques-unes de ses propriétés.

Or, si parmi ces influences, deux d'entre elles, les *matières empêchantes* et *l'épuisement du milieu*, perdent beaucoup de leur importance, quand on veut tirer de ces expériences des conclusions applicables à la clinique, les deux autres conservent la leur d'une manière complète. Je ne crois pas, en effet, que le staphylococcus trouve dans nos tissus plus d'oxygène que dans mes expériences, et, d'autre part, l'action du liquide intercellulaire doit être peu différente de celle du sérum, c'est-à-dire qu'il doit, comme ce dernier, constituer un mauvais milieu de culture et par conséquent, avec le temps, devenir *atténuateur*.

IV

Les considérations auxquelles prêtent les faits précédents sont nombreuses. Je les diviserai en deux groupes : les unes d'ordre *bactériologique*, et les autres d'ordre *clinique*.

Celles d'ordre *bactériologique* peuvent se résumer ainsi :

1° Dans l'état actuel de nos connaissances, il faut reconnaître aux microbes en général et au staphylococcus en particulier, au moins trois propriétés distinctes : la *virulence,* la *reproductivité* et la *survivance.*

Ainsi que ces expériences l'ont démontré, en effet, chacune de ces propriétés peut être modifiée séparément.

2° On ne peut donc pas conclure de l'une de ces propriétés à une autre. Telle influence physique, tel agent chimique peut modifier l'une sans modifier l'autre. Il en est tout particulièrement ainsi de la virulence et de la reproductivité.

Les considérations d'ordre *clinique* sont les suivantes :

1° Ces faits peuvent expliquer, au moins en partie, *l'état inoffensif* des staphylococcus vivant dans nos cavités naturelles, et peut-être dans nos tissus. Ils conservent la propriété de se reproduire ; mais leur propriété leucocyticide a disparu ou a diminué, de sorte qu'ils ne sont plus dangereux pour nos leucocytes.

2° Ainsi peut s'expliquer également, mais toujours en partie seulement, *la guérison spontanée* de la plupart des suppurations dues aux staphylococcus.

Ceux-ci, d'abord très virulents, tuent nos leucocytes ; mais peu à peu leur séjour dans nos tissus diminuant leur énergie, ils perdent leur pouvoir leucocyticide, si bien qu'ils sont absorbés sans danger par nos leucocytes ; et ensuite ils finissent même par ne plus se reproduire.

3° Enfin, et c'est là le point sur lequel je veux le plus insister en terminant, ces faits pourraient contribuer à expliquer les *infections secondaires*.

Dans nos cavités naturelles et même dans nos tissus peuvent exister des staphylococcus qui, vu leur séjour prolongé dans ce milieu, sont devenus inoffensifs pour nos leucocytes, tant que ces derniers ont leur énergie normale. Mais deux hypothèses peuvent être faites qui changeraient les conditions de la lutte.

Nous pouvons supposer d'abord que, sous l'influence d'une affection quelconque, aiguë ou chronique, les conditions de milieu soient modifiées et deviennent moins défavorables au staphylococcus ; et dès lors, nous pourrions le voir reprendre sa virulence ordinaire, triompher de nos leucocytes et manifester sa présence par des suppurations.

En second lieu, nous pouvons supposer également que c'est l'énergie de nos leucocytes qui diminue. J'ai déjà cherché à expliquer la stomatite mercurielle par ce mécanisme.

Le bichlorure de mercure agit d'une manière très sensible sur nos leucocytes dès la dose de 1/80.000e, tandis qu'il n'agit sur le staphylococcus qu'à la dose de 1/500e. Or, si l'on donne du bichlorure de mercure à

un sujet dont la cavité buccale contient des staphylococcus, on comprendra que ces leucocytes perdront de leur énergie avant que le staphylococcus ne soit influencé, que sous cette influence ce dernier pourra triompher des leucocytes, et qu'ainsi se montrera l'inflammation (1).

M. le Dr A. CHARRIN

Agrégé à la Faculté de Médecine, Médecin des hôpitaux de Paris.

LA DÉCOLORATION ATTÉNUE LA TOXICITÉ DES TOXINES PYOCYANIQUES

— Séance du 7 août 1893 —

L'injection des produits fabriqués par les cellules de l'organisme détermine, chez l'animal, des accidents immédiats ou plus ou moins tardifs, suivant les doses, suivant l'activité de ces produits, etc. Il en est de même, si on s'adresse aux sécrétions des microbes.

Au nombre des principes de l'économie, comme parmi ceux qui dérivent de la vie des bactéries, on en rencontre que l'alcool dissout, tandis que d'autres sont précipités par ce réactif. A chacun de ces extraits, soit organiques, soit bacillaires, correspond une toxicité spéciale.

Il serait aisé de poursuivre ce parallèle, de montrer combien multiples sont les points de contact entre ces différents corps.

Au fond, nos éléments anatomiques constituent des êtres monocellulaires qui absorbent, métamorphosent, assimilent, expulsent les débris inutiles; or, toutes ces remarques s'appliquent aux agents pathogènes. Pour le bacille pyocyanogène, en particulier, les travaux d'Arnaud et Charrin (2) ont clairement établi ces diverses propositions.

Ce bacille offre, d'ailleurs, certains caractères qui permettent d'opérer quelques rapprochements spéciaux.

Les cultures de ce germe sont riches en pigments : pigment bleu, pigment vert. Ces pigments sont fixés par le charbon; le liquide passe incolore, ayant perdu une partie de ses propriétés toxiques.

(1) Il m'a été démontré depuis, par des expériences faites comparativement sur les leucocytes du lapin, et sur cet animal lui-même, que c'est ainsi qu'il faut expliquer toutes les inflammations mercurielles des muqueuses.

(2) *Acad. Sc.*, avril et mai 1890. Voir aussi *Archiv. de Physiol.*, octobre 1891 et janvier 1892.

Exp. I. — Le 17 juillet 1893, on injecte dans les veines d'un lapin gris, pesant 1.450 grammes, 60 centimètres cubes d'une culture fortement colorée, donnant par le chloroforme, les acides les alcalis, etc., les réactions de la pyocyanine.

Cette culture, faite dans 800 centimètres cubes de bouillon de bœuf, a été stérilisée à 100 degrés.

L'animal, avant cette injection, d'une durée de trois minutes, avait, comme température rectale, 39°,3. Après avoir reçu ainsi 41 centimètres cubes par kilogramme, le thermomètre est tombé à 38°,9. — La mort est survenue au bout de cinquante minutes, au milieu de convulsions toxiques intenses.

Exp. II. — Le même jour, à un lapin du poids de 1.550 grammes, on administre 80 centimètres cubes de la même culture, soit 51 grammes par kilogramme.

Toutefois, on a, au préalable, complètement décoloré le liquide sur du charbon.

La température rectale de 39°,9 est tombée à 38°,6. — La survie a été de dix-huit heures.

Dans ces premières expériences, on a utilisé une culture fortement teintée, donnant du vert et du bleu, pouvant, à certains égards, être comparée à la bile. — Pour les recherches dont nous allons parler, on a employé un liquide faiblement pigmenté, légèrement verdâtre.

On sait, en effet, que le bacille de la pyocyanine présente de grandes variétés relativement à son pouvoir chromogène. Tantôt, il ne secrète aucune matière colorante; tantôt, il en fabrique en abondance.

Exp. III. — Le 18 juillet 1893, on opère sur un lapin pesant 1.440 grammes. On pousse, dans sa circulation, 80 centimètres cubes de culture, soit 55 par kilogramme.

La culture a été faite dans de l'aspartate de soude; elle date de plusieurs mois; elle est à peine verdâtre, comme nous l'avons dit; elle a été stérilisée par la chaleur.

Avant l'injection, le thermomètre indiquait 39°,5; il a marqué 38°,9 de suite après. Le sujet a succombé au bout de vingt heures.

Exp. IV. — Un lapin, du poids de 1.510 grammes, reçoit 100 centimètres cubes de la précédente culture, dose qui donne 66 0/00.

Cette culture, quoique faiblement pourvue de pigment, a été rendue incolore par des passages répétés sur le charbon. — La température était à 39°,3; elle est descendue à 38°,7; constamment, on l'a prise dans le rectum. — L'animal a survécu trente-une heures.

Ces faits se passent de commentaires. — Il suffit de parcourir ces résumés d'expériences, toutes réalisées au laboratoire de Pathologie générale, pour voir que, si on décolore les liquides de culture, on diminue leur pouvoir toxique. Il est permis d'évaluer à un tiers ou à un quart cette diminution.

La culture qui a servi dans l'expérience I était d'un vert intense ; à cet

égard, on peut la rapprocher de la bile. Celle à laquelle on s'était adressé, le 18 juillet, était d'un vert atténué, jaunâtre; elle rappelait plutôt l'urine.

Or, les travaux du professeur Bouchard ont prouvé que la sécrétion hépatique, aussi bien que celle du rein, était toxique; ces mêmes travaux nous ont appris que la décoloration par le charbon de l'une ou de l'autre de ces humeurs amoindrissait leur toxicité.

Il n'est pas possible d'attribuer, par le fait seul de ces résultats, aux pigments eux-mêmes la totalité des qualités nocives qui ont disparu par suite de ces fixations, attendu que, par ce procédé, on retient des éléments multiples; attendu que, dans les substances bactériennes, comme dans celles de l'organisme, il y a des principes plus dangereux que les matières colorantes; ces matières ont leur part dans les accidents d'empoisonnement; cette part n'est ni la plus importante, ni la seule.

Quoi qu'il en soit, si on se souvient de ce qui a été démontré pour certaines humeurs, si on remarque, ainsi que nous l'avons observé, que la bile du cobaye, beaucoup plus claire que celle du lapin, est moins nuisible pour ce dernier animal que celle qu'il fabrique lui-même, on sera convaincu que ces expériences sur l'atténuation de ces toxicités par ces décolorations consacrent de nouveaux rapprochements entre les produits de nos cellules et ceux des cellules microbiennes.

M. le Dr SÉZARY

Professeur à l'École de Médecine d'Alger.

SUR L'IMMUNITÉ RELATIVE DES INDIGÈNES MUSULMANS DE L'ALGÉRIE VIS-A-VIS DE LA FIÈVRE TYPHOÏDE

— *Séance du 7 août 1893* —

Le peu de réceptivité des indigènes musulmans de l'Algérie pour la fièvre typhoïde a été signalée il y a bien des années déjà par Boudin qui voulait y voir une preuve de l'antagonisme entre la malaria et la fièvre typhoïde. L'interprétation du fait était fausse, car non seulement on observe en Algérie les deux maladies dans le même milieu, mais on a pu décrire une fièvre typho-malarienne formée par leur combinaison. Quant au fait,

il était exact et plusieurs auteurs l'ont confirmé, notamment Sorel qui constatant le léger tribut payé par les soldats indigènes à la fièvre typhoïde au milieu des soldats français plus fortement atteints, se demandait si cette immunité, contraire à toutes les prévisions, était congénitale ou simplement le résultat d'une erreur d'observation comme la prétendue immunité des indigènes algériens pour la tuberculose. (*Union médicale*, 1881). Longuet a également signalé cette faible réceptivité, citant à l'appui la statistique du 2me régiment de tirailleurs indigènes à Mostaganem dans lequel le cadre français a fourni soixante fois plus de fièvre typhoïde que l'élément indigène (*Semaine médicale*, 1892). Le docteur Chevassus, médecin en chef de l'hôpital militaire de Blida où le 1er régiment de tirailleurs indigènes est en garnison, m'a communiqué les chiffres des fièvres typhoïdes dans le cadre français et le cadre indigène de ce régiment, et leur différence très grande est dans le même sens : ils ont été publiés dans la thèse inaugurale d'un de mes élèves, M. Jullien (*Hygiène de la ville d'Alger*, thèse de Bordeaux, 1892).

Les observations faites dans les hôpitaux civils ont confirmé celles des médecins militaires, et dès 1890, mon collègue à l'hôpital de Mustapha, M. le docteur Cochez. publiait un article sur ce sujet dans le *Bulletin Médical de l'Algérie*.

Dans le but de contrôler l'exactitude du fait, sur une plus vaste échelle, et sur ma demande, un de mes élèves, M. Lévy-Bram, a eu l'obligeance de relever les cas de fièvre typhoïde soignés dans trois des services d'hommes de l'hôpital civil d'Alger-Mustapha depuis 1885 chez les Européens et les Musulmans, et il est arrivé aux résultats consignés dans le tableau suivant :

HOPITAL CIVIL DE MUSTAPHA

(SERVICES DE MM. LES DOCTEURS GROS, BATTAREL ET SÉZARY)

	ENTRÉES	
	EN GÉNÉRAL	POUR FIÈVRE TYPHOÏDE
Européens	8425	145
Musulmans.	1497	2

Soit chez les Européens dix-sept fièvres typhoïdes pour 1.000 entrées, et chez les Musulmans 1,3 pour 1.000. Ainsi, de par cette statistique établie dans l'hôpital civil le plus important de l'Algérie, on voit, que chez les indigènes en général, la fièvre typhoïde sévit aussi rarement que dans les éléments jeunes et choisis qui constituent le cadre militaire indigène.

Il n'est donc plus permis de croire que la rareté de la fièvre typhoïde chez les Musulmans n'est qu'apparente et tient à une observation insuffisante. Ce n'était qu'une hypothèse aujourd'hui démentie par les faits.

Le contraire est arrivé pour la tuberculose et c'est surtout dans les hôpitaux que nous avons pu voir que les Musulmans sont décimés par cette maladie. Mais pour la fièvre typhoïde il n'en est pas de même, et médecins civils, médecins militaires, signalent unanimement cette immunité relative.

Il est difficile d'admettre que l'hygiène des Musulmans soit pour quelque chose dans cette rareté de la fièvre typhoïde chez eux. Les portefaix indigènes des villes qui s'entassent la nuit pour dormir dans les cafés maures, les Arabes et les Kabyles des tribus qui vivent sous la tente et la maisonnette dans une promiscuité et une saleté si propices au développement du typhus exanthématique, endémique chez eux, devraient offrir une proie facile à une maladie que l'on a pu désigner du nom significatif de maladie de malpropreté domestique. Leur alimentation est plus végétale, il est vrai que celle des groupes européens similaires ; mais nos paysans de France qui font de la viande le faible usage que l'on sait, sont victimes des épidémies les plus graves de la fièvre typhoïde, quand elle pénètre dans leurs villages.

Dans nos villes, au régiment ils boivent aux mêmes fontaines, la même eau alimentaire que les Européens, et l'infériorité serait à ce point de vue, plutôt de leur côté, étant donné à Alger, par exemple, le nombre de maisons mauresques où l'on se sert d'eau de puits anciens placés côte à côte de fosses d'aisances non étanches.

Ainsi donc, et c'est la conclusion de cette note, les Musulmans indigènes sont doués, vis-à-vis de la fièvre typhoïde, d'une immunité héréditaire, comparable à celle des noirs vis-à-vis de la fièvre jaune, et dans le domaine de la pathologie comparée à celle des moutons algériens vis-à-vis du charbon bactéridien, sans que rien dans leurs conditions hygiéniques puisse expliquer cette immunité relative.

M. le Dr ROLAND

Ancien interne des hôpitaux de Paris, Professeur suppléant de clinique médicale, à Besançon.

LES PAROTIDITES DE L'INFLUENZA

— Séance du 9 août 1893 —

Je viens soumettre à votre appréciation de très courtes notes relatives aux parotidites de l'influenza.

Chargé du service médical à l'hôpital Saint-Jacques de Besançon, j'ai

eu à traiter, au cours de la dernière épidémie et principalement en janvier et février 1893, de très nombreux cas de grippe. Une centaine de malades environ ont passé successivement dans le service en l'espace de trois mois. Il s'agissait de cas tous assez graves pour nécessiter l'hospitalisation, car les cas légers n'étaient point admis. Parmi ces malades, trente-huit ont eu des pneumonies à divers degrés; beaucoup d'autres, des complications nombreuses et variées au nombre desquelles j'ai remarqué les parotidites.

Je ne ferai point la bibliographie de la question, elle est peu importante.

Les parotidites peuvent se rencontrer dans tous les états infectieux quels qu'ils soient, c'est là une notion très élémentaire de pathologie. L'influenza étant une maladie infectieuse au premier chef, quoi de plus naturel que de rencontrer les parotidites au nombre de ses complications.

Mon ancien collègue Fernand Widal qui a rédigé l'article INFLUENZA dans le récent *Traité de Médecine* publié sous la direction de MM. Charcot et Bouchard, ne signale qu'accidentellement la parotidite dans l'influenza. Permettez-moi une très courte citation :

« G. Lemoine (*Revue de Médecine*, 1890) a rapporté quatre observations » d'érysipèle survenue pendant la convalescence de la grippe et précédé, » chez trois malades, d'un gonflement de la région parotidienne... »

Fernand Widal signale encore, d'après Hugenschmitt, les lésions buccales et dentaires, les stomatites, les gingivites, les périostites alvéolo-dentaires, suppurées, accidents qui tous révèlent un état septique de la bouche et me semblent devoir être rapprochés des parotidites, car c'est vraisemblablement par la bouche que se fait l'infection parotidienne.

Je rappellerai aussi que l'infection de la bouche et des liquides salivaires est presque la règle dans les pneumonies et que, d'ailleurs; la parotidite se rencontre quelquefois dans la pneumonie. Voici ce que dit à ce sujet M. Lépine dans l'article PNEUMONIE du *Dictionnaire* de Jaccoud :

« Cette complication est fort rare ; sans être spéciale à la pneumonie » du vieillard, elle se rencontre surtout après soixante ans, presque jamais » la parotidite n'est double, son évolution est fort rapide : sa terminai- » son est la suppuration. C'est une complication des plus graves, entraî- » nant souvent la mort. »

Je fais cette citation parce que, dans quelques-unes de mes observations, il y avait ou il y avait eu des pneumonies.

— Les manifestations de la grippe sur la glande parotide m'ont paru revêtir deux formes :

1° La parotidite congestive et purement fluxionnaire du début.

2° La parotidite suppurée du décours de la maladie.

J'ai recueilli cinq observations de la première catégorie et deux de la seconde. Je citerai seulement très succinctement quelques-unes de ces observations.

1° Parotidites congestives. — Il s'agit d'un accident de peu d'importance survenant à la période initiale de la maladie, qui débute avec la fièvre d'invasion et disparaît en quelques jours. Elle a par le fait quelque analogie avec les oreillons, car, en somme, une grippe légère avec symptômes généraux peu marqués, accompagnée d'un gonflement parotidien représente assez bien l'allure clinique d'un cas d'oreillons de moyenne intensité.

Il m'a été donné d'observer ces parotidites dans les deux épidémies de 1890 et de 1893, et toutes mes observations ont été recueillies dans le service de clinique dont j'étais chargé.

Sur cinq malades chez lesquels j'ai rencontré de la fluxion parotidienne, deux étaient atteints de pneumonie, les trois autres n'avaient qu'une violente atteinte d'influenza. Je me contenterai de citer sommairement deux observations de ce genre.

Observation I. — Le nommé H..., horloger, âgé de quarante-huit ans, entre à l'hôpital le 21 février 1893, salle Saint-Denis n°12, pour une pneumonie grippale de la base droite. Atteint d'influenza le 14 février, il se soigne mal; le 20, il prend un frisson et un point de côté; le 22, à ma visite, je constate en effet tous les signes locaux d'une pneumonie avec état général mauvais. La température est à 40°,5. Le pouls à 130; la respiration fréquente; il y a du délire. — Laissant de côté tous ces symptômes, ce qui me frappe le plus, c'est un énorme gonflement des parotides. Le côté droit est surtout développé; la tuméfaction est molle, pâteuse et légèrement douloureuse. En somme, ce sont là les signes d'une congestion parotidienne que je vis disparaître en huit jours environ, en même temps que s'opérait la résolution de la pneumonie.

Observation II. — Voici une deuxième observation se rapportant à un malade qui n'avait pas de pneumonie.

Le nommé L..., manœuvre, âgé de quarante-deux ans, entre à l'hôpital le 15 janvier 1890. On est en pleine épidémie d'influenza, et ce malade en présente tous les symptômes, savoir: fièvre, courbature extrême; céphalalgie sus-orbitaire intense; douleur, du globe de l'œil, etc., etc. En plus, je note un gonflement parotidien très marqué, mais peu douloureux à la pression. Tout se résout en moins de huit jours.

J'ai encore trois autres observations identiques à celles-ci que je ne cite que pour mémoire.

2° Parotidites suppurées. — J'ai rencontré la parotidite suppurée deux fois à la suite de l'influenza.

Observation III. — Le nommé D... âgé de soixante ans, entre à l'hôpital le 31 mars 1893, salle Saint-Denis, n° 34. Frappé par l'épidémie grippale régnante, il ne se soigne point, et fait une pneumonie droite. Le 7 avril, la pneumonie

est en résolution, mais on voit apparaître vers la région parotidienne gauche un gonflement qui s'accroît rapidement provoquant de l'œdème tout au pourtour. Le troisième jour, la tuméfaction mesure douze centimètres et la température, qui était tombée à la normale au moment de la défervescence de la pneumonie, remonte à 39°,05. Le quatrième jour la rougeur apparaît avec les signes d'une suppuration phlegmoneuse. La parotide droite se prend à son tour et évolue de même, en retard de trois ou quatre jours sur celle du côté gauche. J'incise largement le côté gauche, puis, quatre jours après, le côté droit. La résolution se fait en huit jours. La fièvre tombe pendant qu'un nouveau symptôme se manifeste, c'est un érythème scarlatiniforme qui envahit le cou et le tronc. Le malade se rétablit lentement, présentant de la gingivite et tous les accidents inflammatoires de la bouche décrits par Hugenschmitt et auxquels je faisais allusion tout à l'heure. Je suis persuadé que c'est le mauvais état de cette bouche essentiellement septique qui est la cause du développement de cette parotidite suppurée. La suppuration est due à l'infection par le streptocoque, dont la grippe favorise singulièrement le développement.

L'érythème que j'ai observé doit être rapproché des érysipèles signalés par M. G. Lemoine, de Lille, et doit être considéré plutôt comme un érythème infectieux que comme un érysipèle.

Conclusions. — En résumé, et comme conclusion, je dirai : On peut rencontrer dans l'influenza des fluxions parotidiennes et des parotidites suppurées. Ces accidents s'observent surtout chez des sujets atteints de pneumonie et ayant la bouche et les liquides salivaires particulièrement septiques.

M. le Dr Félix REGNAULT

A Paris.

UNE OBSERVATION DE TREMBLEMENT HÉRÉDITAIRE

— Séance du 9 août 1893 —

Le sujet W... tremble depuis son enfance. Il a eu la rougeole tout jeune et la coqueluche à l'âge d'un mois.

Une fièvre muqueuse qu'il a subie dans ses premières années n'a eu aucune influence sur le tremblement. Le tremblement était limité aux membres supérieurs; il était constant et s'exagérait par l'émotion et la fatigue; il nie avoir tremblé de la tête ou de la langue. Le tremblement a diminué avec l'âge d'une façon continue; de sorte que le sujet, qui a

actuellement vingt-deux ans, regrette de n'avoir pas embrassé la carrière médicale : il en a été empêché par son tremblement et aujourd'hui il pourrait facilement la suivre.

C'est depuis deux ans que le sujet se sent amélioré d'une façon extraordinaire. Il dessinait très mal étant jeune, depuis deux ans son goût et sa force en dessin ont beaucoup augmenté. Il attribue ce fait à ce que depuis cette époque il ne prend plus ni alcool ni café.

FIG. 1. — Bras droit étendu en avant.

Mais il faut avouer qu'ayant justement été reçu à Polytechnique à cette date, il se surmène beaucoup moins le cerveau, fait plus d'exercices physiques et, enfin, point important, entretient sa virilité sans néanmoins en abuser.

Actuellement il ne tremble plus au repos.

Mais, dans les fortes émotions, le tremblement revient aussi fort que dans son enfance.

L'émotion provoque aussi des sueurs palmaires et une sensation de rougeur et de chaleur, puis de pâleur au visage.

Il tremble plus le soir que dans la journée : la fatigue cérébrale seule exagère le tremblement, non la corporelle.

Le sujet ne paraît pas hystérique, ses réflexes sont conservés ; il n'a jamais d'attaque ni symptômes pouvant la faire supposer, mais il est éminemment neurasthénique.

A un caractère très irrégulier : tantôt d'une extrême gaieté, d'autres fois



FIG. 2. — Bras droit étendu seul latéralement pris à partir de A, deux bras étendus.

il devient sombre et mélancolique. Il a observé que ce dernier état survenait suraigu par une continence prolongée.

Avant et pendant le coït, il est sujet à des tremblements très intenses. Ce phénomène s'observe chez les personnes très nerveuses. Chez lui, ces tremblements ont aujourd'hui diminué.

Il a la tête très sensible : le moindre choc provoque chez lui de fortes douleurs et une migraine de plusieurs jours.

Le tremblement actuel étudié au sphygmographe montre :

Le bras étendu donne un tremblement petit, fréquent, inégal.

Il tremble moins quand il est étendu sur le côté que lorsqu'il est étendu en avant, dans l'attitude du serment.

Il tremble plus quand les deux bras sont tendus ensemble.

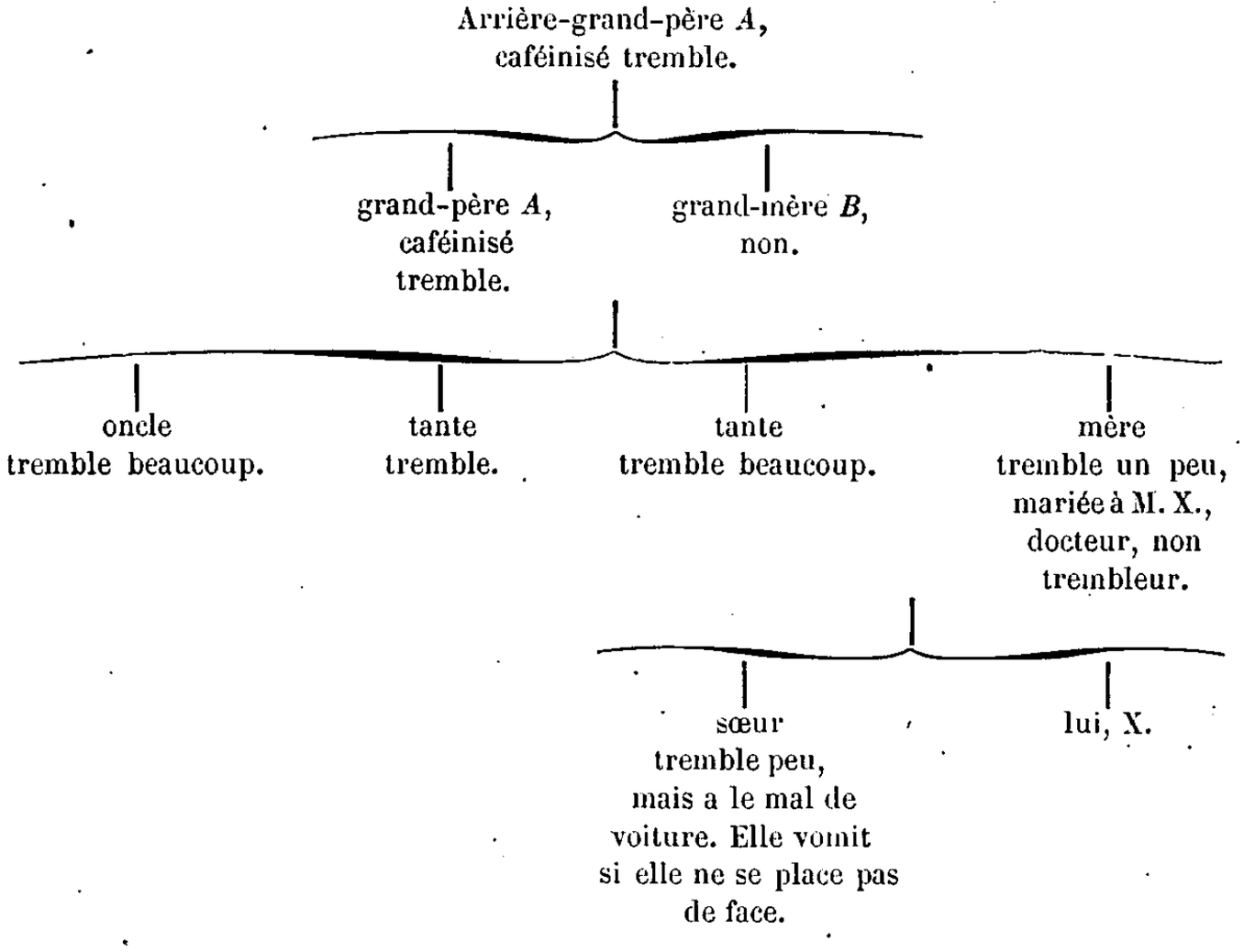
Il tremble plus quand il est étendu fortement que quand il l'est mollement.

Un bras étendu tremble plus, quand il y a effort du bras opposé.

Ces faits d'exagération existent d'ailleurs dans la plupart des tremblements comme nous avons pu le vérifier avec notre ami Azoulay.

Le tremblement s'exagère surtout quand le sujet fait effort de l'autre bras ou le tend, mais l'exagération persiste, bien que diminuée, si on continue l'effort ou si on maintient les deux bras tendus.

Le tableau familial offre un grand intérêt.



Cette observation est rendue intéressante par l'intelligence du sujet dont les réponses sont nettes et précises. Nous relevons les points suivants :

1° Les premiers trembleurs de la famille, grand-père et arrière-grand-père, abusèrent du café et en prenaient jusqu'à dix tasses par jour. Ils rapportent à cet abus l'origine du tremblement.

2° Chez le sujet, le tremblement a diminué, grâce peut-être à une meilleure hygiène.

Le fait inverse s'est passé dans les cas cités par MM. Charcot et Debove.

M. le Dr E. TISON

A Paris.

TRAITEMENT DE L'ÉRYSIPÈLE DE LA FACE PAR L'AZOTATE D'ACONITINE CRISTALLISÉE

— Séance du 9 août 1893 —

En 1888, j'ai fait connaître à la Société de Médecine pratique, et en 1889, à l'Association française (Congrès de Paris), comment j'avais été amené, par la lecture du mémoire de MM. Laborde et Duquesnel *(Des aconits et de l'aconitine)*, à employer l'azotate d'aconitine cristallisée dans le traitement de l'érysipèle de la face. En 1890, mon interne, le docteur F. Bourbon, soutenait sa thèse inaugurale sur le même sujet (in-8°, G. Masson, éditeur) et donnait le résultat de vingt-cinq observations, dont plusieurs détaillées, avec courbes de température à l'appui. Depuis, j'ai continué le même traitement dans tous les cas (une cinquantaine au moins) d'érysipèle, et chaque fois j'ai obtenu les mêmes résultats satisfaisants : diminution de la durée de la maladie et de la douleur, absence pour ainsi dire de complications. Une fois, j'ai vu succéder à l'érysipèle de la face une arthrite du genou, qui a cédé assez facilement, et dernièrement, une jeune fille, guérie d'un érysipèle de la face, revenait quinze jours après avec un petit abcès de la tempe.

Il est étonnant que, dans les dernières discussions qui ont eu lieu à la Société médicale des hôpitaux et dans les journaux de médecine, sur la thérapeutique de l'érysipèle, personne n'ait rappelé mon traitement, qui, cependant, donne des résultats sérieux et constants. On m'a quelquefois objecté la bénignité de l'érysipèle, qui, très souvent, dit-on, guérit seul, sans aucun médicament. Or, dans le numéro du 19 mai 1892, du *Bulletin hebdomadaire de statistique municipale*, on lit : « L'érysipèle de la face et du cuir chevelu a causé cette semaine seize décès, dont douze ont eu lieu dans les hôpitaux. » Parmi ceux qui ont discuté le traitement de l'érysipèle, plusieurs accusent des cas de mort.

En second lieu, on est disposé à rejeter mon traitement à cause de l'activité extraordinaire de l'azotate d'aconitine cristallisée. Cette objection n'a plus de valeur, grâce à M. A. Petit, qui fait ses dissolutions d'alcaloïdes dans un mélange d'eau distillée, de glycérine et d'alcool ayant

exactement la densité de l'eau distillée, de telle sorte que 1 gramme, 1 centimètre cube ou 50 gouttes contiennent 1 milligramme d'alcaloïde. Voilà donc un médicament qu'on peut employer à 1/50e de milligramme, c'est-à-dire avec la plus grande facilité et sans aucun inconvénient, si on songe que 2 à 4 milligrammes suffisent à guérir un érysipèle.

Voici comment je procède. Au début, suivant l'état gastrique, je prescris un vomitif ou un purgatif, et j'ordonne aussitôt 1 milligramme d'azotate d'aconitine cristallisée dans une potion à prendre dans les vingt-quatre heures. En même temps, je fais fairè sur les parties enflammées des applications horizontales d'éther saturé de camphre, qui donnent beaucoup de soulagement aux malades.

En terminant, je tiens à protester contre l'attribution de ce traitement à MM. Laborde et Duquesnel. Ces messieurs n'ont fait qu'établir les propriétés physiologiques de l'aconitine, et c'est moi le premier qui ai eu l'idée de l'appliquer au traitement de l'érysipèle. Je proteste contre la phrase inexacte du *Traité de Médecine* (II, 235). « Nous citerons l'administration de l'aconitine cristallisée, préconisée par Laborde et Duquesnel et réalisée par Tison qui l'a donnée à la dose de 1/4 de milligramme toutes les six heures ou 1/10e de milligramme toutes les deux heures, de façon à ne pas dépasser un milligramme en vingt-quatre heures ; ce médicament, d'après ces auteurs, abrège la durée de la maladie et atténue considérablement la douleur. » Je protestè aussi contre la suivante de P. Achalme (*L'Érysipèle*, p. 208) : « MM. Laborde et Duquesnel, puis M. Tison, ont préconisé l'emploi de l'aconitine cristallisée à la dose de 1 milligramme par jour, par fraction de 1/10e de milligramme. Ce traitement, d'après eux, calmerait considérablement la douleur et diminuerait sensiblement la durée de la maladie. Néanmoins, l'administration de ce médicament, toujours difficile à manier, ne nous semble pas exempte de danger au cours d'une maladie où les fonctions rénales sont souvent atteintes, ce qui peut faire redouter des phénomènes d'accumulation. Aussi ne devra-t-on l'employer dans l'érysipèle qu'avec la plus grande circonspection. »

On voit maintenant ce qu'il faut penser de ces critiques. Jamais, de ces cinquante cas, au moins, je n'ai vu l'aconitine s'accumuler ni donner lieu au moindre phénomène d'intoxication.

Au point de vue microbiologique, j'ajouterai qu'à ma demande, M. Chantemesse a bien voulu essayer l'action du médicament sur le streptocoque de l'érysipèle. Un fil plongé dans une culture et laissé une minute dans la solution d'azotate d'aconitine, puis lavé avec le liquide dissolvant, ne donne qu'une culture imparfaite et difficile à reproduire. Après deux minutes de séjour, le streptocoque ne se développe plus.

M. le Dr DUCAMP

Agrégé à la Faculté de Médecine de Montpellier.

MALADIE INFECTIEUSE SPONTANÉE DU LAPIN AVEC NÉVRITES PÉRIPHÉRIQUES

— Séance du 10 août 1893 —

J'ai eu l'occasion d'observer sur des lapins âgés d'un à deux mois, que je faisais élever pour servir à l'expérimentation, une maladie qui se propageait parmi ces animaux à la façon des maladies contagieuses et épidémiques.

La maladie n'atteint d'abord qu'un petit nombre des animaux placés dans la même cage et se propage ensuite au bout de quelques jours à tous les autres animaux.

Au point de vue symptomatique, la maladie se présente de la façon suivante :

L'animal est d'abord abattu, se met en boule, a les poils hérissés et est atteint d'une abondante diarrhée; puis l'abdomen prend un volume considérable et on constate la présence d'une certaine quantité de liquide dans le péritoine.

Au bout de plusieurs jours, des troubles paralytiques avec atrophie apparaissent dans les membres antérieurs, les muscles fléchisseurs sont paralysés et, par l'effet des muscles antagonistes, la portion terminale de la patte antérieure est en extension sur le radius et le cubitus, elle est fortement déjetée en dehors, l'animal appuie les deux membres antérieurs sur le sol jusqu'à l'articulation du coude. Au repos et pendant la marche qui s'effectue lentement et péniblement, la mâchoire inférieure et le thorax frottent contre le sol. A cette période la maladie peut rester une semaine ou deux, puis elle peut rétrocéder, l'animal reprend bon aspect, l'ascite disparaît, mais il persiste un certain degré de paralysie.

Dans d'autres cas, la maladie va s'aggravant, la paralysie progresse, le radius et le cubitus sont portés en extension sur l'humérus, les deux membres antérieurs sont fortement déjetés en dehors et le lapin présente la position désignée sous le nom de lapin en croix; pour se déplacer, il se sert de ses membres antérieurs comme de deux rames.

La maladie arrivée à cette période ne guérit pas, la paralysie s'étend

aux divers groupes musculaires, aux membres postérieurs au diaphragme et la mort survient avec quelques phénomènes convulsifs.

A l'autopsie on trouve dans le péritoine une quantité variable d'un liquide parfaitement limpide, se coagulant assez rapidement, et dans le foie de petites granulations. On trouve aussi du liquide dans le péricarde.

L'examen histologique du système nerveux permet de constater l'intégrité de la moelle; les nerfs dissociés après action de l'acide osmique ont leur myéline fortement granuleuse et en certains points complètement fragmentée en boules.

Les recherches bactériologiques ont permis de montrer dans le liquide péritonéal et dans le foie la présence d'un microorganisme.

Ce microorganisme se présente sous la forme d'un diplocoque. Chacun des éléments arrondis mesurant $0^{mm},001$ environ, le microorganisme est doué d'une faible mobilité, il se colore très facilement, et prend le gram.

Il pousse dans le bouillon de bœuf en le troublant, et en donnant un dépôt assez abondant; il ne forme pas de voile.

Sur la gélatine il donne de petites colonies rondes, blanches, ne liquéfiant la gélatine que tardivement et lentement.

Il pousse bien sur les divers milieux ; semé sur gélose par strie, il donne une belle culture blanche, opaque, luisante, sèche, dentelée sur les bords.

Il croit aussi sur la gélose glycérinée, dans le lait qu'il coagule, dans le sérum.

Il donne sur la pomme de terre une culture blanche, à peine visible. Ne croît pas dans l'humeur aqueuse. Ce diplocoque se développe bien en présence de l'air; il pousse aussi, mais moins bien, au fond d'un tube de gélose recouvert de gélatine.

Il croît très bien à 37 degrés; pousse aussi à 22 degrés, est tué par une température de 75 degrés, pendant dix minutes.

Ce microbe en culture est nettement pathogène pour le lapin. Il amène la mort de l'animal soit qu'on l'injecte dans les veines, le péritoine, le tissu cellulaire sous-cutané, soit qu'on le fasse pénétrer par les voies digestives.

L'animal inoculé meurt en quelques heures ou peu de jours, avec ascite abondante, liquide dans le péricarde, congestion du foie et de la rate. On retrouve alors le microbe dans les divers organes et dans le sang.

On ne constate pas de lésion locale quand on injecte la culture dans le tissu cellulaire.

Dans seul un cas, la maladie a pu durer assez longtemps pour qu'on pût observer les phénomènes paralytiques, mais ils ont apparu aux membres postérieurs seulement, avec altération des nerfs; on avait injecté la culture dans le système veineux.

Cette maladie est différente par ses symptômes et par son agent causal

de celles décrites chez le lapin par Lucet à deux reprises, par Thoinot et Marselin, par Schmorl.

Il s'agit, en résumé, d'une épizootie, sévissant chez le lapin, et causée par un diplocoque ayant pénétré très vraisemblablement par les voies digestives, puisque l'expérimentation a montré que cet agent introduit par cette voie était pathogène.

Les lésions des nerfs périphériques avec intégrité de la moelle font partie du tableau symptomatique habituel de la maladie, et ne doivent pas être regardées, dans ces cas, comme des complications accidentelles.

M. le Dr V. HANOT

Agrégé à la Faculté de Médecine, Médecin de l'hôpital Saint-Antoine, à Paris.

MODIFICATIONS DE L'APPÉTIT DANS LE CANCER DE L'ESTOMAC ET DU FOIE

— Séance du 10 août 1893 —

L'anorexie, absolue et permanente, est la règle dans le cancer de l'estomac et du foie. C'est une manifestation de la première heure qui précède souvent les autres indices et garde pendant toute l'évolution morbide la première place dans le cortège symptomatique. Élément précoce et solide du diagnostic, expression la plus constante et la plus pénible du mal, elle donne encore la mesure des prévisions du pronostic et de l'intervention du traitement. Et cependant cette règle, si inflexible qu'elle semble, n'est pas sans exception.

Trop souvent l'examen clinique se limite à la recherche du signe pathognomonique qui peut donner, il est vrai, au premier coup d'œil la solution entière du problème ; mais un tel signe n'est partie prenante que dans un très petit nombre de maladies et manque parfois là où on l'observe le plus habituellement ou ne s'y montre que d'une façon plus ou moins fugace et irrégulière. Que de fois n'ai-je pas vu, dans mon service d'hôpital, les élèves se contenter de rechercher sur un malade les taches rosées lenticulaires pour établir le diagnostic de fièvre typhoïde et ne pas s'arrêter à ce diagnostic s'ils ne trouvaient pas les taches, alors que tous les autres symptomes étaient présents.

Un syndrome seul peut être vraiment pathognomonique.

L'anorexie n'est pas non plus une indication définitive dans le cancer de l'estomac et du foie. Elle peut y faire défaut, y être même remplacée par des manifestations totalement différentes. Elle peut enfin s'observer au même degré dans d'autres affections.

Quelques exemples ne seront peut-être pas sans intérêt. Il y a quelques années, le beau-père d'un de mes amis, homme de soixante-douze ans, jusque-là d'une bonne santé et d'une vie ordinairement frugale, était venu passer l'été chez ses enfants à la campagne. On fut bientôt surpris de son appétit démesuré. Il mangeait avidement, et, le repas fini, il commençait à se plaindre de sa *fringale*, comme il disait, et se serait remis volontiers à table. Il en fut ainsi pendant deux mois environ. Les *fringales* devinrent de véritables douleurs stomacales; l'appétit insolite diminua graduellement et l'amaigrissement survint. On ne manqua pas d'attribuer ces malaises à l'abus de l'alimentation. Un médecin appelé soupçonna le diabète, analysa les urines, n'y trouva pas de sucre et ne voulut pas se prononcer sur la nature des troubles gastriques. Le malade revint à Paris. L'examen chimique du suc gastrique par le procédé de Gunsburg donna très accusée la réaction de l'acide chlorhydrique.

Il y avait au creux épigastrique, vers le milieu de la grande courbure, une tumeur nettement appréciable. L'épithéliome évolua rapidement et le malade mourut deux mois après à la suite d'une série d'hématémèses abondantes. La boulimie avait donc été le premier signe clinique de ce cancer de l'estomac.

Cette boulimie précoce, qui doit être considérée comme une conséquence de l'irritation de la muqueuse stomacale par la néoplasie commençante, était en réalité un phénomène morbide et, somme toute, une variété de douleur gastrique.

Mais le malade l'exprimait comme une exaltation de l'appétit et telle était aussi l'interprétation unanime de l'entourage. D'ailleurs, j'ajoute que pendant quelque temps, malgré l'énorme ingestion d'aliments, la digestion semblait se faire régulièrement. Une analyse délicate aurait pu seule dépister une boulimie sous cette prétendue augmentation d'appétit.

En 1890, je reçus dans mon service un homme de cinquante-deux ans, atteint d'un cancer de l'estomac. On constatait au creux épigastrique, au niveau du grand cul-de-sac, une tumeur du volume d'un œuf de poule. Le malade avait maigri, perdu ses forces. Quand je lui demandai s'il avait conservé l'appétit, il me répondit affirmativement.

Il n'est pas rare que les malades atteints de cancer de l'estomac déclarent que leur appétit est resté intact. En dehors de la *boulimie* dont je viens de parler, on peut observer chez eux un *faux appétit*, *l'illusion de l'appétit*.

Tantôt, c'est le résultat d'une véritable auto-suggestion du malheureux qui veut lutter contre l'inappétence, l'inanition dont il sent tout le danger; tantôt c'est la persistance dans le centre nerveux d'une sensation habituelle même après la disparition de la portion initiale et périphérique, si je puis dire ainsi, du phénomène. C'est quelque chose d'analogue à la douleur du pied encore perçue par l'amputé de jambe. Mais, en réalité, l'appétit vrai n'existe plus.

Chez le malade dont il est question maintenant, l'appétit était demeuré normal, ni exalté, ni diminué. Pour me rendre un compte exact de la situation, je prescrivis à plusieurs reprises le deuxième et le troisième degré du régime hospitalier. Le malade mangeait avec plaisir, disait-il, ce qui lui était donné et semblait le digérer sans peine. Toutefois, comme je crus devoir le nourrir surtout de lait, il déclara qu'il ne pouvait s'en contenter et préféra quitter le service.

Il revint trois mois plus tard, en pleine cachexie, en pleine anorexie, cette fois, et mourut bientôt. A l'autopsie on trouva une tumeur épithéliomateuse de consistance encore assez ferme, non ulcérée, occupant la muqueuse du grand cul-de-sac sur une étendue de 5 à 6 centimètres carrés environ.

Dernièrement, j'observai un cas analogue dans mon service. Il s'agissait d'un homme de soixante-quatre ans qui présentait depuis plusieurs mois tous les symptômes caractéristiques du cancer de l'estomac, sauf l'anorexie. On notait entre autres signes une tumeur vers la région pylorique. Le malade affirma que depuis le début de sa maladie, manifestée surtout par la perte des forces et l'amaigrissement, il avait continué à manger comme d'habitude et il fut impossible de le soumettre au régime lacté intégral. Il quitta bientôt l'hôpital.

Cette conservation de l'appétit peut s'expliquer par le siège de la tumeur dans les régions de la muqueuse où les glandes peptiques font défaut, et si ces dernières, bien que non directement impliquées dans le processus, n'en sont pas moins dégénérées sous une autre forme anatomo-pathologique : atrophie, dégénérescence granuleuse.

Il est possible encore que la tumeur développée dans les régions des glandes peptiques n'ait détruit qu'une partie de ces glandes, que les autres continuent à fonctionner et que même à une certaine période la sécrétion glandulaire soit exagérée par la lésion de voisinage. D'où peut-être la boulimie que j'ai signalée.

D'ordinaire, l'évolution se fait tout différemment.

Quelle que soit la région de la muqueuse lésée, quelle que soit l'étendue de l'altération, tous les éléments glandulaires ne tardent pas à dégénérer. Autour de la néoplasie, les glandes, avant d'être transformées spécifiquement, ont déjà perdu leur constitution et leurs propriétés normales.

Il y a autour de l'épithéliome quelque chose d'identique à la *zone dangereuse* des chirurgiens et au processus d'envahissement que M. Gilbert et moi avons étudié dans le cancer du foie. Au fur et à mesure que la tumeur augmente, cette zone s'étend de plus en plus et porte la destruction beaucoup plus loin qu'on ne le supposerait au seul examen des lésions macroscopiques. C'est justement pourquoi parfois des épithéliomes très limités produisent des troubles gastriques considérables. C'est là aussi une des causes de l'anorexie ordinairement si précoce, si profonde, si constante dans le cancer de l'estomac.

Mais un autre facteur, très puissant, intervient dans la genèse des modifications de l'appétit.

L'appétit est sur les confins des phénomènes somatiques et évolue presque en entier dans le domaine des activités purement nerveuses. L'influence psychique y a une large part, et c'est plutôt un sentiment qu'une sensation. Les strictes lois physiologo-pathologiques ne sauraient lui être appliquées, et il faut s'attendre à y trouver tout ce qu'une modalité nerveuse peut offrir d'irrationnel et d'inattendu.

L'anorexie hystérique, si merveilleusement décrite par mon vénéré maître Lasègue, est le type des bizarreries, des fantaisies de l'appétit.

D'ailleurs, il n'est pas toujours facile de mesurer exactement ce qui revient à la spontanéité nerveuse.

Pendant la dernière épidémie de grippe, une jeune femme atteinte de la maladie, fut prise d'ictère grave et mourut cinq jours après. Jusqu'à la veille de sa mort, elle criait littéralement famine et prenait en assez grande quantité du bouillon et du lait. Au dire des personnes qui venaient la voir à l'hôpital, elle n'avait jamais présenté de symptômes d'hystérie, de grande hystérie du moins. Peut-être était-elle vraiment hystérique. Elle faisait abus de liqueurs alcooliques. Quel rôle jouait ici l'alcoolisme? Délirait-elle? Elle n'était certainement pas dans la calme et entière plénitude de son intelligence, mais elle ne délirait pas, à proprement parler. A l'autopsie, on trouva la muqueuse stomacale imprégnée de bile, comme tous les autres organes. Était-ce la cause de cet appétit exalté qu'on observe, d'ailleurs, assez souvent lorsqu'on peut supposer l'existence de cette imprégnation ou la régurgitation de la bile dans la cavité stomacale? La cirrhose hypertrophique avec ictère chronique compte la boulimie parmi ses expressions symptomatiques.

Somme toute, dans le cas dont je viens de parler, la pathogénie du phénomène est restée obscure. Je ferai remarquer que les trois autres malades étaient des hommes, que je n'ai pas constaté chez eux de stigmates nerveux nettement accusés. J'ajouterai, d'autre part, qu'ils ne vomissaient pas.

Le vomissement dans le cancer de l'estomac n'est pas non plus uni-

quement subordonné aux conditions matérielles. Les cancéreux de l'estomac, à lésion égale, si l'on peut dire ainsi, ne vomissent pas tous autant et de la même façon. Le vomissement par lésion organique peut être lui-même modifié par l'hystérie.

D'une façon générale, ces mêmes remarques s'appliquent au cancer du foie où cependant l'anorexie présente moins d'exceptions, où elle est plus absolue, surtout à l'égard de la viande et des graisses. Ce dégoût des aliments à la digestion desquels le foie normal concourt si amplement est une bien saisissante manifestation de l'instinct, qui reste ici, d'ailleurs, sans effet utile.

L'anorexie est plus formelle dans le cancer du foie parce que cet organe joue un rôle moins actif dans la mise en train de l'appétit, dont un des principaux facteurs est l'excitation de la muqueuse stomacale par la sécrétion acide.

Or, justement dans le cancer de l'estomac, cette excitation, très exceptionnellement il est vrai, peut être exagérée par le processus anatomique lui-même. D'autre part, dans le cancer hépatique, la destructien si rapide de l'organe entraîne un arrêt presque subit du mouvement de la nutrition et d'un de ses principaux rouages, l'appétit.

Une seule fois j'ai noté passagèrement une exagération de l'appétit. Il s'agissait d'un cancer du foie avec ictère résultant de la compression du canal cholédoque par des ganglions dégénérés et hypertrophiés.

Dans mes quinze dernières observations de cancer hépatique primitif, je n'ai trouvé que deux fois la persistance d'un certain degré d'appétit.

En résumé, l'anorexie dans le cancer de l'estomac et du foie peut faire défaut. Elle est remplacée très rarement par la boulimie, moins rarement par la conservation de l'appétit vrai, moins rarement encore par un faux appétit.

Il ne faut donc pas tabler, en matière de diagnostic différentiel, sur l'appétit, sur un signe qui peut revêtir les deux modalités paradoxales et diamétralement opposées de l'anorexie hystérique et de la boulimie cancéreuse.

M. le Dr RICARDO JORGE

Professeur à l'École de Médecine de Porto, Membre de l'Académie des Sciences de Lisbonne.

NOUVELLE MÉTHODE DE CLASSIFICATION DES EAUX MINÉRALES

— Séance du 10 août 1893 —

L'hydrologie ne possède pas encore une classification rigoureuse et courante des eaux minérales. Chaque auteur prône son système dans lequel l'arbitraire de la distribution perce toujours à travers les classes échelonnées d'après des principes divers et opposés.

Une même source voit changer son nom de baptême au gré des classificateurs; et, ce qui est pis encore, de nombreuses eaux minérales restent sans place déterminée; il est même possible de les faire inscrire dans l'un ou dans l'autre groupe d'une même classification. Les preuves sont si saisissantes qu'on doit regretter que les créateurs des classifications usitées n'aient pas avoué franchement que leurs tableaux sont défectueux et provisoires, et qu'on les propose faute de mieux.

La taxonomie hydro-minérale est aussi fautive dans son principe, puisqu'elle feint les allures de la taxonomie biologique. La méthode naturelle est logiquement inapplicable à l'hydrologie; ici, il n'y a que l'individu, l'espèce n'existe pas. Déjà, en lithologie, l'emploi de la méthode naturelle est difficile; en hydrologie, il est impossible, l'eau minérale étant une *roche liquide*, composée par des espèces minérales mal connues et associées d'une façon complexe et indéfiniment variable.

Dépourvue de sanction pratique et de concept philosophique, l'hydrotaxie classique doit être abandonnée; il n'y a pas de classification linéaire valable avec son cortège de genres et de familles. Mais comment satisfaire le besoin si impérieux d'un groupement quelconque? Le seul moyen de résoudre le problème, c'est la substitution aux systèmes en vogue d'une nomenclature méthodique, définissant les eaux médicinales, par des séries ou catégories de minéralisations, déduites de l'analyse comparée, — nomenclature qui englobera tous les caractères chimiques. Toute l'individualité hydro-minérale aura l'expression entière de sa crase et une formule hydrotaxique irréprochable.

La particule saline des eaux est exprimée par des chiffres variables;

le quantum de minéralisation sera le premier caractère général de différentiation.

On peut adopter trois types quantitatifs de salinité : résidus supérieurs à 4 grammes — *eaux hypersalines;* de 4 jusqu'à 2 grammes, — *eaux mésosalines;* au-dessous de 2 grammes, — *eaux hyposalines*.

Passons maintenant de la quantité à la qualité de la particule minéralisante, envisagée dans sa composition chimique.

Il y a des sels toujours présents dans toutes les eaux minérales. Ces *minéralisateurs communs* sont les *bicarbonates*, les *sulfates*, les *chlorures* de sodium, de calcium, et d'autres métaux alcalins et terreux. Ce trio de bicarbonates, sulfates et chlorures constitue le vrai *noyau hydrominéral* de toutes les eaux. Le rapport pondéral des trois sels est variable; l'un ou l'autre peut prédominer, et l'on nommera les *eaux bicarbonatées, sulfatées ou chlorurées*. Deux ou trois sels peuvent se rapprocher dans sa quote; de là des types mixtes de transition.

Le tableau suivant représente ces divers types simples ou composés :

Mixtes ou multi-acides	Bicarbonatées-sulfatées.	Bicarbonatées	Sodiques.
	» chlorurées.		Calciques.
	Sulfatées-chlorurées.		Multibasiques.
		Sulfatées	Sodiques.
			Calciques.
			Magnésiques.
			Multibasiques.
		Chlorurées	Sodiques.

Voilà un agencement naturel, qui a pour base la prédominance des *radicaux hydriques communs*. C'est un caractère taxonomique universel; l'eau a toujours comme élément fondamental de composition des carbonates, sulfates et chlorures, et la partie capitale de sa minéralisation est toujours représentée quantitativement par un, deux ou trois des sels. Toutes les eaux doivent trouver ici la première formule de leur crase hydrochimique.

Mais à ces éléments essentiels s'ajoutent généralement d'autres principes, toujours dans une proportion inférieure, mais en assurant à l'eau une haute caractéristique, soit par leur singularité, soit par leur activité thérapeutique. C'est la *minéralisation spéciale*.

Les radicaux particuliers, dont le nombre croît avec les progrès de l'analyse et de l'expérimentation hydriatique, sont le *soufre*, *l'arsenic*, *le brome*, *l'iode*, *le lithium*, *le fer*, *le manganèse*, *l'azote*, etc.

Ils confèrent aux eaux des caractères plus ou moins saillants, qui viennent se superposer à la salinification commune; néanmoins ils constituent des propriétés nouvelles de minéralisation.

Toutes les classifications sont tombées dans cette confusion, en dédai-

gnant, au prix de la présence de ces corps, les autres qualités crasiques de l'eau ou *vice versa*, et en disputant sur le droit de cité des familles ainsi engendrées.

Dans notre méthode, ces défauts et ces discussions s'éteignent ; l'eau minérale est nommée et classée d'après les trois séries crasiques suivantes :

PREMIÈRE SÉRIE *Quote saline*	DEUXIÈME SÉRIE *Minéralisation commune*	TROISIÈME SÉRIE *Minéralisation spéciale*
Hypersalines	Bicarbonatées	Sulfurées
Mésosalines	Sulfatées	Arsenicales
Hyposalines	Chlorurées	Ferrugineuses
		Bromo-iodées, etc.

De cette façon, on exprime sans la moindre omission l'eau minérale avec intégrité, en respectant toutes les qualités crasiques et les affinités hydrochimiques.

Cette nomenclature est déjà adoptée en Portugal par la plupart des médecins hydrologistes.

M. A. GURNAUD

Ancien élève de l'École forestière, à Nancray (Doubs).

L'ANCIENNE SYLVICULTURE ET LA NOUVELLE. — UNIFICATION DE L'ART FORESTIER

— Séance du 5 août 1893 —

1. — L'ancienne culture forestière admet trois modes de traitement : le taillis simple, le taillis composé ou sous futaie, et la futaie pleine. Elle établit l'aménagement sur la donnée de la révolution, qui est courte avec le taillis simple, plus longue avec le taillis composé, et s'élève à cent, cent cinquante ans et plus avec la futaie pleine.

2. — Chacun connaît les inconvénients de cette ancienne culture, et s'efforce, dans la pratique, de remédier à l'incertitude du choix à faire entre trois méthodes de traitement et aux complications de l'aménagement à longue échéance.

Depuis quarante ans, surtout, beaucoup d'essais ont été faits et les discussions qu'ils ont provoquées ont permis de dégager les principes de la sylviculture nouvelle.

3. — Partant de cette observation qu'en forêt les arbres convenablement espacés s'accroissent beaucoup et prennent de belles proportions, tandis qu'ils s'accroissent peu, se déforment et s'étiolent vite dans les peuplements à l'état serré, la sylviculture nouvelle procède par le dégagement des sujets les meilleurs. L'opération commence dès le jeune âge, se renouvelle à courte période et se borne chaque fois à un nombre d'arbres restreint, mais bien choisi comme qualité et espacement.

4. — Dans l'ancienne sylviculture, l'éclaircie a pour but de prévenir les inconvénients de l'état serré. Elle consiste à enlever les brins les plus faibles et dominés, sans interrompre le massif, afin de maintenir la lutte entre les sujets les meilleurs. Elle commence dans la futaie pleine, dès que le peuplement a assez de force pour résister aux intempéries et se renouvelle périodiquement jusqu'au terme de la révolution. Alors elle prend le nom de coupe de régénération, parce qu'elle a pour but de provoquer, à ce moment, des semis naturels d'où surgira une forêt nouvelle destinée à être traitée comme la précédente, et ainsi de suite.

L'éclaircie est abandonnée dans les taillis, où ses inconvénients ont été plus faciles à reconnaître.

Dans la futaie pleine, on s'aperçoit de plus en plus qu'elle est tardive et ne fait que prolonger une lutte épuisante.

5. — Prévenir la lutte entre les arbres d'avenir, tel est le principe de la sylviculture nouvelle. Il tend à prévaloir sur le principe opposé, qui est celui de l'ancienne sylviculture.

Entre le dégagement et l'éclaircie, la différence est complète. Pour le faire ressortir, il suffit de comparer les deux opérations sur le même groupe d'arbres. Sur ce groupe, l'éclaircie enlève l'arbre *faible* afin de maintenir la lutte entre les *forts* et le couvert complet du sol pour empêcher le réensemencement naturel avant le terme de la révolution. Le dégagement, au contraire, consiste à enlever l'arbre *intermédiaire* entre le fort et le faible, afin d'activer en même temps la croissance du fort qui sera exploité le premier, celle du faible qui le remplacera, et de desserrer ainsi le groupe pour obtenir incessamment le semis naturel et le sous-étage qui assure la fraîcheur du sol et d'où se dégage la futaie.

6. — Par les dégagements renouvelés à la période de six ans, par exemple, la sylviculture nouvelle accomplit la transformation en futaie au bout de quatre ou cinq périodes, soit vingt-quatre à trente ans. Dès que les arbres sont assez forts pour résister aux intempéries et se prêter aux

prévisions d'avenir, ils forment la futaie ou matériel principal. Le reste du peuplement, ce qui est au-dessous d'un minimum de grosseur fixé, est le matériel accessoire ou sous-bois.

Par le couvert qu'il donne, le branchage des futaies ralentit l'accroissement du sous-bois, mais la perte qui en résulte n'est qu'apparente, elle est compensée par l'accroissement du branchage même.

Donc, en ajoutant au sous-bois le branchage de la futaie, l'accroissement du matériel accessoire ainsi augmenté devient une constante dans la production forestière, et le matériel principal, réduit au bois de tige des arbres de futaie, est seul variable et s'obtient par surcroît.

7. — Ainsi se trouve résolue la question tant controversée de savoir à qui, de l'État, des communes ou des particuliers, doivent incomber la culture et la production des futaies. Tout propriétaire doit en produire, et dans chaque forêt l'intensité culturale se mesure à sa production en futaie.

8. — Il n'y a plus désormais de distinction à établir quant au traitement et à l'aménagement en raison de la qualité du propriétaire, et la sylviculture nouvelle réalise l'unification des méthodes forestières et change l'orientation du régime forestier.

9. — La pratique nouvelle se résume ainsi : partager la forêt en divisions invariablement fixées sur le terrain et prendre la division comme unité technique, c'est-à-dire faire par division toutes les opérations forestières, particulièrement les prévisions d'exploitation, les coupes annuelles, les inventaires ou dénombrements de la futaie et la comparaison de ces inventaires qui est le contrôle.

Les prévisions d'exploitation se règlent d'après l'accroissement de la futaie seule. Si le sous-bois est exploitable, il se coupe en même temps que la futaie en y faisant la réserve suffisante. S'il ne l'est pas et que la futaie ne soit pas encore suffisamment rétablie, on n'exploite dans celle-ci que des arbres défectueux et l'on ne fait dans le sous-bois que des dégagements.

Ces prévisions se renouvellent à chaque période, tous les six ans, par exemple. Chaque division est passée en revue et sa futaie inventoriée.

Le contrôle se fait en ajoutant au deuxième inventaire les bois coupés et en retranchant du total le premier inventaire. Il permet de calculer le quantum et le taux de l'accroissement. Il montre, en outre, que le taux de l'accroissement diminue à mesure que le quantum augmente, et réciproquement.

10. — Le taux de l'accroissement diffère du taux de placement en forêt. Celui-ci est le taux de l'intérêt net que l'on entend retirer du capital

placé sur la forêt. En raison de la solidité de ce placement, le taux en est fixé, par l'usage, au-dessous de l'intérêt de l'argent.

11. — Le taux de l'accroissement constaté en forêt par le contrôle est supérieur, égal ou inférieur au taux admis pour le placement en forêt.

Dans le premier cas, il y a déficit de matériel. Pour le combler, on coupe moins que l'accroissement.

L'inverse a lieu dans le dernier cas. On coupe plus que l'accroissement.

Et quand il y a égalité entre le taux de l'accroissement constaté par le contrôle et le taux admis pour le placement en forêt, cet état normal est entretenu par la coupe équivalente à l'accroissement ou coupe normale.

Enfin, le taux de l'accroissement des bois moyens et surtout des petits bois étant plus élevé que le taux du placement des capitaux en forêt, le peuplement, pour devenir normal, doit contenir une proportion de gros bois, à faible taux d'accroissement, dont l'opportunité et la mesure sont indiquées par le contrôle.

12. — La prévision d'exploitation s'établissant sur le matériel principal ou bois de tige des arbres de futaie, est indépendante du sous-bois. Celui-ci s'exploite suivant les convenances locales : à quinze ou dix-huit ans à proximité des forges au bois, à six, huit, dix ou douze ans à proximité des fours à chaux ou à plâtre, des briqueteries, des tuileries, etc... On pourrait même l'exploiter à un ou deux ans si, comme on l'a proposé dernièrement, il y avait avantage à l'utiliser pour l'alimentation du bétail.

Les auteurs des XVI^e^ et XVII^e^ siècles parlent de coupes de taillis faites à trois, quatre ou cinq ans. Jugées au point de vue de la sylviculture ancienne, elles étaient en contradiction avec son principe qui est d'allonger les révolutions de taillis ; mais elles pouvaient répondre à des convenances locales dont la tradition ne s'est pas conservée.

La sylviculture nouvelle se prête à toutes les exigences locales, et la futaie se recrutant dans le sous-bois, on fait au moment de l'exploitation la réserve suffisante ou la plantation qui doit en tenir lieu, ou seulement la compléter, le cas échéant.

13. — Le régime forestier est l'ensemble des prescriptions relatives à l'exploitation des forêts sur lesquelles l'État exerce un droit de propriété ou de tutelle. Il a été établi dans l'intérêt général sous l'empire de cette idée préconçue et démontrée inexacte par la sylviculture nouvelle, que l'éducation des futaies est onéreuse. Elle est, au contraire, non seulement rémunératrice, mais encore la condition essentielle de toute culture forestière intensive. Les restrictions apportées à la jouissance des forêts sont donc inutiles et même excessives.

L'orientation est changée. Il ne s'agit plus de défendre à grands frais par le régime forestier une culture onéreuse, mais de dissiper des préven-

tions entretenues par une erreur faussement accréditée et de faire des bois soumis au régime forestier des modèles d'une exploitation claire, lucrative et s'adaptant à toutes les forêts, sans distinction de propriétaires.

Tel est l'objectif de la sylviculture nouvelle fondée sur le contrôle du matériel principal d'exploitation. Il en est donné ci-après quelques exemples.

14. — Comparaison de la méthode du contrôle et de la méthode du réensemencement naturel et des éclaircies. — Cette comparaison est établie à l'aide des résultats obtenus pendant vingt-deux ans, du 1er janvier 1863 au 1er janvier 1885, dans deux sapinières situées sur le territoire de la commune de Syam (Jura).

Ces forêts, identiques quant aux conditions de sol, de déclivité, d'altitude et d'essences sont :

Les Éperons, propriété particulière d'une contenance totale de 103h,74 et la sapinière communale de Syam, de 97h,65.

	Mètres cubes.
Au 1er janvier 1863, la forêt des Éperons contenait 12.919 mètres cubes, soit par hectare	124 »
et la sapinière communale de Syam contenait 25.619 mètres cubes, soit par hectare	262 »
La forêt des Éperons, traitée par la méthode du contrôle, contenait, au 1er janvier 1885	18.830 »
et du 1er janvier 1863 au 1er janvier 1885, elle a fourni une coupe de	13.317 »
TOTAL.	32.147 »
Matériel initial : 1er janvier 1863	12.919 »
Accroissement total en vingt-deux ans.	19.228 »
— par année moyenne	874 »
— par hectare et par an.	8 40
Taux de l'accroissement annuel moyen	6,77 %

	Mètres cubes.
La forêt communale de Syam, traitée par la méthode du réensemencement naturel et des éclaircies, contenait, au 1er janvier 1885	25.058 »
Du 1er janvier 1863 au 1er janvier 1885, il a été coupé, d'après le relevé des procès-verbaux de délivrance de l'administration forestière	8.002 »
TOTAL.	33.060 »
Matériel initial : 1er janvier 1863	25.619 »
Accroissement en vingt-deux ans	7.441 »
— par année moyenne	338 22
— par hectare et par an.	3 40
Taux de l'accroissement annuel moyen.	1,32 %

Il résulte de cette comparaison qu'en vingt-deux ans la forêt communale de Syam, avec un matériel double, a rendu par hectare et par an $3^{m3},40$ et qu'elle s'est accrue au taux de 1,32 %, tandis que la forêt des Éperons, avec moitié de matériel, a rendu par hectare et par an $8^{m3},40$, et qu'elle s'est accrue au taux de 6,77 %.

Par la méthode du contrôle, avec moitié de matériel, on a obtenu un accroissement double que par la méthode dite naturelle. A matériel égal, l'accroissement aurait quadruplé.

15. — Domaine de Schirgoutte. — Ce domaine, actuellement en pays annexé, contient 563 hectares, savoir : pâturage, 132 hectares ; vides, 31 hectares ; forêt, 400 hectares.

En 1868, la forêt était épuisée par de trop fortes exploitations, et il était question de vendre le domaine pour le prix de 250.000 francs. Mais, avant de conclure, on le fit visiter. La forêt renfermait encore 49.400 mètres cubes en arbres de 40 centimètres et plus de circonférence mesurée à $1^{m},33$ de hauteur. L'avis fut que la forêt pouvait être reconstituée en vingt ans, sans sacrifices, et elle fut soumise à la méthode du contrôle du 1er janvier 1869 au 1er janvier 1884, soit pendant quinze ans.

	Mètres cubes.	
Elle contenait, au 1er janvier 1884	103.600	»
Coupe faite du 1er janvier 1869 au 1er janvier 1884	22.700	»
TOTAL	126.300	»
Matériel initial : 1er janvier 1869	49.400	»
Accroissement en quinze ans	76.900	»
— par année moyenne	5.127	»
— par hectare et par an	12 8	
Taux de l'acroissement	10,3 %	
L'exploitation prévue pour quinze ans était de	46.500	»
et le matériel final devait être de	70.000	»
TOTAL	116.500	»

La coupe n'a été que moitié de la prévision et la capitalisation en forêt a dépassé de 10.000 mètres cubes le chiffre prévu.

La forêt a été vendue ensuite dans des conditions défavorables. Le propriétaire a reçu 550.000 francs. Le bois sur pied s'est trouvé payé au prix de 1869 et valait 2 francs de plus par mètre cube. Il y a eu profit à ne pas vendre en 1869, puisque la forêt a rendu son revenu 3 % et a triplé de valeur en quinze ans.

16. — Forêt de Stift et Meissenwald. — Cette forêt, en deux massifs séparés par une bande étroite de terres en culture, est en pays annexé. Elle contient 148h,50. Acquise en 1868, elle était alors en très mauvais état. Elle fut soumise à la méthode du contrôle du 1er janvier 1869 au 1er janvier 1892, soit pendant vingt-trois ans.

	Mètres cubes.
Au 1er janvier 1892, elle contenait en matériel principal . . .	10.817 »
Coupe faite du 1er janvier 1869 au 1er janvier 1892	2.083 »
TOTAL.	12.900 »
Matériel initial : 1er janvier 1869	2.541 »
Accroissement en vingt-trois ans.	10.359 »
— par année moyenne.	450 »
— par hectare et par an.	5 04
Taux de l'acroissement moyen	17,70 %

L'accroissement de la dernière période, de 1886 à 1892, s'établit de la manière suivante :

	Mètres cubes.
Matériel au 1er janvier 1892.	10.817 »
Coupe de la période écoulée.	801 »
TOTAL.	11.618 »
Matériel initial : 1er janvier 1886.	8.530 »
Accroissement en six ans.	3.088 »
— par année moyenne.	515 »
— par hectare et par an	3 48
Taux de l'accroissement.	5,92 %

Le matériel principal à l'hectare, qui était de 17 mètres cubes en 1869, est de 73 mètres cubes en 1892. La futaie a donc été reconstituée en vingt-trois ans.

17. — Les calculs par divisions s'établissent de la même façon que les calculs en bloc qui précèdent, et ces quelques exemples suffisent pour faire ressortir la manière de procéder de la sylviculture nouvelle, sa supériorité à tous égards sur l'ancienne sylviculture et son universalité.

M. Luiz REBELLO DA SILVA

Professeur à l'Institut d'Agronomie, Pair du Royaume et membre de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

LES VINS DE TABLE PORTUGAIS

— Séance du 5 août 1893 —

Le Portugal peut certainement se flatter d'être un des rares pays richement doués par la nature pour la prospérité de la vigne, et où les diverses régions présentent une plus grande variété de types de vins, depuis le magnifique et incomparable vin de Porto jusqu'aux fameux vins verts, dont les qualités diffèrent entièrement de celui-là.

Le Portugal est un petit pays situé à l'extrême occident de l'Europe, dont l'étendue est d'environ 9 millions d'hectares, qui se répartissent de la façon suivante :

Province da Minho	Hectares.	730.602
— de Tras-os-Montes		1.111.556
— du Beira		2.397.673
— de l'Estramadure		1.795.786
— de l'Alemtejo		2.441.077
— de l'Algarve		485.835
TOTAL	Hectares.	8.962.529

Superficie inculte (chiffres ronds)	Hectares.	4.180.000
— cultivée (—)		4.180.000

La superficie cultivée se subdivise comme suit :

Céréales	Hectares.	1.127.000
Prairies		285.000
Cultures diverses		245.000
Pâturages naturels		1.466.000
Terres en friche		650.000
Vignes		300.000
Arbres fruitiers		650.000
Forêts		560.000

La vigne a beaucoup souffert par l'invasion du phylloxera dans presque toutes les régions du pays; aussi les replantations continuent sans repos, soit qu'on remplace les vignes malades par des ceps américains, soit qu'on peuple les contrées encore indemnes avec ces nouvelles vignes; on peut donc admettre que nos vignobles embrassent actuellement une superficie d'environ 260.000 à 300.000 hectares.

LA PRODUCTION EN GÉNÉRAL

L'unique contrée du Portugal où la vigne ne prospère pas, est dans la partie la plus élevée de la région montagneuse; de sorte qu'on peut affirmer sans exagération que ce pays est la patrie adoptive de cette précieuse plante.

Dans le haut Douro, région des grands vins généreux, et dans le Douro inférieur, les vignes végètent sur des terrains schisteux siluriens ou schisteux dévoniens, ou encore sur les granits. Dans la province de Tras-os-Montes, les vignes donnent sur des terrains de formation présilurienne.

Dans le Minho, où pousse le raisin donnant les fameux vins verts, les branches des vignes s'entrelacent capricieusement autour des arbres, comme en Lombardie; dans cette région, les terrains sont schisteux et graniteux.

Dans la Beira-Alta, région des magnifiques vins pour mélanges, le sol est granitique.

La formation géologique des terrains vignobles dans la province d'Estramadure offre une grande diversité. Les meilleurs vins, comme le *Collares* et le *Torres-Vedras* se produisent sur des terrains lacustres inférieurs.

Les vignobles de Santarem, Cartaxo et Rio-Maior prospèrent sur un sol de formation lacustre inférieure et supérieure.

L'origine de la culture de la vigne en Portugal remonte à l'époque la plus reculée de notre histoire; mais sa production ne paraît avoir acquis un développement sérieux que vers la fin de la première dynastie (1367-1383), sous le règne de D. Ferdinand. Les chroniques historiques du XIV^e^ siècle nous disent que l'exportation des vins se pratiquait à cette époque sur une grande échelle, ce qui n'arrivait pas antérieurement.

Au XVI^e^ siècle, période de nos conquêtes, nos vins étaient bien préparés, puisque nos navigateurs les emportaient dans toutes les parties du monde et qu'ils se conservaient en bon état pendant ces longues expéditions. Les Anglais faisaient leurs provisions de vins dans nos ports; cela dura jusqu'à la fin du XVIII^e^ siècle. A cette époque, nous célébrâmes avec l'Angleterre le fameux traité, par l'intervention de Mithuen,

dans lequel il fut stipulé que nos vins paieraient en Angleterre deux tiers de droits d'entrée de moins que les vins de toute autre nation, à la condition que les tissus anglais, jusque-là prohibés, seraient admis en Portugal.

Notre production vinicole a été calculée par le conseiller Moraes Soarés en 44 millions d'hectolitres, chiffres ronds. Aujourd'hui, en supposant la consommation annuelle de 40 litres par habitant, il doit nous rester un excédent pour l'exportation d'environ 2 millions d'hectolitres. Pendant l'année 1886, nous avons exporté 1.900.000 hectolitres. M. G. Pery calcule la production annuelle de nos vins de table en 5.600.000 hectolitres.

La Grèce et l'Espagne sont les seules nations qui l'emportent sur nous pour l'exportation, car la France ne produit pas aujourd'hui le suffisant à ses besoins, quoiqu'elle exporte beaucoup de vins fins pour soutenir son commerce. L'Italie et l'Espagne sont effectivement nos grands concurrents sur les marchés étrangers ; nos voisins, qui nous font la plus grande concurrence sur les différents marchés, y présentent des vins bien travaillés, ayant de 12 à 14 0/0 d'alcool, qu'ils vendent à des prix très bas.

Quiconque parcourra nos régions vignobles les plus importantes notera surtout le manque d'uniformité dans les procédés de culture. Chaque région a sa manière de planter et de tailler, et ne cultive que certaines qualités de raisins, admises comme particulières à la localité : les vignerons, attachés à la routine, n'ont pas voulu s'en éloigner.

Si le phylloxera a, d'un côté, occasionné de grands ravages, il a obligé, d'un autre côté, les propriétaires à repeupler les terres dévastées par des plants américains, et ce replantage marche rapidement, et avec avantage, dans toutes les contrées envahies par le fléau ; ces qualités de repeuplage sont : les Riparias, les Rupestris et les Solonis, pour les terrains calcaires.

Le prix moyen de nos vins de table varie beaucoup suivant les localités d'où ils proviennent. Les vins verts du Minho coûtent de 20.000 à 25.000 reis le tonneau de 500 litres.

Dans la Beira-Alta, la région des vins de coupage de première qualité, le tonneau de 500 litres vaut 25.000 reis. Les bons vins rouges de l'Estramadure se paient de 20 à 22.000 reis (100-110 fr.).

La culture de la vigne est très divisée entre la moyenne et la petite propriété, et la production par hectare est d'environ 22 à 25 hectolitres ; cependant il y a beaucoup de propriétaires qui récoltent de 2.000 à 6.000 hectolitres par an.

QUALITÉS ET DÉFAUTS DE NOS VINS

Nos vins sont en général bien constitués, ils ont du corps et sont alcoolisés, tannineux, peu acides, pauvres en sulfates, riches en extraits, mais ils représentent une grande diversité de types, variant souvent de commune à commune. On peut donc affirmer, d'une manière générale, que les éléments composant nos vins sont bons; cependant la partie technique ou industrielle, dont la bonté dépend, laisse encore beaucoup à désirer.

Il faut mettre de côté la crainte de blesser les fausses susceptibilités d'individus qui croient avoir atteint une perfection absolue dans leur spécialité. Ne nous laissons pas aveugler par le patriotisme apparent, toujours prêt à des louanges mensongères et trompeuses, afin que les plus intelligents et les plus modestes, inclinés au progrès et au perfectionnement, puissent, par les conseils et par l'étude, corriger les défauts de culture et de fabrication, remédiables. Présentons donc les faits tels que nous croyons qu'ils se manifestent. Si nous voulons conquérir les marchés du nord de l'Europe, l'Allemagne par exemple, et quelques villes de l'Amérique, surtout dans la République Argentine, il faut y présenter des vins qui se rapprochent, par leur finesse et leur traitement, des vins de Bordeaux et de Bourgogne. La couleur doit en être limpide, brillante, la saveur agréable, d'un riche bouquet, et ils doivent enfin impressionner par un ensemble harmonique de force alcoolique, acide, tannique, aromatique.

Nous possédons des types de vins qui peuvent rivaliser avec les bordelais et les bourguignons, pourvu qu'ils soient traités et mélangés convenablement, afin que la production corresponde à la quantité exigée par les besoins des marchés.

Beaucoup de nos vins ont des défauts causés par le manque de propreté et par le mauvais choix des fûts, ce qui leur communique un goût désagréable; le manque d'épurement par le collage, et la ventilation excessive à laquelle les vins sont soumis dans le pressoir, aussitôt après le dédoublage du sucre dans sa presque totalité, engendre la formation de l'acide acétique.

Or, tous ces défauts doivent disparaître dès qu'on apportera quelques soins aux travaux de la cave et du magasin.

Comparons maintenant quelques bons vins de nos régions les plus renommées aux fameux *crus* de Bordeaux et aux célèbres *clos* de Bourgogne, pour nous rendre compte dans quelles limites se conservent les substances qui constituent les forces caractéristiques d'un bon vin.

Les vins rouges les plus célèbres de la Bourgogne sont dans la Côte-d'Or : le Romanée-Conti, le Chambertin, le Richebourg, le Volnay, le Pomard, etc., etc.

Dans la Gironde, les vins rouges les plus recherchés sont : le Château-Lafitte, le Château-Latour, le Château-Margaux, le Château-Haut-Brion, etc., etc.

Le Romanée est un vin rare ; si rare qu'à l'Exposition universelle de Paris, de 1878, un seul échantillon de la récolte de 1845 a été analysé.

Voici l'analyse chimique qui correspond à la composition de ces vins :

	Romanée de 1845	Chambertin de 1876	Pomard de 1874
Densité (en gramme par litre)	0,995	0,993	0,995
Alcool en volume	11,500	12,600	13,200
Acidité (H^2SO^4)	0,377	0,316	0,338
Bitartrate de potasse	0,046	0,064	0,046
Sucre réducteur	traces	»	»
Tannin	0,047	0,130	0,070
Extrait sec	2,760	2,935	2,975
Glycérine	0,740	0,636	0,790
Acide succinique	0,148	0,126	0,158
Cendres	0,215	0,200	0,225

Dans ces grands vins de Bourgogne on remarque un grand rapprochement dans les dosages des différentes substances qui caractérisent les forces constituantes d'un vin. Les densités se confondent presque. Les dosages en alcool et les acides diffèrent peu, les dosages de tannin varient dans les limites de quelques centigrammes ; il en est de même pour le tartrate acide de potassium, la glycérine et l'acide succinique.

D'après les analyses faites à l'Institut agronomique de Lisbonne en 1886 ainsi que celles faites au laboratoire dudit Institut en 1889 et auxquelles j'ai pris part, comme analyste, l'on y a conclu qu'il y avait dans le pays des vins de différents endroits qui, par leur constitution, se rapprochent des types ci-dessus désignés.

Dans la Beira-Alta il y a des *crus* auxquels le temps donne un bouquet des plus fins, ainsi que les qualités exquises d'un bon vin.

Dans la Beira-Baixa, le Fundão, et Aljustrel, dans l'Alemtejo, produisent des vins, qui bien traités, se rapprochent, au bout de quelques années, des bons crus de la Bourgogne.

Résumant cette étude dans laquelle il n'est guère possible de présenter beaucoup d'exemples, je me limiterai à en indiquer quelques-uns concernant

des vins qui se sont fait remarquer par leurs qualités, révelées à la dégustation, et qui m'ont laissé une meilleure impression.

Parmi les vins analysés que l'on peut ranger, par leur ressemblance, dans le groupe Médoc, il faut citer trois crus de l'Estramadure, celui de *Collares* de M. Francisco Costa, celui de *Tagarro* de M. José Pinheiro et un autre de *Bucellas*, type tout spécial, rappelant les bons vins de Mérignac qui approchent du type Bourgogne.

Un bon *vin de Collares* de *M. Francisco Costa* était composé comme suit :

Densité par litre	0kg,994
Alcool en volume	11 ,800 0/0
Acidité	0 ,384 0/0
Bitartrate de potasse	0 ,106 0/0
Sucre réducteur	0 ,120 0/0
Tannin	0 ,089 0/0
Extrait sec	2 ;576 0/0
Cendres	0 ,260 0/0

Un *vin Château-Margaux de 1874* était composé comme suit :

Densité par litre	0kg,996
Alcool en volume	11 ,700 0/0
Acidité	0 ,403 0/0
Bitartrate de potasse	0 ,080 0/0
Sucre réducteur	Vestiges.
Tannin	0kg,034 0/0
Extrait sec	2 ,830 0/0
Glycérine	0 ,920 0/0
Cendres	0 ,270 0/0

On voit que ces deux vins se rapprochent beaucoup par leur composition. Quelques vins du Douro, de la Beira-Alta, de la Beira-Baixa et d'Aljustrel (Alemtejo) ressemblent assez aux bons vins de Bourgogne.

Dans un *vin d'Aljustrel* on rencontre la composition suivante :

Densité par litre	0kg,997
Alcool en volume	13 ,600 0/0
Acidité	0 ,396 0/0
Bitartrate de potasse	0 ,038 0/0
Sucre réducteur	0 ,343 0/0
Tannin	0 ,242 0/0
Extrait sec	3 ,972 0/0
Cendres	0 ,294 0/0

Ce vin, remarquable par les éléments qui le constituent et par son bouquet, serait irréprochable s'il ne manquait de traitement et de col-

lage ; ce qui aurait rehaussé ses qualités en précipitant l'excès de tannin.

Quant aux défauts que j'ai souvent notés parmi les 567 sortes de vins que j'ai dégustés et aidé à analyser, il en est un qui se présente fréquemment : c'est le mauvais goût, que les fûts généralement mal nettoyés communiquent aux vins, et aussi la mauvaise confection des futailles. La fermentation et l'acétification sont des maladies également communes à nos vins lorsqu'ils ne sont pas bien préparés et mis dans de bons emballages.

Les négociants disent qu'ils ont cherché à développer le commerce de nos vins avec l'étranger, mais que leurs efforts ont été contrariés à cause de certains défauts dans nos vins.

D'abord il existe une trop grande diversité de types, variant même d'une paroisse à l'autre, de plus les marchés d'Europe et de l'Amérique méridionale n'apprécient que les vins peu alcoolisés, contenant environ 10 0/0 d'alcool en volume, d'une apparence limpide, d'un bouquet agréable et qui soient aromatiques, s'approchant, en un mot, du type français Médoc.

Ce que l'on appelle type français n'est, en vérité, qu'un type de vin bien préparé sous tous les rapports ; les nôtres, en majeure partie, une fois bien mélangés, intelligemment traités et soignés dans les caves et dans les magasins, et vendus au bout de deux ou trois ans, tout en conservant leur originalité native, peuvent concourir hardiment sur les principaux marchés du monde avec les bons vins français, sans que l'on puisse, avec justice, les taxer d'imitations.

Nous ne pouvons pas, pour le commerce d'exportation en grand, nous occuper des petits lots, il faudrait les joindre aux vins les plus renommés de telle ou telle cave voisine, il faut avoir égard à la grande masse vinicole, comme nous les présentent les différentes régions.

L'analyse chimique nous fait connaître la composition des vins du pays, sachant les apprécier par la dégustation, et choisissant dans chaque région le type le plus recherché, il sera relativement facile de préparer les lots, et d'arriver à ce *desideratum*.

Les vins de la Beira-Alta sont très notables et ont, par leur qualité spéciale, une grande valeur pour l'exportation.

Ne désirant pas prolonger cette petite notice sur les vrais vins de table portugais, je me limite, pour terminer, à donner, suivant le tableau ci-joint, l'analyse des principales sortes de vins que notre pays produit, et il me sera agréable d'avoir pu contribuer, quoique modestement, par ce petit travail, dont les renseignements sont scrupuleusement exacts, à la propagation à l'étranger de nos vins de table, qui constituent une des plus grandes richesses de notre petit pays.

NOMS DES EXPOSANTS OU DE LA LOCALITÉ	DENSITÉ (grammes par litre)	QUANTITÉS RAPPORTÉES A 100 CENTIMÈTRES CUBES DE VIN												
		ALCOOL en VOLUME	ALCOOL en POIDS	SUCRE RÉDUCTEUR	TANNIN (par le procédé adopté en 1884)	TANNIN (par l'acétate de zinc)	EXTRAIT anobarométrique	EXTRAIT SEC à 100°	TARTRATE ACIDE de potasse	ACIDITÉ TOTALE en H_2SO_4	ACIDES VOLATILS en $C_2H_4O_2$	SULFATE DE POTASSE	CENDRES	ACIDE PHOSPHORIQUE dans les cendres
1. Commission d'exposition des vins portugais.	995,7	10,117	8,165	0,161	0,112	0,293	2,243	2,713	0,206	0,527	0,121	0,077	0,244	»
2. Municipe de Basto	1000,2	7,750	6,227	0,155	0,067	0,171	2,205	2,666	0,232	0,745	0,091	0,025	0,198	0,015
3. Municipe de Monção.	996,6	8,730	7,024	0,158	0,055	0,190	2,080	2,517	0,207	0,577	0,096	0,041	0,228	0,017
4. Commission d'exposition des vins portugais.	996,2	9,700	7,807	0,147	0,094	0,198	2,135	2,630	0,210	0,538	0,137	0,036	0,252	0,019
5. Municipe de Penalva do Castello.	992,5	12,980	10,493	0,082	0,102	0,181	1,890	2,312	0,096	0,487	0,163	0,021	0,303	0,036
6. Municipe de Fondella	993,7	12,650	10,223	0,168	0,162	0,207	2,080	2,678	0,137	0,534	0,097	0,031	0,258	0,023
7. Municipe de Nellas.	992,6	13,270	10,730	0,161	0,131	0,191	1,954	2,498	0,095	0,421	0,138	0,030	0,261	0,027
8. Municipe de Alcobaça	992,5	13,500	10,790	0,398	0,111	0,146	2,220	2,913	0,028	0,396	0,153	0,043	0,261	»
9. Municipe de Olivaes.	992,9	12,300	9,920	traces	0,043	0,049	1,845	2,736	0,112	0,382	0,089	0,055	0,246	0,027
10. Paroisse de Bucellas	993,3	12,000	9,680	t. races	0,008	0,006	2,140	2,776	0,119	0,363	0,115	0,054	0,220	0,025
11. Municipe de Cartaxo.	993,8	12,860	10,470	0,252	0,076	0,142	2,193	2,873	0,113	0,421	0,103	0,098	0,269	0,063
12. Paroisse de Collares	993,8	11,300	9,103	0,118	0,076	0,105	1,875	2,478	0,103	0,415	0,129	0,031	0,240	0,025
13. Municipe de Santarem	991,4	14,400	11,660	0,267	0,096	0,123	2,043	2,687	0,081	0,420	0,131	0,058	0,263	0,047

OBSERVATIONS SUR LE TABLEAU PRÉCÉDENT

1. — Le type de ce vin appartient au groupe connu des vins mi-secs ; un vin de ce type est bien constitué, d'une force alcoolique et acide moyenne et assez tannineux.

2. — Ces vins sont très appréciés ; ils sont peu alcooliques, très acides, et assez tannineux. On les nomme *vins verts*. Cette analyse est, parmi beaucoup d'autres, la moyenne.

3. — C'est un bon spécimen de vin vert.

4. — C'est un type très fin de vin vert.

5. — C'est un bon type de vin de table ; il a un agréable bouquet.

6. — C'est un bon type pour coupages ; il a beaucoup de couleur.

7. — C'est un bon type pour coupages ; il est bien coloré.

8. — C'est un bon type de vin de table.

9. — C'est un très bon type dont le goût rappelle le vin de la Moselle.

10. — C'est un bon type de vin.

11. — C'est un bon type de vin pour coupages, il est d'un coloris très chargé.

12. — C'est un beau type de vin de table, ressemblant au *Médoc*.

13. — C'est un bon type pour coupage.

OBSERVATION RELATIVE AU DOSAGE DU TANNIN

Le tannin a été dosé, dans les deux cas, avec la liqueur de permanganate de potasse ; mais il a été séparé par la gélatine dans le premier cas, par l'acétate de zinc dans le second.

M. GÉRARD a PERY

Colonel d'Infanterie, Membre de l'Académie des Sciences de Lisbonne.

LES SERVICES DE LA DIRECTION DE STATISTIQUE ET DE LA CARTE AGRICOLE DU ROYAUME DE PORTUGAL

— Séance du 5 août 1893 —

Le service de la carte agricole a été introduit vers la fin de 1881 dans le département de Beja, par le Conseil d'agriculture de district, sur la proposition du gouverneur civil, le conseiller Pedro Victor da Cosat

Sequeira, ingénieur des mines, et prédécesseur du ministre actuel des travaux publics.

L'organisation officielle de ce service date de 1886, sous la dénomination de : *Direction des travaux de la carte agricole.* Cette organisation comprenait déjà la statistique agricole, et c'est par ce fait que la récente réforme de services du Ministère des Travaux publics, tout en conservant la même organisation dans le service de cette direction, en altéra la désignation, en lui ajoutant le mot : *Statistique.*

Les services de cette direction se partagent donc naturellement en trois grandes sections :

Levée de la carte agricole et de la carte agrologique.

Deuxième : Élaboration de la statistique agricole générale et spéciale.

Troisième : Rédaction et dessin des cartes.

Le personnel pour le service de la première section est choisi parmi le personnel technique de la Direction des Travaux publics et des Mines.

Pour la deuxième section, il se compose d'agronomes et de rédacteurs.

Pour la troisième, il se compose de dessinateurs.

Actuellement le nombre des employés des différentes classes au service de cette direction est de 24. Ce nombre a été de 21 en 1892, de 32 en 1891, de 33 en 1890, de 47 en 1889, de 22 en 1888 et de 18 en 1887.

Les levés topographiques sont exécutés aux échelles de $\frac{1}{50.000}$ de $\frac{1}{25.000}$ et de $\frac{1}{20.000}$, selon les conditions de division de la propriété et des cultures. La publication des cartes est faite à l'échelle de $\frac{1}{50.000}$ et de $\frac{1}{20.000}$.

Depuis 1882 jusqu'à la fin de 1892 le levé de la carte agricole embrasse 1.903.457 hectares, dont 16.437 à l'échelle de $\frac{1}{25.000}$ et 31.620 à celle de $\frac{1}{20.000}$.

Cette superficie comprend 64 feuilles de l'atlas général, dont 38 entièrement terminées. De ces 38 feuilles, 14 sont déjà publiées, et 5 sont en voie de publication.

De l'atlas de la carte agrologique ne se trouvent publiées que 5 feuilles, et 3 sont en voie de publication.

L'adoption de conventions spéciales a facilité la représentation du sol et du sous-sol dans la carte agrologique. En réalité, c'est une carte agrologique superposée à une carte géologique à grande échelle. Les avantages de cette combinaison des deux cartes ressortent au premier examen. Il est de la plus grande utilité pour l'agriculture de savoir si un sol argileux, par exemple, provient de schistes argileux, talqueux ou d'autres, ou de la décomposition des feldspaths, des porphyres, des diorites, etc., ou d'alluvions anciennes ou modernes; et une carte simplement agrologique ne peut pas faire ressortir ces faits si importants.

Pour ce qui est de la statistique agricole on a publié :

Monographies de six *concelhos* (arrondissements) du département de Beja.

Statistique vinicole du Portugal avec deux cartes.

Statistique agricole (tableaux) de dix *concelhos*, comprenant l'évaluation de la grande et de la moyenne propriété.

(Ces tableaux ont été publiés dans le *Boletim da Direcção Geral d'Agricultura.*)

En voie de publication :

Statistique de la production des principales céréales en 1890.

Prévision de la récolte du blé pour 1893.

Monographies de deux *concelhos* du département de Beja, et d'un du département de Lisbonne.

M. DEROSNE

Président de la Société comtoise d'Apiculture, à Ollans (Doubs).

ÉTUDE SUR L'HYDROMEL ET SUR LES FERMENTS DU POLLEN

— Séance du 7 août 1893 —

Grâce à la fructueuse propagande des Sociétés apicoles, la production du miel s'accroît en France dans une telle mesure, qu'il est facile de prévoir pour une date très prochaine le jour où l'offre en excédera la demande. La consommation du miel en nature est, en effet, loin d'être chez nous aussi abondante qu'en Amérique ou même chez nos voisins d'Angleterre et d'Allemagne. Déjà nombre d'apiculteurs français sont embarrassés pour écouler leur récolte.

Cependant, d'année en année, les découvertes scientifiques corroborent l'opinion émise au commencement de ce siècle par un agronome éminent, Louis Bosc, qui, dès lors, affirmait : « que la production du miel et de la cire ne sont que peu de chose à côté des services considérables que l'abeille rend à l'agriculture. » Si donc il y a un intérêt puissant à multiplier les ruches, une de nos plus urgentes préoccupations doit être de rechercher la meilleure utilisation de leurs produits.

C'est cette recherche qui m'a engagé à étudier avec soin les procédés de transformation du miel en vins et en eaux-de-vie. Il est, en effet, indubitable que sous ces formes se fera bientôt la plus grande dépense de

miel, car depuis le dépérissement de nos vignobles, la sophistication des boissons alimentaires a pris de telles proportions que chacun en est à rechercher des produits sains et d'origine franchement naturelle. Or, le jour où les procédés de transformation seront devenus vraiment pratiques, il n'y aura pas de possesseur de ruches qui ne préfère les vins et eaux-de-vie sortant de son domaine, à ceux que lui offre le commerce.

Lorsqu'on débute dans la préparation des moûts de miel, on est frappé de la difficulté que présente leur mise en fermentation et l'achèvement de la mutation du sucre en alcool, et l'on s'en étonne d'autant plus, qu'on sait mieux à quel point l'usage de l'hydromel était répandu dans l'antiquité et au moyen âge. La consommation en était alors générale, aussi bien chez les riches que chez les pauvres, et telle était l'importance attribuée à sa fabrication que Palladius, Columelle, Pline, s'attachent à en décrire par le menu les différentes méthodes.

Les recettes qu'ils nous ont léguées ne sont-elles donc pas exactes, ou bien le tour de main nécessaire pour les exécuter a-t-il été perdu pendant la longue période où les vignobles ont été florissants ?

On se le demande réellement, au cours des déboires qui surviennent pendant la préparation des vins de miel; mais je crois que personne encore ne s'est enquis de savoir si notre miel était absolument identique à celui employé jadis. Or, c'est là pourtant que se trouve la clef de cette singulière énigme, j'en ai la conviction, et j'exposerai tout à l'heure sur quelles données péremptoires elle repose.

Il serait certainement intéressant de rappeler à ce propos les formules anciennes qui nous ont été léguées et de démontrer par les résultats qu'elles produisent que, dès les temps les plus reculés, on usait à la fois des hydromels secs et liquoreux, quoique ces derniers aient été généralement plus appréciés. Mais c'est une étude à part dont le sujet même est subordonné à la question des fermentations que je désire développer ici.

L'analyse du miel a été faite mille fois; la dernière, qui est due à M. Gayon, de la Faculté de Bordeaux, est particulièrement intéressante au point de vue qui nous occupe. En effet, M. Gayon à reconnu dans le miel la présence d'une notable proportion de dextrine, constatation qui explique les accidents survenant si fréquemment dans la dernière période de la fermentation des eaux miellées. Puis il a déterminé les dosages respectifs des divers sucres contenus dans les cellules, et il est utile de ne pas perdre de vue que si le miel contient principalement du sucre incristallisable, ou sucre de raisin, il renferme également une quantité de sucre cristallisable, — c'est-à-dire non fermentescible, — qui varie, d'après M. Gayon, dans la mesure de 2 à 13 0/0.

En somme, les moûts de miel, malgré l'énorme prédominance de leur

sucre de raisin, n'entrent pas spontanément en fermentation comme les moûts de vendange. La raison en est que le raisin porte avec lui un ferment actif, tandis que non seulement le miel qui sort de nos extracteurs, exempt de pollen et de larves, ne possède pas d'agent fermentescible, mais que, de plus, il contient une certaine dose d'acide formique déposée par les abeilles dans chaque cellule operculée pour neutraliser tous les germes de transformation qui pourraient l'altérer. Depuis longtemps, on connaît les puissantes propriétés antiseptiques de l'acide formique. M. Jodin a montré que l'acide formique à la dose de 1 millième empêche tout développement mycodermique (1), et dès 1846 Bouchardat prouvait que la réaction de presque toutes les substances qui agissent comme poison sur les êtres inférieurs, interrompt la fermentation alcoolique (2). Or, nul de nous n'ignore les cruels effets du venin des abeilles sur l'économie des animaux inférieurs — ou autres.

Puis, à la différence de la vendange de raisin, les moûts de miel ne contiennent ni les acides, ni les sels, ni le tannin, qui sont les éléments conservateurs destinés à préserver le vin fait de l'action des fermentations secondaires.

Il résulte de ces données que le miel operculé, tel qu'il existe dans les cellules, ou tel qu'il sort de l'extracteur, — si seules les cellules à miel ont été désoperculées, — ne fermentera jamais.

On a, l'an dernier, trouvé à Dresde, dans les substructions d'un hôtel de ville incendié au XV^e^ siècle, des vases remplis de miel dont le contenu était intact, n'ayant perdu qu'un peu de son arome originaire. Nous sommes donc en droit d'affirmer que toute fermentation qui se produira dans les eaux miellées provient de germes étrangers. Ces germes peuplent notre monde, ils envahissent avec une prodigieuse rapidité tout milieu propre à leur évolution; leur race se reproduit par des propagules absolument imperceptibles, il n'est donc pas surprenant que des moûts de miel entonnés dans des fûts déjà usagés, puissent à la longue entrer en fermentation alcoolique et produire, après de longs mois, des hydromels de bonne saveur. Mais on sait quelles chances de détérioration courent les liquides dont la fermentation alcoolique n'est pas prompte, et tous les œnologues sont d'accord pour reconnaître que, seules, les fermentations rapides donnent sans perte d'alcool des produits sains et francs.

Ce sont les dangers de ces longues fermentations qui avaient engagé M. de Layens à préconiser l'emploi du sous-nitrate de bismuth, pour prévenir les fermentations secondaires. Cependant, malgré l'usage de cet excellent antiseptique, les accidents étaient nombreux, si fréquents qu'ils motivèrent de nouvelles recherches et un nouveau progrès.

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXVI, p. 1179.
(2) *Annuaire de Thérapeutique*; supplément 1846, p. 22.

Sur les instances de l'un des plus actifs de nos apiculteurs français, M. Froissard, un chimiste distingué, M. Gastine, étudia à nouveau la fermentation des moûts de miel, et pour en réussir rapidement la transformation en alcool, il introduisit dans les eaux miellées les sels reconnus comme étant les plus utiles à l'évolution des levures. Grâce à cette innovation, le ferment se développe avec rapidité, mais le lieu dans lequel il agit est si favorable à la production de fermentations secondaires qu'il devient difficile d'éviter l'action des germes malfaisants.

Et cependant, tandis qu'on s'efforçait de trouver une solution pratique, tous les apiculteurs étaient d'accord pour reconnaître que nulle préparation ne donnait une fermentation plus sûre et plus franche que celle obtenue simplement avec les eaux de lavage. J'avais, comme tant d'autres, été frappé de la rapidité et de la régularité avec laquelle la fermentation alcoolique se produisait dans ces eaux impures, souillées d'opercules et de fragments de cellules à pollen, lorsqu'une singulière hypothèse d'un éminent viticulteur, M. Rommier, me tomba sous les yeux. Dans une très remarquable conférence donnée à Chalon-sur-Saône, en février 1892, M. Roy-Chevrier, exposant les avantages qui résultent pour la vinification de l'emploi des levures cultivées, montrait à quelles recherches se sont livrés les bactériologues pour suivre, dans ses mystérieuses migrations, le *Saccharomyces ellipsoideus*, ce précieux thallophyte auquel nos grands vins doivent la finesse de leur arome. Citant alors l'hypothèse de M. Rommier, il conjecturait que peut-être certains ferments, enlevés des calices nectarifères par les abeilles, pourraient se retrouver dans la ruche. Cette supposition me mit sur la voie de recherches, qui déjà m'avaient été suggérées par la rapide fermentation des eaux de lavage contaminées de débris de cire et de pollen.

J'avais alors en étuve une série de bonbonnes pleines d'eaux miellées et fermentant sous l'influence des levures de vin de M. Jacquemin (de Nancy). La marche de ces fermentations m'offrait un moyen de contrôle précis pour mes expériences.

Dès le début, je fus stupéfait de la rapidité avec laquelle le pollen des ruches mettait en travail les moûts de miels, et bientôt j'eus la conviction que le ferment pollinique était un des meilleurs qui pût être employé pour la transformation alcoolique des eaux miellées.

Il serait superflu d'énumérer les longues et minutieuses expériences auxquelles ces premiers résultats me conduisirent; cependant, il peut être utile de faire connaître dans quelles conditions elles furent exécutées. Les bonbonnes en observation étaient placées dans une étuve dont la température fut régulièrement maintenue entre 25 et 30 degrés centigrades; chaque matin le degré de conversion de sucre en alcool était vérifié au glucomètre Guyot, puis une goutte du liquide était examinée au micros-

cope pour apprécier le développement des levures. Concurremment aux levures de pollen pur, fonctionnaient des fermentations avec levures de grands crus, soit employées seules, soit additionnées de sels nutritifs, puis des eaux miellées dont le sucre cristallisable avait été interverti.

La conclusion de ces recherches fut très nette, elle peut être formulée en deux mots.

Si nos hydromels ne fermentent pas comme ceux que l'on obtenait jadis si aisément, c'est simplement à nos méthodes d'extraction du miel qu'il faut s'en prendre. Notre miel est trop pur.

Je ne crois pas que parmi les merveilles de labeur et de sage organisation que recèle la ruche, une plus merveilleuse découverte puisse être faite que celle de cette coexistence si immédiate des éléments conservateurs et des agents de transformation; d'une part le sucre le plus pur, rendu incommutable par un puissant antiseptique, et tout à côté, séparé par une mince cloison, le ferment prêt à en modifier la substance!

Assuré par cette constatation de tenir la clef du problème, j'arrivai sans peine à en fixer les différentes données. Je les résume brièvement :

1° Le miel renfermant une quantité très appréciable de sucre cristallisable, il est nécessaire d'intervertir ce sucre pour que la fermentation du moût ne s'arrête pas avant que la conversion en alcool ne soit complète;

2° La dextrine contenue dans le miel pouvant donner lieu à des fermentations de mauvaise nature, l'emploi des antiseptiques est absolument indiqué comme palliatif à cette éventualité;

3° La rapidité de la fermentation était indispensable pour amener sans risques la transformation du sucre en alcool, il est utile de préparer un premier levain, qui sert à ensemencer de levures en pleine activité la masse du liquide destiné à subir la fermentation alcoolique.

Ce levain n'est autre que du sirop de miel, légèrement acidulé par l'acide tartrique, puis stérilisé par un quart d'heure d'ébullition. Dans ce sirop attiédi, on délaie dix ou quinze grammes de pollen extrait des alvéoles où le déposent les abeilles. Sous l'influence d'une température de 25 à 30 degrés centigrades la fermentation alcoolique se déclare dès le lendemain, et la transformation complète du sucre en alcool se fait en huit ou dix jours.

Le pollen des ruches paraît contenir plusieurs espèces de ferments, mais c'est la levure elliptique qui se multiplie le plus rapidement et finit par prendre, à l'exclusion de toute autre, pleine possession du liquide sucré.

Pendant six mois, j'ai presque incessamment renouvelé mes expériences, et toujours j'ai trouvé aux fermentations produites par le pollen les mêmes allures que celles engendrées par le ferment du raisin. La formation des cellules, leur groupement se montrent dans le champ du microscope,

identique aux divers aspects des bonnes levures de la vendange de raisins.

Une question reste à élucider. Quel sera le bouquet des vins de miel ainsi obtenus ? Je ne me suis encore servi que des pollens recueillis dans ma région, la saveur qu'ils communiquent à l'hydromel rappelle quelque peu celle d'un vin de Champagne débouché de la veille, avec une très légère amertume qui disparaît rapidement. En employant un dosage de 25 kilogrammes de miel pour un hectolitre d'eau, j'ai facilement obtenu un vin mousseux tellement chargé d'acide carbonique qu'il fallait employer des bouteilles de forte épaisseur pour éviter les pertes dues à la rupture du verre.

Je ne me suis occupé dans cette étude que des hydromels secs, qui sont de beaucoup les plus recherchés. La fabrication des hydromels liquoreux imitant les vins d'Espagne ou d'Italie, demande d'autres soins.

Toutefois, je ne doute pas que l'emploi des levures polliniques n'y joue un rôle prépondérant, même au point de vue du bouquet, car il est présumable que la nature des ferments enfermés dans la ruche doit varier comme varie la flore d'un climat à un autre. Tout porte à croire qu'on peut appliquer aux ferments du pollen ce que M. Pasteur a dit si justement des ferments du raisin.

« Le vin, son goût et sa qualité dépendent certainement pour une grande part de la nature spécifique des levures qui se développent pendant la fermentation. On doit penser que si l'on soumettait le même moût de raisins à l'action de levures distinctes, on en retirerait des vins de diverses natures (1).

La constatation que j'ai faite de la présence du ferment alcoolique dans le pollen des ruches conduira à toute une série d'études sur la nutrition de l'abeille, car il est certain que l'abeille doit avoir besoin d'un ferment pour préparer la pâtée de ses petits, la nourriture fermentée étant beaucoup plus assimilable que toute autre.

Puis il faudra rechercher si les ferments alcooliques sont mêlés au pollen des ruches dès les premiers mois du printemps, ou si l'abeille ne les recueille qu'en l'arrière-saison.

Enfin il est possible que la levure du pollen des ruches vienne apporter son contingent de ressources aux viticulteurs des pays chauds, où souvent le ferment du raisin est brûlé par le soleil avant l'heure de la vendange ; elle pourra également être utilisée dans les brasseries dont les levures sont si fréquemment avariées.

En somme, on peut désormais compter au nombre des services rendus par l'abeille, celui de conserver pendant l'hiver la levure elliptique dont

(1) *Études sur la Bière*, p. 224.

le cycle complet d'évolution était demeuré jusqu'ici absolument inconnu (1).

J'aurais voulu poursuivre davantage l'étude de ce ferment, je ne l'ai pu encore, aussi il ne me reste plus qu'à répéter modestement ce qu'après Lavoisier a si bien dit notre illustre Pasteur :

« On ne donnerait jamais rien au public, si l'on voulait atteindre le bout de la carrière que l'on entrevoit toujours plus lointaine à mesure qu'on multiplie les efforts pour s'en rapprocher (2) ».

M. Adrien BERNARD

Directeur de la Station agronomique de Saône-et-Loire, à Cluny.

SUR LA CONFECTION DES CARTES AGRONOMIQUES COMMUNALES

— Séance du 7 août 1893 —

Je m'associe complètement au vœu exprimé par la treizième Section, relatif à la confection des cartes agronomiques communales. Dès 1887, dans le programme des travaux à effectuer par le Laboratoire de Saône-et-Loire, j'ai eu bien soin de faire figurer cette question d'une importance capitale. Chacun a senti ce qu'il y a de fécond dans cette idée de pouvoir, à tout moment, consulter le plan cadastral pour y reconnaître la composition de son sol et, par suite, ses exigences, comme on y va aujourd'hui pour en reconnaître les limites et la contenance exacte.

Mais il ne faut pas oublier ce qu'a nécessité de temps et d'argent l'établissement du cadastre lui-même; on parle à chaque instant de sa réfection; voyez comme il est difficile de la faire aboutir.

Or, pour qu'un plan cadastral serve à cette nouvelle destination, la connaissance du sol arable, pour qu'il soit assez détaillé, et réellement bien fait, a-t-on songé à la difficulté du problème, au nombre d'analyses à faire, et cette opération ne sera-t-elle pas tellement coûteuse qu'il faudra y renoncer avant même de l'avoir entreprise?

Sans qu'il soit besoin d'insister, vous comprenez de suite la nécessité

(1) Hansel, *Compte rendu du laboratoire de Carlsberg*. Copenhague, 1892.
(2) *Études sur la Bière*, p. 220.

d'opérer avec ordre, avec économie de temps et d'argent, si l'on veut que ce nouveau travail ait quelque chance d'être entrepris sérieusement.

Tout d'abord, combien de prises d'échantillons à l'hectare? Ce nombre peut-il être fixé?

En prenant un échantillon, de 50 en 50 mètres, cela fait quatre échantillons par hectare. Or, les communes de 1.000 hectares de surface sont très nombreuses. Quelles sont les communes assez riches pour payer, même à 20 fr. l'une, 4.000 analyses de terre complètes?

Prendre des échantillons tous les 50 mètres, ce n'est pas assez en certains pays; à la limite de formations géologiques différentes, le sol varie dans d'incroyables proportions, comme je pourrais en citer de nombreux exemples. Faudra-t-il alors prélever des échantillons de 20 mètres en 20 mètres? de 10 mètres en 10 mètres? Cela fait alors des réseaux de 400 ou de 100 mètres carrés, soit 25 ou 100 prises d'échantillons par hectare; c'est-à-dire des prélèvements dont le nombre s'accroît en raison inverse du carré des distances de prises d'échantillons. Nous arrivons à une impossibilité. Et comme, par expérience, il est reconnu que le sol en un même champ peut, tout aussi bien être homogène que varier à l'infini, nous concluons également que le nombre d'analyses par hectare ne saurait être fixé à l'avance. En telle commune il suffira d'un prélèvement par hectare, alors qu'en telle autre il en faudrait 100.

On reconnaît ainsi qu'il faut opérer judicieusement dans le choix des points à prélever; aussi, a-t-on recommandé de choisir uniquement les points où, à l'œil, la nature, l'aspect du terrain vient à changer.

Ceci est bientôt dit. Mais j'affirme plus que jamais que l'œil, à lui seul, est un très mauvais juge pour l'analyse des terres.

Il serait trop long d'en donner les nombreux exemples que je pourrais citer. Cependant on n'en doit pas moins examiner la nature des pierres, des fossiles, etc., et ne faire de nouveaux prélèvements que quand on s'apercevra de changements notables.

En outre, je vais montrer l'insuffisance des cartes géologiques en vue de la connaissance du sol arable, tout en déclarant de la façon la plus formelle qu'elles seront d'un immense secours dans le choix des points à prélever.

D'abord, elles ne sont pas encore faites pour un grand nombre de feuilles de la carte de l'État-major; et là où elles sont faites, elles sont à une échelle trop petite pour chaque commune; elles ne peuvent, et c'est déjà très beau, que donner des indications générales. A un autre point de vue, elles sont encore insuffisantes. En dehors d'une même région, parfois très restreinte, tel étage, et en particulier le *Bathonien*, offre des différences étonnantes; « véritable Protée, dit M. A. d'Orbigny, il se présente sous toutes les formes, sous toutes les couleurs. » Sous les formes

minéralogiques les plus diverses, la même faune caractéristique peut se rencontrer; c'est donc la paléontologie seule qui fixe le synchronisme des diverses formations; mais, *au point de vue agricole*, ce synchronisme est de faible importance, tandis que la composition minéralogique en a une très grande, car la terre ne provient que de la décomposition des roches les plus voisines.

Autre embarras: sous un même nom géologique, on réunit des couches de composition et d'aspect fort différents; quand donc on arrive aux affleurements, le sol change autant de fois qu'il y a de couches différentes.

Il y a plus: autant certaines feuilles sont soignées, exemple: celles de Mâcon, Chalon, Autun, que j'ai plus spécialement étudiées et qui, soit dit en passant, étaient les plus difficiles à exécuter, autant, par contre, et parmi les plus faciles, l'exécution en est *lâchée*. J'aurai un jour l'occasion de m'expliquer à ce sujet et de préciser.

Voilà donc, malgré leur utilité incontestable, bien démontrée l'insuffisance des cartes géologiques actuelles en vue de l'agriculture. Pour la recherche des matériaux de construction, des richesses minérales du sous-sol, c'est assez; mais pour l'agriculture, pour le sol qu'on travaille, le sol arable, qui diffère si souvent du sous-sol, il faut scruter la terre plus intimement, et d'une façon toute différente, si l'on veut savoir là où commence, là où finit une formation, si l'on veut savoir enfin les points précis où il suffit de faire les prélèvements.

Voici ce que je propose de faire en vue de ce choix. C'est une carte préalable, dite *carte avec courbes d'égal-calcaire* et, au besoin, pour rendre celle-ci plus lisible, lui adjoindre des *profils calcimétriques*.

Mais pourquoi cette carte avec courbes d'*égal-calcaire?* Pourquoi pas une autre avec courbes d'égal acide phosphorique? Quel avantage, quelle simplification présente une pareille carte? N'est-ce pas une carte de plus à faire, alors que nous sommes tentés de reculer devant une carte des analyses complètes? A ces diverses questions, je réponds:

J'ai la certitude que cette carte préalable est de toute nécessité dans les pays un peu tourmentés, parce que, outre l'avantage qu'elle offre de simplifier le travail ultérieur des analyses complètes, nulle autre, pour le moment, n'est aussi simple, aussi facile à faire partout, sans frais, par le premier venu, et aussi utile en vue de l'emploi des engrais chimiques et de la reconstitution des vignes au moyen des vignes américaines.

Voici comment je suis arrivé à ces conclusions. Pendant mes cent cinquante à deux cents premières analyses de terres pour le département de Saône-et-Loire, je ne voyais aucun lien entre les résultats obtenus par l'analyse des terres d'une même commune et, souvent d'une même propriété. Tout, principes constituants et éléments de richesse me semblait distribué au hasard. Enfin les cartes géologiques des communes d'où pro-

venaient les échantillons n'étaient pas publiées. C'était là une grande difficulté qui m'empêchait de généraliser les résultats obtenus. Mais après 1.000 analyses complètes, à force de patience, par le lavage de chaque terre sous un robinet d'eau, avec le tamis de dix fils par centimètre, j'ai vu que l'aspect des pierres guidait plus sûrement que l'examen de la terre pour connaître la nature de celle-ci. Je n'avais, en 2 ou 3 kilogrammes au plus soumis au lavage, guère de chance de rencontrer souvent des fossiles caractéristiques de l'étage géologique. Peu importe! L'aspect seul des pierres a fini par me renseigner mieux sur l'origine de la terre que l'aspect de la terre elle-même. En effet, l'aspect des pierres revenant parfois le même, je finis par trouver que ces terres dont la parenté était évidente, comme composition des pierres, étaient également parentes comme proportion des trois constituants principaux (silice, calcaire et argile), et comme richesse en éléments fertilisants (azote, acide phosphorique et potasse). La publication de la feuille Mâcon, n° 148 des *Ingénieurs*, une des plus compliquées qu'on puisse rêver, puisqu'elle ne renferme pas moins de quarante-neuf formations différentes se répétant souvent plusieurs fois de suite dans un espace très restreint, me mit sur la voie et me donna le moyen de m'y reconnaître au milieu de ce chaos.

Je vis bientôt que chaque formation a, d'une manière générale, *les mêmes caractéristiques minérales*, c'est-à-dire que le calcaire, un des constituants, et les deux éléments de richesse : acide phosphorique et potasse, se retrouvaient sensiblement les mêmes en une même formation.

Il suffisait donc de connaître l'un, *en une même formation*, pour connaître les deux autres.

L'azote seul, élément organique, trop délicat, trop mobile, trop variable avec la profondeur, les modes de culture, etc., refusait de rentrer dans la loi commune. Je constatai ainsi dans les marnes irisées des richesses extraordinaires en potasse, avec peu d'acide phosphorique et peu de calcaire; dans le lias, de grandes richesses en acide phosphorique et en potasse, et peu de calcaire; dans l'oxfordien, assez de richesse en acide phosphorique, une grande richesse en potasse et beaucoup de calcaire; la grande oolithe va jusqu'à 72 0/0 de calcaire.

Donc, chaque formation a ses caractéristiques différentes, une pour chaque minéral, et, connaissant l'une de ces caractéristiques, le calcaire, les deux autres, le suivront parallèlement tant qu'on ne quittera pas une même zone continue.

Les remaniements dus à la nature peuvent seuls entrer en ligne de compte; mais ceux dus à la culture, à l'emploi des amendements, ne changeront pas le pour cent de calcaire d'une certaine étendue. Le travail lent et continu de la nature est infiniment supérieur à celui de l'homme.

Je me proposai de vérifier si cette vue était conforme aux faits et dans

le *Journal de l'Agriculture* du 6 février 1892, p. 257, je reproduisais un *extrait de l'Annuaire de Saône-et-Loire pour 1892*, écrit en octobre 1891, dans lequel je m'exprimais ainsi :

« J'ai pris mes mesures pour avoir, aux premiers beaux jours, une dizaine de *coupes en travers* des principales formations jurassiques du Mâconnais. Chaque coupe sera obtenue en prélevant une poignée de terre à tous les cinquante pas.

» Je ne crois pas trop m'aventurer en soupçonnant que la proportion de calcaire délimitera très nettement chacune des huit formations précitées (de J_{IV} à J^4 de la carte des ingénieurs des mines). Puis je ferai la représentation graphique du résultat; j'ai la conviction que les lignes *d'égal-calcaire* détermineront une même formation et fourniront une image de la carte géologique elle-même. »

J'ai publié ailleurs (conférences de Lyon, d'Annecy et de Virieu-le-Grand) les graphiques des pour cent de calcaire en travers des mêmes formations, dans des parcours distants de 10 à 20 kilomètres, et j'ai montré que, malgré les révolutions du globe, malgré les cultures, chaque formation apparaît nettement dans mes profils *en travers*.

Que maintenant on multiplie ces coupes en travers; tout le territoire de la commune sera enserré comme en un réseau à mailles plus ou moins larges. En portant le pour cent sur un calque du plan d'assemblage de la commune, et en joignant par une ligne continue les points ayant la même proportion de calcaire, on obtiendra les courbes d'*égal-calcaire*; ces courbes, à leur tour, sont parallèles aux diverses formations géologiques, et, ce qui arrive plus souvent qu'on ne croit, quand la carte géologique n'est pas faite avec soin, quand elle a englobé sous une même teinte des sols de nature très diverse, les courbes d'égal-calcaire avertissent sûrement de ces différences et; par suite, de l'erreur commise. Tandis que, par tout autre système, on n'a que des indications éparses, isolées, peu nombreuses, discontinues, avec mon système de courbes, et à cause de la facilité et de la multiplicité des prélèvements, on a des indications *continues*, qu'on juge dans un ensemble.

Quand les cartes géologiques existent, on a tout avantage à faire de nombreux prélèvements en travers des formations. Qu'on jette les yeux sur les cartes *Mâcon* et *Nantua*, on verra que le sens général des formations va du nord au sud; donc, on fera les prélèvements de l'est à l'ouest. Dans la carte de la Haute-Marne, les formations vont du sud-ouest au nord-est; donc on fera les prélèvements du nord-ouest au sud-est.

Si les cartes géologiques n'existent pas, il n'y a qu'à suivre les routes, les chemins, les sentiers, à droite et à gauche; les principales lignes de faîte, et les principales lignes de thalweg; le sens des formations apparaît très nettement quand on essaie de traduire graphiquement les résultats

sur le plan, avec les courbes d'égal-calcaire. Toute une commune se trouve ainsi partagée en zones sur chacune desquelles il n'y a qu'à prélever trois ou quatre échantillons pour l'analyse complète.

Dès le mois de juillet 1892, M. Paul Bogé, instituteur à Breuil-sur-Marne, a fait seul, en un mois, la carte de sa commune avec profils calcimétriques; un mois après, il faisait celle de la commune d'Orges.

Cette année, M. Guerrapain, professeur départemental, avec l'aide de M. Avignon, professeur d'arrondissement à Wassy, faisait procéder à l'analyse de huit formations différentes avec cinq prélèvements en chaque formation. Les cartes d'égal-calcaire n'étaient pas encore faites en cette région, et les prélèvements n'étaient soumis à d'autre contrôle que celui de la carte Royer et Barotte, faite cependant avec un grand soin. L'analyse a révélé nettement que la délimitation des formations dans la carte géologique est incertaine, que ce n'est qu'une *image approchée*, et avantageusement remplacée par les courbes d'égal-calcaire.

Dans tous les cas, on voit que, par ce système, nous sommes loin des milliers d'analyses complètes auxquelles on serait conduit si l'on n'opérait pas avec méthode. Vingt à quarante analyses complètes, au plus, suffiront par commune.

Mais, qui fera la carte préalable avec courbes d'égal-calcaire? combien durera-t-elle? que coûtera-t-elle? Je réponds : qui la fera? le premier venu! La détermination du calcaire par ma méthode est si simple, si rapide, qu'un enfant, au besoin, peut s'en charger. Je pourrais citer nombre de grands propriétaires qui ont fait faire ainsi le graphique de leurs propriétés, les uns par leur jardinier, les autres par un enfant d'une douzaine d'années (1).

La carte d'une commune demandera *un mois, au plus,* pour peu qu'un instituteur veuille s'en occuper avec quatre ou cinq enfants, et comme voilà déjà pas mal de cartes ainsi faites très lestement, et *gratuitement*, par des personnes de bonne volonté, j'en conclus que cela ne coûtera pas bien cher à chaque commune pour peu qu'on y trouve *un ou deux* hommes de bonne volonté.

Il est un autre mode de prélèvement qui peut s'ajouter aux précédents : les intéressés apportent leurs terres et paient 20 centimes par échantillon apporté; on m'a cité des communes où cette taxe est prélevée, et dont la mairie ne désemplissait pas le dimanche, à l'époque de la reconstitution du vignoble!

Point de fouilles à faire, ni ingénieurs, ni chimistes, pour cette carte

(1) Comme sanction à ce que j'ai dit au Congrès de Besançon, un mois après, M. Tranchard, géomètre, un de mes auditeurs, faisait la carte de la commune de Saint-Vit avec ses enfants, dont l'aîné n'a pas treize ans. (Voir le *Journal des Syndicats des fruitières de Comté.*) — « En employant des enfants à ce travail, j'ai, dit-il, cherché sans doute à les instruire, mais en même temps à démontrer que la chose est fort simple. »

préalable. C'est aux intéressés, en chaque commune, à se tirer d'affaire, ce qui n'est pas difficile.

Je dois ajouter que cette méthode n'est pas applicable partout: exemple, dans les sols des terrains primaires où l'on trouve partout 0 de calcaire; par exemple dans la partie marquée γ^3 des ingénieurs des mines. Là, ce sont les caractères physiques qui l'emporteront, et qui détermineront les choix des prélèvements. Alors, dans une même commune et sur des milliers d'hectares, une seule analyse suffira. Mais pour le trias, le jurassique, le crétacé et les alluvions anciennes et modernes, rien ne vaudra le système précédent.

Pour peu qu'on fasse intervenir la profondeur du sol, l'allure du dégagement gazeux, la variation croissante ou décroissante du calcaire avec la ténuité, et enfin un tant soit peu, si cela peut se faire à l'œil, la notation *s, h, a, c,* des Instructions de M. Ad. Carnot sur ce même sujet, on aura une carte presque complète, avant même d'avoir fait la détermination des autres minéraux. En passant, on peut signaler ce qu'ont d'insuffisant, comme précision, la notation ci-dessus de quatre lettres, avec ses soixante-quatre combinaisons ou permutations, et l'unique prélèvement par 25 hectares.

En résumé, mes cartes — fussent-elles sans relation avec la carte des Ingénieurs des Mines ; dussent-elles ne jamais être complétées par la représentation des deux autres minéraux ; fussent-elles, en un mot, réduites à cette seule et unique détermination du calcaire, — qu'elles n'en présenteraient pas moins un intérêt capital, d'abord par leur mode de représentation qui obéit à la loi de *continuité*, ensuite par l'immense service qu'elles rendront à l'agriculture en vue de l'emploi judicieux des engrais, puisque j'ai démontré que c'est surtout le calcaire qui règle leur *forme* (voir mon volume *Le Calcaire*) ; et enfin par les services qu'elles rendront à la viticulture dans la reconstitution des vignobles au moyen des vignes américaines greffées : elles permettent dès aujourd'hui de choisir, en connaissance de cause, le meilleur porte-greffe ; elles représentent clairement les sols de facile, et les sols de difficile adaptation.

M. Daniel BELLET

A Paris.

LA PÊCHE MARITIME ET FLUVIALE AU CANADA

— Séance du 7 août 1893 —

Certainement, et depuis plusieurs années déjà, de louables efforts sont faits en France pour aider au repeuplement de nos cours d'eau ; d'autre part aussi, quelques savants consciencieux se livrent à l'étude des fonds marins et des habitudes des poissons pour guider un peu nos pêcheurs dans la recherche des régions à exploiter. Mais assurément, il est bien tard pour s'occuper de ces questions, et la situation présente demande un prompt remède. Tout le monde sait, en effet, que la pêche en eau douce est, pour ainsi dire, devenue nulle et sans profit possible, et que la pêche maritime n'est pas beaucoup mieux partagée; les littoraux qu'on exploitait jadis étant aujourd'hui ravagés, les pêcheurs doivent s'avancer de plus en plus loin en haute mer, à la poursuite du poisson qui se fait tous les jours plus rare.

Je n'ai pas besoin d'insister sur ce point, qui est si bien mis en lumière à chaque instant par les plus éminents de mes confrères. Mais comme, malgré tout, il reste un grand nombre de gens qui ne comprennent pas encore quelle source de richesse constitue la pêche, soit maritime, soit fluviale, et quel intérêt l'on a, par suite, à repeupler nos côtes et nos fleuves par des moyens artificiels, je voudrais citer l'exemple fort instructif d'un pays où la pêche forme l'une des plus importantes industries, et indiquer en même temps les moyens employés par lui pour maintenir ses pêcheries toujours productives.

Je veux parler du Canada.

Dès les premiers temps de la colonisation du Dominion, on avait bien vu quelles pêches abondantes on pouvait faire dans ses cours d'eau et sur tous ses rivages, aussi bien sur les grands lacs que sur les deux océans ; on avait donc eu recours aux produits qu'on pouvait se procurer facilement, on les avait introduits d'une façon constante dans l'alimentation, à l'exemple de ce que faisaient les Indiens. Mais, bien entendu, par suite de l'absence des moyens de transport, on ne pêchait que pour la satis-

faction des besoins immédiats, et pour la consommation sur place. Peu à peu, cette façon de faire se modifia ; on put expédier les produits sur les marchés des villes qui se fondaient, et dès lors l'industrie de la pêche prit un développement rapide et une importance assez grande.

Les statistiques que nous avons entre les mains remontent à 1868. A cette époque, on exporte déjà du Canada pour 3.357.000 dollars de produits de la pêche, c'est-à-dire que, dès ce moment, l'on ne se contente plus de fournir les marchés de la Confédération, mais que les pêcheries travaillent pour l'exportation. En 1869, le total des produits de la pêche monte à 4.376.526 dollars ; puis, rapidement, nous trouvons 9.570.116 en 1872, 11.681.000 en 1874. Après une légère dépression en 1875 et 1876, le mouvement ascensionnel recommence, et encore plus rapide. Nous relevons le chiffre de 12.029.000 dollars en 1877, 14.499.000 en 1880, 16.824.000 en 1882, 17.766.000 en 1884, 18.679.000 en 1886. Pendant les trois années suivantes, la production oscille entre 17.400.000 et 17.700.000, ce qui est encore un joli chiffre ; et enfin en 1891, le dernier exercice que nous ayons, elle atteint 18.978.078 dollars, ce qui correspond sensiblement à 98.500.000 francs. La pêche maritime et la pêche fluviale ont fourni aux Canadiens, depuis vingt-trois ans, 1 milliard 676 millions de produits. D'autre part, depuis 1868 inclusivement, en vingt-quatre années, le Dominion n'a pas exporté pour moins de 152.581.000 dollars de produits des pêcheries, autrement dit pour environ 796 millions de francs ; le chiffre annuel de cette exportation a monté rapidement. Il se trouvait à 5.292.000 dollars en 1874, à 7.682,000 en 1882 ; il atteignait même 8.809.000 en 1883 ; et si, depuis, il s'est produit une dépression assez sensible, due peut-être à l'augmentation de la consommation intérieure, il n'en est pas moins vrai qu'on peut relever en 1891 le chiffre le plus considérable que la statistique ait jamais fourni en la matière, 9.715.401 dollars, c'est-à-dire 51 millions de francs.

Nous n'avons pas besoin d'insister sur l'importance qu'a prise en Europe la consommation des poissons et crustacés provenant du Canada sous forme de conserves de toute espèce : il en est de ces produits comme des fruits séchés de même provenance, et il n'est personne d'entre nous qui n'ait aperçu, chez tous les marchands épiciers ou autres, les boîtes métalliques avec enluminures éclatantes, contenant soit des saumons, soit des homards, etc.

Sans vouloir nous étendre sur ce point de détail qui serait un peu hors de propos ici, nous voudrions indiquer quelles sont les différentes provinces canadiennes qui tirent le plus de ressources de la pêche. Pour la seule année 1891, c'est la Nouvelle-Écosse qui vient au premier rang ; la pêche y a, en effet, produit une valeur de 7.011.000 dollars, ou bien près de 38 millions de francs. Le Nouveau-Brunswick vient ensuite, mais

bien loin derrière elle, avec 3.571.000 dollars seulement. Dans la Colombie britannique, qui est un pays neuf, où, en dépit des charbonnages, l'industrie n'est encore que dans son enfance, la pêche est fort active et a produit en 1891 pour 3.008.000 dollars (1). Dans la province de Québec, c'est plus modeste, nous ne relevons que le chiffre de 2.008.000; c'est ensuite 1.238.000 pour l'île du Prince-Édouard, 1.806.000 pour l'Ontario, enfin seulement 332.000 pour le Manitoba et les territoires du Nord-Ouest à la fois. C'est toujours la Nouvelle-Écosse qui a été la mieux partagée au point de vue de la productivité des pêcheries; dès 1869, elle trouvait dans ce commerce un revenu de 2.501.000 dollars, et elle en a retiré 148.864.000 depuis cette année. Pendant ce même temps, le produit analogue a été de 61.074.000 dans le Nouveau-Brunswick, de 43.149.000 dans la province de Québec.

La Colombie britannique n'apparaît sur les statistiques spéciales qu'en 1876, avec le chiffre modeste de 104.697 dollars; aussi les pêcheries n'ont-elles livré que pour 25.629.000 dollars jusqu'à présent. La production totale a été encore plus modeste dans l'île du Prince-Édouard, 19.656.000 dollars, bien que ce total soit déjà respectable; puis 19.569.000 dans l'Ontario; enfin 1.284.000 pour le Manitoba et les territoires du Nord-Ouest.

Pour mieux donner idée de l'importance de cette industrie spéciale, il faut rechercher quel personnel et quel matériel elle emploie.

Toutes les pêcheries du Dominion occupaient, en 1891, un ensemble de 65.575 hommes, dont 24.376 pour la Nouvelle-Écosse, 12.530 pour la province de Québec, 12.222 pour le Nouveau-Brunswick, 8.666 pour la Colombie anglaise, 4.026 pour l'île du Prince-Édouard. C'est là ce qu'on peut nommer le personnel *de Pêche;* mais il faudrait y ajouter (nous ne possédons point ces chiffres) tous les hommes, les femmes et les enfants qui travaillent à terre, dans les usines de traitement et de conserve. Ces 65.575 hommes, que nous venons de citer, montent 31.464 bateaux ou embarcations de toute sorte, qu'on estime valoir 3.133.170 dollars. Les filets employés ont une longueur totale de 5.014.079 brasses, ou à peu près 9 millions et demi de mètres, et ce qui est bizarre c'est que dans l'Ontario, où pourtant la pêche est peu intense, la longueur cumulée des filets atteint 1.441.000 brasses. Ces filets valent environ 1.644.892 dollars, et il faut ajouter 2.598.000 dollars pour le matériel de pêche et les engins complémentaires; il y a donc au moins un capital de 38.730.000 francs consacrés à cette importante industrie.

Les Canadiens ont le bon esprit d'exploiter toutes les richesses de leur domaine maritime ou fluvial, et nous allons pouvoir nous en assurer en

(1) Nous rappelons que Terre-Neuve demeure toujours en dehors de la Confédération canadienne.

examinant rapidement quels sont les divers produits de la pêche, poissons, crustacés ou autres.

Si nous n'envisageons que l'année 1891, nous voyons que la morue représente à elle seule plus du dixième de la production totale : il en a été pêché, en effet, 857.734 quintaux canadiens (ce qui équivaut à 440.000 kilogrammes), pour une valeur de 3.827.708 dollars. Vient ensuite le hareng, pour 2.294.914 dollars ; on en compte 298.598 barils en saumure ou en marinade (le baril représentant à peu près 113 litres), puis 2.386.920 boîtes de poisson fumé, et enfin 9.108.650 livres anglaises à l'état frais ou congelé : à lui seul, le poisson mariné ou en saumure forme la moitié de la pêche totale du hareng. Le saumon rapporte une somme considérable, lui aussi, 2.256.249 dollars, et cependant en décroissance de 780.320 dollars ; la plus grande partie de ces saumons est mise en conserves et en boîtes : on en a compté 15.206.328 livres en 1891, ce qui est beaucoup, et cependant en décroissance de 4 millions de livres sur 1890 ! On en traite assez peu en les fumant, procédé plutôt réservé aux Indiens ; 4.404.000 livres sont laissées à l'état frais, et quelques milliers de barils à peine sont mis en saumure. Des saumons nous pourrions rapprocher les truites : on en pêche 6.287.643 livres, mais cela ne représente qu'une valeur de 661.344 dollars.

Nous insisterons plutôt sur les homards et langoustes ; la préparation de ces crustacés constitue une industrie des plus importantes : elle n'a, du reste, pas rapporté moins de 2.252.421 dollars, en augmentation de 604.076 sur 1890. On n'en expédie que 6.321 tonnes vivants, et l'on en met en boîtes 14.285.157 livres (de 453 grammes toujours.) Le maquereau fournit également une grande part des produits des pêcheries du Canada ; la valeur, en 1891, a été de 1.969.570 dollars ; on en a mis seulement 165.981 livres en boîtes, et le reste a été placé en saumure dans 139.261 barils.

Nous pourrions encore citer de nombreuses variétés de poissons d'eau douce ou d'eau de mer ; nous verrions notamment que les sardines ont rapporté 192.936 dollars ; et enfin nous pourrions y ajouter 183.846 dollars pour les huitres.

Tout ce que nous venons de dire, tous les chiffres que nous avons fournis montrent avec quelle intensité les Canadiens exploitent les richesses piscicoles de leurs côtes et de leurs cours d'eau. Il faut songer, par exemple, que l'on y a pêché plus de 1.300 millions de kilogrammes de morue depuis 1869 ; pour le saumon, depuis la même époque, on en a mis en saumure 157.000 barils, et l'on en a vendu en boites ou à l'état frais ou fumé 210.123.000 livres ; de même, il a été pêché 326.738.000 livres de homards ou langoustes. On a produit 8.144.000 ba-

rils de harengs marinés et 23.085.742 de ce même poisson fumé; on a trouvé moyen de vendre 3.120.000 barils de maquereau mariné. Il faudrait dire aussi que l'on a manufacturé 19.084.000 gallons (de 4,5 litres) d'huile de poisson. Ce sont des chiffres qui en disent long. Et encore ne tenons-nous pas compte de la pêche intensive exercée de tout temps par les Indiens; ils y trouvent leur principale ressource comme alimentation, surtout dans le Nord-Ouest et en Colombie anglaise. Rien que dans cette dernière province, et pendant la période 1879-91, on estime à au moins 250 millions de francs (peut-être même 270) le poisson qu'ils ont consommé. Ce sont là des évaluations vraisemblables, mais plutôt en dessous de la vérité.

Bien entendu, il faut prendre garde qu'avec une exploitation aussi active, on ne vienne à épuiser les fonds marins, à dépeupler les rivières. Si vous aviez sous les yeux les tableaux qui ont été dressés comme représentant le produit des pêches annuelles pour les différentes espèces de poissons, vous verriez que, pour quelques-unes, il y a une tendance assez nettement marquée à la décroissance. Je n'abuserai pas de votre patience en vous mettant encore d'autres chiffres sous les yeux, mais je vous dirai, du moins, qu'il en est ainsi notamment pour la morue, pour le maquereau. Le gouvernement du Dominion doit donc prendre garde au danger qui menace une de ses industries nationales par excellence, et il faut bien dire qu'il a pris d'excellentes mesures pour parer au péril.

Il y a d'abord, chaque année, des périodes déterminées pendant lesquelles telle ou telle pêche est interdite, à la façon de ce qui se passe en France; la date d'ouverture et de fermeture, autrement dit l'époque d'interdiction, varie suivant les provinces. C'est ainsi que la pêche du saumon au filet est interdite du 1er août au 1er mai dans la province de Québec, du 15 août au 1er mars dans la Nouvelle-Écosse et le Nouveau-Brunswick; il en est de même pour la truite, le doré, le homard, les huîtres, l'esturgeon, etc.

D'une façon fort résumée, voici les lois qui régissent la pêche au Canada. La pêche au filet des poissons de toute espèce est interdite dans les eaux du domaine public, sauf quand il y a location ou licence; les dimensions des mailles des filets sont arrêtées de manière à empêcher la destruction des poissons trop petits. On ne peut, avec les sennes et filets en général, barrer les baies ni les canaux. En dehors des saisons spéciales de fermeture, on établit chaque semaine une sorte de trêve de Dieu (du Dieu des poissons), on choisit un jour pendant lequel toute pêche est interdite. On prohibe absolument l'emploi de toutes substances vénéneuses ou explosives pour attraper ou tuer les poissons. Les levées, barrages, bâtardeaux des moulins doivent être munis d'échelles à pois-

sons bien aménagées ; il faut, du reste, en soumettre le dessin, avant toute construction, au Département de l'Agriculture. Ce même Département se réserve, en cas de besoin, d'interdire complètement la pêche.

Depuis 1889, le Canada a créé, d'abord avec des ressources modestes, ce que nous appellerions un « Bureau de renseignements des Pêches », et ce qu'on nomme là-bas « Fishery Intelligence Bureau » ; son importance s'accroît chaque jour, et actuellement, ou du moins en 1891, il coûte 2.021 dollars ou 10.600 francs par an ; il est fort apprécié par les intéressés.

Le Canada, suivant en cela l'exemple de beaucoup d'autres pays, a voté, en 1882, une loi destinée à encourager le développement des pêcheries maritimes et la construction de bateaux de pêche ; on a distribué annuellement une somme de 750.000 francs entre les pêcheurs et les propriétaires de bateaux.

Le nombre des primes accordées aux pêcheurs en 1890 a été de 18.071, représentant une somme totale de 158.241 dollars. Quant aux primes à la navigation, elles sont payées sur le pied de 1,50 dollar par tonne pour les navires consacrés à la pêche, de 3 dollars par homme montant les petites embarcations, et enfin de 1 dollar aux propriétaires pour chaque petite embarcation. Le nombre des navires qui ont reçu la prime a été de 739, représentant un tonnage d'ensemble de 28.268 tonneaux ; le nombre des pêcheurs s'élevait à 33.245, et celui des petites embarcations à 17.168. Depuis 1882, on a payé en primes une somme de 1.411.503 dollars.

Mais ce sur quoi nous voulons insister particulièrement comme rendant de grands services, ce sont les établissements de pisciculture et d'éclosion artificielle des œufs de poissons et de crustacés.

En 1890, on comptait douze de ces établissements en service : nous parlons de ceux qui dépendent du gouvernement. Il y en avait un sur la rivière Fraser, dans la Colombie anglaise ; d'autres à Sydney et Bedford, dans la Nouvelle-Écosse ; sur la rivière Saint-Jean et à Miramichi, dans le Nouveau-Brunswick ; à Restigouche, Gaspé, Tadousac et Magog, province de Québec ; à Ottawa, Newcastle et Sandwich, dans l'Ontario. On le voit, ils sont disséminés dans les différentes parties du territoire. Ces établissements ont mis à l'eau une quantité de jeunes poissons de toute espèce. Cette mise à l'eau comprenait 90.213.000 alevins, dont notamment des saumons, des truites, etc.

Le nombre des œufs ramassés pendant l'automne de cette même année, pour les incubations de la campagne suivante, a été de 144.613.000. Un nouvel établissement d'éclosion a été créé à Ottawa. On se plaît à reconnaître l'excellent résultat de ces mises à l'eau ; et l'on considère que les bandes de saumons qui, depuis quelques années, se ruent dans la

rivière Fraser, proviennent en grande partie des alevins des établissements piscicoles.

Nous ajouterons encore qu'un établissement de ce même genre pour les homards a été établi à Bay-View, comté de Picton (Nouvelle-Ecosse) ; bien que de toute récente création, il a pu lancer 7 millions de petits homards. Rappelons, à ce propos, que l'installation d'incubation de homards de Terre-Neuve a traité 551 millions d'œufs.

Avant de finir, nous dirons que le Département des Pêcheries du Canada n'a pas dépensé, en 1891, moins de 374.202 dollars (autrement dit 1.980.000 francs) à des titres divers : cette somme comprend 71.306 dollars pour les fonctionnaires du service, 39.496 pour l'éclosion et la nourriture des alevins, 83.050 pour le service de surveillance et de protection de la pêche, 166.967 pour les primes. En 1889, la dépense totale avait été de 355.596 dollars, et de 328.749 en 1890.

Nous avons cru intéressant de signaler les méthodes suivies au Canada pour entretenir cette source si considérable de richesses que représente la pêche, et nous espérons que la France, plus que jamais, s'intéressera au repeuplement et à l'exploitation rationnelle et fructueuse de ses cours d'eau et de ses rivages.

M. le Dr Fernand DELISLE

A Paris.

L'ENSEIGNEMENT SPÉCIAL POUR LES VOYAGEURS ORGANISÉ AU MUSÉUM (1)

— Séance du 4 août 1893 —

Le Muséum d'histoire naturelle de Paris, ou, comme il est d'usage de dire, le Muséum, est avant tout le plus grand musée des sciences naturelles

(1) Avant la réunion du Congrès de Besançon, le Président de la Section de Géographie, M. Gauthiot, avait reconnu combien il était nécessaire d'appeler l'attention sur l'enseignement nouveau organisé spécialement pour les voyageurs au Muséum de Paris. M. Oustalet, assistant du Muséum, devait exposer le but et les résultats déjà acquis. Des motifs urgents, imprévus, l'ont tenu éloigné de cette réunion, et c'est sur la demande de M. Gauthiot et fort à l'improviste, que j'ai remplacé M. Oustalet. Je me suis efforcé toutefois d'exposer, aussi exactement que possible, les motifs qui, selon moi, ont décidé M. A. Milne-Edwards, directeur du Muséum, à instituer ce nouvel enseignement, en montrer tout l'intérêt, toute l'importance.

de la France et le plus ancien. Je ne vous en ferai pas l'histoire, ce n'en est pas le moment, mais elle est fort curieuse, et je vous engage à consulter ce qui a été écrit sur ce sujet, et tout encore n'est pas dit. Mais le Muséum n'est pas seulement l'établissement où sont réunies les nombreuses et belles collections de toute nature que vous connaissez, de la ménagerie et des jardins, et qui attirent, en tout temps, un si grand nombre de curieux instruits ou non ; c'est encore un centre scientifique d'une nature particulière, à la fois centre de recherches scientifiques et établissement d'enseignement.

Comme centre de recherches scientifiques, le Muséum s'est fait une grande place. Le jardin du roi, au dernier siècle, nous avait donné Buffon, Daubenton, Thouin, et devenu Muséum, nous y trouvons Lamarck, Cuvier, Geoffroy-Saint-Hilaire, Blainville et tant d'autres dont les travaux ont éclairé les diverses branches des sciences naturelles pendant le siècle qui s'achève.

Sans doute, les professeurs composent un groupe d'élite et tiennent, chacun de leur côté, un rang éminent dans les diverses branches des sciences naturelles ; mais le véritable rôle de cet établissement est d'accroître, sans interruption, les collections nationales en les complétant sans cesse afin de fournir aux travailleurs de nouveaux éléments d'étude. C'est le but qui se poursuit, sans arrêt, depuis son origine et que la nouvelle création doit tendre à faire progresser encore.

L'enseignement qui se fait au Muséum est plus général que celui des Facultés des sciences, chacun des professeurs s'occupe plus de philosophie naturelle que du petit détail de la science ; les cours s'adressent plus particulièrement à ceux qui sont déjà au courant des premières données des sciences naturelles.

Mais, à côté de ces auditeurs habituels et nombreux des cours du Jardin des Plantes, il venait depuis longtemps au Muséum des hommes d'âges fort divers, Français ou étrangers, qui allaient dans les laboratoires réclamer non un enseignement, mais des instructions précises, qui s'astreignaient à faire une sorte d'apprentissage pour se mettre au courant des procédés, des méthodes, des manipulations, désireux de se livrer à des recherches, sur telle ou telle branche des sciences naturelles, dans les pays lointains, qu'ils se proposaient de visiter, pays non explorés bien souvent. Ils ambitionnaient de récolter des collections de toute nature, soit pour leur compte, soit pour celui d'établissements scientifiques. Inutile d'insister sur l'accueil fait à ces futurs voyageurs ; on les renseignait tous avec le même soin, la même bienveillance, et on attendait patiemment qu'ils fissent parvenir leurs récoltes ou les relations de leurs voyages.

C'est ainsi que, durant les vingt dernières années, presque tous les voyageurs naturalistes qui ont obtenu des missions scientifiques du Mi-

nistère de l'Instruction publique sont venus s'enquérir dans les laboratoires du Muséum des *desiderata* à remplir, des lacunes à combler. Lorsqu'ils partaient, ils savaient comment diriger utilement leurs recherches, ils étaient au courant des procédés de préparation et de conservation des collections.

Il est indispensable que le voyageur naturaliste possède un bagage d'instruction aussi étendu que possible afin de ne pas s'égarer dans ses recherches. Il doit, autant que le permet la région qu'il explore, s'efforcer de réunir le plus de documents nouveaux, de toute nature, et ne pas s'arrêter outre mesure à ce qui est déjà connu. Ce ne sont pas les nombreux volumes d'Instructions aux voyageurs, souvent surchargés de détails fort longs, qui pourront lui servir utilement, comme moyen de direction; ce sont les chefs des laboratoires qui, au courant de leurs collections, lui diront : « Vous allez là, n'oubliez pas de voir si tels dires sont exacts, si telle ou telle particularité zoologique, botanique ou autre s'y rencontre. Nous avons de riches et belles collections de tel genre, cherchez plus beau, mais ne vous encombrez pas de pièces trop secondaires ou défectueuses. »

Et quand le voyageur posséderait, pour les avoir tous lus, les nombreux volumes d'Instructions aux voyageurs, à quoi cela le mènerait-il au point de vue pratique, s'il n'a pas fait un stage dans les laboratoires? Au prix de quels efforts, après combien d'écoles longues et coûteuses deviendra-t-il, lui-même, un habile préparateur? Ce n'est qu'après expérience qu'il connaîtra la taxidermie, le moulage, l'estampage, la photographie; il devra apprendre à préparer et sécher les échantillons botaniques, etc. Mais, dira-t-on, en route il pourra lire ou relire ses instructions, y puiser un complément d'enseignement! Nous n'y croyons pas; il n'aura pas le temps, à cause du travail de chaque jour, sans compter que le bagage est déjà assez considérable et qu'il s'accroît tous les jours, de façon à ne pas permettre de l'encombrer de volumes gênants qui seront rarement consultés.

Ce sont des considérations de ce genre qui ont principalement décidé M. Alphonse Milne-Edwards à organiser un enseignement spécial pour les voyageurs.

D'après ce que nous venons d'exposer, cet enseignement devait comporter deux parties : 1° des leçons théoriques; 2° des exercices pratiques dans les laboratoires. C'est ce qui a eu lieu.

Les leçons théoriques ont été faites par MM. les professeurs et les assistants des diverses chaires des sciences naturelles. Rapides résumés, il était, pour un début, impossible d'agir autrement, elles indiquaient tout ce qu'il y a de recherches à faire, d'observations à prendre, de procédés anciens ou nouveaux à employer suivant les circonstances.

On ne saurait contester la grande importance des leçons théoriques, mais les exercices pratiques dans les laboratoires sont pour le voyageur de valeur plus grande. Dans chacun des laboratoires du Muséum ont eu lieu ces exercices pratiques dans le but de faire connaître la technique de toutes les manipulations. On a montré comment on arrivait à faire méthodiquement et rapidement toutes les préparations pour la conservation des pièces recueillies. Mais il ne faut pas croire que du premier coup les auditeurs de cette année se sont familiarisés avec la manipulation des instruments et l'application des méthodes; une semblable préparation comporte un apprentissage encore relativement long, et de nombreuses séances d'application sont nécessaires.

Si on me demande quelle durée doit avoir un tel enseignement, je dirai qu'il doit être fait aussi rapidement que possible, dégagé des inutilités, au plus dans un trimestre, les voyageurs étant le plus souvent pressés de partir pour profiter des conditions les plus favorables au point de vue du climat, pour faire leurs explorations.

Vous me pardonnerez de ne pas entrer dans le détail de tous les exercices qui ont été exécutés dans les laboratoires, cela nous entraînerait trop loin. Je vous dirai seulement que le voyageur idéal, ayant fait le stage suffisant, apte à faire la reconnaissance complète du pays qu'il visite, est difficile à trouver. Seules, les grandes missions composées de plusieurs spécialistes ont pu réaliser, à peu près complètement, le programme.

Que demande-t-on au voyageur? D'abord de s'occuper de toutes les questions touchant aux sciences naturelles, de recueillir des collections de toute nature, et cela l'obligera à être, à la fois, anatomiste, botaniste, géologue, photographe, mouleur, etc. Mais il faut aussi, comme complément, s'occuper de météorologie, de physique, de géographie, de topographie, d'astronomie, voire de politique et de commerce, et par-dessus cela, de vivre, et si passionné savant soit-il, de conserver sa santé.

Un tel programme, quel que soit le temps qu'on y donne, quelque grandes que soient les ressources mises à la disposition du voyageur, même très bien secondé par les circonstances, est absolument irréalisable pour un seul homme. Sa force physique, sa résistance aux fatigues, son endurance des climats ne lui permettraient pas de remplir le vaste programme qui a été développé, cette année, dans le temps relativement court que doit durer sa mission.

Aussi ne demande-t-on au voyageur isolé, qui le plus souvent est un spécialiste, que de remplir le programme qu'il s'est tracé, tout en profitant des circonstances fortuites et favorables qui lui permettront de réunir des collections accessoires.

Un botaniste, par exemple, à la recherche de ses plantes, de ses graines, découvrira une sépulture humaine, un ossuaire d'où il pourra extraire

quelques crânes, quelques parties du squelette, sans crainte d'éveiller les susceptibilités, les inimitiés des populations qu'il traverse, nous pensons qu'il n'hésitera pas à recueillir ces pièces intéressantes.

Ce titre d'enseignement pour les voyageurs peut paraître un peu exclusif, mais ce n'est pas à un point de vue en apparence si restreint qu'il faut le considérer. Sans doute, il n'est pas donné à tous d'être un explorateur marquant ou un grand voyageur naturaliste; mais, en réalité, il faut se dire que chacun de nous est plus ou moins voyageur à un moment donné, et que tous, également, nous pourrons, quand nous le voudrons, faire l'application de ce qui a été dit, enseigné au Muséum. Une occasion peut nous permettre de trouver quelque nouveauté que nous aurions laissée de côté auparavant. Envoyer quelques graines récoltées à point est tout aussi important quelquefois que de déterrer un crâne ou d'envoyer un poisson inédit. L'un est aussi facile que l'autre, l'important est de le faire.

En organisant, cette année, l'enseignement spécial pour les voyageurs, M. A. Milne-Edwards a repris un essai déjà tenté sous la Restauration (1). Ainsi qu'en 1819, il est question d'encourager, chez les jeunes naturalistes, le goût des voyages scientifiques en les mettant à même de les préparer. Il y aura des bourses accordées à ceux qui se destineront à ces missions scientifiques (2). Espérons que, plus favorisée par les circonstances, cette nouvelle organisation donnera, cette fois, de sérieux résultats.

Mais auparavant, lors des grands voyages de reconnaissance maritime de la fin du XVIII^e^ siècle, on avait reconnu la nécessité d'adjoindre aux marins des spécialistes chargés de recherches déterminées. C'est Commerson qui, avec le titre de botaniste et de naturaliste du roi, accompagne Bougainville sur la *Boudeuse;* c'est Labillardière qui part, avec Bruni d'Entrecasteaux à la recherche de La Pérouse. Puis viennent les grands voyages du siècle actuel, qui, commencés par celui du *Géographe* et du *Naturaliste*, sous les ordres de Baudin, se terminent avec ceux du *Talisman*, dans l'Atlantique, et de la *Romanche*, à la Terre-de-Feu.

Les résultats scientifiques acquis par toutes les missions embarquées dans ces conditions ont été bien souvent l'occasion de révélations inattendues pour les naturalistes et toujours fécondes en résultats.

Mais, à côté de ces missions, comprenant un personnel nombreux et choisi, il y avait d'autres hommes qui, seuls, tout au plus deux ensemble, poursuivaient un but semblable et entreprenaient l'exploration d'une

(1) M. A. MILNE-EDWARDS, *Enseignement spécial pour les voyageurs.* Leçon d'ouverture faite le 25 avril 1893, Paris, une brochure in-8°, 26 pages, Imp. nat., 1893.

(2) Depuis que ces lignes sont écrites, un arrêté du ministre de l'Instruction publique a fixé à deux le nombre des bourses de voyages, et le conseil des professeurs administrateurs du Muséum a désigné deux élèves qui doivent suivre les cours et les exercices des laboratoires en vue de leurs voyages d'exploration.

région ignorée ou mal connue du globe. Vous savez que les vingt-cinq dernières années ont marqué d'une façon particulière dans l'exploration de toutes les régions encore inconnues, ou d'accès difficile, et que les voyageurs français n'ont pas été moins hardis, moins persévérants que leurs prédécesseurs français ou que leurs concurrents étrangers. Leurs missions ont été très fructueuses et les collections du Muséum se sont par là considérablement accrues. Bien plus, rien que pour l'étude des races humaines, la récolte des collections a été telle qu'on a dû créer un musée spécial, le Musée d'Ethnographie du Trocadéro; le Muséum ne conservant que les collections purement anatomiques. Plusieurs de ces voyageurs ont succombé à la peine, les uns emportés par la maladie, les autres par les coups des indigènes barbares.

Beaucoup, parmi ces voyageurs, dont je ne citerai pas les noms, crainte d'en oublier (1), sont venus demander au Muséum, avec l'éducation pratique, les instructions, les instruments et le matériel scientifique nécessaires, et je puis affirmer que cet enseignement, alors improvisé dans les laboratoires, a porté ses fruits : collections de toutes sortes, documents aussi abondants que variés, ont afflué dans tous les services du Muséum. Il n'y a pas que le Muséum qui ait à se préoccuper de la répartition des richesses scientifiques du globe. L'économie politique, le commerce, l'industrie attendent qu'on leur fasse connaître ce qui est utilisable, et dans quelles conditions, afin d'accroître la prospérité du pays.

Aujourd'hui, que doit-on faire ? La situation générale politique et économique s'est grandement modifiée et tend encore à se modifier de jour en jour à mesure que la facilité des communications devient plus grande. Sans doute, il faut continuer à favoriser les missions individuelles, mais il faut étendre les recherches.

Je crois devoir faire appel à M. le délégué du Sous-Secrétaire d'État des Colonies (2), ici présent, pour que cette administration pousse plus activement la reconnaissance de nos dernières conquêtes coloniales. Il est l'heure d'organiser des missions importantes, composées de spécialistes groupés ensemble, qui iraient étudier sur place la faune, la flore, la géologie et les populations de ces pays neufs. Ce que nous savons de nos colonies du Congo, du haut Sénégal, de l'Indo-Chine, du Tonkin est bien peu de chose à côté de ce que nous devrions déjà connaître. L'ère de conquête est terminée, l'ère d'expansion agricole, industrielle, commerciale est arrivée.

Plus que qui que ce soit, le Sous-Secrétaire d'État des Colonies a intérêt à faire le plus vite et le plus exactement connaître les ressources,

(1) A. MILNE-EDWARDS, *loc. cit.*
(2) M. J.-L. Deloncle.

les richesses de toute nature de notre nouveau domaine colonial. Les immigrants français, il faut les y détourner, mais en même temps leur éviter les mécomptes d'établissement par une exploration préparatoire complète.

L'enseignement du Muséum sera la meilleure préparation pour ceux qui auront charge de ces explorations.

Quels ont été, cette année, les résultats de cet enseignement?

D'une façon absolue et au point de vue des voyages à venir, il n'est pas possible encore d'évaluer son influence. Ce qu'il a été facile de constater, c'est que les leçons et les conférences pratiques ont été suivies par de nombreux auditeurs appartenant aux situations les plus diverses: employés des colonies, officiers, médecins de la marine et des colonies, sans parler des auditeurs ordinaires du Muséum (1). Nous savons que plusieurs auditeurs sont déjà partis pour des voyages d'exploration commerciale, heureux des nombreux renseignements qu'ils avaient reçus de cet enseignement et tout disposés à recueillir, pour notre grand établissement, documents et collections scientifiques.

Cet enseignement sera un moyen de faire connaître, à la fois, l'utilité des sciences naturelles et les applications que les sciences industrielles peuvent tirer de leur étude approfondie dans les régions du globe encore inexplorées.

Que réserve l'avenir à l'Enseignement spécial pour les voyageurs? je l'ignore. A son début, bien accueilli, il a été un véritable attrait pour les nombreux auditeurs qui l'ont suivi. Il est à souhaiter que son succès se continue, s'accentue et que les envoyés de cette nouvelle école apportent à la science un contingent de collections, de faits, de documents aussi important que celui déjà reçu de ceux qui les ont précédés. La création des bourses de voyages aura pour conséquence de provoquer l'émulation parmi les jeunes naturalistes.

(1) La moyenne des auditeurs aux conférences faites cette année a été de 175. Pour certaines leçons, ce chiffre a dépassé 200.

M. J.-P. O'REILLY

Professeur au Collège royal des Sciences, à Dublin.

RELATIONS ANTIPODALES DES ILES HAWAÏ AVEC LA GÉOGRAPHIE PHYSIQUE DE L'AFRIQUE DU SUD

— Séance du 4 août 1893 —

Au Congrès de l'*Association française* tenu à Pau, il me fut donné l'occasion, grâce à la bienveillance de la Section de Géographie, de lui soumettre une mappemonde de l'hémisphère occidental sur laquelle étaient indiqués, en projection, les antipodes des terres de l'hémisphère oriental, et en même temps de faire quelques remarques sur l'ensemble des relations qui ressortaient de l'examen de la carte soumise à la Section. J'appelais l'attention sur le fait que l'Australie a pour antipode une surface de l'Atlantique située entre les îles Açores, Canaries, du Cap-Vert et de Bermude, surface, par conséquent, entièrement en mer; que l'Afrique a pour antipode une surface située dans le Pacifique, et, par conséquent, présentant de nombreuses îles (dont chacune aurait ainsi pour antipode une surface correspondante en Afrique); que l'Europe a pour antipode une surface de ce même Océan, mais dans la partie où il se trouve beaucoup moins d'îles, les plus importantes étant celles de la Nouvelle-Zélande; finalement, que les antipodes des contrées situées dans l'extrême Orient de l'Asie tombent dans la partie sud de l'Amérique du Sud, et y représentent de grandes étendues de terre, caractérisées par la présence de nombreux volcans et par la fréquence et l'intensité des phénomènes séismiques qui y ont lieu. Je mentionnai, en particulier, les îles du groupe de Hawaï, dont les antipodes tombent dans la partie sud de l'Afrique, et, me basant sur des études antérieures, dont le but était de faire ressortir la signification de ces relations antipodales relativement à la fréquence et à l'intensité des actions séismiques en de pareils lieux, j'émis l'opinion que les localités représentant les antipodes de ces îles en Afrique offriraient, en toute probabilité, des indications marquées d'actions séismiques et, par conséquent, des systèmes de lignes de fracture avec les accessoires usuels, c'est-à-dire des dépôts de minéraux plus ou moins importants sous le rapport du volume et de la valeur industrielle.

Désireux de justifier cette opinion, j'ai été amené à faire une étude à grande échelle des relations antipodales des îles Hawaï et, à cet effet, à projeter sur une carte de la partie sud de l'Afrique (*The Excelsior Map of S. Africa*, by G. W. Bacon, F. R. G. S., 1892) (échelle de $\frac{1}{1.949.230}$), les antipodes de ces îles (dont les noms sont soulignés sur la carte, *Pl. V*). Ils tombent dans une partie du continent peu explorée encore, mais jusqu'à un certain point connue, quant à ses caractères généraux.

On peut constater, par l'examen de cette carte, que ces antipodes se trouvent placés dans la partie nord-ouest du désert de Kalahari et que l'île principale du groupe, l'île Hawaï, a son antipode dans la partie maréçageuse de ce désert, c'est-à-dire dans le groupe de lacs salés dont la rivière Botletli forme l'artère principale, et dont le grand bassin salé de Makarikari est le plus notable. Cette relation présente déjà par elle-même un certain intérêt; mais, si l'on se reporte à la description du désert de Kalahari, donnée dans le *Grand Dictionnaire universel de Géographie*, de Vivien de Saint-Martin, on y voit constaté le fait que ce désert doit son caractère actuel à une élévation récente de tout ce pays, ayant amené, comme résultat, le dérangement complet de l'ancien système hydrographique de la contrée. D'autre part, l'ensemble des îles du Pacifique est considéré comme représentant les sommités d'un ancien continent maintenant submergé, et dont la traînée des îles de Hawaï fut une chaîne principale de montagnes, représentant évidemment un système de grandes fissures qui donnèrent lieu à l'émission des laves dont ces îles sont constituées, au moins dans les parties actuellement accessibles à l'observation. Il est vrai que l'on a constaté sur l'île de Hawaï l'évidence d'une élévation relativement récente, dont l'importance serait de 100 pieds à peu près. Mais ceci représenterait une oscillation plutôt qu'une contradiction du phénomène général d'immersion, ayant eu pour résultat final la grande étendue actuelle du Pacifique.

Ainsi donc, l'étude des antipodes des îles de Hawaï nous amène à reconnaître le fait que, tandis que ces îles sont les témoins de l'immersion d'un grand continent, leurs antipodes en Afrique représentent un district qui, au contraire, est réputé être en émergence. Cette relation, intéressante par elle-même, en indique d'autres pour tous les points de la terre dont les antipodes sont en terre, c'est-à-dire situés en des points au-dessus du niveau moyen des eaux, et l'étude de ces relations est suggérée et grandement facilitée par la carte soumise à la Section de Géographie au Congrès de Pau.

Vu l'imparfaite connaissance que nous possédons encore de cette partie de l'Afrique, il serait prématuré de vouloir pousser plus loin la recherche d'autres relations plus ou moins indiquées par la carte. Quant à la richesse minérale de la partie d'Afrique en question, le rapport de M. Anderson,

mentionné dans l'article du *Grand Dictionnaire* déjà cité, la constate suffisamment.

Le groupe des îles Hawaï représente, sur la carte, une traînée de points presque rectiligne. Or, si l'on prend l'île Necker (située par 164° 39′ 14″ longitude O. et 23° 33′ 18″ latitude N.) comme point extrême du groupe et que l'on trace par cette île un grand cercle passant par le centre de l'île de Kauaï, il représenterait la direction générale du groupe, mais laisserait en dehors l'île même de Hawaï. La partie de ce grand cercle, qui s'étend entre l'île Necker et le point nord-est de l'île de Molokaï, représente une longueur de près de 500 milles anglais, et la partie de ce même grand cercle qui traverse l'Afrique relierait les antipodes des îles en question et, *de plus*, serait parallèle à l'axe du grand bassin salé de Mokarikari, tel qu'il se trouve figuré sur la carte de M. Bacon. Or, ce grand cercle court parallèlement, en cette partie de son trajet, à un autre grand cercle qui représenterait la côte sud-ouest du Pérou (côte d'Arequipa) en la définissant. C'est ce grand cercle qui est représenté par une ligne bleue sur la carte de M. Bacon, mais plutôt pour mémoire que comme ayant une relation immédiate avec le sujet de cette note.

M. CASTONNET DES FOSSES

A Paris.

L'INFLUENCE FRANÇAISE EN SYRIE

— Séance du 4 août 1893 —

Au moment où la France fonde un nouvel empire colonial, il est une terre qui doit tout particulièrement attirer notre attention. C'est la Syrie, dont le nom évoque de si nombreux et si glorieux souvenirs, et l'on peut dire que c'est notre plus vieille colonie.

La Syrie fait actuellement partie de la Turquie d'Asie. Ses frontières ne sont pas bien délimitées, cependant l'on peut évaluer sa superficie à plus de 200.000 kilomètres carrés (c'est-à-dire trente et quelques départements). Le sol produit du blé, de l'orge, du millet, du tabac, de la garance, du safran, du maïs, du riz. La canne à sucre, l'indigotier, le cotonnier

sont cultivés avec succès. L'olivier croît pour ainsi dire naturellement. Le mûrier réussit à merveille : l'élève des vers à soie fait tous les jours des progrès. La vigne du Liban donne un vin fort estimé. L'on trouve en Syrie de grandes villes, dont les besoins augmentent, qui possèdent déjà des fabriques et recherchent nos produits. Damas a 200.000 habitants ; Alep 150.000 ; Beyrouth 120.000 ; Jérusalem près de 80.000 ; Ourfa, l'ancienne Édesse, 50.000 ; Jaffa, le port des pèlerins qui se rendent dans la terre sainte, 40.000 ; Antioche, l'ancienne métropole de l'Asie, autrefois le siège d'une principauté française, 25.000.

L'on ne saurait trop le répéter, il y a en Syrie un vaste champ ouvert à notre activité, et il ne tient qu'à nous de nous en emparer et de faire de la Syrie une véritable colonie, qui sera pour notre commerce et notre industrie un débouché de la plus grande importance.

La population de la Syrie ne doit pas dépasser 2.500.000 habitants. Plus de la moitié sont Musulmans. L'on compte 800.000 Chrétiens, 150,000 Juifs, 100.000 Druzes, 100.000 Ansarieh, 3 à 400 Samaritains). La majorité des Chrétiens est catholique et comprend les Maronites 250.000 ; les Grecs melchites, 150.000 ; les Syriens-unis, 50.000 ; les Arméniens-unis, 30.000 ; les Latins, 20.000.

Les Chrétiens indépendants sont des Grecs, des Arméniens grégoriens, des Syriens jacobites. Ce demi-million de catholiques constitue pour nous une clientèle politique.

Les Maronites sont de véritables Français, et il importe de conserver à tout prix leur protection. Quant aux Melchites, ce sont des gens unis avec Rome et dont toutes les aspirations sont françaises. Leur patriarche, qui réside à Damas, fait une propagande des plus actives en faveur de notre langue. Que l'on soutienne le mouvement dont il est le chef, et la plus grande partie des orthodoxes de Syrie, qui sont 200.000, se détacheront du patriarcat de Constantinople et se réuniront aux Melchites. Grâce à cette nationalité, notre langue se répandra bientôt dans toute la Syrie. Le gouvernement français a compris l'importance des Melchites. Depuis peu, la vieille église de Saint-Julien-le-Pauvre, à Paris, leur a été concédée pour y accomplir leurs rites. Une école y a été annexée, et chaque année des jeunes gens retourneront en Syrie, après avoir passé leur jeunesse dans la capitale et être devenus de vrais Français. Ils seront en quelque sorte nos pionniers. Nos anciens protégés, les Maronites, étouffent dans le Liban, et nombre d'entre eux vont s'établir dans les villes du voisinage, principalement à Beyrouth, où ils sont plus de 30.000. Grâce à eux, notre influence domine dans cette cité. Avec les Melchites, nous pouvons avoir la prépondérance à Damas et à Alep. Ils sont 15.000 dans chacune de ces villes. A Jérusalem nous avons le protectorat des Saints-Lieux. Sachons user des droits qui nous ont été confirmés par le Congrès de

Berlin, et notre prépondérance ne sera plus contestée dans la ville sainte. Quand notre influence sera solidement établie à Beyrouth, à Damas, à Jérusalem, à Alep, la Syrie sera à nous, aussi bien politiquement que commercialement.

Ce serait s'abuser étrangement que de penser que la Syrie est toujours le pays délaissé, comme nous l'a dépeint Chateaubriand dans son *Itinéraire*. Beyrouth, qui, au commencement du siècle, était un peu abandonné, est devenu une grand cité, un centre commercial fort important. Alep s'est relevé de ses ruines ; Antioche possède des fabriques de savon et de maroquin ; Jérusalem, qui, il y a cent ans, avait 12.000 à 15.000 habitants, dépasse actuellement 75.000, dont 6.000 Musulmans, près de 60.000 Juifs, et plus de 10.000 chrétiens de tout rite. Grâce au chemin de fer de Jaffa, qui a été inauguré l'an dernier et compte 85 kilomètres, le nombre des pèlerins de l'Occident devient de plus en plus considérable. Damas est à l'entrée de l'Arabie, et le passage des caravanes qui se rendent à la Mecque. Une véritable révolution commence à se produire en Syrie. A nous d'en profiter, et de faire que ce pays, dont les aspirations ont toujours été françaises, devienne, au point de vue commercial, une partie intégrante de notre domaine colonial.

M. Daniel BELLET

A Paris.

UNE NOUVELLE CULTURE A TENTER DANS LES COLONIES INTERTROPICALES FRANÇAISES

— Séance du 4 août 1893 —

Je crois malheureusement ne rien apprendre à la Section en vous disant que la plupart de nos colonies ne sont guère florissantes : la Guadeloupe, la Martinique, par exemple, et plusieurs autres, qui ont eu jadis une période d'expansion et de richesse, ne produisent pour ainsi dire plus rien aujourd'hui. Cela tient à bien des causes, qui se résument généralement dans le manque d'esprit d'initiative de nos colons, en présence d'une transformation industrielle et économique. Beaucoup de nos

colonies étaient des contrées sucrières, la canne à sucre en constituait la principale culture et la principale ressource. Aujourd'hui, cette culture et l'industrie qui en dérive subissent une concurrence terrible de l'industrie sucrière européenne; des colons de la Martinique, de la Guadeloupe, n'ont pas su lutter, n'ont pas fait d'efforts, n'ont pas modifié leurs procédés, et l'on peut dire que la Guadeloupe, la Martinique sont ruinées.

Il faudrait pourtant bien songer à les relever, à leur infuser un sang nouveau, et l'on ne peut s'empêcher de donner aux colons quelques conseils que l'on croit bons, puisqu'il ne leur vient pas à l'idée de chercher par eux-mêmes un moyen de relever leur pays.

Comme toujours, hélas! les bons exemples ne nous manquent point dans les colonies, et, si nous étions à la Guadeloupe, il ne nous faudrait pas aller loin pour en trouver un. Regardons la Jamaïque. Ce pays a été, lui aussi, ruiné par l'anéantissement de l'industrie sucrière, qui formait à peu près toute sa richesse; et cependant aujourd'hui il a repris à être florissant, et cela simplement parce que ses colons ont consciencieusement cherché à quoi ils pourraient fructueusement employer leur activité, et qu'ils ont trouvé la culture et le commerce *des bananes*. En 1882, ils commençaient d'en exporter pour 283.000 francs, début modeste, et, en 1891, le chiffre correspondant dépassait 10 millions, total largement dépassé à l'heure actuelle.

Il est donc de toute évidence qu'il faut chercher dans nos colonies à développer une culture, à exploiter sur une grande échelle une plante qui y pousse déjà, et pour laquelle on soit sûr de trouver un large marché d'exportation. Nous n'avons qu'à faire exactement ce qui a été fait à la Jamaïque, attendu que nous nous trouvons pour cela dans les meilleures conditions. Tout le monde sait que le bananier pousse à merveille dans la plupart de nos colonies : si nous nous reportons au savant volume publié par M. de Lanessan à l'occasion de l'Exposition universelle d'Anvers, nous y trouverons la mention des noms indigènes variés sous lesquels on désigne la banane : tantôt c'est la banane créole, la banane pomme, ou encore la banane bigarreau; puis la violette, la musquée, la Pernambouc à La Réunion et à Cayenne. Rappelons, d'un mot, que tous les bananiers sont un type de la famille des Musacées : parmi les espèces diverses, on peut citer le *Musa sapientium*, le *M. Paradisiaca*, le *M. textilis*, le *M. sinensis*, le *M. coccinea*.

Au reste, tous ces noms importent peu; ce à quoi il faut songer, c'est l'abondance des bananiers poussant naturellement dans nos colonies des Antilles, notamment. La banane a le premier avantage d'être un excellent fruit, au goût fin, délicat, bien qu'on n'en puisse guère juger d'après les bananes vertes ou pourries qu'on nous apporte en France; et, en outre, il est excessivement nourrissant. En 1850, Bory de Saint-Vincent a fait

remarquer que le bananier est, de tous les végétaux, celui qui fournit le plus de substance alimentaire, donnant au moins 4.000 livres d'aliment par an pour cinquante pieds. Le produit de cette plante précieuse est à celui du froment comme 133 est à 1, et à celui de la pomme de terre comme 44 est à 1. On ne s'étonnera pas, après cela, que bien des populations l'adorent presque comme une divinité, et que l'on ait voulu quelquefois y voir le fameux *arbre de science,* d'où le nom de *Musa paradisiaca* donné à une variété. C'est grâce au bananier que les nègres des Antilles peuvent se livrer aux douceurs du *far niente* à peu près complet; ils trouvent une nourriture suffisante dans ce fruit, qu'ils peuvent cueillir à peu près n'importe où, et ils ont la joie de ne travailler que le plus rarement possible, ce qui est pour eux le plus bel attribut de l'homme libre. Il suffit de quelques pieds de bananier pour nourrir toute une famille : nous n'en voudrions pour preuve que les quelques chiffres cités plus haut, mais nous pouvons y ajouter quelques indications sur la fructification normale d'une de ces plantes. Les bananes poussent sous la forme du *régime;* tout le monde en a vu : elles croissent réunies par dix à douze sur un pédicule commun, puis ces pédicules se groupent eux-mêmes sur une hampe de $1^{m},50$ de longueur à peu près. Le régime comprend souvent 160 fruits et pèse jusqu'à 35 kilogrammes; dans l'Amérique centrale, il est composé de 144 fruits à peu près.

Nous l'avons déjà dit, et chacun le sait, nous recevons parfois en France quelques régimes de bananes qui se vendent surtout comme curiosités; car les fruits qui les composent sont généralement piqués et pourris sans être mûrs. Il ne faut donc pas songer, du moins dans l'état actuel des moyens de transport, à importer les bananes sur les marchés européens; mais l'Amérique centrale et les Antilles ont tout près d'elles un marché grand ouvert, et pour ainsi dire sans limites : nous voulons parler de l'immense Confédération des États-Unis et de son énorme population.

C'est un planteur de Cuba, un certain Gomez, qui eut le premier l'idée de tirer parti des bananes qu'on laissait pourrir sur pied, quand la consommation locale était satisfaite; il avait compris que le voisinage des États-Unis pouvait donner lieu à une fructueuse exploitation. C'était vers 1860, et il habitait Baracoa. Ayant à faire une expédition sur New-York, il embarqua quelques régimes comme complément de cargaison. Bien entendu, comme il avait fait une tentative très timide, et que, du reste, il était assez peu fortuné, il n'avait pas pu délicatement embarquer et soigner les fruits; beaucoup arrivèrent complètement perdus, mais ceux qui restaient se vendirent admirablement. C'était le premier pas dans une voie fructueuse : Gomez put bientôt spécialiser son commerce, se bornant aux expéditions de bananes, et, au bout de peu de temps,

il lui fallut faire des plantations de bananiers, les arbres sauvages ne suffisant plus à alimenter son commerce. Bien entendu, il donnait tous ses soins aux espèces qu'il cultivait, il arrivait rapidement à expédier 2.000 régimes par semaine à la Nouvelle-Orléans et à New-York. C'était pour lui une fortune, et, au point de vue général, le commencement d'une industrie aujourd'hui florissante.

Gomez trouva bien vite des imitateurs, des syndicats américains notamment, et toutes les entreprises réussirent, et réussissent chaque jour de mieux en mieux, la consommation des bananes prenant sur le territoire de la Confédération une intensité extraordinaire. Des centres de production se sont établis à Cuba; nous pourrions citer les plantations d'Ojibara, qui possèdent au moins 130.000 pieds de bananiers; puis celles de Banes, qui ont transformé une bourgade d'une dizaine d'habitants en une ville de 3.000 personnes, dont 1.500 ouvriers employés aux plantations. Ces plantations de Banes appartiennent à une puissante Société possédant 80 kilomètres carrés de cultures, et 26 steamers faisant constamment le transport des fruits. Le Costa-Rica s'est lancé de même dans le commerce des bananes, surtout depuis 1880. Vers 1884, on y comptait déjà 350 plantations, 570.000 pieds, et l'exportation atteignait 425.000 régimes; en 1890, la douane de Port-Limon a relevé une exportation totale pour tous pays de 1.034.765 régimes, valant plus de 3.100.000 francs!

Évidemment, sous peine d'accabler nos auditeurs sous une mentagne de chiffres et de renseignements, nous devons être bref; mais nous ne pouvons manquer de signaler quelques-uns des pays où le commerce des bananes a pris une extension considérable, et nous voulons donner le total formidable des importations de ce fruit aux États-Unis.

La Jamaïque, nous l'avons dit déjà, se livre sur une grande échelle au commerce dont il s'agit. Le Guatemala, le Honduras, le Nicaragua ont suivi cet exemple, et il en est de même des îles Hawaï.

Aujourd'hui, d'ailleurs, ce ne sont plus des voiliers qui emportent les bananes du lieu de production au lieu de consommation. C'est que ce fruit est excessivement délicat, qu'il craint les longs voyages, que le moindre choc, le moindre froissement détermine dans sa chair un point de corruption qui lui fait perdre une grande partie de sa valeur marchande, et le secret de la réussite, dans ce commerce, réside précisément dans l'habileté qu'on doit mettre à livrer au consommateur des fruits intacts. On n'emploie que des vapeurs pour ces transports, on a créé des services accélérés spécialisés; de même que sur les plantations, les transports se font par voie de fer. Dans l'entrepont des steamers, les régimes sont suspendus, isolés soigneusement les uns des autres, et, pendant toute la traversée, on les visite, jetant impitoyablement tous ceux qui commencent à se gâter, si bien que jadis on perdait jusqu'à 50 0/0 des char-

gements, et qu'aujourd'hui la proportion tombe à 5. Il y a même un certain nombre de Compagnies qui ne s'occupent que du transport, qui achètent les fruits au producteur, les lui payent comptant et les emportent à leurs risques et périls dans les ports de vente, où les expéditeurs chargent les bananes dans des wagons spécialement aménagés, qui vont les distribuer dans les différentes parties de la Confédération.

Comme nous l'avons dit et répété, ce sont les États-Unis qui absorbent presque toutes les bananes produites par les pays que nous avons énumérés. En 1884, l'importation totale de ces fruits atteint 1.820.178 dollars, autrement dit à peu près 9.600.000 francs; à ce moment, on ne comprend pas encore quelle source de richesse ce commerce peut fournir. Les principaux pays importateurs sont les Indes occidentales britanniques avec 814.948 dollars, et Cuba, qui ne vient qu'en deuxième (467.739 dollars). Les chiffres correspondants sont seulement de 360.497 pour toute l'Amérique centrale, et de 116.866 pour la Colombie. Mais, dès 1885, les États-Unis reçoivent pour 2.095.228 dollars de bananes (11 millions de francs). Nous ne pouvons donner de détails pour les années suivantes. En 1887, l'essor s'accentue : nous relevons les totaux successifs de 14.100.000 francs en 1887, de 18.800.000 francs en 1889, et de *23 millions de francs* en 1890. Ce dernier chiffre est vraiment formidable, et depuis lors ce commerce a continué de suivre la même progression. Le Costa-Rica fournit pour 253.258 dollars en 1890, le Guatemala pour 96.813, le Honduras pour 621.925. Les chiffres suivants sont : Nicaragua, 251,063 dollars; Indes occidentales anglaises, 1.801.349 (9.500.000 fr.); Cuba, 1.223.478 (6.450.000 fr.). Citons encore 127.363 dollars pour le Honduras *britannique*, 98.900 *(en 1889)* pour la Colombie, 90.983 pour les îles Hawaï (également pour cette même année 1889).

Et, à côté de tout cela et de quelques autres pays qui ne présentent que des chiffres modestes, comme Haïti, la Guyane hollandaise, Puerto-Rico, Saint-Domingue, le Mexique, etc., que trouvons-nous pour nos colonies de la mer des Antilles? *Quatorze dollars* de bananes exportées en 1889 aux États-Unis, pas tout à fait *74 francs!*

Et qu'on n'aille pas croire que la culture du bananier soit coûteuse ou difficile : la preuve en serait, d'ailleurs, dans ce fait qu'il pousse naturellement dans nos colonies antillaises. Cette plante devient florissante surtout là où il y a beaucoup d'alluvions, dans les terres argileuses imprégnées de sel marin et riches en matières végétales décomposées. Ajoutons que, du reste, il faut beaucoup d'humidité à cette culture, et qu'à défaut de pluie, on doit ménager des fossés d'irrigation entre les pieds, que l'on plante généralement distants de $3^{m},60$ à $4^{m},50$ les uns des autres. Sans faire un cours de culture du bananier, rappelons que c'est à la fin du neuvième mois que la maturité se produit, et qu'avec une plantation bien

entretenue, on peut ensuite cueillir des fruits toute l'année. Dans cette exploitation, la nature fait presque tout, il suffit d'un peu d'entretien.

Nous avons entre les mains des renseignements dressés par M. Villafranca, ancien consul du Costa-Rica, qui montrent bien tout le profit qu'on peut tirer d'une plantation de ce genre. Il donne l'exemple d'une plantation de 40 *manzanas*, ou à peu près de 2.788 arès. La préparation du terrain, la plantation reviennent à 3.070 dollars; si l'on ajoute les frais d'un surveillant et l'intérêt de l'argent engagé, on a dépensé 3.635,8 dollars au bout de la première année. La seconde année, il faut compter, avec les frais de surveillance, les outils, les manœuvres et ouvriers pour l'entretien, et enfin pour la cueillette, etc.; si bien qu'au bout des deux ans on a dépensé 8.443,75 dollars, ou à peu près 44.329 francs. D'après les estimations modestes, le régime se vendant sur la plantation même un prix moyen de 50 cents, on touche de ce chef pour la vente de la récolte une somme de 143.750 francs, et si de là on déduit les dépenses, on voit immédiatement que le bénéfice net pour deux années et pour une plantation modeste ressort à *99,421 francs!*

Ce sont là des chiffres vraiment édifiants, et nous serions bien heureux et bien fiers si notre modeste communication pouvait attirer l'attention de nos colons, de nos compatriotes des Antilles notamment, les tirer de leur apathie, et permettre enfin à nos colonies de se livrer à une culture si profitable.

M. Henri DUPONT

Professeur, Vice-Président de la Section de Géologie de la Société de Topographie de France, à Paris.

LE BASSIN COMMERCIAL DE LA LOIRE

— Séance du 4 août 1893 —

La région de la Loire occupe une superficie d'un peu plus du cinquième de la France. Si nous pénétrons à l'intérieur, nous rencontrerons trois zones distinctes bien délimitées par la géologie : 1° celle des Hauts-Plateaux formée par les terrains primitifs, riches en eaux minérales et régie par le climat central; 2° celle du centre, composée de terrains secondaires et soumise au climat séquanien; 3° celle de Bretagne avec ses

terrains primaires et gouvernée par le climat armoricain. Les deux extrêmes, en raison des terrains qu'elles occupent, se livrent à des industries actives comme l'extraction de la houille, des minerais et des roches; la moyenne s'adonne spécialement à l'agriculture, souvent bien ingrate vu l'imperméabilité du sol, les crues soudaines et prolongées des cours d'eau et le manque de glaciers pour les alimenter en temps de sécheresse.

Ces zones ont des charmes particuliers comme des laideurs affreuses. Au sud se déploient et s'allongent des terrasses brusquement inclinées où paissent des milliers de troupeaux. A chaque pas on découvre de nouveaux horizons avec des tableaux variant à l'infini et saisissant l'âme; là apparaissent les chéires, immenses carrières de pierres sombres ou rougeâtres qu'ombragent quelques maigres taillis; puis les produits volcaniques qui décorent les vallées de leurs colonnes basaltiques, les dykes du massif central, les immenses cratères des dômes qui servent aux lacs de réceptacle, les rochers tapissés de pittoresques habitations; ici ce sont des gorges curieuses, des torrents qui bondissent en mince filet d'argent sur le gneiss, le granite et le micaschite, des abîmes pleins de ruines, cachés par les bouleaux et les pins sylvestres; çà et là des villages perdus au pied des forêts sur lesquelles planent les vautours, plus à l'est, à côté de Clermont-Ferrand, les marécages du Forez.

Au centre, les forêts sont moins nombreuses, mais plus belles; des coteaux verdoyants limitent l'horizon; les rivières serpentent sous le feuillage des aunes et des trembles; de temps en temps, des bouquets d'arbres émergent entre les prairies et les champs de blé; les vignobles suivent les rayons du soleil et sur les rives de la Loire, entre Blois et Angers, se dressent des châteaux princiers, œuvres d'artistes français et italiens, poussant vers le ciel les pointes de leurs tourelles élancées. On se sent alors dans le vrai Jardin de la France, dans une riante campagne lumineuse en été et charmante à l'automne. Dans cette plaine magnifique on s'attendrait à voir un fleuve majestueux rouler ses ondes immenses jusqu'à la mer, il n'en est rien, ce n'est qu'une petite nappe argentée marchant entre des îlots pleins de saules et de bancs de sable changeants qui provoquent la tristesse. L'admiration du Tasse pour le val de la Loire est connue, mais son enthousiasme se serait vite refroidi s'il avait contemplé les pauvres contrées de la Sologne et de la Brenne. Les enfants de la Loire ont eu leur chantre, l'Indre dans Balzac, la Creuse dans George Sand et la Vienne dans Joanne.

Au nord-ouest le paysage change. Le sol est plus rude, plus sec, plus accidenté et favorable au sarrasin. A part quelques pays plats, la physionomie de la région bretonne a beaucoup de rapports avec celle du Plateau Central. Les prairies humides parsemées de petits étangs, les herbages plantureux, les vastes landes couvertes de bruyères et d'ajoncs, séjour des

grillons et des vanneaux, nourrissent des petits chevaux robustes et de bonnes laitières. Plus loin on admire des rochers escarpés dominant les vallées, les ravins parcourus par des ruisseaux qui se rendent à la mer, des rivages découpés par une mer furieuse et mugissante, des allées de pierres, anciens vestiges du culte druidique ; en revenant ensuite vers la Loire, on traverse quelques bois de chênes, débris de l'antique forêt de Brocéliande, le pays des pépinières et des fleurs sur lesquelles butinent à l'aise des myriades d'abeilles. Enfin, vers l'embouchure du fleuve, la grande Brière et le lac de Grand-Lieu se font pendant, taches ajoutées à tant d'autres et qui sont comme le revers de la médaille. Cette contrée présente à chaque pas le contraste d'une grâce rustique et d'une mélancolie presque sinistre. On l'a comparée avec raison à une petite Suisse ayant en moins des glaciers et des lacs. Un de ses coins les plus désolés a été chanté par le poète Brizeux.

AGRICULTURE

Dans ce bassin, l'*agriculture* est fort en honneur. La Loire-Inférieure, le Maine-et-Loire, l'Ille-et-Vilaine produisent avec la Limagne le plus de blé. Toutes les provinces réunies donnent 19 millions de quintaux valant plus de 477 millions ; le Maine et la Haute-Loire l'emportent pour le méteil ; le seigle est la richesse du massif central comme de la Creuse et du Morbihan ; l'orge se plaît dans le Maine et l'Ille-et-Vilaine ; l'avoine règne en souveraine dans la Vienne, les Côtes-du-Nord, le Berry et le Bourbonnais ; le sarrasin est particulier à la Bretagne ; le maïs ne figure réellement que dans les Deux-Sèvres, la Haute-Vienne, et le millet dans le Morbihan. Nantes est le marché des céréales par excellence. Leurs produits se montent à 950 millions et excèdent de 237 millions ceux de la Seine. Comme tubercules, les pommes de terre rapportent énormément dans le Puy-de-Dôme, la Loire, l'Allier, la Haute-Vienne et fournissent 31 millions de quintaux estimés 186 millions et demi ; par contre, les betteraves tombent à 47 millions enrichissant la Touraine et la Bretagne. Les légumes frais proviennent également de la Touraine, du Maine et de l'Anjou. Comme cultures industrielles, nous avons le colza qui se convient dans l'Ille-et-Vilaine et la Haute-Vienne ; le chanvre dans l'Anjou, le Maine et la Touraine ; le lin en Bretagne et en Anjou. Le tabac n'est récolté que dans l'Ille-et-Vilaine. Le houblon ne mérite aucune mention. La Bretagne et le Maine se recommandent par leur cidre ; l'Auvergne, la Touraine, l'Anjou, la Loire-Inférieure par leurs vins. La production du cidre atteint plus de 117 millions de francs et celle des vins près de 174 millions. Les prés et les pâturages abondent en Bretagne, en Auvergne et dans le Limousin. Les trèfles suppléent à leur insuffisance surtout dans

le Maine et le Bourbonnais ; la luzerne dans le Poitou, le sainfoin dans le Berry. Toutes ces récoltes diverses donnent 1 milliard 193 millions de francs.

La richesse de l'agriculture dépend surtout du nombre des bestiaux qui lui procurent de l'argent et de l'engrais. Qui ne connaît la valeur des chevaux de trait léger représentés par les bretons, les percherons, les manceaux, les berrichons, des chevaux de selle poitevins et limousins, celle des ânes et des mulets du Poitou et du Berry? L'espèce bovine si largement figurée par les races de trait comme la parthenaise, la charolaise, l'auvergnate, la limousine, par les races laitières, la bretonne, etc., par les races de boucherie, la mancelle, etc. L'espèce ovine compte des sujets appréciés dans la Marche, le Berry et le Limousin ; l'espèce porcine dans la Bretagne, le Maine, le Bourbonnais et le Limousin ; l'espèce caprine dans le Poitou, le Berry et la Loire. Les animaux de basse-cour dans le Maine et le Poitou. La Bretagne arrive au premier rang pour la production du miel et du lait, le Berry pour la laine. La valeur des animaux et de leurs produits atteint dans ce bassin 2 milliards 849 millions. Dans cette statistique manque le rapport des forêts, des fruits de table et des fleurs. On peut dire en toute vérité que la richesse agricole dépasse 5 milliards, chiffre qui augmentera avec l'assainissement et la transformation de la Sologne, de la Brenne et de la Grande-Brière. Tel est, dans ses grandes lignes, l'exposé succinct de l'agriculture de la région de la Loire qui, mettant à profit les progrès accomplis dans l'outillage agricole, peut donner de grandes espérances pour l'avenir.

INDUSTRIE

« Dans l'agriculture, dit Bainier, l'action de la nature vivante s'allie en forte proportion avec le travail de l'homme ; dans l'industrie, au contraire, qui manie la matière inerte, le travail de l'homme prédomine ; aussi le développement industriel est-il le signe et la mesure de la puissance des sociétés. »

Cette réflexion s'applique bien à la région ligérienne. Ainsi pour les *industries extractives*, le groupe du Centre fournit près de 40 millions de tonnes de houille ou les cinq sixièmes de la production totale estimée 58 millions. La tourbe ne figure dans ce chiffre que pour un demi-million. La consommation de la houille et de l'anthracite s'élève pour ses départements à 81 millions 536. Les minerais de fer et autres minerais métallifères donnent 2 millions 240, les minerais bitumineux 168.953 francs, les ardoises d'Angers 4 millions ; le sel marin, qui abonde surtout à Guérande, 933 millions. Enfin, le salaire des ouvriers travaillant aux mines dépasse 37 millions. Manque la statistique concernant le granite, les marbres de Sablé, les

pierres lithographiques de Châteauroux, les pierres de taille de Nevers; les eaux minérales, dont les plus importantes sont Saint-Galmier (3 millions de bouteilles) et Vichy avec ses 14 sources. L'industrie métallurgique, disséminée en majeure partie sur les bords de la Loire, fournit comme valeur de production 65 millions.

Dans les *industries préparatoires*, la force motrice est représentée par 117.078 chevaux-vapeur dont le travail équivaut à 22 millions 293, et celui des chemins de fer, des bateaux presque autant, etc.

Les *industries chimiques* sont pratiquées à Tours, au Conquet, et celle du caoutchouc à Clermont-Ferrand; les huiles, les bougies se travaillent à Nantes (3 millions), de même que les savons (1 million 387), les cierges à Landerneau; les tanneries-corroiries se trouvent à Tours, Angers et Nantes; les alcools, qui comptent pour 4 millions, dans les Deux-Sèvres et le Puy-de-Dôme.

Les *industries alimentaires* dépassent 24 milliards. La raffinerie de sucre de la Loire-Inférieure donne 19.000 tonnes valant plus de 19 millions. Échappent les produits de la chasse et les conserves de tous genres. Enfin la consommation du tabac atteint 6.559.746 kilogrammes ou plus de 39 millions.

Quant aux *industries du vêtement*, on ne peut évaluer leur importance que par le nombre d'ouvriers et de broches :

Coton .	Ouvriers	14.857	Broches	164.890
Laine .	—	7.213	—	84.889
Lin . .	—	10.561	—	30.476
Soie. .	—	10.258	—	701.400
TOTAL :	Ouvriers	42.289	Broches	981.655

sans compter les 16.317 métiers à bras. Toutefois, la main-d'œuvre revient à 50 millions.

Les principaux centres, pour les *industries textiles*, sont : pour les cotonnades : Laval, Cholet, Roanne, Vichy; pour les toiles : le Maine, l'Anjou et le groupe de Bretagne; pour les cordages : Brest et Angers; pour les lainages : le Centre; pour les tapis : Aubusson et Felletin; pour les soieries : Saint-Chamond et Saint-Etienne. A ces grandes industries se rattachent les dentelles du Puy qui occupent 100.000 femmes, les chaussures de Nantes, de Blois, d'Angers, etc., les casquettes de Limoges, les gants de Saint-Junien et de Rennes, etc., etc.

Les *industries du logement* comprennent les papiers peints de Rennes et du Mans, les meubles de Nantes, la tabletterie de Rennes, les glaces de Montluçon (3 millions 800), la céramique (16 millions) qui compte pour la poterie commune et la faïence des établissements importants à Nevers et à Tours, pour la porcelaine à Limoges (4.000 ouvriers), dans le Cher

et l'Allier ; les verreries et les cristaux (12 millions 186) qui occupent surtout le Centre ; le gaz d'éclairage, dont la consommation surpasse 14 millions, les allumettes chimiques d'Angers.

Quant aux *industries de transport*, c'est Saint-Nazaire qui en est le centre. Les industries des *besoins intellectuels* ont le leur pour la papeterie et le carton (21 millions), à La Flèche, Orléans, Thiers, aux environs d'Ambert ; pour l'imprimerie, à Tours, Rennes, Limoges ; pour les instruments de musique à Nantes, etc.

De cet aperçu il résulte que l'industrie de ce bassin produit 3 milliards.

COMMERCE

Il ne suffit pas de récolter et de fabriquer, il faut encore vendre et c'est là l'objet du commerce. Or, le commerce, pour effectuer ses échanges, a besoin d'intermédiaires dont nous allons nous occuper. Les deux lignes du réseau de l'Ouest et les trois lignes du réseau d'Orléans pour un parcours de 8,600 kilomètres rapportent à leurs Compagnies 137 millions 386, soit le septième du trafic total de toute la France. Elles communiquent avec la Manche, l'Océan et la frontière d'Espagne. Elles sont secondées en partie par les tramways dont le rapport est de 1 million et demi. A côté se trouve la batellerie qui chôme sur certaines rivières 5 à 6 mois de l'année et qui s'exerce sur 21 cours d'eau navigables dont le tonnage est de 1.114.071 tonnes pour 1.660 kilomètres et sur 9 canaux qui desservent surtout les régions houillères, vignobles, boisées, etc., dont le tonnage est de 5.335.035 tonnes pour 1.365 kilomètres : ce qui pour les deux voies représente une valeur de 78 millions. La poste et le télégraphe leur sont de puissants auxiliaires et rapportent à l'État 22 millions. Les succursales de la Banque de France font 3 millions d'affaires. A ces évaluations ajoutons le produit des octrois des grandes villes, soit 25 millions 567.

Les *marchés* apportent un grand appoint au commerce intérieur.

1° Sur la ligne de Paris à Brest, les marchés du Mans, de Laval, de Rennes, de Saint-Brieuc et de Brest s'occupent des produits agricoles, des bestiaux et des toiles.

2° Sur la ligne de Paris à Nantes, ce sont les mêmes produits, en outre les ardoises, les charbons, les salaisons, les vins et eaux-de-vie qui se débitent à Angers, Nantes, Vannes et Quimper. Cholet, outre ses mouchoirs et ses calicots, vend par an à lui seul 100.000 bœufs gras, 200.000 moutons, 30.000 porcs, 25.000 bœufs maigres qu'il dirige sur Paris.

3° Sur la ligne de Paris à Bordeaux, Orléans, Blois, Tours, Poitiers, Niort, avec leurs circonscriptions, font le commerce de produits agricoles, de vins, de liqueurs, de bois de construction, de faïences, de perles, de

cuirs, de gants, de draps, de couteaux, de diamants faux, de pierres meulières, etc.

4° Sur la ligne du Centre, deux villes, Châteauroux et Limoges, vendent des céréales, du cuir, du fer, des spiritueux, de la porcelaine, du drap, des chiffons, de la papeterie, etc. Limoges fait comme chiffre d'affaires 2 millions pour les cuirs, 3 millions et demi pour les chaussures, 3 millions pour les tissus, 200 millions pour les livres, 9 millions pour les vins et les spiritueux.

5° Sur la ligne du Bourbonnais, on trouve les mêmes produits, avec de la houille, des glaces, des couteaux, des huiles, de la dentelle et de la soie sur les marchés de Bourges, de Nevers, de Moulins, de Montluçon, de Clermont-Ferrand, du Puy, de Saint-Étienne. Montluçon mérite une mention spéciale. C'est le Manchester de la France, qui exporte des fers en Suisse et sur le littoral de la Méditerranée par Marseille, du matériel roulant en Suisse, en Italie, en Espagne, des glaces dans les mêmes contrées et en outre en Egypte, en Turquie, dans le Brésil et l'Amérique du Nord; par contre, il importe des minerais de fer de l'île d'Elbe, de l'Afrique et de l'Espagne, des briques réfractaires d'Angleterre. Disons, en terminant, que Saint-Étienne produit pour 95 millions de rubans, de velours et de passementerie. En résumé, ces marchés sont très actifs, étant donnée l'industrie locale dont nous avons déjà parlé. Pour compléter le commerce intérieur, mentionnons pour mémoire que les ports de Brest, de Lorient, de Nantes et de Saint-Nazaire ont expédié en cabotage 124,312 tonnes et reçu 224,347 tonnes.

Le commerce extérieur s'opère par la marine marchande, qui compte dans les ports précités 144 vapeurs et 522 navires à voiles dont le tonnage se monte à 87,843 tonnes.

Les *principaux ports* sur l'Océan sont :

Nantes, à 65 kilomètres de la mer, importe pour 49.056.422 francs d'articles comme les sucres en poudre, les vins, le bois à construire, le cacao, le chanvre, le café, l'huile, les fruits, le cuivre pur, les drilles, le sulfate de cuivre, les bâtiments de fer, les graines, etc., exporte pour 22,050,596 francs d'articles comme les extraits de bois de teinture, les céréales, les bois, les sucres, les outils, les machines, les vins, les poissons, les meubles, les viandes salées, les conserves, les matériaux, les pierres, les poteries, les huiles fines, les légumes salés, le miel, les biscuits, les graines, les tissus, le noir animal, etc., — soit pour la somme totale de 71 millions passés. Valeur de la pêche 1.424.554 francs.

Saint-Nazaire (30.935 habitants) a dépassé Nantes, vu la profondeur de son bassin et occupe le quatrième rang. Il est le point de départ des paquebots de la Compagnie Générale Transatlantique. Il importe pour 91.735.320 francs d'articles tels que les céréales, la houille, l'orfèvrerie,

les tissus, les bois à construire, le tabac fabriqué, les vins, le mercure, l'eau-de-vie de mélasse, le plomb, l'horlogerie, les engrais, le jute, les légumes secs, les éponges, la fonte, les bâtiments de fer, etc., il exporte pour 113.845.024 francs d'articles tels que orfèvrerie, bâtiments de mer en fer, tissus de coton, œufs, tissus et rubans de laine, vins, eaux-de-vie, beurre salé, ouvrages en peaux, vêtements, poissons marinés, bimbeloterie, peaux préparées, mercure, horlogerie, extraits de bois, papier, carton, modes, chapeaux de paille, outils, fruits de table, poteries, verres, éponges, viandes, céréales, — soit pour une valeur totale de 205 millions et demi. Valeur de la pêche 55.685 francs.

Les *autres ports secondaires* sont : Brest (pêche 624.789 francs), Landerneau, Camaret (pêche 509.896 fr.), Douarnenez (pêche 2.296.055 fr.), Pont-l'Abbé, Quimper (pêche 2.390.409 francs) qui exporte des sardines dont la préparation occupe 10.000 femmes, Cancarneau dont 20 usines préparent aussi la sardine (pêche 1.368.181 francs), Lorient (pêche 1.162.312 francs), Port-Louis, Vannes (pêche 537.265 francs) qui importe le bois de Suède et de Norwège, du charbon d'Angleterre, du minerai de fer d'Espagne, Redon, le Croisic (pêche 4.321.164 francs) qui se livre à la pêche des harengs, des maquereaux et de la morue, Paimbœuf (pêche 186.205 francs) qui arme pour la baleine, le Pouliguen, Noirmoutier (pêche 818.387 francs). Avec les localités suivantes : Audierne, Groix, Auray, Belle-Isle, la valeur totale de la pêche atteint plus de 21 millions.

Pour compléter cet exposé, disons que Nantes et Saint-Nazaire ont constaté comme mouvement dans leur port : entrée 595.711 tonnes dont 236.777 pour la France ; sortie 101.126 tonnes dont 154.107 tonnes françaises. Saint-Nazaire a enregistré pour son commerce général 175.567.249 francs, soit pour l'importation 55.856.049 et pour l'exportation 119.711.200 francs. Nantes n'a pu inscrire que 62.394.998 francs, soit pour l'importation 50.831.025 francs et pour l'exportation 11.563.973 francs. Les droits perçus à l'importation se sont élevés à 23 millions et les douanes départementales à plus de 16 millions, ce qui donne en totalité près de 40 millions.

Tout cet ensemble nous donne plus d'un milliard pour les transactions commerciales, mais combien ont échappé à nos investigations malgré les renseignements que nous ont fournis l'Annuaire statistique de la France et l'Annuaire du commerce? Aussi est-il difficile d'établir un chiffre qui soit en rapport avec le trafic du bassin. Toutefois nous lui accorderons 2 milliards afin de ne pas être taxé d'exagération.

S'il avait encore le commerce de l'étain et de la poudre d'or, sans parler du trafic honteux du bois d'ébène, il réaliserait de plus gros profits et connaîtrait la prospérité d'autrefois. Malheureusement l'épuisement des mines ne permet plus de revoir ces beaux jours ; mais nous avons le devoir de préparer un avenir plus heureux en travaillant, quoi qu'on en

dise, à l'agrandissement du port marchand de Brest, à l'aménagement de celui de Lorient, à l'amélioration de la navigabilité de la Loire, qui possède la meilleure embouchure de nos fleuves, à l'entretien plus suivi avec nos colonies exploitées à notre préjudice par l'étranger et à la création de nouveaux débouchés sur les continents. Alors une nouvelle impulsion se communiquera à notre industrie nationale et le bassin de la Loire, au lieu de faire dix milliards d'affaires, en fera douze et même davantage si l'on exécute les travaux que réclame l'agriculture.

M. E.-A. MARTEL

Avocat, à Paris.

LA SPÉLÆOLOGIE

— Séance du 4 août 1893 —

De tout temps les cavités naturelles du sol, qu'on les nomme grottes, cavernes, antres, gouffres ou abîmes, ont excité la curiosité humaine : successivement la superstition antique, la légende du Moyen Age et la science moderne s'en sont emparées. Mais cette dernière n'a pas encore entièrement pris possession, en France surtout, de ce mystérieux domaine où persistent en trop d'endroits les préjugés populaires et les croyances fabuleuses. Partout exagérés ou faux sont les renseignements locaux que l'on peut recueillir sur les cavités du sol non encore explorées scientifiquement. Et le nombre, certes, en reste considérable.

Il y a quarante ans qu'un Autrichien, le docteur Adolf Schmidl, s'est livré, en Carniole et en Istrie, à des investigations méthodiques, à des levés topographiques souterrains (18 kilomètres) qui ont fait du Karst istriote la *terre classique des cavernes* (1). Ses compatriotes ont suivi son exemple, mollement d'abord, puis avec ardeur, à partir de l'année 1884.

On sait de quelles études a été l'objet, de la part des naturalistes américains, l'immense Mammoth-Cave du Kentucky, la plus étendue, sinon la plus belle, du monde.

(1) Dr A. Schmidl, *Die Höhlen von Adelsberg, Planina, Lueg,* etc.; Vienne, 1854. Voir aussi Reclus, *La Terre,* t. Ier.

Or, on peut dire sans exagération qu'en France on ne s'était guère occupé des cavernes qu'à trois points de vue : le pittoresque, pour l'agrément des touristes, — la paléontologie, pour les ossements d'animaux quaternaires, — la préhistoire, pour les restes de l'homme primitif (1).

Depuis 1888, avec le concours d'amis dévoués et compétents, MM. Gaupillat, Rupin, Lalande, Pons, Sidéridès (en Grèce), Mazauric, Arnal, etc., j'ai entrepris d'étendre à la France et au Péloponèse l'œuvre de découverte, de vulgarisation et d'analyse scientifique instituée par Schmidl en Autriche. Les résultats de ces six années de recherches ont dépassé nos espérances; ils ont montré tout ce qu'on pouvait réellement découvrir en pleine France à la seule condition de ne redouter ni le vertige des abîmes dits *sans fond,* ni le contact intime des froides eaux souterraines. Un ouvrage d'ensemble : *les Abîmes,* en présentera prochainement le tableau complet et les déductions nouvelles.

Mais, sans avoir encore rien tenté dans le Jura, je n'ignore pas que cette région aussi peut aspirer au titre de *terre classique des cavernes,* que ses grottes, gouffres et eaux souterraines ménagent des surprises, et qu'il est désirable d'y procéder dans le plus bref délai à l'interrogation minutieuse de son sous-sol, sans doute presque entièrement inconnu.

Aussi n'ai-je point voulu laisser se clore le Congrès de Besançon, sans indiquer au moins sommairement sous quel jour nouveau il convient de considérer les cavités du sol, — sans tâcher de faire comprendre qu'il y a de ce chef un but tout spécial à atteindre : ce but, c'est l'organisation méthodique et raisonnée de l'étude des cavernes, de la *spélæologie* en un mot, vocable dont l'étymologie grecque (σπήλαιος antre, λογος discours) montre bien l'appropriation au sujet.

Car les cavernes savent donner autre chose qu'un bénéfice au propriétaire qui aura rendu leurs curiosités pittoresques accessibles au public, — autre chose même que des ossements d'animaux éteints ou des traces de l'homme préhistorique.

Voici, en effet, le programme sommaire des questions que l'on y peut traiter :

I. — Hydrologie.

Circulation et régime des eaux souterraines. — Leur influence sur la formation des grottes, abîmes, vallées, etc. (érosion, effondrement, etc.).

Origine et classification des sources. — Fontaines intermittentes et temporaires. — Lacs à niveaux variables, lacs sans émissaires. — Régularisation des sources à débit inconstant. — Recherche et utilisation de leurs réservoirs souterrains.

(1) Voir Desnoyers, article *Grottes* du *Dictionnaire d'histoire naturelle de d'Orbigny;* — Marcel de Serres, *Recherches sur les cavernes à ossements,* etc., etc.

II. — Géologie et minéralogie.

Origine et agrandissement des cavernes. — Étude et emploi des substances qu'elles renferment (concrétions diverses, argiles sidérolithiques et autres, phosphates de chaux, minerais, rapports avec les filons, etc.).

Formation et rôle de l'acide carbonique.

Analyse chimique des eaux souterraines et des matières dissoutes. — Hydrotimétrie.

III. — Topographie et travaux divers.

Désobstruction des cavernes déjà connues, enlèvement des bouchons d'argile, percement des barrages de stalagmite, déblaiement des fonds d'avens, à l'effet de découvrir des prolongements probables, mais actuellement inaccessibles, et des réservoirs d'eau.

Dressement de coupes et de plans exacts. Leur report sur les cartes topographiques.

Indication aux ingénieurs des cavités qui pourraient gêner la construction des ponts, canaux, routes, chemins de fer, etc.

Construction de soutènements, consolidation ou ablation de voûtes ou parois faibles pour éviter les catastrophes dues aux glissements ou affaissements.

IV. — Agriculture.

Construction de vannes souterraines pour assurer le débit régulier des sources et éviter leur tarissement comme leur débordement.

Dérivation de réservoirs intérieurs pour les irrigations et le reboisement.

Élévation à la surface, par les puits naturels ou artificiels, des eaux souterraines rencontrées.

Transformation de certaines cavernes en trop-pleins lors des inondations.

Adaptation aux fromageries et glacières artificielles.

V. — Hygiène publique.

Protection légale, contre la contamination, des sources qui correspondent à des abîmes, au fond desquels les paysans ont l'habitude de jeter les bêtes mortes et les résidus de voirie.

Suppression des marais de la Grèce par le nettoyage des Katavothres.

Détermination du pouvoir filtrant des terrains perméables.

Connaissance et dérivation d'eaux pures pour l'alimentation.

VI. — Physique du Globe.

Expériences sur la pesanteur (pendule, chute des corps, etc.) dans les profonds abîmes verticaux.

Évaporation souterraine. — Hygrométrie.

Électricité dégagée par les cascades intérieures, à l'abri des influences atmosphériques.

VII. — Météorologie.

Variations et anomalies barométriques.
Pression de l'air intérieur.
Températures souterraines.
Accroissement de la chaleur avec la profondeur : géothermique.
Circulation de l'air dans les roches.
Températures des sources.

VIII. — Préhistoire et paléontologie.

Recherche et extraction des ossements tombés de la surface, enfouis et superposés sous les amas de cailloux et de débris au fond des puits naturels ; cela ferait connaître à peu près l'âge de ces formations.

IX. — Faune.

La faune des grottes et des eaux souterraines a été surtout examinée en Autriche et en Amérique ; ses représentants sont pour la plupart aveugles ou à peu près. Il reste fort à faire dans cette branche, pour savoir dans quelles conditions la vie peut se développer, ou l'organisme se modifier loin de la lumière du jour.

X. — Flore.

Mêmes observations pour la flore, qui affecte aussi des formes particulières sous la double influence de l'humidité et de l'obscurité.

Il n'y a point d'excès à prétendre que la *spélæologie* ainsi conçue, et touchant à tant de connaissances diverses, peut constituer une science neuve et spéciale.

Neuve parce que jusqu'ici ses diverses parties n'avaient nullement été coordonnées et que plusieurs sont restées tout à fait négligées ; — neuve aussi, parce que l'idée que nous avons eue d'explorer en France, les uns après les autres, les abîmes ou puits naturels, et les rivières intérieures dont on ne savait rien de précis, a permis et permettra désormais de réaliser de nombreuses et importantes découvertes de cavités vastes et ignorées.

Spéciale surtout à cause du genre tout particulier des moyens d'action et du matériel à employer, des précautions à prendre, des risques à courir et de la nature même du milieu où il faut évoluer.

Aussi ce double caractère de nouveauté et de spécialité rend-il éminemment désirable la constitution d'un groupe d'adeptes, la formation d'une *Société spélæologique*, qui attirerait et centraliserait à l'avenir dans un cadre unique et autonome, toutes les productions et constatations originales

sporadiquement éparpillées jusqu'à présent dans les recueils les plus variés (géographie, géologie, travaux publics, agriculture, zoologie, botanique, anthropologie, météorologie, etc.) ; — ainsi, au grand profit de tous, un utile essor et une heureuse extension seraient donnés aux études souterraines de tout ordre, dont l'organisation et la synthèse s'imposent à notre avis.

Certes, la besogne ne ferait pas défaut à ceux mêmes qui voudraient se contenter de simples trouvailles géographiques.

Car nos efforts, depuis 1888, se sont en réalité concentrés sur la bande de terrains calcaires (jurassiques et crétacés) qui coupe diagonalement le midi de la France entre la Durance et la Charente (région des Causses) et nous sommes loin d'y avoir tout révélé ; — à peine avons-nous effleuré quelques points de la Côte-d'Or et de Provence, et si l'on attaquait vigoureusement les cavités de ces régions calcaires et des autres (Lorraine, Champagne, Jura, Dauphiné, Corbières et Pyrénées), c'est par centaines de kilomètres sans doute que l'on supputerait bientôt l'étendue des ramifications encore ignorées de la *France souterraine*.

En Autriche, la Höhlenkunde (connaissance des cavernes) a, depuis une dizaine d'années, pris un développement considérable ; le gouvernement lui-même a ordonné et défrayé les entreprises de M. Putick pour atténuer les effets des inondations dans les vallées fermées (Kesselthäler) de la Carniole ; des associations de touristes ou de savants ont percé des tunnels pour établir des communications (Aggtelek, Hongrie), — profité des sécheresses pour pousser plus loin la reconnaissance des cours d'eau perdus dans des cavernes (Adelsberg), — aménagé des chemins et construit des passerelles dans le même but (Saint-Canzian), — découvert des galeries interminables dans des gouffres mesurant jusqu'à 253 mètres de profondeur, etc., etc. — Et les *grottistes* autrichiens pousseront encore plus avant leurs succès quand ils se seront approprié les deux inappréciables et merveilleux instruments dont nous avons les premiers, dès 1888, inauguré l'emploi sous terre : le téléphone et les bateaux démontables en toile.

On trouvera dans *Les Abîmes* la description détaillée de ces appareils, de nos méthodes d'investigation, des cent gouffres (profonds de 15 à 200 mètres) et des cent grottes et sources explorées par des procédés nouveaux.

Je n'entreprendrai donc pas de démontrer ici que les cavernes sont autre chose que des étrangetés pittoresques, ni que la proportion de celles actuellement connues est faible au regard de celles restant à trouver, ni que l'étude approfondie des eaux souterraines et de leurs réceptacles aura des conséquences réellement instructives et utilitaires. Mais je rappellerai tout au moins que de 1888 à 1893, nous avons découvert plus de 35 kilomètres de cavernes inconnues ; — que la circulation des eaux s'effectue dans

les terrains calcaires (dévoniens, jurassiques, crétacés) par les cassures naturelles du sol çà et là élargies en grottes ; — que ces terrains, à la différence de ceux de transport (ou meubles), ne contiennent point de *nappes* d'eau au sens propre du mot, mais seulement des poches ou des courants ; — qu'il faudrait désobstruer le fond de bien des abîmes, pour accéder au réseau de cette canalisation souterraine, comparable à celle des égouts dans une grande ville ; — que la température des cavernes n'a pas la constance qu'on lui supposait, puisque nous l'avons vue varier de — 1 degré à + 16 degrés sous l'influence de phénomènes complexes ; — et que nos principales constatations sont, rapidement énumérées, les suivantes :

En Vaucluse, l'abîme de Jean-Nouveau, cheminée à pic de 163 mètres, large de 1 mètre en haut et de 4 en bas, fait justice de la théorie exclusive qui attribue à des effondrements *seuls* la formation des gouffres ; il a montré (et ses voisins aussi) que la désobstruction des fonds d'avens bouchés est ici nécessaire pour résoudre le grand problème de la fontaine de Vaucluse.

En Ardèche, la grotte de Saint-Marcel (qui a 2 kilomètres au lieu de 6 ou 7 prétendus) est le lit d'une ancienne rivière souterraine, peut-être réfugiée aujourd'hui plus bas dans la fontaine de l'Écluse ; — cette dernière, source intermittente, nous a expliqué, pendant une sécheresse, le mécanisme de l'intermittence par une série de siphons désamorcés que nous avons suivis pendant six cents mètres jusqu'à un puits d'eau qui n'attendait qu'un fort orage pour se gonfler et mettre la source en jeu ; — la Goule de Foussoubie est fermée non par la stalagmite, mais par l'acide carbonique, plus impénétrable encore ; — la Goule de la Beaume est un réseau de ruisseaux souterrains intermittents aussi, que Gaupillat a parcourus sur 2.700 mètres sans en voir la fin, ayant été chassé par une crue.

En Lozère, la grotte de Dargilan, longue de plus de 2 kilomètres et demi, peut rivaliser en beauté avec celle d'Adelsberg ; et les abîmes du causse Méjean et des Baumes-Chaudes (profonds de 25 à 150 mètres) font penser que, dans certains étages géologiques, la circulation des eaux s'effectue par des fissures véritablement capillaires, où elles filtrent entre le fond des abîmes élevés et les sources des vallées basses.

Dans le Gard, le plateau de Bramabiau est de part en part traversé par le ruisseau de Bonheur, et nous y connaissons déjà 6 kilomètres de galeries éminemment instructives au point de vue hydrologique.

Dans l'Hérault, Rabanel, le plus profond de tous nos gouffres (212 mètres), est greffé sur un ruisseau souterrain temporaire qui ne coule qu'après les pluies.

Dans l'Aveyron, l'aven de Bouche-Payrol, près Brusque, a révélé, à

120 mètres de profondeur, une ancienne galerie de mine de cuivre, *taillée au pic*, et dont nulle tradition locale n'a conservé le souvenir ; — sur le Larzac, le Mas-Raynal nous a conduits à 106 mètres au bord du fleuve souterrain qui alimente l'abondante Sorgues de Saint-Affrique ; — l'étrange Boundoulaou (Aveyron) fait l'objet d'une autre communication au présent Congrès, due à M. Émile Rivière ; — enfin le Tindoul de la Vayssière a donné, en 1890, à MM. Quintin et Coste une forte rivière souterraine, dont nous avons achevé la reconnaissance, qui débouche à Salles-la-Source et qui a 2 kilomètres de ramifications actuellement explorées. A propos du Tindoul, M. Cartailhac a dit au Congrès de Pau (1): « Déjà au siècle dernier, on savait pénétrer dans les profondeurs des » plateaux calcaires, et comme on avait un matériel d'éclairage et de » locomotion très primitif, on avait un grand mérite. En lisant les » *Mémoires pour servir à l'histoire du Rouergue*, par L.-C.-P. Bosc (Rodez, » 1787), on voit que tous les détails du grand phénomène hydrologique » des causses et des rivières qui les traversent étaient connus. »

Voici les termes dans lesquels s'exprime Bosc :

« Un observateur (Carnus), descendu dans le Tindoul, avait remarqué » sur des pierres quelques légères incrustations de soufre ou de bitume » et quelques petites veines métalliques dans des cailloux..... Avant cette » descente (2), les gens du pays racontaient, entre autres merveilles du » Tindoul, qu'on voyait et qu'on entendait au fond de la caverne les » eaux d'une rivière souterraine... *Mais cette conjecture populaire se* » *trouva sans fondement.* »

A la suite de cette citation, il convient de remarquer d'abord que la descente du Tindoul est peu terrifiante, puisque l'à pic n'est que de 38 mètres et que l'on voit clair jusqu'au fond du gouffre (60 mètres en tout) ; elle ne saurait être comparée à celles des précipices verticaux et noirs de Rabanel (90 mètres), Trouchiols (Aveyron, 130 mètres), Jean-Nouveau (163 mètres) et de tant d'autres non moins effrayants où nous nous sommes risqués les premiers. De plus, la négation par Bosc de l'existence de la rivière souterraine indique suffisamment combien incomplète avait été l'exploration du sieur Carnus, dont l'imagination seule a pu constater au fond du gouffre la présence de soufre et de bitume.

C'est à la suite de notre troisième campagne (1890) que M. Quintin eut l'idée de mieux examiner le Tindoul ; et c'est en déblayant les pierres au fond du gouffre qu'il put dégager l'orifice de la galerie menant à la rivière souterraine ; il serait injuste de méconnaître en lui l'auteur de cette *découverte que Carnus n'a pas faite.* On voit par là quelle nécessité il y a de faire subir à l'étude des cavernes une rénovation complète, et quels

(1) 1892, t. I, p. 332.
(2) Qui paraît avoir eu lieu entre 1780 et 1785.

résultats peuvent produire les modes particuliers d'investigation que nous avons mis en œuvre, notamment dans la descente des abîmes. Pour quinze années nous avons loué le Tindoul et ses souterrains et Gaupillat vient d'y construire un commode escalier en fer; notre intention est de faciliter et de provoquer les recherches scientifiques de toutes sortes dans ce laboratoire naturel, si bien disposé pour les expériences les plus diverses.

Les gouffres du Lot nous ont fourni plusieurs ruisseaux souterrains aussi : à Padirac, la merveille de la France souterraine, la plus belle de nos trouvailles (prof. 103 mètres, longueur 3 kilomètres) dont l'aménagement n'est malheureusement pas encore exécuté; — aux Combettes; — à la Berrie, etc.; — l'abîme de Viazac, malgré ses 155 mètres de profondeur, est, comme beaucoup de ses voisins, terminé en cul-de-sac par de la terre, ce qui évoque encore l'idée des fissures capillaires de menue section.

Les *Fosses* de la Braconne (Charente) devront être (ainsi que tant d'autres) débarrassées des stalagmites et des pierres qui en obstruent le fond, si l'on veut accéder aux canaux par où les pertes du Bandiat et de la Tardoire se dirigent vers les célèbres sources de la Touvre.

Dans la Côte-d'Or, le Creux-Percé possède, à 55 mètres de profondeur, une glacière naturelle à *ciel ouvert*, par 400 mètres d'altitude seulement, et ceci dénonce encore que la météorologie souterraine n'est pas non plus dépourvue de problèmes à résoudre.

En Péloponèse, enfin, je n'ai pu, en 1891, que commencer l'étude des fameux *Katavothres*, et enseigner à M. Sidéridès l'usage du matériel nécessaire; le gouvernement grec a su s'intéresser à la question et confier, en 1892, une mission à M. Sidéridès, qui n'a pas visité moins de trente Katavothres.

A peine vient-il de m'adresser ses notes et documents dont je vais préparer la publication; au premier coup d'œil il en ressort que les formes topographiques, les accidents géologiques et les phénomènes hydrologiques ressemblent en tous points à ce qui s'observe en France et en Autriche pour les abîmes, grottes, pertes de rivières et sources. La Grèce aussi récèle de splendides cavernes, immense réseau souterrain dont quelques mailles seulement viennent d'être traversées.

Tout ce que j'ai ainsi résumé si vite est, me semble-t-il, véritablement *neuf*, et rien ne permet de nier que beaucoup d'inédit encore ne reste caché dans les entrailles des terrains calcaires, et ne puisse en être extrait avec quelque énergie et un outillage perfectionné.

Ignorant le Jura, je ne saurais y rédiger un programme d'explorations souterraines. Je suis convaincu simplement qu'on n'a pas encore fait tout ce que l'homme peut faire (s'il le veut) à Osselles, à Baume-les-Messieurs,

à la grotte Sarrazine, aux sources de la Loue, du Lison, du Dessoubre, par exemple, pour ne citer que quelques noms au hasard.

J'aimerais bien que la présente note réussît à susciter en Franche-Comté un renouveau spélæologique.

Le sous-sol assurément n'y manque que d'ouvriers !

M. DRAPEYRON

Secrétaire général de la Société de Topographie de France, à Paris.

CALCUL CHRONOLOGIQUE ET GÉOGRAPHIQUE DES PÉRIODES DE L'HISTOIRE DE LA SUISSE

— Séance du 5 août 1893 —

Nous regrettons de n'avoir pu nous rendre à Besançon, où nous avons passé les six premières années de notre carrière universitaire (1862-1868). Nous n'y aurions pas, hélas! retrouvé l'un de nos maîtres les plus sûrs, M. Auguste Castan, qui nous fit bénéficier, au sortir de l'École normale supérieure, de la méthode qu'il devait à l'École des Chartes, où il avait suivi l'enseignement de Jules Quicherat, — ni l'un de nos plus dévoués et plus brillants élèves, M. le conseiller Édouard Besson, — tous deux tour à tour secrétaires décennaux de la vaillante Société d'Émulation du Doubs, sous les auspices de laquelle nous entreprîmes nos travaux sur la Bourgogne mérovingienne. Ils sont morts récemment l'un et l'autre, à peu de mois d'intervalle (juin 1892, janvier 1893) et il me semble que leur disparition m'a fait passer brusquement de l'âge mûr à la vieillesse. — Mais nous aurions revu nombre d'amis survivants, d'excellents disciples, qui pleurent comme nous ces deux hommes de talent et de cœur. Nous aurions salué, pour la seconde fois (1) depuis notre départ, l'antique métropole de Séquanes.

Nous aurons du moins la satisfaction de communiquer au Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences, sous les auspices de l'infatigable Franc-Comtois M. Charles Gauthiot, un travail qui

(1) Une première fois en 1881, en revenant du Congrès géographique international de Venise.

touche de près la Franche-Comté, puisqu'il s'agit de l'Helvétie celtique et romaine, de la Suisse du moyen âge et des temps modernes.

Nous venons de vous dire l'une des raisons qui nous ont fait choisir ce sujet. Nous devons ajouter qu'étant professeur au lycée de Besançon, nous fîmes, en 1864, par petites étapes, un long et beau voyage en Suisse (nous lui consacrâmes toutes nos vacances scolaires), nous arrêtant successivement à Neuchâtel, à Bienne et à l'île Saint-Pierre, à Morat, à Soleure, à Lucerne, au Rigi, à Fluelen, à Brienz, à Interlaken, à la Scheinigeplatte, à Berne, à Fribourg, à Vevey, à Chillon, à Genève (1).

En écrivant ces lignes, nous avons sous les yeux le récit, resté inédit, de notre voyage. Notre thème actuel de dissertation géographique et historique nous paraît, en relisant ces pages, plus attrayant.

Nous poursuivons ici nos récentes études concernant *la Traduction topographique de l'histoire*, et le *Calcul chronologique des périodes historiques de nos principaux États modernes.*

Cette méthode, strictement scientifique, a été appliquée par nous en 1892 à l'Amérique, lors du Congrès des Américanistes d'Huelva, — et à la Russie, au Congrès de l'Association, à Pau. Dans ces deux premiers essais, nous opérions sur de vastes étendues, les 18 millions de kilomètres carrés de l'Empire Russe, et les 40 millions de kilomètres carrés du Nouveau-Monde. Ici, notre champ d'observation ne dépassera guère 40.000 kilomètres carrés. Nous avons confiance qu'ayant à embrasser peu d'espace nous l'étreindrons plus sûrement. Il est vrai que, par contre, nous avons à passer en revue des siècles plus nombreux, une vingtaine au total. L'intérêt ne sera pas moindre que précédemment, puisque cet organisme helvétique, aussi vivace que limité, a réclamé autant de persévérants efforts que la Russie elle-même.

On ne manquera pas de nous faire observer que nous aurions pu intituler plus simplement notre travail :

Histoire de la formation territoriale de la Suisse.

Mais que l'on relise de très forts ouvrages, l'*Histoire de la formation territoriale des États de l'Europe centrale*, par M. Himly, de l'Institut (1876), et l'*Histoire générale de l'Europe par la Géographie*, de Freeman (traduit de l'anglais par Lefebvre, 1886), et qu'on leur compare les modestes pages qui vont suivre, — on verra bien, en ce qui concerne la Suisse, qu'elles diffèrent profondément de l'œuvre de nos prédécesseurs. L'*Histoire générale de l'Europe*, nous comptons, nous, la faire par la géographie *physique*, et non par la géographie *politique*. Aussi bien la géographie physique n'est pas pour nous la préface décorative, mais l'accompagnement obligatoire et

(1) De Genève, nous fîmes une excursion en France, à Ferney, pour y saluer Voltaire, quatre-vingt-six ans après sa mort.

constant de l'évolution historique. Dans une telle étude, aux grands moments historiques, apparaît non seulement une figure héroïque, mais un trait de géographie physique, dont l'influence a été *décisive*. Nous n'interrompons jamais notre marche pour faire une longue description, que l'on trouve dans les traités de longue haleine, tel que celui d'Élisée Reclus. Un mot nous suffit pour rappeler tel linéament significatif. C'est l'action de la géographie prise sur le fait. Γεωγραφία ἐν κινήσει.

Voilà ce terme, un peu nouveau, « Calcul chronologique et géographique », justifié.

Pour s'engager avec sécurité dans ce sujet, il faut faire abstraction de l'ensemble géographique qu'évoque immédiatement à notre esprit le mot *Suisse*, et où les Alpes prépondèrent, faisant face au Jura dont une plaine les sépare.

Au moment où s'ouvre cette histoire, il n'y a de franchement *helvète* que la plaine, — ou, pour mieux dire, le plateau — que sillonnent l'Aar et ses affluents et que limitent le Rhin au nord, les lacs à l'est à l'ouest. Cette région se tient à une hauteur moyenne de 400 mètres au-dessus du niveau de la mer, dominant ainsi de 200 mètres celle que, sous la même latitude, traverse le Saône. L'Helvétie celtique est suffisamment caractérisée et « bornée » par César lorsque, parlant des projets d'émigration auxquels il allait s'opposer à main armée, il nous représente les habitants occupés durant trois années à faire des semailles considérables pour avoir, pendant les marches, d'abondantes provisions de blé: *sementes quam maximas façere, ut in itinere copia frumenti suppeteret* (*Commentaires* I, 3). Si fertile était leur terroir (1) que 263.000 Helvètes et 105.000 congénères ou alliés, au total 368.000 individus, dont 92.000 combattants (I, 19), trouvèrent leurs approvisionnements et en brûlèrent même une partie (I, 6). Ils livrèrent aussi aux flammes douze villes et quatre cents bourgades. Quatre cents bourgades, ce serait peu s'il s'agissait de toute la Suisse actuelle. Les douze villes étaient évidemment situées sur le plateau. Le conquérant romain pouvait-il désigner plus clairement la contrée correspondant aux pays actuels de Fribourg (et de Berne en partie), d'Argovie, de Zurich, de Thurgovie, — le Wiflisburgergow (2), l'Aargow, le Zurichgow, le Thurgow, pour nous exprimer comme la carte de Mercator, qu'éclaire un texte très pénétrant? D'autre part, M. Ernest Desjardins, dans la *Géographie de la Gaule Romaine* (t. II) a établi que les quatre cantons helvètes d'alors (3) étaient :

Les *Tulingii* (au nombre de 36.000, d'après César);

Les *Verbigeni;*

(1) On comprend notre argumentation : Il s'agit donc du plateau.
(2) Wiflisburg est la désignation allemande d'Avenches.
(3) CÉSAR, I, 12 : *Nam omnis civitas Helvetiorum in quatuor pagos divisa est.*

Les *Tigurini;*

Et les *Raurici* (23.000, d'après César);

auxquels il faut joindre des alliées ultrarhénans, nullement Helvètes: les Latobriges (14.000), et les Boïens du Noriquè (32.000).

Ce tableau montre clairement que le gros des Helvètes se composait des *Verbigeni* et des *Tigurini*, qui comptaient, en dehors des *Raurici* et des *Tulingii*, 263.000 individus.

Concluons:

1° Les Helvètes proprement dits, de César, n'étaient autres que les Tigurini et les Verbigeni;

2° Les Verbigeni et les Tigurini, qu'on a voulu localiser entre Soleure et Zurich, occupaient la majeure et la plus fertile portion du Plateau, entre le lac Léman et le lac de Constance;

3° Les Raurici possédaient le territoire du canton actuel de Bâle;

4° Les Tulingii étaient vraisemblablement la population helvétique la plus rapprochée des Alpes. S'il y avait des montagnards parmi les Helvètes, c'étaient eux sûrement.

Veut-on une dernière preuve de la concentration, à peu d'exceptions près, des Helvètes, considérés en bloc, sur le plateau? Il est évident que la *Civitas Helvetiorum*, où dominait Orgétorix *(nobilissimus et ditissimus)*, qui avait provoqué une conjuration de la noblesse *(conjurationem nobilitatis)*, constituait un pays homogène au triple point de vue topographique, agricole et militaire.

Il est vrai que César dit sommairement que le Rhin et le Rhône forment, avec le Jura (il ne nomme pas les Alpes), la limite de l'Helvétie; mais il ne peut s'agir de *tout* le cours du Rhône et de *tout* le cours du Rhin supérieurs. On sait, en effet, que le canton actuel des Grisons, où naît le Rhin; le haut Valais, où naît le Rhône, faisaient partie de la Rhétie.

Distinguer l'Helvétie de la Rhétie, tel est le principe de la science vraie et de tous les raisonnements justes en cette matière.

I. — Notre point de départ est bien établi. L'Helvétie, de par sa position excentrique (si on considère l'ensemble de la Gaule), était une des contrées les plus guerrières. Elle l'avait bien montré en s'associant à l'invasion des Cimbres et des Teutons, en tuant le consul Lucius Crassus et en faisant passer son armée sous le joug (I, 7, 12). On peut voir, dans les *Commentaires*, les combats que les Romains eurent à soutenir contre les Helvètes chez les Allobroges, chez les Séquanes, chez les Eduens et chez les Lingons. César les avait décimés: il n'en rentra que 110.000, sur un total de 368.000. Ainsi dépeuplée, l'Helvétie *celtique* ne put se maintenir comme le fit l'Armorique. Elle subit

l'influence des Séquanes, si vite romanisés. La *Civitas Helvetiorum* fut, à l'époque de Vespasien, dotée d'un nouveau chef-lieu, *Aventicum*, Avenches, non loin du lac de Neuchâtel. C'est de Lyon et de Besançon que lui vint le christianisme. Au point de vue religieux, comme au point de vue politique, elle dépendit de Besançon, devenue sa métropole. Elle eut des évêques à Aventicum, à Octodurum (Martigny), à Augusta Rauricorum (Augst), à Vindonissa (Windisch), auxquels on peut, à la rigueur, adjoindre Genève, cité allobroge, et Curia (Coire), en Rhétie.

Cette œuvre civilisatrice avait réclamé environ quatre siècles et demi.

II. — Ce long laps de temps écoulé, à la conquête romaine répondit la conquête germanique. L'Helvétie fut bientôt partagée entre les Burgondes, promptement romanisés eux-mêmes, et les Alamans, plus guerriers, qui restèrent fidèles à la barbarie. Couvert de ruines (Aventicum lui-même fut détruit), le pays fit, si on excepte la région jurassienne, retour au paganisme. (Invasion des Huns vers 450.)

III. — Il fallut un siècle et demi (450-600) avant que l'on pût songer à réparer ce désastre.

IV. — Ce moment vint, grâce à saint Colomban, abbé de Luxeuil, et à son disciple saint Gall, qui s'installa en pleine Helvétie alémannique. Lucerne, placée sous l'invocation de saint Léger, et longtemps dépendance de l'abbaye de Murbach en Alsace, grandissait dans la plus heureuse situation. Cependant Aventicum était remplacé comme évêché par Lausanne; Octodurum par Sedunum (Sitten, Sion) (600-750). On sait que c'est au début de cette période que la reine Brunehilde, abandonnée des Burgondes, fut faite prisonnière à Orbe, au sud du lac de Neuchâtel, et livrée au fils de Frédégonde.

V. — C'est un peu plus tard, vraisemblablement, que se place l'occupation des futurs cantons forestiers dans les Alpes d'Uri, de Schwytz et d'Unterwalden. Impossible, en tout cas, de faire remonter cette occupation avant l'entrée des Alamans en Helvétie. Les habitants de ces contrées appartiennent bien à la race, comme à la langue germanique, à moins qu'il ne faille, ainsi qu'on l'a voulu parfois, les donner à la Scandinavie, l'*officina gentium* de Jornandès. Ce ne sont ni des Celtes traqués par les Romains, ni des Gallo-Romains traqués par des Germains ou des Huns. Ce sont manifestement des Germains, peut-être des Saxons déportés par Charlemagne; avec plus de probabilité des Suèves, si souvent mêlés aux Alamans (1). Nous laissons les philologues disserter sur les noms de *Schwytz*, de *Schweden*, de *Schwaben*, de *Sachsen*. On

(1) La *Souabe* et l'*Allmannie*, sans être synonymes, comme on le croit communément, ont pourtant, au point de vue territorial, une filiation commune.

peut être certain toutefois que ce n'est pas volontairement que des colons se fixèrent sur ces hauteurs pour y exercer le rude métier de pâtres alpestres (750-900).

VI. — L'empereur Charles le Gros avait été déposé. Ancien roi d'Alémannie, il avait voulu mourir à Reichenau, dans un île du lac de Constance. Au milieu de l'effondrement de l'empire carlovingien surgit le royaume de Bourgogne transjurane que la Reuss séparait du royaume, maintenant simple duché, d'Alémannie. Le premier souverain du nouvel État fut Rodolphe, descendant, en ligne féminine, de Louis le Débonnaire. Il eut maille à partir avec le roi de Germanie et empereur Arnulf, mais il sut résister victorieusement. Son fils, Rodolphe II, joua un rôle prépondérant. Du roi de Germanie Henri Ier, le Fondateur ou l'Oiseleur, il reçut la région comprise entre la Reuss et le Rhin, c'est à-dire tout le sud-est de l'Alémannie. Il reconstitua ainsi l'unité politique du Plateau helvétique, régnant en outre sur les Alpes rhétiques. A la mort de l'empereur Berenger, Hugues de Provence obtint qu'il ne se mêlerait plus des affaires italiennes, moyennant l'abandon qui lui fut fait de la Bourgogne cisjurane, c'est-à-dire de la Provence, du Dauphiné, du Lyonnais, de la Savoie et de la Franche-Comté. Ainsi fut fondé le royaume des Deux-Bourgognes, appelé aussi royaume d'Arles, mais dont la région prépondérante était bien l'Helvétie (900-1050).

VII. — La dynastie s'éteint avec Rodolphe IV, qui avait légué son héritage à l'empereur Conrad II de Franconie, dit le Salique (1032). Les empereurs franconiens et les empereurs souabes se firent bien sacrer rois d'Arles (1), mais ils déléguèrent leurs pouvoirs, avec le titre de régents ou recteurs, à la maison la plus importante de la Souabe (2), celle de Zæhringen, dont l'influence, toutefois, ne dépassa pas le Jura et le lac Léman. Pendant cent cinquante ans (1050-1200), fut ainsi exercée, sur l'Helvétie burgonde en particulier, une forte pression souabe. C'est alors que furent fondées par Berthold IV et Berthold V de Zæhringen, les villes de Fribourg (1179) et de Berne (1191). C'est ainsi que la langue allemande dépassa la Sarine, affluent occidental de l'Aar, en deçà de laquelle elle ne devait reculer que de nos jours. La Souabe pesait de tout son poids au nord sur la rive gauche du Rhin, et c'est là que florissait la féodalité allemande, éminemment représentée par les Habsbourg, les Kybourg, les Tockenbourg.

VIII.—La maison de Zæhringen s'éteignit (1218). Dans la partie alpestre du royaume d'Arles, l'empereur Frédéric II se réserva une large initia-

(1) Le premier, Conrad II, fut élu à Payerne et sacré à Saint-Maurice.
(2) On peut dire *grosso modo* que la Souabe est l'ancienne Alemannie très réduite.

tive. Avec une indéniable sûreté de coup d'œil, il vit la grande importance internationale du lac plus tard dénommé « des Quatre-Cantons », menant au Saint-Gothard. Le Saint-Gothard constituait pour lui la voie la plus directe entre l'Italie, où il résidait d'une façon permanente, et l'Allemagne, où il était représenté par son fils, roi des Romains. L'immédiateté d'empire conférée par lui à Uri (1231) et à Schwytz (1240) résulta donc d'une considération toute topographique. En effet, les pâtres et les guides des Waldstetten pouvaient ouvrir ou fermer à volonté l'Italie et l'Allemagne. On observera d'autre part que le lac des Quatre-Cantons a une importance locale que son nom seul suffirait à indiquer. C'est la grande rue de quatre districts montagneux. Lucerne, à l'extrémité nord, est leur commun débouché. La *Suisse*, à son origine, contrastait donc singulièrement avec l'Helvétie de César. On sait qu'elle se heurta à la maison de Habsbourg, lorsque celle-ci s'avisa de profiter de sa situation impériale, accidentelle et temporaire, pour faire revivre d'anciens droits sur les pays forestiers. Faisant abstraction d'événements purement légendaires, il suffit de rappeler la ligue de Brunnen, la bataille de Morgarten, l'adhésion de Lucerne. Aux quatre cantons forestiers, *Waldstetten*, s'en ajoutèrent deux autres, Zug et Glaris (1200-1350).

IX. — Ce qui manquait, jusqu'ici, à la Suisse, c'était l'élément urbain, et, avec lui, le Plateau helvétique. L'adjonction, à deux ans d'intervalle, des deux plus grandes cités, Zurich et Berne (1351-1353), l'une dans le voisinage du Rhin, l'autre au centre même du Plateau, en une admirable et forte position, tendit à faire revivre l'Helvétie de César. Si Berne, huitième canton, efficacement secourue des quatre premiers à Laupen (1339) contre la noblesse acharnée à sa perte, resta étrangère à la journée de Sempach, elle fit bonne figure à celle de Næfels. A elle incomba la tâche de *nettoyer* le plat pays, d'en extirper la féodalité qui s'y était retranchée. Ainsi furent annexées à la Confédération, en qualité de sujettes, l'Argovie et la Thurgovie (1415-1460). La Confédération admit même des *alliés* féodaux, ecclésiastiques et laïques, par exemple Saint-Gall, sous son abbé, Neuchâtel, sous son comte. La *Suisse* s'avançait ainsi sur le Rhin ; elle refoulait les Habsbourg en Souabe et en Alsace. Une autre lutte mémorable l'orienta vers le Jura. Je veux parler de l'assaut qu'elle eut à subir de la part du duc de Bourgogne, Charles le Téméraire, à Grandson et à Morat. La Franche-Comté avait vu les Suisses à Héricourt, la Lorraine les vit à Nancy. L'adjonction de Solothurn (Soleure) et de Fribourg (1481), l'une toute allemande, l'autre partiellement *de langue française*, suivit ces mémorables triomphes. A cent soixante-un ans d'intervalle (1315-1476), Morat avait fait écho à Morgarten.

Mais voilà que Maximilien de Habsbourg, le descendant du vaincu de

Morgarten, venait d'épouser la fille et l'unique héritière du vaincu de Morat. Les maisons d'Autriche et de Bourgogne coalisées ne détruiraient-elles pas l'œuvre édifiée contre elles? On pouvait le craindre, surtout lorsque Maximilien, déjà roi des Romains, succéda comme archiduc et comme empereur à son père Frédéric III, qu'il eut hérité de la branche de Habsbourg antérieur; que le traité de Senlis avec la France lui eut rétrocédé la Franche-Comté; que, par son mariage avec Blanche Sforza, il eut pris pied en Lombardie. Les Suisses se sentaient *enserrés* par l'aigle à deux têtes. Aussi refusèrent-ils, *quoique sujets allemands*, d'accéder à la ligue de Souabe dont l'empereur s'était déclaré le chef. Ils le combattirent au sud et au nord. Au sud, ils firent cause commune avec les Grisons, qui, grâce à eux, remportèrent plusieurs victoires libératrices (1499). Désormais les Grisons figurèrent parmi les confédérés permanents de la Suisse, qui s'était ainsi adjoint la Rhétie. La guerre de Souabe se termina par l'adjonction de deux nouveaux groupes urbains, Bâle et Schaffhouse comme cantons (1501), en attendant celle de Mulhouse comme alliée: Bâle au point stratégique et commercial le plus important de la rive gauche du Rhin; Schaffhouse, sur la rive droite, le seul endroit où la Suisse ait franchi le grand fleuve. En 1513, ce sera le tour d'Appenzell, pays montueux, enclavé dans Saint-Gall, mais quelque peu tangent au lac de Constance. Le nombre des cantons sera ainsi porté à 13: il ne sera pas dépassé au cours d'environ trois siècles.

Les guerres d'Italie appelèrent les Suisses à combattre hors de chez eux: Tour à tour alliés ou ennemis de la France, ils démembrèrent le Milanais qui leur portait ombrage. Uri se subordonna comme sujette la vallée du Tessin (1).

En relisant les hauts faits des Suisses, que la Franche-Comté, l'Alsace, la Lorraine, la Bourgogne, le Milanais ont redouté souvent comme envahisseurs, on s'étonne, les voyant d'ailleurs situés au cœur de l'Europe et âpres au gain, on s'étonne qu'ils n'aient pas eu, comme les Grecs de Marathon et de Platée, leur moment de grande croissance physique, une notable expansion au dehors. Sans doute, l'Helvétie de César avait des frontières qui semblaient inextensibles. Mais les Helvètes d'alors étaient des *Celtes* que le Rhin séparait des *Germains*. Devenus à leur tour Germains (en grande majorité), rien ne les empêchait de faire, au delà du Rhin, des adjonctions analogues à celle de Schaffhouse. Un champ presque illimité leur était ouvert du côté de l'Allemagne, dont ils étaient partie intégrante, et où ils pouvaient tailler en plein drap. Qu'eût pensé Jules César si on lui eût prédit que les Helvètes s'annexeraient les Alpes rhétiques, et même, sur le versant méridional italien, les Alpes lépontiennnes? Quant

(1) Dès le XV^e^ siècle, Uri avait, à plusieurs reprises, conquis, perdu, réoccupé la Levantine (1403-1478).

au Jura, on le verra tout à l'heure, il n'a tenu qu'à eux de le posséder tout entier, comme les Russes possèdent l'Oural.

Ce qui a *borné* la Suisse, c'est la prépondérance, à l'instant décisif, de l'élément forestier sur l'élément urbain, au sein de la Confédération ; ce sont les cantons de Schwytz, d'Uri, d'Unterwalden, de Lucerne, de Zug, de Glaris, *six* cantons sur un total de *huit*, qui s'opposèrent, et à l'extension démesurée des cantons urbains eux-mêmes et à l'accroissement de l'effectif cantonal. La lutte de Schwytz contre Zurich, au sujet de la succession de Tockenbourg, ayant pour dénouement au delà des frontières, et sous les coups de l'étranger, la tuerie du Mont Saint-Jacques, est, semble-t-il, assez probante.

Par crainte de Louis XI, la Franche-Comté, après Nancy, avait envoyé une députation, l'archevêque de Besançon en tête, pour solliciter des Suisses le titre de confédérés, et, en cas de refus, celui de sujets, moyennant le maintien de ses privilèges et de ses franchises. *Berne voulait qu'on acceptât.* Les cantons forestiers firent rejeter cette pressante requête. Soleure et Fribourg eux-mêmes n'avaient dû leur admission qu'à l'éloquente intervention de l'ermite Nicolas de Flue, à la diète de Stanz.

Qu'on retienne bien cette double conclusion :

1° La Confédération helvétique doit sa formation et, par conséquent, l'existence à la *Montagne;*

2° Mais c'est aussi la *Montagne* qui l'a empêchée de porter au loin ses frontières.

Question de géographie et de topographie, mais de géographie et de topographie *interne* (1350-1500).

X. — Ainsi la Suisse ne grandira guère. Mais les Suisses batailleront au dehors pour les Puissances. On les verra, dans les rangs français, à Fornoue, revenant de Naples avec notre roi Charles VIII, forcer le passage de l'Apennin. Ils défendront contre nous, puis nous livreront Ludovic le More. Ils nous battront complètement à Novarre (et c'est alors qu'ils envahiront la France jusqu'à Dijon) ; puis se feront, sous le cardinal de Sion, Mathias Schinner, écraser par les Français à Marignan. A la Bicoque, ils nous demanderont *argent, congé ou bataille*, et nous feront perdre le Milanais reconquis sur eux. Ils participeront à notre infortune devant Pavie. Notre roi François Ier tombera, sous leurs yeux, entre les mains des Impériaux et des Espagnols ; mais, dorénavant fidèles à « la paix perpétuelle », ces républicains seront les plus fidèles gardiens de nos monarques. Ils le prouvèrent bien au 10 août 1792. En 1864, nous avons vu, à Lucerne, au pied du « Lion mourant » de Thorwaldsen, « le dernier des Suisses ». Une question intéressant la formation territoriale de la Suisse se pose au début de cette nouvelle période (1500-1650). C'est même par

là que la Confédération va devenir pour une large part française, bilingue et même trilingue (1).

Il s'agit de la Réforme. Il eût été surprenant qu'un pays aux avant-postes duquel s'étaient tenus les conciles de Constance et de Bâle, qui avait vu brûler l'hérésiarque Jean Huss, l'université de Paris réclamer la réformation de l'Église *in capite et in membris*, s'installer, à Bâle même, un des principaux imprimeurs de la Renaissance, Froben, l'imprimeur d'Érasme, lequel est mort à Bâle même ; il eût été surprenant, dis-je, qu'un tel pays restât étranger à cette conflagration religieuse. Il y eut sa part, sa grande part. C'est de Zurich, alors la ville la plus importante de la Suisse, que partit le signal. Zwingli est né un an après Luther, et il a éclaté un an avant lui. Curé de Zurich, il a pour champ d'activité tout le front rhénan, de Schaffhouse à Bâle, où OEcolampade seconde ses efforts. Son œuvre rayonne sur Berne. Mais il mourra les armes à la main. Les cantons montagnards, Lucerne, Uri, Schwytz, Unterwalden, Zug, le défient et l'immolent à Cappel (1531), qui fut un Morgarten religieux. Du moins le Plateau helvétique, toutes les villes, à l'exception de Soleure et de Fribourg, embrassent définitivement le protestantisme. Ajoutez que la Réforme prend entre deux feux la Confédération. Des pays de langue française, Neuchâtel, Vaud, Genève, dont le premier seul avait le titre d'allié, les deux autres dépendaient du duc de Savoie, accueillirent les réformateurs Farel, Viret et le « Picard » Calvin. Genève devient la *Rome du protestantisme* et a vraiment pour pape Calvin. Dès 1526, Genève s'allie à Berne, qui, depuis 1536, aura Vaud pour sujet (à l'exception de Lausanne). Des raisons politiques, l'attraction des Grisons, en majorité catholiques, font entrer définitivement le Valais, à titre d'allié, dans la ligue helvétique (2).

La Suisse modifiera, un siècle et demi plus tard, son organisation, mais on peut dire que désormais elle est, territorialement, faite et parfaite. C'est alors seulement qu'au traité de Westphalie, l'Autriche reconnaît son existence légale (1648). Elle se sépare définitivement de l'Allemagne. Avec ou sans le nom, elle est bien la *Suisse*.

XI. — De 1648 à 1798, sauf une nouvelle guerre du Tockenbourg, rapidement terminée, il n'y a rien d'important à noter au dedans ; l'intérêt politique est aux frontières qui changent de maîtres. Ainsi l'Alsace, de l'Autriche, est passée à la France (1648) (3) ; la Franche-Comté, de l'Espagne, à la France également (1678) ; le Milanais, de l'Espagne, à l'Autriche (1714) (4), l'Autriche et la France, deux grandes puissances catho-

(1) Allemand, français, italien.

(2) Depuis la Réforme, l'évêque catholique de Bâle réside à Soleure ; celui de Lausanne à Fribourg ; l'ancien évêché de Genève est représenté par celui d'Annecy.

(3) L'occupation française remonte à 1638.

(4) L'Autriche continuait à posséder et possède encore (1893) le Tyrol et le Voraarberg ; enfin diverses parties du cercle de Souabe aujourd'hui dévolues au grand-duché de Bade et au royaume de Wurtemberg.

liques — la troisième, l'Espagne, ayant été éliminée, — dont la rivalité constante était, pour la Suisse, la plus sûre garantie ! N'étant inquiétée par personne et n'inquiétant personne, elle devient le pays pacifique par excellence et pour l'Europe un exemple qu'on n'imite guère, il est vrai.

XII. — Il fallait la Révolution française pour l'arracher au repos... et à l'ancien régime, car elle avait, grâce à son aristocratie urbaine, à ses pays sujets, son ancien régime à elle qui menaçait de s'éterniser.

Non content de la *simplifier*, c'est-à-dire de mettre au même rang cantons, alliés et sujets, le Directoire voulut l'*unifier*, c'est-à-dire en faire un État centralisé comme la France : grave méconnaissance de l'histoire et plus encore peut-être de la géographie ! Bonaparte, médiateur, lui rendit très judicieusement son système fédératif. Dès 1803, il y eut dix-neuf cantons, c'est-à-dire six cantons nouveaux :

1° Saint-Gall ; 2° les Grisons ; 3° Argovie ; 4° Thurgovie ; 5° Tessin ; 6° Vaud.

C'est la chute de l'Empire français (1814-1815) qui la dota de ses trois derniers cantons : 1° le Valais (département du Simplon) ; 2° Neuchâtel (principauté du Maréchal Berthier) ; 3° Genève (département du Léman).

Il s'est produit depuis lors des faits locaux et des faits généraux que nous résumerons rapidement.

Est-ce parmi les faits généraux ou parmi les faits locaux qu'il faut ranger la terminaison de cette situation mixte, amphibie, de Neuchâtel, à la fois principauté sous la dépendance du roi de Prusse et république en tant que canton helvétique (1). Depuis lors (1857), il n'y a plus qu'un type de canton, le canton républicain, ajoutons : démocratique.

La persistance (depuis la Réforme) de la division d'Appenzell en Rhodes (Communes) intérieures et en Rhodes extérieures (2) ; celle, immémoriale, l'Unterwalden en Obwalden et Niederwalden ; celle, non moins ancienne, des Grisons en trois ligues distinctes, conséquence de la topographie ; celle, survenue en notre siècle (1833), de Bâle ville et de Bâle campagne, effet d'une incompatibilité d'humeur entre citadins et paysans, offre des sujets d'étude d'une curieuse variété.

Le régime des *Landesgemeinde*, dans les cantons forestiers, intéresse le géographe autant que l'homme d'État.

Le Sonderbund (3), qui faillit, en plein XIX^e^ siècle, ramener la Suisse, après trois cents ans écoulés, aux luttes religieuses du temps de Zwingle,

(1) Sauf sous l'Empire français (1806-1814), Neuchâtel a appartenu un siècle et demi au roi de Prusse (1707-1857).

(2) Les Rhodes intérieures, les plus élevées et les plus pauvres, sont catholiques ; les Rhodes extérieures, fertiles et bien cultivées, sont protestantes.

(3) Ligue des cantons catholiques : Schwytz, Uri, Unterwald, Lucerne, Zug, Valais, Fribourg.

marque la seule grande crise, déjà fort éloignée de nous, qu'elle ait traversée à notre époque.

Avant 1848, il y avait trois cantons directeurs *(Vorort)*, où siégeait alternativement la diète : Berne , Zurich, Lucerne. C'est Berne qui est devenue la capitale permanente. On peut dire que ce rang éminent, elle le doit à la géographie.

Dans la constitution en vigueur, il y a à signaler une imitation évidente des États-Unis d'Amérique (l'égalité des pays confédérés marquée là par le Sénat, ici par le Conseil des États).

C'est la démocratie qui prévaut de plus en plus en Suisse. Témoin le *Referendum*, qui est une sorte de *Landesgemeinde* généralisée.

Disons enfin que la Suisse, limitée déjà par sa sagesse, l'est également par quatre (sur six) des grandes puissances européennes qui l'avoisinent et qui, à leur tour, respectent sa neutralité : la République française, l'Empire d'Allemagne, l'Empire d'Autriche, le Royaume d'Italie, Oasis presque unique au monde, où l'on admire la nature et où on adore la paix.

Nous regrettons de n'avoir pu ici, car il fallait nous borner, appliquer aux coins et aux recoins de la Suisse la méthode que nous ont suggérée la topographie et l'ethnographie.

M. CLOZEL

Explorateur, membre de la mission Maistre, à Paris.

DE LA RIVIÈRE KEMO AU NIGER (EXPÉDITION MAISTRE)

— Séance du 5 août 1893 —

La mission Maistre partit de Loango le 1er mars 1892. Son exploration dura jusqu'au 24 mars 1893, jour de son arrivée à Akassa.

M. Clozel passe rapidement sur le début du voyage. L'expédition quitte le poste de la Kemo, le 28 juin, avec 6 Européens, 60 laptots et une centaine de porteurs. En juillet, quelques escarmouches, que des feux de salves dirigés par M. Briquez, réduisent à néant. Le 9 août, le camp fut assailli; mais une fusillade mit en fuite les indigènes, l'un d'eux fut fait prisonnier. Le 15 août, M. Maistre réussit à passer un traité avec la tribu des Mandjia.

Cette population peut être évaluée à 40.000 individus, souvent en guerre entre eux. La polygamie existe chez eux comme dans tout le pays ; mais elle est en général le fait des hommes riches. L'organisation politique est rudimentaire. Le tabac et le piment poussent dans ce pays.

Le long du trajet, la mission traversa différentes tribus, comme celles des Ouïaouïa, avec lesquelles des traités de protectorat furent passés.

Entre la Kemo et le Gribingui, le pays est uniforme, au N.-E. un nœud orographique indiquant la séparation du bassin de l'Oubangui et de la contrée parcourue. Des bois et des cours d'eau se rencontrent sur ce trajet. Les faîtes qui séparent le bassin du Tchad et celui du Congo ne dépassent pas 650 mètres environ.

Le Gribingui arrêta la mission pendant plusieurs jours, à cause du grossissement de la rivière. Entre temps, M. Clozel fait observer que, dans tout le voyage, une seule caisse sur quatre-vingts a été perdue.

Le Bamingui fut ensuite rencontré. A Dacala, s'effectua le passage du Gribingui, sur lequel revient la mission. Le Daçala est un pays pauvre, dont le haricot forme la seule nourriture.

La marche fut retardée par les deux rivières Vasacco.

La population Sara est franchement noire; mais de forme élégante. Les hommes sont grands; quelques-uns atteignent deux mètres.

Dans une marche pénible, la mission dut abandonner quelques porteurs; les privations et la fatigue étaient extrêmes.

Au delà, une région cultivée, près de Djemalti, dont parle Nachtigal sans y avoir jamais été. L'explorateur allemand avait placé ce point sur la carte grâce aux renseignements fournis.

Une marche de 1.100 mètres avec de l'eau jusqu'au cou; plus loin, un sentier dans le marais jusqu'aux genoux, c'est ainsi que l'expédition atteignit un lac. Au milieu de cette nappe se détache une île, où l'on distingue des cases entourées de palmiers. Les vivres étaient très courts. Une pirogue montée par un vieillard et un jeune homme s'approcha. Clozel s'embarqua seul pour traiter des conditions du passage et offrir des présents. Une heure et demie plus tard, la caravane était passée dans l'île par 42 pirogues.

Le Barsara doit être une rivière venant du sud, d'après les uns; un marais, d'après les autres.

Après la traversée d'un nouveau marais (24 octobre) non loin du village Gako, vue de collines. — Dans cette région, les résidents Baghirmiens, seuls parlent arabe et sont vêtus. Ils ont affaire à une sorte d'intendant du Baghirmi. La mission entretient d'excellentes relations avec ces *musulmans*, et M. Clozel n'hésite pas à déclarer qu'on peut vivre en très bons termes avec les populations musulmanes de l'Afrique centrale, par exemple dans l'Adamaoua, le Bornou et dans le Baghirmi.

Confiant dans les renseignements de Si-Saïd, la mission se dirigea sur Palem; elle y retrouva des traces du passage de Nachtigal (novembre). La population garde le souvenir de ce voyageur, à vingt années de distance.

Par cette marche audacieuse, les itinéraires africains du sud ont été reliés à ceux du nord; ainsi a été comblé un grand vide sur la carte du centre de l'Afrique.

Quand nos explorateurs arrivèrent à Yola, ils n'avaient plus que deux jours de nourriture.

On conseilla à la mission de suivre l'itinéraire du nord; mais l'itinéraire du sud étant nouveau, elle s'arrêta à ce choix.

Le 9 novembre 1892, les six Européens quittèrent Palem et l'itinéraire de Nachtigal.

La vallée du Logone est une vaste plaine. A partir de Bagamené, ils entrèrent dans cette région. Les villages de Kiéné, Lama, Djeni furent traversés et près de ce point les voyageurs campèrent. Deux hommes, dont un Sénégalais, furent assassinés, cinq porteurs subirent le même sort. Les Gaberi, possédant une cavalerie nombreuse, purent inquiéter ainsi la colonne en échappant à sa poursuite.

La ville de Laye est la plus grande que découvrit la mission. Elle est sur la rivière Logone (1000 ou 1.200 habitants). Après avoir parlementé, l'expédition s'installa près de la ville. Un traité de protectorat fut passé. Des chaloupes furent mises à la disposition de M. Maistre pour traverser le Logone, qui a, en cet endroit, 600 mètres de large.

Les 25 et 26 novembre, la petite colonne fut accompagnée d'un grand nombre de cavaliers et de 2,000 personnes. Le but était d'obliger les explorateurs à faire la guerre contre des voisins. Sur le refus des premiers de prendre parti dans cette querelle, les guides abandonnèrent la mission. Seuls les porteurs suivaient. Les nôtres s'approchaient du village ennemi pour traiter, quand soudain, ils reçurent des sagaies. L'ordonnance de M. Briquez fut tué. Une riposte des fusils déblaya le terrain. Il fallait un exemple, on incendia le village.

La mission se dirigea ensuite vers l'ouest. Elle passa du Baguéni à Laga. Au village de Manxé, une nouvelle surprise fut évitée, grâce à M. Brunache et à la bonne attitude des hommes. Notons, ici, un retard de quatorze jours, causée par la santé de M. Maistre; puis la rencontre d'une bande de négociants musulmans obligeants et intelligents, qui furent d'excellents guides pour nos explorateurs.

Par Pala et Herdé, villages païens, ils arrivèrent chez les musulmans foulahs de l'Adamaoua. A Guéron ils campèrent là même où avait campé Mizon, un an auparavant. Plus heureux que celui-ci, ils ont trouvé à Yola un Anglais serviable qui ravitailla la mission.

Celle-ci quitta Yola le 4 février. Par une route de l'intérieur, longue de 400 kilomètres, elle rejoignit la Bénoué et effectua la descente du Niger en bateau pour aboutir à Akassa.

Le parcours de la mission Maistre est de 5.200 kilomètres dans le continent africain et de 1.300 kilomètres en pays inconnu. Elle a reconnu la rivière Nana et le Gribingui, reconnu ce cours jusqu'au Chari, constaté que le Chari et la Logone ne communiquent pas, déterminé les frontières sud du Baghirmi, accompli enfin la traversée du pays du Lagath.

La langue en usage dans ce dernier pays a des analogies avec la langue baghirmienne.

Il est certain que sur les traces de la mission Maistre on sera bien reçu.

On peut déplorer la perte de 47 noirs. Les blancs ont résisté, soutenus qu'ils étaient par le sentiment du devoir.

M. le Baron HULOT

A Paris.

HISTORIQUE DES RELATIONS DE LA FRANCE AVEC LA COTE DES ESCLAVES (1)

— Séance du 7 août 1893 —

Le Dahomey, qui défraie aujourd'hui toutes les conversations, était à peine connu de nom, en France, il y a une dizaine d'années. Nos relations avec cette partie de l'Afrique occidentale sont cependant fort anciennes.

Sans remonter jusqu'au XIVe siècle, époque où des marins dieppois fondèrent quelques comptoirs sur les rivages du golfe de Guinée, nous pouvons certifier qu'au temps de Louis XIV des échanges s'effectuaient entre la France et la côte du Bénin. La carte du seigneur d'Anville et les relations du chevalier des Marchais sont des documents d'une incontestable valeur, qui permettent d'établir qu'au commencement du

(1) BIBLIOGRAPHIE

Journal officiel (1889-1894). — *Dépôt des Lois.* — Rapport de M. de Lanessan, fait au nom de la Commission chargée d'examiner le projet de loi portant approbation de l'arrangement conclu avec le roi de Dahomey, le 3 octobre 1890. (Séance du 24 février 1891. Chambre des députés.) — *Voyages du chevalier des Marchais.* — *Annales de la Propagation de la Foi.* — P. BOUCHE, *La Côte des Esclaves et le Dahomey*, 1885. — J. ANCELLE, *Les Explorations au Sénégal et dans les contrées voisines*, 1887. — E. CHAUDOIN, *Trois mois de captivité au Dahomey*, 1891. — V. NICOLAS, *L'Expédition au Dahomey en 1890*, 1892. — A. D'ALBÉCA, *Les Établissements français du golfe de Bénin*, 1889. — Colonel E. LAMBINET, *Notice géographique, topographique et statistique sur le Dahomey*, 1893.

XVII^e siècle la région actuellement occupée par les royaumes de Dahomey et de Porto-Novo comprenait les trois États de Juda, d'Ardra et de Fouin.

Le premier longeait le littoral jusqu'au lac Denham; le second s'étendait au nord jusqu'au marais de Co et se prolongeait au sud-est jusqu'à la limite orientale du royaume de Porto-Novo; le troisième s'avançait dans l'intérieur, au delà du marais de Co.

L'État de Juda avait pour capitale Savi, où les commerçants de différentes nations européennes troquaient leurs marchandises contre des esclaves. La France, le Portugal et l'Angleterre, dont les intérêts se développaient à mesure qu'augmentait l'importance de la traite, élevèrent des forts pour protéger leurs nationaux. Le fort portugais de San Jao Baptisto d'Ajuda est le plus ancien; le fort français date de 1671, et le fort William, à la possession duquel l'Angleterre a renoncé, paraît être de quelques années postérieur au nôtre. Autour de ces ouvrages, des agglomérations de population se sont formées, qui devinrent insensiblement les trois quartiers ou salams de la ville de Whydah.

A la fin du XVII^e siècle et dans les premières années du XVIII^e siècle, notre situation commerciale prépondérante excita la jalousie des représentants des autres puissances. Anglais, Portugais, Hollandais essayèrent de ruiner notre influence. Un navire battant pavillon français fut attaqué près de Whydah. Cet attentat détermina Amar, roi de Juda, à prendre en main notre propre cause, et un traité édicta des amendes contre les comptoirs européens au cas où un navire de leur nationalité en aurait insulté un autre.

Le chevalier des Marchais, qui assista au couronnement du dernier roi de Juda, en 1725, constata que « le directeur français occupait la première place et la plus proche du roi ; le chevalier des Marchais était assis à côté de lui, et tout de suite les principaux officiers du comptoir. Au-dessous d'eux était le directeur anglais; après lui, le directeur hollandais. Tous ces messieurs étaient assis et couverts. Le directeur portugais et ses officiers étaient aux dernières places, debout et découverts ».

Si nous passons au royaume d'Ardra, nous y retrouvons nos représentants au premier rang. Quand, en 1670, d'Elbée, commissaire de la marine de France, se rendit à Offra, « le roi le fit boire dans son verre, témoignage de considération et d'amitié qui n'a rien d'égal dans la nation ». Pour resserrer ces liens, un certain Matteo Lopez fut envoyé par le souverain africain à Louis XIV, qui le reçut et le mit en rapport avec la Compagnie des Indes. La prééminence commerciale nous fut assurée dans ce pays, au grand désappointement de la Hollande.

Au moment où ces négociations étaient échangées, le royaume d'Ardra avait déjà subi des pertes territoriales considérables, et le royaume de Fouin avait fait place au Dahomey. Vers 1610, en effet, les trois fils du

roi d'Ardra se disputèrent le pouvoir. Le plus jeune dépossèda les deux autres et s'installa dans Allada, la capitale; l'aîné se retira dans l'est, où il forma le royaume de Porto-Novo, et le cadet, qui se réfugia chez Da, roi des Fouins, mit à mort son bienfaiteur, s'empara de son trône et jeta les fondations d'Abomey sur le corps même de ce malheureux (1625). Ainsi fut créé le Dahomey, ce qui signifie, dans la langue du pays, cadavre de Da, ou, plus exactement, ventre de Da (1).

L'auteur de l'attentat prit le nom de Toucoudonou et vécut jusqu'en 1650. Adanzou (1650-1680) institua les fameuses « coutumes », où le sang des captifs coulait à flots. Parmi ses successeurs, il faut citer Guadja-Troudo (1708-1732), grand pourvoyeur d'esclaves, qui résolut de supprimer tout intermédiaire entre lui et les blancs. Jusqu'alors les rois d'Ardra et de Juda s'étaient entremis entre vendeurs et acheteurs de bétail humain; ils présidaient aux échanges et en tiraient de fort jolis bénéfices. Sous la conduite de Guadja-Troudo, des bandes sanguinaires se ruèrent sur l'État d'Ardra et s'emparèrent d'Allada en 1724. Savi, capitale de Juda, subit bientôt le même sort (1727), et la domination des Chasseurs d'esclaves fut assurée jusqu'à la côte. Le pays des Popos, à l'ouest, et le royaume de Porto-Novo, à l'est, marquèrent dès lors les limites du littoral dahoméen.

***

Pendant quatorze ans, les Européens, qui avaient été très éprouvés par cette invasion, soutinrent les mécontents. Le 1er novembre 1741, le fort portugais, dont le commandant avait été enlevé par surprise, fut assailli par les Dahoméens, au moment où l'explosion d'une poudrière détournait l'attention des soldats.

La petite garnison fut massacrée et le carnage s'étendit à tout le salam. Il ne fallait plus songer à une résistance, dont la conséquence inévitable eût été la ruine des comptoirs et du commerce européens. Les rapports entre le roi et les forts se détendirent peu à peu. En 1772, Lyonel Abson, gouverneur du fort William, d'accord avec les commandants français et portugais, ménagea un rapprochement entre les Popos et les Dahoméens. Un grand apaisement s'ensuivit, et nos nationaux reconquirent la situation prépondérante que leur avaient autrefois reconnue les rois d'Ardra et de Juda.

Il est vrai que nous étions pour les vendeurs d'esclaves de fort bons clients. En 1776, nos négriers exportèrent 6.000 noirs de Whydah tandis que les Portugais n'en achetaient que 3.000 et les Anglais 1.000 sur ce marché.

La traite, qui atteignait son apogée à cette date, tomba en discrédit peu

(1) Homey signifie ventre.

de temps après. A Londres et à Paris s'organisaient des sociétés humanitaires sous le nom d'*Amis des noirs*. Aussi, en 1787, la demande tomba à 937 pour la France et à 561 pour l'Angleterre. Le Portugal, moins scrupuleux, exportait encore de Whydah plus de 2.000 esclaves. Sans la secousse imprimée à l'Europe par la Révolution et l'Empire, il est probable que la traite eût été rapidement réduite à néant et que le commerce de l'huile de palme et des autres produits indigènes aurait pris, dès ce moment, un grand essor.

D'ailleurs, à mesure que la demande se restreignait, l'offre diminuait, les coutumes absorbant presque la totalité des captifs.

Sous le règne de Ghézo (1818-1858), les sacrifices humains diminuèrent et la traite rentra en faveur au Dahomey. Les cargaisons qui partaient alors de la côte occidentale d'Afrique trouvaient un vaste débouché au Brésil et dans l'île de Cuba. Francisco Feliz de Souza et Domingo Martins, fils de négriers et conseillers du roi, avaient provoqué ce mouvement qu'ils firent tourner à leur profit. Une dignité particulière, celle de chacha, fut créée pour les Souza dont l'influence et le luxe allèrent croissants, jusqu'au jour où Glé-Glé, successeur de Ghézo, craignant pour son propre prestige, supprima du même coup le titre et le titulaire.

Pendant la Révolution, la France retira de Whydah les 200 soldats indigènes qui y tenaient garnison; mais jamais notre pavillon ne cessa de flotter au-dessus du fort, dont la garde fut confiée à un noir qui prit le titre de commandant du fort français. L'un de ces fonctionnaires, affublé d'un uniforme de lieutenant de vaisseau, a fait la joie des commerçants et des missionnaires français. Titi — c'était son nom — se croyait l'homme le plus important de l'Afrique. Nul doute que ce bon nègre ne passe à la postérité et sa mémoire, ainsi conservée, attestera qu'à aucune époque la France n'a renoncé à ses droits sur Whydah.

En 1842, la maison Victor Régis, de Marseille, fut autorisée à occuper le fort, à charge de l'entretenir. La cession n'est pas définitive, le gouvernement s'étant réservé la faculté de reprendre cet ouvrage, sans indemnité, le jour où il lui conviendrait de l'affecter à un service public. Notons encore qu'au commandant nègre succéda un consul blanc. Cette fonction fut attribuée au représentant de la maison Victor Régis.

***

A mesure que nous nous rapprochons de l'époque actuelle, les rapports deviennent plus étroits entre la France et la côte des Esclaves.

Aux conventions verbales et aux arrangements un peu vagues que nous avons signalés succèdent de véritables traités, passés dans une forme régulière. Sans abandonner l'ordre chronologique qui nous permettra

d'étudier l'enchaînement des faits, nous aurons à parler tantôt du Dahomey proprement dit, tantôt de ses deux voisins les Popos et les Porto-Noviens.

Notre premier traité régulier a été passé à Abomey, le 1er juillet 1851, par M. Bouët, lieutenant de vaisseau, agissant au nom du président de la République. Dans cet acte, S. M. Ghézo constatait que, depuis des siècles, sa nation entretenait des relations d'amitié avec la nation française; il nous assurait la liberté commerciale et la clause de la nation la plus favorisée, reconnaissait l'intégrité du territoire appartenant au fort français et s'engageait à protéger nos missionnaires. Par contre, il se réservait un droit d'ancrage payable tant en deniers qu'en nature (1).

Durant cette même année, l'Angleterre jeta ses vues sur Lagos. La résistance de Kosioko, roi de ce pays, lui coûta sa couronne. Son successeur, Docimo, fut l'instrument docile des menées britanniques.

A Porto-Novo, nos voisins d'outre-Manche furent moins heureux. Aux insinuations de Londres, S. M. Soudji répondit en élevant des prétentions sur Badagry. Aussitôt la ville fut couverte d'obus (23 avril 1861) et la conséquence inattendue de cette attaque injustifiée fut de jeter le souverain indigène dans nos bras. Soudji plaça Porto-Novo sous notre protection le 22 février 1863, au moment où s'organisaient les *Établissements français du golfe de Guinée*. Malheureusement la mort du monarque et des difficultés survenues avec Mecpon, son successeur, déterminèrent l'amiral Laffont de Ladébat à quitter la place (22 décembre 1864).

Pris entre les Anglais et les Dahoméens, les Porto-Noviens n'en restèrent pas moins fidèles à notre cause, ainsi que nous le verrons plus loin.

* * *

Ghézo mourut en 1858, empoisonné par les féticheurs qui lui préféraient son fils Badou, prince sanguinaire, tristement célèbre sous le nom de Dada Glé-Glé. Tout d'abord, nous entretînmes de bons rapports avec le nouveau roi, à l'occasion d'un différend survenu entre lui et les Anglais. Ceux-ci venaient de s'emparer de Badagry. Glé-Glé, voulant leur disputer cette possession, profita d'une visite que lui firent à Abomey le capitaine de vaisseau Devaux et notre vice-consul Daumas, pour nous offrir Kotonou (1864). Cette cession fut consacrée formellement par le traité du 19 mai 1868, qui rappelle dans ses préambules la proposition précédemment faite. Malgré le désir exprimé par le roi de Dahomey, l'empereur ne s'engagea pas à occuper militairement ce port, dont les droits de douanes continuèrent à être perçus par les agents de Glé-Glé. Les limites

(1) Pour le détail de ce droit d'ancrage, voir le texte du traité *(Dépôt des Lois)*.

du territoire gracieusement cédé à la France étaient ainsi déterminées : « Au sud, par la mer; à l'est, par la limite naturelle des deux royaumes » de Dahomey et de Porto-Novo; à l'ouest, par une distance de six kilo- » mètres de la factorerie Régis aîné, sise à Kotonou sur le bord de la mer; » au nord, à une distance de six kilomètres de la mer, mesurés perpen- » diculairement à la direction du rivage. »

En 1870-71, l'effort désespéré que nous tentions pour sauvegarder l'intégrité du territoire même de la France nous contraignit à évacuer nos postes du golfe de Guinée. Les Dahoméens, pendant les années qui suivirent, dévastèrent le pays des Egbas et étendirent leurs ravages jusqu'au Lagos. Glé-Glé put à sa fantaisie multiplier les sacrifices sanglants; ses prisons regorgeaient de captifs. Mais, en 1877, l'Angleterre, prenant parti pour sa colonie, imposa aux envahisseurs une amende qu'ils ne purent payer, et envoya ses vaisseaux bloquer la côte. Nos nationaux, victimes de cette mesure, prirent à leur charge une partie de cette amende.

Grâce à cette contribution volontaire, le blocus fut levé. Glé-Glé, reconnaissant le service que nos commerçants, notamment ceux de Whydah, avaient rendu à son royaume, confirma la cession du territoire de Kotonou, supprima la clause du traité de 1868 qui réservait pour lui-même le produit des douanes de ce port, abolit les servitudes imposées jusque-là à nos résidents de Whydah, et nous accorda le droit de ne plus assister aux sacrifices humains. Ces concessions nouvelles sont expressément stipulées dans les articles 5, 6 et 7 du traité du 19 avril 1878, négocié par le capitaine Serval, chef d'État-major du contre-amiral Allemand commandant la division navale de l'Atlantique Sud.

Enclavé entre le Lagos et le Dahomey, le royaume de Porto-Novo devait naturellement souffrir du blocus établi le long de la côte; aussi Toffa, qui succéda à Mecpon, en 1878, inaugura-t-il son règne en se plaçant sous la protection de la France. Pour atteindre ce but, il chargea les maisons françaises installées sur son territoire de négocier l'affaire. La politique coloniale revenait à la mode; des officiers de nos armées de terre et de mer visitaient la côte et pénétraient dans l'intérieur. Le protectorat fut donc accepté, puis conclu le 25 juillet 1883.

Entre temps, des agents consulaires français furent répartis sur divers points situés à l'ouest, tels que Porto-Seguro, Petit-Popo, Agoué, Agomé-Séva, Abananquein et Grand-Popo. Ce protectorat, qui existait en fait depuis 1881, fut institué par un décret du 19 juillet 1883. La création d'un commandement particulier de Kotonou, l'installation d'une petite garnison française dans ce port, l'extension de notre protectorat au pays des Ouatchis, consolidèrent, en 1885, notre situation sur la côte des Esclaves, et nous permirent d'organiser les *Établissements français du*

golfe du Bénin (16 juin 1886). La direction de cette dépendance du Sénégal fut, en 1887, confiée à un administrateur colonial.

***

L'expansion coloniale des puissances européennes s'est surtout portée, depuis une dizaine d'années, vers le continent africain. En considération de cet engouement, l'Acte de la conférence de Berlin, passé le 26 février 1885, insiste sur la nécessité, pour les nations signataires de cette convention, de se notifier les unes aux autres toute acquisition nouvelle qu'elles effectueraient sur le territoire africain. S'appuyant sur ce texte, le Portugal informa le cabinet de Paris qu'il établissait son protectorat sur les côtes du Dahomey (18 janvier 1886). Le gouverneur de San Thomé, d'accord avec le chacha J. de Souza, organisa des fêtes à Whydah et sur différents points du littoral; les têtes s'échauffèrent et des exaltés plantèrent, sur la partie de la plage de Kotonou cédée à la France, un drapeau portugais. Cette violation de notre territoire amena de la part de notre agent, M. Roget, une protestation qu'appuya le lieutenant de vaisseau Arnoud, commandant la canonnière *le Gabès*. L'affaire faillit tourner au tragique et elle donna lieu à un échange de correspondance entre le ministre de France à Lisbonne, M. Billot, et le ministre des affaires étrangères portugais. Il faut lire les lettres de notre représentant qui précisent, avec une grande netteté, nos droits sur Kotonou et Whydah, ainsi que notre situation toute spéciale au Dahomey. Au surplus, le protectorat du Portugal fut de courte durée. Se trouvant dans l'impossibilité d'assumer la responsabilité des ravages exercés par son protégé Glé-Glé, le cabinet de Lisbonne notifia, le 26 décembre 1887, sa renonciation à l'acte du 18 janvier de l'année précédente. Français et Portugais reprirent à Whydah leurs positions respectives et tout fut dit. Quant aux Anglais, ils cédèrent le fort William à une maison de Hambourg (1888).

Les Allemands venaient de s'installer dans les Popos et le pays des Ouatchis, avec notre assentiment (1er février 1886). Ainsi, nous évitions une concurrence fâcheuse du côté des Rivières du Sud, mais nous perdions une possession déjà importante, qui devint le *Togoland*.

La délimitation de cette nouvelle colonie, du côté du Dahomey, fut établie par M. Bayol pour la France, et par M. Falkenthal pour l'Allemagne. Ces commissaires convinrent que la frontière serait déterminée par le méridien qui, partant de la côte, passe par la pointe ouest de l'île Bayol et rejoint le 9e degré de latitude nord.

Du côté de Lagos, des contestations nombreuses furent amenées par l'ouverture du chenal de Kotonou. Une crue du fleuve Ouémé provoqua, en 1886, la rupture de la langue de terre qui séparait le lac Denham de

la mer. Le hasard nous avait favorisés; nous pouvions désormais communiquer avec Porto-Novo, sans passer par Lagos. Vexée de perdre une grande partie de son trafic, cette colonie anglaise établit des postes sur le Denham et jusqu'aux abords de Porto-Novo. MM. Victor Ballot et Sir A. Moloney eurent à ce propos de longs pourparlers, qui aboutirent à un *modus vivendi*.

En résumé, dans nos cartes les plus récentes, les établissements français du golfe du Bénin sont limités par 0° 41′ longitude est, et 0° 26′ longitude ouest; la côte offre un développement d'environ 150 kilomètres, et la frontière nord ne peut être l'objet d'aucune approximation.

*
* *

Pendant neuf ans, Glé-Glé respecta les clauses du traité de 1878, passé avec la France; puis, sans motif, il avisa notre résident qu'il refusait de reconnaître la validité de cet acte, et qu'il revendiquait Porto-Novo et Kotonou. Cette déclaration fut prise pour une simple incartade, et le gouvernement français n'en tint pas compte. Enhardi par notre silence, Glé-Glé franchit l'Ouémé en mars 1889 et jeta ses hordes sur le territoire de notre protégé Toffa. La panique fut telle que la population, monarque en tête, dut se réfugier chez les Anglais de Lagos.

L'amiral Brown de Colstoun, commandant de notre division navale de l'Atlantique, était au mouillage devant Kotonou avec l'*Aréthuse* et le *Sané*. Sur la demande de l'administrateur particulier de nos établissements du golfe de Bénin, il porta sur Porto-Novo ses compagnies de débarquement et, lentement, le calme parvint à se rétablir.

Aux razzias succédèrent d'autres actes de violence, comme l'expulsion du Père Dorgère et des religieuses de Whydah, qui demandèrent asile à notre résident d'Agoué.

Telle était la situation, quand M. Bayol, lieutenant-gouverneur des Rivières du Sud, reçut la mission délicate d'obtenir des explications sur la conduite du Dahomey.

Le récit des aventures de notre délégué et les circonstances de son voyage à Abomey sont trop récents et trop connus pour que nous nous y arrêtions. Quoi qu'il en soit, cette courageuse tentative, qui faillit coûter la vie à M. Bayol, n'avança pas les pourparlers.

*
* *

La mort de Glé-Glé (31 décembre 1889), et l'avènement du prince Kondo, sous le nom de Behanzin, aggravèrent encore notre position.

Deux compagnies de tirailleurs sénégalais et un détachement d'artillerie, placés sous les ordres du commandant Terrillon, partirent de Dakar

sur l'*Ariège* (9 février 1890), et débarquèrent à Kotonou le 20. Cette poignée d'hommes, que renforça une compagnie de tirailleurs gabonais et la section de Sénégalais chargée d'occuper nos postes de la côte, tint tête à une armée de noirs, munis d'armes perfectionnées et fanatisés par les féticheurs. — Les combats de Kotonou (21 et 23 février), de Zobbo (2 mars), de Godomey (25 mars), du Décamé (28 mars) et d'Atchupa (20 avril), illustrèrent les trois cents braves que le commandant dirigeait avec autant d'habileté que de sang-froid.

Des divergences de vue augmentaient alors les difficultés de la situation. La conduite des affaires passa, le 5 avril, des Colonies à la Marine, et M. Fournier, commandant du *Sané*, remplaça M. Bayol, en attendant l'arrivée de l'amiral Cavelier de Cuverville, qui croisait aux Antilles.

Quelques obus, lancés autour de Whydah, décidèrent Behanzin à relâcher cinq agents de nos factoreries et le P. Dorgère, qu'il avait capturés par trahison au commencement des hostilités. Ce fut la seule concession du ci-devant prince Kondo. Ni le commandant Fournier, ni le P. Dorgère, ni l'amiral de Cuverville ne purent l'amener à composition. Il fallut recourir à l'intimidation. La *Naïade* menaça Whydah d'un bombardement, l'amiral lança un ultimatum et le lendemain, 3 octobre 1890, fut conclu un *arrangement* entre la France et le Dahomey.

L'article premier contenait une reconnaissance par Behanzin de notre protectorat sur Porto-Novo. L'article 2 stipulait que la France exercerait son action auprès du roi Toffa pour qu'aucune cause légitime de plainte ne fût donnée à l'avenir au roi de Dahomey et il ajoutait qu'à titre de compensation, pour l'occupation de Kotonou, le roi recevrait une indemnité annuelle de 20.000 francs.

La Commission chargée d'examiner le projet de loi portant approbation de cet *arrangement* formula de nombreuses critiques, surtout en ce qui concernait l'allocation de 20.000 francs souscrite par la France, alors qu'aux termes du traité du 19 avril 1878, article 6, Glé-Glé nous abandonnait en toute propriété le territoire de Kotonou « avec tous les droits qui lui appartenaient, sans exception ni réserve ».

Dans sa séance du 28 novembre 1891, la Chambre émit l'avis qu'il n'y avait pas lieu de consacrer par une loi l'arrangement du 3 octobre 1890 ; mais le Gouvernement, qui avait été le véritable auteur de cette convention, ne voulut pas se déjuger et ratifia cet acte par un décret (8 décembre 1891).

***

La suite des événements est trop connue pour que nous ayons besoin d'insister sur la dernière phase que traversa la monarchie dahoméenne. Behanzin considéra son allocation comme un tribut, rompit tous ses

engagements, sema la terreur et la désolation dans le royaume de l'infortuné Toffa; enfin, nous mit dans la nécessité de marcher contre lui.

Le 11 avril 1892, un crédit de 3 millions fut voté pour les préparatifs d'une expédition; puis la Marine prit la direction de la campagne et le colonel Dodds reçut le commandement supérieur des *Établissements français du golfe de Bénin*. En juin, la côte des Esclaves était bloquée et nous occupions le Décamé.

La marche en avant fut décidée le jour où M. Burdeau devint ministre de la Marine. Des renforts portèrent à plus de 3.000 hommes notre colonne et neuf bâtiments, montés par 500 marins, composèrent notre flottille. Quoique restreints, ces moyens suffirent pour refouler 15.000 Dahoméens fanatiques et bien encadrés.

Dogba, le Koto, Cana, Abomey marquent les principales phases de cette expédition glorieuse, qui valut à son chef les étoiles de général. Nul d'entre nous n'a oublié les circonstances de cette lutte, que le public français suivait avec une anxiété mêlée d'orgueil.

Un instant, on put espérer que Behanzin, forcé dans ses derniers retranchements, battu devant sa ville sainte, serait capturé dans sa càpitale. Il s'évada.

Dès lors, il fallut organiser le territoire envahi. Des arrêtés, rendus par le commandant supérieur, eurent pour but, mais non pour effet, de pacifier le pays en le démembrant. En vain nous renforcions l'autorité du roi de Porto-Novo; en vain nous partagions l'intérieur du royaume dahoméen en trois provinces (Allada, Abomey, Ouémé) et le littoral en quatre cercles (Porto-Novo, Kotonou, Whydah, Grand-Popo). Ce n'était pas en remaniant l'administration, en créant de petits États, que nous pouvions assurer notre domination dans un pays compact, soumis au régime du pire des autocrates, dont la personnalité inspirait à ses sujets une crainte superstitieuse. Pour atteindre cette organisation fétichiste, il fallait réduire à l'impuissance le fétiche lui-même. Behanzin, fugitif, n'était pas anéanti et le Dahomey, soumis en apparence, n'en subissait pas moins les injonctions du souverain disparu.

***

Afin d'assurer la sécurité du lendemain, force fut de reprendre la campagne. Dodds revendiqua cet honneur. Il voulait achever l'œuvre commencée.

Son adversaire insaisissable semblait défier tous ses efforts. Cependant, en janvier 1894, les nouvelles qui nous parvenaient de la côte des Esclaves nous laissaient espérer que, traqué de toutes parts, délaissé par ses plus chauds partisans, le roi nègre renoncerait à la lutte. L'acceptation du

trône d'Abomey par le frère du vaincu faisait pressentir que la campagne touchait à sa fin. C'est en effet ce qui advint.

Le 1er février, le ministre de la Marine recevait du général Dodds la dépêche suivante, datée de Goho le 26 janvier :

« Poursuivi par nos troupes et par la population ralliée au nouveau roi, abandonné d'ailleurs par tous les membres de la famille royale, Behanzin, craignant d'être enlevé, s'est soumis sans condition hier, 25 janvier, à Ajego (nord-ouest d'Abomey), où je l'ai fait prendre. Il est actuellement à Goho. Il sera expédié, selon vos instructions, au Sénégal par le *Segond* ; les ministres seront dirigés sur le Gabon. »

Le but est atteint, la conquête achevée. Sur les ruines du royaume dahoméen, il s'agit maintenant d'édifier notre colonie.

M. Émile BELLOC

Chargé de mission scientifique, à Paris.

LE LAC DE CAÏLLAOUAS ET CEUX DE LA RÉGION DES GOURGS-BLANCS ET DE CLARABIDE (HAUTES-PYRÉNÉES)

— Séance du 9 août 1893 —

Description générale. — En dehors des chasseurs d'isards, des bergers espagnols et des voyageurs intrépides, qui se font un jeu d'escalader les pics et de gravir les pentes les moins accessibles, les régions de *Caïllaouas*, des *Gourgs-Blancs* et de *Clarabide* étaient et sont encore moins connues de la foule mondaine qui visite tous les ans les vallées à la mode, que le Kilima-Ndjaro ou les montagnes du Pamir. Il est vrai que ces parages sont formidablement défendus. De quelque côté qu'on veuille les aborder, on se trouve en présence de puissants contreforts, surmontés par des pics de haut relief et des crêtes rocheuses, branlantes et déchiquetées. Aussi peut-on dire, avec M. Charles Durier, parlant des Pyrénées en général, que « sous le rapport de la hardiesse des escarpements et de la magnificence des cirques, cette région est incomparable (1) ».

Le nom de Caïllaouas caractérise, du reste, parfaitement cette contrée. En idiome pyrénéen, *caïllàou* veut dire « caillou », *caïllaouèro* signifie une grande surface couverte de cailloux, et *caïllaouas* est encore un aug-

(1) Charles Durier, *Bull. du Club Alpin français* (n° 8, novembre 1893, p. 236).

mentatif qui désigne un amoncellement considérable de blocs rocheux dispersés sur un vaste espace de terrain.

En venant de Luchon, la route la plus courte suivie ordinairement, par les pêcheurs du lac, est celle du val d'Eskierry et de la Porte d'Enfer (2.700 mètres ?), qui s'embranche sur le chemin de la vallée d'Oô un peu avant les granges d'Asto (1).

Mais, si l'on prend le lac d'Oô (1.500 mètres) comme point de départ, deux sentiers de longueur inégale peuvent conduire au même but. L'un, quelque peu escarpé, sans présenter cependant de réel danger pour le montagnard exercé, est celui des *Goueillérissés* ou chemin des brebis (*Goueillo,* « brebis »). Il longe les escarpements gazonnés et les falaises abruptes qui dominent la rive gauche du lac. Ce sentier va rejoindre, à une certaine hauteur, le val d'Arougé, terminé par la crête orientale, au milieu de laquelle s'ouvre le col d'Arougé, qui forme un des versants du vaste cirque dont le fond est occupé par le lac de Caïllaouas. L'autre chemin, accessible aux cavaliers jusqu'au lac d'Espïngo (1.875 mètres), où débouche la partie inférieure du val d'Arougé, serpente le long de la rive droite du lac d'Oô, passe au sud du lac d'Espïngo, contourne la rive gauche du lac Saounzatt (1.962 mètres), s'élève au-dessus du petit lac, en partie comblé, de la « Couma era Abeca » (2.200 mètres), arrive au lac Glacé (2.670 mètres), puis enfin atteint le Port d'Oô (3.002 mètres).

De là, en tournant brusquement au nord-ouest et en suivant les crêtes du Port, on rencontre bientôt les glaciers crevassés des Gourgs-Blancs, dont les eaux alimentent les *lacs glacés des Gourgs-Blancs* et le grand lac de Caïllaouas.

On peut également partir de la vallée d'Aure pour aborder ces hauteurs. En ce cas, il faut suivre la vallée de Louron jusqu'au *Pont de Tramsaïgues* (entre les eaux), c'est-à-dire jusqu'au confluent de la Neste (2) du *Port de la Pez* (2.482 mètres) (3) et de celle de *Clarabide (fig. 1)*. Après avoir

(1) Voir la carte ci-contre *(fig. 1)*.

(2) Les cours d'eau, dans les Pyrénées, s'appellent, suivant les régions, *couret, gave, neste, rio, riou, rièous* ou *torrent.*

(3) Le Port de la Pez, ouvert à 2.482 mètres d'altitude, entre les crêtes qui descendent directement à l'ouest du grand massif de Batchimale, et les pentes orientales du Pic de Guerreys ou de Bacou (2.980 mètres), est un des passages les plus dangereux et une des régions les plus tourmentées de la crête frontière. Même pendant la belle saison, les étrangers ne se risquent dans ces parages qu'avec une certaine prudence, à cause des brouillards intenses qui enveloppent parfois ces régions de la façon la plus inattendue. Malgré ces conditions défavorables, la ville de Toulouse attachait autrefois une si grande importance à ce point de communication avec l'Espagne, qu'elle avait projeté de faire faire des travaux importants pour en faciliter l'accès. J'ai, en effet, relevé dans un *Registre des délibérations de la ville de Toulouse, année 1782, séance du 3 octobre, f° 256* (Archives communales du Donjon du Capitole), le passage suivant : « Il a été délibéré que le mémoire (soumis au Conseil du grand consistoire) sera transcrit sur un registre et envoyé, avec la présente délibération, aux députés de la ville de Montpellier (*), afin qu'ils sollicitent l'assemblée des États de vouloir bien s'occuper de la communication projetée entre la France et l'Espagne par Claravide *(sic)* et le Port de la Pez ; on ouvrira par cette voye de nombreux débouchés et une source féconde de Raports *(sic)* d'intérêts entre deux grands peuples et particulièrement profitable à la province du Languedoc. »

(*) Montpellier était le siège de la délégation des États généraux de Languedoc et le lieu de résidence de l'Intendant général de la province.

gravi les flancs granitiques des précipices qui bordent la gorge sauvage et pittoresque de Clarabide, naguère encore périlleuse et inaccessible au commun des mortels, on rencontre à l'est le torrent fougueux qui descend avec fracas du lac de Caïllaouas. De ce point, en prenant, au contraire, à droite et côtoyant la Neste de Clarabide, on peut se rendre aux *lacs de Pouchergues* et d'*Aïgues-Tortes*.

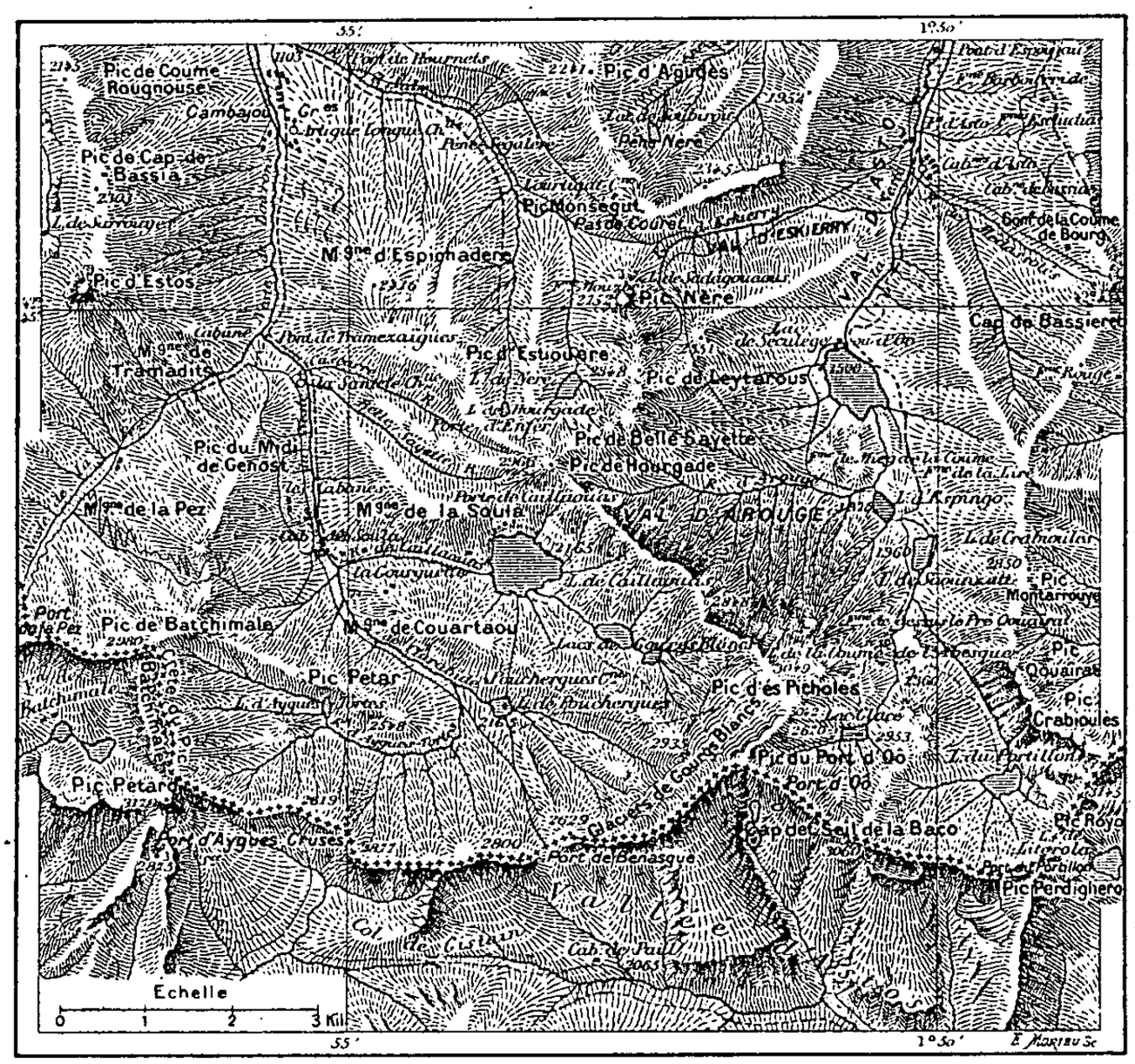


FIG. 1. — Carte de la haute région d'Oô, de Caïllaouas et de Clarabide, établie d'après la carte de France au $\frac{1}{100,000}$, — dressée par ordre du Ministre de l'Intérieur, sous la direction de M. ANTHOINE, Ingénieur en chef du service, — et les observations personnelles de l'auteur.

Ce sont les résultats de mes recherches, faites dans ces contrées lacustres de Caïllaouas, des Gourgs-Blancs et de Clarabide, que je vais faire connaître.

ÉTUDES LIMNOLOGIQUES. — La limnologie, c'est-à-dire l'étude méthodique et scientifique des lacs, — que le savant professeur de Lausanne, M. F. Forel, a pratiquée sur une grande échelle dans les lacs suisses, notamment dans le Léman, et dans quelques lacs français, — est de création

très récente. C'est à M. le professeur J. Thoulet, de la Faculté des Sciences de Nancy, que revient l'honneur d'avoir introduit en France cette nouvelle science. C'est à lui également que nous devons la connaissance d'un grand nombre de lacs des Vosges.

M. A. Delebecque, ingénieur des ponts et chaussées, s'est aussi résolument mis à l'œuvre, et, avec l'aide de quelques collaborateurs dévoués, il a sondé et exploré la plus grande partie des lacs de la Haute-Savoie et des départements environnants. Ce grand travail fournira des documents précieux à la carte du Nivellement général de la France (1).

Le Dr A. Magnin, professeur à la Faculté des Sciences de Besançon, sans négliger la topographie et la partie physique des eaux, de même que la biologie des êtres organisés vivant dans leur sein, a plus particulièrement étudié la flore des lacs du Jura. Il a terminé cette année l'exploration générale préliminaire des soixante-six lacs du massif jurassien (2).

De mon côté, j'ai entrepris, depuis 1884, l'étude des lacs renfermés dans la chaîne des Pyrénées. Malgré un travail annuel assidu, je suis loin d'avoir terminé la tâche que j'ai assumée avec mes modestes ressources. Aucune étude limnographique proprement dite n'ayant encore été tentée dans les hautes régions des Gourgs-Blancs, de Caïllaouas et de Clarabide ; en 1892 je fus m'y installer, avec mes appareils, pour les explorer.

Une autre catégorie d'explorateurs, dont les travaux ont été des plus utiles, et qui, faute d'instruments perfectionnés, sans doute, n'ont pu appliquer aux recherches limnographiques les procédés rigoureux d'investigation que nous employons aujourd'hui, se sont également occupés des lacs français, mais en bornant forcément leurs recherches à l'observation des phénomènes qui exercent leur action au-dessus du plan de surface des nappes lacustres.

Charles Grad a laissé des mémoires fort instructifs sur les lacs des Vosges. Charles Martins, Nérée Boubée, Lézat et Lambron se sont occupés incidemment des lacs des Pyrénées ; mais ce fut le Dr Jeanbernat qui, le premier, en donna une remarquable étude géographique d'ensemble, en 1873. Dix ans plus tard, le Dr Penck, qui vint passer quelques semaines seulement dans les Pyrénées pour étudier la « Période glaciaire », consacra quelques pages de son mémoire *(Die Eiszeit in den Pyrenäen)* aux lacs pyrénéens. J'ai donné ailleurs les raisons qui m'empêchent de partager toutes les opinions du savant professeur de Vienne (3).

(1) Dans la séance du 16 février 1894, la Société de Géographie de Paris a décerné le prix Conrad Malte-Brun, à l'auteur de ces belles recherches.

(2) En ce moment, M. le Dr Magnin publie dans les *Annales de Géographie* un résumé du grand mémoire détaillé qu'il prépare sur *les lacs du Jura.*

(3) Émile BELLOC, *Origine, formation et comblement* des lacs dans les Pyrénées (Congrès de Pau, 1892) ; voir aussi, du même auteur, *Nouvelles recherches lacustres dans quelques lacs des Pyrénées franco-espagnoles.* (*Assoc. française,* Congrès de Besançon, 2e vol., 1893.)

En 1887, M. J. Vallot publia une brochure des plus intéressantes (que j'ai pu me procurer il y a un an à peine) sur le « Comblement des lacs pyrénéens », dans laquelle notre vaillant et très distingué collègue décrit d'une manière fort ingénieuse certains accidents lacustres de la région de Cauterets.

M. de Lacvivier fit, l'an dernier, au Congrès des Sociétés savantes à Paris, une communication importante sur ses études géologiques et lacustres principalement dans le département de l'Ariège.

Un très petit nombre de botanistes, parmi lesquels il faut surtout citer MM. Marcailhou d'Aymeric, M. F. Gay, ainsi que M. L. Motelay, dont on connaît la remarquable *Monographie des Isoëteæ*, se sont occupés de la végétation lacustre pyrénéenne.

Enfin, M. le baron Jules de Guerne et le Dr Jules Richard sont les premiers et les seuls zoologistes qui aient étudié, jusqu'à présent, la faune pélagique des lacs des Pyrénées.

Méthode employée. — Les grandes altitudes auxquelles sont placés la plupart des bassins lacustres dans la chaîne des Pyrénées et leur difficulté d'accès; le besoin impérieux de réduire le poids et le volume du bagage scientifique, m'ont obligé à créer, pour ainsi dire, un matériel et des méthodes d'exploration toutes particulières.

Le matériel se compose, dans sa partie essentielle, de l'appareil spécial de sondage (sondeur É. Belloc) que l'éminent astronome, M. J. Janssen, m'a fait l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences en 1891, et qui fit, à la même époque, l'objet d'une communication au Congrès de l'Association française à Marseille.

S. A. S. le prince de Monaco, et après lui MM. Delebecque, Thoulet et l'ingénieur suisse Hörnlimann, l'ont adopté pour leurs travaux.

Enfin, en ce moment même, le savant professeur de la Sorbonne, M. de Lacaze-Duthiers, président actuel de l'Académie des Sciences et créateur des laboratoires de Banyuls et de Roscof, qu'il dirige avec une si haute compétence, vient d'embarquer, à bord du *Roland-Bonaparte*, un de mes appareils de sondage pour servir aux recherches hydrographiques actuellement entreprises par lui dans la Méditerranée (1).

C'est aussi à l'aide d'un instrument analogue, mais de dimensions plus

(1) Grâce aux libéralités du prince Roland Bonaparte, qui a doté le laboratoire Arago d'un bateau à vapeur, M. de Lacaze-Duthiers a pu dresser la carte sous-marine et étudier en même temps la faune du golfe du Lion. M. le professeur Pruvot, de la Faculté de Grenoble, chargé des sondages, a rattaché un grand nombre de *points marins* à des points terrestres connus. Le périmètre d'exploration a atteint le chiffre respectable de 1.700 kilomètres carrés. En communiquant à l'Académie des Sciences (séance du 22 janvier 1894) les résultats de ce magnifique travail, qui a permis de constater qu'au-delà du cap Creux les Pyrénées n'ont pas de prolongements sous-marins, M. de Lacaze-Duthiers a adressé des remerciements à ceux qui ont contribué à la réalisation de cette entreprise, sans oublier le prince Roland Bonaparte et M. le commandant E. Guyou, que l'Académie des Sciences vient récemment d'appeler dans son sein pour remplacer l'amiral Paris.

réduites et construit spécialement pour cet usage (1), que je sonde les lacs pyrénéens, depuis un grand nombre d'années.

Quant aux méthodes, elles varient avec les explorateurs. Pour moi, étant donnée la superficie relativement restreinte des lacs de montagnes, j'ai dû chercher à simplifier les procédés généralement employés pour le levé des bassins d'une plus grande étendue. Tout en conservant à la détermination des points de sondages l'exactitude rigoureuse indispensable pour tracer les profils et les courbes de niveau, les moyens que j'emploie ont l'avantage de diminuer mon personnel et de fournir des résultats plus rapides.

Après avoir mesuré sur le terrain, entre des points accessibles, et orienté avec soin une ou plusieurs bases, de chacune de leurs extrémités et à l'aide d'une règle à éclimètre ou d'une alidade nivellatrice, selon les dimensions du lac, je construis une série de triangles qui, tout en déterminant la place exacte des points remarquables du bassin, limitent, par cela même, la périphérie du plan de surface des eaux. Ce plan étant dressé, je cherche autant que possible à le rattacher directement à quelques points de triangulation connus, tels que ceux de l'État-major, par exemple.

Sur chacune des lignes de visée, c'est-à-dire parallèlement aux côtés des triangles construits, je tends un cordeau imperméable et tout spécialement fabriqué pour cet usage. Afin d'éviter la flexion que son propre poids ne manquerait pas de lui faire subir dans le sens vertical, ce cordeau est maintenu à fleur d'eau, à l'aide de vessies, placées en des points déterminés et assez rapprochées les unes des autres pour assurer la flottaison.

Cette corde, — fortement tendue d'une rive à l'autre de façon que tous les flotteurs se trouvent dans un même alignement parfaitement rectiligne, et qu'au besoin la corde et les flotteurs, ultérieurement replacés dans leur position primitive, puissent être utilisés comme moyen de contrôle, — ne me sert qu'à placer les points de sondages. C'est le long de ces lignes de visée, dont *l'alignement demeure constamment vérifiable et rectifiable,* et en des points déterminés, que l'appareil sondeur vient appliquer son fil d'acier. Si, durant l'opération, l'embarcation dérive, rien n'est plus simple alors que de la ramener au point précis où le sondage doit être effectué.

On comprendra toute l'exactitude de cette méthode lorsque j'aurai dit que ces points de sondages, espacés de 5 en 5 mètres en partant des bords du lac jusqu'à 100 mètres de distance, puis de 10 en 10 mètres dans la partie médiane, sont plusieurs fois recoupés par les nombreux profils tracés pour dresser les cartes du relief sous-lacustre.

(1) Sous cette forme *première,* plus petite et plus simple, mon appareil de sondage, — qui a servi de modèle pour construire le « sondeur É. Belloc » proprement dit, — pèse un peu moins de 4 kilogrammes, avec 350 mètres de fil d'acier, attendu que le grand appareil présenté à l'Académie des Sciences est du poids de 20 kilogrammes et peut enrouler 2.500 mètres de fil métallique.

LE LAC DE CAÏLLAOUAS

Description. — Le lac de Caïllaouas est situé par 42° 43′ 22″, lat. N., et 1° 53′ 35″ long. O. de Paris. La hauteur ordinaire du plan de surface de la nappe d'eau est à 2.165 mètres au-dessus du niveau de la mer. Sa plus grande longueur mesure 944 mètres, il atteint 742 mètres de large, sa superficie totale est de 400.000 mètres carrés et sa capacité de 20 millions de mètres cubes, en nombres ronds (1). L'étendue de son bassin d'alimentation peut être évaluée à environ 580 ou 590 hectares. Il reçoit les eaux du versant oriental de la montagne de La Soula (2), du versant méridional et occidental du Pic de Hourgade et des crêtes d'Arougé ou d'*és Picholés* (3), — un des points de partage des eaux des bassins de la Garonne et de la vallée d'Aure ; — mais le torrent qui s'échappe des glaciers des Gourgs-Blancs est son principal tributaire.

Le lac de Caïllaouas est de forme très irrégulière, allongé vers l'orient; sa partie occidentale, où se trouve le déversoir, est au contraire largement évasée *(Planche VI)*. Il occupe le fond d'un vaste amphithéâtre circonscrit : au nord, par les soubassements et les contreforts des montagnes de La Soula, de la Belle-Sayette? (2.960 mètres) et de Hourgade. A l'est, par les immenses crêtes, nues et désolées, d'Arougé et des Gourgs-Blancs, dont la ligne de faîte atteint jusqu'à 3.000 mètres. Les escarpements granitiques au-dessus desquels sont placés les Gourgs-Blancs, et les flancs abrupts et ravinés de la montagne de Courtaou (*cortal*, *courtaou*, « bergerie »), dont le revers méridional forme, en partie, la haute vallée de Clarabide, le limitent du côté du sud. A l'ouest, entre les montagnes de La Soula et de Courtaou, une échancrure étroite et profonde

(1) La superficie exacte du lac de Caïllaouas, calculée d'après la cote 2,165 mètres, hauteur moyenne du plan de surface des eaux, = 0^{k},398.920 mètres carrés, et son cube, = 19.898.750 mètres cubes. Avant que les comblements successifs eussent exhaussé sa rive gauche et que le seuil granitique formant barrage se fût abaissé, cette superficie dépassait 50 hectares.

(2) La plupart des auteurs écrivent *Lassoula* en un seul mot. *Soula, soulan, soulane, solan, solane,* signifiant « ensoleillé, exposé au soleil », dans les idiomes pyrénéens, et le versant qui borde la gorge de Caïllaouas étant tourné vers le sud, avec un retour au sud-sud-est, c'est-à-dire en plein soleil, je crois mon orthographe préférable.

(3) A propos du nom de *Spijoles,* d'*Espijoles,* ou de *las Pujoles,* que l'on trouve écrit ainsi sur toutes les cartes de géographie et dans tous les livres, il est bon de faire observer que ces différentes appellations n'ont aucune signification dans les dialectes pyrénéens; ce sont simplement des corruptions, ou plutôt des transcriptions fautives du mot *pichés,* qui veut dire « rigoles ou petits ruisseaux » coulant le long des parois rocheuses d'un escarpement. *Pichés* vient du verbe *picha,* « pisser », dont la forme impérative est *picho,* « pisse ». *Pichés* au pluriel, précédé de l'article *és,* « les », signifie « les rigoles ». *Picholés* étant un diminutif du mot précédent, mis au pluriel, il faut donc écrire le pic d'*és Picholés* (pic des petits ruisselets ou des petites rigoles), et non pas de *Spijoles* ou d'*Espijoles,* encore moins de *las Pujoles.* Dans le même ordre d'idées, le *Clot d'és Pichés,* dans le cirque glacé qui domine les célèbres cascades d'Enfer (Vallée de Liz), que la plupart des auteurs désignent à tort sous le nom de « Clot des Biches », n'a pas d'autre origine.

taillée dans la roche massive, encombrée de blocs de granite rose, forme son déversoir naturel.

Après avoir franchi le seuil granitique, les eaux tumultueuses et écumantes bondissent à travers les débris rocheux encombrant le lit du torrent, jusqu'à la rencontre de la Neste de Clarabide, qui se joint à celle de La Pez au Pont de Tramesaïgues (1.375 mètres). Plus bas, ce torrent prend le nom de Neste de Louron, jusqu'à Arreau (698 mètres) où il se confond avec la Neste d'Aure. Un peu avant d'arriver à Labarthe de Neste, la Neste d'Aure s'infléchit brusquement vers l'est, serpente le long de la base méridionale du plateau glaciaire de Lannemezan, et finalement se jette dans la Garonne en face de Montréjeau.

Sondages. — Avant d'aborder l'étude de la nappe d'eau proprement dite, il est indispensable, préalablement, de procéder à un levé topographique très exact du relief immergé. Les profils le long desquels j'ai exécuté un très grand nombre de sondages — 100 points environ par 10.000 mètres carrés de surface — m'ont permis de dresser la carte bathymétrique ci-jointe *(Planche VI)*, et de constater que la profondeur *maxima* du lac de Caïllaouas était de 101 mètres en chiffres ronds, au commencement du mois de septembre de l'année 1892. Ils m'ont montré, en outre, que la forme intérieure de ce bassin est aussi irrégulière que son pourtour extérieur, comme nous allons le voir.

Origine. — La rive droite et le fond de ce lac sont dominés par des à-pics rocheux d'une grande hauteur. La rive gauche, affleurant en partie l'escarpement au sommet duquel se trouvent les Gourgs-Blancs, est couverte d'un amas de blocs énormes de granite porphyroïde, reconnaissables aux grands cristaux d'orthose empâtés dans la masse, de quartiers de rocs de faible volume, d'un dépôt sableux très grossier, formé de gros grains de quartz et de paillettes de mica, mélangé à de la boue glaciaire (1).

Cette région bouleversée — au milieu de laquelle aucun mouvement sismique ne se serait produit, d'après les indigènes, ce qui paraît douteux — a conservé l'empreinte indélébile du passage du grand fleuve de glace qui la submergeait jadis. Mais les blocs erratiques qui ont comblé une partie notable de la rive gauche du bassin lacustre, et la conformation topographique du cirque immense au fond duquel le lac de Caïllaouas s'est établi, ne laissent subsister aucun doute sur son origine, qui n'a rien de commun avec l'action glaciaire.

(1) Un de ces blocs de granite, sous lequel Antonio, le pêcheur espagnol, installe chaque été ses pénates, me servit de gîte pendant près d'une semaine, en 1892. Les puces et les mouches étaient légion sous ce bloc erratique noirci par l'âcre fumée des rhododendrons et des genévriers encore verts, seul combustible existant dans toute la contrée.

Pour que le lac de Caïllaouas puisse être considéré comme un produit direct de l'érosion glaciaire, il faudrait, avant tout, que le grand axe de sa vaste cuvette coïncidât avec celui de la gorge de Caïllaouas et des Gourgs-Blancs, point d'origine de l'ancien glacier et du glacier actuel qui lui envoie ses eaux. Or, par rapport à la direction générale de la vallée, le lac de Caïllaouas peut être considéré à bon droit, au contraire, comme une dépression latérale. En effet, si, du déversoir au point où le ruisseau des Gourgs-Blancs se jette dans le lac, nous menons une ligne fictive, qui représente sensiblement le thalweg de la vallée, nous voyons que les quatre cinquièmes du bassin lacustre et les endroits les plus creux sont placés au nord de cette ligne et en dehors de l'axe principal de la pente naturelle des eaux ; tandis que la portion la plus minime et la moins profonde se rencontre sur la prolongation de ladite vallée *(pl. VI)*. Chacun sachant aujourd'hui que la force érosive d'un glacier est infiniment moindre sur ses bords qu'à sa partie médiane, la conclusion est facile à tirer.

Sans nier l'action glaciaire, dans certains cas particuliers, il est évident qu'ici cette action a été nulle au point de vue du creusement proprement dit, et que la formation de ce vaste bassin est due à des causes multiples. Aussi, lorsqu'il s'agit d'expliquer l'origine des lacs de montagnes, faut-il « faire de l'éclectisme », suivant l'opinion d'un de nos glaciairistes les plus distingués et les plus autorisés, M. A. Falsan, « et prendre dans chaque système ce qui paraît utile sans recourir à telle ou telle théorie formulée rigoureusement par un maître » (1).

Comblement. — Plusieurs cônes de déjection s'enfoncent dans le lac, comme on le voit par la coupe longitudinale, est-ouest, ci-jointe *(fig. 2)*. Les profils en long et en travers *(fig. 2, 3 et 4)* montrent des accidents géologiques fort curieux, entre autres une forme de comblement caractéristique et très développée *(fig. 3)*, occasionnée par un énorme couloir d'avalanche qui ravine les pentes septentrionales de la montagne de Courtaou, entre le ruisseau des Gourgs-Blancs et le déversoir.

Ici, nous nous trouvons en présence d'un phénomène de comblement analogue à ceux que j'ai décrits précédemment à propos du lac d'Oô (2) et du lac d'Estom (3), mais dont l'état de formation est infiniment plus avancé. De tous les cas de comblement qu'il m'a été possible d'étudier dans un très grand nombre de lacs pyrénéens des régions de Néouvieille,

(1) A. Falsan, d'après une communication manuscrite.

(2) Émile Belloc, *Le lac d'Oô*, sondages et dragages. (Communication faite à la Sorbonne, Congrès des Sociétés savantes, 1889.

(3) Émile Belloc, *Sur certaines formes de comblements observées dans quelques lacs des Pyrénées*. Compte rendu de l'Académie des Sciences, 18 juillet 1892.

de Cauterets, du désert de Carlitt (1), du massif de la Maladeta, du Montarto (2), etc., aucun n'atteint le degré de puissance et d'avancement de celui-ci.

L'amoncellement formé à une quarantaine de mètres de la rive gauche du lac de Caïllaouas, par des lambeaux de roches granitiques arrachés aux flancs des montagnes riveraines, offre ceci de particulier, c'est que, dans une partie de son étendue, il s'élève de 6 à 8 mètres environ, au-dessus du plan de surface des eaux, T *(fig. 3)*, et que son extrémité méridionale émergente est reliée à la terre ferme, tandis que la partie septentrionale se développe au-dessous de la nappe liquide. C'est donc un promontoire très aigu, une véritable presqu'île, qui a l'air de surgir des profondeurs du lac.

Actuellement, on voit, entre cette espèce de récif et le rivage, une cavité ayant la forme d'un cône renversé à base elliptique.

La coupe ci-contre *(fig. 3)*, orientée S.-O.-N.-E., montre : à 15 mètres de la rive gauche, une profondeur de $5^{m},40$ et à 30 mètres de cette même rive, le bord méridional de l'entonnoir, dominé par la crête de l'entassement rocheux T dont

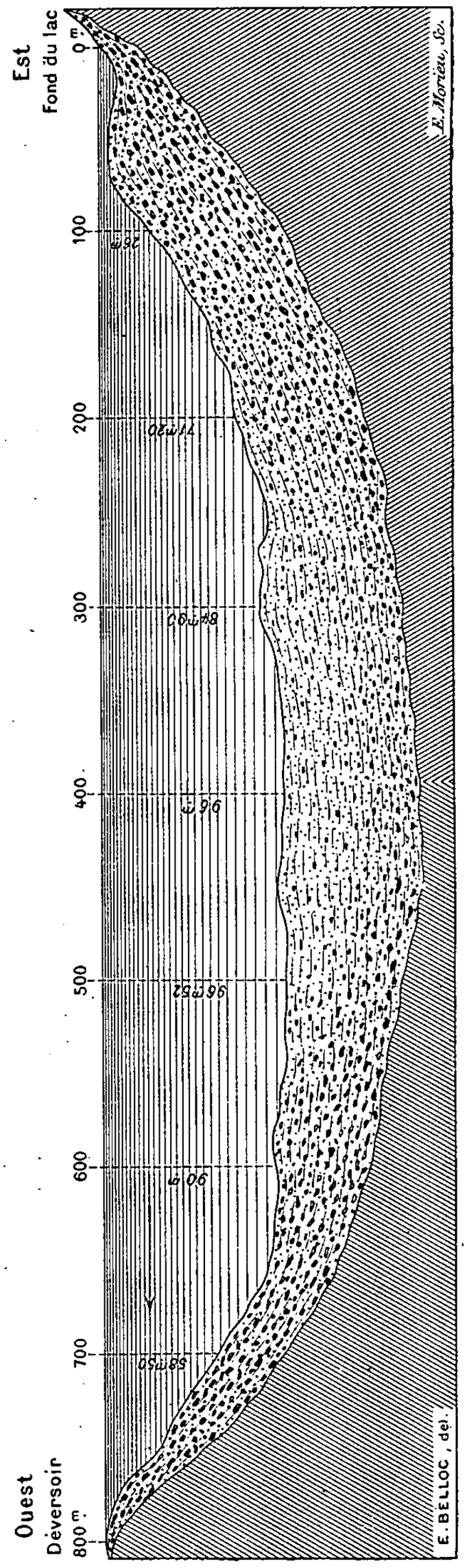


Fig. 2. — Lac de Caïllaouas (Hautes-Pyrénées). — Profil longitudinal montrant les ondulations sous-lacustres (année 1892).

(1) Émile Belloc, *Étude sur l'origine, la formation et le comblement des lacs dans les Pyrénées.* (Association française, Congrès de Pau, 1892.)

(2) Émile Belloc, *Comptes rendus du Congrès de Besançon. (Séance du 9 août 1893.)*

l'élévation au-dessus des eaux varie de 6 à 8 mètres en cet endroit. Le sommet du talus est à 39 mètres de distance horizontale du pied de la montagne de Courtaou, son front terminal, dont la végétation herbacée et le *rhododendron ferrugineum* se sont emparés, mesure à peine 2 mètres de largeur. La pente de son revers septentrional dépasse 45 degrés. Elle rencontre la surface du lac à 50 mètres de distance de la rive gauche.

L'apport intermittent des fragments granitiques projetés par l'avalanche pendant que la surface du lac est glacée (1), augmentant chaque année la hauteur de l'entassement, on peut prévoir l'époque où les parties actuellement immergées surgiront à leur tour du sein des eaux. Alors, cet entassement se trouvant réuni à la montagne de Courtaou par ses extrémités opposées, formera au-dessus des flots et autour de la cavité

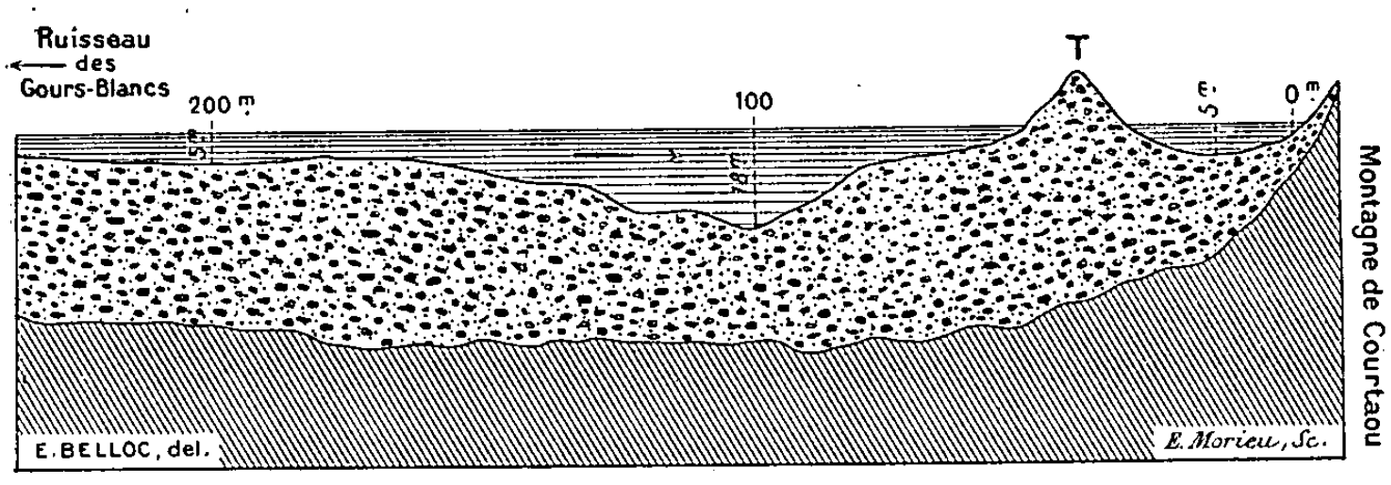


FIG. 3. — LAC DE CAÏLLAOUAS.

Profil partant du ruisseau des Gourgs-Blancs, allant au grand cône de déjection de la montagne de Courtaou (année 1892).

conique une véritable digue contre laquelle les eaux du large viendront en vain se briser. Cette barrière, désormais infranchissable, séparera pour toujours de la grande cuvette lacustre, le petit bassin latéral, que les avalanches successives finiront par combler. A ce moment, les contours capricieux et irréguliers de la partie septentrionale de cet amas rocheux, amoncelé loin du bord, formeront un nouveau rivage et limiteront temporairement une portion de la rive méridionale du grand lac, qui aura perdu, par ce fait, une notable quantité de sa surface et de sa profondeur.

Le profil en travers *(fig. 4)* montre également, sur la rive droite, un de ces cas de comblement, mais dont l'état de formation est moins avancé que celui de la rive gauche décrit ci-dessus.

(1) En ce qui concerne la théorie de ces comblements lacustres, voir mon mémoire sur le *Lac d'Oô*, déjà cité, ainsi que ma communication faite à l'Académie des Sciences, juillet 1892. On trouvera également d'excellents renseignements à ce sujet dans la brochure très intéressante de M. J. Vallot, sur le « Comblement des lacs pyrénéens ».

Il laisse voir aussi l'asymétrie des pentes opposées des rives du lac.

En résumé, la série de phénomènes que je viens de décrire très succinctement nous montre : 1° un cas de comblement très avancé et tout particulier ; 2° la formation, aux dépens du grand lac, d'une cuvette latérale secondaire ; 3° l'arasement progressif de celle-ci ; 4° le changement lent, mais incessant, des contours du rivage du bassin principal, et 5° la diminution continue de sa profondeur et de son étendue.

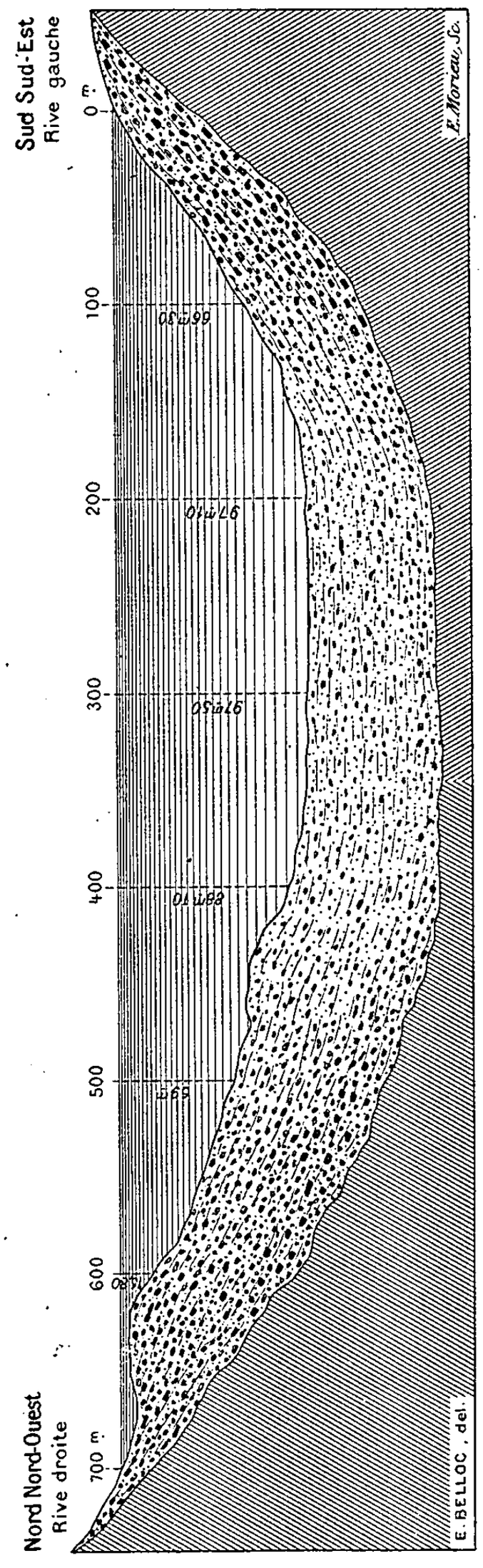


Fig. 4. — Lac de Caïllaouas. — Profil en travers montrant l'asymétrie des pentes opposées (année 1892).

Couleur et transparence de l'eau. — L'eau du lac de Caïllaouas est d'un bleu turquoise très prononcé, avec des reflets laiteux. En prenant comme point de comparaison l'échelle de M. le professeur Forel, dont nous apprécions tous les travaux remarquables, elle peut être classée entre les numéros 3 et 4 de cette gamme chromatique.

D'après mes premières observations, effectuées dans la partie centrale du lac, au commencement du mois de septembre 1892, sa transparence est peu considérable. Un disque blanc de 30 centimètres de diamètre disparaissait à l'œil nu, à $9^m,90$ de profondeur. Ce même disque, remonté lentement, ne redevenait visible qu'à $7^m,80$ du plan de surface du lac.

La différence de visibilité était donc de $2^m,10$ entre la descente et la montée. Étant donnée surtout l'opacité relative de cette eau, ceci s'ex-

plique aisément. A la descente du disque, l'œil, fortement impressionné par la couleur blanche, le suit jusqu'au point limite de visibilité, et peut-être même un peu au delà. Pendant le mouvement ascensionnel, au contraire, le regard errant dans une zone indéfinie qu'aucun point de comparaison ne limite exactement, la tache discoïdale n'est aperçue par l'observateur que lorsque l'image est tout à fait formée au centre de son organe visuel.

Continuées chaque jour, pendant quelque temps encore, à des heures variables et à divers endroits du lac, ces observations m'ont donné un résultat un peu différent : la limite moyenne de visibilité n'était plus alors que de $8^{m},93$.

Sondages thermométriques. — Plusieurs séries de sondages combinés avec les observations précédentes, et pratiqués à différentes profondeurs pour un même point de surface, au moyen de mon sondeur et d'un thermomètre à retournement (système Negretti et Sambra), construit par M. Chabaud, de Paris, m'ont donné, pour le lac de Caïllaouas, les températures moyennes énumérées dans le tableau ci-contre :

PROFONDEURS	TEMPÉRATURES DE L'AIR	TEMPÉRATURES DE L'EAU	OBSERVATIONS
à la surface. . . .	+ 16°,4	+ 10°,3	Ces moyennes de températures ont été déduites de huit observations thermométriques, pour chaque profondeur.
10 mètres	—	+ 8 ,9	
20 —	—	+ 8 ,4	
30 —	—	+ 6 ,6	
40 —	—	+ 6 ,1	
50 —	—	+ 5 ,7	
60 —	—	+ 5 ,5	
80 —	—	+ 5 ,1	
100 — (fond) .	—	+ 4 ,8	

Flore et faune. — Les dragages pratiqués dans ce lac m'ont fourni des débris de roches siliceuses, du sable quartzeux, des paillettes de mica et un limon gris blanchâtre. La flore et la faune vivant sur le fond et dans les différentes zones de la nappe liquide ne m'ont donné qu'un petit nombre d'espèces. Cela tient sans doute à la faible transparence de l'eau, qui empêche les rayons lumineux de pénétrer profondément dans sa masse.

Parmi les plantes aquatiques que j'ai récoltées principalement sur les bords intérieurs, sous une faible couche d'eau, il faut citer quelques algues filamenteuses *(Lyngbya nigra)*, — dont M. Hariot a pris la peine de contrôler les déterminations, — une mousse recueillie sur les parois granitiques de la rive droite *(Hypnum arcticum)*, qu'aucun bryologue n'avait encore signalée dans les Pyrénées ; et un certain nombre de Diatomées *(Achnantidium flexellum, Ceratoneis arcus, Cyclotella bodanica, Cycl. Comta, Cymbella cæspitosum, Denticula elegans, Fragilaria capucina, var. acuta, Gomphonema subclavatum, Triblionella angustata*, etc., dont j'ai déjà donné une liste (1).

On trouve aussi dans le lac des truites exceptionnellement bonnes. Celles qui ont la chair rosée sont exquises et très appréciées à Luchon (2).

Des pêches pélagiques faites au filet fin m'ont permis de recueillir un certain nombre d'animaux microscopiques très curieux, et d'autant plus intéressants que, jusqu'ici, les lacs pyrénéens n'avaient pas encore été explorés au point de vue de la flore et de la faune.

MM. le baron Jules de Guerne et le Dr Jules Richard, auxquels j'ai communiqué mes récoltes zoologiques pyrénéennes, ont bien voulu se charger, cette fois encore, d'en faire l'objet d'un travail tout spécial (3). Ce sont donc les premiers naturalistes, comme je l'ai dit plus haut, qui se soient occupés de la faune microscopique lacustre des Pyrénées. Leur étude a révélé la présence, dans le lac de Caïllaouas, de différents Copépodes, d'un Cladocère, de plusieurs Rotifères, etc.

J'ai également constaté, aux environs du lac, la présence d'un grand nombre de Tritons, *Euproctus pyrenæus* (Dumeril et Bibron), (*Molge aspera*, Dugès), que M. R. Parâtre a eu l'obligeance d'examiner.

Travaux d'accès et de retenue. — En terminant la monographie fort incomplète du lac de Caïllaouas, je dirai que cette magnifique région, naguère encore presque inabordable, deviendra accessible avant peu de temps, même aux touristes ordinaires, grâce à l'intelligente initiative de nos savants ingénieurs. J'espère que personne, dans le corps des ponts et chaussées auquel revient l'honneur tout entier d'avoir entrepris et mené à bonne fin les travaux difficiles actuellement en cours d'exécution, ne

(1) Émile Belloc, *De la végétation lacustre dans les Pyrénées.* (*Assoc. française*, Congrès de Pau, 1892, vol. II, page 412 à 433.)

(2) Les truites du lac de Caïllaouas ont la tête allongée, le bout du museau noir, les flancs larges et couverts d'écailles argentées très brillantes, ondulées dans le sens de la longueur du corps, et à reflets rosés. Elles sont tachetées de nombreux points noirs épars sur le dos et sur les nageoires dorsales, ces ponctuations sont moins accentuées vers la face ventrale qui est, chez certains individus, d'une blancheur éclatante. Ces poissons — dont la peau dépouillée d'écailles est d'une couleur gris jaunâtre tirant sur le vert — sont pourvus de larges taches noires, principalement transversales, sur le dos. Les environs des ouïes et des yeux ont des reflets verdâtres très marqués.

(3) Jules de Guerne et Jules Richard (*Assoc. française*, Congrès de Pau, 1892, vol. II, page 526).

m'en voudra de faire connaître les renseignements que j'ai pu recueillir à ce sujet.

Dans un but éminemment pratique et utilitaire au premier chef pour nos populations pyrénéennes, l'Administration de l'Agriculture fait exécuter, au lac de Caïllaouas, une retenue par décantation (au moyen d'un souterrain long d'environ 200 mètres) d'un volume approximatif de 6 millions de mètres cubes, en nombre rond, destiné à suppléer à l'insuffisance des eaux de la Neste. Le devis du projet, qui a été présenté par MM. Quinquet et J. Fontès (ingénieurs des ponts et chaussées), s'élève à un peu plus de 300.000 francs. Les travaux exécutés jusqu'à ce jour consistent : 1° en un chemin muletier d'environ 14 kilomètres, reliant Loudenvielle au lac, au moyen d'une amorce de chemin vicinal de 6 kilomètres, qui se termine aux granges d'Artigue-Longue ; 2° en bâtiments provisoires et refuges ; 3° en une amorce de souterrain d'environ 25 mètres, et de puits d'une douzaine de mètres (sur 20, chiffre total prévu).

Les travaux seront, paraît-il, terminés vers la fin de la campagne de 1895. La construction du chemin qui côtoie des précipices effrayants, a présenté de sérieuses difficultés.

Ces travaux sont conduits par M. Malterre, ingénieur ordinaire, et M. Pech, conducteur, sous les ordres de M. Fontès, ingénieur en chef à Toulouse. Le chemin a été exécuté par M. Rodiès, tâcheron.

***

LES GOURGS-BLANCS

Description. — Pour compléter ma description lacustre, il me reste à donner quelques détails rapides sur les Gourgs-Blancs et le lac de Pouchergues.

Les *Gourgs-Blancs*, que l'on désigne à tort, selon moi, sous le nom de « *lacs des Gours-Blancs* » (je dirai pourquoi tout à l'heure), sont de petites cuvettes situées non loin du glacier de ce nom. La plus grande, et en même temps la moins élevée, est de forme allongée. Elle est orientée parallèlement à l'axe de la vallée, c'est-à-dire sud-sud-est, nord-nord-ouest. Son altitude est voisine de 2.350 à 2.400 mètres. Elle mesure 500 mètres de long, sur une largeur moyenne d'environ 200 mètres et une superficie de 90 à 100.000 mètres carrés. La couleur de ses eaux est d'un bleu laiteux très foncé, et leur transparence très faible.

La deuxième cuvette, située en montant à 200 mètres de la première, ne diffère de celle-ci que par sa forme triangulaire et ses dimensions un peu plus petites. Elle reçoit directement les eaux du glacier des Gourgs-Blancs,

qui, après s'être déversées dans le bassin inférieur, forment le torrent alimentant le lac de Caïllaouas.

Ces petits lacs, où l'on ne trouve pas de poissons, demeurent glacés pendant dix à onze mois de l'année; ce qui les a faits désigner sous le nom de « lacs glacés des Gours-Blancs ». Durant cette longue période hivernale, leur surface est couverte de neige; c'est de là que leur vient l'appellation de *Gourgs-Blancs* (« gouffres blancs »), auxquels les vrais Pyrénéens se gardent bien d'accoler le nom de « lacs ». Ceci est une tautologie comparable à celle que l'on commet à chaque instant en Algérie, par exemple, en disant « le pont d'El Kantara », puisque le mot arabe *Kantara* veut dire « *pont* ».

Il me paraît utile, au point de vue de la nomenclature géographique, que chacun rectifie ces erreurs, toutes les fois que l'occasion s'en présente. Malheureusement, sous ce rapport comme sous beaucoup d'autres, « les Pyrénées sont de véritables déshéritées », comme l'a fait observer très justement M. Fontès au Congrès de Pau, dans une de ces communications pleines de verve et d'une logique impitoyable dont il est coutumier (1).

A PROPOS DU MOT GOURG. — Le mot *Gourg*, dérivé probablement du du celtique *Gorrdd* (trou), peut être traduit en français par l'expression similaire « gouffre », bien qu'elle n'ait pas absolument la même signification dans le langage méridional; principalement dans les anciennes provinces de Languedoc, de Gascogne, d'Auvergne, etc., où il est particulièrement usité. C'est ainsi qu'aux environs de Toulouse, par exemple, où les mots *Gourg, Gourcq, Gourgo, Gourguétto, Gourgas, Gourgos,* sont communément employés pour désigner des dépressions marécageuses, généralement peu profondes, que la Garonne remplit au moment des hautes eaux, n'éveille nullement dans l'esprit des habitants l'idée d'un gouffre insondable.

Le mot *Gourg* n'implique jamais, comme celui de « gouffre », l'idée d'une cavité vide; il indique, au contraire, et d'une manière exclusive, des dépressions naturelles du sol remplies d'eau, de neige ou de glace. Il ne s'emploie pas, non plus, au figuré, ce qui le distingue essentiellement du mot français.

Dans les grottes de Tharaux (Gard), on appelle *Gours* « deux petits bassins à bords frangés, au milieu desquels les eaux séjournent une partie de l'année » (2).

En Auvergne, cette expression sert également à nommer certains lacs,

(1) J. FONTÈS, *Erreurs persistantes dans la géographie pyrénéenne* (Comp. rend. des trav. de l'Association française, t. II, 1892, pages 990 à 995).

(2) F. MAZAURIEC, *Compte rendu des séances de la Société de Géographie de Paris,* 5 janvier 1894, page 7.

et M. Berthoule, qui les a étudiés, se garde bien, en parlant du « Gour de Tazanat », par exemple, de dire : le *Lac du gour* de Tazanat (1).

Selon M. Mazon (2), ce nom s'emploie beaucoup pour désigner « les endroits profonds des rivières », dans le bas Vivarais, et peut-être aussi dans la Drôme. Il est également très usité avec le même sens, mais en prononçant « Gourp » (ou Gourgq), dans le département de l'Aveyron.

C'est donc une erreur évidente d'accoler le mot Gourg à celui de Lac, à moins que la nappe aqueuse n'occupe la partie profonde d'un gouffre. Dans ce dernier cas seulement, l'appellation « Lac du Gouffre de... » pourrait, peut-être, avoir sa raison d'être. C'est à bon droit que les montagnards français et espagnols, fréquentant le Port de la Glère, n'appellent jamais la nappe d'eau qui se trouve placée sur la crête frontière « Lac des Gourgoutes », comme le font tous les étrangers sans exception. *Gourgoutés* (comme on prononce à Luchon) ou *Gurgutes* d'après l'orthographe espagnole, mot dont la prononciation est exactement semblable, signifie « petits gourgs » ; voilà pourquoi ils disent toujours « *Las Gourgoutés* » tout court, conformément à l'usage et à la bonne règle.

* * *

LE LAC DE POUCHERGUES

Description. — Le lac de Pouchergues, situé au bas du revers méridional de la montagne de Courtaou, qui prolonge la crête occidentale du pic des Gourgs-Blancs et forme la pente septentrionale de la gorge de Clarabide, est un tout petit lac aux eaux bleu foncé et peu transparentes.

Sa forme est à peu près circulaire; son plus grand diamètre dépasse à peine 300 mètres et sa superficie totale avoisine 75.000 mètres carrés. Il est situé à la même altitude que le lac de Caïllaouas et nourrit comme lui de très bonnes truites.

A 1 kilomètre en aval du lac de Pouchergues, la Neste de Clarabide, à laquelle ce lac donne naissance, reçoit un cours d'eau qui contourne les pentes orientales et méridionales d'une montagne de haut relief (2.548 mètres) dominée au sud-sud-ouest par le petit Batchimale et par le Pic Pétard ou grand Batchimale (3). Ce cours d'eau prend sa source

(1) Amédée Berthoule, *les Lacs de l'Auvergne*, Paris, 1890.

(2) Je me réfère ici à une communication verbale qu'a bien voulu me faire M. A. Mazon, l'auteur érudit de l'*Histoire de Soulavie* (2 vol. in-8°, Paris, 1893); du *Bourg Saint-Andéolde*, du *Voyage autour de Privas* et de tant d'autres ouvrages remarquables dont quelques-uns sont modestement signés du pseudonyme « Dr Francus ».

(3) Par suite d'une erreur de gravure, sans doute, — reproduite dans le *Guide Joanne* (édition 1886, p. 290), — la carte de l'État-major ($\frac{1}{80.000}$, année 1863), désigne cette montagne sous le nom de *Pic de Pétai* (?). M. F. Schrader, — qui explora cette région en 1877 (*Ann. du C. A. F.*, 5e année, 1878, p. 335 et suiv.), — a éclairci la topographie quelque peu embrouillée du massif de Batchimale et a restitué au

principale dans un petit lac, — le *lac d'Aïgues-Tortes*, — situé au nord du Port du même nom et à l'ouest de la haute montagne dont nous venons de parler (2.548 mètres), qui est restée jusqu'ici sans dénomination.

*
* *

Gorge inférieure de Clarabide. — De retour au lac de Caïllaouas, mes appareils et mes récoltes étant soigneusement emballés pour être transportés à Luchon par le chemin plus court de la Porte-d'Enfer et de la vallée d'Eskierry, je quittais le lac, accompagné seulement du pêcheur Antonio, malgré l'heure tardive et le mauvais temps, avec l'intention d'aller, le lendemain, visiter les curieux travaux du nouveau sentier. Je me proposais aussi de photographier des groupes d'ouvriers, suspendus, comme de véritables grappes humaines, aux flancs des précipices de la gorge inférieure de Clarabide, dans le but de creuser les trous de mine qui devaient faire éclater le rocher.

Le chemin, aujourd'hui terminé jusqu'au lac, n'arrivait pas encore — septembre 1892 — dans le haut de la gorge. Lorsque nous eûmes dépassé la cabane et le pont « d'ét Soula », le brouillard, déjà très dense, s'étant changé peu à peu en pluie torrentielle, nous fit perdre toute notion d'orientation, chose grave dans une région où l'on ne peut faire un pas sans être exposé à rencontrer un précipice. Le jour baissait rapidement ; quelques instants très courts nous séparaient du moment où l'obscurité allait nous forcer à rester sur place. La position pouvait devenir fort critique, si nous ne parvenions à rejoindre l'amorce du sentier en cours de construction avant la nuit. « Pressons le pas, dis-je à Antonio ; en une heure nous pouvons être à la cantine de Tramesaïgues. » Le brave Espagnol, déjà souffrant et profondément découragé, me jeta un regard indéfinissable. Et dans son langage imagé il murmura : « Une heure ?... une heure de chien,. oui, Monsieur » ; et nous nous remîmes en route. Quelques instants après, un hasard heureux et des plus inespérés nous fit rencontrer, au milieu de cette affreuse solitude, un homme intrépide, nommé François Bourbon, qui rentrait à Loudenvielle. « Venez avec moi, dit-il simplement ; si vous n'avez pas peur du « Parédou », nous gagnerons cinq bons quarts d'heure. » Le Parédou est un très mauvais pas qu'il ne faut pas se risquer à franchir, à moins d'être un montagnard à toute épreuve ; c'est un mur rocheux et vertical (*parédou* veut dire « paroi »).

grand Pic de Batchimale (3.178 mètres), placé à l'ouest du Port d'Aïgues-Tortes (2.512 mètres), le nom de *Pic Pétard*, que l'on trouve désigné sous celui de « Pic Pétar » dans les observations géodésiques de Corabeuf, d'après les renseignements fournis par M. le colonel Prudent. Le nom de *pétard*, « vulgaire en apparence et poétique en réalité », dit M. Schrader, est donc celui qu'il a adopté dans sa belle *Carte des Pyrénées centrales* (feuille n° 2), pour désigner le grand Batchimale.

d'une cinquantaine de mètres de hauteur, sur 15 à 20 mètres de large, contre lequel il faut littéralement se coller en s'accrochant du bout des pieds et du bout des mains aux rares et très petites saillies inclinées qu'il présente par places. A la nuit tombante et par le temps abominable qu'il faisait, ce passage vertigineux offrait de réels dangers. Nous le franchîmes très heureusement sans encombre et atteignîmes bientôt l'amorce du nouveau chemin, transformé pour l'instant en torrent bourbeux. Arrivés fort tard et ruisselants comme des cascades, à la cantine du Prat de Tramesaïgues, nous eûmes la bonne fortune d'y rencontrer M. l'ingénieur Malterre, qui fit l'impossible pour nous réconforter, et MM. Pech et Rodiès, dans le vestiaire desquels je puisai largement des vêtements de rechange dont j'avais grand besoin. Il paraît — je l'ai appris depuis — que notre *mouillade* est restée légendaire.

M. Édouard BLANC

A Paris.

L'EXPOSITION GÉOGRAPHIQUE DE MOSCOU EN 1892

— Séance du 9 août 1893 —

M. Édouard Blanc rend compte de l'Exposition géographique qui a eu lieu à Moscou pendant l'été de 1892 et à laquelle il a assisté en qualité de délégué de la Société de Géographie de Paris. Cette Exposition a été liée aux deux Congrès internationaux tenus dans la même ville, et qui ont été consacrés, l'un à la zoologie, l'autre à l'anthropologie, à laquelle on avait associé l'archéologie préhistorique.

Les actes de ces deux Congrès ont été consignés d'une façon détaillée dans des publications spéciales et fort considérables, qui ont été imprimées grâce à la bienveillance et à la libéralité du gouvernement russe. Cette publication a été faite en français. D'autre part, des comptes rendus en ont été donnés en France et publiés dans divers recueils scientifiques français par plusieurs des délégués et membres français qui ont pris part à ces Congrès. M. Blanc dépose sur le bureau l'énumération bibliographique de ces travaux, auxquels, dit-il, il n'entreprendra pas de

rien ajouter. Il se borne, à propos de ces Congrès, à signaler deux faits particuliers ayant un certain intérêt géographique : 1° l'importance prise par les questions de géographie zoologique en général ; 2° l'adoption par le Congrès de zoologie, pour l'orthographe, dans la nomenclature, des noms latinisés ayant pour racines soit des noms d'hommes, soit des noms de pays, des règles déjà admises en cartographie pour les noms géographiques, à la suite de Congrès récents.

L'Exposition géographique de Moscou n'a guère fait en France, jusqu'à présent, l'objet d'aucun compte rendu. Inaugurée officiellement le 14 août 1892, pour coïncider avec les congrès précités, elle ne fut installée en réalité, d'une façon à peu près complète, que le 1er septembre et la clôture, annoncée pour le milieu de ce mois, fut, pour la même raison, prorogée jusqu'en octobre. L'Exposition eut lieu au premier étage du nouveau musée historique de Moscou. Elle y occupait neuf salles.

Cartes d'État-major des diverses nations. — M. Blanc rend compte de la manière dont étaient représentées les cartes d'État-major des différentes nations. Sans entrer dans une controverse comparative du mérite de ces œuvres, question déjà traitée souvent, plus à fond qu'on ne pourrait le faire ici, il signale l'œuvre cartographique de l'État-major français comme ayant fait fort bonne figure à Moscou et comme étant en somme l'égale en mérite de celle de n'importe quelle autre nation européenne. Toutefois, l'orateur signale un seul point comme constituant jusqu'à présent encore une réelle infériorité dans la cartographie officielle française : la question des cartes topographiques à grande échelle. La carte à 1/20.000e, en quatre couleurs, dressée par le génie militaire français, ne le cède à rien de ce qui a été fait de mieux jusqu'à présent dans les autres pays, mais cette carte ne s'applique qu'aux environs de Paris et de quelques places fortes. L'Allemagne, avec l'excellente carte d'Alsace-Lorraine à 1/25.000e, et la Suisse, avec plusieurs de ses cartes à grande échelle, sont en avance sur la France à ce point de vue.

M. Blanc examine l'état actuel de l'œuvre cartographique de l'État-major russe en particulier. Un coup d'œil jeté sur la superficie territoriale à laquelle s'applique cette œuvre, comparativement à la surface qu'occupent sur le globe les possessions des autres nations, suffit pour faire deviner d'avance les côtés faibles des cartes russes. On n'a pu appliquer au levé et à la représentation de chaque hectare de terrain ni le temps ni la dépense qu'on y a affectés dans d'autres pays.

En revanche, l'État-major russe a porté vers les frontières, vers les parties périphériques de l'empire, tout son effort et tous ses soins, laissant l'intérieur du pays représenté par des cartes suffisantes, mais dont l'achèvement était moins urgent.

Explorations. — L'un des points les plus intéressants, sinon même le plus intéressant pour les géographes étrangers parmi toutes les matières de l'Exposition, c'était la série des explorations nouvelles. C'est aussi ce point qui est de nature à intéresser le plus directement notre Congrès.

Sous ce rapport, le gouvernement russe paraît s'être préoccupé de donner, à l'Exposition de Moscou, l'aperçu des recherches de ses savants dans les pays sur lesquels il a le plus récemment étendu sa domination, et aussi de faire l'inventaire de ses futures conquêtes en Asie, bien plutôt que de réunir sous les yeux des visiteurs le bilan complet des découvertes faites par les explorateurs, même les plus célèbres, des différentes nations dans les diverses parties du globe.

A ce second point de vue, celui des conquêtes futures, il y a lieu de signaler et d'admirer l'activité avec laquelle les Russes étudient et relèvent, jusqu'à une immense distance de leurs frontières actuelles, les pays qu'ils considèrent comme devant un jour leur appartenir. Dans leur marche conquérante si rapide à travers l'Asie, dont ils possèdent maintenant la majeure partie, ils ont toujours été, non pas suivis, mais précédés par des cartes qui, assurément, n'étaient ni complètes ni absolument exactes, mais qui étaient cependant suffisantes pour leur donner les plus précieux renseignements stratégiques, et qui, au point de vue de l'exactitude, ne le cédaient en rien aux premières cartes que les Français arrivaient péniblement à établir bien longtemps après l'occupation de leurs nouvelles acquisitions coloniales.

Cette tâche a été réalisée, au cours de ces dernières années, par une pléiade de voyageurs russes, qui ont accompli dans le continent asiatique, au point de vue purement géographique, une œuvre scientifique analogue à celle que les voyageurs français, anglais, allemands, portugais, italiens et belges ont menée à bien en Afrique.

Les œuvres de ces divers explorateurs russes ont été présentées à l'Exposition de Moscou par les soins du Ministère de la Guerre, et chacun d'eux y avait son compartiment spécial. M. Blanc passe en revue l'exposition de chacun des principaux d'entre eux : Prjéwalsky, son continuateur le colonel Pievtzoff, le lieutenant-colonel Groumbtchevsky, le colonel Poutiata, les frères Groum-Grgimaïlo, le lieutenant-colonel Webel. Il énumère les documents nouveaux ou peu connus jusqu'à ce jour qui ont été présentés par chacun de ces explorateurs.

Exposition du Ministère de la Guerre. — M. Blanc fait l'analyse de l'exposition organisée par les divers services du Ministère de la Guerre de Russie.

Géographie générale ou synthétique. — Si, en ce qui concerne les documents nouveaux, les explorations, les services locaux, en un mot

ce que l'on peut appeler la géographie analytique, l'Exposition de Moscou n'a eu qu'un caractère national ou local, en revanche, au point de vue de la géographie générale, celle que l'on peut appeler synthétique, les documents exposés ont embrassé tous les pays du monde, sans aucune exception. C'est à ce titre que l'Exposition géographique de Moscou mérite d'être considérée comme universelle.

D'ailleurs, le matériel littéraire et didactique de la science géographique, si longtemps négligé, a fait de tels progrès, au cours de ces dernières années, et tant d'ouvrages considérables ont été menés à bien, que l'on peut maintenant déclarer terminée la tâche immense, et en apparence presque irréalisable, qui consistait à condenser, à grouper et à synthétiser nos connaissances géographiques relatives au monde entier.

A cette tâche, la France a dignement contribué pour sa part, plus qu'aucun pays peut-être, et l'Allemagne seule peut rivaliser avec elle.

EXPOSITION DES PAYS ÉTRANGERS. — M. Blanc passe ensuite en revue les principaux envois des pays étrangers qui ont contribué, directement ou indirectement, à l'Exposition de Moscou. Ces pays sont : l'Angleterre, l'Allemagne, l'Autriche, les États-Unis, la France, l'Italie, les Pays-Bas, la Turquie, la Serbie, la Suède et la Suisse.

PLAN, GROUPEMENT ET INSTALLATION DE L'EXPOSITION. — Le groupement systématique des objets exposés, quoique suffisamment clair et commode pour les visiteurs, n'a présenté rien de particulier qui mérite d'être spécialement signalé ni qui soit à noter dans l'intérêt des expositions futures. Le local n'avait, d'ailleurs, pas été construit ni agencé spécialement pour la circonstance.

M. Blanc passe successivement en revue les diverses salles et sections de l'Exposition, et il énumère les objets ou les groupes les plus remarquables ou les plus nouveaux qui y ont figuré.

EXPOSITION D'ARCHÉOLOGIE PRÉHISTORIQUE. — En outre de ces neuf salles précitées, consacrées à l'exposition géographique proprement dite, deux autres salles du même palais étaient affectées à l'exposition d'archéologie préhistorique, accessoire du Congrès d'archéologie et d'anthropologie, et connexe de l'exposition géographique.

Ces collections, formées en partie dans les diverses contrées du monde entier, mais surtout dans le Caucase, la Sibérie, le centre et le sud de la Russie, étaient à la fois remarquables par la beauté, le nombre et la variété des objets qui les composaient.

On sait combien sont abondants et curieux les débris, bijoux, ustensiles et objets d'art divers, que nous ont livrés, dans ces dernières années, et que recèlent encore les *tumuli*, les ruines ou les sépultures du sud

de la Russie et de la région caucasique. Les diverses périodes de l'âge de pierre et de l'âge de bronze, beaucoup moins définies encore dans ces régions que dans l'Europe occidentale, et, dans tous les cas, beaucoup plus prolongées vers les temps modernes, ont laissé des documents plus parfaits, plus variés et plus artistiques que tout ce que nous connaissons en France. D'un côté, ces objets de pierre et de métal se lient aux premiers tâtonnements des débuts les plus obscurs et les plus mystérieux de l'humanité ; d'un autre côté, ils se rattachent, par des transitions curieuses et difficiles à analyser, aux spécimens si artistiques et si parfaits que l'art grec et l'art romain ont semés autour du Pont-Euxin ; par d'autres côtés, ils se continuent, dans certaines régions, telles que le Caucase, jusqu'au moyen âge, et dans d'autres, comme la Sibérie, jusqu'aux temps modernes, et ils ont des rapports avec les anciens monuments si nombreux et si étranges, des civilisations géorgiennes, arméniennes, et d'autres civilisations barbares dont nous ne connaissons même pas les noms ni les enchaînements.

M. Blanc décrit avec détail cette partie de l'Exposition, à cause de son haut intérêt et de la nouveauté des objets exposés. Il fait mention de la classification inaugurée par M. Samokvassoff, qui a été conduit à admettre pour les sépultures anciennes de la Russie quatre époques : *l'époque cimmérienne*, ou âge de la pierre et du bronze, *l'époque scythe ou sarmate, l'époque slave, l'époque des Polovetz et des Tartares.*

Expositions des divers services publics de l'empire russe. — M. Blanc énumère les expositions organisées par les divers ministères et services publics de l'empire russe, ainsi que les expositions particulières des villes, et il signale les innovations les plus remarquables inaugurées par chacun de ces services.

Principales expositions des particuliers. — Il cite ensuite, mais sans entrer dans le détail, à cause de leur grand nombre, quelques-uns des envois les plus remarquables faits par des exposants particuliers, russes ou étrangers. Il signale le développement remarquable de certaines Sociétés dues à l'initiative privée, et qui ont puissamment contribué à étendre l'influence russe en même temps qu'à faire connaître géographiquement des pays nouveaux : telles sont, par exemple, la Société pour l'encouragement de la marine marchande, la Société de bienfaisance slave, la Société pour l'exploration du district de l'Amour, la Société impériale de Palestine, etc.

Conférences et communications orales. — Pour compléter l'enseignement visuel donné par l'Exposition, de nombreuses et remarquables conférences ont été faites, soit par des exposants ou par les organisateurs

des sections spéciales, soit par les savants les plus au courant des questions particulières mises à l'ordre du jour. Elles ont été les suivantes :

18 septembre 1892, *Aperçu général sur l'Exposition géographique,* par M. Anoutchine. — 19 septembre. *Explication des modèles et plans en relief des kourganes (tumuli)*, par M. Sizoff. — 20 septembre. *La Mongolie à l'Exposition,* par M. Yadrintzeff. — 21 septembre. *Produits naturels de l'Asie orientale et méridionale,* par M. Gondatti. — 22 septembre. *L'Exposition spéciale de la ville de Saint-Pétersbourg*, par M. Goustiannikoff. — 23 septembre. *L'Exposition altaïque,* par M. Ivanowski. — 24 septembre. *La Russie blanche à l'Exposition*, par M. Yanrouk. — 25 septembre. *Explication des cartes et des diagrammes représentant le mouvement d'immigration dans la Sibérie occidentale*, par M. Yadrintzeff. — Même jour. *Considérations historiques sur les sépultures anciennes de la Russie méridionale*, par M. Samokvassoff. — 25 septembre. *Cartogrammes relatifs à l'agriculture et à la géographie rurale*, par M. Fortunatoff. — 27 septembre. *La Section géologique de l'Exposition*, par M. Tzviétaieff. — 28 septembre. *Matériaux relatifs à l'histoire de la géographie en général, et en particulier de celle de la Russie, jusqu'au milieu du XVIII*e *siècle*, par M. Anoutchine. — 29 septembre. *La Partie nord-ouest de la Sibérie,* par M. Gondatti. — 30 septembre et jours suivants. *Collections d'objets de l'âge de pierre*, par M. Bieliatchewsky. — *Diagrammes du climat de Moscou et appareils météorologiques exposés*, par M. Afanassieff. — *Explication des instruments de géodésie et des autres objets exposés par le Bureau géodésique*, par M. Solovieff. — *Le Caucase à l'Exposition*, par M. Pavloff. — *Collections relatives aux pays chamanistes*, par M. Mikhaïlowsky. — *La Section de l'Administration des mines*, par M. Kachkine. — *Les mers, lacs et rivières de l'empire russe,* par M. Anoutchine. — *Le Turkestan et le territoire transcaspien à l'Exposition,* par MM. Gondatti et Ivanowski.

Conclusions et résumé général. — En résumé, l'Exposition géographique de Moscou a été parfaitement conçue, et, malgré son apparence peu bruyante et ses dimensions modestes, elle a été de nature à intéresser vivement les géographes.

Le comité organisateur de l'Exposition n'a pas prétendu et ne pouvait prétendre nous présenter la réunion de toutes les connaissances acquises jusqu'à présent dans les sciences géographiques, ni de tout le matériel accumulé jusqu'à ce jour chez toutes les nations pour l'étude ou pour l'application de ces sciences. Il ne pouvait même pas, dans un cadre plus restreint, tel que celui des explorations, de la colonisation ou de l'enseignement, montrer un exposé complet de toutes les questions géographiques dans le monde entier, même en se limitant à celles qui sont

actuellement à l'ordre du jour. Il aurait fallu pour cela des moyens matériels, un espace et un temps dont on ne disposait pas, sans parler de dépenses pécuniaires qui, vu le lieu et le moment, auraient été sans proportion avec les résultats à atteindre.

Tout en donnant aux nations étrangères une place suffisante pour conserver à l'Exposition son caractère international, le comité s'est borné à traiter à fond et d'une manière complète les questions géographiques qui intéressent la Russie et le monde russe, cette portion déjà si grande de la surface terrestre. En adoptant ce plan, les organisateurs ont renoncé d'emblée à utiliser, pour la parure de l'Exposition, tout un matériel considérable et qui constitue, en quelque sorte, le bagage fondamental de la science géographique moderne. L'ensemble de ce matériel, assurément admirable, mais bien connu, aurait suffi à lui seul, en tenant une place énorme, à intéresser le public des simples curieux, comme le sont les visiteurs d'une Exposition universelle. Mais les spécialistes, comme l'étaient tous les rares visiteurs étrangers, ne l'ont pas regretté, car toutes ces questions et publications générales leur étaient déjà connues par avance.

Ils ont préféré trouver dans l'Exposition ce qu'elle leur a admirablement montré, à savoir le solide matériel, habilement utilisé, et les excellentes institutions géographiques que la Russie possède aujourd'hui, ainsi que le détail de diverses questions spéciales qui ont pour le public russe un intérêt national de premier ordre et qui ont eu pour les étrangers, même les plus au courant de la géographie générale, l'attrait de questions scientifiques presque toutes nouvelles pour eux.

Et quant à ce qui concerne en particulier l'exposition d'archéologie et d'anthropologie préhistorique, on peut dire que ces deux sciences si intéressantes et si difficiles sont redevables d'un puissant concours et d'une contribution de premier ordre au Congrès et à l'Exposition de Moscou. Limitées jusqu'ici à un champ très restreint, à un matériel documentaire peu varié, et dans lequel les savants occidentaux n'ont pu qu'établir quelques coupes génériques peut-être un peu factices, et qui n'ont peut-être qu'une valeur locale, ces deux sciences ont fait un grand pas et ont conquis un champ d'études nouveau, pour ainsi dire illimité, à dater du jour où les paléontologistes et les archéologues ont porté leurs recherches dans l'Europe orientale et jusque dans les parties les plus reculées et les plus inhospitalières du continent asiatique.

Les résultats de ces recherches ont été admirablement mis en lumière par le Congrès et l'Exposition d'archéologie préhistorique de Moscou : ils dépassent tout ce que pouvaient espérer les spécialistes de l'Europe occidentale.

Ce Congrès et cette Exposition ont marqué un progrès considérable

et peuvent être le point de départ d'une ère nouvelle dans l'une des branches des sciences géographiques, en même temps qu'ils nous ont montré des pages neuves dans les premiers chapitres, si obscurs, de l'histoire de l'humanité.

M. Henrique LOPES DE MENDONÇA

De la marine portugaise, Membre de l'Académie royale des sciences de Lisbonne.

SUR L'EMPLOI DES GALÈRES DANS L'OCÉAN, PENDANT LE MOYEN AGE

— Séance du 10 août 1893 —

C'est un fait généralement admis par les historiens français, que les expéditions de Prégent de Bidoult, pendant le règne de Louis XII, et du baron de la Garde, sous François Ier, sont les premières où l'on ait vu des galères passer le détroit et opérer dans l'Atlantique. En 1513, Prégent, général des galères de France, en amena quatre de la Méditerranée sur les côtes occidentales de la France, où il sut s'opposer avec succès aux opérations des Anglais, sous les ordres de l'amiral Édouard Howard. Pendant la campagne de 1545, le baron de la Garde, un des plus fameux marins dont s'honore la France, fit passer dans l'Océan vingt-cinq galères qui étaient à Marseille; il prit une part active dans la descente qui, sous les ordres de l'amiral Annebaut, eut lieu sur les côtes d'Angleterre; et il parvint à atteindre, sans ternir sa gloire, la fin de cette campagne stérile.

On ne peut mettre en doute le courage et la capacité de ces deux illustres marins; mais rien de plus hasardeux que de leur attribuer la priorité d'un exploit naval dont, sans rappeler l'antiquité, le moyen âge nous a laissé de nombreux exemples.

Il est certain que la navigation des galères s'est presque tout à fait circonscrite au bassin de la Méditerranée. Leurs dimensions et leur voilure ne les rendaient pas propres aux longues navigations sur la haute mer. Mais les pays situés sur les bords de l'Atlantique ne dédaignaient pas leur usage, surtout dans la guerre. Les galères, et en général les bâtiments allant à la rame, étaient même les vaisseaux de guerre par excellence pen-

dant le moyen âge et l'antiquité. Tout le monde connaît les *drakars* et les *snekkars*, navires à rames à l'aide desquels les pirates du Nord étendirent leurs ravages sur toutes les côtes de l'Europe occidentale, et s'introduirent même souvent par le détroit de Gibraltar. Mais il ne faut pas oublier que tous les pays de la Péninsule hispanique, y compris le Portugal, possédaient des flottes importantes de galères, qui prenaient part dans presque toutes leurs expéditions maritimes. A l'égard de ce dernier pays, il est à remarquer que les *Ordenaçõe Affonsinas* (recueil de lois compilées par le roi Alphonse V) ne fassent presque mention, par rapport aux vaisseaux de guerre, que de *náos* (nefs) et *galès* (galères).

Pendant les trois premiers siècles de la monarchie portugaise, nous voyons cette dernière classe de navires figurer constamment dans les batailles contre les Castillans et les Maures. L'usage très ancien de navires à rames par les peuples qui ont tour à tour envahi la Péninsule, le voisinage du détroit de Gibraltar, la terreur qu'inspiraient alors les voyages aventureux sur la haute mer, expliquent assez ce fait, apparemment anormal. D'ailleurs, l'éducation nautique, que, dès le temps du roi Denis, le Portugal devait aux Génois, a sans doute contribué à la vogue de la classe des navires longs parmi les Portugais. Ceux-ci avaient tellement développé leur adresse dans la manœuvre et la tactique des galères, qu'ils ne craignaient pas de s'en utiliser dans des expéditions lointaines, sur des mers bien peu favorables à leur navigation. C'est ainsi que, vers 1374, nous voyons cinq galères portugaises se joindre à la flotte castillane, de nefs et galères, sous les ordres de l'amiral Sanchez de Thoar, pour aider le roi de France contre l'Angleterre. Cette expédition navale réussit complètement. La flotte luso-castillane s'est dirigée sur l'île de Wight, qu'elle a ravagée, ainsi que les côtes environnantes (1).

On sait aussi que, dans un traité célébré entre l'Angleterre et le Portugal, vers la même époque, ce dernier pays s'obligeait à fournir à l'Angleterre dix galères armées et équipées aux frais du roi du Portugal (2).

Mais les peuples de la Péninsule n'étaient pas les seuls qui se hasardaient à parcourir l'Océan sur des galères. C'est un fait connu que, pendant le moyen âge, les Vénitiens employaient chaque année une flotte de galères pour leur trafic avec la Flandre. Sans trop allonger cette notice avec des citations cueillies ailleurs, il suffit de mentionner un passage d'un historien portugais contemporain, qui accuse un frappant vestige de ces expéditions périodiques. Gomes Eannes de Azurara, rapportant un fait naval des Portugais dans le détroit, ajoute : « E acer-

(1) Fernão Lopes, *Chronica de D. Fernando*, cap. xciii.
(2) Rymer, *Fœdera*.

tou-se, que naquella sazão passavão as Gallèz de Veneza pera Frandes, e ouverão muito prazer quando virão como trazião aquella preza, fazendo muita cortezia aos Capitães das Fustas, louvando muito a El Rey de Portugal pela continuação da guerra, que fazia contra os infieis » (1).

Louis de Cadamosto, dans le récit de son premier voyage, raconte aussi qu'en 1444, se trouvant à Venise, il résolut de passer en Flandre, où il avait déjà été, dans l'espoir de faire fortune. « Donc, étant déterminé à partir, comme j'ai dit, je m'apprêtai avec le peu d'argent que je possédais alors, et je m'embarquai sur *nos Galères de Flandre*, dont le capitaine était Marc Zen, homme chevalier; et ainsi à la merci de Dieu nous levâmes l'ancre de Venise le 8 août de la dite année... » Près du cap Saint-Vincent, les galères ayant été forcées à relâcher à cause des vents contraires, Cadamosto fut invité par l'infant D. Henrique à se mettre à son service dans les expéditions africaines alors entretenues par ce prince. L'invitation acceptée, Cadamosto débarqua près de Lagos, « et les galères, ajoute-t-il, poursuivirent leur route vers la Flandre (2). »

En 1485, sous le règne de Jean II, des pirates français ont pris et pillé, près du cap Saint-Vincent, quatre galères de Venise, qui cinglaient vers la Flandre avec de riches marchandises. Deux historiens portugais, Ruy de Pina et Garcia de Rezende, rapportent que le roi accueillit avec une grande bienveillance les Vénitiens, leur prêta de l'argent pour recouvrer les galères que les Français gardaient à Cascaes, et, les négociations n'ayant pas réussi, il défendit qu'on achetât dans son royaume les marchandises volées (3).

Ces exemples suffisent pour prouver que les galères, pendant le moyen âge, sortaient souvent de la Méditerranée pour naviguer dans l'Atlantique. Ces expéditions avaient même un caractère de périodicité dans ce qui se rapporte aux Vénitiens. Quant aux opérations de guerre, on voit que les Castillans et les Portugais les entreprenaient sur des galères, exactement sur les mêmes parages plus tard illustrés par la fameuse expédition du baron de la Garde.

A propos de cette expédition, je peux ajouter des détails que je crois absolument inédits ou qui du moins semblent ignorés par tous les historiens français à la portée de ma consultation. Ces détails ont été cueillis dans l'Archive National de Lisbonne *(Torre do Tombo)*, sur la correspondance échangée à l'occasion du passage de la flotte française par cette ville.

(1) ... « et il arriva que dans cette occasion passaient les galères de Venise vers la Flandre, et elles eurent un grand plaisir de voir comme ils *(les Portugais)* apportaient cette prise, faisant leur compliment aux capitaines des fustes, louant beaucoup le roi de Portugal pour la continuation de la guerre, qu'il faisait contre les infidèles. » (AZURARA, *Chronica do conde D. Pedro*, l. I, cap. XLII).

(2) *Navegação primeira de Luiz de Cadamosto;* cap. I; dans le tome II de la *Collecção de Noticias Ultramarinas*, publiée par l'Académie royale des Sciences de Lisbonne.

(3) RUY DE PINA, *Chr. de D. João II*, cap. XXI. — GARCIA DE REZENDE, *Chr. de D. João II*, cap. LVIII.

D'abord, cette correspondance permet d'éclaircir le doute offert à l'esprit de plusieurs écrivains sur la participation personnelle du baron de la Garde dans le voyage entrepris par ses vingt-cinq galères de Marseille jusqu'à la Manche. Ce fameux marin, autrement connu sous le nom de capitaine Polain, fut en effet le chef de l'expédition. Sur le verso d'une minute d'un des documents indiqués, on trouve la note suivante : « q̃ leuon Balthasar Roíz a lix^a sobre a vinda darmada del Rey de França de q̃ vinha por capitão geral das guales Barão de la Guarda... f. o prim.° de junho de 1545 (1). » En outre, on y trouve la minute d'une lettre écrite par le roi du Portugal D. João III, au baron, en réponse d'une autre datée de Cadix le 26 mai, où celui-ci racontait les difficultés survenues dans son voyage et demandait au roi, par l'entremise de l'ambassadeur de France Honoré de Caix, la permission de rafraîchir sa flotte au port de Lisbonne (2). La lettre royale commence par la formule : Honrado barão (honorable baron).

Les difficultés auxquelles se rapportait le capitaine des galères et l'ambassadeur français se rattachent à une circonstance assez intéressante, omise dans les narrations historiques dont j'ai connaissance. Les galères étaient accompagnées de quelques nefs ou caraques, chargées de vivres, qui se sont perdues de la flotte, affirmait le baron, en conséquence d'une tempête qui, vraisemblablement, l'avait assaillie à la sortie du détroit. Mais cette disparition des nefs ne semble pas avoir été absolument fortuite. Une lettre de l'ambassadeur de France à son roi (3) insinue de sérieux soupçons sur la loyauté des capitaines, qui, au dire de Honoré de Caix, auraient profité du prétexte offert par la tempête pour s'exempter d'un service dont ils auraient peu de souci de s'acquitter. On voit par ce document qu'au mois d'août trois de ces nefs étaient à Cadix, où elles avaient déchargé et négocié les vivres, et deux autres avaient relâché sur Lisbonne, où l'ambassadeur s'opposait vivement aux tentatives faites dans le même but par les capitaines peu scrupuleux. Il paraît donc que le baron de la Garde poursuivit sa route en laissant derrière lui les nefs ou carraques qui devaient approvisionner la flotte des galères.

Sur une de ces galères s'enrôla le prêtre portugais Fernando Oliveira, grammairien distingué, qui plus tard devait se rendre remarquable par ses ouvrages sur l'art naval. Dans un de ces ouvrages, le seul qui soit jusqu'à présent publié, il se rapporte, en plusieurs endroits, à la campagne anglo-française de 1545, dans laquelle il prit part, jusqu'au moment où

(1) « Que Balthasar Rodrigues porta à Lisbonne, sur l'arrivée de la flotte du roi de France où venait comme capitaine général des galères le baron de la Garde... Fait le premier juin 1545. » (Torre do Tombo, coll. de S. Vicente, vol. 3, fol. 70 v.).

(2) *Ib., ib.*, fol. 71.

(3) *Ib.*, Corpo Chronologico, p. 2, maço 240, doc. 39.

sa galère, celle du baron de Saint-Blancard, fut prise par les Anglais (1). Eh bien ! en mentionnant quelques événements de cette campagne, le savant portugais, profond connaisseur des sujets maritimes, ne manifeste jamais le moindre étonnement sur l'exploit naval du baron, dont il semble d'ailleurs avoir été l'ami ; quoiqu'il accentue parfois les inconvénients des galères pour des opérations sur l'Océan. C'est là un dernier et précieux témoignage, qui atténue les exagérations des écrivains français sur l'importance du voyage du capitaine Polain, dont on ne peut d'ailleurs contester l'habileté et le courage, et sur la priorité de la navigation des galères sur l'Océan, témérairement attribuée à Prégent de Bidoult et au baron de la Garde.

M. Alph. COURTOIS

Secrétaire perpétuel de la Société d'Économie politique, à Paris.

LES BOURSES DU TRAVAIL

— Séance du 4 août 1893 —

Nous disons les Bourses du travail ; notre but n'est pas, en effet, de faire l'histoire critique de ce que certains hommes politiques ont pu entendre par cette expression, mais bien de voir si, sous ces mots, il y a une chose utile, pratique, favorable au progrès et conséquemment au développement de la civilisation.

L'idée est moderne. Un de nos économistes les plus distingués, un maître pour l'auteur de ces lignes, M. Gustave de Molinari, l'a, le premier, conçue, il y a juste un demi-siècle. Il vient, tout récemment, dans un nouvel ouvrage : *Les Bourses du travail*, de lui donner les développements que ce sujet comporte. Il l'a fait avec l'indépendance et l'élévation d'esprit qui sont dans son caractère ; il s'est isolé des passions du moment, prenant de haut l'intérêt des travailleurs. Il nous sera difficile de rien dire d'utile ou de vrai, en cette matière, qui ne soit déjà dans cet ouvrage. Nous nous résignons à n'être qu'un écho. Du moins appellerons-nous particulièrement l'attention sur certaines parties à l'occasion desquelles mes occu-

(1) *Arte da guerra do mar.* (Art de la guerre sur la mer). Coimbra, 1555.

pations spéciales me permettent d'entrevoir des aperçus d'avenir résultant d'une expérience professionnelle demi-séculaire.

Nous venons de parler des travailleurs en général; c'est, en effet, à eux, pris dans leur ensemble, que ces institutions peuvent être réellement profitables. Partout où le travail porte avec lui un cachet individuel, leur intervention n'a pas d'utilité pratique. Un auteur, un peintre, un musicien ayant une certaine célébrité, ne trouveraient qu'une aide bien superficielle dans une Bourse du travail.

Nous nous garderons, cependant, de trop étendre ces exceptions et de dire que ces institutions ne peuvent être utiles qu'au travail manuel. Le travail intellectuel répondant à une classification peut et doit trouver dans les Bourses du travail un concours utile. Les employés de banque ou de commerce, les instituteurs à divers degrés, les artistes même ou hommes de lettres qui rentrent dans la moyenne ordinaire, sont susceptibles de trouver une grande aide dans les Bourses du travail. On a tort de n'y voir qu'un organisme à l'usage exclusif des ouvriers proprement dits. C'est, bel et bien, la Bourse des travailleurs en tant qu'il ne s'agit pas d'individualités émergeant au-dessus du commun.

— Quelle différence, nous dira-t-on, y a-t-il alors entre votre Bourse du travail et un Bureau de placement honnêtement et intelligemment dirigé? L'un et l'autre n'ont-ils pas pour objet de rapprocher l'employeur du travailleur?

Sans doute; mais les moyens diffèrent essentiellement. La Bourse du travail tend à la généralisation et le Bureau de placement à la spécialisation. Ce dernier, comme le compagnonnage, fait naître, quoique sans le vouloir, l'inimitié entre les corps de métier; la première pousse à la fraternité des travailleurs. En dehors de ce côté tout sentimental mais si utile, il y a le passage, en cas de besoin, d'une profession à une autre.

Les diverses professions, bien classées, ont, avec celles qui les avoisinent par similitude, des limites assez peu précises. Voyez le boulanger et le pâtissier, ce dernier et le restaurateur; les grands magasins ne résultent-ils pas de cette observation? La division du travail dans chaque profession tend, en outre, à atténuer les divergences en se développant davantage.

Il y a donc toute utilité à centraliser par ville les offres et demandes d'emploi. Chacun jugera mieux si, moyennant une légère modification dans ses habitudes professionnelles, il n'aura pas intérêt à passer d'un métier à un autre l'avoisinant. En outre, les agissements sont, quoique involontairement, mieux contrôlés dans la Bourse du travail, qui est publique, que dans le Bureau de placement, qui est particulier. Tout s'y fait, pour ainsi dire, à ciel ouvert; rien sous le manteau de la cheminée.

Un marché est, dans ces conditions, forcément plus moral. L'indélicatesse y est mortelle ; on a plus de profit à y être honnête.

Mais ce n'est pas tant pour les questions professionnelles que le Bureau de placement est notablement inférieur à la Bourse du travail ; c'est surtout pour les rapports de localité à localité. La plus grande circonscription à laquelle puisse parvenir un Bureau de placement, c'est la ville où il existe. Les Bourses du travail établies dans les principaux foyers d'activité industrielle, commerciale ou agricole se relient ensemble, forment un réseau et, par leurs rapports continuels, constituent une seule institution ; chacune d'elles est un siège central qui a toutes les autres pour succursales. Les échanges de ville à ville tendront à établir l'harmonie entre les offres et les demandes, les travailleurs, par couches insensibles, remplissant les vides ou dégageant les trop-pleins, de façon à rendre les mutations le moins dures possible. Sous l'empire de l'intérêt individuel favorisé par la liberté, les mouvements ne seront pas saccadés; changements de profession ou de localité se feront de la façon la moins pénible.

— Eh quoi ! nous dira-t-on, vous supposez que si Saint-Pétersbourg manque de maçons et que Madrid en regorge, les maçons espagnols iront, en dépit du climat et du milieu, s'implanter dans la capitale de la Russie ?

— Non, mais Saint-Pétersbourg, par ses demandes de maçons, pompera ceux des villes voisines qui, à leur tour, seront remplacés par d'autres de localités peu distantes, de façon que finalement, tout en quittant Madrid, les Espagnols n'auront peut-être à subir qu'un déplacement léger et peu douloureux. En compensation, ils ne jouiront pas de tout l'écart de salaire de Saint-Pétersbourg à Madrid ; mais cette solution vaudra mieux, pour eux, après tout, que le chômage.

Toute Bourse du travail doit comporter d'abord des intermédiaires, puis des bureaux de renseignements dont il va être question.

Les intermédiaires, analogues aux agents de change de Bourses d'effets publics, mais en nombre illimité, c'est-à-dire en rapport avec les besoins réels, négocieraient les engagements de travail. Ces négociations seraient rémunérées par les intéressés directs, de façon que ce rouage ne coûtât rien ni à l'État ni à la municipalité.

Seraient compris dans ces frais de négociation l'entretien de bureaux de renseignements statistiques sur les conditions du vivre particulièrement dans les divers pays avec lesquels il y aurait des échanges de travailleurs. De la sorte, rapprochant le salaire offert ou demandé, selon le cas, du coût de vivre, chacun, employeur ou travailleur, saurait la valeur intrinsèque du prix du salaire réel offert ou demandé. Ces renseignements, tenus incessamment à jour, seraient de la plus haute utilité pour les transactions de ville à ville.

Ainsi outillées, les Bourses du travail pourraient arriver à une activité dont on ne peut encore se faire une idée. La multiplicité des machines, le développement des chemins de fer et de la navigation n'étaient guère à prévoir il y a cent ans. Qui se fût imaginé, en 1800, ce que serait la Bourse des effets publics de Paris en fin du siècle? De même, de nos jours, on ne peut dire ce que deviendront, ainsi comprises, les Bourses du travail.

Les échanges de travail ne s'y feront plus individuellement, mais collectivement.

Les engagements de travail y seront classés par catégorie de façon à rendre peu apparentes les différences. On n'aura plus d'intérêt à faire ressortir ces dernières ; on ne s'y attardera pas. Elles se fondront dans l'ensemble. D'ailleurs des règlements généraux écarteront les cas spéciaux de façon à ne pas forcer la moyenne, tout comme il y a, pour les titres mobiliers, des négociations particulières lorsqu'ils sont nue propriété ou usufruit.

Ici nous arrivons à une conception qui semble étrange tout d'abord. Sur les Bourses d'effets publics, on négocie des valeurs qui ont, classées par catégorie, des droits identiques. On n'établit pas de différence entre une action de l'Est et une autre de la même Compagnie. Toutes les obligations, pourvu qu'elles soient d'une même série, se valent sans distinction de titre. Encore une fois, il y a identité absolue dans chaque groupe. Il n'en est pas de même entre les ouvriers, qu'ils soient d'ailleurs d'un même métier ou encore d'une même spécialité. L'individu apparaît sans doute et on ne peut établir une assimilation complète entre les travailleurs et les valeurs de Bourse.

Cependant, avec le temps et le besoin aidant, nous entrevoyons que l'on pourra, grâce à un habile classement, à une délimitation soigneusement faite, à des règlements intelligents, créer des unités de négociation qui serviront aux transactions même internationales. On le fait bien pour les grains, les bestiaux ou les chevaux ; on y arrivera pour les hommes. Militairement, on y est déjà arrivé et depuis longtemps. On envoie sur tel ou tel point du territoire 10,000 hommes de troupes sans s'occuper du tempérament ou des qualités de chaque soldat isolément. On fera sans doute sous peu de même pour les travailleurs de la paix. Il ne faut pas qu'il n'y ait de progrès que dans les œuvres de la guerre.

La guerre, hélas! elle existe dans l'industrie ; les grèves sont une arme de guerre ; il est licite de s'en servir sans doute et nous applaudissons à l'abolition des pénalités contre les coalitions d'ouvriers. On ne peut que les tolérer du moment au moins où elles n'attentent pas à la liberté du travail. Mais, encore une fois, c'est une arme de guerre dont l'usage alourdit pour le consommateur, soit pour tout le monde, le prix de l'existence.

Eh bien! une fois la Bourse du travail fonctionnant comme nous venons de la décrire, la grève, toute légale qu'elle soit, n'a plus de raison d'être, de quelque côté qu'elle arrive d'ailleurs, de l'employeur ou du travailleur. Sur les Bourses d'effets publics, y a-t-il lutte entre les détenteurs de capitaux disponibles et les émetteurs de titres mobiliers? Nullement. On vend, on achète ou on s'abstient. La Bourse du travail, au point de vue économique, fera office de l'urne du suffrage universel en politique; elle apaisera les conflits, les faits dessillant les yeux des intéressés et les éclairant sur les conséquences inéluctables des lois économiques.

La paix sociale sera la récompense des générations qui auront implanté ce perfectionnement économique et amené ce progrès.

M. Émile CACHEUX

Ingénieur des Arts et Manufactures, à Paris.

ÉTUDE SUR LES HABITATIONS OUVRIÈRES ALLEMANDES

— Séance du 4 août 1893 —

Le développement rapide qu'a pris l'industrie allemande, dans la première moitié du XIXe siècle, a eu pour effet d'y déterminer une pénurie extrême de petits logements dans divers centres ouvriers et, par suite, d'y produire les funestes effets de l'encombrement. De divers côtés, on fit, pour y remédier, de nombreuses tentatives et l'on obtint rapidement des résultats importants, ainsi qu'on peut s'en assurer en lisant le compte rendu du Congrès qui fut organisé l'an dernier à Berlin, pendant le mois d'avril, par la Société allemande qui a pour objet de créer des institutions destinées à l'amélioration du sort des ouvriers. Le comité d'organisation du Congrès ayant réuni beaucoup d'adhérents, pour donner plus d'intérêt aux séances, exposa, dans un local spécial, un grand nombre de documents relatifs aux habitations à bon marché et il chargea M. le Dr Albrecht de faire un rapport sur la question des habitations ouvrières. Le travail du Dr Albrecht ayant été publié, nous y avons trouvé un grand nombre de faits intéressants que nous résumerons le plus succinctement possible. Dans son ouvrage, l'auteur décrit successivement ce qui a été fait pour loger les ouvriers, par l'État, les municipalités, les Caisses d'épargne, les Sociétés d'assurance, les

industriels, les Sociétés sous toutes leurs formes, et enfin par les particuliers.

L'État s'est occupé des petits logements comme législateur et comme patron. Dans le premier cas, son intervention n'a pas eu un succès immédiat, car, à la suite de la promulgation des lois qui forcèrent les propriétaires à donner de l'air, de la lumière et une surface couverte suffisante à leurs locataires, les petits loyers furent élevés de telle sorte que les ouvriers s'entassèrent dans les logements dont ils pouvaient encore payer le loyer.

Les pernicieux effets d'une demeure insalubre s'exerçant d'une façon insensible sur la santé des ouvriers, ces derniers furent longs à comprendre l'importance d'un logement placé dans de bonnes conditions hygiéniques et ce fut avec une grande lenteur qu'ils se décidèrent à payer des loyers assez rémunérateurs pour engager les spéculateurs à construire de petits logements.

L'État patron a employé diverses méthodes pour loger ses ouvriers mineurs. Dès la première moitié du siècle dernier, il construisit des maisons pour une famille et il les loua à ses ouvriers. Cette méthode immobilisant trop de capitaux, il engagea les ouvriers à construire des maisons pour leur compte, soit en leur donnant, soit en leur vendant des terrains à prix réduits, soit en leur allouant des primes et en leur faisant des avances d'une valeur suffisante pour leur permettre de construire à leur guise suivant des plans approuvés.

Dans ce dernier cas, les ouvriers avaient la facilité de se libérer par un certain nombre de fractions du capital prêté, en ne tenant pas compte des intérêts.

C'est le système des primes et des avances que l'État continue à employer malgré les reproches qu'on lui adresse. Le plus important de ces reproches est sans contredit celui qui concerne les dettes faites par les ouvriers pour remplir les engagements qu'ils ont pris de payer des acomptes à terme fixe.

A l'aide d'une statistique très complète, on a reconnu qu'un certain nombre d'acquéreurs par annuités faisaient des emprunts hypothécaires très onéreux pour arriver à payer non seulement l'État, mais encore les entrepreneurs qui les aidaient à terminer leurs constructions. Néanmoins, le nombre des ouvriers qui devinrent réellement propriétaires fut assez considérable pour justifier la prédilection de l'État pour ce genre d'encouragement à l'accès de la petite propriété. Pour empêcher les étrangers d'acquérir des habitations ouvrières, l'État s'est réservé pendant dix ans le droit de préemption et il a pu constater que, grâce à cette mesure, le nombre des maisons qui passaient entre les mains de spéculateurs était insignifiant.

La statistique a démontré également que la mort du chef de famille n'avait pas une aussi grande importance qu'on le supposait au point de vue de l'acquisition du foyer par annuités. En effet, dans la plus grande

partie des cas, les veuves continuaient à faire les versements exigés, grâce au produit du salaire de leurs enfants ou à l'appui de parents. Quelquefois la veuve se remariait à un ouvrier de l'État et lui transmettait les obligations de son prédécesseur.

Action des communes. — Les communes ont agi au point de vue législatif, ainsi que l'a fait l'État; elles ont émis une série de règlements qui obligent les propriétaires à ne construire que sur des terrains desservis par des rues mises en état de viabilité. Les terrains propres à la bâtisse doivent être munis d'égouts de façon que les eaux ménagères puissent y être déversées. Dans presque toutes les villes allemandes, les propriétaires sont tenus d'avoir de l'eau potable dans leurs maisons. La vidange est effectuée suivant les systèmes adoptés en France.

En résumé, les règlements sanitaires allemands sont très complets et ont eu également pour effet de provoquer au début de leur application un encombrement relatif, c'est pourquoi ils ne furent mis en vigueur que graduellement. C'est ainsi qu'un industriel ayant fait une rue de 7 mètres de large pour desservir ses terrains, on ne lui donna l'autorisation de construire qu'à la condition de réserver de chaque côté de la voie une zone de $3^{m},50$ de large, sur laquelle il était interdit de construire, de façon qu'il y eût toujours un espace libre de 15 mètres entre les façades de deux habitations disposées en face l'une de l'autre.

Les communes ont construit peu d'habitations ouvrières pour leur compte, on n'en cite qu'un fort petit nombre qui soient dans ce cas.

Caisses d'épargne. — Les Caisses d'épargne n'ont guère employé leurs fonds, comme on l'a fait en France et en Belgique, pour provoquer la construction de petits logements. Nous ne pouvons citer que la Caisse d'épargne de Strasbourg qui ait construit des maisons d'ouvriers pour les exploiter directement. Par contre, plusieurs Caisses d'épargne ont fait des prêts, soit à des administrations, soit à des Sociétés, pour leur permettre d'élargir le cercle de leurs opérations. Nous citerons comme exemple la Caisse d'épargne du cercle de Merzig, qui a prêté à des petits propriétaires les sommes nécessaires pour construire des habitations à bon marché. Le paiement des intérêts et le remboursement du capital sont garantis par l'administration du cercle.

Action des Sociétés d'assurances. — Les Sociétés d'assurances n'ont pas voulu devenir propriétaires de maisons à petits loyers, mais elles ont dernièrement arrêté en principe qu'elles prendraient des obligations hypothécaires émises par des Sociétés de construction d'habitations ouvrières.

Action des industriels. — Ce sont les industriels allemands qui ont le plus fait pour loger leurs ouvriers. Tout le monde connaît la ville d'Essen,

qu'on peut comparer au Creusot, parce que sa population est composée presque entièrement par les employés et les ouvriers de la célèbre usine Krupp. Nous pourrions signaler un grand nombre de cités ouvrières plus ou moins bien organisées. Il faut dire néanmoins que les communes étant obligées de nourrir leurs pauvres tiennent à ce que les industriels procurent à leurs ouvriers des logements convenables et elles n'accordent l'autorisation de construire une usine sur leur territoire que lorsque les propriétaires s'engagent à mettre un nombre suffisant de petits logements à la disposition de leur personnel.

Lorsqu'un industriel construit des maisons dans l'enceinte d'une commune, il est tenu de payer des redevances d'une valeur assez importante pour contribuer à l'entretien des indigents et aux dépenses d'une population de gens peu aisés. Ces redevances ont été, dans certains cas, d'une importance assez considérable pour décider des industriels à ne pas donner suite aux projets d'agrandissement qu'ils avaient en vue.

Action des Sociétés. — Des Sociétés, sous toutes leurs formes, ont établi des habitations ouvrières en Allemagne. Les moins nombreuses sont les Sociétés coopératives de construction ; elles commencent à se développer depuis quelques années. Les Sociétés les plus importantes sont les Sociétés philanthropiques qui ont pour objet de louer ou de vendre des maisons à bon marché à des conditions qui permettent de rémunérer le capital d'une façon modérée. Plusieurs de ces Sociétés ont eu des discussions avec le fisc qui prétendait leur faire payer une patente de commerçant. Les Sociétés ont résisté et elles ont obtenu gain de cause, attendu que les administrateurs ne sont pas rémunérés, que les dividendes ont une valeur limitée et que les opérations prévues par les statuts rentrent dans le cadre de celles qui sont permises à un propriétaire qui cherche à tirer parti de son terrain.

Action des particuliers. — Les particuliers ont également contribué pour beaucoup à l'amélioration des petits logements. Plusieurs personnes généreuses, suivant l'exemple donné par Peabody à Londres, ont construit des maisons qu'elles louent à prix réduits et dont le produit sert à en établir d'autres. Un moyen original de toucher les loyers est celui qui consiste à employer des dames à cet effet. Dans certains cas, les dames cherchent à moraliser les familles qu'elles visitent, dans d'autres cas elles ne s'occupent que de l'habitation et des procédés à suivre pour qu'elle soit tenue proprement. Dans les deux cas, l'intervention des dames produit de bons résultats.

Documents divers. — Un certain nombre de projets d'habitations non exécutées ont été exposés pendant la durée du Congrès ; nous n'y avons

rien trouvé de bien nouveau, car la question des petits logements a été étudiée depuis trop longtemps en France par nos architectes pour qu'ils n'aient pas épuisé toutes les combinaisons possibles à faire avec deux et trois pièces avec cuisine.

Nous ne ferons que mentionner les hôtels pour ouvriers célibataires, hommes et femmes, qui commencent à se propager en Allemagne.

Conclusions. — En résumé, les travailleurs allemands souffrent autant que les nôtres de la pénurie de petits logements convenables, et nous pouvons dire que, dans notre pays, quoique ses lois et règlements relatifs aux logements soient moins sévères que ceux qui sont en vigueur en Allemagne, on y trouve plus d'habitations ouvrières modèles que de l'autre côté du Rhin. Depuis quelques années, on fait de grands efforts en France pour améliorer les petits logements. Pour notre part, nous continuerons, comme nous l'avons fait jusqu'à ce jour, à travailler théoriquement et pratiquement la question des habitations ouvrières. Dans le but de propager en France et dans nos colonies les *Building Societies* qui ont tant contribué à l'amélioration des logements en Amérique et en Angleterre, nous avons créé le *Crédit Foncier Populaire,* revue trimestrielle dans laquelle nous résumerons tous les documents qu'on voudra bien nous communiquer. Quelques personnes m'ayant demandé mon concours pour les aider à créer dans plusieurs villes de l'Algérie des Sociétés d'habitations ouvrières, je reprendrai la question des petits logements dans une séance du Congrès de l'Association française qui se tiendra à Constantine, et j'espère bien que la discussion qui aura lieu à la suite de ma communication contribuera à propager les petits logements convenables dans notre belle colonie.

M. L.-L. VAUTHIER

Ingénieur des Ponts et Chaussées, à Paris.

RÉPARTITION DE LA CHARGE DES DROITS DE DOUANE. — QUI EST-CE QUI PAIE LE DROIT PROTECTEUR?

— Séance du 5 août 1893 —

Au cours de la discussion qui a eu lieu au Sénat, en 1891, à propos du tarif des douanes, notamment dans un discours de M. Jules Ferry, s'est posée, en ce qui concerne le blé, la question formant le sous-titre de la présente étude : *Qui est-ce qui paie le droit protecteur?*

L'économie orthodoxe n'hésite pas. Le libre échange est un dogme. Elle répond avec assurance : c'est le consommateur. Telle est du moins l'opinion qui, dans la discussion, a été attribuée à M. Léon Say.

Les partisans du droit sont moins absolus. Ce n'est pas le consommateur qui paie tout, — disent-ils. — Il y a partage entre lui et l'exportateur. Suivant quelle loi ce partage se fait-il ? Nous l'ignorons et ne cherchons pas à le déterminer théoriquement. Mais le partage est réel, et il varie dans sa proportion suivant l'importance du déficit de la production nationale.

La question n'a donc pas été complètement élucidée par les économistes, ou les solutions auxquelles ils sont arrivés sont bien peu connues. Sans cela des incertitudes aussi graves que celles en face desquelles le Sénat s'est trouvé n'existeraient pas. De là est née l'idée de la présente ébauche qui, même dans le cadre très circonscrit où elle va se maintenir, ne prétend pas résoudre la question, mais seulement fournir quelques indications pouvant aider plus tard à la résoudre.

Un avertissement avant de commencer.

A la recherche de rapports précis, nous allons essayer d'y appliquer le calcul. Or, nous ne méconnaissons pas qu'en matières économiques le calcul soulève de justes défiances. Si ses procédés, en tant que raisonnement déductif, conduisant de prémisses données à leurs conséquences, sont d'une infaillible exactitude; si, de prémisses irréprochables le calcul fait ressortir des conséquences inéluctables, les conséquences obtenues de lui peuvent, au contraire, devenir absurdes, si les prémisses qu'on lui a livrées sont fausses ou incomplètes. D'un autre côté, le calcul, dans ses procédés les plus transcendants, comme dans ceux tout élémentaires dont nous allons faire usage, ne comporte l'élaboration que d'éléments très simples.

Il faut donc, pour que nous nous soyons hasardé à toucher au problème, les formules à la main, qu'il nous ait semblé que, si la question, prise en son sens général, avec application à tous les produits de divers ordres, est d'une complexité qui le rend mathématiquement inabordable, il est certains produits jouissant à l'échange de propriétés spéciales qui permettent de partir, dans les spéculations s'y rapportant, de bases à la fois simples et suffisamment certaines.

C'est à de tels produits seulement que la présente étude s'applique. Le blé nous paraît, pour la France du moins, en être un spécimen tout à fait caractéristique. C'est sur lui que portait au Sénat la discussion rappelée. C'est de lui et de lui seul que nous allons nous occuper ici.

Un produit alimentaire d'usage courant, qui forme la base de la nutrition de l'homme, sans pouvoir, en dehors de conditions exceptionnelles, servir à celle des animaux, et qui, sans se détériorer très rapide-

ment, est cependant difficilement conservable d'une année à l'autre, jouit, à l'échange, par le libre jeu de la concurrence, — en dehors des manœuvres d'accaparement qui bouleversent l'effet de toutes les lois économiques, — des propriétés suivantes:

L'impérieuse nécessité qui s'attache à en avoir une suffisante quantité disponible fait que la rareté tend à en élever rapidement et fortement le prix.

D'autre part, les besoins de la nutrition de l'homme satisfaits, l'excédent disponible restant sans emploi, ou ne pouvant être que chèrement conservé pour l'année suivante, l'abondance constatée du produit en avilit rapidement et fortement le prix.

De là, en supposant des statistiques véridiques bien faites et des opérations commerciales intelligentes, une double tendance, lorsqu'il se manifeste quelque part une insuffisance du produit en question : celle de combler le vide existant, mais *de ne le combler que dans la mesure voulue.*

Avec la rapidité actuelle des informations sur toute l'étendue du globe, les mercuriales des marchés régulateurs suffisent pour donner le signal du mouvement et en régler la marche avec une grande précision. Les prix élevés suscitent le mouvement; leur baisse progressive l'invite à se ralentir, et l'arrivée des prix au taux normal montre que le mouvement doit s'arrêter.

Ces points posés, abordons le problème :

Le pays X, que nous supposons producteur de blé, mais qui le produit dans des conditions de cherté relative, est protégé par des droits de douane, de taux variable, contre l'introduction permanente des blés étrangers qui pourraient venir avilir les prix des céréales sur ses marchés.

Supposons invariable la quantité totale N de blé consommée dans le pays, exprimée dans une unité de mesure quelconque, et admettons que cette quantité N se compose, dans une année déterminée, du nombre n de ladite unité fournie par l'agriculture nationale, plus du nombre n' de la dite unité, importée du dehors ; de sorte que l'on ait : $n + n' = N$, n pouvant varier de N à zéro, et, réciproquement, n' varier de zéro à N, — cas extrêmes qu'il ne faut pas exclure, mais qui ne se réalisent que rarement.

Cela indiqué, nous appellerons de plus :

p le prix normal, sur les marchés régulateurs du pays ou les lieux de consommation de l'unité de mesure du blé produit en X, le dit prix comprenant par hypothèse : le prix de revient du blé sur place, augmenté des frais de transport et du bénéfice normal du producteur, sans exclure les prélibations intermédiaires, s'il y en a;

p' le prix vendable sur les mêmes points, de la mesure unitaire du blé,

de même qualité, venant du dehors, le dit prix comprenant les mêmes éléments que ci-dessus;

d le droit de douane frappant la mesure unitaire du dit produit.

Ces notations définies, nous supposerons — c'est ici le point délicat — que le produit national, dont la valeur d'offre normale, pour la totalité des producteurs, est np, et le produit d'origine étrangère, dont cette même valeur, pour la totalité des importateurs, est $n'(p' + d)$, pèseront sur le marché où ils se présentent simultanément de telle façon que le prix final π résultant sera une *moyenne* entre ces valeurs; en sorte qu'on aura :

$$(n + n')\,\pi = np + n'(p' + d)$$

d'où

$$\pi = \frac{np + n'(p' + d)}{n + n'} \qquad (1)$$

Pour admettre l'hypothèse qui précède, il faut supposer nulles, dans l'espèce, toutes les influences perturbatrices qu'entraîneraient, soit l'insuffisance ou l'incertitude des mercuriales, soit les tromperies et manœuvres dues à la spéculation. Mais, cette supposition admise, et $n + n'$ étant une constante, — ce point est fondamental, — on ne voit guère qu'il y ait une hypothèse plus simple et plus rationnelle à adopter, l'acheteur ne s'inquiétant pas de la nationalité de la denrée, du moment qu'elle est de bonne qualité.

Pour étudier, dans les conditions les plus simples, les conséquences ressortant de l'équation (1), il convient, au moyen de la relation: $n + n' = \mathrm{N}$, d'en faire disparaître la variable n'; et, la consommation totale N elle-même pouvant être quelconque, de remplacer la variable n par $m\mathrm{N}$, m étant une fraction pouvant, pratiquement, varier entre zéro et 1. Le résultat de ces substitutions est :

$$\pi = m[p - (p' + d)] + (p' + d). \qquad (2)$$

Équation dans laquelle p, p' et d sont, dans chaque cas particulier qu'on examine, des constantes, π et m des variables, et où l'on reconnaît facilement l'équation d'une ligne droite *(fig. 1)*, rapportée à des coordonnées rectangulaires.

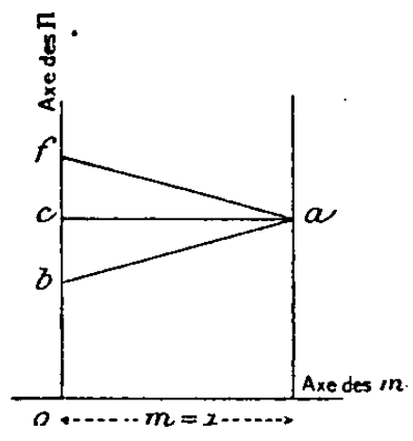


FIG. 1.

Pour $m = 0$, la valeur de π est $(p' + d)$;

Pour $m = 1$, cette valeur est p;

Et la droite, dans cet intervalle, s'élève suivant ba ou s'abaisse suivant fa, selon que, d'après les valeurs des quantités p, p' et d, le terme $p - (p' + d)$ est positif ou négatif, ou bien que l'on a : $p > p' + d$, ou bien $p < p' + d$.

Si l'on avait, par cas particulier : $p = p' + d$, la droite serait horizontale, suivant *ca*.

Ces déductions algébriques paraissent, dans chaque cas, conformes à ce que doit donner la réalité.

Dans le débat entre les vendeurs, en face d'une demande restant fixe dans son ensemble, chacun d'eux doit s'efforcer de maintenir le prix au taux pour lui rémunérateur. Ils ne cèdent l'un ou l'autre que dans la mesure qu'ils ne peuvent empêcher, le producteur national subissant une perte, lorsqu'on a: $p > p' + d$, l'importateur réalisant dans ce cas un bénéfice supplémentaire, et l'inverse se produisant, pour tous les deux, quand on a, au contraire: $p < p' + d$.

Cela rend parfaitement compte de la pression que tendent à exercer les producteurs nationaux, pour que le terme $p' + d$ soit aussi élevé que possible; ce qui ne peut se réaliser, la valeur de p' échappant à leur action, que par une élévation du droit d.

Mais ces considérations ne constituent qu'un des côtés de la question. Nous étudierons avec plus de fruit les conséquences des différentes valeurs données à l'élément d, quand nous aurons examiné — ce qui est l'objet principal de notre recherche — l'influence qu'exerce la valeur de π, telle qu'elle résulte de l'équation (2), sur la situation des *producteurs* et des *consommateurs* nationaux, mise en relation avec celle faite aux *importateurs* et au *Trésor public*.

A cet effet, remarquons que, quel que soit, dans l'équation (2), le caractère: positif, nul ou négatif, du facteur qui multiplie m, ou, en d'autres termes, que π soit $>$, $=$, ou $< p$, et pour une valeur quelconque de m entre zéro et l'unité.

1° Le *producteur* national, suivant la relation de valeur de p à π *gagne* ou *perd*, valeur argent, pour la fraction mN de la consommation totale qu'il a fournie une somme représentée par :

$$(\pi - p)\, m\mathrm{N} = \mathrm{A}; \qquad (3)$$

2° Le *consommateur*, lui, perd ou gagne, *inversement*, sur l'ensemble de la consommation nationale, une somme représentée par :

$$(p - \pi)\, \mathrm{N} = \mathrm{B} \qquad (4)$$

3° Le *Trésor public* perçoit, pour la quantité $(1 - m)$N importée, des droits s'élevant à la somme :

$$d(1 - m)\, \mathrm{N} = \mathrm{C}; \qquad (5)$$

4° Enfin, l'*importateur*, qui acquitte le droit d, supporte de ce chef, sur le bénéfice que lui eût procuré la différence des prix qui l'a poussé

à intervenir, un mécompte, disons une charge D égale à C, augmentée de ce qu'a gagné le *producteur* national, si c'est un gain, et diminuée de ce qu'a perdu le *consommateur*, si c'est une perte, ou inversement, si c'est le producteur qui a perdu et le consommateur qui a gagné, ce qui s'exprime algébriquement, dans tous les cas, par la relation :

$$D = C + A + B ;$$

relation dans laquelle, faisons-le remarquer, l'une ou l'autre des quantités A et B est nécessairement négative, à moins qu'elles ne soient nulles toutes deux.

En remplaçant A, B et C par les expressions qui y correspondent, cette dernière équation devient :

$$D = N(1 - m)(d + p - \pi) \qquad (6)$$

Et, les quatre expressions (3) — (6) comprenant N comme facteur, on ne changera rien aux rapports de ces expressions entre elles, en y faisant N égal à l'unité, cette unité pouvant exprimer une grandeur fixe quelconque.

C'est en dégageant lesdites relations de ce facteur commun que nous allons les considérer.

La relation (3) $A = m(\pi - p)$ qui exprime la situation du *producteur* national devient, lorsqu'on remplace π par sa valeur donnée par l'équation (2) :

$$A = m(1 - m)(p' + d - p),$$

qui est l'équation d'une portion de parabole *(fig. 2)*, coupant l'axe des m, pour les valeurs $m = 0$ et $m = 1$, lesquelles annulent toutes deux le second membre.

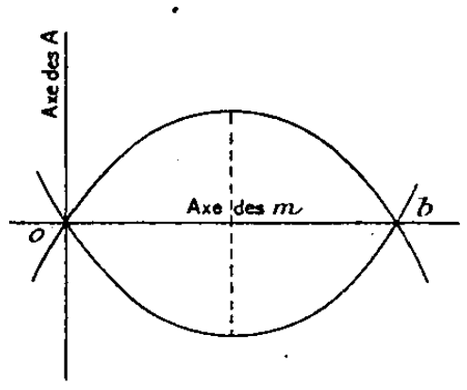


FIG. 2.

La plus grande valeur de A correspond à $m = \frac{1}{2}$, pour laquelle on a :

$$A = \frac{1}{4}(p' + d - p).$$

La courbe est d'ailleurs au-dessus ou au-dessous de l'axe des m, suivant qu'on a $p' + d > p$, ou $p' + d < p$.

Sauf la loi du mouvement de croissance et de décroissance des valeurs de A donnée par la formule de la courbe, les résultats qui précèdent se conçoivent intuitivement. Si la production nationale est nulle ($m = 0$), le producteur ne peut rien gagner ni perdre. Si cette production, au contraire, satisfait pleinement aux exigences de la consommation ($m = 1$), l'importation qui, dans ce cas, avilirait les prix, en courant le risque de n'y

rien gagner sinon d'y perdre, ne se produira pas; elle sera nulle, et ne causera par suite au producteur national ni perte ni gain. Il doit donc y avoir, dans l'intervalle, pour une valeur de m comprise entre 0 et 1, une valeur de A plus grande ou plus petite que celles qui précèdent et qui suivent; d'où le maximum positif ou négatif, dont la formule nous signale l'existence et nous donne la valeur.

La relation (4) $B = p - \pi$, qui exprime la situation du *consommateur*, devient, en faisant la même substitution que ci-dessus :

$$B = (1 - m)[p - (p' + d)]$$

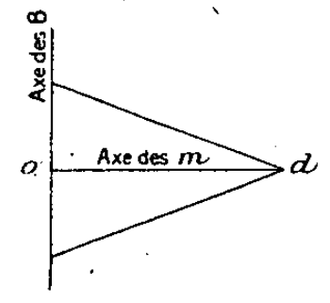


FIG. 3.

qui est l'équation d'une droite *(fig. 3)*, coupant l'axe des m à la distance od, correspondant à $m = 1$.

Pour $m = 0$, on a : $B = p - (p' + d)$, et la droite coupe l'axe des B en dessus ou en dessous, suivant que l'on a : $p > p' + d$, ou inversement.

Un seul point à noter, c'est que, d'après cette dernière indication, lorsque la droite *(fig. 3)* est dans la région positive, la parabole *(fig. 2)* est dans la région négative, et réciproquement; ce que nous savions déjà devoir être.

La relation (5) $C = (1 - m)d$, qui exprime la situation du *Trésor public*, n'exige aucune transformation. Elle représente une droite *(fig. 4)*, toujours dans la région positive, qui coupe l'axe des m à la distance $m = 1$, et l'axe des D à la distance d, pour $m = 0$.

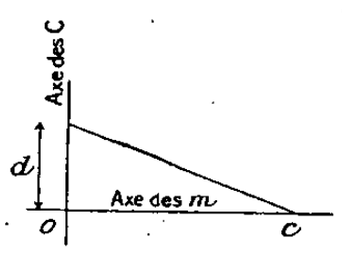


FIG. 4.

Quant à la relation (6) $D = (1 - m)(d + p - \pi)$, qui exprime la charge supportée ou le mécompte subi par les *importateurs*, elle devient, en substituant pour π sa valeur donnée par l'équation (2) :

$$D = (1 - m)\Big[d + (1 - m)[p - (p' + d)]\Big].$$

Il n'y aurait qu'un intérêt de curiosité à rechercher ce que peut être la courbe représentée par cette relation; et, au lieu de calculer directement les valeurs de D d'après l'expression transformée, il est plus simple de déduire ces valeurs de la relation initiale : $D = C + A + B$, comme somme algébrique des trois résultats fournis par les relations (3), (4) et (5), pour chaque valeur de m.

On peut s'assurer seulement, avec la plus grande facilité, que D s'annule pour $m = 1$, ce qui se comprend très bien, puisque, alors la production en A étant égale à la consommation, il n'y a ni importation ni importateur, et qu'on a, d'autre part, pour $m = 0$, $D = p - p'$, consé-

quence algébrique plus difficile à expliquer et qui n'a de sens que comme limite, puisque, dans ce cas, il n'y a pas lieu à importation, par suite, pas de charge à supporter par l'importateur.

Il nous paraît utile, au lieu d'essayer de tirer directement des conclusions de ce qui précède, de concréter les indications abstraites des formules dans un tableau numérique, dressé pour certaines valeurs hypothétiques de p, p' et d (voir ce tableau, page 963.)

Nous supposerons uniformément à p la valeur 20 francs, qui approche du prix de revient ordinaire de l'hectolitre de blé en France, et à p' la valeur arbitraire 17 francs ; quant au droit de douane d, nous lui attribuerons les valeurs successives 5 francs, 3 francs, 1 franc et 0, dont la variation détermine seule les différences qui existent entre les quatre cas dont les résultats sont inscrits au tableau ci-contre.

Les parties de ce tableau pratiquement intéressantes pour la France sont celles de droite correspondant aux valeurs de m comprises entre 0,50 et 0,80, car il est rare que la production nationale du blé ne représente pas au moins la moitié de la consommation, et le déficit est souvent de un cinquième.

Supposons que cette consommation soit de 100 millions de l'unité de mesure à laquelle s'appliquent les prix p et p', et voyons, en gros chiffres, en désignant par M des millions de francs, comment se partage la charge du droit protecteur pour les deux valeurs de m, 0,50 et 0,80.

Le petit tableau ci-dessous, dans lequel les nombres précédés du signe — désignent une perte, une charge ou un mécompte, et les autres un bénéfice ou un allègement, résume la situation des divers intéressés dans les divers cas, pour les deux valeurs de m indiquées plus haut.

PARTIES INTÉRESSÉES	PREMIER CAS $d = 5$ francs		DEUXIÈME CAS $d = 3$ francs		TROISIÈME CAS $d = 1$ franc		QUATRIÈME CAS $d = 0$	
	POUR $m =$		POUR $m =$		POUR $m =$		POUR $m =$	
	0,50	0,80	0,50	0,80	0,50	0,80	0,50	0,80
	M	M	M	M	M	M	M	M
Trésor public	250	100	150	60	50	20	»	»
Producteur national. . .	50	32	»	»	— 50	— 32	— 75	— 48
Consommateur	— 100	— 40	»	»	100	40	150	60
Importateur	— 200	— 92	— 150	— 60	— 100	— 28	— 75	— 12

Ce petit tableau pourrait fournir matière à de bien nombreuses réflexions. Nous nous bornerons aux suivantes :

1° D'après les hypothèses sur les valeurs de p et de p' qui y ont con-

TABLEAU DE LA RÉPARTITION DE LA CHARGE DES DROITS DE DOUANE DANS DIVERSES HYPOTHÈSES

[Hypothèses générales : $p = 20$ francs ; $p^2 = 17$ francs].

	VALEURS DE m, RAPPORT DE LA PRODUCTION NATIONALE A LA CONSOMMATION											OBSERVATIONS
	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1 »	
	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	FR. C.	
Premier cas : $d = 5$ francs												
Prix moyen π formule (2)	22 »	21 80	21 60	21 40	21 20	21 »	20 80	20 60	20 40	20 20	20 »	
Perte ou gain du *Producteur national* : $m(\pi - p)$ (A).	»	0 18	0 32	0 42	0 48	0 50	0 48	0 42	0 32	0 18	»	
gain du *Consommateur* : $p - \pi$ (B)	— 2 »	— 1 80	— 1 60	— 1 40	— 1 20	— 1 »	— 0 80	— 0 60	— 0 40	— 0 20	»	
Trésor public : $d(1 - m)$ (C)	5 »	4 50	4 »	3 50	3 »	2 50	2 »	1 50	1 »	0 50	»	
Mécompte de l'importateur : (C + A + B)	3 »	2 88	2 72	2 52	2 28	2 »	1 68	1 32	0 92	0 48	»	
Deuxième cas : $d = 3$ francs.												
Prix moyen π formule (2)	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	20 »	
Perte ou gain du *Producteur national* : $m(\pi - p)$ (A).	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
gain du *Consommateur* : $p - \pi$ (B)	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
Trésor public : $d(1 - m)$ (C)	3 »	2 70	2 40	2 10	1 80	1 50	1 20	0 90	0 60	0 30	»	
Mécompte de l'importateur : (C + A + B)	3 »	2 70	2 40	2 10	1 80	1 50	1 20	0 90	0 60	0 30	»	
Troisième cas : $d = 1$ franc.												
Prix moyen π formule (2)	18 »	18 20	18 40	18 60	18 80	19 10	19 20	19 40	19 60	19 80	20 »	
Perte ou gain du *Producteur national* : $m(\pi - p)$ (A).	»	— 0 18	— 0 32	— 0 42	— 0 48	— 0 50	— 0 48	— 0 42	— 0 32	— 0 18	»	
gain du *Consommateur* : $p - \pi$ (B)	2 »	1 80	1 60	1 40	1 20	1 »	0 80	0 60	0 40	0 20	»	
Trésor public : $d(1 - m)$ (C)	1 »	0 90	0 80	0 70	0 60	0 50	0 40	0 30	0 20	0 10	»	
Mécompte de l'importateur : (C + A + B)	3 »	2 52	2 08	1 68	1 32	1 »	0 72	0 48	0 28	0 12	»	
Quatrième cas : $d = 0$.												
Prix moyen π formule (2)	17 »	17 30	17 60	17 90	18 20	18 50	18 80	19 10	19 40	19 70	20 »	
Perte ou gain du *Producteur national* : $m(\pi - p)$ (A).	»	— 0 27	— 0 48	— 0 63	— 0 72	— 0 75	— 0 72	— 0 63	— 0 48	— 0 27	»	
gain du *Consommateur* : $p - \pi$ (B)	3 »	2 70	2 40	2 10	1 80	1 50	1 20	0 90	0 60	0 30	»	
Trésor public : $d(1 - m)$ (C)	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
Mécompte de l'importateur : (C + A + B)	3 »	2 43	1 92	1 47	1 08	0 75	0 48	0 27	0 12	0 03	»	

duit, quand le droit protecteur est justement égal (2e cas) à la différence $(p - p')$ des prix de revient, rendus sur le marché, des blés de production intérieure ou étrangère, le producteur national et le consommateur, sont indemnes de toute charge, et ne font aucun bénéfice. Ce que perçoit la douane pèse de tout son poids sur l'importation.

2° Il en est autrement, pour ce dernier point, quand l'égalité dont il s'agit n'existe pas ; et, suivant que le droit dépasse (1er cas) la différence $(p - p')$, ou lui est inférieure (3e cas), l'importateur ne fournit qu'une part, plus ou moins importante, selon la valeur de m, de ce que la douane perçoit, ou subit un mécompte, variable aussi avec la valeur de m, dépassant cette perception.

Dans ces cas aussi, les situations absolues et relatives du *producteur* national et du *consommateur* sont bien différentes. Quand le droit protecteur dépasse $(p - p')$ (1er cas), c'est le consommateur qui pâtit et le producteur qui profite ; l'inverse ayant lieu, dans des proportions identiques, pour les mêmes valeurs de m, quand le droit protecteur est (3e cas) autant au-dessous de $(p - p')$ qu'il était au-dessus dans le premier cas.

3° Enfin, avec la liberté complète de l'échange (4e cas), les situations relatives des trois derniers intéressés restent de même sens que dans le troisième cas, avec une amélioration quantitative importante pour le consommateur et une aggravation de déficit pour le producteur.

Aucune de ces conséquences des formules n'est contraire à ce qu'on admet d'intuition. En conclura-t-on que ces formules donnent la mesure exacte du phénomène? Ce ne pourrait être dans aucun cas que, si les faits se conformaient rigoureusement aux conditions dans lesquelles nous les avons établies, et cette conformité n'est jamais qu'approximative.

Quoi qu'il en soit, sans vouloir épuiser le sujet, nous terminerons par une dernière remarque.

Comparons le premier cas au quatrième. Dans le premier, le *producteur* national, fortement sacrifié dans le quatrième, est assez largement favorisé. D'autre part, le *consommateur*, si largement avantagé dans le dernier cas, est fortement frappé dans le premier. Mais, ainsi que le font si souvent remarquer les nobles âmes vouées à sa défense, le consommateur c'est *tout le monde ;* et pareillement, ce que verse le droit protecteur au Trésor public est une recette qui allège d'autant, *pour tout le monde*, ce qu'il faudrait, à son défaut, tirer d'autres impôts. Or, il se trouve, quelle que soit la valeur de m, que cette recette telle que la donne le droit protecteur de 5 francs, répandue sur la masse des consommateurs rend la situation de ceux-ci absolument identique à celle dont ils jouissent quand le droit est nul.

Il n'y a donc plus, entre les deux cas, de différence de situation que pour le *producteur* national. Mais cette différence est énorme, et c'est

l'importateur qui, dans le cas du libre-échange, bénéficie de tout ce que perd le producteur national.

A moins que cette conséquence soit démontrée fausse, il ne faudrait pas trop crier contre l'insistance que met, dans l'espèce, l'agriculture française à défendre ses intérêts.

Tout ceci vaut évidemment la peine d'être discuté.

M. LOMBARD

A Genève.

PREMIERS RÉSULTATS DU TRAITÉ DE COMMERCE FRANCO-SUISSE

— Séance du 5 août 1893 —

Je crois bien qu'il faudra un peu de temps pour que la France s'aperçoive du tort que lui cause le retour sur la politique libérale de 1860-64 comme il a fallu du temps pour faire la preuve que cette dernière était excellente. Les ligues contre le renchérissement des subsistances, Chambres de commerce, économistes ne doivent pas se lasser et faire entendre que la fiscalité extrême et les primes protectionnistes payées sont au détriment des affaires et des gains du pays.

Je puis aujourd'hui, à l'aide de documents entre mes mains, vous faire passer sous les yeux les résultats du commencement de cette année.

C'est de 40 à 60 0/0 *grosso modo* que le trafic de la France en Suisse et celui de la Suisse en France ont baissé depuis le 1er janvier ; or, la réduction est beaucoup plus forte pour votre pays, dont les exportations atteignaient 236 millions, tandis que les chiffres de la dernière année, pour les nôtres, n'étaient que de 109 millions de francs.

La France, jusqu'en 1886, était le pays qui vendait le plus de marchandises à la Suisse ; depuis lors elle lui livrait encore 27,50 0/0 de ses achats au dehors en 1889, mais elle a perdu son rang. Quand on connaît et apprécie comme nous le faisons l'inépuisable don de faire de belles choses, la virtuosité, la puissance en capital et en belles industries de la France, on ne peut que déplorer que, pour ne pas permettre à quelques productions concurrentes l'entrée dans ses frontières, elle ait suivi les mauvais conseils de M. Méline et s'aliène une bonne clientèle.

Elle peut se suffire à elle-même ; sans doute, on peut restreindre sa puissance d'expansion et comprimer cette action générale de civilisation qui a le monde pour théâtre, limiter l'essor des branches les plus actives de la production, et, en renchérissant artificiellement l'existence, rendre désormais la concurrence et un marché ouvert de plus en plus difficiles.

Est-ce là l'action d'un gouvernement doué de sagacité et placé au-dessus des intérêts toujours en appétit de primes protectionnistes ? Vous l'avez senti comme nous, poser la question c'est l'avoir résolue. L'adoption du tarif maximum applicable à nos produits après douze mois d'attente, le 24 décembre dernier (sans délibération), a été peu réjouissante pour les deux pays.

J'estime que la France, dans sa grande majorité, est pour le rétablissement de relations sur un bon pied, sur le terrain commercial et économique. De notre côté, dans la Suisse occidentale, du moins, nous avons été opposés au relèvement des tarifs douaniers suisses.

Voici, d'après le tableau des douanes, mais seulement pour le premier trimestre, les chiffres de l'exportation de Suisse en France et de France en Suisse pour quelques-uns des articles, les principaux :

EXPORTATION DE FRANCE EN SUISSE	1891	1893	DIFFÉRENCE	
Sucres	Fr. 1.896.000	390.000	— 1.506.000	— 79,4 0/0
Vins en cercles	1.279.000	190.000	— 1.089.000	— 91,6 0/0
Vins en bouteilles	248.000	64.000	— 184.000	— 74 0/0
Gros bétail	3.256.000	1.674.000	— 1.582.000	— 48,5 0/0
Viande	297.000	189.000	— 108.000	— 37 0/0
TOTAL	Fr. 6.976.000	5.469.000	—	68 0/0
Confections et tissus	Fr. 1.446.000	405.000	— 1.041.000	— 72 0/0
Lainages	2.136.000	428.000	— 1.708.000	— 80 0/0
Soieries	2.296.000	975.000	— 1.320.000	— 57,4 0/0
Étoffes de coton	679.000	122.000	— 497.000	— 80 0/0
Mercerie	166.000	30.000	— 136.000	— 82 0/0
TOTAL	Fr. 6.662.000	1.960.000	—	70,6 0/0
Horlogerie	Fr. 1.249.000	177.000	— 1.072.000	— 86 0/0
Machines	842.000	313.000	— 529.000	— 63 0/0
Quincaillerie	431.000	523.000	— 246.000	— 57 0/0
Fers	1.476.900	185.000	— 953.000	— 64,5 0/0
Objets de cuir	539.000	188.000	— 351.000	— 65 0/0
Cuir	639.000	200.000	— 439.000	— 69 0/0
Papier et fournitures	280.000	100.000	— 180.000	— 64,3 0/0
TOTAL GÉNÉRAL	Fr. 20.094.000	6.153.000	— 13.941.000	— 69,38 0/0

Ces chiffres, extraits d'un rapport du Conseil fédéral suisse, représentent seulement la moitié environ du mouvement des échanges sur des branches importantes.

Voici maintenant ceux de l'exportation de Suisse en France pour le premier trimestre :

EXPORTATION DE SUISSE EN FRANCE	1891	1893	DIFFÉRENCE SUR LA MOYENNE 1890-91	
Coton brut . . . . . Fr.	1.326.000	207.000 —	988.500 —	83 0/0
Tissus non ouvrés.	1.014.000	71.000 —	659.500 —	90 0/0
Tissus ouvrés	724.000	170.000 —	512.500 —	75 0/0
Broderies	2.215.000	995.000 —	977.500 —	50 0/0
Soie grège.	2.640.000	1.362.000 —	1.054.000 —	44 0/0
Soieries.	8.827.000	3.189.000 —	5.825.000 —	65 0/0
Confections	499.000	181.000 —	275.000 —	60 0/0
Horlogerie et parties de montre .	1.021.000	415.000 —	521.500 —	56 0/0
Machines	620.000	846.000 +	228.000 +	37 0/0
Sculptures sur bois	361.000	52.000 —	310.000 —	86 0/0
Fromages	2.662.000	1.473.000 —	1.235.500 —	46 0/0
Bétail et viande.	1.632.000	1.439.000 —	200.000 —	6 0/0
Autres.	5.110.000	4.982.000 —	1.171.000 —	3 0/0
TOTAL. . . . . Fr.	27.443.000	15.382.000 —		44 0/0

L'exportation des vins français est tombée de 90 0/0, par contre l'Italie nous a envoyé 40.000 hectolitres, et l'Espagne 30.000 hectolitres de plus.

Le sucre a baissé dans une proportion égale, c'est l'Allemagne, la Bohême qui ont une augmentation de 37.000 quintaux métriques.

Les confections que vous nous envoyiez sont fournies par l'Allemagne, l'Italie et la Belgique, les lainages par l'Angleterre et l'Allemagne, les soieries par l'Italie, la Hollande, l'Allemagne, etc., etc.

La Suisse a aussi travaillé à se fournir de sa propre fabrication des articles qu'elle tirait de la France.

La Suisse a beaucoup perdu de son côté pour l'exportation de ses bois — 86 0/0, de ses broderies — 72 0/0, de ses soieries — 65 0/0, de ses articles de coton — 75 0/0 et de son horlogerie — 56 0/0.

Toutefois les frontières ouvertes, ou à peu près, sont un stimulant et au lieu d'aller contribuer à l'activité du travail de ses voisins, elle développe celui dont elle est capable. Elle cherche ainsi à suppléer de son propre fond à ce que les échanges renchéris l'empêchent de tirer du dehors. Elle fait plutôt venir des pays qui ont atténué les droits, et c'est ainsi que les nations concurrentes sont venues prendre la place de la France ou qu'elle n'a pas été remplacée pour maints produits tirés des détours.

M. L.-L. VAUTHIER

Ingénieur des Ponts et Chaussées, à Paris.

LES TRAITÉS DE COMMERCE

— Séance du 4 août 1893 —

Les *traités de commerce*, proposés comme sujet de discussion à la 15e Section du Congrès, ont un caractère de contingence tellement prononcé qu'il semble bien difficile de répondre d'une façon un tant soit peu précise aux questions posées par notre honorable collègue M. J. Fleury.

Toute convention est un lien. C'est, pour chacun des contractants, un amoindrissement de sa liberté d'action. Faut-il, pour cela, proscrire en principe les traités de commerce ? Non, sans doute. Mais c'est à condition d'y trouver des avantages qui compensent la part de liberté qu'on aliène. Il faut, en un mot, y regarder de près, et ne pas jouer le rôle de dupe.

Que les adeptes dogmatiques du libre-échange, enclins à déclarer contraire au droit et presque criminelle toute mesure douanière, préfèrent d'instinct les traités de commerce à la conservation, par tous les pays, de leur pleine indépendance commerciale, cela se comprend. Nous n'y répugnons d'ailleurs pas nous-même.

Partisan de la paix, aspirant à voir les nations vivre entre elles sous les lois de la société civile, et regardant cet idéal, en apparence si loin de nous, non comme une vaine utopie, mais comme un état de choses auquel met seule obstacle la sottise humaine, nous sommes loin de repousser l'idée de liens économiques qui, même partiels et temporaires, tendent, si la loyauté y préside, si les intérêts réciproques ont été judicieusement pesés, si toute violence en est exclue, à rapprocher un tant soit peu de cet idéal qui est le nôtre. Allons plus loin. Nous admettons même que, pour contracter de tels liens, on obéisse à des affinités de race, au désir de maintenir des traditions internationales sympathiques, sans exclure le souci d'exercer, sur tel ou tel point, une influence civilisatrice.

Mais, cela dit, en présence des faits actuels, tant que les frontières subsistent, quand tous les peuples dits civilisés sont armés jusqu'aux dents, que *l'industrie* de la guerre prime tout le reste, et que le canon seul est appelé à trancher les différents internationaux, il nous semblerait

puéril, non seulement de refuser le droit, mais de ne pas faire un devoir à chaque nation de régler pratiquement ses rapports commerciaux avec les autres peuples, de façon à assurer, dans le présent, et à préparer pour l'avenir, les meilleures conditions d'existence à tous ses membres, producteurs et consommateurs.

Quant à ces rapports en eux-mêmes, sont-ils ou ne sont-ils pas, à un moment donné, passibles de certaines critiques? Ont-ils, ici, pour effet de protéger abusivement des industries de serre chaude, dont la conservation n'est pas indispensable à la sécurité nationale? Peut-on leur reprocher, là, d'avoir été établis sous la pression d'intérêts particuliers au détriment de l'intérêt général? C'est possible; cela veut dire qu'il faut les réformer, et substituer à des mesures iniques ou maladroites de justes et intelligentes combinaisons. Mais cela ne touche pas au fond des choses, et il faudrait démontrer que ces vices transitoires sont inhérents au système lui-même pour en conclure qu'il faut partout et toujours leur en préférer un autre, dont les combinaisons ne sont jamais fausses parce qu'il les exclut toutes.

Il est certain que le régime de l'indépendance commerciale exige de ceux qui en règlent les mouvements plus de discernement et une attention toujours plus éveillée, que ne les y obligerait l'établissement pur et simple et absolu du libre-échange.

Là est la pierre d'achoppement.

Dans la phase où la France est entrée, les pouvoirs publics sont-ils suffisamment préparés à la lourde tâche qu'ils ont à remplir, et le commerce lui-même possède-t-il les éléments nécessaires pour se bien reconnaître dans la situation complexe qui lui est faite, pour déterminer sûrement sa voie, et éclairer qui de droit par de judicieux avis? Nous n'en voudrions pas répondre, et craignons même que, sous ce rapport, bien des choses laissent à désirer.

Si enviable qu'elle soit, la pleine indépendance économique est pour une nation une situation semée de périls. Qu'elle n'ait que son intérêt à consulter, pour diriger son activité productrice dans tel ou tel sens, pour appeler à elle d'où bon lui semble ce qui lui fait défaut, et pour s'ingénier enfin à préparer pour les marchés du dehors certains produits de son industrie agricole ou manufacturière, cela nous paraît d'une légitimité incontestable. Mais cela ne dit pas tout. Elle a la liberté. Comment en user?

Chaque nation du globe produit et consomme suivant certaines règles qui lui sont propres, mais ces règles n'ont pas le caractère de permanence. A un moment donné, chez l'une, sous certains rapports, il y a pléthore, et des produits, non consommés sur place, tendent à se diriger vers le dehors. Chez l'autre, au contraire, le vide se fait sur un point, et il faut le combler. De plus, cet état d'équilibre instable est à chaque moment

variable. Les oscillations sont continuelles, et, si elles dépendent de phénomènes qui, bien connus, eussent pu les faire prévoir, ce sont ces derniers que souvent on ignore.

Un tel état de choses offre, dans le domaine des faits économiques, la plus grande analogie avec ce qui se passe dans l'enveloppe atmosphérique du globe.

Là, sous l'influence des variations de la chaleur solaire, se combinant avec les réactions de la surface terrestre, règnent d'incessants mouvements anémométriques, variables d'intensité et de directions, que viennent compliquer des précipitations pluviales, ici fécondantes, plus loin donnant naissance à des torrents désastreux.

Dans le domaine économique, l'activité plus ou moins grande de la production remplace la chaleur solaire. Aux réactions de la surface du globe correspondent les stocks plus ou moins grands des produits disponibles; aux raréfactions ou condensations atmosphériques, la baisse ou la hausse des prix; et, il se peut que les variations d'équilibre du monde commercial, dans leur indéfinie complexité, obéissent à des lois aussi simples que sont en météorologie, la loi de la pesanteur et celles qui président aux changements de volume de l'air plus ou moins chargé de vapeur d'eau, sans que cela rende moins confus et moins enchevêtrés les faits extérieurs par lesquels ces variations se manifestent.

Comment, dans cet immense chaos de faits, souvent contradictoires en apparence, le commerce va-t-il diriger ses opérations, régler ses expéditions et ses commandes? Comment surtout les pouvoirs publics, dans ce conflit de phénomènes sans cesse mobiles, distingueront-ils ceux qui, liés à des conditions de milieu variables, sont purement adventices, et ceux, au contraire, qui, par leur nature et leur origine, doivent présenter une certaine permanence, sinon prendre ultérieurement un plus grand développement? Comment enfin, ces pouvoirs vont-ils discerner, à chaque instant, quelles sont les mesures propres à polariser, pour ainsi dire, dans le sens voulu, l'action productrice et commerciale du pays? Il y a là un immense et difficile problème à la solution duquel l'empirisme ne suffit pas : il faut, autant que possible, des règles scientifiques et l'application de lois fixes bien déterminées.

Le problème en question n'est sans doute pas nouveau. C'est lui qu'étudient sans relâche et que tâchent de résoudre à chaque heure, au mieux de leurs intérêts, les grandes intelligences commerciales. Quelle est, pour celles-ci, la principale condition directrice? C'est d'être rapidement et exactement renseignées.

Des informations rapides et sûres; des données de fait absolument certaines sur tout ce qui se passe industriellement et commercialement, à chaque heure, à chaque minute, sur toute la surface du globe, voilà ce

dont le pays et les pouvoirs publics ont besoin pour se diriger, dans la situation d'indépendance économique où nous les supposons placés.

La presse est là sans doute avec ses myriades d'informations. Mais combien d'entre elles sont équivoques, sinon absolument fausses, parfois d'une fausseté voulue.

Il existe des publications spéciales, mais elles sont à peine répandues.

Il y a là une immense lacune à combler, et il faut qu'elle le soit, si les hommes qui ont pris en mains la direction économique du pays veulent être à la hauteur de la tâche assumée par eux.

Les Chambres de commerce, les Chambres consultatives de l'industrie et de l'agriculture tâchent sans doute d'être renseignées. Mais elles n'ont, à l'intérieur, qu'un champ restreint d'observations, n'ont pas d'agences au dehors, et ne disposent que de seconde main d'informations sur les choses extérieures.

Nous avons les expositions. — Elles renseignent, dans une certaine mesure, sur les produits, fort peu sur les procédés industriels, pas du tout sur les prix de revient. C'est pourtant cela surtout qu'il faut connaître.

Nous avons des agents consulaires; hélas! Si j'en crois tous ceux qui ont vécu à l'étranger, si je m'en rapporte à des souvenirs personnels, quelle faible ressource pour les renseignements commerciaux et industriels!

Nous avons, en de nombreux points du globe, des compatriotes établis; sur quelques-uns de ces points, on a formé des Chambres de commerce, dont deux remontent au siècle dernier. C'est en 1882 seulement que le mouvement a repris. Il a été relativement rapide en 1884. En 1885, le nombre des Chambres existantes était de dix-huit. Il ne dépasse pas vingt-huit à trente aujourd'hui. Il serait à souhaiter qu'il fût décuplé.

Nous avons des publications officielles. Elles sont même à très bon marché. Mais qui les connaît? Voici un exemple qui date d'hier. La direction générale des douanes publie chaque année sur le commerce extérieur deux volumes énormes, admirablement faits, et, décennalement, des résumés précieux. Le monde administratif, lui-même, ignore presque cette publication; et, dans un rapport officiel d'ingénieur, nous lisions récemment que le trafic d'un de nos grands ports se compose, pour les cinq sixièmes, de marchandises de transit. C'est tout juste la proportion retournée qui eût été exacte.

Nous avons un Ministère du Commerce, enfin. Il n'est sans doute pas inactif. Il publie des travaux statistiques de la plus haute valeur; mais bien peu sont à l'usage du commerce. Il est loin aussi d'être dénué de publications périodiques affectées à des renseignements commerciaux et industriels. Nous avons là des spécimens des principales. Ce sont les *Annales du Commerce extérieur*, le *Bulletin consulaire français*, paraissant mensuellement, et le *Moniteur officiel du commerce*, publication

hebdomadaire que reçoivent toutes les Chambres de commerce. Ce sont là des ressources. Mais, au dire de tous les gens compétents, ces publications laissent fort à désirer, surtout en ce qui émane des consulats français. Enfin, le Ministère du Commerce manque de collections et d'un musée d'échantillons. Il possédait un de ces derniers. La radiation d'un crédit budgétaire l'obligeait, il y a quelques années, à le supprimer, et c'est en 1894 seulement qu'il pourra être reconstitué.

Chez nos rivaux de l'Amérique du Nord cette fonction informatrice est la plus importante, sinon la seule du *bureau du commerce*. Ce bureau possède et entretient, sans cesse à jour, des collections de produits du globe entier portant chacune des indications pratiques sur l'étendue du marché de chacun, et les éléments de son prix de revient.

Fournir à l'industrie et au commerce, par des publications bien classées, mises par leur format à la portée de tous, des renseignements statistiques de date fraîche, bien contrôlés et d'une exactitude absolue ; organiser pour cela, sur tous les points du globe, des agences de renseignements, au moyen d'un corps consulaire bien préparé, aidé, s'il se peut, par les chambres de commerce coloniales ; à l'intérieur, créer, à Paris et dans les principales places de commerce et d'industrie, des musées d'échantillons avec prix de revient, et des collections de produits de l'industrie universelle ; voilà ce qui correspond au plus impérieux des besoins dans la situation faite à la France par le recouvrement de sa liberté économique.

Nous puisions tout à l'heure pour les mouvements commerciaux une comparaison dans ceux qui agitent l'atmosphère. Déjà, grâce à l'instantanéité des communications, les variations du baromètre sur divers points du globe permettent de prévoir à l'avance quels vents vont souffler sur les autres régions des continents, si l'on doit attendre la pluie ou la sécheresse, le froid ou le chaud, et l'électricité devance la marche des cyclones. Il faut qu'à l'image de nos concurrents anglais et allemands nous ayons, sur tous les points du globe, des baromètres commerciaux, sensibles et sûrs, qui nous renseignent à chaque heure sur les pressions variables de l'offre et de la demande et sur le sens probable de leurs changements.

C'est ainsi, seulement que des statistiques commerciales rapides et claires pourront être dressées ; c'est ainsi seulement que nos nationaux, renseignés par des moyens que ne puisse pas fausser l'intérêt individuel, sauront diriger leur marche ; c'est seulement aussi de cette manière que les pouvoirs publics sauront à chaque instant mettre, comme il convient, les tarifs douaniers en rapport avec les besoins de la production et de la consommation nationales.

La liberté est un bien précieux, mais il faut en savoir faire usage ; et à ce point de vue, par ses informations, c'est le Ministère du Commerce

qui, dans la situation, est appelé à jouer le principal rôle pour la prospérité du pays.

Cette digression à laquelle le sujet nous a entraîné nous a-t-elle fait perdre de vue les traités de commerce ? Pas le moins du monde. En nous montrant combien est âpre et semée d'écueils la voie de l'indépendance absolue, elle nous dit par là même combien il peut être sage d'y consentir des restrictions qui, sans compromettre ni énerver la vitalité du pays, lui ménagent d'utiles champs de repos.

En parlant plus haut de variations des tarifs douaniers, nous n'avons jamais entendu préconiser les variations brusques ou trop fréquentes. Néanmoins le régime de l'indépendance économique des nations en comporte de telles, et rien n'est plus funeste aux transactions sérieuses, que tue l'aléa. A ce point de vue, les traités de commerce sont un bienfait, en fixant, pour un temps déterminé, les conditions douanières sur lesquelles le commerce peut compter.

Arrivés à ce point et répondant aux questions de M. J. Fleury, nous dirons successivement :

1° *Y a-t-il avantage pour un pays à conclure des traités de commerce au point de vue :* a, *du gouvernement* ; b, *des producteurs* ; c, *des commerçants* ; d, *des consommateurs ?*

Pour les commerçants, par le côté de la stabilité des transactions, oui. Pour eux-mêmes, à d'autres points de vue, et pour les trois autres catégories d'intéressés, impossible de répondre affirmativement ou négativement. Le résultat dépend du discernement avec lequel seront pesés les avantages réciproques consentis et les inconvénients acceptés.

2° *Quelle durée convient-il de donner aux traités de commerce ?*

Ni trop longue, ni trop courte. Trop courte, cette durée laisserait les transactions précaires ; trop longue, elle pourrait immobiliser le pays dans une fausse situation. Tout évolue en ce monde. Il faut tenir compte de ce fait. Et les chances d'évolution ne sont pas les mêmes pour tous les pays. Bon dans un cas, tel chiffre peut être mauvais dans un autre. Impossible de donner une solution numérique absolue. C'est là surtout que peut utilement intervenir le tact guidé par des informations sûres.

3° *Convient-il d'y introduire usuellement la clause de la nation la plus favorisée ?*

Cette clause est un danger. Elle met l'aléa dans un instrument ayant pour objet la stabilité. Il vaudrait mieux que chaque contractant s'interdît réciproquement de favoriser sur un point quelconque une nation tierce en dehors d'un accord préalable, toujours susceptible d'être refusé.

4° *Y a-t-il réellement, dans la question de l'échange, en général, et plus*

particulièrement dans le cas des traités de commerce, antagonisme entre les intérêts particuliers et l'intérêt général?

Question absolument insoluble *in abstracto*. Tout ce qui semble pouvoir être dit à ce sujet est ceci :

L'intérêt général n'est nullement la *somme* des intérêts particuliers. Cette expression impliquerait que tous les intérêts particuliers ont le même sens, ce qui est absolument faux. Au point de vue économique, les intérêts divers, par rapport à l'ensemble du pays, sont comme les forces de toutes grandeurs et de toutes directions appliquées à un corps solide.

S'il y a, dans le corps, un point fixe autour duquel il puisse se mouvoir, la résultante de ces forces lui imprimera une orientation déterminée dans laquelle il s'arrêtera. Il en sera de même dans le cas d'un axe fixe autour duquel le corps peut tourner. Si le corps est entièrement libre, c'est suivant la direction de la résultante qu'il sera entraîné.

Cette résultante, c'est l'intérêt général.

La composition des forces multiples en présence, tel est l'ardu problème de mécanique économique à résoudre.

Là où l'intensité des forces peut être numériquement exprimée, et leur direction géométriquement déterminée, la solution rigoureuse est possible. Nous n'avons nul besoin d'avertir qu'en ce qui concerne les intérêts économiques divers il ne peut y avoir que des solutions approximatives. Seulement l'approximation peut donner un résultat d'autant plus exact qu'elle est éclairée par des faits plus précis et menée avec plus de perspicacité et de bonne foi.

Dans tous les cas, ce qu'on peut dire c'est que, la résultante une fois déterminée, les intérêts individuels de sens opposé sont inévitablement contrariés, et cela, — pour employer, à défaut d'un autre terme qui puisse rendre notre pensée, une expression géométrique, — dans une mesure d'autant *plus* forte que l'angle qu'ils forment avec la direction de la résultante est *moins* ouvert. Il ne peut en être autrement et il faut en prendre son parti. Le meunier de la fable seul pouvait espérer contenter tout le monde... et son père.

« 5° *Quelle est l'influence d'un régime économique sur l'état social d'une » nation, au point de vue :* a, *du développement de l'esprit d'invention;* » b, *de la constitution de l'épargne;* c, *du taux des salaires;* d, *du bien-être » général ?* »

L'histoire économique du monde, — qui n'est pas faite, — pourrait seule pertinemment répondre à une pareille question. Ce n'est pas le Congrès de Besançon qui la résoudra.

On attribue aujourd'hui à l'état moral d'un peuple la plus grande influence sur ses destinées. Intuitivement, on est porté à croire que le régime économique que lui font les circonstances extérieures et intérieures dans

lesquelles il évolue exercent aussi une influence considérable sur son développement. C'est une opinion banale, de nos jours, que l'or du Mexique et du Pérou, obtenu sans travail par de hardis brigands, a été la cause originaire de l'amoindrissement économique de l'Espagne dans ces trois derniers siècles. Et il ne paraît pas contestable qu'il doive y avoir, au point de vue des divers phénomènes sur lesquels la 15e Section est consultée, des différences considérables entre une nation qui s'isole commercialement et une autre qui ouvre largement, au contraire, ses frontières à tout venant. L'une pourrait bien s'immobiliser comme la Chine. Des circonstances nombreuses pourraient empêcher que l'autre devint l'Angleterre. Si celle-ci n'avait pas en abondance le minerai de fer, surtout la houille, ce trésor que nulle invention humaine ne saurait créer là où le passé géologique de la planète ne l'a pas mis, que serait-elle? Elle eût pu avoir Newton. Elle n'aurait certainement pas eu Stéphenson, quelque fût son régime douanier.

La liberté complète, absolue, sans entrave, c'est le vœu des robustes et des forts. Darwin nous l'a dit. C'est, dans l'ordre des choses de la nature, un élément du progrès des races. Dans ses conceptions, l'homme se doit-il aveuglément modeler sur la nature? Le faible a besoin d'armes factices pour se défendre. Des lois sociales lui en donnent. Dira-t-on que ce soit un mal?

Avouer qu'on a besoin de protection, c'est signe de faiblesse; c'est aussi marque de prudence. Que, par une gymnastique appropriée, une nation travaille à suppléer, dans la lutte pour l'existence, à des dons naturels dont d'autres ont été mieux pourvues qu'elle : rien de plus louable et de plus sage. Mais ce serait folie à elle que de devancer l'heure, et d'affronter trop tôt le libre champ clos.

Dans l'ordre des choses pratiques, vivons dans le concret. Les consommateurs, nous dit-on, c'est tout le monde. A de rares exceptions près, tout consommateur est doublé d'un producteur. Il ne faudrait pas que, pour mettre plus économiquement les objets de consommation à la portée du premier, on réduisît le second, en le privant de tout moyen de s'en procurer, à la nécessité de mourir de faim.

Tout cela est bien vague et bien général. Il ne nous semble pas qu'on puisse, à moins de faire des volumes, répondre d'une façon plus précise à la cinquième des questions posées.

M. A. DE FOVILLE

Professeur honoraire au Conservatoire des Arts et Métiers, Directeur de l'Administration des Monnaies, à Paris.

ÉVALUATION DU STOCK D'ÉCUS DE CINQ FRANCS DE LA FRANCE EN 1893

— Séance du 7 août 1893 —

C'est une question très discutée, surtout depuis deux ou trois mois, que la question de savoir ce que nous avons d'argent monnayé et plus particulièrement de pièces de cent sous, nationales ou étrangères. Les évaluations proposées à cet égard varient du simple au double, et même davantage. Or, en présence des éventualités diverses auxquelles l'Union latine peut se croire exposée, il y a pour les peuples qui la composent un intérêt évident à ne pas ignorer l'importance du stock d'écus dépréciés dont ils se partagent la possession et la responsabilité. Il est vrai qu'aux yeux de bien des gens ce problème passe pour insoluble; mais nous nous croyons, au contraire, en mesure de dire assez exactement ce que la France possède d'écus de cinq francs, et nous espérons que ceux de nos auditeurs qui auront bien voulu suivre avec quelque attention l'exposé de notre méthode et la suite de nos calculs arriveront à partager la confiance croissante qu'ils nous inspirent.

Savoir ce que l'Union latine dans son ensemble et ce que la France en particulier possèdent encore de pièces de cent sous serait chose aisée, si rien n'avait été perdu de tout ce qu'on y a fabriqué de monnaie blanche depuis l'origine du régime monétaire actuel. En effet, la comptabilité de ces fabrications est tenue, comme il convient, avec une précision parfaite. En France, les premiers écus de cinq francs datent de l'an IV; les derniers qui aient été frappés portent le millésime de 1878; et, dans cet intervalle de plus de quatre-vingts ans, l'administration des finances sait, à une unité près, ce qu'il en a été émis annuellement. Tout compris, les *Hercule* et les *République*, les *Bonaparte* et les *Napoléon Ier*, les *Louis XVIII* et les *Charles X*, les *Louis-Philippe* et les *Napoléon III*, on arrive au

chiffre respectable de 1.012.121.248 écus d'argent, valant ensemble 5.060.606.240 francs (1).

Sur les quatre autres pays de l'Union, deux n'ont mis en circulation que fort peu d'écus : c'est la Grèce, qui depuis longtemps déjà est réduite au régime du papier-monnaié, et la Suisse qui, par principe, se sert volontiers du numéraire d'autrui. Mais il est sorti pour plus d'un milliard de francs de pièces de cent sous des presses italiennes et belges, ces dernières en particulier ayant redoublé d'activité au moment où commençait la décadence du métal blanc.

Somme toute, voici l'état complet des frappes d'écus intéressant l'Union latine :

Pièces de cinq francs en argent.

Frappés nettes (démonétisations déduites).

Désignation des pièces.	Valeur nominale des pièces frappées. Millions de francs.	Par tête d'habitant (populations actuelles). Francs.
Écus français (an IV-1878)	5.060,6	130
Écus belges (1832-1878)	488,4 (2)	80
Écus italiens (ou piémontais)	544,2 (3)	18
Écus suisses (1850-1891)	10,6 (4)	3 1/2
Écus grecs	15,5	7
ENSEMBLE	6.119,3	76,50

Ainsi l'Union latine se présente avec une prise en charge totale de plus de 6 milliards en écus de cinq francs et la France seule entre pour 5 milliards dans ce contingent collectif.

Cela est bon à savoir, assurément; mais cela ne nous dit pas quel

(1) Voici la répartition exacte de cette somme totale par effigies : Première République *(Hercule)*, 106.237.255 francs; Bonaparte et Napoléon Ier, 817.952.380 francs; Louis XVIII, 601.048.050 francs; Charles X, 616.468.675 francs; Louis-Philippe, 1.692.802.395 francs; République 1848-1849 *(Hercule)*, 259.628.845 francs; République 1849-1851 *(Déesse)*, 188.621.505 francs; L.-N. Bonaparte et Napoléon III, 401.881.920 francs; République 1870-1891 *(Déesse)*, 12.116.375 francs; République 1870-1891 *(Hercule)*, 363.848.840 francs.

On voit que les « Louis-Philippe » forment, à eux seuls, le tiers de la frappe totale.

(2) La frappe brute des écus belges ressort à 495.678.210 francs (dont 183.551.095 francs depuis 1871); mais sont à déduire de ce chiffre les 1.451.705 pièces de cinq francs, soit 7.258.525 francs, qui en 1886 et 1887 ont été transformées en monnaies divisionnaires : restent 488.419.685 francs, net.

(3) En Italie, les frappes d'écus postérieures à la convention de 1865 montent seulement à 359.581.360 francs; mais celles des fabrications antérieures qui sont entrées dans l'Union latine, y compris les écus piémontais, ressortaient à 184.621.950 francs. C'est ainsi que l'on arrive, théoriquement, au chiffre total de 544.203.310 francs. En fait, on pourrait presque faire abstraction des frappes antérieures à 1862, car il n'en reste pas grand'chose : 10 ou 12 millions de francs seulement, d'après certaines évaluations récemment publiées à Rome.

(4) La frappe brute ressort à 14.155.000 francs; mais les refontes opérées de 1888 à 1891 réduisent ce chiffre à 10.630.000 francs, net.

peut être notre stock actuel d'écus, car il a énormément disparu de ces grosses pièces blanches.

Comment et pourquoi ?

Il y aurait d'abord à tenir compte ici des naufrages, des incendies, des accidents proprement dits. Mais nous avons à mentionner des causes de destruction bien autrement effectives. Ainsi l'on s'est aperçu un jour, grâce aux perfectionnements de l'art de l'affinage, que les écus fabriqués en France sous Napoléon Ier et sous Louis XVIII contenaient presque tous un petit excédent d'argent fin et, en outre, des traces d'or : aussitôt la spéculation s'est mise à exploiter cette mine d'un nouveau genre et la généralité des écus antérieurs à 1825 a été fondue.

Même pour les émissions moins anciennes, toutes les fois que le métal blanc a fait prime (1), il y a eu beaucoup de pièces remises au creuset, clandestinement, ou exportées au loin; et, dans bien des cas, cette émigration, conforme à la loi de Gresham, a été définitive. Il existe, en Orient, des roupies et des piastres, des colliers et des bracelets dont le métal a jadis porté l'effigie de Charles X ou de Louis-Philippe, de Léopold Ier ou de Charles-Albert. L'Union latine est donc loin, très loin de posséder encore les 6 milliards successivement frappés en écus de cinq francs et, pour pouvoir dire ce qu'il lui en reste, il faudrait précisément savoir ce qu'elle en a perdu.

Certains publicistes se sont imaginé que les gains ou les pertes de notre stock d'argent monnayé pourraient leur être révélés par les tableaux de douane où, chaque année, à côté des importations et exportations de marchandises, on enregistre les entrées et les sorties de métaux précieux dont la déclaration a été faite à la frontière. C'est ainsi que dit avoir procédé un journaliste financier qui est, en même temps, un arbitragiste expérimenté, M. Ottomar Haupt (2); et ses conclusions ont été si souvent communiquées à la presse française, allemande, anglaise, américaine, qu'il semble y avoir quelque témérité à les contester. Cependant nous ne

(1) Le taux de la prime a atteint 22 0/00 en novembre 1853; 32,5 0/00 de mai à décembre 1857; 38 0/00 en janvier 1864. De 1854 à 1869, il n'a jamais été inférieur à 8 0/00. Il est vrai que la cote du métal-argent, à Paris, a un faux point de départ (voir, dans l'*Economiste français* du 15 juillet 1893, *la Cote du métal argent à Londres, à New-York et à Paris*).

(2) Voici comment M. Ott. Haupt résume lui-même son travail :

Stock des écus existants en 1815 (d'après les refontes).	1.500	millions	de francs.
Excédent net des importations d'argent sur les exportations depuis 1815, moins les sommes payées en écus à l'Allemagne après la guerre . .	3.400	—	—
ENSEMBLE.	4.900	—	—
A déduire la consommation industrielle évaluée (assez arbitrairement) à	1.400	—	—
RESTE	3.500	—	—

Comme il a été reconnu, après vérification, que les 239 millions payés à l'Allemagne en écus de cinq francs ont figuré, en tant qu'exportation, dans nos statistiques douanières, la défalcation faite par M. Haupt n'a plus de raison d'être et son évaluation de notre stock d'écus se trouverait ainsi portée de 3 milliards 1/2 à 3 milliards 3/4, en chiffres ronds !

nous en sommes jamais fait faute et, plus que jamais, nous nous sentons autorisé à affirmer que M. Ottomar Haupt exagère prodigieusement notre approvisionnement actuel d'écus en chiffrant le stock de la France seule à 3 milliards 1/2 et celui de l'Union latine à 4 milliards (1).

Comment s'étonner, d'ailleurs, de l'erreur à laquelle il s'est trouvé induit quand on sait combien sont trompeuses, en ce qui concerne les métaux précieux, ces statistiques douanières dont il fait le fondement de ses déductions. La vérité est que, pour l'or et pour l'argent, les tableaux du commerce extérieur ne méritent aucune confiance ; et la douane française est la première à en avertir loyalement le public. Là où elle a vu passer pour 20 millions de lingots et d'espèces, il en a peut-être passé trois fois autant. Il en est de même en Italie, en Angleterre et partout. A ceux qui croiraient notre scepticisme exagéré, nous aurions à citer, pour le justifier, des faits bien curieux et bien concluants.

Au surplus, les statistiques commerciales fussent-elles complètes et sûres, elles ne sauraient nous dire ce que nous cherchons ; car, lorsque des lingots arrivent en France, comment la douane devinerait-elle s'ils sont destinés à aller à la Monnaie, ou chez l'orfèvre, ou ailleurs ? Les importateurs ne le savent pas eux-mêmes, bien souvent. Et si, dans son atelier, un industriel a fondu cent pièces d'or pour en faire un bijou ou mille pièces d'argent pour en faire de la vaisselle plate, est-ce que cela se pourra lire dans les écritures de la douane ? Évidemment non. En matière de métaux précieux, les calculs qui s'appuient sur les statistiques douanières sont, à proprement parler, des calculs sans base et les supputations qui en découlent ne pourraient être exactes que si le hasard y avait mis une complaisance dont il n'est pas coutumier.

Mais alors comment faire et à quelle porte frapper ?

Ce que la statistique commerciale ne nous dit pas, nous pouvons le demander ; pour les écus français, aux enquêtes méthodiques que l'administration des finances a effectuées à plusieurs reprises, notamment en 1878, en 1885, en 1891, et dont les résultats ont été chaque fois publiés par nous, tout au long, dans le *Bulletin de statistique et de législation comparée*.

Rien de plus simple que le principe et le mécanisme de ces recensements partiels.

Quand un chimiste veut déterminer la composition d'une eau minérale, ne pouvant analyser la source entière, il prend des échantillons. De même ici, ne pouvant aller explorer tous les coffres-forts et toutes les bourses qui se partagent la richesse monétaire du pays, nous nous contentons

(1) Il attribue, en 1894 comme en 1887, 240 millions en écus à la Belgique, 70 à la Suisse, 100 à l'Italie, 2 à la Grèce ; avec les 3.500 millions attribués à la France et les 40 millions attribués à l'Algérie, le total ressort à 3.952 millions.

d'examiner les portions de cette richesse qui, à un moment donné, se trouvent emmagasinées dans les caisses publiques. Le gouvernement s'adresse aux comptables de l'État, trésoriers-payeurs généraux, receveurs particuliers des finances, percepteurs des contributions directes, receveurs des contributions indirectes, des douanes, de l'enregistrement et du timbre, des postes et télégraphes... A chacun de ces 20.000 agents, une circulaire de la direction du mouvement général des fonds, accompagnée des formules et cadres voulus, ordonne de vider sa caisse, tel jour, à telle heure, après la fermeture des bureaux, et de classer les pièces d'or et d'argent qui s'y trouvent contenues : 1° par *nationalités;* 2° par *âges* ou, ce qui revient au même, par millésimes.

Le classement par nationalités se fait rien qu'en regardant les effigies. Le classement par âges n'est pas plus difficile, puisque chaque pièce porte écrite sur son dos la date de sa naissance.

Le travail ainsi prescrit aux comptables de l'État ne demande donc qu'un peu de patience ; et nous avons la preuve que, quatre-vingt-dix-neuf fois sur cent, il est exécuté d'une manière irréprochable.

Il s'est bien rencontré, en 1891 comme en 1885 et en 1878, quelques fonctionnaires paresseux ou spirituels qui, trouvant ces manipulations fastidieuses et les croyantinutiles, ont rempli nos questionnaires au hasard de la plume, convaincus que personne ne s'apercevrait de leur supercherie. Eh bien ! si ; nous nous en sommes aperçus:. Comme il y a des années où la Monnaie n'a rien frappé, rien ou presque rien, et que les hommes d'esprit dont je parle sont, à cet égard, fort mal renseignés, il leur arrivait fatalement d'inventer des millésimes non existants et de la sorte ils se trahissaient eux-mêmes. Riait bien alors qui riait le dernier. Mais, encore une fois, le nombre de ces faux témoignages a toujours été extrêmement restreint.

Et ce qui le prouve bien, c'est que nos trois enquêtes concordent admirablement entre elles. On s'en convaincra sans peine en regardant le diagramme qui, pour la première partie du siècle, résume, comparativement, les classifications chronologiques de 1878, 1884 et 1891 (Voir page 984). Mais les chiffres mêmes que nous empruntons au *Bulletin de statistique* permettraient à tout observateur attentif de voir avec quelle fidélité nos trois enquêtes se confirment l'une l'autre.

Classement comparatif, par millésime, des pièces d'argent françaises de cinq francs annuellement frappées et de celles qui ont été trouvées dans les caisses des comptables en 1891, 1885 et 1878 (1).

MILLÉSIMES	NOMBRE DES PIÈCES		PROPORTIONS PAR RAPPORT AUX FRAPPES DU NOMBRE DES PIÈCES RENCONTRÉES		
	FRAPPÉES CHAQUE ANNÉE	RENCONTRÉES EN 1891	EN 1891	EN 1885	EN 1878
			0/00	0/00	0/00
Période an IV-1807					
An IV et an V. . . .	8.279.877	1.338	**0,16**	**0,14**	**0,11**
An VI.	2.383.460	586	**0,24**	**0,21**	**0,27**
An VII	3.795.941	1.125	**0,29**	**0,21**	**0,20**
An VIII.	2.770.446	922	**0,33**	**0,25**	**0,29**
An IX.	763.319	495	0,64	0,52	0,84
An X.	968.557	513	0,53	0,35	0,45
An XI.	2.285.851	1.187	0,52	0,35	0,29
1803	4.565.400	1.421	**0,31**	**0,22**	**0,22**
1804	8.460.663	1.247	**0,15**	**0,13**	**0,13**
1805	7.836.698	272	**0,04**	**0,04**	**0,08**
1806	4.485.649	723	**0,16**	**0,15**	**0;15**
1807	804.423	405	0,50	0,42	1,40
Période 1808-1825					
1808	9.382.286	2.452	**0,26**	**0,23**	**0,23**
1809	7.985.445	1.961	**0,24**	**0,19**	**0,23**
1810	10.344.480	2.890	**0,27**	**0,19**	**0,20**
1811	48.947.496	9.624	**0,19**	**0,17**	**0,17**
1812	31.045.613	6.770	**0,21**	**0,18**	**0,19**
1813	26.002.853	5.436	**0,21**	**0,18**	**0,17**
1814	12.157.707	2.794	**0,23**	**0,18**	**0,20**
1815	7.532.048	1.850	**0,24**	**0,19**	**0,21**
1816	6.836.669	1.654	**0,24**	**0,20**	**0,21**
1817	7.008.958	1.461	**0,20**	**0,18**	**0,21**
1818	2.419.939	579	**0,23**	**0,18**	**0,23**
1819	4.188.801	950	**0,22**	**0,20**	**0,20**
1820	3.612.292	788	**0,22**	**0,17**	**0,24**
1821	13.355.182	2.888	**0,21**	**0,16**	**0,19**
1822	19.688.279	4.160	**0,21**	**0,17**	**0,18**
1823	16.068.150	3.782	**0,23**	**0,19**	**0,19**
1824	22.314.567	6.833	**0,30**	**0,25**	**0,26**
1825	14.573.894	2.166	**0,15**	**0,13**	**0,14**
Période 1826-1829					
1826	17.746.462	7.565	**0,42**	**0,34**	**0,37**
1827	29.916.081	12.573	**0,42**	**0,35**	**0,35**
1828	31.426.133	12.571	**0,39**	**0,34**	**0,35**
1829	19.929.090	8.375	**0,42**	**0,36**	**0,37**

(1) On a mis en caractères gras les proportions fournies par les années qui donnent les résultats les plus sûrs, laissant ainsi dans l'ombre : 1° les millésimes dont la fabrication a été trop faible ; 2° ceux dont les frappes, à partir de 1872, n'ont été mises que partiellement en circulation, le surplus dormant encore, en bloc, dans les caves de la Banque de France. Dans un cas comme dans l'autre, la proportion vraie se dérobe.

MILLÉSIMES	NOMBRE DES PIÈCES FRAPPÉES CHAQUE ANNÉE	NOMBRE DES PIÈCES RENCONTRÉES EN 1891	PROPORTIONS PAR RAPPORT AUX FRAPPES, DU NOMBRE DES PIÈCES RENCONTRÉES EN 1891	PROPORTIONS PAR RAPPORT AUX FRAPPES, DU NOMBRE DES PIÈCES RENCONTRÉES EN 1885	PROPORTIONS PAR RAPPORT AUX FRAPPES, DU NOMBRE DES PIÈCES RENCONTRÉES EN 1878
			0/00	0/00	0/00
Année 1830					
1830	23.739.223	15.352	**0,65**	**0,54**	**0,63**
Période 1831-1846					
1831	40.658.479	42.889	**1,05**	**0,94**	**1,03**
1832	26.861.063	24.907	**0,93**	**0,81**	**0,97**
1833	30.885.119	32.059	**1,03**	**0,98**	**1,07**
1834	42.306.804	42.062	**0,99**	**0,91**	**1,01**
1835	19.162.221	17.682	**0,91**	**0,87**	**0,94**
1836	8.303.765	9.244	**1,11**	**1,05**	**1,14**
1837	21.840.508	24.651	**1,13**	**0,92**	**1,01**
1838	17.248.016	20.665	**1,19**	**1,00**	**1,07**
1839	14.307.757	15.641	**1,09**	**0.92**	**1,02**
1840	12.261.177	13.613	**1,11**	**0,91**	**1,05**
1841	14.659.936	15.588	**1,06**	**1,00**	**1,07**
1842	13.175.982	12.484	**0,94**	**0,87**	**0,97**
1843	14.371.790	14.045	**0,97**	**0,86**	**0,98**
1844	13.395.112	13.394	**1,00**	**0,91**	**0,99**
1845	16.780.658	15.705	**0,94**	**0,86**	**0,89**
1846	8.442.203	9.061	**1,07**	**0,92**	**1,10**
Période 1847-1856					
1847	14.322.006	13.461	**0,94**	**0,88**	**0,98**
1848	23.810.589	21.555	**0,93**	**0,84**	**0,97**
1849	40.766.309	32.042	**0,78**	**0,75**	**0,81**
1850	16.120.678	11.420	**0,71**	**0,70**	**0,86**
1851	11.499.290	10.603	**0,92**	**0,85**	**1,03**
1852	13.990.200	13.384	**0,96**	**0,84**	**0,99**
1853	3.891.632	417	0,10	0,21	0,32
1854	10:615	356	33,53	27,79	84,02
1855	4.861.173	3.733	**0,76**	**0,75**	**0,76**
1856	9.155.481	5.287	**0,57**	**0,56**	**0,59**
Période 1857-1866					
1857	93.406	529	5,66	8,02	14,13
1858	26.790	279	10,41	23,18	41,02
1859	3.365	335	99,64	197,92	431,20
1860	»	»	»	»	»
1861	22.098	100	4,52	6,92	74,57
1862	21.129	211	9,98	1,17	42,26
1863	21.687	232	10,69	9,91	36,79
1864	32.168	237	7,36	7,98	18,62
1865	97:134	275	2,83	5,22	8,03
1866	37.893	354	9,34	17,18	36;12

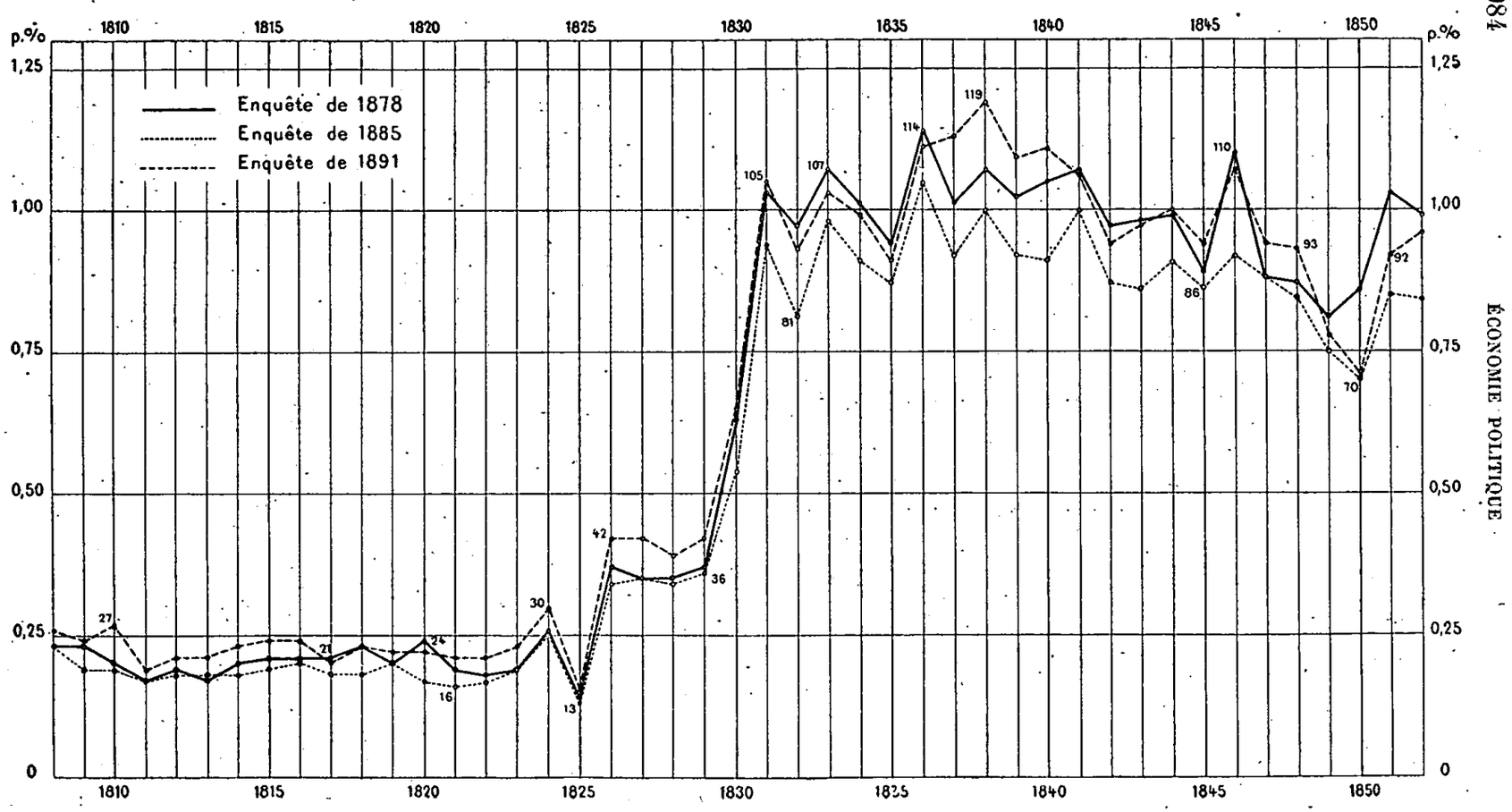
MILLÉSIMES	NOMBRE DES PIÈCES		PROPORTIONS PAR RAPPORT AUX FRAPPES DU NOMBRE DES PIÈCES RENCONTRÉES		
	FRAPPÉES CHAQUE ANNÉE	RENCONTRÉES EN 1891	EN 1891	EN 1885	EN 1878
			0/00	0/00	0/00
Période 1867-1878					
1867	10.810.312	30.814	**2,85**	**2,82**	**3,09**
1868	18.724.110	46.668	**2,49**	**2,62**	**2,97**
1869	11.652.857	31.276	**2,68**	**2,60**	**2,84**
1870	10.729.670	31.324	**2,92**	**2,93**	**3,19**
1871	942.181	3.458	3,67	3,55	4,36
1872	77.838	1.198	1,54	15,38	30,66
1873	30.929.809	55.945	1,80	**0,98**	**1,02**
1874	11.999.202	32.181	**2,68**	**2,14**	**2,30**
1875	15.000.000	29.159	1,94	**1,38**	1,24
1876	10.532.263	19.086	1,81	1,23	1,21
1877	3.292.857	5.980	1,82	1,64	**1,90**
1878	364.284	2.392	6,64	4,43	1,55
Pièces à millésime inconnu .	»	1.988	»	»	»
Totaux et Moyennes.	1.012.121.248	855.672	**0,85**	**0,74**	**0,81**

Comme ce sont les proportions inscrites dans les trois dernières colonnes de ce tableau que nous allons tout à l'heure utiliser, il importe que le sens et la portée en soient bien compris.

Chacune d'elles a été obtenue en déterminant, pour l'année dont il s'agit, le rapport existant entre le nombre des pièces trouvées dans les caisses publiques et le nombre total des pièces frappées : ces rapports comparatifs mesurent donc la raréfaction plus ou moins grande des divers millésimes dans la circulation.

En 1869, par exemple, on a frappé près de 12 millions de pièces de cinq francs (11.652.857) et, lors du recensement partiel de 1891, il en a été rencontré 31.276. Divisons 31.276 par 11.652.857 : nous trouvons 2,68 0/00.

En 1814, cinquante-cinq ans plus tôt, la frappe des écus avait été presque la même qu'en 1869 : 12.157.707 pièces (au lieu de 11.652.857). Mais, ces monnaies octogénaires ayant eu beaucoup plus de vicissitudes à subir que celles qui sont entrées dans la carrière il y a vingt ou vingt-cinq ans, l'enquête de 1891 n'en a rencontré que 2.794 (au lieu de 31.276), ce qui implique une proportion bien réduite : 0,23 0/00 seulement (au lieu de 2,68). On voit ainsi que les pièces de la fin du premier empire sont devenues, toutes choses égales, onze ou douze fois plus rares, dans la circulation, que celles de la fin du second empire.


p.%
1,25
1,00
0,75
0,50
0,25
0
1810
1815
1820
1825
1830
1835
1840
1845
1850
Enquête de 1878
Enquête de 1885
Enquête de 1891
27
21
24
16
30
13
42
36
105
81
107
114
119
110
93
86
92
70

Ces taux de survie comparatifs s'échelonnent, d'ailleurs, d'une manière presque identique dans les trois colonnes de chiffres fournies par les trois grandes opérations de 1891, 1885 et 1878, et notre diagramme est, à cet égard, on ne peut plus démonstratif. Cette parfaite harmonie entre des séries de nombres dont chacune résume 20.000 dépouillements distincts prouve bien que nous sommes là en présence de résultats positifs. Ceux mêmes qui, au début, avaient contesté la valeur de nos enquêtes reconnaissent aujourd'hui que l'autorité n'en est guère discutable.

Ceci posé, montrons comment le classement des écus par millésimes peut nous conduire à chiffrer ou du moins à limiter sûrement le stock actuel des pièces de cent sous françaises possédées par l'Union latine.

Quand on examine avec soin les courbes engendrées par nos proportions annuelles, on voit s'y dessiner, en ce qui concerne les écus de cinq francs, plusieurs périodes caractéristiques que notre tableau numérique distingue soigneusement, et que nous allons ici nous contenter de comparer entre elles, sans les subdiviser.

Commençons par la dernière de ces périodes. C'est celle qui va de 1867 à 1878, inclusivement. La France n'a plus frappé une seule pièce de cent sous depuis 1878, et de 1857 à 1866, les hauts cours de l'argent avaient également éloigné le métal blanc de nos hôtels monétaires (1). La période 1867-1878 est, à vrai dire, celle où la proportion existant entre les pièces recensées et les pièces frappées, est le plus difficile à bien asseoir, parce qu'il y a aujourd'hui encore des lots de pièces neuves de 1873, 1875, 1876, auxquels on n'a jamais touché et qui dorment tels quels dans les caves de la Banque de France (2); voilà pourquoi ces millésimes, dans nos enquêtes, accusent un degré de raréfaction exagéré. Mais le taux normal de la période se trouve suffisamment défini par les abondantes émissions de 1867, 1868, 1869, 1870 et 1874, qui, elles, ont été versées tout entières dans le courant de la circulation active, et qui nous donnent un coefficient proportionnel de 2,7 0/00.

Bien plus faible (0,85 et 1 0/00) est déjà le taux moyen des périodes 1847-1856 et 1831-1846, dont les produits monétaires ont eu à payer un lourd tribut à la prime du métal blanc, après les grandes extractions d'or de la Californie et de l'Australie.

L'année 1830, qui est une année de transition et qui, à ce titre, forme, à elle seule, notre quatrième période, se présente avec le taux de 0,65 0/00.

(1) Le tableau ci-dessus montre que l'interruption des frappes n'a été absolue qu'en 1860; mais les dix années 1857-1866 n'ont vu émettre en tout qu'environ 350.000 pièces de cent sous; et à côté des milliards que nous avons à mettre en ligne, c'est là un appoint tout à fait négligeable.

(2) Cette assertion, qui date d'août 1893, s'est trouvée confirmée depuis par la mise en circulation de beaucoup d'écus neufs de ces trois millésimes. A Rouen notamment, les écus neufs de 1875 se montrent en foule depuis quelques mois.

La cinquième période correspond à la fin de la Restauration, 1826-1829; la sixième est la plus longue, 1808-1825; la septième va de l'an IV à 1807; et les taux applicables à ces trois étapes initiales ressortent respectivement à 0,40, à 0,20 et à 0,22 0/00.

Nos sept périodes ainsi caractérisées, le tableau suivant suffira pour montrer comment nous arrivons à chiffrer, dans chaque cas, le reliquat maximum de leurs fabrications monétaires :

Écus français. — Enquête monétaire de 1891.

Périodes.	Nombre d'écus frappés. — Millions d'écus.	Taux comparatifs de survie. — 0/00	Proportion maximum des pièces pouvant encore exister. — 0/0	Nombre maximum des pièces pouvant encore exister. — Millions d'écus.
I. 1867-1878 (12 ans) . . .	125	2,70	100	125
II. 1847-1856 (10 ans) . . .	139	0,85	31,5	44
III. 1831-1846 (16 ans) . . .	315	1,00	37	116 1/2
IV. 1830 (1 an)	24	0,65	24	6
V. 1826-1829 (4 ans). . . .	99	0,40	15	15
VI. 1808-1825 (18 ans) . . .	263	0,20	7,5	19 1/2
VII. An IV-1807 (13 ans) . . .	47	0,22	8	4
Totaux et Moyennes. . . .	1,012	0,85	31,5	330

Tout se tient dans ce tableau, qui résume si nettement l'histoire des générations monétaires du siècle. Les émissions s'y montrent de plus en plus incomplètes à mesure qu'il s'agit de frappes plus anciennes, et la logique veut qu'il en soit ainsi. Les derniers écus fabriqués en France n'ont pas eu, à beaucoup près, autant de risques à subir, autant d'épreuves à traverser que leurs prédécesseurs et la baisse croissante du métal blanc, depuis vingt ans, ne les protège que trop efficacement contre la refonte ou contre l'exportation, puisque, dans un cas comme dans l'autre, ils perdraient immédiatement une portion considérable de leur valeur nominale. On a donc lieu de croire que, sur les 125 millions d'écus frappés de 1867 à 1878, il n'en manque pas beaucoup à l'appel. Cependant il peut, il doit en avoir disparu un certain nombre et il y a nécessairement; quelque exagération à admettre que la totalité, soit 100 0/0, des écus mis dans la circulation pendant ces douze années sont encore aujourd'hui présents sur le territoire de l'Union latine.

De même pour les autres périodes. Ce sont bien des *maximums* que les proportions inégales qui se superposent dans notre tableau : 31,5 0/0 pour les écus frappés entre 1847 et 1856; 37 0/0 pour les écus frappés entre 1831 et 1846; 24 0/0 pour les écus frappés en 1830; 15 0/0 pour les écus frappés entre 1826 et 1829; 7 1/2 0/0 pour les écus frappés entre 1808

et 1825; enfin 8 0/0 pour les écus antérieurs à 1808. En appliquant ces coefficients respectifs aux fabrications des sept périodes considérées, nous établissons qu'il ne peut pas subsister plus de 125 millions d'écus français aux millésimes de 1867 à 1878; ni plus de 44 millions d'écus aux millésimes de 1847 à 1856; ni plus de 116 millions et demi d'écus aux millésimes de 1831 à 1846; ni plus de 6 millions d'écus au millésime de 1830; ni plus de 15 millions d'écus aux millésimes de 1826 à 1829; ni plus de 19 millions et demi d'écus aux millésimes de 1808 à 1825; ni plus de 4 millions d'écus aux millésimes de l'an IV à 1807.

Ces divers contingents, totalisés, donnent 330 millions d'écus français, représentant une valeur nominale de 1650 millions de francs. Par conséquent, *l'Union latine ne peut pas avoir aujourd'hui pour plus de 1650 millions de francs de pièces de cent sous françaises.*

Oui, c'est là un maximum, un maximum dont le stock réel de l'Union ne peut ni dépasser, ni même atteindre la limite, de sorte que pour serrer de plus près la vérité, il convient même de réduire un peu le chiffre obtenu. Nous raisonnerons donc ici sur un stock probable de 1550 millions de francs, d'autant que les deux enquêtes précédentes, traitées de la même manière, aboutissent seulement à 1520 millions (enquête de 1878) et à 1565 millions (enquête de 1885) (1).

En tout cas, n'oublions pas que les 1650 ou 1550 millions dont il s'agit ici s'appliquent, non pas à la France seule, mais à l'intégralité de l'Union latine, puisque évidemment ce n'est que dans ce périmètre total que peuvent se retrouver, à peu près complets, les 125 millions d'écus frappés en France depuis le 1er janvier 1867.

En supposant admises les conclusions qui précèdent, une seconde question se pose tout naturellement.

Sur ces 1550 millions de francs en écus français dont l'Union latine paraît encore nantie, quelle est la part de la France en particulier?

Nous ne ferons qu'indiquer, pour ne pas abuser de la patience d'un auditoire bienveillant, les ventilations assez délicates auxquelles il faut avoir ici recours. Si tous les États qui font partie de l'Union latine étaient également pourvus d'argent français — tant par tête — on n'aurait qu'à comparer les populations. Mais il y a, d'abord, certaines éliminations à faire. La Grèce, par exemple, ne connaît plus la pièce de cent sous que de réputation : le papier-monnaie y a depuis longtemps supplanté le métal. Et pour l'Italie la situation est presque la même. Nos voisins du sud-est, de leur propre aveu, n'ont plus que quelques dizaines de millions en écus : c'est peu de

(1) Il ne faut pas trop s'étonner de voir les évaluations obtenues progresser ainsi quelque peu d'un recensement à l'autre. Depuis que la valeur du métal blanc a commencé à baisser, ceux de nos écus qui avaient émigré sans changer de forme ont tout intérêt à réintégrer leur pays d'origine et il nous en est revenu un bon nombre de l'étranger.

chose pour un État de cette importance; et comme les *scudi* au nom de Victor-Emmanuel ou d'Humbert sont ceux qu'on doit retenir de préférence à Rome, à Naples, à Milan, on peut vraiment faire abstraction des rares effigies françaises qui se trouveraient encore égarées de l'autre côté des Alpes.

Restent la Suisse avec ses 3 millions d'âmes et la Belgique avec ses 6 millions... C'est, à peu de chose près, la sixième partie de l'effectif total qu'on obtient en additionnant les populations de la France, Algérie comprise, de la Suisse et de la Belgique.

Mais l'encaisse de la Banque de France n'a pas d'équivalent à Bruxelles ni à Berne. Puis des comptages récents nous montrent que les écus français entrent pour une moindre part dans la circulation belge et surtout dans la circulation suisse que dans la circulation française. Voici les proportions observées, avec indication des sources et des dates :

	Circulation française (12 avril 1891)	Circulation belge (25 juillet 1893)	Circulation suisse (juillet 1892)
Écus français. . .	68,5 0/0	52,5 0/0	27,5 0/0
Écus belges. . . .	12,5 0/0	38,5 0/0	9,1 0/0
Écus italiens. . .	17,3 0/0	8,7 0/0	57,4 0/0
Écus suisses. . .	0,4 0/0	0,1 0/0	5,0 0/0
Écus grecs. . . .	1,2 0/0	0,2 0/0	1,0 0/0

En combinant ces divers éléments d'appréciation, nous arrivons à cette conclusion qu'il peut y avoir hors de nos frontières un bon dixième du stock total de 1550 millions de francs. Si nous ne retranchons de ce chef que 150 millions, il restera pour la France seule (avec l'Algérie) 1400 millions, chiffre rond, et ce sera encore une évaluation plutôt large qu'insuffisante.

La France donc, sur les 6 milliards en écus français qu'elle a frappés depuis la Révolution, n'en aurait conservé que pour 1400 millions de francs tout au plus. Et, comme la Banque de France en détient pour 800 millions environ, il en circulerait, chez nous, hors de la Banque, pour environ 600 millions.

Voilà ce que la France aujourd'hui peut avoir d'écus français.

Maintenant nous savons qu'aux écus français se mêlent, en proportions considérables, et dans l'encaisse de la Banque de France et ailleurs, les écus étrangers auxquels le pacte latin ouvre notre circulation. Pour l'encaisse de la Banque, il nous a été fourni des chiffres précis et récents; pour le reste de notre stock d'écus, nous avons les proportions, presque aussi nettes, résultant de nos recensements périodiques; et en utilisant ces diverses données, nous arrivons à établir comme suit le stock des pièces de cent sous, nationales ou autres, existant en France à l'heure actuelle :

Écus de cinq francs existant en France.

	A la Banque	Hors de la Banque	Valeur totale
		Millions de francs	
Écus belges	233	112	345
Écus italiens	173	155	328
Écus suisses	4	3	7
Écus grecs	7	8	15
TOTAL DES ÉCUS ÉTRANGERS	417	278	695
Écus français	794	606	1.400
TOTAL GÉNÉRAL	1.211	884	2.095

Comme il convient de ne pas laisser à ces chiffres plus de précision qu'ils n'en comportent, nous dirons simplement que la France doit posséder actuellement :

1° Moins de 1 milliard et demi de francs en écus français;

2° De 320 à 370 millions de francs en écus belges tout au plus;

3° De 300 à 350 millions de francs en écus italiens;

4° De 6 à 8 millions de francs en écus suisses;

5° Pas loin de 15 millions de francs en écus grecs.

Soit un stock total qui peut, à la rigueur, dépasser un peu 2 milliards, mais qui ne doit pas atteindre 2 milliards un quart, à plus forte raison 2 millards et demi.

Et ce qui prouve bien que nous sommes là en présence d'un maximum, c'est que si l'on voulait aller au delà, il faudrait supposer, les proportions comparatives restant les mêmes, que la France détient plus d'écus grecs et suisses qu'il n'en a jamais été fabriqué, et même plus d'écus italiens qu'il n'en peut subsister en l'an de grâce 1893.

En fixant à 2 milliards net notre stock total d'écus, nous serions probablement très près de la vérité. Et même avec nos monnaies d'argent divisionnaires françaises, belges, italiennes, suisses et grecques (1), nous croyons que l'on resterait fort en deçà de 2.500 millions.

(1) Les recherches auxquelles nous a convié la conférence monétaire qui s'est réunie à Paris en octobre 1893 et qui a abouti à la convention du 15 novembre nous avaient amené, pour les monnaies divisionnaires d'argent, aux évaluations suivantes :

Pièces :	Contingents fixés en 1885.	Frappes effectuées.	Sommes restant à frapper.	Existences probables en France.
		millions de francs.		
Françaises	264	251,9	12,1	182
Belges	40,8	40,8	néant	18
Suisses	25	22	3	10
Grecques	15	10,8	4,2	5
Italiennes	202,4	202,4	néant	85
	547,2	527,9	19,3	300

La convention même du 15 novembre 1893, ratifiée en mars 1894, va changer cela.

Certes, notre estimation paraît bien modeste quand on la compare à celles de MM. Ottomar Haupt, Kleinman et autres, qui mettent bravement un ou deux milliards de plus.

Cependant, c'est quelque chose que 2.000 millions de francs en pièces de cent sous. Comme 200 francs de notre monnaie blanche font juste un kilogramme, 2 milliards en écus représenteraient un poids de 10 millions de kilogrammes ou 10.000 tonnes.

Si donc on voulait faire voyager par chemin de fer notre stock total de pièces de cinq francs, tel que nous venons de le chiffrer, il faudrait mettre en ligne plus de 1.000 wagons lourdement chargés; et cela formerait un train de près de deux lieues de long. Sauf l'Inde anglaise peut-être, aucun pays du monde ne trouverait dans sa circulation une pareille masse d'argent monnayé.

Que si la France possédait réellement, comme le soutiennent nos contradicteurs, pour 3 milliards et demi d'écus, ce chiffre serait par rapport à nos besoins si disproportionné que l'invraisemblance d'une telle hypothèse suffit presque pour la condamner. Avec 3 milliards et demi en pièces de cent sous, déduction faite des 1200 millions de la Banque de France, il resterait dans la circulation proprement dite pour 2300 millions d'écus, soit environ 60 francs par tête ou 300 francs par famille. Or, il est bien peu de ménages qui aient pour 100 francs seulement de ces grosses pièces blanches et les maisons de commerce elles-mêmes ne les amassent guère, sachant combien le client répugne à se charger d'une monnaie massive, encombrante et dépréciée.

Il faut ajouter que si, comme le professe M. Haupt, le public français avait deux fois autant d'écus que la Banque de France, l'encaisse de la Banque, avec une telle marge, subirait nécessairement des oscillations d'une assez grande amplitude, tandis que, en fait, le chiffre de son encaisse-argent varie extrêmement peu.

Aussi bien, nous avons lieu de croire que personne à la Banque, ni les théoriciens, ni les praticiens, n'a jamais pris au sérieux les 3 milliards et demi d'écus dont certaines plumes créditent si libéralement notre pays : tout au plus ces messieurs iraient-ils à 2 millards et demi, soit 1 milliard de moins; et, ce faisant, nous croyons qu'ils se montreraient encore trop généreux.

M. A. BOULÉ

Inspecteur général des Ponts et Chaussées, à Paris.

LE CANAL DU MIDI

— Séance du 7 août 1893 —

M. Boulé, après avoir fait l'historique du canal du Midi et du canal latéral à la Garonne, expose la situation actuelle. La Compagnie des chemins de fer du Midi se borne à percevoir sur ces canaux des taxes de péage très élevées, qui ne couvrent pas les dépenses parce qu'elles sont prohibitives.

Ces péages s'élèvent à 3 et 4 centimes; et même plus, par tonne et par kilomètre; le tarif moyen perçu sur les deux canaux en 1885 s'élevait à 0 fr. 0312 (Picard, *Traité des Chemins de fer*, 1er volume, page 345). C'est un droit prohibitif, supérieur au prix de transport auquel il s'ajoute; aussi le trafic est bien faible. De plus de 60 millions de tonnes kilométriques sur le canal du Midi et 50 millions sur le canal latéral en 1856, il est tombé en 1892 à 16 millions sur le premier et 17 millions sur le second. M. Picard, dans son *Traité des Chemins de fer* (1er volume, page 340), n'hésite pas à dire que le gouvernement a commis une grave faute économique en stérilisant ainsi l'œuvre de Riquet et le canal latéral pour lequel il avait dépensé plus de 60 millions.

On parle encore parfois de la construction d'un canal maritime des deux mers. Cette entreprise a été jugée chimérique par tous les hommes compétents, au congrès de Toulouse et ailleurs; mais le meilleur moyen de faire cesser l'agitation que l'on fait encore au sujet de cette utopie serait d'utiliser le canal de Riquet, qu'on appelait autrefois le « canal royal des deux mers ».

Les représentants autorisés de la région du Midi ont réclamé maintes fois l'abaissement, sinon la suppression, des taxes prohibitives que perçoit la Compagnie du Midi sur les bateaux qui circulent sur ses canaux; des négociations ont été entamées avec la Compagnie, mais elle réclame des indemnités considérables, craignant de voir diminuer les recettes du chemin de fer.

Et si on supprimait les taxes de péage sur le canal latéral à la Garonne,

comme on l'a fait sur toutes les voies navigables de France non concédées, il faudrait racheter en même temps le canal du Midi : la loi du 5 août 1879 l'a d'ailleurs décidé en principe, et l'expérience faite après l'ouverture du chemin de fer de Bordeaux à Cette a prouvé que le canal ne pouvait pas supporter la concurrence du chemin de fer. Les actionnaires du canal eussent été ruinés si le décret du 21 juin 1858 n'en avait pas autorisé l'affermage à la Compagnie du chemin de fer.

M. Boulé estime que les mêmes faits se reproduiraient si l'on se bornait à supprimer les péages sur les deux canaux. Le trafic n'augmenterait pas, car il ne se trouverait pas de Compagnie de batellerie pour tenter de faire concurrence au chemin de fer. D'ailleurs, s'il s'en trouvait, la concurrence serait préjudiciable aux deux concurrents.

Suivant lui, on ne doit pas chercher à mettre les canaux du Midi en concurrence avec le chemin de fer de Bordeaux à Cette; mais la Compagnie qui les administre doit leur appliquer le principe de la division du travail, transporter sur rails les marchandises qui peuvent supporter les tarifs de ce mode de transport et les autres sur le canal, à moindres prix, mais plus lentement.

M. Boulé estime que la Compagnie du Midi est aujourd'hui seule capable de le faire et que c'est d'ailleurs son devoir; car si on lui a concédé le canal latéral et affermé le canal du Midi, ce n'est pas pour les stériliser, mais pour les exploiter et les faire fructifier en y faisant des transports, comme elle en fait sur ses rails, moyennant des tarifs et dans des délais déterminés.

Il lui faudrait, pour cela, créer un matériel de batellerie perfectionné, pour remplacer celui qui a peu à peu disparu depuis 1858 : cette dépense de premier établissement, comme celle d'exploitation, serait garantie par l'État; mais elle l'est déjà et, loin d'augmenter, la charge de l'État diminuerait.

En 1892, les dépenses d'exploitation faites par la Compagnie du Midi sur les canaux se sont élevées à	Fr.	1.118.856,67
et les charges de l'affermage du canal du Midi à		942.048,44
TOTAL. .	Fr.	2.060.905,11
Les recettes totales perçues sur les canaux se sont élevées à.	Fr.	1.590.939,47
La perte a donc été de	Fr.	469.965,64

et elle est comprise dans les 18 millions que la Compagnie demande à l'État au compte de la garantie pour l'exercice 1892.

M. Boulé est convaincu que si la Compagnie faisait des transports sur ses canaux, comme elle le fait sur ses rails, moyennant des tarifs plus

faibles, mais avec des délais plus longs, beaucoup de marchandises qui ne peuvent supporter les tarifs actuels afflueraient au canal. Si les tarifs étaient bien combinés, l'exploitation des canaux produirait un bénéfice, au lieu de la perte actuelle de près de 500:000 francs, et l'on donnerait ainsi à toute la région desservie les légitimes satisfactions qu'elle réclame depuis si longtemps.

Et il ne faut pas craindre de voir les produits nets du chemin de fer diminuer. Les marchandises qui préféreraient le canal aux rails donneraient un bénéfice net supérieur à celui qu'on peut réaliser en transportant sur rails, aux prix réduits des tarifs spéciaux, les marchandises lourdes ou encombrantes.

M. L.-L. VAUTHIER

Ingénieur des Ponts et Chaussées, à Paris.

QU'EST-CE QU'UN IMPOT PROGRESSIF

— Séance du 7 août 1893 —

L'idée d'impôt progressif flotte aujourd'hui dans les esprits. Pour les uns, c'est une panacée; pour les autres, un épouvantail.

D'où viennent ces appréciations si opposées? Il n'est peut-être pas inutile de le rechercher.

La grande inégalité des fortunes engendre forcément les deux notions de *superflu* et de *nécessaire*. Les uns ont trop, les autres pas assez. L'impôt proportionnel, qui frappe chacun dans le même rapport, paraît injuste. Quand le fisc prélève 1 0/0 sur le pauvre, il devrait prélever plus de 1 0/0 sur le riche. Le taux du prélèvement, en un mot, devrait croître avec la valeur en capital ou en revenu de l'élément imposable. Voilà ce qui attire à l'impôt progressif beaucoup de ses partisans.

D'où vient l'effroi, réel ou simulé, des autres? Le mot *progressif* en est la cause ou le prétexte. Et l'objection prend le plus souvent cette forme : rien n'arrête une progression ; une fois le principe admis, à une certaine limite, vous arrivez à tout prendre; — l'impôt progressif conduit à la spoliation.

Ces dernières articulations n'ont pas le sens commun. Essayons d'é-

claircir la question. Nous verrons ensuite s'il n'est pas des cas où l'impôt progressif interviendrait assez naturellement.

La notion d'impôt à prélever nous lance, quant au mode à suivre, en pleine arithmétique. C'est là une de ces questions de nombres, qui, d'après l'Ecclésiaste, d'accord en ce point avec les savants grecs, régissent ou devraient régir le monde. Partisans et adversaires ne se sont guère donné de peine pour la creuser.

Les uns, les partisans, n'ont guère dépassé en invention cette formule: — de tel chiffre à tel chiffre, la valeur imposable sera frappée de tant pour cent; de tel autre chiffre à tel autre chiffre, elle le sera à un taux plus élevé, et ainsi de suite; puis on s'arrêtera brusquement quand on jugera que le taux est assez élevé, ou qu'on y sera forcé par telle ou telle circonstance, de telle sorte que la marche au delà sera simplement proportionnelle. Voyez plutôt, comme exemple, les échelles progressives qui règlent le prélèvement de la cote mobilière à Paris. Nous ne parlons pas du minimum exempt d'impôt, que beaucoup lient étroitement à la notion d'impôt progressif et qui ne s'y rattache nullement d'une façon impérative.

Quant aux autres, aux adversaires, on ne saurait leur adresser le reproche d'incorrection arithmétique; ils sont pleinement orthodoxes, au contraire; mais ils le sont trop, et donnent à gauche.

Le mot progression a, arithmétiquement, un sens très précis. Avec l'affixe *arithmétique* ou *géométrique*, ce mot désigne deux séries de nombres dont chacun s'engendre de celui qui le précède: dans un cas, par l'*addition* (progression arithmétique); dans l'autre cas, par la *multiplication* (progression géométrique), à l'aide d'un facteur *constant* dans toute l'étendue de chaque série, facteur que l'on en nomme la *raison*.

Quelque faible que soit la raison d'une *progression arithmétique*, pourvu que ce soit un nombre *positif*, la série va toujours croissant, sans que rien l'arrête, et la valeur de ses termes successifs tend ainsi vers l'infini. Il en est de même de la *progression géométrique*, pourvu que la raison soit *supérieure à l'unité*, sans quoi la progression serait décroissante, et hors d'emploi *direct* pour le cas qui nous occupe.

S'il n'existait, en fait de séries numériques, que celles classées en arithmétique sous le nom de progressions, et s'il fallait entendre par impôt progressif un impôt dont le taux de prélèvement croît selon les termes d'une progression arithmétique ou géométrique, l'objection serait formidable; et, sans aller bien loin, il est certain que si, en partant d'un tant pour cent quelconque, on faisait, par degrés successifs égaux, croître, en passant de l'un à l'autre, le taux de prélèvement de 1 0/0, on atteindrait forcément le taux de 100 0/0, et la spoliation redoutée deviendrait un fait accompli.

Heureusement, ou malheureusement, les ressources qu'offre la science des nombres ne sont pas aussi limitées. Il est possible de constituer, sans trop de peine, des séries numériques qui échappent à l'inconvénient signalé, et qui permettent, par exemple, de faire croître indéfiniment le taux du prélèvement, sans qu'il arrive à dépasser jamais un tantième déterminé.

Nous allons citer quelques spécimens de formules progressives, satisfaisant à la condition que nous venons d'indiquer, après avoir préalablement présenté quelques observations sur les procédés le plus généralement suivis en la matière, et qui sont défectueux par beaucoup de points.

Le plus souvent, avons-nous dit, on partage la matière imposable en groupes égaux ou inégaux échelonnés, que l'on frappe par l'impôt suivant des taux croissant eux-mêmes par degrés égaux ou inégaux, — le tout dans le genre du petit tableau suivant :

Valeurs de la matière imposable.	Taux du prélèvement.
De zéro à 500 francs	5 0/0
— 500 francs à 1.000 francs	10 0/0
— 1.000 — à 1.500 —	15 0/0
— 1.500 — à 2.000 —	20 0/0
Etc.	Etc.

Il arrive même souvent que, au lieu de reproduire, comme limite inférieure, dans les groupes qui suivent le premier, le nombre qui forme la limite supérieure du groupe précédent, on augmente ce nombre d'une unité, de façon à écrire, par exemple, à la seconde ligne, de 501 francs à 1.000 francs.

Cela a très probablement pour objet de bien établir que tout ce qui excède 500 francs est passible du prélèvement supérieur à 5 0/0, mais on ne réfléchit pas que cette précaution pourrait avoir pour effet d'affranchir de tout impôt les valeurs imposables comprises entre 500 francs et 501 francs, si les lois de finance étaient interprétées, comme cela devrait être, avec le rigorisme de ce juge anglais, qui se refusait à condamner un délinquant ayant volé *deux* moutons parce qu'il ne trouvait, dans son code, de peine édictée que pour le vol d'*un* mouton.

Quoi qu'il en soit, cette disposition, qui fait, à chaque limite, faire un saut brusque au prélèvement, entraîne forcément à sa suite cette conséquence que les valeurs imposables placées au voisinage ont, plus que dans le courant de l'échelle, un intérêt marqué à s'amoindrir, d'où une tendance à la fraude et à la dissimulation.

Ajoutons que, dans le cas où le prélèvement comporte un minimum exempt d'impôt, ainsi qu'il arrive dans la taxation de la cote mobilière

de la ville de Paris, il ressort du mode d'opérer usuel un phénomène étrange. Dans une certaine étendue de l'échelle au-dessus du minimum exempt, ce qui reste au contribuable après déduction de l'impôt descend au-dessous de ce minimum, qui pour lui devient un leurre. A Paris, en général, au-dessus du minimum exempt, fixé à 500 francs, le prélèvement commence au taux de 6 0/0. Avec ces valeurs numériques, il est facile de se rendre compte que, de 500 francs à 531 fr. 915, la valeur du loyer frappé descend, après déduction de l'impôt supporté, au-dessous du minimum qu'on a prétendu exempter.

Ce sont là de minimes détails. Ils accusent toutefois d'incorrection les procédés qui les engendrent. La continuité des prélèvements paraît seule conforme au bon ordre aussi bien qu'à la saine notion de justice distributive; et l'on ne peut guère s'expliquer l'emploi de procédés qui en éloignent que par la crainte, fausse bien souvent, de tomber dans des calculs trop compliqués.

Ces observations critiques faites, arrivons aux spécimens pratiques de prélèvements progressifs que nous avons annoncés.

Un premier exemple de ce genre, parfaitement correct, nous sera fourni, dans le cas d'un minimum exempt d'impôt, par un prélèvement de taux uniforme frappant, non la totalité de la valeur imposable, mais la partie de cette valeur qui excède le minimum exempt. Le procédé est fort simple; il semble même se rattacher à la notion de proportionnalité, et cependant il est nettement progressif, en même temps qu'il pose au taux de prélèvement une limite infranchissable.

Si l'on représente par :

a le minimum exempt d'impôt;

t le taux fixe du prélèvement sur la partie de la valeur imposée excédant le minimum exempt;

i le montant de l'impôt prélevé;

x étant l'expression générale de la valeur imposée;

y le taux du prélèvement rapporté à la valeur totale imposée;

On a :

$$yx = i, \quad i = t(x - a);$$

d'où :

$$yx = t(x - a), \text{ et } y = t\left(1 - \frac{a}{x}\right) \qquad (1)$$

Lorsque $x = a$, $y = 0$; c'est-à-dire que le prélèvement effectif ne commence qu'au-dessus du minimum exempt d'impôt. D'autre part, le taux de ce prélèvement ne peut jamais dépasser t, car, quelque grand que soit x, la fraction $\frac{a}{x}$, toujours positive, ne devient jamais nulle; de telle sorte que y reste toujours inférieur à t.

Au-dessus de a, pour des valeurs de x croissant par degrés égaux, l'accroissement de y, d'abord assez rapide, va se ralentissant. C'est ainsi que l'on a :

Pour $x = \frac{11}{10}a$, $y = \frac{1}{11}t$;	Pour $x = \frac{19}{10}a$, $y = \frac{9}{19}t$;
» $x = \frac{12}{10}a$, $y = \frac{2}{12}t = \frac{1}{6}t$;	» $x = 2a$, $y = \frac{1}{2}t$;
» $x = \frac{13}{10}a$, $y = \frac{3}{13}t$;	» $x = 3a$, $y = \frac{2}{3}t$;
» $x = \frac{14}{10}a$, $y = \frac{4}{14}t = \frac{2}{7}t$;	» $x = 4a$, $y = \frac{3}{4}t$;
» $x = \frac{15}{10}a$, $y = \frac{5}{15}t = \frac{1}{3}t$;	» $x = 5a$, $y = \frac{4}{5}t$;
» $x = \frac{16}{10}a$, $y = \frac{6}{16}t = \frac{3}{8}t$;	» $x = 10a$, $y = \frac{9}{10}t$;
» $x = \frac{17}{10}a$, $y = \frac{7}{17}t$;	» $x = 50a$, $y = \frac{49}{50}t$;
» $x = \frac{18}{10}a$, $y = \frac{8}{18}t = \frac{4}{9}t$;	» $x = 100a$, $y = \frac{99}{100}t$;

et ainsi de suite.

Cette formule progressive si simple a pourtant un défaut, celui d'être très raide. Une fois a et t déterminés, les valeurs de tous les prélèvements sont rigoureusement fixées, suivant une marche qui peut ne pas convenir dans tous les cas de la pratique. On peut trouver des formules plus souples par le procédé que nous allons décrire.

Nous avons écarté plus haut l'emploi direct des progressions géométriques décroissantes, pour obtenir des échelles ayant le caractère inverse. Mais, par une de leurs propriétés essentielles, ces progressions vont indirectement nous servir.

Soient les x termes, x étant quelconque, d'une progression géométrique décroissante commençant par 1 et dont la raison r est plus petite que l'unité ;

$$1,\ r,\ r^2,\ r^3,\ r^4,\ \ldots\ r^{x-1}$$

Et considérons, non la valeur des termes successifs, mais la somme de un, deux, trois, etc., de ces termes ; nous aurons les groupes suivants :

$$1$$
$$1 + r$$
$$1 + r + r^2$$
$$1 + r + r^2 + r^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$1 + r + r^2 + r^3 + \ldots + r^{x-1}$$

Or, on sait, en arithmétique, que la somme y d'un nombre quelconque x des termes d'une telle progression a pour expression :

$$y = \frac{1 - r^x}{1 - r} \qquad (2)$$

et que, d'autre part, quoique la somme y croisse sans cesse, elle tend numériquement, — r^x devenant nul lorsque x est supérieur à toute grandeur donnée, — vers une certaine limite L, qu'elle ne peut jamais dépasser, et dont l'expression est, dans l'espèce :

$$L = \frac{1}{1 - r}, \text{ d'où } r = 1 - \frac{1}{L}.$$

En substituant cette valeur de r dans la relation (2), celle-ci devient :

$$y = L\left[1 - \left(1 - \frac{1}{L}\right)^x\right]; \qquad 3$$

formule progressive, qui donne : pour $x = 0, y = 0$; pour $x = 1$, $y = 1$ et dont le second terme, toujours inférieur à L, n'atteint cette valeur que quand x devient infini.

En prenant y pour expression du taux de prélèvement suivant lequel frapper une matière imposable quantitativement désignée par x, et assignant à L diverses valeurs, nous formerons le tableau ci-contre, lequel donne les valeurs croissantes de y, corrélativement à celles de x, pour trois valeurs différentes de la limite L, qui ne doit jamais être franchie.

Si l'on veut bien remarquer, conformément aux observations portées au tableau :

En premier lieu, que la valeur numérique des termes échelonnés exprimant la matière imposable (première colonne), est absolument facultative;

En second lieu, que les nombres fractionnaires inscrits dans les colonnes de 2 à 4, ne font qu'exprimer les rapports des prélèvements successifs avec le taux de 1 0/0 attribué, non obligatoirement, à celui en correspondance avec l'unité de matière imposable;

En troisième lieu, enfin, que la valeur assignée à la limite L peut être quelconque, à la condition de ne pas dépasser 100 0/0;

On reconnaîtra que la formule (3) peut fournir une myriade d'échelles de prélèvements progressifs, parfaitement continues, soustraites à tout arbitraire, faciles à définir en langage ordinaire, pouvant se plier à de nombreuses conditions imposées par des convenances pratiques, et échappant toutes à l'écueil de l'absorption intégrale de la valeur imposable, dont elles ne prennent jamais plus qu'une fraction assignée par avance.

TABLEAU indiquant la croissance des taux de prélèvement avec l'ascension de la valeur imposable, par rapport à celle frappée du prélèvement de 1 0/0, suivant que la limite est dix, vingt ou cinquante fois plus forte que cette dernière valeur.

VALEUR IMPOSABLE	TAUX DU PRÉLÈVEMENT			OBSERVATIONS
	L = 10 0/0 $r = 0.90$	L = 20 0/0 $r = 0.95$	L = 50 0/0 $r = 0.98$	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0	zéro	zéro	zéro	Les nombres inscrits dans la première colonne correspondent à des valeurs imposables croissant par degrés égaux, l'unité pouvant représenter, à volonté, 1 fr., 10 fr., 100 francs, etc., ou tout autre nombre de francs quelconque. De même, à l'unité de la première colonne peuvent correspondre, dans les trois autres, au lieu de 1 0/0, des prélèvements de 0,1 0/0, 0,01 0/0, etc., ou tous autres prélèvements tels que 0,2 0/0, 0,3 0/0, etc., ou encore 2 0/0, 3 0/0, etc. Seulement, dans ces divers cas, les prélèvements qui suivent devraient être respectivement multipliés : dans le premier cas, par 0,1, 0,01, etc.; dans le second, par 0,2, 0,3, etc.; dans le troisième, enfin, par 2, 3, etc., les limites assignées variant elles-mêmes en conséquence.
1	1 0/0	1 0/0	1 0/0	
2	1.900	1.942	1.980	
3	2.710	2.852	2.940	
4	3.429	3.710	3.880	
5	4.095	4.524	4.800	
6	4.686	5.298	5.645	
7	5.207	6.034	6.590	
8	5.699	6.732	7.460	
9	6.126	7.396	8.310	
10	6.513	8.026	9.145	
20	8.470	12.832	16.615	
30	9.576	15.708	22.720	
40	9.852	17.430	27.705	
50	9.948	18.462	31.785	
100	9.999	19.880	43.368	
00	»	19.999	49.120	
300	»	»	49.385	
500	»	»	49.999	

Notons que nous avons, jusqu'à ce moment, parlé de la formule (3) comme s'il n'y avait pas de minimum exempt d'impôt. S'il y en a un, — ce que la formule n'exclut en aucune façon, — il faut entendre que les prélèvements ne s'appliquent qu'à la part excédante, et que c'est cette part qui forme les termes de la colonne (1). Cette circonstance met dans les mains un nouvel et précieux élément de souplesse des prélèvements rapportés à la valeur totale de la matière imposable.

Les spécimens ci-dessus sont loin d'être les seuls qu'on puisse imaginer; et, s'il le fallait, avec quelque complication de plus, on en trou-

verait d'autres qui, au lieu d'avoir, comme ceux ci-dessus, leur plus rapide mouvement de croissance au bas de l'échelle, l'auraient vers une région quelconque de cette échelle assignée par avance.

Quant aux spécimens cités, nous les avons pris parce que nous les avions sous la main; et nous ajouterons qu'en 1851 (1), à l'aide d'une formule analogue à la formule (3), en partant du groupement des cotes immobilières tel qu'il était en 1847, nous montrions qu'on pouvait, en fixant à 1.000 francs le minimum exempt d'impôt, obtenir, par une échelle allant de 20 0/0 à 48 0/0, un rendement égal à celui que produisait alors l'impôt foncier de répartition.

Ce que démontrent surabondamment les quelques développements qui précèdent, c'est que l'argument *achille* des *anti-progressistes*, pour parler comme on eût fait au temps où l'on argumentait *in baroco* et *in barbara*, leur échappe entièrement. Il est absolument faux que la notion de progressivité entraîne forcément ou un illogique arrêt brusque, ou l'absorption complète de la matière imposable.

En résulte-t-il que cette notion doive pratiquement prendre place dans l'appareil financier moderne? C'est là une autre question qui n'est pas comprise dans notre sujet, et dont nous dirons à peine un mot.

Nous avons déjà cité l'échelle progressive appliquée, dès avant 1848, au prélèvement de la cote mobilière parisienne. D'autres villes de France ont imité Paris. Mais il est un impôt spécial, que de nombreux esprits, ni utopistes ni spoliateurs, rêvent de frapper d'un prélèvement progressif; nous avons désigné l'impôt sur les successions. Des projets plus ou moins bien digérés fourmillent à ce propos.

Il s'agit là d'une matière imposable présentant une large base annuelle, dont l'amplitude, pour la France, atteignait, en 1891, près de 6 milliards. Le passif, qu'il est juste de déduire, est-il soustrait de ce chiffre? Nous ne le pensons pas. Mais, après déduction, il resterait toujours une somme extrêmement considérable. C'est là qu'avec des minimums exempts d'impôt, différents, suivant qu'il s'agit de ligne directe ou de lignes collatérales, on aurait l'emploi d'échelles progressives à ascension plus ou moins rapide, tendant vers des limites d'autant plus rapprochées de 100 0/0, que le degré successoral serait plus éloigné.

Les ressources que le fisc trouverait dans des prélèvements frappant fortement les gros héritages constitueraient, pour les autres impôts, un allégement qui pourrait être très considérable, et serait préférable à toute autre taxe pesant sur le travail actuel. Et la progressivité habilement graduée permettrait, — en échappant à l'objection courante naissant de la crainte d'affaiblir, chez l'homme travaillant pour lui et les siens, le si

(1) *De l'impôt progressif*, étude de l'application de ce mode de prélèvement à un impôt quelconque.

utile ressort de l'activité individuelle, — d'opposer, dans une certaine mesure, une digue à la déplorable et anti-sociale concentration, dans certaines familles, de capitaux n'ayant avec le travail que des rapports d'origine extrêmement éloignés.

M. Abel RAVIER

Examinateur au Crédit Foncier, à Paris.

DES MOYENS DE FACILITER L'ACCÈS DE LA PROPRIÉTÉ FONCIÈRE AUX OUVRIERS

— Séance du 7 août 1893 —

I

S'il est une question qui soit digne de préoccuper à un haut degré tous les hommes de cœur sans exception, c'est bien celle des habitations ouvrières. Il ne semble pas, en effet, que dans les temps modernes il en existe de plus importante et dont les conséquences soient plus étendues.

Je demande, en conséquence, la permission d'en entretenir quelques instants l'Association française.

Revenant sur ce qui a déjà été dit à ce sujet, je pourrais retracer les misères engendrées par le fléau des logements exigus et sans air où des familles entières s'atrophient ; j'étalerais devant vous le sombre tableau des vices et des haines qui se contractent dans les taudis ouvriers, je n'aurais pour cela qu'à me servir des poignantes descriptions des Jules Simon, des Georges Picot, des Cheysson et de tant d'autres hommes dévoués aux intérêts de la classe ouvrière.

Mais tous ces détails sont aujourd'hui connus.

Il leur a été donné une large publicité en vue de faire sortir de leur torpeur les bourgeois aveugles qui ne voyaient pas le péril qui les menaçait.

Ce qu'il faut maintenant, c'est mettre en œuvre les précieux concours obtenus à force de persévérance et remédier enfin dans la plus large mesure possible au lamentable état de choses signalé tant par les hygiénistes que par les économistes.

II

Il est regrettable de constater que la France a été ici de beaucoup distancée par les pays voisins.

Mais il est consolant de voir qu'aujourd'hui la question des maisons ouvrières occupe un rang très honorable dans les préoccupations de notre démocratie, et je dois dire que sous la puissante impulsion de la Société française des habitations à bon marché, des progrès notables ont déjà été réalisés.

Je ne parlerai que d'un côté de la question, à savoir, des moyens de faciliter à l'ouvrier des villes l'accession à la propriété d'une maison pour son habitation.

Dans les centres usiniers, à Mulhouse, à Anzin, à Noisiel, à Blanzy, à Montceau-les-Mines et dans certaines localités où travaillent des ouvriers ou employés de diverses Compagnies de chemins de fer, à Oullins, à Laqueuille, des cités ouvrières ont été créées grâce au concours éclairé d'industriels et de Sociétés immobilières.

Dans les villes, au contraire, la situation est, la plupart du temps, tout autre.

L'ouvrier y est isolé, livré à lui-même en ce qui concerne le logement. Le patron lui procure du travail et lui paye son salaire; hors de là, il ne s'occupe pas de lui.

Il en résulte que cet ouvrier, soumis aux exigences de capitalistes sans scrupules, est pressuré, rançonné dans de scandaleuses proportions et qu'il ne trouve à se loger que dans des conditions désastreuses.

Comment voulez-vous qu'avec cet état de choses il ne devienne pas anarchiste et révolutionnaire :

« L'ouvrier chassé parce qu'il a trop d'enfants », écrit avec autorité M. Cheysson, « celui qui les voit lentement minés par cette malaria » parisienne plus délétère que celle des marais Pontins, conçoit contre » l'état social dont il se dit la victime, des ressentiments farouches dont » l'explosion n'est qu'une affaire d'occasion et de circonstances.

» Toutes les classes, même les plus hautes, sont donc mises en péril à » la fois dans leur sécurité et dans leur santé par cette double infection » qui suinte des murs du taudis. A défaut d'un sentiment plus humain » et plus élevé, le souci de la conservation personnelle ne leur permet pas » de se désintéresser de ce douloureux problème. »

Le moyen le plus efficace pour faire de cet ouvrier un homme d'ordre et de responsabilité, c'est de le rendre propriétaire.

Lord Beaconsfield l'a dit fort justement : « La meilleure garantie de la

civilisation est le logement. C'est l'école de toutes les vertus domestiques. Sans un intérieur agréable, l'exercice de toutes ces vertus est impossible. »

III

Pour arriver à ce but, bien des moyens ont été proposés, d'heureux essais ont été faits à Paris, au Havre, à Marseille, à Belfort, à La Rochelle, à Saint-Denis, à Puteaux, à Limoges, à Nancy, à Orléans.

Mais il reste beaucoup à faire.

Délimitons la question.

Il est tout d'abord certain que ces créations ne peuvent s'adresser, dans les villes, qu'à l'élite de la classe ouvrière, à des hommes qui gagnent de 5 à 8 francs par jour.

Toutefois, étant donné que le nombre des ouvriers qui obtiennent ces salaires dans les villes est relativement assez élevé, il s'ouvre devant nous un champ d'action très vaste.

Nous admettrons que l'ouvrier ne peut consacrer à la dépense du logement qu'environ le sixième de son salaire, soit avec un gain de 6 francs par jour 365 francs par an et avec un gain de 7 francs par jour 425 francs par an.

Reste à savoir si ces sommes sont suffisantes pour permettre à l'ouvrier de devenir propriétaire d'une maison pour son habitation.

Nous répondons affirmativement sans aucune hésitation.

Cependant, pour aboutir au succès, diverses conditions doivent être réunies.

Il faut en premier lieu que les constructions soient élevées dans les banlieues, là où les terrains sont à bon marché, et que les communications avec la ville y soient rapides et peu coûteuses ; il est essentiel, en second lieu, que le paiement du prix et des charges annuelles se répartisse sur une période suffisamment longue pour ne pas dépasser le sixième du salaire.

Il paraît donc indispensable d'user ici de moyens spéciaux. Les difficultés avec lesquelles les Sociétés existantes sont aux prises viennent précisément de ce qu'elles ont suivi les modes de ventes par annuités ordinairement employés sans les fortifier de procédés nouveaux.

« Les directeurs de la Société Immobilière d'Orléans confessent que la » mort depuis dix ans n'a pas enlevé moins d'une vingtaine de chefs de » famille laissant par suite dans le dénûment et dans l'embarras des » veuves et des orphelins. Des difficultés sérieuses ont surgi du fait de ces » malheureuses circonstances : crise industrielle, manque de ressources,

» charges de famille. — Il a fallu que les administrateurs s'ingéniassent » pour parer à cette situation nouvelle et imprévue. »

Il ne faut pas oublier, en effet, que l'ouvrier, même celui qui est travailleur et honnête, peut être soumis à des chômages pour une cause ou pour une autre, par exemple à Besançon par suite de la crise horlogère; il peut mourir laissant derrière lui une nombreuse famille sans ressources. Si ces événements se produisent, il faudra vendre la maison. Le but que nous cherchons à saisir, au point de vue économique et social, c'est-à-dire la permanence du « home », du foyer familial, ne sera pas atteint.

Pour éviter ces inconvénients et permettre à l'ouvrier d'asseoir sa propriété sur des bases solides, il est, par suite, indispensable de faire usage de combinaisons d'une souplesse suffisante pour se plier à toutes les nécessités.

La loi due à la généreuse initiative de la Société française des habitations à bon marché constitue déjà dans cette voie un pas en avant considérable.

Par les comités de patronage qu'elle suscitera dans chaque département à l'exemple de ceux institués par la loi belge de 1889, elle encouragera la construction par les Sociétés coopératives, par les Sociétés anonymes de construction et de crédit et par les particuliers de maisons salubres et à bon marché destinées à être louées aux employés, artisans et ouvriers industriels et agricoles ou à leur être vendues soit au comptant, soit par paiements fractionnés.

D'autre part, elle procurera de l'argent à bas prix à ces Sociétés, en autorisant les Caisses d'épargne privées, la Caisse des dépôts et consignations, la Caisse nationale de la vieillesse, la Caisse d'épargne postale, les bureaux de bienfaisance, les hospices et les hôpitaux, à employer en prêts hypothécaires leur fortune personnelle ou une partie de leurs dépôts ou de leur patrimoine à la construction de maisons ouvrières.

Elle affranchit de la contribution foncière, des portes et fenêtres et de la taxe des biens de mainmorte, les maisons individuelles ou collectives édifiées par les Caisses d'épargne ou les Sociétés de construction pour être louées ou vendues au moyen d'annuités aux employés, artisans et ouvriers.

Elle permet, lorsque le prix aura été stipulé payable par annuités, que la perception des droits de mutation soit effectuée en plusieurs fractions égales, sans que le nombre de ces fractions puisse être inférieur à cinq.

En outre, innovation fort heureuse empruntée à la loi belge, elle autorise la Caisse d'assurance en cas de décès, à traiter des opérations d'assurance mixte sur la vie destinées à garantir le remboursement complet, soit à une échéance déterminée, soit à la mort de l'assuré, si elle survient avant cette échéance, des annuités ou du capital des prêts consentis pour l'achat ou la construction d'une habitation.

Enfin, pour empêcher la licitation forcée de la maison et les frais exorbitants de ventes qui compromettraient l'œuvre poursuivie par la famille et la condamneraient à la précarité viagère, la loi française modifie notre régime successoral, en restreignant toutefois strictement la modification à la maison de l'ouvrier et du paysan.

Ce sont là d'excellentes dispositions et il y a tout lieu d'espérer qu'elles ne tarderont pas à être mises en pratique.

Malheureusement, dans l'application, nous nous trouverons encore en face de bien des difficultés.

Il faudra observer certains principes.

On devra éviter par-dessus tout de parquer les ouvriers des villes dans une partie déterminée des banlieues.

Le Conseil supérieur du travail, frappé des inconvénients qui résultent au point de vue social et moral de l'agglomération de maisons ou logements ouvriers, a été bien inspiré en émettant dans sa séance du 29 juin 1892 le vœu « que les habitations ouvrières individuelles soient en général construites par petits groupes isolés répartis sur divers points de la commune ».

Les maisons devront être construites de manière qu'elles ne puissent être occupées que par une famille afin d'éviter les spéculations, les fâcheuses promiscuités et les encombrements qu'on constate à Mulhouse et ailleurs.

M. Cheysson l'a déclaré nettement : « La maison est l'alvéole de la famille ; elle ne doit contenir qu'elle. »

Il importera de construire solidement, de façon que l'habitation dure assez longtemps; il serait désastreux qu'elle fût déjà en mauvais état au moment où l'ouvrier en deviendrait propriétaire.

Les jardins devront être clos économiquement de murs en briques ou en pierres plates, mais non par de simples barrières ou grilles.

IV

Après nous être enquis sur place aux environs de Paris et de plusieurs grandes villes des prix tant des terrains que du mètre superficiel de construction, nous avons acquis la conviction que des maisonnettes peuvent être construites dans les banlieues de ces villes pour un prix de revient, avec le terrain et un jardinet, de 5 à 6.000 francs, ce qui permet de mettre à la disposition de l'ouvrier gagnant de 5 à 7 francs par jour, la faculté d'en devenir propriétaire.

Mais voici dans quelles conditions, à notre avis, cette acquisition devrait avoir lieu.

Les prêts ne seraient faits par les Caisses d'épargne que dans des cir-

constances exceptionnelles; c'est avec raison que les administrateurs de ces Caisses hésitent à engager dans ces opérations des capitaux relativement importants; là n'est pas leur rôle.

Il existe dans notre pays une grande maison dont la spécialité est de prêter sur hypothèque; c'est le Crédit Foncier de France.

J'ignore pourquoi cette institution est délaissée dans notre question, pourquoi on ne lui demande pas son concours. Le mécanisme de ses prêts est pourtant très souple. L'article 56 des statuts n'autorise, il est vrai, le Crédit Foncier à prêter sur immeubles que jusqu'à concurrence de la moitié de la valeur de l'immeuble hypothéqué; mais il est facile à cette maison de faire prêter l'autre moitié par une Société immobilière aux mêmes conditions que celles qu'elle consent à ses emprunteurs. C'est ce qui se passe dans le contrat remarquable intervenu entre la Société des Immeubles de France et le Crédit Foncier en ce qui concerne les maisons ouvrières des Buttes-Chaumont à Paris.

De cette façon on se servirait, en grande partie, de moyens connus et on éviterait autant que possible d'introduire des innovations dans notre législation.

De laborieuses négociations avaient été entamées à ce sujet en 1883 entre l'État, la Ville de Paris et le Crédit Foncier en vue d'aboutir à un accord. Il serait intéressant de donner suite à ces projets.

Aujourd'hui que le taux des prêts du Crédit Foncier est réduit à 4 fr. 50 0/0, il semble qu'aucun obstacle n'empêche de poursuivre de nouvelles études dans cette voie.

Soit un terrain de 100 mètres carrés représentant à 5 francs le mètre un prix de. . . . . Fr. 500 »
et une construction élevée sur 45 mètres carrés de ce terrain à raison de 100 francs le mètre superficiel de construction. . 4.500 »

Le prix de revient de la propriété serait de . . . . . Fr. 5.000 »

Pour se libérer de ce prix, l'ouvrier prendrait à bail pendant vingt-cinq ans la propriété, avec promesse de vente ne pouvant être réalisée au plus tôt qu'au bout de dix ans. Il n'en deviendrait par conséquent propriétaire que lors du paiement de la dernière annuité. Il n'aurait à acquitter lors de son entrée en jouissance aucuns frais de vente, de transmission et d'hypothèque. La propriété appartiendrait à la Société prêteuse autre que le Crédit Foncier jusqu'au jour où l'ouvrier serait libéré de ses annuités et de tous frais.

L'annuité qu'il devrait verser se décomposerait comme suit :

1° Intérêts à 4 fr. 50 0/0 et amortissement à 2 fr. 203.672		
Revenant au Crédit Foncier. . . . . Fr. 167 59	335 18	
Revenant à l'autre Société immobilière. 167 59		
2° Prime d'assurance sur la vie d'après les calculs de M. Cheysson.	40 »	
Ensemble pour l'ouvrier gagnant 6 francs par jour. . . Fr.		375 18

Si le prix de revient de la propriété est de 6.000 francs et que l'amortissement ait lieu également en vingt-cinq ans, l'annuité se décomposera comme suit :

1° Intérêts à 4 fr. 50 0/0 et amortissement à 2 fr. 203.672		
Revenant au Crédit Foncier. . . . . Fr. 201 11	402 22	
Revenant à la Société immobilière. 201 11		
2° Prime d'assurance sur la vie d'après les calculs de M. Cheysson.	50 »	
Ensemble, pour un ouvrier gagnant 7 francs par jour. . Fr.		452 22

Les frais généraux sont couverts par les 4 fr. 50 0/0 d'intérêts ; on peut admettre qu'ils s'élèveront à 0 fr. 75 0/0 ; or, comme le prix de revient des capitaux que le Crédit Foncier et la Société immobilière se procureront pour effectuer les prêts sur maisons ouvrières pourra être d'environ 3 fr. 25 0/0, il restera encore une marge de 0 fr. 50 0/0.

Cette combinaison a l'avantage d'être simple, d'utiliser les institutions existantes et de rendre inutile la formation de Sociétés par actions dont les débuts sont toujours difficiles et dont le succès n'est pas assuré.

Les ouvriers français sont encore, quoi qu'ils en disent, trop soumis aux influences bourgeoises pour organiser de toutes pièces, comme en Angleterre et aux États-Unis, des Sociétés de construction analogues à ces admirables et puissantes *Building Societies* qui fonctionnent dans ces deux pays.

Les classes aisées ne doivent donc pas se désintéresser en France du problème des habitations à bon marché ; leur devoir est de faire comprendre aux ouvriers les avantages résultant des combinaisons mises à leur disposition.

Seulement pour donner toute sécurité aux prêteurs, il faudra prendre certaines précautions :

Les maisons ouvrières ne devraient être construites dans les banlieues des villes que sur commande, et seulement pour les ouvriers honnêtes.

D'autre part, on ferait face, par des moyens particuliers, aux pertes qui pourraient être occasionnées par le départ d'un locataire. Ainsi, on ferait verser par l'ouvrier lors de son entrée en jouissance, comme garantie de ses engagements, le vingtième du prix de revient de la propriété, soit 250 francs sur 5.000 francs ou 300 francs sur 6.000 francs, et on ne lui rembourserait lors de son départ que le tiers environ des annuités perçues.

Quant au cas de mort du chef de famille, nous avons déjà vu que la Compagnie d'assurances paierait à la Société le capital restant dû au lieu et place des héritiers; ceux-ci deviendraient donc propriétaires incommutables par le fait seul de la mort de leur auteur.

V

Une fois établi, nous voudrions que le « home » ouvrier fût protégé, jusqu'à concurrence d'une valeur de 6.000 francs, contre toute vente forcée qui serait poursuivie en exécution de jugements rendus contre le chef de famille à la requête des créanciers autres bien entendu que les Sociétés prêteuses ou que ceux dont les titres seraient antérieurs à la déclaration d'exemption légale accordée au domicile.

En d'autres mots, nous demandons qu'on introduise en France une loi de « homestead » analogue à celles si remarquables qui existent dans la législation américaine. Nous le répétons avec le regretté Léon Donnat :

« L'attrait naturel qui partout pousse les citoyens laborieux et honnêtes à posséder la maison qu'ils habitent s'augmenterait ici de la sécurité dont cette possession serait entourée. »

La vertu du « homestead » est telle que là où il existe, le nombre des ouvriers propriétaires de leur maison est considérable. A Philadelphie, sur 200.000 ouvriers plus de 50.000 habitent dans leur propriété, et la valeur des maisons ouvrières s'élève à près d'un milliard dans cette ville seule.

VI

Nous pouvons donc dire que tant que notre législation ne sera pas complète en ce qui concerne les maisons ouvrières, c'est avec une extrême lenteur qu'elles se développeront dans notre pays.

Cela est regrettable, car la réalisation, sur une vaste échelle, de nos projets serait de nature à avoir sur l'évolution sociale une influence considérable et bienfaisante.

Grâce à ce progrès, il n'y aurait presque plus de forces perdues au

cabaret, nous éviterions l'étiolement de la mère et de l'enfant et par suite le rachitisme de nombreuses séries de générations.

Il existerait plus de cohésion et plus de gaieté dans la famille, plus d'enfants, plus d'économie.

Les gains que nous ferions au point de vue de la richesse générale seraient incalculables.

Une réforme qui se présente avec des conséquences aussi étendues mérite donc les concours les plus puissants et les plus désintéressés.

M. Alfred NEYMARCK

Vice-Président de la Société de Statistique de Paris.

LA RÉFORME DES TARIFS DE CHEMINS DE FER EN 1892 ET LES GARANTIES D'INTÉRÊT

— Séance du 9 août 1893 —

I

Quels ont été pour l'État, pour les Compagnies de chemins de fer et pour le public les résultats de la grande réforme entreprise en 1892 et au succès de laquelle M. Yves Guyot, ministre des travaux publics, a tant contribué ? C'est ce qu'il est utile d'indiquer, en nous appuyant sur des chiffres sûrs et précis.

On connaît le point de départ du dégrèvement de 1892. L'État a voulu faire grand. Il a désiré tout à la fois affranchir le public de l'impôt de 10 0/0 qu'il payait sur les transports depuis 1871 ; il a voulu aussi — et c était là un des articles prévus dans les conventions de 1883 si injustement critiquées — que les Compagnies fissent les réductions de tarif auxquelles elles s'étaient engagées et en consentissent encore d'autres volontaires.

L'État sacrifiait, d'une part, 53 millions de taxes; les Compagnies, de leur côté, effectuaient 23 millions de réductions obligatoires et consentaient 19 millions de réductions nouvelles : c'était pour elles un total de 42 millions de recettes compromises.

La réforme pouvait donc enlever au Trésor et aux Compagnies 95 millions de recettes annuelles, et c'était là en tout état de cause un véritable bénéfice acquis au public, puisque tout ce qu'il ne paye pas sous forme d'impôt au Trésor, ou sous forme de taxe de transport aux Compagnies, constitue pour lui une économie qu'il peut, à sa guise, conserver ou dépenser en nouveaux voyages ou transports. Mais si la réforme avait totalement échoué, c'est-à-dire si le trafic n'avait pas augmenté d'intensité, l'État aurait dû faire face à toute la diminution des recettes, car les garanties d'intérêt se seraient accrues de tout le déficit éprouvé par les Compagnies.

Le gouvernement n'hésita pas, cependant, à proposer et à mettre à exécution cette réforme; il estimait que ces réductions seraient compensées par les progrès de l'activité commerciale et la multiplication des voyages. Il pensait que les 95 millions dont bénéficierait le public seraient dépensés en voyages ou en transports nouveaux, et que, dès lors, le Trésor et les Compagnies trouveraient leur compte dans cette diminution projetée de l'impôt et des tarifs, et recevraient d'un côté ce qu'ils perdaient de l'autre.

Ces prévisions se sont-elles réalisées? Quels ont été les résultats obtenus pendant la période de neuf mois qui s'est écoulée en 1892, sous le nouveau régime, du 1er avril au 31 décembre?

II

Le mouvement des voyageurs a été considérable. Jamais le chiffre de 1892 n'avait été atteint jusqu'ici. Il y a eu, au total, depuis le 1er avril, sur les six grands réseaux et sur celui de l'État, 30.128.053 voyageurs transportés en plus en 1892 qu'en 1891, soit une augmentation de 16,17 0/0.

L'accroissement du nombre des voyageurs par Compagnie est utile à relever :

Compagnies	Nombre de voyageurs.	Augmentation 0/0
État	775.788	10,92
Lyon	6.491.214	19,40
Nord	7.723.368	26,10
Orléans	3.463.274	18,70
Ouest	5.226.151	9,80
Est	4.512.180	13,56
Midi	1.936.078	17,99
TOTAL	30.128.053	16,17

Ces chiffres représentent près du double de l'augmentation constatée lors de l'Exposition universelle, en 1889, dans le nombre des voyageurs.

Mais il ne faudrait pas attribuer cet accroissement au seul effet de l'abaissement des tarifs (qui a été de 9 0/0 pour la première classe, 18 0/0 pour la seconde classe, 27 0/0 pour la troisième classe, et 25 0/0 et 20 0/0 pour les billets d'aller et de retour).

En moyenne, le nombre des personnes montant en chemin de fer augmente de 8 millions par an depuis 1880. En 1891, l'accroissement sur 1890 n'a pas été moindre de 11 millions. On est donc en droit de supposer que, même sans l'abaissement des tarifs, cet accroissement de 11 millions de voyageurs se serait retrouvé en 1892 d'autant plus facilement que, pendant cette même année 1892, le réseau en exploitation s'est accru de 310 kilomètres. L'abaissement des tarifs a pu provoquer, en réalité, un accroissement de voyageurs égal à la différence de 30 millions, nombre absolu des voyageurs transportés, et de 9 millions environ, représentant l'accroissement normal des trois derniers trimestres, soit une augmentation de 21 millions de voyageurs.

Les transports des marchandises en grande vitesse ont donné des résultats également intéressants.

Le service de la grande vitesse s'est incontestablement développé, mais en partie au détriment de la petite vitesse. Voici quelle a été, par Compagnie, l'augmentation du tonnage transporté pour les messageries et denrées pendant la période de neuf mois qui a bénéficié de la suppression de l'impôt et des réductions de tarifs :

Compagnies	Tonnage transporté	Augmentation 0/0
État	+ 2.159	6,10
Lyon	+ 31.561	13,60
Nord	+ 6.870	4,60
Orléans	+ 23.270	17,10
Ouest	+ 5.824	4,30
Est	+ 8.188	7,98
Midi	+ 6.006	11,09
TOTAL	+ 83.878	9,95

III

Si l'abaissement des tarifs a eu pour conséquence d'accroître le mouvement des voyageurs et le trafic des messageries dans une proportion importante, en a-t-il été de même pour les recettes? Oui et non.

Oui, si on compare le chiffre brut de la recette, *impôt déduit*, au chiffre correspondant de 1891.

Non, si on compare le total des recettes réalisées à celui qu'il aurait été, *impôt compris*. Ainsi, voici, pour le réseau de l'État et pour les six grandes Compagnies, une statistique véritablement frappante. Prenons les résultats comparatifs du trafic des voyageurs de la période du 1er avril au 31 décembre 1892 par rapport à la même période de l'année 1891, et voyons, d'autre part, quelles ont été, par Compagnie, les variations dans les recettes, impôt compris ou impôt déduit :

Compagnies	Variations en recettes brutes impôt compris	0/0	Variations en recettes brutes impôt déduit	0/0
État	— 472.726	3,68	+ 471.286	4,46
Lyon.	— 6.396.828	6,3	+ 1.752.954	2,1
Nord.	— 3.774.977	7,00	+ 1.006.155	2,3
Orléans	— 2.713.600	5,2	+ 1.416.308	3,3
Ouest	— 3.640.708	5,8	+ 802.645	1,5
Est	— 2.383.497	5,35	+ 814.363	2,21
Midi.	— 1.880.160	6,53	+ 443.366	1,88
TOTAUX. . . .	— 21.262.496	5,97	+ 6.707.077	2,3

Rien de plus saisissant que ces chiffres.

Impôt compris, les recettes *brutes* des réseaux de l'État et des six grandes Compagnies de chemins de fer présentent, comparativement à 1891, une diminution de 21.262.496 francs. Telle est la diminution de la somme versée par le public aux guichets des Compagnies.

Déduction faite de l'impôt, il y a, au contraire, un accroissement de recettes de 6.707.077 francs. Ce résultat satisfaisant est dû à l'accroissement du nombre des voyageurs, mais il est évident que si l'on rapproche cette augmentation de 6.707.077 francs de celle des voyageurs transportés qui dépasse 30 millions, on voit que le produit de chaque voyageur a été inférieur à ce qu'il donne d'habitude. En moyenne, le produit du voyageur est, dans notre pays, d'environ 1 fr. 50. Si l'on admet que, sans la réforme des tarifs, l'augmentation normale du nombre des voyageurs aurait été de 9 millions depuis le 1er avril, comme en 1891, elle aurait produit près de 14 millions de plus dans les recettes des Compagnies, tandis qu'avec 30 millions de voyageurs transportés en plus en 1892 qu'en 1891, l'augmentation des recettes a été seulement de 6.707.077 francs.

Quelle est donc la cause de ce grand écart ?

Elle est bien simple.

La catégorie de voyageurs qui a le plus progressé est celle des personnes qui effectuent des petits parcours, celle qui cause le plus de frais et est la

moins avantageuse aux Compagnies. Le nombre des voyageurs en première classe et leur produit a diminué ; celui des voyageurs en seconde classe est resté à peu près stationnaire ; seul, le nombre et le produit des voyageurs en troisième classe s'est accru. C'était ce que nous avions prévu dès le jour où la réforme a été conçue. Les voyageurs de première classe s'habituent à voyager en seconde, et ceux de seconde prennent les troisièmes. La réduction de 27 0/0 sur la troisième classe, alors qu'elle était seulement de 10 0/0 sur ceux de première classe, devait inévitablement amener ce résultat. Avec le coût d'un billet de première classe on peut faire deux voyages en troisième classe. Un parcours de 100 kilomètres en première classe coûte environ 11 fr. 40 et seulement 5 fr. 05 en troisième.

L'augmentation du nombre de billets d'aller et retour a été, sur tous les réseaux, plus forte que celle des billets à plein tarif. De plus, le parcours moyen des voyageurs a, en général, diminué. C'est ce qui résulte des chiffres fournis par toutes les Compagnies dans leurs rapports.

Ces faits prouvent que les voyageurs n'ont pas employé en voyages nouveaux l'économie qui a été la conséquence des réductions d'impôt ou de tarif qui ont été consenties. On croyait que telle personne ou tel commerçant qui dépense 100, 200, 500 francs par an, en voyages ou frais de transport, continuerait à dépenser la même somme et qu'alors le nombre et le produit des transports se serait accru du montant brut des réductions d'impôt et de tarif : le fait ne s'est pas produit. Nous n'en sommes pas surpris. On devait s'attendre à ce résultat pour la première année de la réforme, car il faut du temps pour que le public change ses habitudes.

Passons maintenant aux messageries et denrées. Les recettes constatées du 1er avril au 31 décembre ont présenté les différences suivantes par rapport à 1891 :

Compagnies	Variations en recettes brutes impôt compris	0/0	Variations en recettes brutes impôt déduit	0/0
État.	— 157.025	8,45	+ 173.869	+ 11,38
Lyon.	— 3.070.408	16,60	+ 21.057	+ 0,10
Nord.	— 1.668.140	20,50	— 134.686	— 2 »
Orléans	— 1.160.341	12,20	+ 530.635	+ 6,80
Ouest	— 830.091	11,10	+ 490.643	+ 8 »
Est	— 946.020	16,99	+ 96.814	+ 2,01
Midi.	— 862.689	25,35	— 290.654	— 10,26
TOTAUX. . . .	+ 8.694.714	15,96	+ 881.678	+ 1,96

Sur l'ensemble des transports en grande vitesse, la somme déboursée par le public a diminué de 31.075.158 francs ; la recette propre aux

Compagnies a augmenté de 8.861.987 francs, et le Trésor a perdu 39.937.147 francs d'impôts.

IV

Il ne suffit pas de constater ce mouvement considérable de voyageurs et de marchandises, ce qu'il a rapporté et ce qu'il aurait pu rapporter : il faut se demander aussi ce qu'il coûte. Pour faire face à ces nombreux transports, les Compagnies ont réalisé de grosses dépenses : elles ont créé de nouveaux trains pour désencombrer les gares ; les frais de traction et d'entretien du matériel roulant, par suite des parcours supplémentaires effectués, ont été plus élevés ; elles ont dû accroître le nombre des agents, relever le salaire de ceux dont le service devenait plus lourd ; pour mieux garantir la sécurité de la circulation au moment où son intensité allait redoubler, elles ont réduit la durée du travail des mécaniciens et chauffeurs. Il a fallu augmenter le matériel roulant : l'Orléans a reçu, en 1892, 250 voitures de voyageurs ; le Nord 239 ; l'Est 230 ; l'Ouest 224. D'autres livraisons sont attendues, et, de plus, tout le matériel ancien a exigé de plus grands frais d'entretien et de réparation.

L'aggravation totale des dépenses des Compagnies n'est pas moindre de 15 millions pour 1892, dont plus de 8 millions imputables à l'accroissement de circulation provoquée par la réduction des tarifs, sans parler des charges d'intérêt et d'amortissement du matériel supplémentaire.

Tels sont, dans leur ensemble, les résultats en 1892 de la réforme des tarifs de chemins de fer.

A ne considérer que l'intérêt du public, la réforme a pleinement réussi ; elle représente pour la masse des voyageurs et des commerçants un bénéfice de plus de 100 millions, puisque la somme des déplacements qui s'effectuaient précédemment s'opère désormais avec une réduction de prix de 95 millions, et que des déplacements nouveaux s'effectuent à des prix inférieurs en moyenne de 25 0/0 aux prix anciens.

Au point de vue du Trésor et des Compagnies associés pour l'exploitation des chemins de fer, la réforme n'a pas été productive, contrairement à l'opinion de ceux qui prétendent que toute réduction de tarifs est une source certaine de bénéfices. Du moins, elle n'a pas donné de mécomptes. La perte d'environ 40 millions d'impôts pour l'exercice 1892 avait été prévue et chiffrée par le rapporteur de la Commission du budget (voir rapport de M. Félix Faure, page 52.) Les Compagnies ont vu se ralentir le développement normal de leurs recettes qui avaient progressé

de 35 millions de 1890 à 1891. Il leur est resté néanmoins pour la période considérée 8.900.000 francs de plus-value sur les produits bruts de la grande vitesse.

Sans doute, les produits nets ont diminué, et par suite la garantie d'intérêt s'est trouvée plus lourde; mais l'augmentation de garantie a été moindre qu'on ne pouvait le redouter.

Faisons remarquer, à ce propos, qu'après la légende de la féodalité financière, des gros actionnaires et des gros dividendes, on cherche à répandre et à accréditer une troisième légende, celle des garanties d'intérêt accordées aux Compagnies, garanties qui seraient la cause du déficit du budget. Cette légende n'est pas mieux fondée que ses devancières. Les résultats auxquels devaient aboutir les sacrifices consentis par l'État et par les Compagnies en effectuant le dégrèvement de 1892 étaient prévus à l'avance. L'État a voulu diminuer l'impôt et les frais de transport: c'était une belle réforme, mais nécessairement coûteuse et, en réalité, les Compagnies de chemins de fer ont fait des sacrifices au moins égaux à ceux de l'État: le résultat final le prouve. Sans la réforme, leurs recettes se seraient accrues dans la proportion normale que l'on constate depuis plusieurs années; elles n'auraient pas eu besoin de faire des dépenses nouvelles, et la progression habituelle de leurs produits nets aurait diminué, bien loin de l'accroître, le compte courant de la garantie d'intérêt qu'elles ont avec l'État.

Avec la réforme, elles ont été obligées d'accroître leurs dépenses, et elles n'ont retrouvé, dans l'accroissement des transports, qu'une partie des millions qu'elles ont dû commencer par abandonner. Si elles ont eu recours à la garantie d'intérêt, la réalisation complète de la réforme désirée par l'État en est la cause prévue, inévitable; elles ont accepté de nouvelles charges pour rendre service au public. L'État, dit-on, leur a encore avancé des capitaux et c'est là ce qui gêne le Trésor; on oublie que les garanties d'intérêt qui leur sont consenties ne sont que des avances remboursables par elles, gagées sur leur matériel, présentant toute sécurité, et dont l'État, s'inspirant d'un projet qu'en 1881 M. Léon Say avait mis à l'étude, pourrait faire argent quand il le voudrait.

MM. REGNAULT et WATON

A Paris.

LES NOUVELLES COMPAGNIES OUVRIÈRES

— Séance du 10 août 1893 —

L'association ouvrière de production est d'origine très récente. La mine de fer de Rancié, dans l'Ariège, les exploitations de sel gemme de Salies-de-Béarn ne sont que des propriétés communales.

Cette forme sociale est considérée par beaucoup d'économistes comme une conception utopique. Il n'en est rien. Cet organisme social est viable, puisqu'il vit même dans des conditions difficiles.

Ainsi, à Rive-de-Gier une « mine aux mineurs » exploite des concessions abandonnées par la Compagnie des Houillères. Malgré des procès et des démêlés avec le syndicat, depuis six ans 100 travailleurs vivent ainsi groupés. Ils surmontent les difficultés considérables d'une exploitation minière. Avec leurs bénéfices ils ont acheté des machines, des chevaux, des outils.

A Monthieux, même exemple. Malgré des procès, malgré des conflits avec leurs administrateurs, 160 ouvriers exploitent les houillères, qui leur appartiennent.

L'histoire détaillée de ces deux mines constitue un enseignement suggestif.

Dans ces deux mines, les travailleurs ont des salaires inégaux. Mais les actions sont réparties entre eux, intégralement et également. Chaque ouvrier mineur possède une action et une seule. Quand il quitte la mine, il est obligé de la revendre à la Compagnie.

A Paris, on trouve une quarantaine de ces associations à forme égalitaire. Les actions sont nominatives, appartiennent exclusivement aux travailleurs, ne sont pas négociables et ont une valeur fixe. A ce point de vue tous les ouvriers sont égaux. Ils ont une voix unique dans l'assemblée générale. Cette assemblée nomme à temps un conseil d'administration et un conseil de surveillance; admet de nouveaux membres, le plus souvent après un stage. Ce sont là, en effet, des Sociétés à capital et personnel variables. Un sociétaire exclu n'a droit qu'au remboursement de son action.

Les bénéfices sont répartis entre la caisse de réserve, les caisses de retraites et de secours, et les actionnaires, qui en reçoivent une part égale.

Il est une seconde forme d'associations qui, malgré les apparences, se rattachent au même principe et peuvent être appelées Compagnies ouvrières. Dans celles-ci l'inégalité sociale persiste dans la répartition des actions et le partage des bénéfices. Les chefs se placent bien au-dessus des autres actionnaires. Mais le capital est tout entier entre les mains des travailleurs. Les actions ne se négocient pas en Bourse et ne se prêtent pas à l'agiotage. Tel est le Bon Marché par exemple.

M. Émile DELIVET

A Paris.

DE LA NÉCESSITÉ D'UNE LANGUE INTERNATIONALE COMMERCIALE ET POPULAIRE

— Séance du 10 août 1893 —

C'est au commerce surtout qu'est réservée, par une nécessité naturelle, cette grande mission de la propagation la plus active des idées d'entente et d'union des divers peuples entre eux, et son rôle d'universel intermédiaire, par l'intrication des intérêts généraux des populations, — intrication qui est à la fois sa raison d'être et la conséquence de son action, — en fait, nécessairement et partout, une puissante école de cosmopolitisme, ordre d'idées dont seuls, autrefois, quelques hommes d'élite pouvaient se réclamer, et qui possède, aujourd'hui, une innombrable quantité d'adhérents sur toute la surface du globe.

Il est vrai, par exemple, que, par une contradiction originale entre leurs paroles et leurs actes, les gens de commerce, en fait et fatalement cosmopolites forcenés, ne s'accommoderaient pas toujours d'être ainsi qualifiés, tant est forte la prise des opinions reçues et des préjugés vulgaires, même quand ils sont mourants. Pourtant les gens de commerce n'ont pour amis, en tant que gens de commerce, ne peuvent avoir pour amis réel-

lement que ceux qui s'attachent à eux comme clients. Clients du dehors et clients de l'intérieur, tous ont droit aux meilleurs traitements, aux plus empressés services. Se faire une clientèle, se l'attacher de plus en plus étroitement, tel est l'objectif des commerçants, et les commerçants partout sont légion.

C'est quand on songe aux besoins et aux habitudes du commerce, qui sont après tout les besoins et les habitudes des populations dans ce qui les caractérise le plus fortement, au point de vue social, qu'on se prend à regretter amèrement que tant d'obstacles artificiels, accumulés par des siècles d'arbitraire, et qui, pour la plupart, ont eu leur heure d'utilité, puissent encore se dresser sur notre route et nous obliger à sacrifier, au fond très inutilement, les intérêts les plus respectables des peuples, la liberté, le bien-être, la santé et la vie d'immenses troupeaux humains.

Au point de vue des échanges, il n'y aurait que des avantages à posséder une langue universelle de commerce, et il conviendrait d'aider d'une manière systématique à l'achèvement d'un progrès dont la réalisation est déjà en bonne voie et en vue duquel une saine et heureuse agitation pourrait partout se faire. Si ce mouvement se produit, ce qu'il faut espérer, il n'y a aucune témérité à prétendre que son succès est d'avance assuré ; les raisons en sont, du reste, assez patentes.

Le jour où les nations civilisées en seront venues à cette reconnaissance officielle, pour ainsi dire, d'un progrès jusqu'alors presque inconsciemment poursuivi par les hommes, une amélioration énorme des conditions de l'existence générale en sera, dans un temps rapproché, la sûre conséquence, et de nombreux préjugés, qui nous accablent et nous ruinent, disparaîtront.

Jusque-là, l'étude des principales langues vivantes *dans un but d'échange* restera malheureusement nécessaire, et s'il convient de jeter, avec espoir et confiance, un coup d'œil hardi dans l'avenir probable de notre humanité, il ne nous convient pas, quelque attardée que soit en réalité cette manière de faire, de négliger d'étendre, quand faire se peut, nos connaissances polyglottes. Agir autrement serait renoncer à des avantages certains et vouloir se faire éliminer du marché universel.

Nous devons donc apprendre la langue des populations avec lesquelles nous voulons entrer, ou nous maintenir, en relations de commerce ; mais nous ne devons pas, pour cela, nous dispenser d'aider à l'avènement d'une grande réforme, et surtout nous engouer d'une manière plus ou moins irréfléchie pour des essais d'une langue universelle de convention grammaticale, dont le moindre défaut serait d'être nécessairement basée sur un plan cohérent, à coup sûr, mais forcément arbitraire et artificiel, outre que le succès d'un tel idiome donnerait lieu à l'invention de beaucoup d'autres, ce qui nous éloignerait du but cherché : *l'unité de langue.*

LA LANGUE ANGLAISE CONSIDÉRÉE COMME LANGUE INTERNATIONALE D'APRÈS LES TENDANCES GÉNÉRALES DU COMMERCE ET DES POPULATIONS, ET D'APRÈS LES AVANTAGES PROPRES QU'ELLE PRÉSENTE.

Quel grand progrès ce serait dans le domaine des idées courantes, si nous en étions au point que personne ne puisse oublier qu'il est profondément vrai et nullement paradoxal de soutenir qu'un peuple gagne toujours à la prospérité des autres peuples, ses clients, et que, par conséquent, l'intérêt bien compris d'une nation est de multiplier, autant que faire se peut, ses moyens d'échange avec les autres pays.

Parmi ces moyens d'échange vient en première ligne l'existence, l'adoption plutôt, d'une langue commune entre le vendeur et l'acheteur, *car, forcément, dans tout échange international, l'un des deux contractants doit adopter une autre langue que la sienne*, sauf, naturellement, dans le cas où deux pays en commerce réciproque possèdent la même langue. Et cette situation, grâce au développement des échanges, est lourde à ce point qu'elle a valu pendant un moment une vogue considérable, en même temps que peu raisonnable, à un langage artificiel aux principes duquel on pouvait non moins artificiellement substituer indéfiniment d'autres principes, et qui, par cela même, portait en son sein non pas les moyens d'union qui devaient justifier sa création, mais au contraire des motifs de confusion et de désaccord bientôt aussi énergiques que nombreux.

Une fois de plus, on a pu voir que si l'art corrige la nature, il ne saurait cependant s'y substituer. Une fois de plus, la fonction avait créé l'organe.

Les faits parlent avec une force et une clarté qui s'imposent à l'observation, et l'on ne conçoit plus que le besoin d'une langue universelle, si urgent au point de vue commercial, puisse être sérieusement nié. Il faut désormais se ranger à cette opinion qu'il y aurait de grands, d'incontestables avantages économiques et sociaux pour les peuples civilisés à adopter une langue simple, facile, d'un emploi courant et commun sur toute la terre. La conviction s'impose que tôt ou tard nous aurons une langue universelle commerciale et populaire, comme aussi une langue scientifique universelle, et l'on ne peut que se réjouir de voir tenter dans ce sens des efforts systématiquement soutenus. Mais il ne faut pas croire qu'à la liste déjà trop longue des langues existantes, il faille ajouter une langue nouvelle, une langue artificielle sortie tout d'une pièce du cerveau d'un homme. Il ne faut pas croire non plus qu'en dehors de la sphère formée par un groupe d'hommes bien intentionnés, et surtout

enthousiastes, une telle invention puisse se propager, la chose n'est d'ailleurs pas désirable. En agissant comme on l'a fait, un moment, dans ce sens, on a d'abord pris, comme toujours, le chemin le plus long. Il eût été infiniment préférable d'ouvrir les yeux et de chercher à développer les acquisitions déjà faites sous ce rapport par le genre humain.

En effet, l'invention d'une langue commerciale et populaire universelle n'était plus à faire, elle était faite et bien faite.

La question, en réalité, n'est pas autre que celle-ci : Étant donné l'urgent besoin qu'ont tous les peuples civilisés de posséder, en commun, pour leurs relations internationales, une langue universelle, commerciale et populaire, indiquer la langue qui répond le mieux à ce besoin et qui a le plus de chances d'être adoptée.

A cette question on ne saurait hésiter à répondre que la langue anglaise se trouve tout indiquée pour cet office.

En effet, par la simplicité de sa grammaire, par le petit nombre de ses règles, par sa grande latinité qui la rend si facilement intelligible pour les Français, les Espagnols, les Portugais et les Italiens, par sa base anglo-saxonne qui constate sa parenté avec toutes les langues germaniques, et qui fait son acquisition si facile pour les Hollandais, les Danois, les Allemands, les Suédois, les Norvégiens, etc.; par sa grande diffusion sur toute la surface terrestre, par la position extra-continentale du peuple anglais, par l'essor énorme qu'elle doit acquérir encore, tant en Amérique, où elle est déjà la langue de 65 millions d'hommes, qu'en Australie, où une foule immense d'émigrants l'a reçue, et enfin par le fait qu'elle est déjà admise partout comme la langue la plus utile et même la plus nécessaire à connaître, parce que, partout, on la parle souvent dès qu'il s'agit d'actes de commerce entre étrangers; par toutes ces raisons, en un mot, la langue anglaise paraît merveilleusement adaptée aux nécessités commerciales et populaires internationales des nations civilisées.

De même, la langue française, par son incomparable souplesse, par l'inépuisable richesse de ses tournures, par l'infinie variété de ses nuances, par la délicatesse de ses formes, par l'abondance de ses moyens, par la précision de ses locutions, par son impeccable logique, par son merveilleux tour d'esprit et par la rigueur de sa pénétrante analyse, paraît appelée à être adoptée, un jour à venir, comme la langue scientifique du monde entier. Le puissant effort scientifique et philosophique que la France accomplit chaque jour ne contribuera pas peu à ce résultat, qui serait d'ailleurs avantageux à tous les hommes et aiderait beaucoup à les rapprocher.

La grande facilité d'acquisition qu'offre la langue anglaise et sa grande diffusion ne peuvent guère être mieux aperçues que par la comparaison du nombre de personnes parlant les diverses langues européennes.

Le *Mulhall's Dictionary of Statistics* présentait pour 1883 un tableau, dont voici les totaux, indiquant pour chaque langue le nombre des personnes présumées en faire usage dans le monde entier :

Anglais	99.861.000
Français	47.818.000
Allemand	68.826.000
Italien	29.873.000
Espagnol	40.835.000
Portugais	12.810.000
Russe	66.725.000

On sait de plus avec quelle rapidité se développent, de nos jours, les communications entre les divers pays, et comme l'étude de l'anglais se généralise. En effet, et comme il a été déjà observé, l'anglais est de toutes les langues vivantes la plus indispensable dans l'ensemble des relations internationales ; et dans la très grande majorité des cas, c'est par l'anglais que l'on commence l'étude des langues vivantes, l'enseignement des langues étrangères dans les divers pays étant orienté dans cette voie.

Il y aurait donc lieu de constater à présent une grande augmentation en faveur de la diffusion de la langue anglaise sur les chiffres de 1883 ; mais, en ne tenant compte que d'une augmentation proportionnelle à l'accroissement général de la population du globe, nous aurions depuis dix ans à majorer sensiblement les chiffres ci-dessus, ce qui soulignerait un écart plus grand en faveur de la langue anglaise.

Cette manière de calculer ne donnerait pas très exactement l'aperçu de ce qui se passe sous le rapport de la diffusion des langues, même par le seul accroissement de la population : d'abord, parce qu'une même moyenne pour les divers pays serait purement arbitraire ; ensuite, parce qu'il serait notoirement insuffisant de ne calculer le mouvement des langues que d'après la natalité moyenne. Des langues comme l'anglais, l'espagnol et le portugais gagnent, en effet, une grande avance sur les autres, toutes autres proportions gardées, par l'afflux de l'immigration dont jouissent les États-Unis, le Canada, l'Australie, etc., pour l'anglais ; le Mexique, l'Amérique centrale et l'Amérique méridionale, pour l'espagnol, sauf le grand foyer brésilien, qui promet un si riche développement pour le portugais.

Maintenant, au point de vue qui nous occupe, il est évident que nous avons moins à considérer le nombre absolu des personnes parlant une langue que le nombre de personnes en faisant usage dans leurs rapports internationaux ; de sorte qu'ainsi rectifiée, la comparaison ci-dessus donne incontestablement un immense pas à la langue anglaise sur

les autres langues, car il n'est personne qui puisse méconnaître sa dissémination dans tous les centres de commerce du globe, petits ou grands.

Le seul tableau du *Répertoire général* du *Bureau Veritas* est de nature à fournir à cet égard une démonstration qui nous semble décisive.

Ce tableau, pour 1892-93, nous fait voir que 55 0/0 du nombre des vapeurs de 100 tonnes et au-dessus, dans le monde entier, naviguent sous le pavillon britannique, lequel couvre encore 64 0/0 du nombre total des vapeurs de moins de 100 tonnes dans le monde entier également.

Par rapport au tonnage des vapeurs du globe, le pavillon britannique retient 60 0/0 du tonnage brut et 67 0/0 du tonnage net des vapeurs de la première catégorie, puis 65 0/0 du tonnage brut et 66 0/0 du tonnage net des vapeurs de la seconde.

Le tonnage net sous pavillon britannique est donc ainsi supérieur :

Plus de	8	fois au	tonnage net sous	pavillon allemand,
—	11	—	—	français,
—	12	—	—	américain,
—	19	—	—	espagnol,
—	27	—	—	hollandais,
—	28	—	—	italien,
—	38	—	—	russe,
—	39	—	—	suédois,
—	49	—	—	danois,
—	155	—	—	portugais, etc.

Des remarques analogues seraient à faire au sujet des navires à voiles du monde entier.

L'instinct général des gens de négoce ne s'y trompe, du reste, aucunement; l'anglais est la langue commerciale universelle par excellence, et il ne lui manque que sa consécration officielle à ce titre pour contribuer, d'une manière plus rapide encore, au progrès économique des nations, en aidant au rapprochement des populations et en facilitant l'accomplissement d'un grand nombre de réformes locales, notamment dans tous les ports du monde, prélude heureux d'une législation *maritime et commerciale* internationale.

Tôt ou tard, pensons-nous, *un mouvement d'idées devra s'effectuer dans ce sens, imposant la langue universelle du commerce aux contrats internationaux, et ne reconnaissant ceux-ci devant les tribunaux spéciaux qu'autant que le texte lui en sera dû.*

Donc, après M. Renouvier et d'autres probablement, nous penchons vers l'adoption de la langue anglaise comme langue commerciale universelle, voyant que tout, à ce point de vue commercial, la favorise d'une manière remarquable et la désigne comme devant fournir la plus saine, la plus logique et la plus commode solution du problème d'une langue

universelle d'échange. Il ne nous plaît pas de supposer que l'avenir puisse réserver à nos neveux, comme langue commerciale et populaire, universelle, une abominable julienne de mots et de règles, faite d'emprunts de toute sorte aux principales langues européennes. Confusion pour confusion, nous aimerions mieux qu'on en restât tout bonnement à celle qui procède du célèbre mythe symbolique de la tour de Babel.

Enfin, en présence de tant de faits et de motifs, militant énergiquement en faveur de l'adoption de l'anglais comme langue d'échange par les peuples européens, nous n'hésitons pas à déclarer, au risque de prendre rang parmi ceux à ce propos si généreusement traités de *cockneys* par de gracieux controversistes, qu'il nous est doux de nous arrêter sur l'espoir que le bon sens universel aura son jour, et que l'anglais, prenant place à ce titre dans tout l'enseignement européen, fournira aux hommes du xx^{e} siècle l'économique et universel moyen *commercial et populaire*, dont leurs prédécesseurs n'auront pas suffisamment compris l'emploi.

L'adoption par tous d'une langue universelle n'entraînerait, naturellement, pour personne l'abandon de sa langue propre. Il ne peut pas être question de dignité ou d'humiliation dans une réforme ou plutôt un progrès de ce genre, et il faudrait vraiment aimer à embrouiller les plus simples problèmes pour faire entrer dans celui que ce travail examine des considérations d'amour-propre national, en tous cas étrangères à la question.

Il est d'ailleurs facile d'aider au complet avènement de ce grand progrès, car il n'y a qu'à poursuivre, plus systématiquement que jamais, la diffusion de la langue anglaise parmi nous et parmi les autres peuples, notamment en déterminant de plus en plus les maisons de commerce et les établissements industriels à faire uniformément usage de la langue anglaise comme moyen de correspondance commerciale dans les relations internationales.

Il n'y a donc qu'à donner graduellement un caractère plus rigoureux à la tendance actuelle.

La consolidation de cette tendance au moyen d'habitudes fixes, systématiquement déterminées, aurait bientôt d'inappréciables avantages. La solidarité des intérêts généraux et permanents de l'univers ne cesserait alors de s'accuser, au point de constituer, au moins par l'effet moral, et dans un temps plus ou moins long, une puissante assurance mutuelle contre les risques que des manœuvres inavouables, d'arbitraires mesures administratives, ou des conflits politiques, font courir aux intérêts considérables engagés dans les affaires.

Enfin, on ne saurait prétendre que l'adoption universelle de la langue anglaise comme langue commerciale internationale donnerait avantage au commerce et à l'industrie britanniques, en tendant à l'assimilation de

tous les produits du monde, surtout industriels, aux produits de la Grande-Bretagne; car cette assimilation ne détruirait pas le caractère particulier de chaque nation, au point de vue de l'origine des produits, ainsi qu'on le peut voir dans tous les cas qui, actuellement, montrent des pays politiquement séparés, quoique parlant une même langue.

D'ailleurs, l'origine et les marques des produits sont déjà garanties, et peuvent l'être systématiquement par une convention internationale, comme par les lois et règlements de chaque pays. D'ailleurs encore, cette assimilation, si elle pouvait être menaçante pour un pays, le serait surtout pour la Grande-Bretagne, puisqu'elle tendrait à ouvrir à l'industrie et au commerce des autres pays, la clientèle de l'industrie et du commerce de la Grande-Bretagne.

En résumé,

1° L'adoption systématique de la langue anglaise, comme langue commerciale et populaire internationale, répond, dans l'état présent des choses, aux tendances affirmées par le commerce universel, et par les populations les plus avancées du globe, outre qu'elle se justifie par les facilités d'acquisition, spéciales autant qu'importantes, que cette langue présente aux diverses populations qui composent la grande famille occidentale.

2° Cette adoption viendrait combler une lacune regrettable, et qu'on tenterait vainement de combler par un langage artificiel, ainsi qu'il a été établi plus haut.

3° Cette adoption est devenue une nécessité de premier ordre, spontanément affirmée par les efforts déjà faits partout en vue de s'en assurer la possession, et très énergiquement motivée par le besoin capital qu'ont les divers peuples d'un idiome commun, en raison de la communauté croissante et indiscutable de leurs intérêts, de leurs mœurs et de leurs relations.

4° Cette adoption augmenterait la convergence naturelle des populations du globe, en leur facilitant l'accès des lumières, sous les mêmes points de vue, sur les mêmes sujets, et produirait, par une discipline spontanée, une harmonie graduellement grandissante parmi les peuples qu'elle provoquerait à une marche simultanée, par les communications plus faciles qu'elle introduirait entre elles toutes, et dans leurs masses les plus profondes.

5° Cette adoption est devenue, en effet, au point de vue économique, une mesure indispensable pour tous les peuples d'Occident, et son atermoiement lèserait sérieusement les intérêts des populations qui auront méconnu l'urgence qu'elle présente, attendu qu'elle produirait, dans une foule de cas, une économie considérable de travail et augmenterait les

ressources de temps, de capital et de savoir, dont disposent le commerce et l'industrie en général.

6° Cette adoption conduirait à l'établissement plus facile et plus prochain d'usages commerciaux de plus en plus uniformes, et d'une jurisprudence internationale, maritime et commerciale, commune aux divers peuples civilisés.

7° Cette adoption permettrait une économie considérable de temps dans l'enseignement commercial et industriel, et opérerait par là même une élévation très importante du niveau des études.

8° Cette adoption écarterait et annihilerait définitivement la foule d'obstacles artificiels au moyen desquels s'entretiennent de factices et dangereuses divisions dans l'opinion publique européenne, et mettrait fin à des équivoques qui ne persistent que grâce aux traductions sans cesse incomplètes et perfides où puise cette opinion publique. *Traduttore é traditore.*

9° Cette adoption aiderait à consolider la paix sociale, en éclairant plus facilement les classes employeuses et employées sur les ressources et les besoins du monde économique.

10° Cette adoption viendrait satisfaire aux plus hautes aspirations de l'humanité, en rendant plus facile leur formulation et leur propagation dans le monde entier.

CONCLUSION

Pour donner à ces observations une conclusion, nous formons le vœu qu'une grande association internationale, où toutes les classes de la société, où les sciences et les arts seraient en contact constant, vienne promptement et énergiquement prendre en main la cause de l'adoption de la langue anglaise comme langue commerciale et populaire internationale.

Cette association aurait à se donner pour but d'obtenir :

1° L'introduction de la langue anglaise dans L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE des divers pays;

2° La formation, dans tous les grands centres économiques du monde, de comités de commerce et d'industrie internationaux, dont l'objet serait d'aplanir les obstacles arbitrairement opposés aux échanges internationaux;

3° Que, dans la mesure du possible et du convenable, la langue anglaise soit uniformément adoptée par les maisons de commerce et d'industrie des divers pays, comme moyen de correspondance commerciale pour leurs relations internationales;

4° L'adoption, en langue anglaise, par une propagande active, d'usages uniformes et d'une jurisprudence commune en matière maritime, commerciale et industrielle.

M. GUILBAULT

Membre du Conseil de Direction de la Caisse d'épargne des Bouches-du-Rhône, à Marseille.

PERMANENCE DE L'INVENTAIRE DANS LA COMPTABILITÉ

— Séance du 10 août 1893 —

La question de la comptabilité n'intéresse pas seulement l'industrie et le commerce, elle a de plus un rôle essentiel à tenir dans les études d'économie sociale et d'économie politique. Dans une première communication que j'ai eu l'honneur de faire à l'Association française, à Marseille, en 1891, j'ai montré que la possibilité de l'accession des ouvriers au bénéfice des affaires dépend de la manière dont elle est appliquée à la détermination des prix de revient. Dans le Congrès tenu à Pau, l'an dernier, j'ai essayé de montrer combien la comptabilité tenue dans les arsenaux de l'État laissait de marge aux erreurs et à la détermination des responsabilités. Aujourd'hui, je voudrais expliquer en quoi la comptabilité, comme science, diffère de celle qui sert encore à écrire les opérations du commerce et de l'industrie.

Dans un ouvrage publié en 1866, puis dans un second paru en 1869, en collaboration avec le M. E. Léautey, j'ai démontré que la comptabilité doit être rangée parmi les sciences exactes. Elle a pour base cette loi capitale que l'inventaire commercial doit conserver le prix de revient des valeurs qui le composent, jusqu'à leur sortie pour passer en mains tierces par la vente, ou par leur entrée en combinaison avec d'autres valeurs pour la production industrielle. C'est cette loi que nous nommons la Permanence de l'inventaire.

Les inventaires commerciaux sont de trois sortes, qu'il convient de distinguer avant d'aller plus loin. Ce sont : 1° l'inventaire de prise de possession d'un commerce ou inventaire d'entrée par cession, par acquisition, par apport. La valeur des objets composant cet inventaire est fixée tout naturellement par les conventions de cession, d'acquisition ou d'apport, et c'est cette valeur qui en est le prix de revient et qui doit subir la loi de la permanence de l'inventaire jusqu'au moment de la sortie par la vente, ou la destruction, ou par la transformation; 2° l'inventaire annuel, exigé par la loi, et qui sert, chaque fin d'exercice, à récoller les existants, à vérifier

l'exactitude des écritures, et indiquer la situation vraie d'une affaire en laissant aux valeurs emmagasinées leur prix réel de revient, puisqu'il ne peut y avoir de bénéfice vrai que par la comparaison du prix du revient des ventes opérées dans l'année à celui qu'elles ont pris en passant aux mains des acheteurs ; 3° enfin, l'inventaire de liquidation volontaire ou forcée, dans lequel les prix sont fixés par les nécessités de la liquidation à date précise. La Permanence de l'inventaire doit présider à la formation de l'inventaire annuel exigé par la loi, c'est-à-dire qu'il doit être dressé sur les prix dérivant des choses.

Toute transaction commerciale, tout échange de valeurs entre les personnes, a pour but la satisfaction d'un besoin et pour résultat un bénéfice. Quelqu'un a l'utilisation d'un objet que le négociant a fait venir de loin en se chargeant des frais, et en gardant pour lui les soucis de l'achat, les chances de toute nature en attendant la vente, il y a pour lui bénéfice à acheter l'objet qu'il trouve sous sa main et il doit y avoir bénéfice, pour le vendeur, à céder l'objet pour le prix qu'il lui a coûté à lui-même, augmenté d'une somme qu'il estime lui être nécessaire pour compenser ses dépenses et le rémunérer de sa peine. Comment le négociant peut-il savoir si la cession de l'objet lui a laissé le bénéfice qu'il désirait en obtenir? Simplement par la comparaison du prix auquel l'objet lui est revenu au prix auquel il l'a vendu à son client. Tant que l'objet vendu est resté dans son magasin, il ne peut calculer un bénéfice acquis sur cet objet qu'il doit garder forcément avec son prix d'achat, sauf le cas de détérioration ou de destruction bien constatées. Tout artifice d'écritures qui aurait pour but d'indiquer commercialement un bénéfice sur des marchandises qui n'auraient pas passé, par une vente, et par la discussion du prix de l'objet, vendu et passé en des mains tierces par une sortie de l'inventaire, est une erreur économique.

Jusqu'à présent, les organisateurs des affaires, les entrepreneurs de commerce ou d'industrie ont pensé que, pourvu que les mouvements de l'argent et des valeurs fiduciaires dans leurs relations extérieures, soient écrits avec exactitude, cela suffisait à leur sécurité. Chaque année, en prescription de l'article 9 du Code de commerce, ils dressent un inventaire de ce qu'ils possèdent et, de la comparaison de cet inventaire avec le précédent, ils tirent une différence qui, pour eux, représente un gain ou une perte résultant de leurs opérations de l'année. Comment dressent-ils cet inventaire ? Ont-ils un moyen sûr, exact de le faire sans erreur, sans malentendus ? La loi commerciale a-t-elle donné des prescriptions à ce sujet ? Nullement, et l'on procède à l'aveugle, au gré des fantaisies de l'intéressé, libre de fixer la valeur des objets qu'il possède, sans débat contradictoire. On dit que l'on doit appliquer aux choses le cours du jour. Or, le cours du jour n'a aucune certitude; il varie à chaque

transaction et dépend d'une foule de circonstances imprévues. S'il est élevé, il donne à l'inventaire un accroissement qui, par comparaison avec l'antécédent, indique un bénéfice absolument fictif et dangereux, surtout dans les sociétés collectives où les bénéfices sont partagés en dividendes à des actionnaires. Appliquer le prix du cours aux valeurs possédées, c'est prendre un bénéfice anticipé sur des objets qui ne seront vendus qu'après l'inventaire : un bénéfice ne doit résulter que d'une transaction.

Supposons, par exemple, une banque qui a subventionné des industries ou fondé des sociétés et qui possède des titres nombreux de valeurs de ce genre. Les titres émis au pair et restés à la banque ont pris faveur à la Bourse, et se sont élevés peu à peu. Le portefeuille de la banque, qui en renferme un grand nombre, s'est élevé d'autant; et lorsque l'on fait l'inventaire annuel, exigé par l'article 9 de la loi, on applique à ces titres le cours de la Bourse et cet inventaire indique un bénéfice considérable. Les actionnaires de la banque se félicitent, votent un dividende qu'on leur paye et que l'on prend naturellement sur le capital actif de l'association, puisque les valeurs sont en portefeuille. Qu'une crise politique ou financière se produise, les valeurs dont le portefeuille était composé au moment de l'inventaire subissent des dépressions qui les ramènent au-dessous du pair pour les unes, ou, pour d'autres, les réduisent à zéro par suite des circonstances défavorables du marché. Qu'arrive-t-il alors? La maison de banque qui a distribué des bénéfices fictifs, qui, par conséquent, a perdu une partie de son capital et qui voit son portefeuille réduit d'une façon imprévue, se trouve dans l'impossibilité de marcher et le plus souvent sombre dans une débâcle dangereuse, qui devient un désastre lorsque la liquidation tombe aux mains des gens de loi.

La loi de la Permanence de l'inventaire dans les bilans commerciaux a, comme conséquence, que les résultats des affaires ne devant être déterminés que sur des opérations effectuées et par la mise en regard du prix de revient et du prix de vente des objets, est la vérité démontrée dans la comptabilité. C'est par l'introduction de la Permanence de l'inventaire dans le texte du code commercial que l'on évitera les illusions, les chances d'erreur, les fraudes dans le calcul des situations annuelles, qui doivent montrer le capital tel qu'il existe en réalité, à la suite des transactions opérées entre deux inventaires. La comptabilité, telle que l'entendent les comptables de métier, est une manière d'écrire les faits du commerce sans autre souci que de suivre les mouvements de l'argent et de faire connaître la situation des tiers avec la maison. Le livre de la caisse, agent essentiel des écritures, indique toujours trois choses : ce qui est entré dans la caisse, ce qui en est sorti et conséquemment ce qui y reste à un moment donné. Ce qui est bien. Mais pourquoi un magasin n'est-il pas considéré

comme une caisse par les comptables de métier? On entre dans le magasin des objets de diverse nature, on en sort, et il en reste toujours parce qu'un magasin doit être constamment approvisionné. Quand on rapproche la sortie de l'entrée, on fait la différence et elle indique l'existant. C'est ce qu'une comptabilité bien faite doit montrer chaque jour, et ce qui lui est impossible si elle n'est pas basée sur la Permanence de l'inventaire.

La comptabilité dangereuse est celle qui ne sait ni classer les mouvements du commerce, ni montrer les résultats obtenus dans les transactions sans l'intervention d'inventaires fictifs; elle a trop longtemps régné en souveraine pour que les mauvais vouloirs et les résistances ne viennent pas se mettre en lutte ouverte avec la comptabilité scientifique qui appuie toujours ses écritures sur les deux termes connus de l'équation de toute transaction. Ces termes sont: 1° le prix de revient de l'objet à vendre; 2° le prix de vente de cet objet. Si nous appelons A le premier, B le second, nous trouverons invariablement la valeur de X, résultat obtenu: $A \pm B = X$. Contre cette vérité irréfutable, les adversaires n'opposent en réalité que des impossibilités naïves, celle, par exemple, de déterminer en réalité les prix de revient exacts des choses. Quant aux prix de vente ils sont indubitablement connus puisqu'ils proviennent de transactions avec des tiers. Cette manière de voir donne lieu aux débats les plus passionnés dans le domaine de la comptabilité par des raisons faciles à déduire. Il y a d'abord les habitudes prises; puis la difficulté que l'on redoute dans la recherche sérieuse des combinaisons qui doivent permettre de connaître le prix de revient des choses au moyen des écritures; et, enfin, le mauvais vouloir des comptables de métier vis-à-vis d'une chose nouvelle.

Les habitudes prises sont d'autant plus difficiles à déraciner que, dans le commerce, on ne se préoccupe en rien de la recherche de la vérité des prix de revient. On ne sait ni isoler les mouvements semblables, ni classer ceux qui doivent influencer les résultats. On désigne sous un nom curieux, celui de *Marchandises générales*, tout ce qui ressort des transactions les plus diverses : achat de marchandises, frais d'entrées, rentrées par refus, rabais, commissions, ventes, déchets, consommations, etc. Il s'ensuit, naturellement, que ce titre réunit les choses les plus diverses, les plus dissemblables, et que le négociant n'y peut rien trouver d'utile pour la marche de ses affaires et que, lorsqu'il veut savoir où il en est, il lui faut procéder à un inventaire, et nous venons d'expliquer comment on parvient à le dresser; en estimant personnellement la valeur des objets et des marchandises, c'est-à-dire en introduisant l'arbitraire, la fantaisie, l'erreur volontaire ou involontaire dans les calculs. Combien n'avons-nous pas vu de chutes désastreuses qui provenaient bien plutôt d'inventaires erronés que de gestions malhonnêtes! On n'a jamais

enseigné aux commerçants, aux industriels qu'en comptabilité les comptes ont des fonctions diverses à remplir et qu'il faut les étudier avec soin pour déterminer les facteurs qui doivent intervenir dans l'équation de l'opération de l'échange.

Dans les discussions vives, dans les polémiques journalières qui ont lieu chaque jour dans la littérature spéciale de la comptabilité, on agit comme partout où règne la controverse; en présence d'une vérité, on accumule les petites objections de toute sorte : difficultés pratiques, travail plus considérable, dépenses plus élevées d'exécution, nouveautés qui ne sont pas encore sanctionnées par l'expérience, difficultés d'être compris en sortant du cercle des anciennes formules, etc. C'est une montagne qui n'a que la surface et qui se met en travers du chemin. C'est une obstruction. Nous n'avons jamais nié que l'étude des prix de revient ne soit difficile; ce que nous nions formellement, c'est qu'elle soit impossible. Chaque fois que nous avons eu à faire une organisation, le problème posé, quelle qu'ait été sa complexité, a reçu sa solution scientifique par l'application raisonnée de la Permanence de l'inventaire dans la comptabilité digraphique.

Il est certain qu'une comptabilité bien ordonnée, bien tenue dans ses moindres détails, nécessite un travail plus soigné, plus coûteux que celui où l'on ne se préoccupe que d'une certaine partie d'un ensemble, laissant le reste aux vagues régularisations annuelles de l'inventaire. Peut-on soutenir qu'il est préférable d'aller à l'aventure, sans sécurité, plutôt que de faire une dépense légitime qui peut à tout instant permettre de se rendre compte de ce que l'on fait? Le danger de faire des affaires dont on ne peut connaître les résultats qu'après une année, et au moyen de données fantaisistes, est tellement grand qu'il est difficile de comprendre qu'on ait le courage de l'essayer.

C'est ce qui explique les chutes imprévues qu'on eût pu amortir en s'arrêtant à temps. Combien de pertes, de faillites n'ont pas d'autre raison que le désordre des écritures! En économie politique, on reconnaît que le désordre est une destruction. Si nous voulons lutter sur le marché commercial, avec chances de réussite, la connaissance exacte des faits peut seule nous le permettre. Si les lois de la Permanence de l'inventaire étaient acceptées par tous les industriels, elles faciliteraient des comparaisons précieuses dans les débats auxquels donnent lieu l'étude des conventions commerciales avec les étrangers et permettraient de mettre les concurrents sur le pied de l'égalité, sans troubler ou détruire des relations précieuses et profitables aux parties intéressées. Nous avons suivi avec le plus grand soin les discussions qui ont eu lieu à diverses époques, en France, quand il a été question des traités de commerce à établir avec l'Angleterre, nous avons toujours été surpris des divergences

qui se produisaient entre les affirmations des industriels des deux nation au sujet du prix de revient des choses échangeables. La vérité ne pouvait sortir de calculs dont les bases étaient aussi diverses que les personnes consultées étaient nombreuses. Quel bien ne sortirait-il pas de comparaisons faites sur des éléments uniformes que la comptabilité scientifique peut seule fournir ! La question d'économie sociale touchant l'accession des ouvriers au partage des bénéfices industriels ne pourra être résolue que lorsque le Code de commerce aura fixé la loi de la Permanence de l'inventaire dans la comptabilité.

Déjà, cependant, on s'est ému de cette question et les programmes de de la comptabilité des écoles supérieures de commerce en ont admis la démonstration. Le Congrès des comptables, qui s'est tenu à Paris au moment de l'Exposition universelle, a adopté la classification logique des comptes qui doivent concourir à la formation de l'équation commerciale de l'échange. Si l'on doit faire remonter anx Génois l'honneur d'avoir les premiers utilisé la formule double des écritures, c'est la France qui a eu celui de faire de la comptabilité une science exacte, d'en avoir la première ndiqué les lois et d'en avoir donné les moyens pratiques d'application.

M. J.-B. LESCARRET

Professeur d'Économie politique, à Bordeaux.

DES LIENS ENTRE L'ÉCONOMIE POLITIQUE ET LA MORALE

— Séance du 10 août 1893 —

Existe-t-il des liens entre l'Économie politique et la Morale ?

Cette question est diversement appréciée.

Pour un grand nombre d'économistes, ces deux sciences, qui procèdent de sources différentes, n'ont aucun rapport entre elles.

En est-il ainsi ? cet aperçu n'est-il pas un peu superficiel et incomplet, et n'est-il pas vrai plutôt, que certaines déviations de la science sociale ont exercé une influence défavorable sur la moralité publique ?

Si l'on n'envisage que les moyens d'investigation, ces deux sciences diffèrent, en effet, essentiellement entre elles.

La Morale est sortie de la conscience universelle, de cette sorte d'instinct, plus ou moins développé, que la nature inspire à tous les êtres animés, depuis l'insecte jusqu'à l'homme, pour qu'ils se conservent, se reproduisent et se multiplient dans le cercle de vie et d'action qui leur est assigné, — tandis que l'Économie politique repose plus spécialement sur l'observation des faits et sur les conséquences qui en ont été la suite.

Mais ne peut-on pas arriver au même but par des voies différentes? En traçant des règles de conduite, soit envers lui-même, soit envers ses semblables, soit envers la société en général, la Morale a eu évidemment pour but de rendre l'homme meilleur, d'assujettir sa volonté et ses actes à l'accomplissement des lois de sa destinée. On ne peut méconnaître que ce ne soit là du moins la pensée dominante.

Et que recherche la science économique? quel est le but qu'elle poursuit?

Bien des nuances nous séparent malheureusement, et paraissent quelquefois nous rendre étrangers et hostiles les uns aux autres; mais, au-dessus de nos divisions, il existe un terrain qui nous unit en dépit de nous mêmes: c'est la recherche des moyens de développement régulier des sociétés humaines, développement qui ne saurait exister en dehors de l'accroissement de la production, d'une répartition équitablement faite des fruits du travail de chacun, et d'une consommation judicieuse, mesurée et appropriée à notre nature et à nos besoins.

Nous pouvons différer sur ces moyens, les envisager et les apprécier diversement, mais nous ne pouvons les perdre de vue et les écarter sans déserter la science économique.

D'autres considérations me paraissent confirmer davantage encore ce rapprochement et cette communauté d'origine et de but.

On ne peut méconnaître que le véhicule de la civilisation, l'un de ses éléments les plus essentiels, ne consiste dans le respect mieux compris de la vie humaine et dans la garantie, mieux assurée, de l'exercice de son activité et des fruits de son travail.

Dans certaines peuplades de l'Afrique centrale, nous trouvons encore l'anthropophagie; le meurtre, la rapine et le vol sont considérés comme des moyens naturels d'existence. Il est vraisemblable, si nous pouvions retrouver les mœurs des époques préhistoriques, comme nous avons exhumé quelques débris, — il est vraisemblable que nous avons commencé ainsi.

La vie animale ne se maintient que par une lutte entre les espèces et la destruction des plus faibles, et il a fallu de longs siècles pour que l'homme comprit que sa destinée était différente de celle de l'animalité, et que le travail était une source plus pure et autrement féconde que la

destruction et la lutte. De Molinari, dans son *Précis d'Économie politique et de Morale*, a fait ressortir cette vérité avec une merveilleuse clarté. C'est là, du reste, un fait dont l'évidence et la réalité s'imposant à tout esprit qui se donne la peine d'observer et de réfléchir.

Le rôle de la Morale, son principal objectif, a consisté d'abord à combattre ces instincts de l'animalité, et à faire prédominer les instincts supérieurs qui étaient l'apanage de l'espèce humaine et la loi de sa véritable destinée.

Tu ne tueras pas ;
Tu ne déroberas pas le bien d'autrui ;
Tu ne mentiras pas à ta parole ;
Tu ne blasphèmeras pas contre ton créateur.

Voilà les bases de la morale éternelle que les premiers législateurs, sous l'inspiration d'un sentiment religieux, ont cherché à faire prévaloir parmi les hommes, et l'on peut remarquer que notre législation pénale n'en est que le développement.

Mais cette autorité, que les premiers législateurs puisaient dans l'intervention de la divinité, pouvait s'affaiblir dans les âmes, s'obscurcir tout au moins avec les progrès de la raison et de la science, et il était nécessaire de chercher la confirmation de ces règles dans l'observation des faits qui avaient concouru à la prospérité des sociétés, et dans l'étude des conditions les plus favorables à leur développement régulier.

C'est précisément là l'objet de la science économique.

Le terrain à parcourir était si vaste, la question se présentait sous tant d'aspects différents, qu'on s'explique la diversité des points de vue sous lesquels les économistes, suivant la nature de leur esprit, l'ont envisagée et étudiée.

Mais cette diversité sur les moyens d'investigation et sur l'appréciation des faits observés n'exclut pas l'unité du but, qui consiste toujours, comme nous l'avons dit plus haut : dans la garantie que l'individu doit trouver, dans le milieu social, des fruits de son activité, et dans les conditions nécessaires pour rendre cette activité plus féconde.

Or, peut-on trouver cette garantie en dehors de la liberté individuelle, de la propriété, consécration et récompense du travail libre, et en l'absence du respect qui s'attache aux transactions volontairement consenties ?

C'est là, pour le dire en passant sans insister davantage, ce qui établit une ligne de démarcation bien tranchée entre l'économie politique et le *socialisme* qui, dans son acception véritable, fait abstraction de la propriété et de la liberté humaine.

En disant aux hommes, vivant encore à *l'état de nature*, n'ayant

conscience ni de leurs droits, ni des droits d'autrui, — en leur disant, au nom de la morale:

« Tu respecteras ton semblable; tu ne lui déroberas pas ce qui lui appartient », est-ce que les premiers législateurs ne traçaient pas le véritable terrain sur lequel la science économique devait plus tard, par des moyens plus rationnels et plus scientifiques, porter les lumières de ses investigations? Proscrire le vol, au nom des instincts supérieurs de l'espèce humaine, c'est du même coup reconnaître la nécessité du travail individuel, et de la propriété sous les diverses formes quelle peut revêtir.

En justifiant et en éclairant ces deux bases primordiales de l'organisation sociale, en recherchant comment, par l'aide du capital, le perfectionnement de l'outillage, la diversité des occupations et des fonctions et l'échange mutuel des fruits de l'activité de chacun, on rend ces bases plus fécondes, tout en opérant une répartition plus équitable et plus juste des biens de ce monde, — est-ce qu'en faisant cela (et c'est le domaine dévolu à la science économique), on ne prête pas un appui à la morale? Séparer ces deux sciences qui, dans leur acception la plus haute, tendent au bonheur de l'humanité: l'une par l'intuition des instincts que la nature a donnés à tous les êtres pour leur conservation, et l'autre par l'observation des faits et leurs déductions logiques, — les séparer, c'est incontestablement les affaiblir.

Où trouver, en effet, une base au respect du bien d'autrui, si l'on part de ce point: que la propriété individuelle ne doit pas exister; que la personnalité humaine, sa liberté, sa responsabilité doivent se confondre et s'absorber dans une promiscuité imposée par la contrainte?

Ne devons-nous pas attribuer ce soulèvement inquiétant des salariés de l'industrie, qui s'affirme, non seulement par la grève généralisée et, pour ainsi dire, à l'état endémique, mais encore par le réveil et une recrudescence de cet instinct de destruction, que la civilisation avait assoupi, mais non complètement éteint, — ne devons-nous pas l'attribuer (en partie du moins) au doute imprudent jeté, par quelques dévoyés de la science économique, sur la légitimité du droit d'appropriation et sur les conséquences logiques qui en découlent? L'influence des Proudhon, des Karl Max, des Lasalle et de ceux qui se sont plus ou moins inspirés de leurs idées, cette influence sur l'application des théories anarchiques qui ont épouvanté la population, n'est pas contestable.

On ne peut méconnaître qu'il existe un trouble profond dans notre état social! De toutes parts se font jour et s'agitent des aspirations confuses, le plus souvent contradictoires. A l'esprit d'indépendance qui rejette tout frein et toute règle, se mêle un désir de *protection* et de contrainte qui conduit à l'asservissement; à cette soif d'égalité, qui

abaisserait toutes les supériorités naturelles à un niveau commun, se mêle, du même coup, la poursuite de privilèges, de division des classes qui feraient renaître, sous des noms différents, tous les abus d'autrefois.

Pour apporter quelque lumière dans ce chaos, il n'est pas de trop assurément que la Morale, dans ses grandes lignes, trouve une confirmation dans l'étude des phénomènes économiques, et que l'économie politique, à son tour, s'inspire de ces grandes règles de morale universelle, sorties de la conscience des peuples, et dont ils ne sauraient faire abstraction sans retomber dans la barbarie. Ces deux flambeaux éclairent deux routes différentes, mais ces deux routes arrivent au même but.

M. DEMONFERRAND

A Paris.

LES CAHIERS GÉNÉALOGIQUES (2e PARTIE)

— Séance du 9 août 1893 —

Généalogie descendante. — La description des cahiers généalogiques, présentée au Congrès de Paris, et insérée dans le compte rendu de 1889, a fourni une méthode précise et infaillible pour classer et enregistrer tous les membres connus d'une famille sans hésitation ni omission possible. La théorie de la généalogie descendante repose tout entière sur l'application successive, à chaque membre de chaque génération, d'une formule fondamentale.

A. Quels sont ses enfants ?

Généalogie ascendante. — On peut étendre cette méthode des questions successives au relevé des généalogies ascendantes ; seulement chaque lit déjà inscrit ne se présente plus alors comme devant aboutir à un nombre de lits variable et souvent nul, mais bien comme résultant toujours de deux lits d'origine connus ou inconnus : celui du mari et celui de la femme. Pour les déterminer, il faut donc recourir à deux formules fondamentales distinctes :

B. Quel est le lit d'origine du mari ?

Généalogie ascendante. DUVAL-ROGELET.

FILIATION							ÉTAT CIVIL DE L'HOMME				
RENVOI ASCENDANT	NUMÉRO DU LIT	RENVOI DESCENDANT	GÉNÉRATION	NOMS HOMME	NOMS FEMME	PRÉNOM	AGE au décès	NAISSANCE	MARIAGE	DÉCÈS
	0									
20	1		1re	Duval.	Rogelet.	Jules.		11-1-1817	Auxerre. 12-9-1842	
—	2		2e	Duval.	Berthelin.	François.	32	Troyes. 3-12-1790	Romilly. 1813	Troyes. 1822
14	3		3e	Duval.	Dulmet.	François.	74	1764	Troyes. 26-11-1783	1838
—	4		4e	Duval.	Talabot.	Etienne.		16-2-1723	16-11-1758	
13	5	(26)	5e	Duval.	Bouchet.	Etienne.			4-2-1721	
9	6		6e	Duval.	Diffray.	Etienne.		6-10-1669	19-1-1693	
—	7		7e	Duval.	Marcilly.	Edme.				
—	8		8e	Duval.	Mathillon.	Etienne.		1598		
—	9	6	7e	Diffray.	Dumont.	Guillaume.				
—	10		8e	Diffray.	Pierron.	André.				
12	11		9e	Diffray.	Garnier.	Louis.				
—	12	11 (19)	10e	Garnier.	Dudouit.	Jean.		1523	1558	
—	13	5	6e	Bouchet.	Hachin.	Jean.				
—	14	3	4e	Dulmet.	Guilbert.	André.	90	28-4-1730	1759	Troyes. 19-8-1820
—	15		5e	Dulmet.	Bazangeon.	Pierre.			17-5-1718	14-8-1764
—	16		6e	Dulmet.	Merlot.	Jacques.			1685	
—	17		7e	Dulmet.	Jacquemet.	Jacques.				
19	18		8e	Dulmet.	Garnier.	Jules.				
(12)	19	18	9e	Garnier.	Chatelain.	Jean.				
28	20	1	2e	Rogelet.	Diffray.	Auguste.	78	19-8-1791		Auxerre. 9-2-1869
26	21		3e	Rogelet.	Lannois.	Charles.			Montereau. 7-7-1789	
24	22		4e	Rogelet.	Gerson.	Alexandre.		Sens. 5-5-1713	Auxerre. 5-10-1751	
—	23		5e	Rogelet.	Lemaitre.	Michel.				
—	24	22	5e	Gerson.	Lecœur.	Jacques.	42	1697		9-11-1739
—	25		6e	Gerson.	Dodias.	Jacques.	38	1659	1693	1697
(5)	26	21 (28)	4e	Lannois.	Duval.	Claude.	42	1726	Troyes. 1749	4-3-1768
—	27		5e	Lannois.	Gendry.	Claude.	83	3-5-1677	13-11-1708	19-4-1760
(26)	28	20	3e	Diffray.	Lannois.	Jacob.			Montereau. 29-1-1787	
—	29		4e	Diffray.	Lefranc.	Robert.			1756	
	30									
—		—	—	—	—	—	—	—	—	—
	31									
—		—	—	—	—	—	—	—	—	—
	32									

C. Quel est le lit d'origine de la femme ?

Sur un imprimé dont la planche I représente un fragment, et dont le tracé, sauf en ce qui concerne la filiation, se rapproche beaucoup de la planche I de 1889, on inscrit dans le lit n° 1 les époux Duval-Rogelet, pour la maison desquels on entreprend la généalogie ascendante ; puis on applique à ce lit la question masculine *B*, et on porte la réponse, Duval-Berthelin, dans le lit 2. Ensuite on applique au lit 2 la même question *B*, ce qui fournit le lit 3, Duval-Dulmet, et on continue de même jusqu'à ce qu'on arrive à une question *B*, à laquelle on se trouve dans l'impossibilité de répondre. En opérant de la sorte, on a remonté aussi loin que possible la filiation masculine du lit 1 jusqu'au lit 8, Duval-Mathillon ; on réunit cette branche par une accolade verticale, et en regard de chaque lit on note le numéro d'ordre de sa génération, numéro qui croît toujours d'une unité lorsqu'on passe d'un lit quelconque à l'un de ses lits d'origine.

Arrivé à l'extrémité de la branche masculine connue, on applique au dernier lit inscrit, qui est le n° 8, la question féminine *C* ; si on n'obtient pas de résultat, on remonte aux lits 7, 6, etc., jusqu'à ce qu'on en trouve un, le 6 par exemple, Duval-Diffray, qui détermine un lit ascendant féminin, Diffray-Dumont, que l'on inscrit alors au n° 9, premier lit vacant ; puis on note sur les lits 6 et 9, dans les colonnes des renvois, la relation qui rattache ces deux lits l'un à l'autre. Enfin on marque d'un tiret, dans la colonne des renvois ascendants, tous les lits tels que 8 et 7 pour lesquels la question *C* est restée sans réponse.

Dès qu'on a obtenu un lit ascendant féminin, comme le n° 9, on remonte sa filiation masculine, ce qui fournit une nouvelle branche, occupant les lits 9 à 11 par exemple, dont le dernier donne lieu au lit ascendant féminin n° 12.

La question *C*, qui sert à passer d'une branche à une autre, s'applique toujours, en remontant la liste des derniers lits inscrits, à celui qui présente le premier une case vide dans la colonne des renvois ascendants. Cette question doit être laissée de côté aussitôt qu'elle a fourni un lit ascendant féminin, tandis que la question *B* doit être renouvelée sans interruption tant qu'elle fournit des lits ascendants masculins. A la fin de ces alternatives entre plusieurs questions *B* et une seule question *C*, quand la colonne des renvois ascendants ne comporte plus aucune case vide, on peut être certain que la question *C* a été appliquée à tous les lits, et comme d'ailleurs la question *B* a toujours immédiatement suivi toute nouvelle inscription, chaque lit a bien subi les deux questions fondamentales et, par conséquent, aucun ascendant connu n'a pu être omis.

Les renvois employés dans les opérations ci-dessus résultent tous de la

question féminine, et par suite sont tous féminins, car les renvois masculins sont rendus inutiles par la superposition des lits d'une même branche. Cependant un même lit peut servir d'origine masculine ou féminine à plusieurs autres; ainsi le lit 19, Garnier-Chatelain, inscrit comme ascendant féminin du lit 18, Dulmet-Garnier, est en même temps descendant masculin du lit 12, Garnier-Dudouit; c'est ce qu'indiquent les renvois (12) et (19), et chaque fois qu'on rencontre un renvoi entre parenthèses, on en peut conclure que ce renvoi, qui est d'ailleurs masculin ou féminin, sert à éviter des inscriptions doubles ou triples.

Lorsque la colonne filiation est terminée, on remplit autant que possible les autres colonnes de l'imprimé, dont les titres sont comme de nouvelles questions provoquant des réponses.

Nomenclature générale des parents. — Si l'on veut constituer au recueil de tous les parents d'une maison donnée, il faut d'abord établir la généalogie ascendante de cette maison, puis reprenant successivement tous les noms qui y figurent, il faut dresser pour chacun d'eux une généalogie descendante. L'ensemble de ces tableaux constitue la nomenclature cherchée, puisque, d'une part, tous les membres de ces diverses familles ont des ascendants communs avec la maison initiale, et que, d'autre part, les trois questions fondamentales, poussées jusqu'à épuisement dans toutes les directions, ont forcément déterminé l'appel de toutes les personnes qu'un lien de parenté, si éloigné qu'il puisse être, rattache à la maison donnée par une filiation authentique.

Résumés généalogiques. — On peut généralement condenser sur un seul tableau de dimensions restreintes toute la généalogie d'une famille, même nombreuse, mais à la condition d'exclure tous les lits sans descendance, lesquels forment environ les deux tiers de toute généalogie. Ces bouts de branche ne constitueraient qu'un encombrement pur et simple, car leur filiation se termine à eux-mêmes, et leur place dans l'ensemble est suffisamment déterminée par celle de leur lit d'origine. Dans des cases rectangulaires formant des colonnes verticales auxquelles on donne des numéros d'ordre de générations à partir de la gauche, on dispose horizontalement les branches et sous-branches, en rattachant à leurs lits d'origine, par des accolades verticales, tous les groupes de frères et de sœurs. Chaque lit est désigné, dans la case qui lui est allouée, par son numéro et par son nom d'homme, nom que l'on remplace par le prénom et l'initiale pour les représentants du nom de la famille. Vers le bas de chaque case, il y a place pour trois dates: à gauche la naissance, à droite le décès, au milieu le mariage, à moins que cette date du milieu ne soit seule et entre parenthèses, ce qui signifie qu'elle représente simplement une époque à laquelle vivait le titulaire du lit.

Résumé généalogique ascendant.

DUVAL-ROGELET.

NOMS DES FEMMES ET NUMÉROS DES LITS										NOMS DES HOMMES	LIT FÉMININ DESCENDANT DE CHAQUE BRANCHE
10e	9e	8e	7e	6e	5e	4e	3e	2e	1re génération		
						(Duval 26 1749)				Lannois.	28
						Lefranc 29 1756	Lannois 28 1787			Diffray.	20
Ascendant féminin					(Bouchet 5 1721)					Duval.	26
Ascendant masculin	Lit M	Descendant masculin			Gendry 27 1708	(Duval 26 1749)				Lannois.	21
				Dodias 25 1693	Lecœur 24					Gerson.	22
		Descendant féminin			Lemaitre 23	Gerson 22 1751	Lannois 21 1788	Diffray 20		**Rogelet.**	1
(Dudouit 12 1558)	Chatelain 19									Garnier.	18
		Garnier 18	Jacquemet 17	Merlot 16 1685	Bazangeon 15 1718	Guilbert 14 1759				Dulmet.	3
				Hachin 13						Bouchet.	5
(Dudouit 12 1558)										Garnier.	11
	Garnier 11	Pierron 10	Dumont 9							Diffray.	6
		Mathillon 8	Marcilly 7	Diffray 6 1693	(Bouchet 5 1721)	Talabot 4 1758	Dulmet 3 1783	Berthélin 2 1813	Rogelet 1 1842	**Duval.**	

Les dimensions des cases étant absolument arbitraires, il est utile d'effectuer un pointage préalable sur papier quadrillé, afin de se rendre compte du nombre de lignes et de colonnes nécessaires ; si ces nombres conduisent à un tableau trop grand ou à des cases trop petites, on fractionne le résumé soit dans un sens, soit dans l'autre, soit dans les deux sens.

Si l'on n'a en vue qu'un résultat partiel, comme, par exemple, d'établir la filiation mâle d'une famille, il est toujours facile d'éliminer les documents étrangers au but spécial qu'on se propose. En somme, tous les problèmes généalogiques peuvent recevoir une solution immédiate sous forme de cahier ou de résumé, pourvu qu'on soit en mesure de répondre aux trois questions fondamentales employées à tour de rôle.

La planche II donne le résumé généalogique ascendant de la maison Duval-Rogelet, résumé correspondant à la généalogie ascendante détaillée sur la planche I. Pour établir cette pièce, on porte dans la colonne de droite, en commençant par le bas, le nom d'homme de chaque branche, et on inscrit en regard, dans les colonnes de leurs générations, les noms des femmes qui ont complété les divers lits de la branche ; puis on ajoute à chaque lit son numéro et la date du mariage. On voit ainsi, par exemple, que la branche Dulmet se compose des lits Dulmet-Guilbert, Dulmet-Bazangeon, Dulmet-Merlot, Dulmet-Jacquemet et Dulmet-Garnier ; le n° 3 qui figure à la gauche du nom d'homme indique que la branche Dulmet se rattache à la généalogie Duval-Rogelet par le lit n° 3, Duval-Dulmet.

Le croquis encadré sur la gauche de la planche II indique les relations qui existent entre un lit quelconque *M* et ceux qui l'avoisinent.

1° Dans la colonne de gauche, à niveau, lit ascendant masculin ;

2° Dans la colonne de droite, à niveau, lit descendant masculin ;

3° Dans la colonne de gauche, une ou plusieurs lignes plus haut, lit ascendant féminin ;

4° Dans la colonne de droite, une ou plusieurs lignes plus bas, lit descendant féminin.

Toutefois le lit *M* ne se rattache aux lits occupant les positions 3e et 4e que si le lit 3e dans le premier cas ou le lit *M* dans le second, se trouve le premier à droite d'une branche masculine horizontale.

Les parenthèses indiquent les parentés multiples.

Fiches personnelles. — De même que le tracé des cahiers généalogiques facilite la création des archives de famille, de même il serait intéressant de composer des formules imprimées, propres à l'extension et à la tenue à jour des documents de l'état civil. La planche III donne le modèle d'une fiche qui comporte des cases destinées à l'inscription des dates et

LES CAHIERS GÉNÉALOGIQUES

FICHE PERSONNELLE

Pl. III.

Nom ..... *A* .....

Prénoms B ..... *C* ..... *D* .....

né le ..... *1* ....., *à* ....., *département* .....

Classe 1 ....., *N° de tirage* .....

Décédé le ..... *1* ....., *à* ....., *département* .....

Fils de A, E ....., *F* .....

né le ..... *1* ....., *à* ....., *département* .....

et de G ....., *H* ....., *I* ....., *J* ....., *K* .....

née le ..... *1* ....., *à* ....., *département* .....

Marié le ..... *1* .....
à ....., *dép.* .....
avec L ....., *M* ....., *N* .....
née le ..... *1* .....
à ....., *dép.* .....

Père de A, O ....., *P* ....., *Q* .....
né le ..... *1* ....., *à* .....

Père de A, R ....., *S* .....
né le ..... *1* ....., *à* .....

Père de A, T ....., *U* ....., *V* .....
né le ..... *1* ....., *à* .....

Veuf, le ..... *1* .....
(ou) divorcé, le ..... *1* .....
à .....
dép. .....

Remarié, le ..... *1* .....
à ....., *dép.* .....
avec X ....., *Y* ....., *Z* .....
née le ..... *1* .....
à ....., *dép.* .....

Condamné, le ..... *1* .....
à .....
pour .....
par l .....
de ....., *dép.* .....

Pourvu d'un conseil judiciaire,
le ..... *1* .....
par l .....
de ....., *dép.* .....

lieux de naissance des père, mère, conjoint et enfants, par les fiches desquels le titulaire serait rattaché à tous ses parents et alliés, qu'on pourrait retrouver de proche en proche.

Les fiches, dont les deux cases du haut s'établiraient dès la naissance, seraient de couleur blanche pour les hommes et de couleur bulle pour les femmes, avec les variantes applicables à ces dernières. Il est bien entendu que les lettres indiquant ici l'emplacement des noms et prénoms ne figureraient pas sur l'imprimé, pas plus que les circonstances prévues dans les quatre cases du bas.

Lorsqu'une mairie établirait un acte de l'état civil pour une personne née en dehors de la commune, elle dresserait une fiche mobile différant de la fiche minute par le format ou la couleur et spécifiant l'enregistrement à effectuer; on enverrait la fiche mobile au maire du lieu de naissance de l'intéressé (ou des intéressés), lequel renverrait la fiche à son point d'émission, après avoir certifié, par un timbrage sur la communication même que la fiche minute a été mise à jour. Les cours et tribunaux signaleraient également leurs décisions par des fiches mobiles expédiées aux maires.

Bien qu'une semblable innovation n'entraîne ni un matériel ni un travail excessifs par rapport aux services à rendre, puisqu'il s'agit de recueillir tous les documents personnels dont la loi prescrit ou prescrira la publicité, on peut prévoir que cette mesure sera longue et difficile à obtenir; mais c'est une raison de plus pour soumettre la question sans retard à une étude approfondie, ou même à un concours, afin d'arriver à la solution pratique la plus capable de réaliser un progrès dans la tenue des archives administratives.

M. le Dr Ch. DESHAYES

Président de la Société normande d'hygiène, à Rouen.

DU DANGER DES VIANDES PROVENANT D'ANIMAUX TUBERCULEUX

— Séance du 4 août 1893 —

La question des viandes de provenance tuberculeuse n'est pas neuve. Elle a fait l'objet de nombreuses discussions, au sein des Congrès, notamment au dernier Congrès international d'hygiène à Londres.

De même — l'an dernier, à Pau, — l'éminent hygiéniste qui nous préside, le professeur Henrot, vous montrait la nécessité d'établir une surveillance administrative sur les denrées, et particulièrement sur les viandes livrées à la consommation.

Je voudrais reprendre la question, pour la montrer à un point de vue particulier, — à l'abattoir.

La majorité des hygiénistes réclame la prohibition de tout animal atteint de tuberculose, localisée ou généralisée; mais, hélas ! le Gouvernement et le Comité consultatif d'hygiène ne nous ont pas suivi dans cette voie.

Et aujourd'hui encore on peut dire que les quatre cinquièmes des bovidés tuberculeux sont livrés à la consommation, sous l'estampille de l'administration.

Et en effet, il faut, pour qu'il y ait saisie de l'animal, que ce dernier soit atteint, farci de tuberculose généralisée.

Si un ou plusieurs organes seulement renferment des tubercules, on enlève les organes malades, et la viande est livrée au public.

Ainsi en a décidé le Comité consultatif d'hygiène de France. Or, c'est précisément contre cette tolérance dangereuse que je vous demande de protester avec moi.

Sans remonter aux travaux du regretté Villemin, qui, le 5 octobre 1885, affirmait la contagion de la tuberculose,

Nous dirons que tous les Congrès de France et d'étranger ont toujours voté la mesure suivante :

« Il faut saisir et prohiber toute bête de boucherie qui présente une lésion tuberculeuse bien appréciable, cette lésion fût-elle extrêmement limitée. »

Au Congrès international de Londres, M. Burdon Sanderson disait :

Tout le monde convient :

1° De l'existence d'un bacille spécifique de la tuberculose;

2° De l'identité de la tuberculose de l'homme avec celle de la race bovine;

3° Du danger *qu'entraîne* la *consommation* des viandes provenant d'animaux tuberculeux.

Et je crois, disait-il, à la transmission de la tuberculose à l'homme par *la viande* et *le lait* provenant d'animaux tuberculeux.

Dans la même séance, M. Bang, de Copenhague, reconnaissait que toutes les parties du lait peuvent contenir le bacille, et on peut même l'y trouver au bout de vingt à trente jours.

D'autre part, M. le professeur Arloing, dont vous connaissez tous la grande autorité, faisait remarquer que les bacilles sont emprisonnés dans le stroma des tissus, et il ajoutait :

Nous savons où le danger commence, nous ne savons pas où il finit. Il faut donc ordonner la saisie de toute viande de provenance tuberculeuse, et il formulait le vœu suivant :

« La viande des animaux tuberculeux, *dans tous les cas indistinctement*, ne sera jamais livrée à la consommation à l'état frais. »

De leur côté, MM. Fadyen et Woodhead ont montré la fréquence de la tuberculose intestinale et mésentérique, à l'âge de la vie où le lait de la vache est substitué au lait de la mère.

C'est un cas semblable que vous signalait M. Henrot l'année dernière.

M. Nocard, d'Alfort, dont l'enseignement paraît ne pas avoir été bien compris par certains vétérinaires de province, n'est pas partisan de la saisie totale, admise par les Congrès de 1885, 1888, 1889 et 1891; mais cela seulement, j'aime à le croire, quand la bête n'est pas infectée dans son ensemble; sinon, évidemment, il faut la détruire.

Pour ce qui est du lait, M. Nocard lui-même déclare que l'usage du lait de vaches *reconnues tuberculeuses* constitue un danger très réel, surtout pour les jeunes enfants.

Sur ce point, Messieurs, en vérité, tout le monde, en France et à l'étranger, est d'accord, et ces jours derniers le Dr Rouvier, professeur à la Faculté de Médecine de Beyrouth, proclamait dans un ouvrage le danger du lait provenant de vaches tuberculeuses. Le germe de la tuberculose peut être introduit avec le lait, lequel est un excellent bouillon de culture.

Et voilà pourquoi nous demandons, nous hygiénistes, que cette loi, que nous trouvons trop large, *soit au moins appliquée intelligemment* par les autorités sanitaires, — et que l'animal atteint d'une tuberculose disséminée soit impitoyablement prohibé. Or, cela n'a pas toujours lieu.

En présence de la contagion de la tuberculose chez les conjoints, c'est-à-dire de la contamination de l'un des deux époux soignant l'autre tuberculeux ;

En présence de la contagion de la tuberculose dans les chambres d'hôtel et les habitations qui ont abrité des tuberculeux ;

En présence enfin de tous les exemples patents de contamination, de transmission de la tuberculose;

Le médecin, l'hygiéniste peuvent-ils rester indifférents devant cette grosse question du danger des viandes tuberculeuses ?

La contagion, mais nous la rencontrons à chaque pas, et encore bien souvent, quoique réelle, elle nous échappe.

Aussi dirai-je à nos collègues vétérinaires : vous n'avez plus la parole. Oui, la science vétérinaire a puissamment contribué à résoudre certaines difficultés cliniques d'ordre animal, voire même de nature humaine.

Mais en matière de contagion par la viande, de contamination humaine,

messieurs les vétérinaires, admirablement placés pour déceler et constater la présence de tubercules, doivent s'arrêter là : car ils ne peuvent nier ni affirmer la transmission à l'homme, puisque les pièces d'observation postérieure leur font défaut.

Dans une récente étude sur ce sujet, parue dans la revue du professeur Verneuil : *Transmission de la tuberculose par alimentation, cohabitation et hérédité*, M. le Dr P. Jousset a cherché à démontrer que, en matière de transmission tuberculeuse, l'hérédité seule est incontestable. Mais qui donc met en doute l'hérédité? « La phtisie, dit M. Jousset, est certainement inoculable et contagieuse par les procédés de laboratoire; — mais la même phtisie est difficilement inoculable à l'homme. » — Pourquoi cela?

« Et la transmission de la tuberculose à l'homme — par la chair et le lait des animaux tuberculeux — n'est pas démontrée. » Nous n'en croyons rien; et ce sont là des considérations spéciales, détruites par le laboratoire lui-même, et que viennent démentir chaque jour et la pratique et la clinique.

Passons maintenant à l'abattoir.

La ville de Rouen possède des abattoirs fort bien tenus, dirigés par un homme de réelle valeur, M. Veyssière.

Le nombre des bovidés abattus à Rouen a été :

En 1891 de	10.089
En 1892 de	10.240

en moyenne, 200 par semaine.

En 1892, il a été également abattu 10.212 porcs.

Or, en 1891, on a trouvé 27 bovidés tuberculeux,

Et en 1892, 42 bovidés tuberculeux, et 4 porcs tuberculeux.

Le tiers seulement de ces animaux tuberculeux a été prohibé;

Et les deux autres tiers, livrés au public, après élimination des parties malades.

Comme vous le voyez, le chiffre des animaux trouvés tuberculeux a Rouen est relativement faible.

Mais il faut noter que la Normandie est un pays agricole, privilégié par ses herbages et ses prairies.

D'autre part, il existe dans la banlieue des tueries particulières, non surveillées.

MM. Veyssière et Himbert ont communiqué la tuberculose à un cobaye en lui injectant du jus de viande tuberculeuse.

D'après M. Lefebvre, vétérinaire distingué du Havre, le nombre des bœufs trouvés tuberculeux dans les principaux abattoirs de France, depuis

cinq ans, peut être évalué à 4.000, chiffre minimum. Or, 1.600 seulement ont été saisis.

Il en reste donc 2.400 dont l'organe malade a été enlevé, et qui ont été livrés à la consommation.

N'est-ce pas là un fait grave ?

Et n'est-ce pas une grande erreur de laisser livrer à la consommation une pareille viande ?

Et puis, il n'y a pas que la partie charnue de consommée ; il y a une quantité considérable de ganglions et de vaisseaux lymphatiques qui sont le siège de bacilles.

Cela est si vrai que M. Veyssière saisissait récemment aux abattoirs de Rouen un bœuf de très belle apparence (comme presque toujours cela a lieu) et chez lequel la plupart des ganglions étaient hypertrophiés, ramollis et manifestement tuberculeux.

Avec mes honorables collègues, MM. Lefebvre et Veyssière, je crois que le Comité consultatif d'hygiène de France, en décidant que les bœufs pouvaient être consommés tant que la tuberculose n'était pas généralisée, a manqué de fermeté.

On se laisse impressionner par des sentiments d'intérêt économique. On craint de léser les intérêts de l'agriculture, en prohibant tout animal atteint de tuberculose généralisée ou non, comme si l'agriculteur tout le premier n'avait pas intérêt à ne vendre que de la viande saine.

Au point de vue économique, on a craint également de léser la bourse de l'ouvrier. Mais cette viande lui est le plus souvent vendue au prix de la bonne.

D'autre part, qui donc plus que l'ouvrier fatigué, mal logé, surmené, offre un terrain mieux préparé à la contamination tuberculeuse ?

Et c'est à cet ouvrier que nous laisserons vendre de pareille viande ! En vérité, ce n'est pas admissible.

Enfin, est-il besoin de rappeler ici qu'un certain nombre de bovidés malades ne passent pas par l'abattoir, d'où nouveau danger.

Ici, c'est un cultivateur rusé qui cherche à se débarrasser d'une vache malade, en dehors des barrières de la ville, dans la banlieue, à la campagne ; nouvel argument en faveur de la suppression des tueries particulières, non surveillées.

Là, un fournisseur d'hôpital ou d'asiles qui achète de pareilles bêtes, et par tous les moyens possibles, les fait accepter par l'économe, lequel, du reste, ne possède pas toujours toute la compétence voulue sur la matière.

Voilà pourquoi, en attendant que le Comité consultatif d'hygiène veuille bien revenir sur son autorisation trop large, je demanderai à l'*Association française pour l'avancement des sciences* d'émettre le vœu suivant :

Tout animal atteint de tuberculose, même localisée, doit être impitoyablement rejeté de la consommation.

Il y a lieu d'appeler sur ce sujet l'attention de M. le ministre de l'Agriculture.

M. A. VAILLANT

Architecte, à Paris.

HYGIÈNE DE L'HABITATION RURALE AU POINT DE VUE DE L'ALIMENTATION D'EAU PURE ET POTABLE ET DE L'ÉVACUATION DES EAUX USÉES

— Séance du 4 août 1893 —

Le régime des eaux d'alimentation et des eaux salies dans les grandes agglomérations urbaines dépend et ne peut dépendre que des municipalités qui sont ainsi maîtresses de l'hygiène des villes et de la santé des habitants.

Il n'en est pas de même pour l'habitation rurale, pour la maison isolée. C'est l'habitant qui organise, à ce point de vue, son régime et qui l'organise d'après les errements les plus déplorables.

Les ouvrages d'hygiène sont remplis d'observations démonstratives sur les inconvénients et les graves dangers que font courir les pratiques en usage, même dans les habitations les plus riches, l'établissement des puisards et des fosses, des amas de fumiers, etc., contrairement aux règles les plus élémentaires de l'hygiène et même des prescriptions administratives les plus formelles.

Je me propose, plus tard, de montrer par quelques courtes monographies combien il est aisé de s'y conformer, aussi bien dans la plus modeste habitation que dans le château, si on dispose d'une surface de terrain suffisante, de le fournir d'eau pure et abondante, d'éloigner et de détruire les eaux polluées au fur et à mesure de leur production. Aujourd'hui je me bornerai à indiquer d'une manière générale les principes qui m'ont guidé dans les études et les installations que j'ai faites.

On est généralement d'accord sur ces faits : qu'il n'y a pas d'hygiène sans beaucoup d'eau; qu'il faut de toute nécessité obtenir l'évacuation immédiate des eaux usées; qu'il faut proscrire le rejet de celles-ci soit dans les profondeurs du sol, soit dans des cloaques souterrains; mais au

contraire les conduire sur un terrain convenablement choisi ou convenablement composé, de surface suffisante, qu'on peut aérer par le labourage. On sait, en effet, que le sol a la propriété de transformer la matière organique et de ne laisser pénétrer dans le sous-sol inférieur que de l'eau complètement débarrassée de toute souillure.

Ces principes, qui sont classiques, adoptés pour l'hygiène des villes, peuvent être aisément, plus aisément peut-être, mis en pratique pour l'hygiène de la maison rurale. Les errements, les dispositions appliquées et en usage dans les villes sont aussi ceux qu'il faut adopter dans l'habitation isolée. Les appareils, les canalisations intérieures sont les mêmes ; ils exigent seulement un peu plus d'attention dans l'arrangement des chasses d'eau, pour laver périodiquement les conduites, et dans l'organisation du terrain de purification.

Il n'y a aucun inconvénient à ce que ce champ d'épuration soit proche de la maison; et l'expérience que j'en ai faite montre que ce voisinage ne donne aucune gêne, bien entendu aucune odeur, qu'il suffit de le disposer dans des conditions de surface et de perméabilité avec un sous-sol bien drainé; et c'est ici que gît la difficulté qu'on rencontre le plus souvent.

Pour m'expliquer sur ce point, j'indiquerai la disposition que j'ai adoptée pour une grande habitation dont les eaux et celles d'une ferme s'écoulaient dans un très grand fossé, faute de pouvoir être évacuées ailleurs, ces eaux étant très abondantes et le terrain imperméable sur une grande profondeur, terrain formé d'argile à meulière bien connue dans les environs de Paris. Le fossé très large, bordé de murs de soutènement, constituait un véritable marais dont les eaux ne disparaissaient que par évaporation. J'ai fait creuser, au milieu de la longueur, 80 mètres environ, un puits de $1^{m},40$ qui a été descendu jusqu'au banc de sable sous-jacent qui forme le sous-sol de la contrée. Ce puits a été comblé par du gros sable et le fossé drainé à plus de 1 mètre de profondeur de manière à conduire les eaux dans le puits. Le sol du fossé, parfaitement ameubli et mêlé à une faible quantité de calcaire, reçoit les eaux usées et toutes celles du voisinage distribuées par des rigoles : on le laboure un certain nombre de fois par an, et on y laisse croître les plantes qui y poussent naturellement. Peut-être vaudrait-il mieux le cultiver.

Rien de plus aisé, en général, que d'organiser toute espèce de champ d'épuration efficace d'une marche sûre, n'exigeant que l'ameublissement indispensable de la terre, pour assurer l'aération nécessaire à la transformation des matières organiques. Le voisinage n'en est pas désagréable: il ne ressemble en rien à certains autres qu'il n'est pas indispensable de décrire ici. Le champ d'épuration supprime heureusement, et à un prix moindre,

les cloaques souterrains, dont les ouvriers sont souvent victimes; où se forment des gaz délétères, dangereux; sans parler de l'infection des terrains voisins par les liquides abominables allant, par infiltration, infecter les nappes d'eau des puits et des sources et porter la maladie et la mort dans les environs.

C'est encore à l'épuration par le sol, légèrement calcaire, ameubli, aéré, que je demande l'eau potable. Certes, je ne pousse pas la logique au point qu'on devine bien: ce serait puéril.

Mais il paraît aussi simple que facile de recueillir l'eau pluviale, — laquelle n'est jamais pure en arrivant sur la terre, — après qu'elle a été filtrée par le sol, à l'aide de drains convenablement disposés sur une surface naturelle ou artificielle imperméable par lesquels elle est conduite jusqu'à une citerne où elle parvient pure comme de l'eau de source et où elle est conservée à l'abri de toute contamination.

On admettra bien qu'aucun procédé de filtration ne peut être comparé à celui-là, que l'on considère la pureté bactériologique de l'eau ou sa composition chimique. Il procurera des eaux douces, sans acidité, comparables à celles des meilleures sources.

La partie des eaux de toiture non utilisée par les réserves nécessaires à l'organisation des chasses indispensables aux nettoyages périodiques des conduites d'évacuation des eaux souillées et par les réserves des eaux brutes utiles à certains services de gros lavages, peut être conduite au champ d'épuration alimentant la citerne, ce qui permettrait d'en réduire la surface; car cette surface est, en raison de l'eau nécessaire à l'habitation suivant le régime des eaux météoriques du lieu, l'évaporation et la partie prise par la végétation, c'est donc une surface étendue; et les combinaisons qui tendent à la réduire peuvent amoindrir la dépense.

Le but de cette communication était d'établir qu'en se servant des principes qui paraissent avoir fait leurs preuves et des procédés courants, il est aisé de se débarrasser des eaux usées dans les campagnes sans avoir recours à des moyens que condamne l'hygiène; que, de plus, par analogie sur l'application de ces principes on pouvait, en tout endroit, se procurer de l'eau pure, non calcaire, salubre, abondante; qu'il n'y a dans chaque cas qu'une simple question d'observation des conditions locales et d'ingéniosité éclairée de la part de l'architecte.

Mais, j'ai bien conscience de son insuffisance. Aussi, je me propose de revenir une autre fois sur les méthodes à suivre pour la création de champs d'épuration, leur composition, leur étendue en raison du nombre d'habitants, de la nature et de la forme superficielle et géologique du sol, des conditions météorologiques du lieu, etc.

M. le Dr E. NICAISE

Chirurgien des hôpitaux, Agrégé à la Faculté de Médecine de Paris.

TRAITEMENT HYGIÉNIQUE DE LA PHTISIE

— Séance du 5 août 1893 —

L'hygiène et la médecine sont deux sciences inséparables; le but de la première est d'abord de prévenir les maladies et de conserver la santé, mais elle peut aller plus loin, et, par l'application rigoureuse de ses règles, elle peut, à elle seule, amener la guérison de certaines maladies. C'est une doctrine qui fait tous les jours des progrès.

Les anciens se préoccupaient beaucoup de ces questions, et faisaient intervenir l'hygiène dans le traitement des maladies. Ces idées sont nettement exposées dans un livre resté inédit jusqu'à ces derniers temps, dans la *Chirurgie de Mondeville*, le premier traité de chirurgie écrit par un Français. Ce livre a été rédigé de 1306 à 1320, j'en ai publié une édition française.

L'hygiène est comprise chez les anciens sous le nom de *choses non naturelles* ou de *choses naturelles extrinsèques;* celles-ci sont au nombre de six : l'air, le boire et le manger, le mouvement et le repos, le sommeil et la veille, l'excrétion et la rétention, les passions et les affections de l'âme. A ces six choses, on ajoute le temps et la saison, la région, les rapports sexuels, la profession, le bain et les habitudes. — Ne sont-ce pas là les titres des principaux chapitres de l'hygiène?

Mondeville dit qu'il faut surtout honorer le médecin qui traite sans médicaments. Mais on doit se garder d'exagérer cette doctrine, d'autant plus que la pharmacie et la matière médicale ont fait de grands progrès.

J'ai dit que l'hygiène pouvait amener la guérison de certaines maladies, la phtisie est de ce nombre, pour quelques-unes de ses formes, du moins.

L'on a cru, et beaucoup croient encore que la phtisie est incurable; c'est une erreur contre laquelle il faut lutter de toutes ses forces, car si un malade ou son entourage croit la maladie incurable, il ne fera pas ce qu'il faut pour guérir, — et dans tout traitement hygiénique, le concours du malade est indispensable, il faut qu'il ait confiance et la

volonté de se soigner, il faut qu'il aide lui-même, comme le dit le premier aphorisme d'Hippocrate.

Dans la phtisie, il y a un affaiblissement général de l'organisme et un microbe; si ce dernier ne trouve pas un terrain favorable, il ne se développe pas, ou du moins très peu, et finit par être chassé. — Après la découverte du microbe, on a pensé qu'en le combattant directement, on pourrait guérir la maladie; on a essayé divers agents qui, dans le laboratoire, empêchaient le développement du microbe; mais ils n'ont pas donné ce qu'on en attendait, et ce n'est pas sur eux qu'il faut fonder le traitement de la phtisie. — Cependant, plusieurs méritent d'être conservés comme moyens adjuvants, entre autres la créosote à l'extérieur et à l'intérieur, des pulvérisations diverses, etc., etc.

L'hygiène, chez le phtisique, porte sur l'alimentation, l'aération, les fonctions de la peau, sur les soins constants de toute heure, sur le repos, etc. Je vais résumer rapidement ces différents points, d'autant que, depuis 1887, je me suis beaucoup occupé de cette question, et j'ai cherché à vulgariser le traitement hygiénique de la phtisie (1).

L'*alimentation* a une importance capitale, car c'est surtout quand il peut manger et manger beaucoup que le phtisique a plus de chance de guérir; la manière dont s'accomplissent les fonctions de l'estomac préoccupera donc d'abord le médecin, qui devra agir sur cet organe de manière à lui permettre de remplir ses fonctions aussi bien que possible.

Souvent le phtisique manque d'appétit et a de la répugnance pour les aliments, mais l'*alimentation forcée* d'après la méthode de Debove a démontré qu'il n'y avait pas de rapport direct entre la sensation de l'appétit et le fonctionnement de l'estomac; des malades dont l'appétit était nul ont bien digéré des quantités considérables d'aliments introduits dans l'estomac par la sonde œsophagienne. A ce propos, je dirai que l'alimentation forcée suivant cette méthode rend des services dans certains cas particuliers, mais elle répugne à beaucoup de malades, et nous croyons qu'en général on peut arriver à remplir l'estomac sans son emploi, par le choix d'aliments qui n'exigent pas de mastication.

Le phtisique n'ayant pas d'appétit et ayant quelquefois une répulsion absolue pour la mastication, il faut lui donner des aliments qu'il n'aura pas besoin de mâcher, et qu'il avalera à peu près comme des boissons; de la sorte il pourra introduire dans son estomac de grandes quantités d'aliments très digestibles, très nourrissants.

Le premier que l'on doive chercher à employer est le lait, qui, pour

(1) *Traitement hygiénique de la Phtisie*, par Dettweiler, préface de E. Nicaise, in *Revue de Médecine*, 1888. — *De l'Aération permanente par la fenêtre entr'ouverte.* (Acad. de Méd. et *Bull. gén. de Thérap.*, 1890.)— *De l'Établissement d'un Sanatorium pour les phtisiques, (Bull. gén. de Thérap.*, 1890.)— *De l'Antisepsie dans la préservation et le traitement de la phtisie au* XVIIIe *siècle, (Rev. de Chir.*, 1892, p. 64.)

quelques médecins, forme la base de l'alimentation, en s'ingéniant à modifier les formes sous lesquelles on le fait prendre, lait pur ou coupé d'eau de Vichy, mélangé avec une petite quantité de cognac, de kirsch, ou en potages variés, etc. — La plupart des sanatoria pour phtisiques ont comme annexe une vacherie.

Après le lait, viennent les œufs que l'on prendra à peine cuits, chauds, les buvant comme un petit verre. On peut en absorber jusqu'à six ou huit par jour, soit entiers, soit en prenant le jaune seul ajouté dans un autre aliment. Ensuite, on a les potages épais faits avec des purées de légumes secs, de riz, de maïs, des pâtes, de la viande râpée, hachée ou pilée, de la poudre de viande. A ces aliments, on ajoutera utilement des peptones, surtout quand l'estomac fonctionne difficilement, ou quand il y a de la fièvre; seulement, le choix des peptones est des plus difficiles, car la plupart de celles du commerce sont peu ou pas nourrissantes et amènent des troubles de l'estomac et du tube digestif, si on les prend d'une façon continue, comme cela est nécessaire. Parmi les peptones que j'ai expérimentées, celles que j'ai trouvées les meilleures sont les peptones liquides dues à un des membres champenois les plus assidus du Congrès de l'Association.

J'indiquerai une préparation qui constitue un aliment des plus nourrissants et des plus digestibles : dans une tasse de bouillon ou de consommé bien chaud, on met un ou deux jaunes d'œufs, une ou deux cuillerées de poudre de viande, une ou deux cuillerées de peptones Roger. Cette préparation peut être graduée à volonté et prise une ou plusieurs fois par jour.

A ces aliments, on pourra ajouter des compotes de fruits, des confitures, etc., etc.

La boisson variera; les uns prennent du lait comme boisson, ou du vin blanc additionné de 60 grammes de glycérine par litre, ce qui le rend agréable, du vin rouge, du bordeaux en particulier; des vins sucrés, en petite quantité.

Au sujet du cognac, les avis sont partagés : les uns le rejettent, les autres le donnent à forte dose, 60, 80, 100 grammes; d'autres en permettent un ou deux petits verres.

Le nombre des repas variera beaucoup suivant les habitudes du malade, l'état de son estomac; nous pensons qu'en général, il ne faut pas trop les multiplier, et se rapprocher peu à peu desdites habitudes. Cette question est d'une grande importance pour l'établissement du régime à imposer aux malades dans les sanatoria. C'est une des raisons qui doivent nous conduire à multiplier ces établissements en France, afin que l'on ne soit plus contraints d'envoyer les malades dans les sanatoria étrangers où ils sont soumis au régime qui est en rapport avec les habitudes du pays.

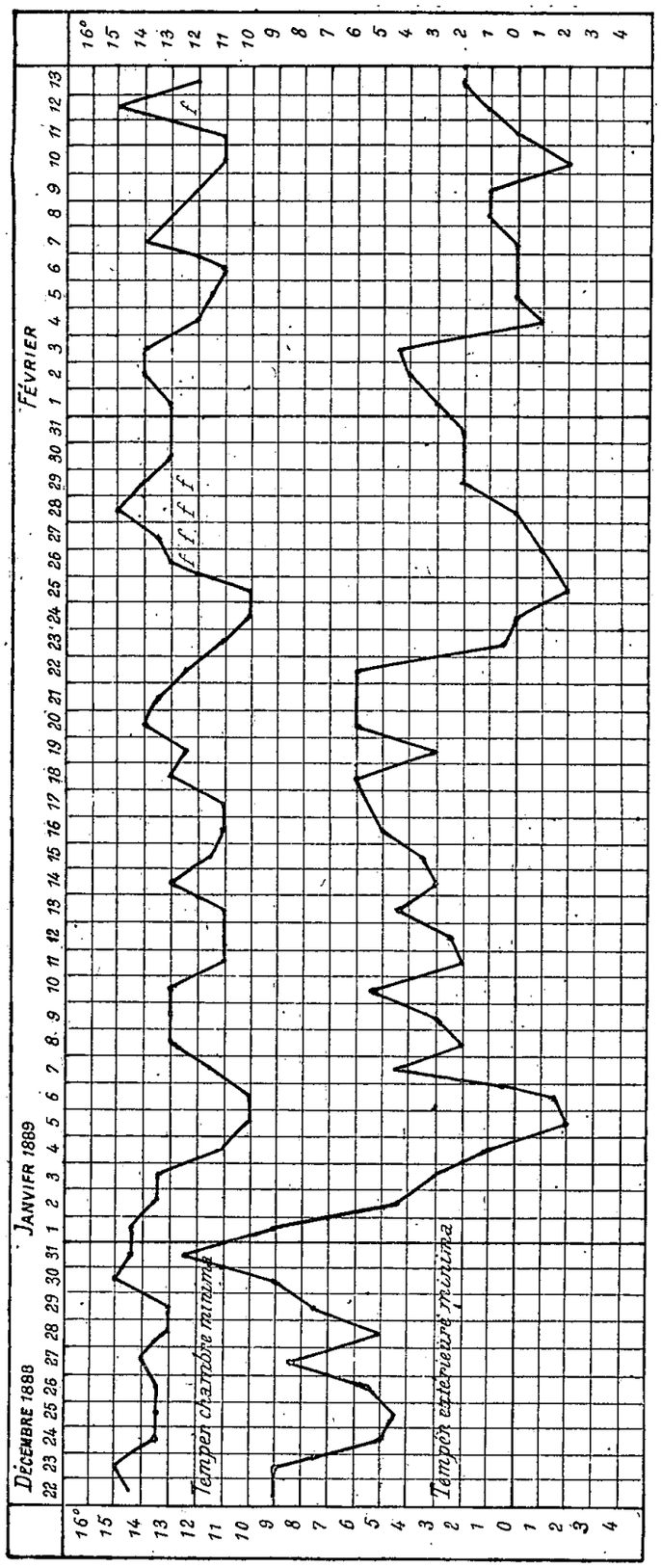
Après l'alimentation vient l'*aération*, qui est une autre sorte d'alimentation, car l'air est véritablement un aliment dont nous usons sans interruption, et qui naturellement doit être aussi pur à un moment qu'à un autre, c'est-à-dire que sa pureté doit être aussi grande que possible pendant les vingt-quatre heures, et que vivant dans des espaces enfermés, nous devons y renouveler l'air incessamment. Il y a nécessité à respirer continuellement un air pur, pendant le travail, pendant le repas, pendant le sommeil. — Personne ne peut soutenir qu'il soit utile de vivre dans un air confiné, dont les dangers sont bien démontrés et admis. L'on dira : « Mais l'on peut vivre dans un air confiné, non renouvelé pendant quelques heures, sans en éprouver de dommages. » Sans doute, le dommage n'apparaît pas immédiatement, mais si l'on s'enferme dans sa chambre à coucher, si l'on a une salle à manger où l'on étouffe, ce qui est commun, cela fait au moins le tiers du temps passé dans un air non renouvelé; au bout de douze ans, par exemple, on a donc vécu l'espace de quatre ans dans un air non renouvelé. Il est permis de croire que l'organisme n'est pas dans un état aussi parfait que si l'on avait respiré continuellement un air renouvelé. Donc, l'air doit être renouvelé dans les endroits où l'on travaille, dans les bureaux des banques, dans les salles à manger et aussi dans les chambres à coucher où souvent on passe, disons-nous, le tiers de la journée.

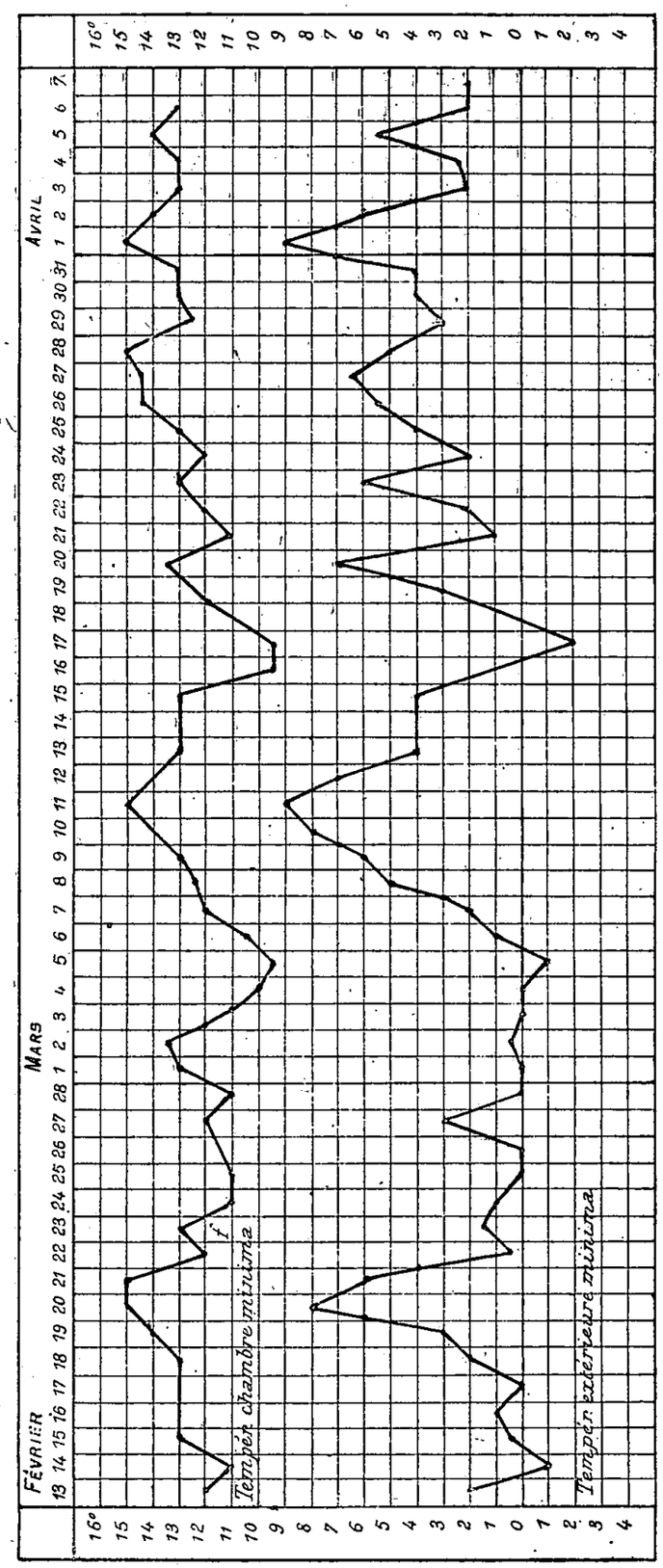
Pour l'accomplissement de ces mesures d'hygiène, on se heurte à des préjugés profondément enracinés, non seulement chez les malades, mais quelquefois, plus rarement aujourd'hui, chez les médecins; on craint les refroidissements, les conjonctivites, etc. — Sans doute, il faut prendre certaines précautions, mais elles sont très simples, et alors l'expérience a montré que l'aération permanente ne présentait aucun danger.

Les moyens proposés pour renouveler l'air sont très nombreux; un des plus simples, c'est celui de la *fenêtre entr'ouverte*. J'ai fait, avec ce mode d'aération, des expériences pendant tout un hiver, dans le midi de la France, en prenant les températures de l'air extérieur et celle de la chambre, et ces expériences ont démontré que, les *persiennes étant fermées*, la température de la chambre ne descendait pas au-dessous de 10 degrés, quand celle du dehors allait à 0°, ainsi que le montrent les deux graphiques ci-joints. Les deux courbes permettent de comparer les variations de la température du dehors et de celle de la chambre ; le lettre *f* indique que, pendant ces nuits, la fenêtre fut fermée.

Ces expériences, les premières qui aient été publiées, ont été renouvelées à Paris, à l'hôpital Tenon et ailleurs, et ont donné les mêmes résultats.

J'insiste sur la nécessité, quand la fenêtre est entr'ouverte de 10 à 30 centimètres, de fermer les persiennes, ou d'avoir un store ; ceci n'em-


DÉCEMBRE 1888
JANVIER 1889
FÉVRIER
Temper chambre minima
Tempér extérieure minima


16° 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4
AVRIL
MARS
FÉVRIER
Temper chambre minima
Temper extérieure minima

pêche pas une circulation d'air assez abondante, mais cela empêche le rayonnement. Si l'on ouvre la fenêtre simplement, ainsi qu'on l'a fait au début, faute d'être suffisamment renseigné, alors, par le rayonnement, la chambre tend à se mettre en équilibre de température avec le dehors ; dans ces conditions, le malade se refroidira et des complications surviendront. Les persiennes font l'effet des abris que les jardiniers suspendent au-dessus de leurs plantations ; l'air circule librement sous ces abris, et cependant le terrain qu'ils protègent ne gèle point, tandis que le terrain voisin gèle.

Il y a encore des précautions à prendre par rapport à la position du lit, au nombre des couvertures, au vêtement du malade, etc., mais dans cette revue rapide, je ne puis qu'indiquer le cadre de la question.

La *peau* doit être l'objet de l'attention du médecin, c'est un organe d'émonction, c'est un émonctoire ; elle est le siège, chez le phtisique, de transpirations abondantes. De plus, elle est douée d'un système nerveux très riche ; elle renferme une quantité d'éléments nerveux qui facilitent les réflexes nombreux qui ont la peau pour point de départ. On ne s'enrhume pas généralement, par les bronches, en respirant de l'air froid, car alors personne n'y échapperait pendant l'hiver, mais on s'enrhume par la peau, parce qu'on se refroidit les pieds, parce qu'étant en transpiration, on est soumis à un courant d'air, d'où un réflexe, qui se porte le plus souvent sur les voies respiratoires, *réflexe auquel on pourrait peut-être attribuer le but de faire accomplir par un autre organe, l'excrétion dont la peau se chargeait au moment où elle a été surprise en transpiration.*

Quoi qu'il en soit, c'est donc surtout par la peau qu'on s'enrhume ; c'est une particularité dont le phtisique doit être bien convaincu.

Enfin, grâce à cette richesse en nerfs, la peau est pour le médecin un puissant intermédiaire pour agir sur l'organisme, l'exciter, le tonifier, relever le système nerveux. On obtient ces résultats par les frictions, sèches, à la térébenthine, avec des alcools, des alcoolats, eau de Cologne, baume de Fioraventi, etc.; par les pratiques d'hydrothérapie, dont quelques-unes conviennent aux phtisiques. Par ces soins de la peau, les transpirations diminuent, la peau devient moins sensible aux variations de température, le phtisique a moins de ces petites congestions pulmonaires qui se répètent si souvent chez ceux qui sont imprudents et s'abandonnent.

Le traitement hygiénique de la phtisie comprend encore autre chose, ce sont les *soins de tous les instants*, il faut éviter tout ce qui peut congestionner le poumon, la conversation trop prolongée, ou sur un ton trop haut, la toux; j'ai montré ailleurs qu'il y avait une *toux utile* et une *toux inutile*, que l'on pouvait éviter le plus souvent par une certaine éducation.

Le phtisique doit éviter tout ce qui peut modifier la pureté de l'air qu'il respire ou l'exposer à des variations de température ; il doit renoncer au théâtre, aux réunions, aux dîners, aux soirées, etc. S'il veut guérir, il doit vivre pour se soigner, et abandonner, pour un temps, le but pour lequel il vit, afin de pouvoir prolonger son existence, et reprendre plus tard la suite de ses devoirs envers les siens et la société.

Une dernière question, c'est celle du *repos* et de l'*exercice*. Là, on rencontre des avis différents, les uns recommandant un certain exercice, les autres le repos. Pour moi, je recommande absolument le repos, et le repos horizontal, m'appuyant sur les considérations suivantes : le poumon est le siège de congestions, d'inflammations et d'ulcérations ; il faut donc le faire moins fonctionner, moins travailler, le laisser au repos. On obtient ceci en diminuant le nombre des mouvements respiratoires et le nombre des battements du cœur, de sorte que le sang passe moins souvent dans le poumon. Comme le malade doit respirer un air constamment renouvelé, il suffit à l'hématose de quatorze à seize respirations par minute et de soixante à soixante-dix pulsations cardiaques. Par l'exercice, ces mouvements seraient plus fréquents ; en outre, les parties enflammées et ulcérées seraient elles-mêmes soumises à des mouvements intempestifs. Le repos est donc à recommander, et le *repos horizontal*, car dans cette position, le cœur a moins de fatigue. Le phtisique gardera donc le repos, au lit ou sur la chaise longue, ne marchant pas, jusqu'au moment de la cicatrisation et de la diminution des congestions. Ensuite l'exercice sera très lent, en chemin plat d'abord, puis ensuite sur des chemins à inclinaisons graduées, afin de déplisser de plus en plus le poumon. Là encore, je ne fais qu'indiquer incomplètement les règles à suivre.

Tel est, *grosso modo*, l'ensemble du traitement hygiénique que doit suivre le malade atteint de phtisie chronique ; on conviendra que, dans ce traitement, le malade joue un rôle prépondérant, que lui-même doit aider, s'observer à tous les instants, avoir confiance dans le résultat et employer toute son énergie à réaliser le but, la guérison.

Non seulement le malade doit avoir une grande force de volonté et une grande confiance, mais il est nécessaire que ces sentiments soient partagés par son entourage ; chacun doit le soutenir, l'encourager, le secourir et le ramener à l'observance du régime.

Il est possible de rencontrer toutes ces conditions chez certains malades ; aussi ce traitement peut-il être suivi par des malades isolés ou en famille, qui restent chez eux, ou qui s'installent dans certains hôtels, comme on le voit dans le midi de la France.

Mais, par contre, il arrive souvent aussi que les malades n'ont pas assez de caractère pour suivre ce traitement, ou bien qu'ils ne sont pas se-

condés, au contraire sont contrariés par leur entourage ; dans ces cas, il faut avoir recours au sanatorium. Là, le malade est bien dirigé, il ne commet pas d'écarts, et se trouve dans d'excellentes conditions pour guérir. L'utilité des sanatoria pour le traitement des phtisiques est aujourd'hui admise, et le nombre de ces établissements augmente dans les pays qui nous entourent ; il est à souhaiter qu'il augmente aussi dans notre pays, car si le traitement peut être appliqué sur des malades isolés, qui restent au milieu de leurs parents et amis, ce qui certes est infiniment préférable, et ce qu'il faut d'abord chercher à réaliser, — il est vrai aussi qu'il y a des malades qui n'ont pas assez de volonté pour suivre pareil traitement, à ceux-là alors convient le sanatorium.

La question du traitement hygiénique de la phtisie, telle qu'elle est comprise aujourd'hui, est de date relativement récente. Il y a longtemps que Bremer a fondé et réalisé la méthode dans son établissement de Görbörsdorf, en Silésie, et qu'il a été suivi par Dettweiler à Falkenstein, et par d'autres encore ; mais cependant ce mode de traitement n'avait pas pris une extension considérable ; c'est surtout depuis le Congrès de Wiesbaden, en 1887, qu'il s'est généralisé, c'est à partir de ce moment qu'il a surtout attiré l'attention des médecins français ; jusque-là, un petit nombre seulement s'en était occupé, Jaccoud, Hérard et Cornil, Bouchard, etc., et tout particulièrement Frémy, de Nice.

On doit, en effet, faire une distinction entre les sanatoria de Görbörsdorf et de Falkenstein, par exemple, et ceux de Davos et de la Maloya ; dans ces derniers, les règles du traitement ne sont pas les mêmes.

Pour moi, j'ai expérimenté et étudié ce traitement dès 1887 et j'ai pensé qu'il était d'un intérêt général de le vulgariser. Après avoir visité Falkenstein en 1888, j'ai publié le résumé de la méthode de traitement dans la *Revue de Médecine*, d'après les rapports faits au Congrès de Wiesbaden. En outre, j'ai étudié tout particulièrement les conditions de l'aération pendant la nuit.

Dans ces derniers temps, sur la demande de M. le docteur Peyron, directeur de l'Administration de l'Assistance publique, j'ai rédigé un rapport sur la construction d'un sanatorium pour les phtisiques, l'Administration ayant décidé d'en construire un pour ses malades.

Le sanatorium peut être installé à peu près dans toutes les régions, celui de Brehmer étant dans la Silésie prussienne, celui de Dettweiler, dans le Taunus, près de Francfort ; on peut en faire dans le midi de la France, dans les environs de Paris, dans la Touraine, en Bretagne, etc. On choisira un terrain situé dans une vallée abritée, sur le versant méridional d'une colline, car le terrain doit être incliné et offrir une vue qui repose et égaie l'esprit ; il sera dans le voisinage d'une forêt, si possible d'une forêt de sapins ; l'eau sera abondante et bonne.

Les bâtiments, exposés au midi ou au sud-ouest, comprendront un bâtiment central avec deux ailes s'y raccordant à angle obtus, toutes les chambres seront sur la façade ; il y aura des ascenseurs. Au rez-de-chaussée, une grande et large marquise, sous laquelle les malades reposeront sur des chaises longues, bien enveloppés dans leurs couvertures. Dans le jardin, qui sera grand, avec des chemins de promenade à inclinaisons différentes, on placera des tentes, des kiosques pour quelques malades ; on a construit des kiosques circulaires, mobiles, largement ouverts, et que l'on tourne à volonté, de façon à éviter les intempéries, le vent, par exemple. Les malades qui suivent le traitement isolément auront de petites tentes, de grandes cabines de bains de mer, comme on en voit à Nice, à Cannes, à Menton, où ce traitement est appliqué par plusieurs médecins.

La salle à manger d'un sanatorium doit être construite de telle sorte que l'air s'y renouvelle facilement, de façon à éviter les inconvénients des salles à manger closes, inconvénients dus à la chaleur, à la fumée et à l'odeur des plats, au grand nombre de convives, conditions qui diminuent l'appétit, amènent la transpiration, la lourdeur de tête, etc. Le principe de la salle à manger à construire est ce qui a été exécuté à Falkenstein, où la salle forme une sorte de hall, réuni à l'établissement par une galerie. Le plafond de la salle est un toit et laisse, comme dans les halls, un espace libre sur tout le pourtour, entre le toit et les murs, de sorte que l'air s'échappe incessamment par cette voie ; le chauffage se fait par des appareils placés le long des parois. Dans une semblable salle, l'aération étant assurée, la chaleur ne devient pas incommode, et le désir de manger peut se maintenir plus longtemps, d'autant qu'on n'éprouve pas les malaises une chambre complètement close.

Je ne fais qu'indiquer rapidement les principaux points du traitement hygiénique et de la construction d'un sanatorium, voulant seulement essayer de démontrer que ce mode de traitement se propage, se vulgarise ; des malades le demandent, il faut donc savoir où envoyer ceux qui ne peuvent se soigner isolément. Or, le nombre des sanatoria augmente autour de nous ; on vient d'en construire un à Leysin, dans le Valais, à la tête duquel se trouve le docteur Lauth, un de mes internes ; tout dernièrement, un sanatorium vient d'être ouvert à Honnenberg, sur les bords du Rhin, en face de Bonn, sur les sept collines, dans un site merveilleux. Le plan de ce sanatorium se rapproche beaucoup des conditions que j'ai indiquées dans mon rapport au directeur de l'Assistance publique de Paris.

En France, le docteur Sabourin a installé un établissement au Vernet, près d'Amélie-les-Bains ; il donne de bons résultats ; il y a également un établissement près d'Arcachon ; enfin, l'Assistance publique va com-

mencer la construction d'un sanatorium pour les pauvres, construit en partie suivant les données inscrites dans mon rapport. Mais tout cela n'est pas suffisant, si on le compare à ce qui se fait autour de nous. Il est nécessaire que nous ayons des sanatoria sur divers points du territoire, afin de répondre aux demandes des malades, et de ne pas être contraint de les envoyer à l'étranger.

Je termine donc par la *conclusion* suivante :

L'efficacité du traitement hygiénique de la phtisie est démontrée, mais ce traitement a besoin d'être vulgarisé encore, et c'est rendre service aux malades que d'insister sur ce point. Le traitement peut être suivi isolément, au milieu des siens, ce qui est une condition favorable ; mais quand le malade n'a pas assez de volonté, quand l'entourage ne s'y prête pas, il faut recommander le sanatorium. Il est à regretter que nous tardions tant, en France, à installer de ces établissements.

M. le Dr L. BAUDIN

Médecin en chef à l'Asile départemental du Doubs, — Médecin-directeur du Bureau municipal d'hygiène de Besançon, — Médecin de l'Établissement des Bains salins.

UN ESSAI DE STATION DE KÉFIR A L'ÉTABLISSEMENT DES BAINS SALINS DE BESANÇON-MOUILLÈRE

— Séance du 7 août 1893 —

M. le Dr Saillet terminait, il y a quelques années, sa remarquable monographie sur le kéfir et les laits fermentés par les lignes suivantes : « A » cette époque de notre siècle, où les efforts de la science médicale semblent s'unir à ceux de la philanthropie pour s'opposer au plus terrible » fléau de l'humanité, la tuberculose, qu'il nous soit permis de formuler » le vœu de voir bientôt s'établir, dans une de nos belles vallées fran-» çaises, une *station de kéfir*, accessible à toutes les bourses, où les » dyspeptiques, les convalescents et les tuberculeux pourront trouver, » comme les Russes aux steppes, et les laits fermentés, et leurs compléments nécessaires : l'air pur et l'appétit, le calme et le sommeil. »

L'air pur et le calme, l'appétit et le sommeil, Besançon, ville d'eaux,

les assure à ses baigneurs, grâce aux effets des bains salins, dont l'action tonique et reconstituante fait l'un des moyens préventifs par excellence de la tuberculose, — sous la réserve, je me hâte de l'ajouter, de voir malades et valétudinaires établir leur séjour hors de l'agglomération urbaine proprement dite, sur quelqu'une des hauteurs environnant la ville et l'établissement, et dont les altitudes varient de 350 à 400 et 450 mètres. D'autre part, la proximité (à quelques kilomètres de la ville) de l'École nationale de laiterie de Mamirolle où, sous la direction intelligente du jeune savant, M. Ch. Martin, placé à la tête de cette École, se préparent, dans les meilleures conditions de rigueur scientifique les diverses variétés de kéfir obtenues avec un lait de qualité excellente et d'une irréprochable pureté, — cette proximité ne pouvait manquer d'éveiller l'idée d'une tentative à faire en vue de fortifier et de compléter l'une par l'autre la cure saline et la cure de kéfir dans nombre d'affections justiciables à la fois de toutes deux.

De là, un premier et timide essai d'installation d'une station de kéfir à l'Établissement même des Bains salins de Besançon-Mouillère, essai dont j'ai tenu à vous rendre compte en quelques mots.

Le kéfir n'est autre chose, vous le savez, que du lait de vache ayant subi, pendant un, deux ou trois jours, — après avoir été complètement, à moitié ou point du tout écrémé, une fermentation due à l'action d'un ferment spécial importé du Caucase, où cette boisson, en grand honneur, remplace en tant qu'aliment et que médicament, avec des avantages à peu de chose près égaux, le koumys, ou lait de jument fermenté des steppes de l'Asie centrale. J'ai l'honneur de vous présenter ici :

1° Le ferment du kéfir à l'état sec, tel qu'il provient du Caucase et du sud de la Russie, où son usage est de plus en plus répandu, — et à l'état frais, tel qu'il est recueilli par filtration, sur une mousseline, à la fin des opérations dont l'ensemble constitue la préparation du kéfir;

2° Les échantillons des diverses variétés de kéfir, lequel est dit *faible*, *moyen* ou *fort*, selon que le lait a subi une fermentation de un, deux ou trois jours, — et *gras*, *demi-gras* ou *maigre*, selon que ce lait avait été au préalable, point du tout, à moitié ou complètement écrémé.

Ferments et échantillons proviennent directement de l'École nationale de laiterie de Mamirolle.

Le ferment, à l'état sec, se présente, comme vous le voyez, sous la forme de grains jaunes-bruns, durs, cassants, assez comparables à de grosses miettes de pain bis.

A l'état frais, ce ferment constitue des masses plus volumineuses, irrégulières, à surface hérissée comme celle d'une mûre, d'un blanc jaunâtre, élastiques, gélatineuses et d'un diamètre variant de 1 à 3, 4 et jusqu'à 5 centimètres.

Le ferment sec est rendu propre à la fermentation en le faisant gonfler d'abord, pendant cinq à six heures, dans l'eau tiède, puis en le lavant à l'eau fraîche.

Quant au kéfir, c'est un liquide blanc, homogène, épais et crémeux; il mousse fortement et présente une saveur acidule et piquante qui rappelle assez celle de certains vins légers; son odeur rappelle celle du lait de beurre. Il ne présente pas l'arrière-goût désagréable que l'on reproche au koumys. De plus, sa préparation est, en somme, assez simple, et il a l'immense avantage de ne point coûter beaucoup plus cher que le simple lait de vache.

La composition du kéfir moyen, demi-gras, le plus souvent employé, c'est-à-dire du kéfir fait avec du lait écrémé à demi et ayant subi deux jours de fermentation, est sensiblement la suivante, par rapport au lait :

Pour 1.000 p.	Lait de vache.	Kéfir moyen, demi-gras.
Albuminoïdes	48,0	43,0
Beurre	38,0	29,0
Lactose	41,0	20,025
Acide lactique	»	9,00
Alcool	»	8,00
Eau et sels	873,0	790,975

En raison de l'écrémage subi par le lait, le kéfir contient, en moins, 5 0/00 de matières albuminoïdes et 9 0/00 de beurre; — en revanche, il renferme 9 0/00 d'acide lactique, 8 0/00 d'alcool et de l'acide carbonique en plus.

Trois processus chimiques importants interviennent dans la préparation du kéfir, d'après MM. Saillet, Dujardin-Beaumetz et Bourquelot :

1° Fermentation alcoolique d'une partie de lactose; d'où sa transformation en acide carbonique et en alcool;

2° Fermentation lactique d'une autre partie du sucre de lait, dédoublé en acide lactique;

3° Peptonisation d'une partie des matières albuminoïdes.

L'acide lactique agit comme renforçant les vertus digestives du suc gastrique; — l'acide carbonique comme anesthésique de la muqueuse stomacale et comme stimulant des vaisseaux capillaires; — l'alcool, à l'état de pureté absolue, en quantité faible et à doses fractionnées, comme tonique de l'estomac et de l'organisme tout entier. Enfin, les matières albuminoïdes, peptonisées, deviennent une sorte de caséine digérée d'avance; par suite, plus facilement et plus complètement assimilable. En sorte que le kéfir a pu être défini, avec justesse, l'*aliment complet à son maximum de digestibilité*.

On conçoit, dès lors, les bénéfices que l'on peut retirer de cet *aliment-médicament* dans toutes les affections où les forces de l'organisme doivent être « remontées », sans cependant porter atteinte au fonctionnement d'organes digestifs eux-mêmes débilités ou irrités au point de supporter malaisément les aliments les plus simples et les plus facilement digestibles, tels que le lait, par exemple : les multiples variétés de formes du kéfir constituant une véritable gamme de moyens thérapeutiques dont chacun, pour ainsi dire, présente ses indications spéciales :

Le *kéfir faible* combat plus spécialement la constipation ;

Le *kéfir moyen*, — les selles irrégulières qui caractérisent certaines affections chroniques de l'estomac, du foie et de l'intestin ;

Le *kéfir fort*, — certaines diarrhées subaiguës ou chroniques.

Le *kéfir gras* est précieux, vers la fin de la cure en particulier, chez les tuberculeux, les scrofuleux, les cachectiques dont l'estomac fonctionne pourtant encore assez bien ;

Le *kéfir mi-gras* sert en quelque sorte de pierre de touche pour le traitement toutes les fois qu'existent, dans une affection chronique quelconque, des troubles gastriques d'une certaine intensité ;

Le *kéfir maigre*, enfin, est administré aux malades dont l'estomac ne peut plus rien supporter, pour ainsi dire, dans la tuberculose avancée, les gastrites chroniques avec ou sans catarrhe, avec ou sans dilatation de l'estomac, dans les anémies profondes, dans les convalescences pénibles dans les épuisements et les cachexies de causes diverses.

D'une manière générale, le kéfir s'administre aux doses fractionnées et progressives de 1/2 à 1, 2 et même 2 litres et demi par jour.

Tel est l'ensemble des notions acquises depuis des années déjà et consacrées par les travaux de Dujardin-Beaumetz, de Bourquelot, de Saillet, dont je n'ai fait ici que donner un résumé très imparfait.

Il me reste à vous dire en quelques mots les effets obtenus, chez un certain nombre de nos malades de l'Établissement et chez quelques personnes de ma clientèle, au cours de ces premiers essais de la cure de kéfir.

Cette cure a donné surtout de bons résultats chez les épuisés et les surmenés, par excès de travail ou par excès de tout autre genre, chez les convalescents et les débilités, toutes les fois surtout que l'état de ces malades se compliquait de troubles digestifs, d'anorexie : la cure par le kéfir s'impose alors avec d'autant plus de force que la plupart des autres aliments, sinon tous, sont peu ou mal supportés ; dans ces derniers cas, j'ai pu constater, chez deux malades notamment, arrivés en quelque sorte au dernier degré de l'étisie, une véritable résurrection, avec reprise de l'appétit et des digestions, retour des forces et augmentation rapide de poids (1 à 2 kilogrammes en quatre à six semaines).

Résultat également excellent chez un neurasthénique dont l'affection se compliquait de dilatation d'estomac et d'une constipation extrêmement rebelle : celle-ci a cédé à quelques semaines de traitement par le kéfir faible et cette première amélioration a été suivie de celle de presque tous les symptômes gastro-intestinaux. Un peu plus tard, le kéfir moyen a pu relever les forces et l'augmentation de poids a commencé à s'accentuer.

Chez plusieurs sujets atteints de gastrite chronique, avec troubles dyspeptiques variés, réduits à un extrême amaigrissement et soumis, d'ailleurs, à diverses époques, au régime lacté, mais sans grand succès. la cure de kéfir a donné, chez deux d'entre eux, une amélioration très appréciable, et, chez un autre, un succès assez complet pour que l'amélioration puisse être considérée comme équivalant à une guérison.

Chez les phtisiques à la période ultime, l'application du traitement n'est pas sans difficultés : la prostration des forces digestives réclame le kéfir faible que contre-indique trop souvent une diarrhée colliquative. Il en est autrement aux autres périodes de la phtisie, où l'usage du kéfir mi-gras et moyen, puis moyen-gras, donne presque toujours des résultats; mais c'est surtout dans les phtisies au début, avec amaigrissement et perte des forces, toux sèche, hémoptysies même et dans la prévention de la phtisie chez les sujets prédisposés et débilités, que le kéfir rend les services les plus sérieux. Je citerai ici une observation d'autant plus intéressante qu'elle a été relevée par le malade lui-même, lequel n'est autre que le directeur actuel de l'École nationale de laiterie.

En 1886, à la suite d'un véritable surmenage durant ses années d'études à Paris, il fut atteint, se trouvant à l'étranger, d'un affaiblissement général avec complications du côté de la poitrine et hémoptysies : différentes médications, appliquées pendant un an, échouèrent; l'amaigrissement se prononçait de plus en plus; c'est alors que l'on eut recours à la cure de kéfir, qui fut poursuivie pendant plus de trois mois, à raison de un litre de kéfir, par jour : au bout de quelques semaines, l'appétit se réveillait et l'estomac tolérait et digérait la plupart des aliments; bientôt les forces reparaissaient, et avec elles, en même temps que s'amélioraient tous les symptômes du côté de la poitrine, un embonpoint relatif, puis absolu, puisqu'en moins d'un an, l'augmentation de poids atteignit plus de 20 kilogrammes. Depuis, la santé s'est maintenue parfaite.

Un seul point noir subsiste dans l'application de la cure de kéfir : la difficulté, l'impossibilité parfois où l'on se trouve de la faire accepter, et surtout continuer par le malade : le docteur Dimitcrieff prétend qu'il a trouvé un dixième à peine des sujets réfractaires à la médication; nous avons été loin, jusqu'ici, dans notre essai de station de kéfir, d'être aussi heureux : plus de la moitié, à coup sûr, bien près des deux tiers des malades auxquels la cure a été conseillée n'ont pu la supporter, et, chez quelques-

uns, dont la bonne volonté a prétendu vaincre le dégoût, j'ai noté des indigestions, des diarrhées, des troubles gastriques et gastro-intestinaux enfin, qui ont nécessité l'abandon du traitement.

Cette différence de susceptibilité tient très certainement à la différence de goût provoquée, dans tel ou tel milieu, par les habitudes culinaires et gastronomiques qui y ont cours : d'une manière générale, les stations de kéfir ont surtout réussi chez les peuples du Nord, chez les Russes, chez les Allemands et dans le nord de la Suisse. En France, leur réussite sera plus longue à se dessiner, mais il n'y a pas lieu de renoncer pourtant à introduire dans la pratique courante un aliment-médicament capable de rendre autant de services, et accepté dès à présent, en moyenne, par le tiers au moins de ceux auxquels il s'adresse.

M. le Dr H. HENROT

Maire de Reims.

DE LA NÉCESSITÉ DE CRÉER DES BUREAUX D'HYGIÈNE DÉPARTEMENTAUX

— Séance du 7 août 1893 —

Depuis quelques années, on s'est beaucoup occupé de la réorganisation ou plutôt de l'organisation de l'hygiène publique en France ; des progrès considérables ont déjà été réalisés : la création d'une direction générale au Ministère de l'Intérieur a rendu les plus grands services. Cette unité d'action, par l'intermédiaire des préfets et des inspecteurs sanitaires, a permis d'arrêter dès le début bien des épidémies ; le gouvernement commence à être armé pour combattre efficacement les différents fléaux qui peuvent nous atteindre, soit qu'ils viennent du dehors, soit qu'ils se développent à l'intérieur.

D'un autre côté, les communes, suivant l'exemple de Bruxelles, du Havre, de Nancy, de Reims, ont organisé des Bureaux d'hygiène qui, lorsqu'ils fonctionnent bien, rendent de si importants services. Aussitôt qu'un cas de maladie contagieuse est signalé, le Bureau s'occupe de l'isolement du malade si c'est possible, et se charge de le faire conduire à l'hôpital dans

une voiture spéciale, de désinfecter les locaux, la literie, tous les objets qui ont pu être contaminés ; il prescrit les mesures générales les plus efficaces pour arrêter le mal.

Cette organisation est-elle suffisante? En 1887, dans une étude sur cette question (1), nous avons fait ressortir qu'il restait une lacune importante à combler ; la direction centrale ne peut agir qu'autant qu'elle est informée ; les villes importantes seules peuvent faire les frais de Bureaux d'hygiène ; effectivement donc, à moins qu'il ne s'agisse d'une épidémie très retentissante de choléra ou de typhus, les villes seules ont une organisation qui permet l'intervention immédiate des autorités sanitaires ; mais pour les grosses communes, pour les villages, l'organisation est nulle.

Nous espérions trouver dans la loi votée par la Chambre, pour la protection de la santé publique, quelques articles qui vinssent combler cette lacune ; la loi reste muette, il y aura lieu, lors de la discussion au Sénat, de la compléter pour assurer aux campagnes la protection qui existe dans les villes, contre les maladies contagieuses.

Un exemple fera mieux comprendre notre pensée.

Dans les derniers jours du mois de juin 1893, l'Hôtel-Dieu de Reims recevait de M. le sous-préfet une réquisition pour admettre une famille de vanniers ambulants composée du père, de la mère et de six enfants de quatorze à trois ans. Ces pauvres gens vivant un peu de leur travail, beaucoup de rapine, étaient dans de mauvaises conditions d'hygiène ; ils n'avaient même pas la voiture traditionnelle des ambulants. Vers le 15 juin, le père et la mère tombent malades dans la commune de Trigny, distante de Reims de 15 kilomètres. Toute cette famille est remisée et enfermée (car on craint beaucoup, dans les villages, les déprédations et les vols nocturnes) dans deux petites pièces, sans fenêtres, sans cheminée d'aération, qui servent d'asile communal pour loger les vagabonds ; il y a pour tout meuble un plan incliné, de la paille et un seau pour recueillir toutes les déjections.

Cette famille est restée pendant dix ou douze jours absolument séquestrée, vivant dans un milieu d'une telle puanteur que les passants en étaient incommodés ; plusieurs des personnes qui la visitèrent furent atteintes de diarrhée.

Le maire de Trigny, après avoir fait voir les malades par un médecin, les fit diriger sur un village voisin qui ne voulut pas les recevoir, c'est alors qu'ils furent conduits à l'Hôtel-Dieu de Reims. Prévenu de leur arrivée, le Bureau d'hygiène prit immédiatement toutes les précautions antiseptiques ; tous les malades furent baignés, leur linge brûlé, leurs vêtements lavés à l'eau bouillante ou passés à l'étuve.

(1) *Projet d'organisation de l'Hygiène publique en France.* Reims, Matot-Braine.

Après quatre ou cinq jours de séjour à l'hôpital, toute la famille, complètement remise en bon état, habillée à neuf, était rendue à la liberté et reprenait sa vie errante; malheureusement elle laissait après elle des victimes : la sœur hospitalière et l'infirmier, qui avaient assisté au déshabillage et au nettoyage de tous ces individus, mouraient du typhus cinq ou six jours après leur départ. Un interne en médecine, un garçon de pharmacie et un médecin de l'Hôtel-Dieu étaient très gravement atteints ; le médecin, à l'heure présente, n'est pas encore hors de danger.

Enfin, le garde-champêtre de Trigny, chargé de nettoyer le refuge où toute cette famille avait séjourné pendant huit ou dix jours, mourait d'accidents typhiques; une voisine, qui avait recueilli chez elle, lors de ce nettoyage, un peu de paille provenant du refuge, était atteinte des mêmes accidents. En résumé, ces ambulants n'ont fait aucune perte, mais trois personnes sont mortes des suites de la contagion, trois autres ont été très sérieusement prises.

Nous ne discuterons pas aujourd'hui la question de savoir si ces accidents typhiques doivent être classés dans la fièvre typhoïde ou dans le typhus, quoique l'extrême contagiosité de la maladie nous ait fait penser que nous étions en présence de cas de typhus; c'est dans ce sens, du reste, qu'aussitôt que nous avons eu connaissance des faits, nous avons personnellement prévenu M. le directeur général de l'Hygiène publique.

Au point de vue qui nous occupe spécialement, les faits que nous venons de rapporter très succinctement et qui seront probablement l'objet d'une relation détaillée de la part du directeur du Bureau d'hygiène, ne prouvent-ils pas avec la plus grande évidence l'absolue nécessité de compléter l'organisation sanitaire? Est-ce qu'en France aucun autre service que celui de l'hygiène est aussi négligé? Si, dans une commune quelconque, il se passe, dans l'une des nombreuses écoles, un fait d'une certaine gravité, immédiatement l'inspecteur primaire, l'inspecteur d'académie, le préfet sont prévenus. Si, sur l'une de nos routes, l'un de nos chemins de fer ou de nos canaux, il y a le plus petit accident, un éboulement ou même un simple ravinement, les ingénieurs, le préfet en sont encore informés, et voilà qu'en plein XIXe siècle, toute une famille peut rester pendant une dizaine de jours dans la pourriture, qu'elle peut déterminer la mort de trois personnes utiles à la société, donner la maladie à trois autres, sans que l'on trouve au chef-lieu du département une organisation pratique pour arrêter le fléau! Nous dirons même plus : si notre Bureau d'hygiène n'avait pas placé ces malades en dehors de l'Hôtel-Dieu, dans des baraquements construits en vue du choléra; si tous ces malades n'avaient pas été baignés chaque jour, si leurs hardes n'avaient pas été détruites ou immédiatement placées à l'étuve, nous pouvions avoir une épidémie des plus meurtrières.

Tant qu'il n'existera pas auprès du préfet un service de protection de la santé publique, on pourra constater de ces faits qui, à notre degré de civilisation, constituent de véritables scandales; il ne suffit pas d'avoir, comme le prévoit la loi votée par la Chambre, un inspecteur chargé des rapports envoyés à Paris, ce qu'il faut, c'est une organisation qui permette de porter immédiatement du secours partout où cela est nécessaire; un inspecteur ne peut rien faire d'utile, s'il n'a pas de service de désinfection organisé; et il faut que ce fonctionnaire, le directeur du Bureau d'hygiène départemental, puisse donner des ordres comme un ingénieur en chef le fait à ses agents voyers; il faut qu'il ait, sous la surveillance du préfet et du Conseil départemental d'hygiène, la responsabilité de la protection de la santé publique dans le département, constituant ainsi une unité administrative ayant ses ressources propres, comme la commune a les siennes.

Nous ne voulons pas, en ce moment, insister sur l'organisation matérielle de ce Bureau d'hygiène départemental, puisque nous avons déjà indiqué nos idées à cet égard en 1887; disons seulement que dans ces bureaux municipaux, tout ce qui concerne la protection de la santé publique serait centralisé : surveillance des maladies contagieuses, déclaration, isolement, désinfection, surveillance des logements insalubres et des établissements classés, surveillance des eaux potables et des denrées alimentaires, surveillance de la loi Roussel, vaccine, Bureau de statistique, naissances, décès, maladies contagieuses. Il serait enfin indispensable d'annexer à chaque Bureau départemental un laboratoire d'analyses chimiques et microbiologiques.

Telles sont, Messieurs, très résumées, les lacunes que, selon nous, il y aurait lieu de combler dans la loi qui va être prochainement soumise à la discussion du Sénat; il est nécessaire que les corps élus comprennent combien, en dehors de la question morale et humanitaire, ils pourraient réaliser des économies de toute sorte en mettant un arrêt au développement des maladies contagieuses.

M. le Dr DRUHEN aîné

Professeur honoraire à l'École de Médecine de Besançon.

DE L'ALCOOLISME AU POINT DE VUE SOCIAL

— Séance du 9 août 1893 —

Parmi les progrès accomplis depuis vingt-cinq ans, il faut placer en bon rang ceux qui ont été réalisés dans le domaine de l'hygiène. Les maladies contagieuses, variole, scarlatine, angine couenneuse, typhus, etc., non seulement sont devenues plus rares, mais elles sont moins meurtrières et tout fait espérer que le progrès ne s'arrêtera pas là. Il y a cependant une maladie terrible qui est restée jusqu'ici étrangère aux bienfaits de la science, maladie universelle, affreuse par ses conséquences : j'ai nommé l'alcoolisme.

Personne ne conteste aujourd'hui l'effroyable danger de cette maladie qui compromet de plusieurs manières la santé et la vie de l'homme, qui porte une atteinte grave à ses facultés intellectuelles et morales et le livre aux hallucinations les plus extravagantes, au crime, à la folie et au suicide. Tous ceux qui s'occupent des questions sociales, d'accord en cela avec le corps médical de tous les pays, jettent un cri d'alarme et appellent de leurs vœux les mesures propres à remédier à ce fléau redoutable. Ce n'est pas ici le lieu de rappeler les maladies des voies digestives, du cœur, du foie et des reins qui, partout, atteignent l'homme adonné à l'ivrognerie. Ce sont là des maux individuels qui ne frappent que les victimes volontaires de ce vice abominable. Mais il en est tout autrement, et on ne saurait trop insister à cet égard, de l'action que l'alcoolisme exerce sur le système nerveux, puisque, en privant l'homme du libre usage de sa raison et de sa volonté, il en fait un être dangereux, souvent un être criminel au sein de sa famille et de la société. Les époux qui en sont atteints engendrent des enfants qui conservent l'empreinte de leur origine pendant toute leur existence : une constitution débile, le rachitisme, les scrofules, des troubles du système nerveux, le développement imparfait de l'intelligence, l'idiotie, l'épilepsie.

Chaque jour, on lit parmi les faits divers rapportés dans les grands journaux des exemples d'accidents suivis de mort pendant l'ivresse, des

drames domestiques, des meurtres, dès assassinats, des incendies occasionnés par des alcoolisés. A l'instruction judiciaire, les coupables répondent invariablement : J'avais le sang à la tête, j'ai vu rouge et je ne sais pas ce que j'ai fait. M. Perrot de Chezelles, ancien vice-président du Tribunal de la Seine, écrivait : « En dix ans, de 1872 à 1882, le nombre des délits et des crimes s'est élevé de 26.000 à plus de 80.000 et l'alcoolisme réclamait une grande part de ces accusés. »

A côté des alcoolisés, contre lesquels les tribunaux ont à sévir, qui pourrait dire le nombre des mauvais ménages, des séparations de corps, des divorces, des concubinages, des engagements aux monts-de-piété qui ne reconnaissent pas d'autres causes. Que de mères de famille qui souffrent sans se plaindre ; que d'enfants légitimes ou non réduits à la mendicité et au vagabondage par l'abrutissement alcoolique du mari et du père, du chef de famille enfin, qui dépense au cabaret son salaire déjà réduit par un chômage volontaire plus ou moins répété!

Et ce n'est pas tout. De l'avis des médecins aliénistes, les fous alcoolisés entrent dans une proportion de 25 0/0 parmi les aliénés renfermés dans les asiles. Quant au suicide reconnaissant la même cause, le nombre en a doublé ; il était de 5 0/0 de 1836 à 1840, il était de 10 0/0 en 1884. Il est probable qu'aujourd'hui ce chiffre est inférieur à la réalité.

Les faits qui précèdent se rapportent à la France, mais les désordres de l'alcoolisme ne lui sont pas exclusifs. J'ai qualifié cette maladie d'universelle : quelques citations suffiront à le prouver.

En Allemagne, d'après un travail récent, les excès de boisson tuent en moyenne 40.000 personnes par an (1) ; 46 0/0 des condamnés à la détention sont des buveurs, 46 0/0 des assassinats ont été commis par des coupables adonnés à l'ivrognerie. Les aliénés y sont nombreux et, comme exemple, on peut citer l'État de Wurtemberg où la proportion des fous alcoolisés s'élève à 40 0/0. En Prusse, 12 0/0 des suicides sont le résultat de l'ivrognerie.

En Angleterre, l'intempérance est le vice dominant, et le ministre Gladstone a pu dire dans la Chambre des Communes (2) : « L'alcool fait, de nos jours, plus de ravages que ces trois fléaux historiques : la famine, la peste et la guerre. Plus que la famine et la peste, il décime ; plus que la guerre, il tue ; il fait pis que de tuer, il déshonore. »

Déjà, avant lui, un autre ministre de la Grande-Bretagne avait dit : « De jour en jour, l'expérience me confirme davantage que la question de l'intempérance est la base de toute réforme politique et sociale. »

En Belgique, l'ivrognerie s'est accrue du triple, peut-être du quadruple

(1) Journal *Le Soleil*, 16 avril 1884.
(2) 5 mars 1880.

depuis trente ans (1), et le docteur Lefèvre, de l'Université de Louvain, dans son étude sur la folie, a écrit ceci : « Nos populations glissent par une pente plus ou moins rapide vers une barbarie nouvelle qu'on pourrait appeler la barbarie alcoolique (2). » Le docteur Carpentier, médecin des hôpitaux de Bruxelles, prétend que 80 0/0 des hommes décédés à l'hôpital avaient été empoisonnés par l'alcool. Un statisticien, M. Ducpétiaux, inspecteur général des prisons de la Belgique, s'appuyant sur une expérience de vingt-cinq ans, affirmait que les quatre cinquièmes des personnes écrouées de 1871 à 1881 étaient des ivrognes et 70 0/0 des meurtres et des violences sont dus à l'alcool.

En Russie, la consommation de l'eau-de-vie est considérable, et dans les villages, ce sont les notabilités, les fonctionnaires qui en sont les principaux consommateurs. Le pope lui-même résiste mal à la tentation. A défaut de documents embrassant la Russie tout entière, nous pouvons dire qu'en 1877 la police a relevé 47.000 personnes ivres dans les rues de Saint-Pétersbourg. Le docteur Liatschew attribue à l'ivrognerie 10 0/0 des suicides commis dans la même ville et le docteur Roth, de Varsovie, prétend qu'en Russie 15 0/0 des aliénés sont tombés malades par suite du même vice.

En Suède, l'habitude de l'ivrognerie date de loin, et, vers 1854, un avis royal qui visait l'alcoolisme, laissait échapper cet aveu : « Nous avons fait la triste expérience que la plupart des meurtres et des suicides, ainsi que la majeure partie des autres crimes, sont commis par des personnes en état d'ivresse. » Un médecin célèbre de ce pays, Magnus Huss, affirmait que 40 0/0 des condamnations étaient prononcées pour cause d'ivresse, et à Stockholm, en 1881, sur cent condamnations pour des crimes graves, on en comptait trente-cinq qui avaient été commis par des alcoolisés. Est-il besoin d'ajouter que le nombre des aliénés et des suicidés est considérable ?

La Suisse offre les mêmes *desiderata*. On peut connaître l'opinion de cet intéressant pays par la requête adressée au Grand Conseil par la Caisse centrale du district de Courtelary. « Les statistiques des tribunaux, des hôpitaux, des maisons d'aliénés et du paupérisme, disait la requête, établissent comme un fait irrécusable, la progression croissante de l'ivrognerie.

Mais ce dont nous sommes le plus douloureusement frappés, c'est du danger d'abâtardissement qui menace la génération à venir, si rien ne vient mettre un terme à l'abus effroyable qui se fait des liqueurs fortes dans nos populations (3). »

(1) *Congrès d'hygiène de 1876*, t. II, p. 714.
(2) *Étude sur la folie*. Voir Cauderlier : *Les Boissons alcooliques en Belgique*, Bruxelles, 1884.
(3) *Le Pays*, journal de Porrentruy, 15 juillet 1883.

D'après le recensement de 1883, 40 0/0 des hommes et 23 0/0 des femmes incarcérés étaient livrés à l'ivrognerie.

Ces citations, qu'il m'eût été facile de multiplier, suffisent pour justifier l'épithète d'universel que j'ai appliquée à l'alcoolisme.

En résumé, il est prouvé qu'en Europe il y a augmentation constante des fous dans les asiles, d'indigents et de vagabonds dans les dépôts, de condamnés dans les prisons, de pères de famille qui méconnaissent le premier de leurs devoirs et qui, par les mauvais exemples qu'ils donnent à leurs enfants, et en les privant d'éducation et des choses nécessaires à la vie, les livrent pour leur vie entière à tous les genres de misère physique et morale:

Or, tout ce déchet social que l'alcoolisme augmente incessamment, ces fous, ces indigents, ces vagabonds, ces prisonniers vivent aux frais de l'État, des départements, des communes, c'est-à-dire de nous tous. Non seulement ils ne fournissent aucun travail productif, ne nous aident absolument pas à supporter les charges communes, mais encore nous avons à les nourrir.

Dans un autre ordre de maladies, dès qu'un cas de choléra, d'angine couenneuse, etc., apparaît dans une localité, ne serait-ce qu'une pauvre commune rurale, bientôt les pouvoirs publics prévenus officiellement interviennent, des mesures prophylactiques sont recommandées, et des quarantaines plus ou moins sévères sont imposées. Ici rien de semblable, on paraît oublier que le bilan de l'alcoolisme se solde par des charges qui grèvent l'État et l'assistance publique et privée et qui, de malades volontaires, fait souvent des criminels dangereux ou tout au moins des êtres toujours nuisibles, jusqu'à contribuer à la dégénérescence de la race.

En présence de tant de misères, on se demande si la société, témoin impuissant du désordre qui les provoque, est condamnée à le subir fatalement sans y porter remède? Non, cela ne peut pas être; la raison s'y oppose et elle lui impose le devoir de se défendre contre un ulcère qui la ronge sans relâche. Reste à voir par quels moyens elle pourra satisfaire à cette obligation.

Tous ceux qui se sont occupé de l'alcoolisme reconnaissent que cette maladie est irrégulièrement répartie dans les diverses contrées de la France. Rare dans les départements pauvres, elle est fréquente, au contraire, dans les départements riches. De son côté, la statistique montre qu'il y a moins d'indigents et de criminels dans les premiers que dans les seconds; pourquoi cette différence? La réponse est facile : la consommation de l'eau-de-vie y est plus faible. Cette consommation, qui était en moyenne de un litre et demi par tête et par an avant 1870, a atteint en vingt ans le chiffre de quatre litres et demi. Cette moyenne est à peine atteinte dans quelques départements, entre autres l'Allier, la Creuse, les

Hautes-Alpes, les Pyrénées-Orientales, tandis que, dans quelques villes du Nord et du Nord-Ouest, telles que Amiens, Caen, Le Havre, Rouen, elle s'élève dans quelques localités jusqu'à quatorze litres par tête et par an. Et ce chiffre est nécessairement inférieur à la réalité, car si on retranchait les enfants, les femmes et la population sobre, dont l'ensemble peut être estimé à 27 0/0, on verrait combien doit être considérable la quantité d'alcool absorbée par certains individus. Et quel alcool ! Depuis que le phylloxera a ravagé les pays producteurs du vin, on ne livre guère à la consommation que des alcools industriels qu'on vend à des prix dérisoires et qui, distillés de la betterave, de la pomme de terre, des blés avariés et des avoines pourries, renferment des éthers malfaisants, de vrais poisons qui tuent quelquefois lentement, mais toujours sûrement, ceux qui en font usage.

L'accroissement de la consommation de l'eau-de-vie tient à plusieurs causes, dont la principale est l'augmentation du nombre des débits de boisson. En 1869, la France comptait 365.875 cabarets; aujourd'hui, malgré la perte de 1.600.000 habitants, par suite de l'annexion, elle en compte 440.000, soit un débit pour 87 habitants (1).

D'une manière générale, on peut affirmer que plus il y a de cabarets dans une localité, plus il y a de familles assistées, autrement dit d'indigents, plus on y compte de condamnés. Ainsi, pour en citer quelques exemples, je rappellerai que dans le Nord il y a un cabaret pour 52 personnes, aussi le septième de la population y reçoit les secours de l'assistance publique, et on y compte un condamné par 260 habitants. Dans la Seine-Inférieure, il y a un cabaret par 75 habitants, un assisté pour 22, et un condamné pour 220 habitants.

Dans la Seine, la proportion n'est pas moins inquiétante : un cabaret pour 88 habitants, un assisté pour 17 et un condamné pour 138 habitants. Dans ce département, Paris occupe une place à part. Un économiste autorisé y évalue à 15 ou 16.000 le nombre des débits de boisson de toute sorte et, dans certaines rues, on trouve un de ces débits toutes les trois ou quatre portes. Quant à leurs qualités, personne n'ignore que dans quelques quartiers excentriques, beaucoup d'entre eux servent de repaires à des malfaiteurs de la pire espèce qui compromettent sans cesse la sécurité et la vie des passants ; plusieurs sont devenus des lieux impudiques.

A ces départements opposons, au même point de vue, ceux où la consommation de l'eau-de-vie est la plus faible. L'Allier compte un cabaret pour 122 habitants, un assisté sur 90 et un condamné pour 530 habitants. Les Hautes-Alpes comptent un cabaret pour 120 habitants, un assisté pour

(1) *Journal des Débats.*

190 et un condamné pour 615 habitants. Dans la Creuse, un cabaret sur 132 habitants, un assisté sur 148 et un condamné seulement sur 1504 habitants. Dans les Pyrénées-Orientales on compte un cabaret sur 147 habitants, un assisté sur 240 et un condamné par 405 habitants (1).

Ces chiffres, comparés aux précédents, se passent de commentaires et la démonstration qui en résulte n'a rien de surprenant. La multiplication des débits est une provocation constante aux excès des boissons alcooliques et notamment de l'eau-de-vie. C'est l'opinion de tous ceux qui se sont occupé de la question. Le docteur Trélat, président de l'Académie en 1886, affirmait « que tous les débits de vin qui infestent les rues de Paris constituent un véritable danger social ». Et l'Académie de Médecine a été de son avis. Trois fois, en 1886, dans ses séances du 3 août, du 19 octobre et du 30 novembre, elle a appelé « l'attention des pouvoirs publics sur la nécessité de réduire le nombre des cabarets, de les réglementer et d'appliquer sérieusement les lois répressives de l'ivrognerie ». Le cabaret, disait le célèbre Dumas, de l'Institut, est un foyer de perversité et de dégradation ; il est une cause permanente de désordre dans la famille et dans la société ; c'est le cabaret qui fomente les grèves et qui, au moins autant que la concurrence étrangère, fait la guerre à nos usines, à nos ateliers, c'est de lui qu'il fallait et qu'il faut dire : « Le cabaret, voilà l'ennemi. » Et, précisant davantage sa critique, il disait à la Société française de tempérance : « Poursuivez à outrance les débits d'absinthe, cette abominable liqueur dont l'usage même modéré, et à plus forte raison l'abus, constitue un péril social. »

Le traitement prophylactique à opposer à l'alcoolisme en tant que maladie sociale est complexe et difficile ; mais, étant donné le rôle néfaste que les cabarets exercent dans la société, c'est sur eux que doit porter la première réforme. Un décret de l'année 1851 exigeait une autorisation préalable pour l'ouverture d'une auberge, d'un cabaret, d'un débit quelconque ; mais ce décret fut abrogé par une loi sollicitée par l'initiative de quelques députés en 1877. L'abrogation de cette loi fut un malheur social et tant qu'elle ne sera pas rétablie, le mal de l'alcoolisme sera plus puissant que toutes les mesures que l'on essaiera de lui opposer. C'est ainsi que l'ont compris le corps médical, l'Académie de Médecine, les économistes, les savants de tous les pays, les Sociétés de tempérance. Celle de France, dès les premiers jours de l'année 1877, avait adressé à la Chambre des députés et au Sénat des vœux dont les principaux consistaient à maintenir le principe de l'autorisation préalable pour l'ouverture des débits de boisson et à limiter leur nombre à un pour 200

(1) *Le Paupérisme*, par A. Baron. 180. 1er prix du concours Pereire. Cité par Cauderlier : *Les Boissons alcooliques en Belgique*, 1884.

habitants. Ces propositions n'ont trouvé aucun écho au Parlement, qui se borna à voter la loi contre l'ivresse. « Mais cette loi n'est qu'un palliatif, elle n'arrête pas les désordres (1) », elle couvre d'un manteau pudique les scandales de l'alcoolisme.

La profession de cabaretier est soumise à la réglementation dans presque tous les États de l'Europe. Seule la France se distingue par le respect qu'elle professe en cette matière pour la liberté (2). Je crois inutile de rappeler ici les circonstances où la liberté n'est qu'apparente; un seul cas suffira. Chacun est-il libre de se procurer chez un pharmacien un de ces alcaloïdes qui de médicaments deviennent si facilement des poisons? Une liberté comme celle dont nous nous plaignons, qui ouvre fatalement la porte aux désordres et aux crimes, doit-elle être indéfiniment respectée dans un pays civilisé?

Une objection a été faite à la proposition de la Société de tempérance; on a dit: « En diminuant le nombre des débits, on diminuera la consommation de l'alcool et, par conséquent, les recettes du Trésor. » Sans relever le côté peu moral de l'objection qui présente le fisc comme intéressé aux désordres de l'alcoolisme, il serait facile de démontrer que ce que l'État perdrait en recettes, il le gagnerait en diminuant les dépenses que coûtent l'assistance publique, les hôpitaux et les prisons dont l'alcoolisme est le principal pourvoyeur.

J'aime à croire que le Corps législatif dont le mandat vient de finir est de cet avis; mais on peut regretter que, s'occupant de l'alcool, il n'ait pas jugé opportun d'y voir autre chose qu'une matière imposable.

En résumé, à moins d'admettre l'incompétence dans la question de l'alcoolisme des Académies, des médecins, des économistes, des Conseils d'hygiène, des Sociétés de tempérance, on est forcé de reconnaitre que la multiplication du nombre des cabarets constitue un danger permanent pour l'ordre social et qu'il est urgent de les restreindre.

Aux dissidents qui contesteraient non pas la réalité, mais la gravité du mal, je dirai : interrogez la ménagère, qui, dans cette question, mériterait d'avoir voix consultative; elle vous dira que le cabaret c'est l'ennemi, l'ennemi de l'épargne, l'ennemi du bien-être, la cause des conflits, des désordres, de la misère, c'est l'ennemi de la famille.

Suivant le décret de 1851, l'autorisation était accordée ou refusée par le préfet seul, et cette mesure a soulevé des critiques plus ou moins fondées. Pour les écarter à l'avenir, toute requête de ce genre devrait être, par le préfet, soumise aux Conseils d'hygiène des départements ou des arrondissements suivant les lieux, comme le demandait la Société de

(1) DASTRE, *Revue des Deux Mondes*, 15 mars 1884.
(2) D'HAUSSONVILLE, même Revue, 1er janvier 1887.

tempérance en 1877. Ces Conseils qui, sur ce point, auraient voix délibérative, sont composés d'hommes honorables, connaissant les besoins des localités, et ils répondraient en connaissance de cause.

A la limitation du nombre des cabarets comme mesure principale, il y aurait lieu d'en ajouter quelques autres. Ainsi, dans la répression des délits et des crimes commis par les alcoolisés, ce serait de faire la stricte application du code pénal et d'écarter, d'une manière absolue, l'ivresse aiguë et l'alcoolisme chronique du chapitre des circonstances atténuantes. Enfin, la suspension ou la privation absolue du droit électoral infligé aux récidivistes de l'ivrognerie serait une mesure sage et prudente. Quelle lumière attendre d'un homme dont la raison est à l'état d'éclipse une partie de l'année et qui, dans le reste du temps, ne peut fournir qu'une lueur douteuse et imparfaite de sa raison et de sa volonté ?

Je termine ici cette note, inspirée par une expérience qui compte déjà plus d'un demi-siècle. Au déclin de ma carrière, dont j'ai consacré une partie à lutter contre les abus qui déciment l'humanité, je considérerais comme un suffrage précieux celui de l'*Association française pour l'avancement des sciences* si, ajoutant sa voix à celle des Académies, du corps médical et des savants les plus autorisés, elle approuvait ce cri d'alarme qu'on ne saurait assez répéter : *Caveant consules!*

M. BAYSSELLANCE

Ingénieur des constructions navales, à Bordeaux.

BAINS-DOUCHES A BON MARCHÉ ÉTABLIS A BORDEAUX

— Séance du 9 août 1893 —

Dans les premiers mois de 1892, sur l'initiative de M. Cazalet, devenu depuis adjoint au maire de Bordeaux, un Comité composé de MM. les docteurs Delmas, Chabrely, Lande, Piéchaud, Monod, et de M. Bayssellance, alors maire de Bordeaux, se réunissait pour étudier les moyens de propager parmi les ouvriers les habitudes de propreté corporelle. Le projet était d'abord d'installer un grand établissement divisé en deux parties, pour les deux sexes, et comprenant des bains de baignoire et des bains-

douches. Mais, après mûre délibération, le comité jugea préférable de modifier ces premières visées.

Un établissement de ce genre eût rencontré de sérieux obstacles, d'abord par la difficulté de trouver un local assez vaste et assez central, puis par l'élévation de la dépense nécessaire. En second lieu, le but poursuivi par le comité lui sembla devoir être plus facilement atteint par l'emploi des bains-douches que par les bains de baignoire. La faveur avec laquelle ont été accueillis les bains-douches, donnés par l'asile de nuit à tous ses hospitalisés le jour de leur entrée, a été remarquée ; bien loin de montrer la moindre répugnance, tous acceptent avec plaisir cette sujétion, et quelques-uns demandent même à passer à la douche deux jours de suite.

Le bain-douche exige beaucoup moins d'eau ; il simplifie considérablement le travail du personnel ; il peut donc être donné à meilleur marché. Il fait perdre moins de temps ; il nettoie mieux ; il est donc de tout point préférable pour l'ouvrier qui veut se débarrasser des poussières qui, à la suite de ses travaux, se sont attachées à son corps.

Le Comité s'est donc décidé à donner la préférence aux bains-douches seuls, d'autant qu'il pouvait ainsi faire un essai avec une dépense relativement peu élevée, et multiplier plus tard ces établissements sur divers points de la ville, pour les mettre mieux à la portée des ouvriers.

C'est sur le quai de Bordeaux, au centre d'un quartier occupé surtout par des ouvriers, qu'a été créé le premier établissement de bains-douches. Il contient 12 cabines, aménagées et entretenues dans le meilleur état de propreté. Une chaudière envoie de l'eau chaude dans un bassin mélangeur entretenu à une température uniforme, de manière que dans le canal d'adduction aux cabines l'eau soit toujours à peu près à 36 degrés.

Un problème délicat était de mettre à l'entière disposition du baigneur la quantité d'eau chaude nécessaire, avec de l'eau froide à discrétion, sans qu'il pût dépenser plus que la quantité d'eau chaude allouée, quantité que l'expérience a amené à fixer de 30 à 35 litres. Ce problème a été résolu par un appareil imaginé par M. Jouandot, conducteur-principal des travaux de la ville de Bordeaux.

Au-dessus de la cabine, est fixé un bassin, dans lequel un robinet muni d'un flotteur verse l'eau chaude. Ce flotteur, tenu en l'air par un contrepoids, ferme le robinet. Quand le baigneur entre dans sa cabine, un cordon tiré par l'employé fait basculer le contrepoids, tout en faisant avancer d'un cran le compteur du nombre de bains. Le flotteur tombe au fond du bassin, qui se remplit, et lorsque l'eau est arrivée au niveau convenable, le contrepoids, relevé par le flotteur, bascule en sens inverse et ferme le robinet. Le baigneur a alors sous sa main deux chaînettes, qui lui permettent de faire arriver à son gré à la pomme d'arrosoir, soit l'eau chaude, soit l'eau froide, soit les deux ensemble.

L'établissement a été ouvert au milieu des grands froids de janvier dernier, et nous avons été agréablement surpris d'y recevoir, dès la première semaine, 170 amateurs. Au retour du beau temps, ce nombre s'est peu à peu accru, et nous sommes arrivés à la fin de juin à dépasser en une semaine le chiffre de 1.000 clients. Ce maximum n'a pas été dépassé, mais le mois de juillet, dans son ensemble, a donné un total plus élevé que le mois de juin et a presque atteint 3500.

Des demandes de bains assez fréquemment adressées par des femmes, nous ont fait penser que nous devrions leur donner accès à notre établissement en leur réservant un jour par semaine. Certaines personnes, et même des autorités en matière d'hygiène, nous annonçaient un insuccès complet, et prédisaient que les femmes n'accepteraient jamais ce système de bains. Ces prévisions ont été démenties par les faits. Dès le premier jour consacré aux femmes, il en est arrivé 35, et à la quatrième semaine, le nombre a dépassé 80; sur une pétition qui lui a été adressée, le Comité a décidé que tous les jours l'établissement serait réservé aux femmes de 1 heure à 4 heures, sauf le samedi et le dimanche.

On a remarqué que certains amateurs revenaient assez régulièrement, et ce sont, en général, les femmes de nos habitués, qui ont commencé à former notre clientèle féminine. Les ouvriers se déclarent, du reste, très satisfaits de l'impression de bien-être qu'ils éprouvent après cette opération de propreté, et plusieurs, qui n'avaient essayé qu'avec répugnance, entraînés par des amis, se sont empressés de revenir. Il est donc permis d'espérer que l'on arrivera sans peine à la diffusion de cette excellente habitude d'hygiène.

Le prix du bain-douche est fixé à 15 centimes seulement, savon compris; une serviette chaude se paie en sus 5 centimes; une coiffe en toile cirée le même prix.

Au chiffre actuel des recettes, les dépenses sont largement couvertes; mais il faut compter que l'hiver va faire baisser de nouveau les premières et augmenter les dernières. Tout ce que nous pouvons espérer, c'est d'arriver à couvrir cette année nos frais d'exploitation; mais ce résultat, dès la première année, n'est pas à dédaigner, et nous ne pensions pas l'obtenir.

Aussi dès que le Comité aura pu arriver à éteindre la dette laissée par les frais de première installation, il est bien décidé à s'occuper de créer un établissement semblable sur un autre point de la longueur des quais, et d'avoir des locaux distincts affectés aux deux sexes.

ERRATUM

Page 183, ajouter la note suivante se rapportant à la ligne 8 :

En prenant la moitié des différences successives, on a 3, 5, 7, 9, 11, etc., etc., les mêmes que celles des carrés des nombres consécutifs 1, 2, 3, 4, etc., ce qui autorise la substitution que nous employons afin de rendre les calculs moins laborieux.

TABLE ANALYTIQUE

Dans cette table, les nombres qui sont placés après la lettre *p.* se rapportent aux pages de la première partie, ceux placés après l'astérisque * se rapportent à celles de la deuxième partie.

Abeille (Son rôle en agriculture), p. 337, * 843.
Aberration systématique et aberration annuelle, p. 176, * 308.
Abiétinées (Cône des), p. 236.
Acide oxalique formé par réactions minérales, p. 202.
Acide phosphorique (Son élimination dans les injections hypodermiques), p. 289, * 773.
Acridiens d'Algérie, p. 258.
Action chimique de la lumière, p. 198.
Aérolithes (Présentation de deux), p. 206, * 340.
Aérostation (Appareils pour expériences d'), p. 209.
Afrique (Immigration des noirs d'), p. 346.
—— avant le XVe siècle, p. 355.
—— *centrale* (Influence française en), p. 1.
—— du Sud, p. 343, * 869.
Ages de la pierre dans le Gard, p. 270, * 712.
Agriculture du Doubs, p. 329.
—— (Rôle de l'abeille en), p. 337, * 843.
Agronomie, p. 329, * 826.
Albert (M.). — Un médecin grec à Rome sous la République : Asclépiadès, p. 74.
Alcalinité libre dans les produits colorés de sucreries, p. 200, * 333.
Alcoolisme au point de vue social, p. 397, * 1069.
Algérie (Criquet pèlerin en), p. 251.
—— (Sauterelles), p. 258.
Algérie (Recherches paléoethnologiques), p. 259, * 657.
—— (Classification du préhistorique), p. 263, * 679.
—— (Immunité des musulmans vis-à-vis de la fièvre typhoïde), p. 308, * 807.
Alglave. — Discussion sur l'immigration en Europe, p. 346.
Algue permo-carbonifère, p. 234, * 490.
Aliénés criminels, p. 320.
Aliments (Conservation des), p. 392.
—— (Leur étalage sur les trottoirs), p. 400.
—— *toxiques*, p. 111.
Allemagne (Habitations ouvrières en), p. 359, * 951.
—— (Statistique du travail), p. 378.
Alpes-Maritimes (Climatologie de Saint-Martin-Vésubie), p. 208.
Amphibiens du Portugal, p. 249, * 611.
Amygdaline, pp. 197, 198.
Analyse du cycle du principe II de thermodynamique, p. 206.
—— du sang, p. 194.
—— spectroscopique des tissus, p. 252.
—— — du sang, p. 296.
Anatomie, p. 247, * 594.
—— dans l'art, p. 54.
Anesthésie chloroformique, p. 327.
Anévrisme spontané de l'artère humérale, p. 289.
Angine de poitrine anomale, p. 312.
Angines (Traitement des), p. 310.
Angleterre (Journalisme mathémathique en), p. 175, * 303.

Anomalies focales des réseaux diffringents, p. 191.
Anthoine. — Discussion sur l'Exposition géographique de Moscou, p. 352.
Anthropologie, p. 259, * 657.
—— de la France, p. 264.
Aperçu historique sur les plantes de Tunisie, p. 237, * 507.
Appareils de chauffage, p. 389.
Appétit dans le cancer, p. 326, * 819.
Arbres (Champignons parasites des), p. 229.
Arc (Minimum du potentiel de l'), p. 169, * 164.
Arcs de courbe (Mesure des), p. 170, * 217.
Argent monnayé (Stock actuel d'), p. 368, * 976.
Argiles tertiaires de la Charente, p. 219, * 360.
Arithmétique (Géométrie appliquée à l'), p. 166, * 19.
—— avec les figures négatives, p. 170, * 200.
Arlay (Grotte de), p. 280.
Art forestier (Unification de l'), p. 335, * 826.
Asclépiadès, p. 74.
Asie (Cuisson des briques en), p. 202, * 335.
Aspergillus niger, p. 236.
Assemblée générale de Besançon, p. 115.
Association française en 1892-1893, p. 146.
Astigmatisme cristallinien accommodatif, p. 287.
Astronomie, p. 165, * 1.
Augé de Lassus (L.). Le Jardin des plantes, ses origines, p. 7.
Aurochs, p. 260, * 677.
Australie (Kerosène shale), p. 234, * 490.
Autun (Permien d'), p. 218.
Auvergne (Flore alpine), p. 239.
—— (Lacs d'), p. 255.
—— (Station biologique), p. 255.
—— (Fouilles en), p. 273.
Aveyron (Ossuaire du Boundoulaou), p. 223, * 405.
Azotate d'aconitine cristallisée dans l'érysipèle, p. 322, * 815.
Bains-douches à bon marché, p. 400, * 1076.
—— *salés* en thérapeutique, p. 288.
Balanocarpus acuminatus, p. 240, * 560.
Banane (Culture de la), p. 344, * 873.
Barbier. — Rhodinol et linalol, p. 195.
—— Discussion sur l'amygdaline, p. 198.
Bard (Tumulus de), p. 272, * 737.
Barillon. — Tuberculose pulmonaire, p. 314.
Baromètre pour expériences d'aérostation, p. 209.
Barral (E.). — Hexachlorophénol, p. 200.
Barthélemy. — Anciens glaciers des Vosges, p. 215, * 342.
Basses-Alpes (Chauve-souris des), p. 258, * 655.
Bassin commercial de la Loire, p. 344, * 878.
Bastos (F.). — Littérature pédagogique, p. 385.
Battandier (J.-A.). — Espèce saharienne du genre *Urginea Steinheil*, p. 237, * 505.
Baudin (Dr L.). — Injections de liquide organique, p. 318.
—— Bureau municipal d'hygiène, p. 386.
—— Station de kéfir à Besançon, p. 392, * 1060.
—— Discussion sur l'organisation sanitaire en France, p. 394.
—— Laboratoire de l'expert-chimiste de Besançon, p. 401.
Bayssellance. — Discussion sur les vidangeuses automatiques, p. 396.
—— Bains de propreté à bon marché, p. 400, * 1076.
Bazéries (Cryptographie, système), p. 169.
Beaussenat. — Anévrisme spontané de l'artère humérale, p. 289.
Béchamp. — Discussion sur une nouvelle série de matières colorantes, p. 195.
—— Fermentation de la gomme du Sénégal, pp. 195, 196.
—— Sur l'amygdaline, pp. 197, 198.
Béhal. — Discussion sur la nomenclature chimique, p. 196.
—— La créosote, p. 198.
Beilstein. — Discussion sur la nomenclature chimique, p. 196.
Belfort (Excursion à), p. 436.
Bellet (D.). — La pêche au Canada, p. 338, * 856.
—— Nouvelle culture pour les colonies françaises, p. 344, * 873.
Belloc (É.). — Origine des lacs pyrénéens, p. 224, * 415.
—— Végétation aquatique des Gours, p. 242.
—— Monuments mégalithiques du Haut-Larboust, p. 271.
—— Recherches sous-lacustres dans les Pyrénées, p. 351, * 918.
Bénéfices (Participation aux), p. 374.
Berdellé (C.). — Le livret sans chiffres, pp. 175, 380.
Bergeon. — Injections rectales gazeuses, p. 295.
—— Discussion sur l'angine de poitrine, p. 313.
Bérillon (Dr E.). — Lèpre mutilante autochtone, p. 320.
—— Habitudes automatiques chez les enfants, p. 380.
—— Suggestion hypnotique, p. 386.
Bernard. — Discussion sur les applications du sulfate de fer, p. 334.
—— Cartes agronomiques, p. 338, * 849.

Bernheim (S.). — La Solphine, p. 300.
—— Discussion sur les viandes tuberculeuses, p. 388.
—— Discussion sur la phtisie, p. 392.
—— Conservation des aliments, p. 392.
Bertrand (C.-Eg.). — Reinschia australis, p. 234, * 490.
Besançon (Congrès de), p. 115.
—— (Bureau d'hygiène), p. 386.
—— (Expert-chimiste), p. 401.
—— (École d'horlogerie), p. 444.
—— (Société anonyme d'horlogerie), p. 447.
—— *Mouillère* (Station de kéfir), p. 392, * 1060.
Betula nana, p. 242.
Blanc (Éd.). — Cuisson des briques à la vapeur d'eau, p. 202, * 335.
—— Exposition géographique de Moscou, p. 352, * 936.
Blanchard (R.). — Les aliments toxiques, p. 111.
Bleicher. — Anciens glaciers des Vosges, p. 215, * 342.
—— Recherches microscopiques, p. 216.
—— Discussion sur les grottes de Cravanche, p. 266.
Blessé (Purgatifs chez le), pp. 284, 286, * 763.
—— (Présentation d'un), p. 318.
Bloch (Dr A.). — La scrofule, p. 288, * 768.
Boé (F.). — Opérations de la cataracte, p. 303.
Boiffin. — Torsion du pédicule des kystes de l'ovaire, p. 288.
Bois secondaire des Protéacées, p. 239, * 544.
Bonnet (Dr). — Plantes de Tunisie, p. 237, * 507.
—— Discussion sur la vulgarisation de la botanique, p. 240.
Bonnier (G.). — Production du nectar des plantes, p. 243, * 567.
Bordeaux (Vidangeuses automatiques) p. 395.
—— (Bains-douches à bon marché), p. 400, * 1076.
Bos priscus, p. 260, * 677.
Bossière. — Les îles Kerguélen, p. 243.
Bosteaux-Paris (C.). — Frontal d'un *bos priscus* et frontal d'un *aurochs*, p. 260, * 677.
—— Poterie néolithique du Mont-de-Berru, p. 261, * 678.
—— Faucille en silex, p. 280, * 758.
—— Fouilles gauloises, p. 281, * 759.
Botanique, p. 229, * 445.
—— (Spectroscopie appliquée à la), p. 235.
—— (Vulgarisation de la), p. 240.
—— systématique, p. 230, * 445.
Bouchard (C.). — La médecine, science et profession, p. 136.
—— Discussion sur l'anévrisme, p. 290.
Bouchard (C.). — Discussion sur l'abus des exercices sportifs, p. 291.
—— Discussion sur les toxines, p. 306
—— Observations relatives à la fièvre, pp. 306, 307.
—— Discussion sur le traitement du cancer de l'estomac, p. 312.
Boule (M.). — Excursion géologique dans les montagnes Rocheuses, p. 39.
—— Reptile fossile du permien d'Autun, p. 218.
Boulé. — Le canal du Midi, p. 369, * 991.
Boundoulaou (Ossuaire du), p. 223, * 405.
Bourquelot. — Présence de l'émulsine dans quelques champignons, p. 229.
—— Ferments de l'*Aspergillus niger*, p. 236.
Bourses de session, p. 131.
—— du travail, p. 356, * 947.
Boussole rapporteur, p. 187, * 315.
Boutron. — Présentation de deux aérolithes, p. 206, * 340.
—— Discussion sur l'hydrocéphalie, p. 284.
Boutroue. — L'Afrique avant le XVe siècle, p. 355.
Boutroux. — Fermentation panaire, p. 194.
Bractées involucrales du Williamsonia Morieri, p. 232, * 458.
Bræmer (L.). — Réactions histochimiques de l'hespéridine, p. 233, * 482.
Braise chimique, p. 398.
Brémond (Dr F.). — Discussion sur le Bureau municipal d'hygiène, p. 387.
—— Discussion sur les viandes tuberculeuses, p. 387.
—— Discussion sur les appareils de chauffage, p. 390.
—— Gérocomie, p. 397.
—— Discussion sur la braise chimique, p. 399.
Brenner (Lois de), p. 328.
Breul. — Discussion sur la participation aux bénéfices, p. 375.
Briques (Cuisson des), p. 202, * 335.
Brissaud. — Cancer de l'estomac, p. 311.
Bronches (Dilatation des), p. 292, * 784.
Bruchon. — Présentation d'un blessé, p. 318.
—— Faune des lacs d'Auvergne, p. 355.
Bruyant (C.). — Hémiptère du lac Chauvet, p. 251.
Büech (Vallée du Grand), p. 222, * 377.
Buisson (M.). — Alcalinité libre dans les produits colorés de sucrerie, p. 200, * 333.
Bulbe (Poids du), p. 271, * 715.
Bulbilles aériennes du *Lilium tigrinum*, p. 238, * 527.

Bureaux des 1re et 2e Sections, p. 165.
—— 3e et 4e Sections, p. 178.
Bureau de la 5e Section, p. 188.
—— — 6e — p. 193.
—— — 7e — p. 204.
—— — 8e — p. 215.
—— — 9e — p. 229.
—— — 10e — p. 247.
—— — 11e — p. 259.
—— — 12e — p. 283.
—— — 13e — p. 329.
—— — 14e — p. 342.
—— — 15e — p. 356.
—— — 16e — p. 379.
—— — 17e — p. 386.
Bureau municipal d'hygiène, p. 386.
Bureaux d'hygiène départementaux, p. 394, * 1065.
Butomées (Caractères anatomiques de la feuille des), p. 245, * 592.
Cabreira (A.). — Quelques théorèmes de mécanique, p. 173.
Cacheux (E.). — Habitations ouvrières en Allemagne, p. 359, * 951.
Cagnoli (Dr). — Climatologie de Saint-Martin-Vésubie, p. 208.
Cahiers généalogiques, p. 381, * 1035.
Caisses d'épargne, p. 372.
Calcul chronologique, p. 347, * 894.
Callot. — Discussion sur les exercices gymnastiques, p. 379.
—— Discussion sur les exercices athlétiques, p. 380.
—— Discussion sur les cahiers généalogiques, p. 382.
Cambefort. — Discussion sur la Syrie, p. 343.
Canada (Pêche au), p. 338, * 856.
—— (Métrophotographie au), p. 345.
Canal du Midi, p. 369, * 991.
Canaux sécréteurs dans le cône des abiétinées, p. 236.
Cancer (Etiologie du), p. 286.
—— du foie et de l'estomac, p. 326, * 819.
Cancers de l'estomac, p. 311.
—— épithéliaux, p. 325.
Canons artistiques et canons scientifiques, p. 54.
Capacité d'absorption du sang, p. 254, * 647.
Capparidées (Principes actifs des), p. 229, * 461.
Caractères anatomiques de la feuille des Butomées, p. 245, * 592.
—— de divisibilité, p. 171, * 240.
Carnac (Menhirs), p. 281.
Carnot (Théorème de), p. 172, * 258.
Carrés diaboliques et sataniques, p. 173.
—— *magiques* de huit, p. 169, * 171.
Carte agricole du Portugal, p. 335, * 841.
—— géologique du Jura, p. 220.
Cartes agronomiques communales, p. 338, * 849.
Casalonga (D.-A.). — Rôles d'un métropolitain et des lignes de tramways, p. 185.
—— Réforme du principe II de thermodynamique, p. 206.
Cassinomagus (Chassenon ancienne), p. 282, * 760.
Castonnet des Fosses.—Influence française en Syrie, p. 343, * 871.
Catalan (E.). — Application à la géométrie, p. 166, * 19.
Cataracte (Opération de la), p. 303.
Cazin. — Discussion sur les injections des liquides organiques, p. 320.
—— Cancers épithéliaux, p. 325.
Cébazat (Squelette de), p. 268, * 699.
Centenaire de la rente française, p. 370.
Céphalopodes (Répartition sur les côtes de France, p. 253, * 628.
—— (Chromatophores des), p. 254, * 652.
Cercles coupant trois cercles fixes sous des angles donnés, p. 175.
Cernay-les-Reims (Bos priscus), p. 260, * 677.
Cervelet (son poids), p. 271, * 715.
Césaro (Formule de M.), p. 173, * 287.
Chabrié (C.). — Injections du liquide testiculaire, p. 289, * 773.
Chaintre.— Discussion sur les tumeurs des fosses nasales, p. 310.
—— Résection du poignet, p. 313.
Châlons-sur-Marne (Sépultures néolithiques), p. 270.
Champignon destructeur de la Cochylis, p. 231.
Champignons parasites des arbres, p. 229.
Chapoy (L.). — Polypes naso-pharyngiens, p. 315.
Charbonnel-Salle. — Capacité d'absorption du sang, p. 254, * 647.
Charente (Argiles tertiaires de la), p. 219, * 360.
—— (Fouilles à Chassenon), p. 282, * 760.
Charente-Inférieure (Station néolithique), p. 262.
Charrin (Dr A.). — Maladie expérimentale, p. 292, * 780.
—— Atténuation de la toxicité, p. 306, * 805.
Chassenon (Fouilles à), p. 282, * 760.
Chats sans queue, p. 262.
Chauve-Souris des Basses-Alpes, p. 258, * 655.
Chemins de fer (Inconvénients de l'octroi), p. 357.
—— (Réforme des tarifs de), p. 372, * 1009.
Chéron. — Relâchement des ligaments larges de l'utérus, p. 299.
—— Maladies à hypotension, p. 301.

Chiaïs (Dr). — Evolution thermique en Europe, p. 205.
—— Médication diurétique, p. 294.
Chimie, p. 193, * 330.
Chlorate de soude dans les cancers de l'estomac, p. 311.
Chlorure d'éthyle, p. 317.
Choay. — La Créosote, p. 198.
Chromatophores des céphalopodes, p. 254, * 652.
Cirrhose infantile, p. 297, * 790.
Cistus (Hybrides dans le genre); p. 238, * 534.
Clarabide, p. 351, * 918.
Climatologie de Saint-Martin-Vésubie, p. 208.
Clos (Dr D.). — Le polymorphisme floral et la phytographie, p. 233, * 471.
Clozel. — Discussion sur la banane, p. 344.
—— Discussion sur l'émigration en Europe, p. 347.
—— De la rivière Kémo au Niger, p. 348, * 905.
Cocaïne (Réaction caractéristique de la), p. 202.
Coccoz (C.). — Carrés magiques de huit aux deux premiers degrés, p. 169, * 171.
Cochylis (Champignon destructeur de la), p. 231.
Collignon (E.). — Remarque sur le tir parabolique, p. 167, * 45.
—— Promenade de deux forçats enchaînés, p. 167, * 47.
Coloration de la peau chez la grenouille, p. 252.
Combes. — Discussion sur la nomenclature chimique, p. 196.
Comité local, p. 123.
Commerce (Traités de), pp. 361, 365, 367, * 968.
—— (Nécessité d'une langue universelle), p. 377, * 1017.
—— (Élèves destinés au), p. 383.
Commissions permanentes, p. 122.
Compagnies ouvrières, p. 376, * 1016.
Comptabilité (Permanence de l'inventaire), p. 378, * 1026.
Compte rendu financier, p. 161.
Conférences de Paris, pp. 1, 7, 18, 25, 39, 54, 74, 89, 111.
—— faites à Besançon, pp. 403, 413.
Congrès de Besançon, p. 115.
Coniques (Rayon de courbure des), p. 172, * 254.
Conoïde de Plücker (Transformation du), p. 169, * 184.
Conseil d'administration, p. 117.
Conservation des aliments, p. 392.
Constantine (Géologie du département de), p. 224.
Constitution géologique du Jura, p. 225, * 442.
Contamination par les viandes tuberculeuses, p. 387, * 1042.
Conventions commerciales, p. 361.
Cordemoy (J. de). — Tige des Dioscoréacées, p. 244.
Cormouls-Houlès. — Ramilles d'arbres ensilées, p. 339.
Cornu (A.). — Anomalies focales des réseaux diffringents, p. 191.
—— Oculaire de microscope à réflexion normale, p. 205.
—— Discussion sur le principe II de thermodynamique, p. 207.
Cornu (M.). — Discussion sur le *Senecio vulgaris*, p. 231.
—— sur l'enseignement pour les voyageurs, p. 342.
Corps humain (Proportions du), p. 54.
Côte des Esclaves, p. 350, * 908.
Cotteau (Ed.). — Discussion sur la Syrie, p. 343.
—— Sibérie orientale, p. 348.
Cotteau (G.). — Discussion sur les formations coralligènes, p. 217.
—— Echinides crétacés du Liban, p. 218, * 346.
—— Excursion à la grotte de Cravanche, p. 227.
Coucou (Mœurs du), p. 258.
Coupe géologique des environs de Salins, p. 226.
Courants de la mer, p. 25.
Courbes (Rayon de courbure des), p. 173.
Courbure des coniques, p. 172, * 254.
Courtois (A.). — Les Bourses du travail, p. 356, * 947.
Craie lacustre des Hautes-Alpes, p. 222, * 366.
Cramer-Frey. — Négociations commerciales avec la Suisse, p. 360.
Crâne trépané d'un squelette néolithique, p. 268, * 699.
Crânes de l'époque incasique, p. 278, * 750.
Cravanche (Grottes de), pp. 227, 265, * 693.
Cravoisier. — Discussion sur la banane, p. 344.
Créosote, p. 198.
Criquet pèlerin, p. 251.
Croissance (Abus des exercices sportifs pendant la), p. 290, * 775.
Crustacés décapodes (Leur tube digestif), p. 247, * 594.
Cryptographie à réglettes, p. 169.
Cuir chevelu (Erysipèle du), p. 322, * 815.
Cuisson des briques à la vapeur d'eau, p. 202, * 335.
Culture nouvelle pour les colonies françaises, p. 344, * 873.

Cuneus (Lésion circonscrite du), p. 323.
Cure radicale des hernies, p. 295.
Cycle (Analyse du) qui se rattache au principe II de thermodynamique, p. 206.
Danien (Faune malacologique du), p. 222, * 388.
Danse appliquée à l'éducation corporelle, p. 379.
Davanne. — Œuvres photographiques, p. 368.
Decohorne. — Régleur solaire, p. 170.
Décoloration et toxicité, p. 306, * 805.
Décret, p. 1.
Delcroix (Le Cap.). — Règle topographique, p. 187, *. 315.
Délégués de l'Association, p. 118.
—— *des ministères*, p. 130.
Delisle (Dr F.). — Discussion sur les grottes de Cravanche, p. 266.
—— Enseignement pour les voyageurs, p. 342, * 862.
Delivet (E.). — Nécessité d'une langue universelle, p. 377, * 1017.
Deloncle. — Discussion sur les îles Kerguélen, p. 343.
—— Discussion sur l'expédition Maistre, p. 349.
Delort. — Ages de la pierre dans le Gard, p. 270, * 712.
—— Fouilles en Auvergne, p. 273.
Demonferrand. — Cahiers généalogiques, pp. 381, 382, * 1035.
Denrées alimentaires de bonne qualité, p. 389.
Derosne (C.). — Étude sur l'hydromel, p. 337, * 843.
Descamps (A.). — Œuvres sociales de Lille, p. 376.
Deshayes (C.). — Viandes de provenance tuberculeuse, p. 387, * 1042.
D'Espine (A.). — Cirrhose infantile, p. 297, * 790.
—— Discussion sur la neurasthénie, p. 301.
——. — sur la fièvre, p. 307.
Deux-Sèvres (Société botanique des), p. 233.
Développement en séries des fonctions algébriques, p. 174, * 293.
Dévonien (Fossiles du), p. 221.
Diffusion de la vapeur d'eau, p. 190, * 327.
Dilatation des bronches, p. 292, * 784.
—— de l'estomac, p. 299.
Dioscoréacées (Tige des), p. 244.
Dioscorées (Feuille des), p. 235, * 502.
Diptérocarpacées, p. 240, * 560.
Discussion sur la nomenclature chimique, p. 196.
Divisibilité (Caractères de), p. 171, * 240.
Djidjelli (Géologie de la région de), p. 224.
Domet de Vorges. — Discussion sur le traité de commerce franco-suisse, p. 366.
Dordogne (Argiles tertiaires de la), p. 219, * 360.
Douane (Droits de), p. 360, * 955.
Double polarisation, p. 328.
Doubs (Formations coralligènes), p. 217.
—— (Constitution géologique du), p. 225, * 442.
—— (Monument mégalithique de Mandeure), p. 259.
Drapeyron. — Histoire de la Suisse, p. 347, * 894.
Droit protecteur, p. 360, * 955.
Druhen aîné (Dr). — De l'alcoolisme, p. 397, * 1069.
Dubail-Roy. — Grottes de Cravanche, p. 265, * 693.
Dubois (Dr R.). — Production de lumière chez les myriapodes, p. 249.
—— Composition des œufs du criquet pèlerin, p. 251.
—— Thermogenèse des hibernants, p. 256.
—— Nouveau procédé d'anesthésie, p. 327.
—— Mécanisme de la thermogenèse, p. 327.
Ducamp. — Maladie infectieuse spontanée du lapin, p. 324.
Dufour (H.). — Induction dans les masses magnétiques, p. 189.
Dufour (L.). — Bulbilles aériennes du *Lilium tigrinum*, p. 238, * 527.
Dufour (Dr M.). — Discussion sur l'astigmatisme cristallinien accommodatif, p. 287.
—— Injections sous-conjonctivales, p. 297.
Dumond (J.). — Loi sur les caisses d'épargne, p. 372.
Dumont (A.). — Vulgarisation de la botanique, p. 240.
—— Populations les plus fécondes, p. 260, * 663.
—— Natalité et masculinité, p. 269, * 706.
—— Endogamie dans les communes rurales, p. 275.
—— Discussion sur l'alcoolisme, p. 398.
Dunkerque (Les populations flamandes), p. 260, * 663.
Duplouy. — Discussion sur le cancer, p. 287.
—— Injections phéniquées, p. 302.
Dupont (H.). — Bassin commercial de la Loire, p. 344, * 878.
Dureté des corps, p. 190.
Durier (C.). — Le Jura, p. 403.
Dutartre (A.). — Coloration de la peau chez la grenouille, p. 252.
—— Capacité d'absorption du sang, p. 254, * 647.
Dybowski (J.). — L'influence française en Afrique centrale, p. 1.
Eau pure (Alimentation en), p. 389, * 1047.
Eaux minérales (Classification des), p. 328, * 824.

Ecailles involucrales du Williamsonia Morieri, p. 232, * 458.
Echinides crétacés du Liban, p. 218, * 346.
Éclosion des hyménoptères, p. 253, * 633.
École nationale d'industrie laitière, p. 335.
—— d'horlogerie, p. 444.
Ecoles françaises du Sahara, p. 354.
Économie politique, p. 356, * 947.
—— (ses liens avec la morale), p. 378, * 947.
—— sociale de la France, p. 374.
Éducation corporelle, pp. 379, 380.
Égypte (Faucille en silex), p. 280, * 758.
Électricité (Traitement par l'), p. 305.
—— (Applications récentes), p. 413.
Électrodes (Polarisation double des), p. 328.
Électrothérapie, pp. 305, 328.
Éléments figurés du sang, p. 249, * 616.
Ellipse (Normales à), p. 167, * 89.
Ellipsoïde (Équilibre d'élasticité de l'), p. 165, * 1.
Émulsine (sa présence dans quelques champignons), p. 229.
Endocardite infectieuse, p. 289.
Enseignement mathématique en Espagne, p. 172.
—— pour les voyageurs, p. 342, * 862.
Ensuque. — Détermination du premier méridien, p. 352.
Époque incasique, p. 278, * 750.
Équations (Intégration des), p. 168, * 106.
—— (Résolution algébrique des), p. 174, * 289.
Équilibre d'élasticité de l'ellipsoïde, p. 165. * 1.
Érysipèle de la face, p. 322, * 815.
Escargot (Rein de l'), p. 248, * 608.
Ésérine (Identification de l'), p. 202.
Espace infinitésimal, p. 172, * 277.
Espagne (Institutions scientifiques en), p. 172.
Espèce saharienne du genre *Urginea Steinheil*, p. 237, * 505.
Estomac (Dilatation de l'), p. 299.
—— (Cancer de l'), pp. 311, 321, * 819.
Établissements correctionnels, p. 379.
—— Peugeot, p. 448.
État social en Franche-Comté, p. 376.
Ethnologie de la France, p. 261.
Étiologie du cancer, p. 286.
Eugène Mazel, promoteur de l'horticulture, p. 232.
Europe (Évolution thermique en), p. 205.
—— (Immigration en), p. 346.
Excursion géologique dans les montagnes Rocheuses, p. 39.
—— à la grotte de Cravanche, p. 227.
—— à Mamirolle, p. 335.
—— à la Ferme-école de la Roche, p. 339.
—— générale à Salins, p. 429.
—— — à Montbéliard, p. 436.
—— finale, p. 440.
Excursions (Programme général), p. 427.
Exercices gymnastiques, p. 379.
—— *sportifs*, p. 290, * 775.
Expédition Maistre, p. 348, * 905.
Expert-chimiste de Besançon, p. 401.
Explorations récentes dans le Haut-Laraboust, p. 271.
Exposition géographique de Moscou, p. 352, * 936.
Extrophie vésicale, p. 298.
Fabre. — Traitement des angines, p. 310.
Faucille en silex, p. 280, * 758.
Faucompré (P.). — Agriculture du Doubs, pp. 329, 330.
Faune des lacs d'Auvergne, p. 255.
—— *malacologique* quaternaire, p. 222, * 366.
—— *malacologique* du Danien, p. 222, * 388.
Fayard. — Lipome du triangle de Scarpa, p. 305.
Ferme-école de la Roche, p. 339.
Fermentation panaire, p. 194.
—— de la gomme du Sénégal, p. 195.
Ferments alcooliques du pollen des ruches, p. 337, * 843.
—— de l'*Aspergillus niger*, p. 236.
Ferreira da Silva. — Identification de l'ésérine, p. 202.
Féry (Ch.). — Etude des réactions chimiques, p. 200, * 330.
Feuille des Dioscorées, p. 235, * 502.
Ficheur (E.). — Géologie de la région de Djidjelli, p. 224.
Fiessinger (C.). — Etiologie du cancer, p. 286.
—— Discussion sur l'abus des exercices sportifs, p. 292.
Fièvre (Observations relatives à la), p. 306.
—— Typhoïde (Immunité vis-à-vis de), p. 308, * 807.
Figuration graphique des nombres combinatoires, p. 174, * 298.
Figures négatives en arithmétique, p. 170, * 200.
Finances de l'Association, p. 161.
Flamands de Dunkerque, p. 260, * 663.
Fleury (J.). — Discussion sur les Bourses du travail, p. 357.
—— Les traités de commerce, p. 363.
Fleury (M. de). — Traitement rationnel de la neurasthénie, p. 300.
Flore (Avantages du synopsis sur la), p. 237.
—— alpine, p. 239.
—— des Monts-Jura, p. 239.
—— mycologique, p. 234, * 484.
Foie (Cancer du), p. 326, * 819.
Folie. — Observations de Peters et de Gyldén, p. 176, * 308.
Folliet (M^lle^). — Discussion sur le travail manuel, p. 383.

Fonctions algébriques (Développement en séries des), p. 174, * 293.
—— monogènes et holomorphes, p. 174.
Fontaine (A.). — Office du travail, pp. 358, 359.
Fontaneau (E.). — Équilibre d'élasticité de l'ellipsoïde, p. 165, * 1.
Fontès. — Ancienneté du triangle arithmétique, p. 171, * 236.
—— Caractères de divisibilité, p. 171, * 240.
Forçats enchaînés (Promenade des), p. 167, * 47.
Forel (Dr F.-A.). — Seiches du lac Léman, p. 204.
Formations coralligènes jurassiques, p. 217.
—— éruptives de Gravenoire, p. 273.
Formule de M. Césaro, p. 173, * 287.
Fosses nasales (Tumeurs des), p. 308.
Fossiles du terrain dévonien des Pyrénées, p. 221.
—— de Saint-Remy et des Baux, p. 222, * 388.
Fouilles en Auvergne, p. 273.
—— dans la Vézère, pp. 275, 276, * 739.
—— gauloises, p. 281, * 759.
—— à Chassenon, p. 282, * 760.
Fouta-Djallon, p. 349.
Foville (A. de). — Stock actuel d'argent monnayé, p. 368, * 976.
France (Horticulture dans le midi de la), p. 232.
—— (Flore mycologique), p. 234, * 484.
—— (Repos de la végétation dans le Midi), p. 243, * 569.
—— (Céphalopodes des côtes de), p. 253, * 628.
—— (Populations les plus fécondes), p. 260, * 663.
—— (Ethnologie de la), p. 261.
—— (Anthropologie de la), p. 264.
—— (Instruction sur l'ethnologie de la), p. 265.
—— (Occupation des îles Kerguélen par la), p. 343.
—— (Relations avec la côte des Esclaves), p. 350, * 908.
—— (Migrations intérieures en), p. 354.
—— Traité commercial avec la Suisse), p. 365, * 965.
—— (Argent monnayé de la), p. 368, * 976.
—— (Economie sociale de la), p. 374.
—— (Organisation sanitaire), p. 394, * 1065
—— *centrale* (Fouilles), p. 273.
Franche-Comté (Ornithologie de la), p. 248, * 601.
—— (Etat social), p. 376.
Francq (L.). — Discussion sur la traction mécanique des tramways, p. 183.
Frégier (Théorème de), p. 167, * 89.
Friedel. — Nouvelle série de matières colorantes, p. 195.
—— Discussion sur la nomenclature chimique, p. 196.
Frontal d'un Bos priscus, p. 260, * 677.
Fruit de Strophantus non décrit, p. 241.
Fruits (Huile grasse des), p. 244, * 577.
Gaches-Sarraute (Mme Dr). — Ladrerie dans l'espèce humaine, p. 304.
Gain (E.). — Feuilles des végétaux herbacés, p. 245, * 585.
Galante (É.). — Les finances de l'Association, p. 161.
Galathea Strigosa (Sa spermatogenèse), p. 247.
Galdeano (de). — Les institutions scientifiques en Espagne, p. 172.
Galères (Leur emploi dans l'Océan), p. 355, * 943.
Garantie d'intérêts des chemins de fer, p. 372, * 1009.
Gard (Station préhistorique de Montaigu), p. 270, * 712.
Gares (Inconvénients de l'octroi dans les), p. 357.
Garnier (J.). — Immigration des noirs d'Afrique, p. 346.
Garrigou-Lagrange. — Enchaînement des situations atmosphériques, p. 207.
—— Influence du mouvement de la lune en déclinaison, p. 212.
Gauchery (P.). — Hybrides dans le genre *cistus*, p. 238, * 534.
Gauthier. — Discussion sur l'agriculture du Doubs, p. 330.
Gauthiot. — Discussion sur l'enseignement pour les voyageurs, p. 343.
—— Discussion sur les îles Kerguélen, p. 343.
—— Discussion sur l'expédition Maistre, p. 349.
Gautier. — Squelette humain de Gravenoire, p. 273.
Génie Civil et Militaire, p. 178, * 315.
Géodésie, p. 165, * 1.
Géographie, p. 342, * 862.
Géologie, p. 215, * 342.
—— de la région de Djidjelli, p. 224.
Géométrie appliquée à l'arithmétique, p. 166, * 19.
—— (Notes de), pp. 166, 171, * 26.
—— (Formule de), p. 167, * 93.
—— (Notes de), p. 168, * 132.
—— générale, p. 170, * 217.
—— des masses, p. 172, * 274.
Géométrographie (Compléments de), p. 168, * 113.
Gérard a Pery. — Carte agricole du Portugal, p. 335, * 841.
Gérocomie, p. 397.

Gilbert. — Discussion sur l'azotate d'aconitine, p. 322.
Gilden (Observations de), p. 176, * 308.
Girard (A.). — Un poisson du genre « himantolophus », p. 249, * 609.
Girard (S.). — Usage des denrées alimentaires, p. 389.
Girardot (L.-A). — Système jurassique des environs de Lons-le-Saunier, pp. 221, 223, * 402.
—— Coupe géologique des environs de Salins, p. 226.
—— Grotte d'Arlay, p. 280.
Girod (Dr P.). — Flore alpine d'Auvergne et flore du Jura, p. 239.
—— Respiration des hydrachnides parasites, pp. 248, 253.
—— Le rein de l'escargot, p. 248, * 608.
—— Discussion sur les Chromatophores, p. 255.
—— Station biologique des Monts-Dore, p. 255.
—— Alimentation de la truite, p. 256.
—— Mœurs du coucou, p. 258.
—— Squelette de Gravenoire, p. 273.
—— Stations magdaléniennes de la Vézère, p. 273, * 739.
Glaciers des Vosges, p. 215, * 342.
Gladstone. — Réfraction moléculaire des sels, p. 200.
Glangeaud (Ph.). — Reptile fossile du Permien d'Autun, p. 218.
—— Argiles tertiaires de la Charente, p. 219, * 360.
—— Jurassique de la Charente, p. 219, * 360.
Gob (A.). — Rayon de courbure des coniques, p. 172, * 254.
—— Applications du théorème de Carnot, p. 172, * 258.
Gomme du Sénégal (Fermentation de la), p. 195.
Gourgs-Blancs, p. 351, * 918.
Gours (Végétation aquatique des), p. 242.
Graebe. — Discussion sur la nomenclature chimique, p. 196.
—— Oxydation de l'acénaphtène, p. 201.
—— Synthèse de la phénanthridine, p. 201.
Graines (Huile grasse des), p. 244, * 577.
Granet (V.). — Discussion sur les chats sans queue, p. 262.
—— Tumulus de Bard, p. 272, * 737.
—— Fouilles à Chassenon, p. 282, * 760.
Gravenoire (Formations éruptives de), p. 273.
Grenouille (Coloration de la peau), p. 252.
Grotte des Spélugues, p. 223.
—— du Boundoulaou, p. 223, * 405.
—— d'Arlay, p. 280.
Grottes de Cravanche, pp. 227, 265, * 693.
Groupe 1er, p. 165, * 1.
—— 2e, p. 188, * 322.
Groupe 3e, p. 215 * 342.
—— 4e, p. 329, * 826.
Gruyère (Industrie du), p. 330.
Guignard (L.). — Principes actifs chez les capparidées, pp. 229, 230, * 461.
—— Discussion sur le *Williamsonia Morieri*, p. 232.
—— Physiologie de la germination, p. 232.
Guilbault. — Permanence de l'inventaire, p. 378, * 1026.
Guilloz. — Astigmatisme cristallinien accommodatif, p. 287.
—— Photographie instantanée du fond de l'œil, p. 298.
—— du col de l'utérus, p. 298.
Guimarães (R.). — Sur une formule de géométrie, p. 167, * 93.
—— Les normales à l'ellipse, p. 167, * 89.
—— Carte agricole du Portugal, p. 335.
Gulf-Stream, p. 25.
Gurnaud (A.). — Ancienne et nouvelle sylviculture, p. 335, * 826.
Gyldén (Observations de latitude de), p. 176, * 308.
Gypses des Hautes-Alpes, p. 222, * 380.
Habitation rurale, p. 389, * 1047.
Habitations ouvrières en Allemagne, p. 359, * 951.
Habitudes automatiques, p. 380.
Hallopeau (H.). — Nature des xanthomes, p. 284.
—— Discussion sur les exercices sportifs, p. 291.
Hanot (Dr V.). — Appétit dans le cancer, p. 326, * 819.
Haton de la Goupillière. — Minimum du potentiel de l'arc, p. 169, * 164.
Haut-Aragon (Recherches lacustres en), p. 224, * 415.
Haut-Larboust (Monuments mégalithiques du), p. 271.
Hauts-Plateaux (Ecoles françaises des), p. 354.
Haute-Catalogne (Recherches lacustres), p. 224, * 415.
Haute-Garonne (Végétation des gours.), p. 242.
—— (Monuments mégalithiques), p. 272.
Haute-Saône (Formations coralligènes), p. 217.
Hautes-Alpes (Tufs des), p. 222, * 366.
—— (Poudingues inclinés), p. 222, * 377.
—— (Gypses des), p. 222, * 380.
Helm. — Divers cas d'imbrication, p. 230, * 448.
—— Balanocarpus acuminatus, p. 240, * 560.
Hémianopsie corticale, p. 323.
Hémiptère du lac Chauvet, p. 251.
Hénocque (Dr A.). — Spectroscope à verres colorés, p. 194.

Hénocque (Dr A.). — Application de la spectroscopie à la botanique, p. 235.
——. Analyse spectroscopique des tissus, p. 252.
—— Analyse spectroscopique du sang, p. 296.
Henrot (Dr H.). — Discussion sur les viandes tuberculeuses, p. 388.
—— Appareils de chauffage à tirage réduit, p. 389.
—— Organisation sanitaire en France, p. 394, * 1065.
Herbier scolaire, p. 246.
Herborisations (Avantages du synopsis), p. 237.
Hermann. — Cryptographie à réglettes, p. 169.
Hernie (Cure radicale), p. 295.
Herscher (C.). — Discussion sur le bureau municipal d'hygiène, p. 387.
—— Discussion sur les appareils de chauffage, p. 390.
Hervé (G.). — Ethnologie de la France, p. 266.
Hespéridine (Réactions histo-chimiques), p. 233, * 482.
Hexachlorophénol, p. 200.
Hibernants (Thermogenèse des), p. 256.
Himantolophus (Genre), p. 249, * 609.
Histoire de la Suisse, p. 347, * 894.
—— économique du Portugal, p. 374.
Honnorat-Bastide. — Chauve-souris des Basses-Alpes, p. 258, * 655.
Horlogerie (École nationale d'), p. 444.
—— (Société anonyme d'), p. 447.
Horticulture (Eugène Mazel, promoteur de l'), p. 232.
Houlbert (C.). — Bois secondaire des Protéacées, p. 239, * 544.
Hovelacque (A.). — Ethnologie de la France, p. 261.
Huile grasse des graines, p. 244, * 577.
Hulot (Baron). — Discussion sur l'immigration en Europe, p. 346.
—— La côte des Esclaves, p. 350, * 908.
Hybrides dans le genre cistus, p. 238, * 534.
Hydrachnides parasites, pp. 248, 253.
Hydrocéphalie congénitale, p. 283.
Hydromel, p. 337, * 843.
Hygiène, p. 386, * 1042.
—— (Bureau municipal d'), p. 386.
—— de l'habitation rurale, p. 389, * 1047.
—— professionnelle et publique, p. 398.
Hyménoptères, p. 253, * 633.
Hypotension (Maladies à), p. 301.
Identification de l'ésérine, p. 202.
Ile de Man (Chats sans queue), p. 262.
Iles Hawaï, p. 343, * 869.
—— Kerguélen, p. 343.
Image latente photographique, p. 213.
Imbert de la Touche (P.). — Obésité d'origine nerveuse, p. 305.
Imbrication (Explication mécanique), p. 230, * 448.
Immigration en Europe, p. 346.
Immunité des musulmans vis-à-vis de la fièvre typhoïde, p. 308, * 807.
Impôt progressif, p. 370, * 993.
Indice de réfraction (Étude des réactions chimiques par l'), p. 200, * 330.
Induction dans les masses magnétiques, p. 189.
Industrie (Applications de l'électricité à l'), p. 413.
Inflexion (Point d'), p. 172, * 277.
Influence française en Syrie, p. 343, * 871.
Influenza (Parotidites de l'), p. 317, * 809.
Inhalations d'air surchauffé, p. 310.
Injections de liquide testiculaire, p. 289, * 773.
—— rectales gazeuses, p. 295.
—— sous-conjonctivales, p. 297.
—— hypodermiques de liquides non toxiques, p. 301.
—— phéniquées, p. 302.
—— hypodermiques d'huile camphrée, p. 314.
—— de liquide organique, p. 318.
Innervation du voile du palais, p. 326.
Institutions scientifiques en Espagne, p. 172.
Intégration des équations, p. 168, * 106.
Interprétation du symbole 0, p. 175.
Inventaire, p. 378, * 1026.
Inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes, p. 174.
Isaria farinosa, p. 231.
Isthme (son poids), p. 271, * 715.
Jaccard. — Discussion sur les formations coralligènes, p. 217.
—— Carte géologique du Jura, p. 220.
Janet (P.). — Applications récentes de l'électricité, p. 413.
Jannetaz. — Dureté des corps, p. 190.
Janssen (J.). — Observatoire du Mont-Blanc, p. 211.
Jardin des Plantes et Jardin du Roi, p. 7.
Jordins (Dr L.). — Histoire économique du Portugal, p. 374.
Joubin (L.). — Répartition des *Céphalopodes* sur les côtes de France, p. 253, * 628.
Journalisme mathématique en Angleterre, p. 175, * 303.
Journaux représentés, p. 133.
Jura (Carte géologique du), p. 220.
—— (Constitution géologique du), p. 225, * 442.
—— (Flore alpine), p. 239.
—— (Flore des monts), p. 239.
—— (Nuphar, Potamogeton et Betula nana, p. 242.
—— (Grotte d'Arlay), p. 280.

Jura (Le), p. 403.
Jurassique de Lorraine, p. 216.
—— de la Charente, p. 219, * 360.
Kéfir (Station de), p. 392, * 1060.
Képler (Lois de), p. 168, * 95.
Kerosène shale d'Australie, p. 234, * 490.
Kilian. — Constitution géologique du Jura, p. 225, * 442.
Konakry, p. 349.
Künckel d'Herculais. — Les sauterelles d'Algérie, p. 258.
—— Invasions de sauterelles, p. 341.
Kystes de l'ovaire, p. 288.
Laboratoire de l'expert-chimiste de Besançon, p. 401.
Lac-Léman (Seiches du), p. 204.
—— *Chauvet*, p. 251.
—— *Caillaouas*, p. 351, * 918.
Lacs pyrénéens (Origines, formation et comblement), p. 224, * 415.
—— d'Auvergne, p. 255.
Ladrerie dans l'espèce humaine, p. 304.
Laisant. — Discussion sur les notes de géométrie, p. 167.
—— Tableaux de sommes, p. 170, * 206.
—— Progrès des sciences mathématiques, p. 171.
—— Discussion sur la formule de M. Césaro, p. 173.
—— Figuration graphique des nombres combinatoires, p. 174, * 298.
Landel (G.). — Influence des radiations solaires sur les végétaux, p. 244, * 571.
Langue universelle, sa nécessité, p. 377, * 1017.
Langues vivantes facilitées, p. 383.
Lapin (Maladie infectieuse spontanée du), p. 324.
La Roche (Ferme-École), p. 339.
Latitude (Observations de), p. 176, * 308.
Lauga (Dr). — Vidangeuses automatiques, p. 395.
Laussedat (Colel). — Métrophotographie au Canada, p. 345.
Leblanc. — Discussion sur l'organisation sanitaire en France, p. 394.
Ledoux (Dr). — Discussion sur l'alcoolisme, p. 398.
Legendre (C.). — Herbier scolaire, p. 246.
Le Gendre (Dr P.). — Discussion sur les purgatifs, p. 285.
—— Anévrisme spontané, p. 289.
—— Abus des exercices sportifs, pp. 290, 380, * 775.
—— Discussion sur la dilatation des bronches, p. 293.
Lejard. — Bains salés en thérapeutique, p. 288.
Lemoine (É.). — Compléments de géométrographie, p. 168, * 113.
—— Notes de géométrie, p. 168, * 132.
Lemoine (É.). — Application de la transformation continue, p. 169, * 146.
—— Progrès des sciences mathématiques, p. 171.
Lemoine (G.). — Discussion sur la fermentation de la gomme du Sénégal, p. 196.
—— Action chimique de la lumière, p. 198.
Léon-Petit (Dr). — Tuberculose et mariage, p. 18.
Lépine. — Discussion sur le traitement du cancer de l'estomac, p. 312.
—— Angine de poitrine anormale, p. 312.
—— Discussion sur l'azotate d'aconitine, p. 323.
Lèpre mutilante autochtone, p. 320.
Lesage (P.). Diffusion de la vapeur d'eau, p. 190, * 327.
Les Baux (Fossiles), p. 222, * 388.
Lescarret (J.-B.). — Économie politique et morale, p. 378, * 1031.
Liban (Échinides crétacés du), p. 218, * 346.
Liégeard (A.). — Statistique du travail en Allemagne, p. 378.
Ligaments larges de l'utérus (Relâchement des), p. 299.
Lignier (O.). — Discussion sur les Capparidées, p. 230.
—— Discussion sur le *Senecio vulgaris*, p. 231.
—— *Williamsonia Morieri*, p. 232, * 458.
—— Discussion sur l'*Aspergillus niger*, p. 236.
Ligures (Sur les), p. 272.
Lilium tigrinum, p. 238, * 527.
Lille (Œuvres sociales de), p. 376.
Limnanthées (Principes actifs des), p. 229, * 461.
Limousin (Société botanique du), p. 246.
Linalol, p. 195.
Lipome du triangle de Scarpa, p. 305.
Liquide organique (Injection de), p. 318.
Liste des Bienfaiteurs, p. XVI.
—— *des Membres fondateurs*, p. XVII.
—— — *à vie*, p. XXIV.
—— *générale des Membres*, p. XXXVII.
Littérature pédagogique au Portugal, p. 385.
Livon (Dr). — Innervation du voile du palais, p. 326.
—— Discussion sur les vidangeuses automatiques, p. 396.
Livret sans chiffres, pp. 175, 380.
Loi sur les caisses d'épargne, p. 372.
Loire (Bassin commercial de la), p. 344, * 878.
Lois de Brenner, p. 328.
Lois de Képler, p. 168, * 95.
Lombard. — Traité de commerce franco-suisse, p. 365, * 965.
Londe (A.). — La photographie dans les voyages d'exploration et les missions scientifiques, p. 89.

Longchamps (G. de). — Sur un trisecteur, p. 170, * 190.
—— Arithmétique avec figures négatives, p. 170, * 200.
—— Géométrie des masses, p. 172, * 274.
—— L'espace infinitésimal, p. 172, * 277.
Lons-le-Saunier (Système jurassique des environs de), pp. 221, 223, * 402.
Lopes de Mendonça. — Emploi des galères dans l'Océan, p. 355, * 943.
Lorraine (Jurassique de), p. 216.
Lothelier (A.). — Valeur morphologique des piquants des plantes, p. 239, * 542.
Lucas-Championnière (J.). — Cure radicale de hernie, p. 295.
Lumière (Action chimique de la), p. 198.
—— (Production de la), chez les myriopodes, p. 249.
Machado (Dr V.). — Identité entre les lois de Pflüger et de Brenner, p. 328.
—— Polarisation double des électrodes, p. 328.
Mackay (J.-S.). — Journalisme mathématique en Angleterre, p. 175, * 303.
Magnin (Dr A.). Discussion sur la *senecio vulgaris*, p. 230.
—— Discussion sur la spectroscopie, p. 235.
—— — sur la flore alpine, p. 239.
—— Flore des Monts-Jura, p. 239.
—— Les Nuphar, Potamogeton et le Betula nana, p. 242.
Mairot. — Discussion sur l'office du travail, p. 359.
—— Discussion sur le traité de commerce franco-suisse, p. 365.
—— Discussion sur l'état social de la Franche-Comté, p. 377.
Maistre (Expédition), p. 348, * 905.
Maladie expérimentale d'origine alimentaire, p. 292, * 780.
—— infectieuse spontanée, p. 324.
Maladies à hypotensions, p. 301.
—— contagieuses, p. 393.
Malaise (C.). — Fossiles du terrain dévonien des Pyrénées, p. 221.
Malaria (Prophylaxie), p. 314.
Maldiney. — Formation de l'image latente photographique, p. 213.
Mamirolle (Excursion à), p. 335.
Mandeure (Monument mégalithique de), p. 259.
Manouvrier (Dr). — Poids du cervelet, de l'isthme et du bulbe, p. 271, * 715.
Maquenne. — Discussion sur la nomenclature chimique, pp. 196, 197.
—— Discussion sur l'amygdaline, p. 197.
Marguerite-Delacharlonny (P.) — Formation d'acide oxalique par réactions minérales, p. 202.
—— La vesce velue, p. 331.
—— Discussion sur l'humus, p. 333.
Marguerite-Delacharlonny (P.). Applications du sulfate de fer, p. 333.
—— Discussion sur le traité de commerce franco-suisse, p. 366.
—— Discussion sur les caisses d'épargne, p. 373.
Mariage (Tuberculose et), p. 18.
Marne (Poterie néolithique), p. 261, * 678.
Martel (E.-A.). — Ossuaire du Boundoulaou, p. 223.
—— La spélæologie, p. 345, * 886.
Martin (C.). — Industrie du Gruyère, p. 330.
Martin (D.). — Faune malacologique quaternaire, p. 222, * 366.
—— Poudingues de la vallée du Büech, p. 222, * 377.
—— Formation des gypses des Hautes-Alpes, p. 222, * 380.
Martin (J.). — L'Association française en 1892-1893, p. 146.
—— Inconvénients de l'octroi, p. 357.
—— Discussion sur la participation aux bénéfices, p. 375.
Masculinité, p. 269, * 706.
Masfrand. — Tumulus de Bard, p. 272, * 737.
Massénat (E.). — Stations magdaléniennes de la Vézère, p. 275, * 739.
Masses magnétiques (Induction dans les), p. 189.
Mathématiques, p. 165, * 1.
—— (Progrès des), p. 171.
Matières colorantes (Nouvelle série de), p. 195.
Maurel (Dr E.). — Evolution des éléments figurés du sang, p. 249, * 616.
—— Discussion sur la neurasthénie, p. 301.
—— Staphylococcus, p. 304, * 809.
Maxillaire inférieur (Résection du), p. 299.
Maze (l'Abbé). — Sécheresse et période décennale, p. 208.
Mécanique, p. 165, * 1.
—— (Théorèmes de), p. 173.
Médecin grec à Rome, p. 74.
Médecine, p. 283, * 763.
—— publique, p. 386, * 1047.
—— (Science et profession), p. 136.
Médication diurétique, p. 294.
Mékarski. — Discussion sur la traction mécanique des tramways, p. 182.
Menhirs de Carnac, p. 281.
Mer (Courants de la), p. 25.
—— *jurassique*, pp. 221, 223, * 402.
Méridien (Détermination du premier), p. 352.
Mesnard (E.). — Huile grasse des graines, p. 244, * 577.
Méso-périartérite aiguë, p. 289.
Mesures administratives, p. 389.
Météorologie, p. 204, * 340.
Métrophotographie au Canada, p. 345.

Métropolitain et lignes de tramways, p. 185.
Michel (F.). — Transformation du conoïde de Plücker, p. 169, * 184.
Michel (H.). — Discussion sur les grottes de Cravanche, p. 267.
—— Discussion sur la mode, p. 278.
—— Crânes de l'époque incasique, p. 278, * 750.
—— Projectiles rotatoires, p. 279, * 755.
—— Discussion sur la banane, p. 344.
—— — sur la spélæologie, p. 345.
Microscope à reflexion normale, p. 205.
Migrations intérieures en France, p. 354.
Minéralogie, p. 215, * 342.
Mineurs immoraux ou criminels, p. 379.
Ministères (Délégués des), p. 130.
Missions scientifiques, p. 89.
Mode (Principes scientifiques de la), p. 277.
Montagnes Rocheuses, p. 39.
Montaigu (Station préhistorique de), p. 270, * 712.
Montbéliard (Excursion à), p. 436.
Monteiro (S.). — Cercles coupant trois cercles fixes sous des angles donnés, p. 175.
Mont-de-Berru (Poterie néolithique du), p. 261, * 678.
—— *Mounier* (Observatoire), p. 207.
—— *Ventoux* (Éclosion des hyménoptères, p. 253, * 633.
Monts-Dore (Station biologique des), p. 255.
Monument mégalithique de Mandeure, p. 259.
Monuments mégalithiques du Haut-Larboust, p. 271.
Morale (Ses liens avec l'économie politique), p. 378, * 947.
Morteau (Excursion à), p. 440.
Mortillet (A. de). — Chats sans queue, p. 262.
—— Instruction sur l'ethnologie de la France, p. 265.
Mortillet (G. de). — Anthropologie de la France, p. 264.
Mossé. — Polyurie aiguë, p. 316.
—— Discussion sur les injections de liquide organique, p. 319.
Mouras (Système), p. 395.
Moureu. — Discussion sur l'amygdaline, p. 197.
—— Acide acrylique, p. 201.
Mouvement parabolique, p. 167, * 45.
—— de la lune en déclinaison, p. 212.
Moyen-Age (Emploi des galères), p. 355, * 943.
Muséum d'histoire naturelle, p. 7.
—— (Enseignement au), p. 342, * 862.
Musulmans d'Algérie (Leur immunité vis-à-vis de la fièvre typhoïde), p. 308, * 807.
Myriopodes (Production de lumière), p. 249.
Mzab (Ecoles françaises du), p. 354.
Nans-sous-Sainte-Anne (Excursion à), p. 429.
Natalité, p. 269, * 706.
Nature du terrain (Son influence sur la production du nectar), p. 243, * 567.
Navigation, p. 178, * 315.
Nectar (Sa production), p. 243, * 567.
Négociations commerciales avec la Suisse, p. 360, * 965.
Neuberg (J.). — Notes de géométrie, pp. 166, 171, * 26.
—— Rayon de courbure des courbes, p. 173.
Neuchâtel (Excursion à), p. 440.
Neurasthénie (Traitement rationnel), p. 300.
Neurasthéniques (Accidents chez les), p. 299.
Névrites périphériques, p. 324.
Neymarck (A.). — Centenaire de la rente française, p. 370.
—— Tarifs de chemins de fer, p. 372, * 1009.
Nez (Abaissement préliminaire du), p. 308.
Nicaise (Dr E.). — Purgatif, chez le blessé, pp. 284, 286, * 763.
—— Dilatation des bronches, p. 292, * 784.
—— Traitement de la phtisie, p. 391, * 1050.
Nicolas (H.). — Faune malacologique, p. 222, * 388.
—— Insectes des couches lacustres d'Aix, p. 222.
—— Hyménoptères du mont Ventoux, p. 253, * 633.
—— Sphex splendidulus, p. 253, * 636.
Niger, p. 348, * 905.
Nivellement (Baromètre de), p. 209.
Noirs d'Afrique (Immigration des), p. 346.
Nombres combinatoires, p. 174, * 298.
Nomenclature chimique, p. 196.
Normales à l'Ellipse, p. 167, * 89.
Nottelle. — Discussion sur le traité de commerce franco-suisse, p. 367.
Nuphar, p. 242.
Nutation initiale et nutation diurne, p. 176, * 308.
Nutrition (Action de la médication diurétique sur la), p. 294.
Obésité d'origine nerveuse, p. 305.
Observatoire du mont Mounier, p. 207.
Océan (Emploi des galères dans l'), p. 355, * 943.
Octroi (Ses inconvénients), p. 357.
Œil humain (Photographie instantanée du fond de l'), p. 298.
Œufs du criquet pèlerin, p. 251.
Œuvres photographiques, p. 368.
—— sociales de Lille, p. 376.
Office du travail (Ses publications), p. 358.
Olivier (Dr). — Discussion sur les maladies contagieuses, p. 394.

Ollier. — Discussion sur la fièvre, p. 307.
—— Tumeurs profondes des fosses nasales, p. 308.
Oltramare (G.). — Intégration des équations, p. 168, * 106.
—— Formule de M. Césaro, p. 173, * 287.
Opéré (Purgatifs chez l'), p. 284, * 763.
Optique pratique (Symétrie dans l'), p. 188, * 323.
Oran (Recherches aux environs), p. 259, * 657.
—— (Préhistorique du département), p. 263, * 682.
—— (Recherches paléonthologiques), p. 264.
O'Reilly (J.-P.). — Corrélation des grandes lignes de la surface de la terre, p. 220.
—— Relations antipodales des îles Hawaï, p. 343, * 869.
—— Discussion sur la spélæologie, p. 345.
Organisation sanitaire en France, p. 394, * 1065.
Ornithologie de la Franche-Comté, p. 248, * 601.
Ossuaire du Boundoulaou, p. 223, * 405.
Ouargla (Ecole française de), p. 354.
Oued-Rir (Ecoles françaises de l'), p. 354.
Ouvriers (Accès de la propriété foncière aux), p. 371, * 1001.
Ouzidan (Recherches aux environs d'), p. 259, * 657.
Ovaire (Kystes de l'), p. 288.
Pain (Fermentation panaire), p. 194.
Pallary (P.). — Recherches aux environs d'Ouzidan, p. 259, * 657.
—— Préhistorique algérien, p. 263, * 679.
—— Préhistorique du département d'Oran, p. 263, * 682.
—— Histoire des recherches paléoethnologiques du département d'Oran, p. 264.
Parmentier (P.). — Botanique systématique, p. 230, * 445.
—— Avantages du synopsis, p. 237.
—— Ornithologie de la Franche-Comté, p. 248, * 60.
Paris (Repos des végétaux aux environs de), p. 243, * 569.
Paris. — Discussion sur les tumeurs des fosses nasales, p. 309.
Paroisse (G.). — De Konakry au Fouta-Djallon, p. 349.
Parotidites de l'influenza, p. 317, * 809.
Participation aux bénéfices, p. 374.
Passy (F.). — Le crédit agricole, p. 356.
Pathogénie de la dilatation des bronches, p. 292, * 784.
Pays toulousain (Végétation des gours), p. 242.
Peau de la grenouille, p. 252.
Pêche (La) au Canada, p. 338, * 856.
Pédagogie, p. 379, * 1035.
Pédicule (Torsion du) des kystes de l'ovaire, p. 288.
Période décennale, p. 208.
Permien d'Autun, p. 218.
Perrotin. — Observatoire astronomique du mont Mounier, p. 207.
Peters (Observations de latitude de), p. 176, * 308.
Peugeot (Établissements), p. 448.
Peuples primitifs, p. 279, * 755.
Pflüger (Lois de), p. 328.
Pharynx nasal (Tumeurs du), p. 308.
Philothion (Propriétés chimiques du), pp. 193, 250, 302.
Phisalix. — Mouvement des chromatophores des *céphalopodes*, p. 254, * 652.
—— Toxicité du sang de la salamandre terrestre, p. 257.
Phlegmon gangreneux, p. 302.
Photographie dans les voyages, p. 89.
—— (Image photographique), p. 213.
—— instantanée du fond de l'œil et du col de l'utérus, p. 298.
—— (Œuvres photographiques), p. 368.
Phtisie (Traitement hygiénique), p. 391, * 1050.
Physiologie, p. 247, * 594.
Physique, p. 188, * 323.
—— du globe, p. 204, * 340.
Phytographie, p. 233, * 471.
Piquants des plantes (Leur valeur morphologique), p. 239, * 542.
Ploix. — Sur les Ligures, p. 272.
—— Discussion sur l'octroi, p. 357.
Plücker (Transformation du conoïde de), p. 169, * 184.
Poignet (Résection orthopédique du), p. 313.
Point d'inflexion, p. 172, * 277.
Pointe d'Yves (Station néolithique), p. 262.
Poisson du genre « himantolophus », p. 249, * 609.
Polarisation double des électrodes, p. 328.
Pollen des ruches, p. 337, * 843.
Polymorphisme floral, p. 233, * 471.
Polypes naso-pharyngiens, p. 315.
Polyurie, p. 316.
Pommerol (Dr). — Discussion sur le Bos priscus et l'aurochs, p. 260.
—— Discussion sur les chats sans queue, p. 262.
—— Squelette néolithique, p. 268, * 699.
—— Discussion sur les Ligures, p. 272.
—— — sur le tumulus de Bard, p. 273.
—— — sur le squelette de Gravenoire, p. 274.
—— — sur l'époque incasique, p. 279.
Pontarlier (Excursion à), p. 440.
Populations les plus fécondes de France, p. 260, * 663.

Port-de-Vénasque (Recherches lacustres au), p. 224, * 415.
Portier. — Carrés diaboliques et sataniques, p. 173.
Portugal (Poisson de grandes profondeurs), p. 249, * 609.
—— (Reptiles et amphibiens), p. 249, * 611.
—— (Carte agricole), p. 335, * 841.
—— (Vins de table), p. 335, * 833.
—— (Histoire économique). p. 374.
—— (Littérature pédagogique), p. 385.
Potamogeton, p. 242.
Potentiel (Minimum du) de l'arc, p. 169, * 164.
Poterie néolithique, p. 261, * 678.
Poudingues inclinés de la vallée du Büech, p. 222, * 377.
Poulkova (Observations faites à), p. 176, * 308.
Préhistorique algérien (Classification), p. 263, * 679.
—— du département d'Oran, p. 263, * 682.
Présidents, secrétaires et délégués des Sections, p. 119.
Pression barométrique, p. 212.
Prioleau. — Cas d'extrophie vésicale, p. 298.
Probabilités (Théorie géométrique des), p. 175.
Produits colorés de sucreries, p. 200, * 333.
Programme général de la session, p. 134.
—— des excursions, p. 424.
Projectiles (Rétrogradation des), p. 168, * 95.
—— rotatoires, p. 279, * 755.
Promenade de deux forçats enchaînés, p. 167, * 47.
Prophylaxie de la malaria, p. 314.
—— des maladies contagieuses, p. 393.
Propriété foncière, p. 371, * 1001.
Protéacées (Bois secondaire des), p. 239, * 544.
Prothèse immédiate, p. 299.
Protoplasme des spermatoblastes, p. 257.
Protubérance (Poids de la), p. 271, * 715.
Purgatifs chez l'opéré, pp. 284, 286, * 763.
Puy-de-Dôme (Hémiptère du lac Chauvet), p. 251.
—— (Squelette de Cébazat), p. 268, * 699.
—— (Formations éruptives de Gravenoire), p. 273.
Pyrénées (Fossiles du terrain dévonien), p. 221.
—— (Recherches sous-lacustres), p. 351, * 918.
—— *centrales* (Recherches lacustres), p. 224, * 415.
Quélet (Dr L.). — Flore mycologique de France, p. 234, * 484.
Question monétaire, p. 359.
—— proposée à la 7e Section, p. 214.
—— — 12e — p. 328.
—— — 16e — p. 385.
Queva (C.). — Feuille des Dioscorées, p. 235, * 502.
—— Tubercule du Tacca pinnatifida « Forst », p. 237, * 519.
—— Tubercule du Tamus communis (L.), p. 240, * 551.
Quinine (Prophylaxie de la malaria), p. 314.
Radais. — Canaux sécréteurs dans le cône des Abiétinées, p. 236.
Radiations solaires (Leur influence sur les végétaux), p. 244, * 571.
Raffalovich (A.). — Question monétaire, p. 359.
Rambaud (A.). — Écoles françaises du Sahara, p. 354.
Ramilles d'arbres ensilées, p. 339.
Ravier (A.). — Accès de la propriété foncière facilité, p. 371, * 1001.
—— Discussion sur les caisses d'épargne, p. 373.
—— Discussion sur la participation aux bénéfices, p. 375.
Rayon de courbure des coniques, p. 172, * 254.
—— de certaines courbes, p. 173.
Réaction des sels cuivriques, p. 199.
Réactions chimiques (Étude des), p. 200, * 330.
—— minérales, p. 202.
—— histo-chimiques, p. 233, * 482.
Rebello da Silva (L.). — Vins de table portugais, p. 335, * 833.
Recherches lacustres, p. 224, * 415.
—— *microscopiques*, p. 216.
—— *paléoethnologiques*, pp. 259, 264, * 657.
—— sous-lacustres, p. 351, * 918.
Redard. — Chlorure d'éthyle, p. 317.
Réforme des tarifs de chemins de fer, p. 372, * 1009.
Réfraction moléculaire des sels, p. 200.
Règle topographique, p. 187, * 315.
Règlement, p. VII.
Régleur solaire, p. 170.
Regnard. — Traction mécanique des tramways, pp. 178, 185.
Regnault (Dr F.). — Principes scientifiques de la mode, p. 277.
—— Discussion sur la ladrerie, p. 305.
—— Tremblement héréditaire, p. 321, * 812.
—— Compagnies ouvrières, p. 376, * 1016.
Reims (Fouilles gauloises aux environs de), p. 281, * 759.
Rein de l'escargot, p. 248, * 608.
Reinschia australis, p. 234, * 490.
Relations antipodales des îles Hawaï, p. 343, * 869.

Renault (B.). — Reinschia australis, p. 234, * 490.
Rente française (Son centenaire), p. 370.
Reptile fossile du Permien d'Autun, p. 218.
Reptiles du Portugal, p. 249, * 611.
Réseaux diffringents (Anomalies focales), p. 191.
Résection du maxillaire inférieur, p. 299.
—— orthopédique, p. 313.
Résédacées (Principes actifs des); p. 229, * 461.
Résolution algébrique des équations, p. 174, * 289.
Respiration des hydrachnides parasites, pp. 248, 253.
—— des tissus, p. 250.
Rey-Pailhade (de). — Propriétés chimiques du philothion, pp. 193, 250, 302.
—— Discussion sur l'analyse du sang, p. 194.
Rhodinol, p. 195.
Ricardo (Dr J.). — Classification des eaux minérales, p. 328, * 824.
Richard (J.). — Nouveaux appareils enregistreurs, p. 209.
Richer (Dr P.). — Anatomie dans l'art. — Proportions du corps humain. — Canons artistiques et canons scientifiques, p. 54.
Rivière (É.). — Ossuaire du Boundoulaou, p. 223, * 405.
—— Grotte des Spélugues, p. 223.
Rivière Kemo, p. 348, * 905.
Roches sédimentaires calcaires du trias, p. 216.
Rodrigues (J.-M.). — Rétrogradation des projectiles, p. 168, * 95.
—— Inversion cyclique des fonctions monogènes et holomorphes, p. 174.
—— Résolution algébrique des équations, p. 174, * 289.
—— Développement en série des fonctions algébriques, p. 174, * 293.
Roland (Dr). — Parotidites de l'influenza, p. 317, * 809.
Rome (Médecin grec à), p. 74.
Rouby (Dr E.). — Une classe d'aliénés criminels, p. 320.
—— Discussion sur la participation aux bénéfices, p. 375.
—— État social en Franche-Comté, p. 376.
Rouville (É. de). — Tube digestif des crustacés décapodes, p. 247, * 594.
Russell (W.). — Repos des végétaux, p. 243, * 569.
Sabatier (Ad.). — Spermatogenèse du Galathea strigosa, p. 247.
—— Spermatogenèse des Schizopodes, p. 250.
—— Protoplasme des spermatoblastes, p. 257.
Sabatier (P.). — Réaction des sels cuivriques, p. 199.
—— Métaux nitrés, p. 203.
Sagnier. — Discussion sur l'agriculture du Doubs, p. 330.
—— Discussion sur le gruyère, p. 331.
—— Rôle de l'Humus, p. 332.
—— Discussion sur les applications du sulfate de fer, p. 334.
—— Discussion sur la sylviculture, p. 335.
—— Excursion à Mamirolle, p. 335.
—— Discussion sur le pollen des ruches, p. 337.
—— Ferme-école de La Roche, p. 339.
Sahara (École française du), p. 354.
Saint-Martin-Vésubie (Climatologie de), p. 208.
Saint-Remy (Fossiles de), p. 222, * 388.
Salamandre terrestre, p. 257.
Salins (Coupe géologique des environs de), p. 226.
—— (Excursion à), p. 429.
Salmon. — Discussion sur les grottes de Cravanche, pp. 266, 267.
—— Discussion sur les sépultures néolithiques, p. 271.
Sang (Analyse du), p. 194.
—— (Éléments figurés du), p. 249, * 616.
—— (Capacité d'absorption des), p. 254, * 647.
—— de la salamandre terrestre, p. 257.
—— (Analyse spectroscopique), p. 296.
—— (Action des staphylococcus), p. 304, * 800.
Saugrain (G.). — Discussion sur l'octroi, p. 357.
—— Discussion sur les caisses d'épargne, p. 373.
—— Participation aux bénéfices, pp. 374, 375.
Sauterelles d'Algérie, p. 258.
Sauvageau (C.). — L'Isaria farinosa, p. 231.
—— Feuilles des Butomées, p. 245, * 592.
Sauvin. — La braise chimique, p. 398.
Savants étrangers, p. 131.
Schiff. — Discussion sur la dilatation des bronches, p. 293.
—— Suture nerveuse, p. 310.
Schizopodes (Spermatogenèse des), p. 250.
Schmit (E.). — Sépultures néolithiques, p. 270.
Sciences économiques, p. 329, * 826.
—— *mathématiques*, p. 165, * 1.
—— *médicales*, p. 283, * 763.
—— *naturelles*, p. 215, * 342.
Scrofule (Nature et pathogénie de la), p. 288, * 768.
Séance générale, p. 135.
Séances de Sections, p. 165.
Sécheresse et période décennale, p. 208.

Sécheresse (Influence sur les végétaux), p. 245, * 585.
Sections 1re et 2e, p. 165, * 1.
—— 3e et 4e, p. 178, * 315.
—— 5e, p. 188, * 323.
—— 6e, p. 193, * 330.
—— 7e, p. 204, * 340.
—— 8e, p. 215, * 342.
—— 9e, p. 229, * 445.
—— 10e, p. 247, * 594.
—— 11e, p. 259, * 657.
—— 12e, p. 283, * 763.
—— 13e, p. 329, * 826.
—— 14e, p. 342, * 862.
—— 15e, p. 356, * 947.
—— 16e, p. 379, * 1035.
—— 17e, p. 386, * 1042.
Sections (Présidents, secrétaires et délégués), p. 119.
Seiches du lac Léman, p. 204.
Sels (Réfraction moléculaire des), p. 200.
—— cuivriques, p. 199.
Senecio vulgaris, p. 230.
Sénégal (Fermentation de la gomme du), p. 195.
Sépultures néolithiques, p. 270.
Sequeira (E.). — Amphibiens et reptiles du Portugal, p. 249, * 611.
Sézary (Dr). — Immunité des musulmans vis-à-vis de la fièvre typhoïde, p. 308, * 807.
—— Tuberculose pulmonaire, p. 314.
—— Prophylaxie de la malaria, p. 314.
Sibérie orientale, p. 348.
Silex (Faucille de), p. 280, * 758.
Simmons (Rev. Th.-C.). — Interprétation du symbole 0, p. 175.
Sirodot. — Caractères anatomiques de la truite, p. 257.
Société botanique des Deux-Sèvres, p. 233.
—— du Limousin, p. 246.
—— anonyme d'horlogerie, p. 447.
Sociétés savantes représentées, p. 132.
Solphine (La), p. 300.
Sommes (Tableaux de), p. 170, * 206.
Souché (B.). — Présentation du *Senecio vulgaris*, p. 230.
—— Société botanique des Deux-Sèvres, p. 233.
—— Monument mégalithique de Mandeure, p. 259.
—— Station néolithique de la Pointe d'Yves, p. 262.
Souf (Ecoles françaises du), p. 354.
Spécificité cellulaire, p. 325.
Spectroscope à verres colorés, p. 194.
—— appliqué à la botanique, p. 235.
—— pour l'analyse du sang, p. 296.
Spelæologie, p. 345, * 886.
Spélugues (Grotte des), p. 223.
Spermatoblastes (Protoplasme des), p. 257.
Spermatogenèse du Galathea strigosa, p. 247.
—— des schizopodes, p. 250.
Sphex splendidulus, p. 253, * 633.
Squelette humain de Gravenoire, p. 273.
—— néolithique, p. 268, * 699.
Staphylococcus, p. 304, * 800.
Station biologique des Monts-Dore, p. 255.
—— néolithique, p. 262.
—— des âges de la pierre, p. 270, * 712.
—— magdalénienne d'Arlay, p. 280.
—— préhistorique, p. 270, * 712.
Stations magdaléniennes de la Vézère, pp. 275, 276, * 739.
Statistique, p. 356, * 947.
—— (au Portugal), p. 335, * 841.
—— du travail, p. 378.
Statoscope, p. 209.
Statuts, p. III.
Strauss (L.). — Conventions commerciales, p. 361.
Streptocoques (Méso-périartérite aiguë à), p. 289.
Strophantus (Fruit de), p. 241.
Sublimé (Injections sous-conjonctivales), p. 297.
Sucreries (Produits colorés de), p. 200, * 333.
Suggestion hypnotique, p. 386.
Suisse (Histoire de la), p. 347, * 894.
—— Négociations commerciales avec la), p. 360.
—— (Traité de commerce avec), p. 365, * 965.
Sulfate de fer (Ses applications anormales), p. 333.
Sunshine (Photomètre héliographique), p. 209.
Surmenage physique, p. 385.
Suture nerveuse, p. 310.
Sylviculture ancienne et nouvelle, p. 335, * 826.
Symbole 0, p. 175.
Symétrie dans l'optique pratique, p. 188, * 323.
Synopsis (Ses avantages), p. 237.
Syrie (Influence française en), p. 343, * 871.
Système jurassique des environs de Lons-le-Saunier, pp. 221, 223, * 402.
—— du monde électrodynamique, p. 210.
Table des matières du premier volume, p. 451.
—— du second volume, * 1100.
—— analytique, * 1081.
Tableaux de sommes, p. 170, * 206.
Tacca pinnatifida « Forst », p. 237, * 519.
Tamus communis L., p. 240, * 551.
Tardy. — Discussion sur la mode, p. 277.
—— Menhirs de Carnac, p. 281.
Tarifs de chemins de fer, p. 372, * 1009.

Tarry (G.). — Géométrie générale, p. 170, * 217.
Tavernl (R.). — Établissements correctionnels, p. 379.
—— Exercices gymnastiques, p. 379.
—— Du vélocipède appliqué à l'éducation corporelle, p. 379.
—— Travail manuel, p. 383.
Téguments (Examen spectroscopique des), p. 296.
Teisserenc de Bort. — Répartition et prophylaxie de la rage, p. 152.
—— Relations entre le gradient et le vent, p. 212.
Terre (Corrélation des grandes lignes de la surface de la), p. 220.
Tétraèdre (Application de la transformation continue au), p. 169, * 146.
Théorème de Carnot, p. 172, * 258.
—— de Frégier, p. 167, * 89.
Théorèmes de mécanique, p. 173.
Thermodynamique (Réforme du principe II de), p. 206.
Thermogenèse des hibernants, p. 256.
—— (Mécanisme de la), p. 327.
Thermomètre pour expériences d'aérostation, p. 209.
—— à maxima ayant traversé le tube digestif, p. 324.
Thoulet (J.). — Les courants de la mer et le gulf-stream, p. 25.
Thouvenin (Dr). — Un fruit de *Strophantus*, p. 241.
Tige des Dioscoréacées, p. 244.
Tir parabolique, p. 167, * 45.
Tirage réduit (Appareils de chauffage à), p. 389.
Tison (Dr F.). — Traitement de l'érysipèle, pp. 322, 323, * 815.
—— Discussion sur le bureau municipal d'hygiène, p. 387.
—— Discussion sur les viandes tuberculeuses, p. 388.
—— Prophylaxie des maladies contagieuses, p. 393.
—— Discussion sur l'alcoolisme, p. 397.
—— Etalages des denrées alimentaires sur les trottoirs, p. 400.
Tlemcen (Recherches aux environs de), p. 259, * 657.
Toubin. — Thermomètre à maxima ayant traversé le tube digestif, p. 324.
Touggourt (École française de), p. 354.
Toxicité des toxines, p. 306, * 805.
—— du sang de la salamandre, p. 257.
Toxines pyocyaniques, p. 306, * 805.
Trabaud (P.). — Eugène Mazel, promoteur de l'horticulture, p. 232.
—— Discussion sur les exercices gymnastiques, p. 379.
—— Danse appliquée à l'éducation corporelle, p. 380.
Trabaud (P.). — Langues vivantes facilitées, p. 383.
Trabut (L.). — Espèce saharienne du genre *Urginea Steinheil*, p. 237, * 505.
Traction mécanique des tramways, p. 178.
Traitement hygiénique de la phtisie, p. 391, * 1050.
Traité de commerce franco-suisse, p. 365, * 965.
Traités de commerce, pp. 361, 365, 367, * 968.
Tramways (Traction mécanique des), p. 178.
—— et métropolitain, p. 185.
Transformation continue, p. 169, * 146.
Transversales (Théorie des), p. 172, * 258.
Travail manuel, p. 383.
Travaux imprimés présentés aux 1re et 2e Sections, p. 177.
—— présentés à la 6e Section, p. 203.
—— — 7e — p. 213.
—— — 8e — p. 228.
—— — 9e — p. 246.
—— — 14e — p. 355.
—— — 15e — p. 378.
Tremblement héréditaire, p. 321, * 812.
Triangle arithmétique (Ancienneté du), p. 171, * 236.
—— de Scarpa, p. 305.
Trias (Roches sédimentaires calcaires), p. 216.
Trisecteur (Présentation d'un), p. 170, * 190.
Tropéolées (Principes actifs des), p. 229, * 461.
Trottoirs des villes (Étalages sur les), p. 400.
Truite (Alimentation de la), p. 256.
—— (Caractères anatomiques), p. 257.
Tube digestif des crustacés décapodes, p. 247, * 594.
—— traversé par un thermomètre, p. 324.
Tubercule du Tacca pinnatifida « Forst », p. 237, * 519.
—— du Tamus communis (L.), p. 240, * 551.
Tuberculose et mariage, p. 18.
—— pulmonaire, p. 314.
Tufs des Hautes-Alpes, p. 222, * 366.
Tumeurs profondes des fosses nasales, p. 308.
Tumulus de Bard, p. 272, * 737.
Tunisie (Plantes de), p. 237, * 507.
Turquan. — Migrations intérieures en France, p. 354.
—— Économie sociale de la France, p. 374.
Union latine (Argent monnayé de l'), p. 368, * 976.
Urginea Steinheil (Genre), p. 237, * 505.
Utérus (Photographie instantanée du col de l'), p. 298.
—— Relâchement des ligaments larges, p. 299.

Uzès (Station préhistorique de Montaigu, près), p. 270, * 712.
Vaillant (A.-F.-X.). — Hygiène de l'habitation rurale, p. 389, * 1047.
—— Discussion sur les appareils de chauffage, p. 391.
Valeur morphologique des piquants des plantes, p. 239, * 542.
Vallée du Büech, p. 222, * 377.
Vapeur d'eau (Diffusion de la), p. 190, * 327.
—— (Cuisson des briques à la), p. 202, * 335.
Vaucluse (Hyménoptères du Mont-Ventoux), p. 253, * 633.
Vauthier (L.-L.). — Droits de douane, p. 360, * 955.
—— Sur les traités de commerce, p. 367, * 968.
—— Impôt progressif, p. 370, * 993.
Vautrin. — Hydrocéphalie congénitale, p. 283.
—— Discussion sur le cancer, p. 286.
—— Résection du maxillaire inférieur, p. 299.
Végétation aquatique des Gours, p. 242.
Végétaux (Repos des), p. 243, * 569.
—— (Influence des radiations solaires, p. 244, * 571.
—— herbacés, p. 245, * 585.
Vélocipède appliqué à l'éducation corporelle, p. 379.
Vesce velue (Production de la), p. 331.
Vesque (Théories de M.), p. 230, * 445.
Vézère (Stations magdaléniennes de la), pp. 275, 276, * 739.
Vialet. — Hémianopsie corticale, p. 323.
Viandes de provenance tuberculeuse, p. 387, * 1042.
Vidangeuses automatiques, p. 395.
Viennois. — Discussion sur les tumeurs des fosses nasales, p. 309.
Villain. — Discussion sur la traction mécanique des tramways, p. 181.
Vins de table portugais, p. 335, * 833.
Visites industrielles, p. 444.
Vœu présenté par les 1re et 2e Sections, p. 176.
—— présenté par la 13e Section, p. 341.
Voile du palais (Innervation du), p. 326.
Vosges (Glaciers des), p. 215, * 342.
Voyages d'exploration, p. 89.
Voyageurs (Enseignement pour les), p. 342, * 862.
Waton. — Compagnies ouvrières, p. 376, * 1016.
Weber. — Répartition et prophylaxie de la rage, p. 152.
Williamsonia Morieri, p. 232, * 458.
Xambeu. — Discussion sur l'agriculture du Doubs, p. 329.
Xanthomes (Nature des), p. 284.
Zenger (Ch.-V.). — Symétrie dans l'optique pratique, p. 188, * 323.
—— Système du monde électro-dynamique, p. 210.
Zoologie, p. 247, * 594.

TABLE DES MATIÈRES

SECONDE PARTIE

NOTES ET EXTRAITS

FONTANEAU (E.). — Sur l'équilibre d'élasticité de l'ellipsoïde. 1
CATALAN (E.). — Une application de la géométrie à l'arithmétique 19
NEUBERG (J.). — Notes de géométrie. 26
COLLIGNON (Éd.). — Remarque sur le mouvement parabolique des corps pesants. . 45
— — La promenade de deux forçats enchaînés. 47
GUIMARÃES (R.). — Les normales à l'ellipse d'après le théorème de Frégier et d'autres géomètres, etc. 89
— — Sur une formule de géométrie 93
RODRIGUES (J.-M.). — Les lois de Kepler dans la théorie de la rétrogradation des projectiles. 95
OLTRAMARE (G.). — Intégration de quelques équations qu'on peut ramener à des équations linéaires à coefficients constants 106
LEMOINE (É.). — Compléments de géométrographie 113
— — Notes de géométrie 132
— — Application au tétraèdre de la transformation continue. 146
HATON DE LA GOUPILLIÈRE. — Sur le minimum du potentiel de l'arc 164
COCCOZ (Le C^{te}). — Des variations qu'on peut apporter aux carrés de huit magiques aux deux premiers degrés 171
MICHEL (F.). — Sur une transformation du conoïde de Plücker et sur quelques propriétés d'une surface particulière du quatrième ordre. 184
LONGCHAMPS (G. de). — Sur un trisecteur 190
— — — L'arithmétique avec les figures négatives. 200
LAISANT (C.-A.). — Sur les tableaux de sommes. Nouvelles applications 206
TARRY (G.). — Géométrie générale. — Mesure des arcs de courbe 217
FONTÈS. — Sur l'ancienneté du triangle arithmétique 236
— — Sur les caractères de divisibilité. 240
GOB (A.). — Sur une formule donnant le rayon de courbure des coniques. 254
— . — Applications du théorème de Carnot 258
LONGCHAMPS (G. de). — Un théorème sur la géométrie des masses 274
— — — L'espace infinitésimal autour d'un point d'inflexion 277
OLTRAMARE (G.). — Sur la formule de M. Césaro 287
RODRIGUES (J.-M.). — Sur la résolution algébrique des équations. 289
— — — Sur le développement en séries des fonctions algébriques. . 293
LAISANT (C.-A.). — Figuration graphique de quelques nombres combinatoires. . . 298

MACKAY (J.-S.). — Notice sur le journalisme mathématique en Angleterre. 303
FOLIE. — Sur la nutation initiale, la nutation diurne, l'aberration systématique et l'aberration annuelle, d'après les observations de latitude de Peters à Poulkova 308
DELCROIX (Le Cap.). — La règle topographique. 315
ZENGER (Ch.-V.). — L'objectif symétrique et apochromatique 323
LESAGE (P.). — Sur la diffusion de la vapeur d'eau d'une atmosphère limitée dans une atmosphère illimitée. 327
FÉRY (Ch.). — Étude des réactions chimiques dans une masse liquide au moyen de l'indice de réfraction. 330
BUISSON. — Dosage de l'alcalinité libre dans les produits colorés de sucreries . . . 333
BLANC (Éd.). — Sur la cuisson de l'argile au contact de la vapeur d'eau. 335
BOUTRON. — Présentation de deux aérolithes 340
BLEICHER et BARTHÉLEMY. — Les anciens glaciers des Vosges méridionales 342
COTTEAU (G.). — Sur quelques espèces d'Échinides du Liban 346
GLANGEAUD (Ph.). — Sur le jurassique de la Charente et de la Dordogne 360
MARTIN (D.). — Faune malacologique quaternaire de la craie lacustre des Hautes-Alpes 366
— — Origine des poudingues inclinés du seuil du Laus sur le grand Büech. 377
— — Quelques remarques sur l'âge et sur le mode de formation des gypses des Hautes Alpes 380
NICOLAS. — Faune malacologique du Danien, fossiles de Saint-Remy et des Baux, étude complémentaire 388
GIRARDOT (L.-A.). — Sur le système jurassique des environs de Lons-le-Saunier, considérations relatives au régime de la mer jurassique. 402
RIVIÈRE (É.). — Étude sur l'ossuaire des grottes du Boundoulaou (Aveyron). . . 405
BELLOC (É.). — Nouvelles recherches lacustres faites au Port-de-Vénasque, dans le Haut-Aragon et dans la Haute-Catalogne (Pyrénées centrales) 415
KILIAN. — Sur la constitution géologique du Jura, du Doubs et des régions voisines 442
PARMENTIER (P.). — La botanique systématique et les théories de M. Vesque. . . 445
HEIM. — Sur divers cas d'imbrication et leur explication mécanique 448
LIGNIER (O.). — A propos de la forme des bractées involucrales chez le *Williamsonia Morieri* Sap. et Mar 458
GUIGNARD (L.). — Localisation des principes actifs chez les Capparidées, Tropéolées, Limnanthées et Résédacées 461
CLOS (Le Dr D.). — Le polymorphisme floral et la phytographie 471
BRAEMER (L.). — Les réactions histochimiques de l'hespéridine 482
QUÉLET (Le Dr L.). — Quelques espèces critiques ou nouvelles de la flore mycologique de France. 484
BERTRAND (C.-Eg.) et RENAULT (B.). — Sur le Reinschia australis, algue permo-carbonifère qui a formé le kerosène shale d'Australie 490
QUEVA (C.). — Caractères anatomiques de la feuille des dioscorées 502
BATTANDIER (J.-A.) et TRABUT (L.). — Description d'une nouvelle espèce du genre « Urginea » Steinheil. 505
BONNET (Le Dr Ed.). — Aperçu historique sur les plantes de Tunisie 507
QUEVA (C.). — Le tubercule du tacca pinnatifida « Forst » 519
DUFOUR (L.). — Sur les bulbilles aériennes du Lilium tigrinum 527
GAUCHERY (P.). — Recherches sur les hybrides dans le « genre cistus » 534
LOTHELIER (A.). — Essai sur la détermination de la valeur morphologique de quelques piquants des plantes. 542
HOULBERT (C.). — Le bois secondaire des Protéacées 544
QUEVA (C.). — Le tubercule du « Tamus communis » L. 551
HEIM (Le Dr F.). — Balanocarpus acuminatus sp. nov. — Type d'une section de ce genre de dyptérocarpacées. 560
BONNIER (G.). — Influence du terrain sur la production du nectar des plantes . . 567

RUSSELL (W.). — La période de repos des végétaux dans les environs de Paris et et dans le midi de la France 569
LANDEL (G.). — Influence des radiations solaires sur les végétaux. 571
MESNARD (E.). — Recherches sur la formation de l'huile grasse dans les graines et dans les fruits. 577
GAIN (E.). — De l'influence de la sécheresse sur les feuilles des végétaux herbacés 585
SAUVAGEAU (C.). — Caractères anatomiques de la feuille des butomées 592
ROUVILLE (E. de). — Quelques points d'histologie du tube digestif des crustacés décapodes. 594
PARMENTIER (P.). — Ornithologie de la Franche-Comté. 601
GIROD (Le Dr P.). — Observations anatomiques et physiologiques sur le rein de l'escargot 608
GIRARD (A.). — Étude sur un poisson des grandes profondeurs, du genre « himantolophus » dragué sur les côtes du Portugal. 609
SEQUEIRA (E.). — Liste des amphibiens et reptiles du Portugal. 611
MAUREL (Le Dr E.). — Origine et évolution des éléments figurés du sang. . . . 616
JOUBIN (Le Dr L.). — Sur la répartition des céphalopodes sur les côtes de France. 628
NICOLAS. — Observations sur l'éclosion des hyménoptères à l'observatoire du Mont-Ventoux en 1892. 633
— — Le « sphex splendidulus » Da Costa 636
CHARBONNEL-SALLE et DUTARTRE (A.). — Expériences sur la capacité d'absorption du sang pour l'oxygène à diverses températures. 647
PHISALIX (C.). — Sur la nature du mouvement des chromatophores des céphalopodes, causes et mécanisme de ce mouvement. 652
HONNORAT-BASTIDE (Ed.-F.). — Sur une espèce rare de chauve-souris des Basses-Alpes (Plecotus auritus Linn.). 655
PALLARY (P.). — Recherches paléoethnologiques effectuées aux environs d'Ouzidan. 657
DUMONT (A.). — Les populations les plus fécondes de France (les Flamands de Dunkerque). 663
BOSTEAUX-PARIS. — Comparaison entre le frontal d'un « Bos Priscus » et le frontal d'un « Aurochs ». 677
— — Motifs d'ornementation sur la poterie néolithique de la station du Mont-de-Berru (Marne). 678
PALLARY (P.). — Note sur la classification et la terminologie du préhistorique algérien. 679
— — Deuxième catalogue des stations préhistoriques du département d'Oran 682
DUBAIL-ROY. — Les grottes de Cravanche. 693
POMMEROL (Le Dr F.). — Squelette humain néolithique avec crâne trépané et lésions tuberculeuses des vertèbres. 699
DUMONT (A.). — Natalité et masculinité. 706
DELORT. — Station préhistorique de Montaigu, près Uzès (Gard). 712
MANOUVRIER (Le Dr L.). — Les variations du poids absolu et relatif du cervelet, de la protubérance et du bulbe, et leur interprétation. 715
GRANET (V.) et MASFRAND. — Le tumulus de Bard. 737
MASSÉNAT (E.) et GIROD (Le Dr P.). — Nouvelles fouilles préhistoriques dans la vallée de la Vézère. 739
MICHEL (H.). — Présentation de deux crânes de l'époque incasique. 750
— — Les projectiles rotatoires chez les peuples primitifs. 755
BOSTEAUX-PARIS. — A propos d'une faucille en silex trouvée en Égypte. 758
— — Fouilles gauloises dans les environs de Reims pendant les années 1892-1893. 759
GRANET (V.). — Chassenon. 760
NICAISE (E.). — Des purgatifs chez le blessé et chez l'opéré. 763
BLOCH (Le Dr A.). — Nature et pathogénie de la scrofule. 768

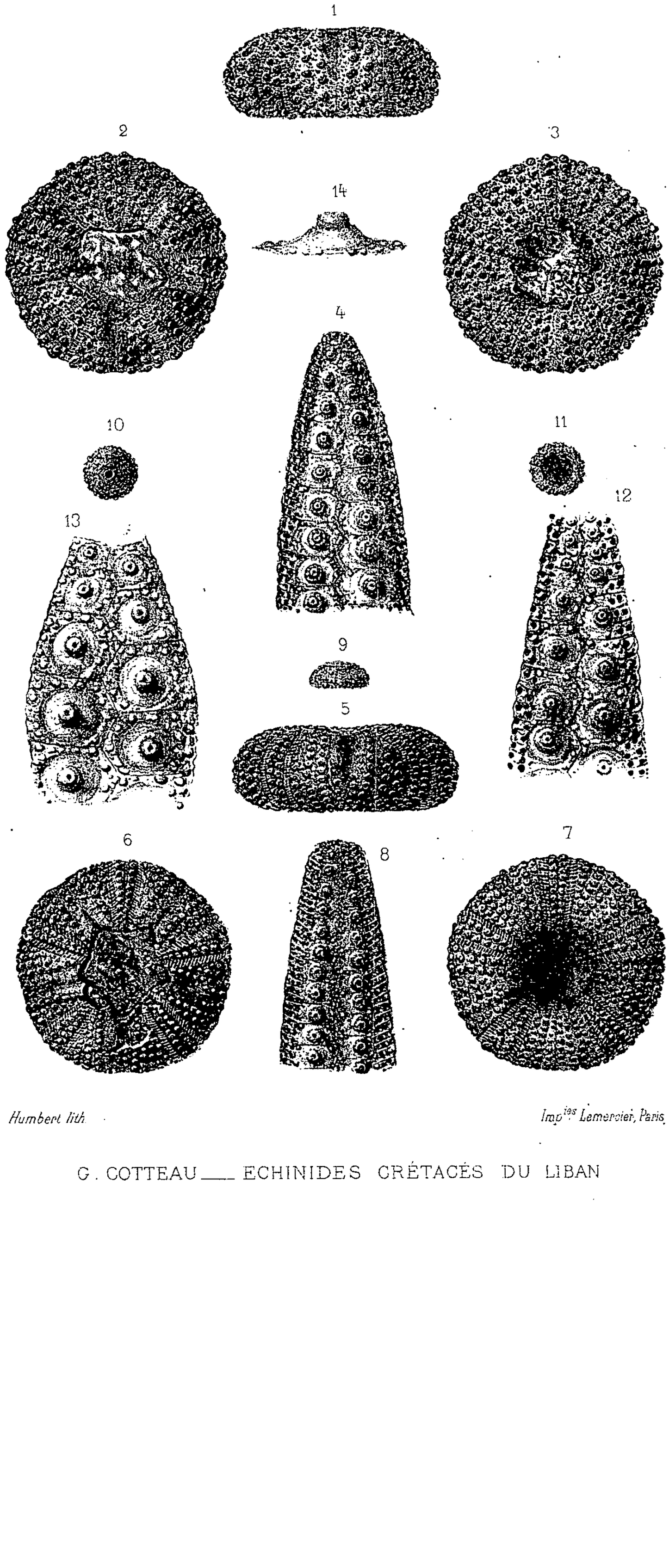
CHABRIÉ (C.). — Élimination de l'acide phosphorique après les injections hypodermiques. 773
LE GENDRE (Le Dr). — De quelques accidents causés par l'abus des excès sportifs pendant la croissance. 775
CHARRIN (Le Dr A.). — Une maladie expérimentale de cause alimentaire, d'origine digestive. 780
NICAISE (Le Dr E.). — Pathogénie de la dilatation des bronches. 784
D'ESPINE (Le Dr A.). — Considérations sur la cirrhose infantile à propos d'une observation nouvelle. 790
MAUREL (Le Dr E.). — Action réciproque du staphylococcus et du sang de l'homme adulte à sa température normale. 800
CHARRIN (Le Dr A.). — La décoloration atténue la toxicité des toxines pyocyaniques. 805
SÉZARY (Le Dr). — Sur l'immunité relative des indigènes musulmans de l'Algérie vis-à-vis de la fièvre typhoïde 807
ROLAND (Le Dr). — Les parotidites de l'influenza. 809
REGNAULT (Le Dr F.). — Une observation de tremblement héréditaire 812
TISON (Le Dr E.). — Traitement de l'érysipèle de la face par l'azotate d'aconitine cristallisée 815
DUCAMP (Le Dr). — Maladie infectieuse spontanée du lapin avec névrites périphériques. 817
HANOT (Le Dr V.). — Modifications de l'appétit dans le cancer de l'estomac et du foie. 819
RICARDO JORGE (Le Dr). — Nouvelle méthode de classification des eaux minérales. 824
GURNAUD (A.). — L'ancienne sylviculture et la nouvelle. Unification de l'art forestier. 826
REBELLO DA SILVA (L.). — Les vins de table portugais. 833
GÉRARD A PÉRY. — Les services de la direction de statistique et de la carte agricole du royaume de Portugal 841
DEROSNE. — Étude sur l'hydromel et sur les ferments du pollen 843
BERNARD (A.). — Sur la confection des cartes agronomiques communales 849
BELLET (D.). — La pêche maritime et fluviale au Canada. 856
DELISLE (Le Dr F.). — L'enseignement spécial pour les voyageurs organisé au Muséum 862
O'REILLY (J.-P.). — Relations antipodales des îles Hawaï avec la géographie physique de l'Afrique du Sud. 869
CASTONNET DES FOSSES. — L'influence française en Syrie 871
BELLET (D.). — Une nouvelle culture à tenter dans les colonies intertropicales françaises. 873
DUPONT (H.). — Le bassin commercial de la Loire. 878
MARTEL (E.-A.). — La spélæologie. 886
DRAPEYRON. — Calcul chronologique et géographique des périodes de l'histoire de la Suisse 894
CLOZEL. — De la rivière Kemo au Niger (Expédition Maistre) 905
HULOT (Le Bon). — Historique des relations de la France avec la côte des Esclaves . 908
BELLOC (É.). — Le lac Caillaouas et ceux de la région des Gourgs-Blancs et de Clarabide (Hautes-Pyrénées) 918
BLANC (Éd.). — L'exposition géographique de Moscou en 1892. 936
LOPES DE MENDONÇA (H.). — Sur l'emploi des galères dans l'Océan pendant le Moyen-Age 943
COURTOIS (A.). — Les bourses du travail 947
CACHEUX (É.). — Étude sur les habitations ouvrières allemandes 951
VAUTHIER (L.-L.). — Répartition de la charge des droits de douane. Qui est-ce qui paie le droit protecteur ? 955
LOMBARD. — Premiers résultats du traité de commerce franco-suisse. 965
VAUTHIER (L.-L.). — Les traités de commerce. 968
FOVILLE (A. de). — Évaluation du stock d'écus de cinq francs de la France en 1893. 976

Boulé (A.). — Le canal du Midi 991
Vauthier (L.-L.). — Qu'est-ce qu'un impôt progressif? 993
Ravier (A.).— Des moyens de faciliter l'accès de la propriété foncière aux ouvriers. 1001
Neymarck (A.). — La réforme des tarifs de chemins de fer en 1892 et les garanties d'intérêt 1009
Regnault et Waton. — Les nouvelles Compagnies ouvrières. 1016
Delivet (É.). — De la nécessité d'une langue internationale commerciale et populaire. 1017
Guilbault. — La permanence de l'inventaire dans la comptabilité. 1026
Lescarret (J.-B.). — Des liens entre l'économie politique et la morale 1031
Demonferrand. — Les cahiers généalogiques (2e partie) 1035
Deshayes (Le Dr Ch.).— Du danger des viandes provenant d'animaux tuberculeux. 1042
Vaillant (A.). — Hygiène de l'habitation rurale au point de vue de l'alimentation d'eau pure et potable et de l'évacuation des eaux usées. 1047
Nicaise (Le Dr E.). — Traitement hygiénique de la phtisie 1050
Baudin (Le Dr L.). — Un essai de station de kéfir à l'établissement des bains salins de Besançon-Mouillère. 1060
Henrot (Le Dr H.). — De la nécessité de créer des bureaux d'hygiène départementaux 1065
Druhen aîné (Le Dr). — De l'alcoolisme au point de vue social 1069
Bayssellance. — Bains-douches à bon marché établis à Bordeaux. 1076

TABLES

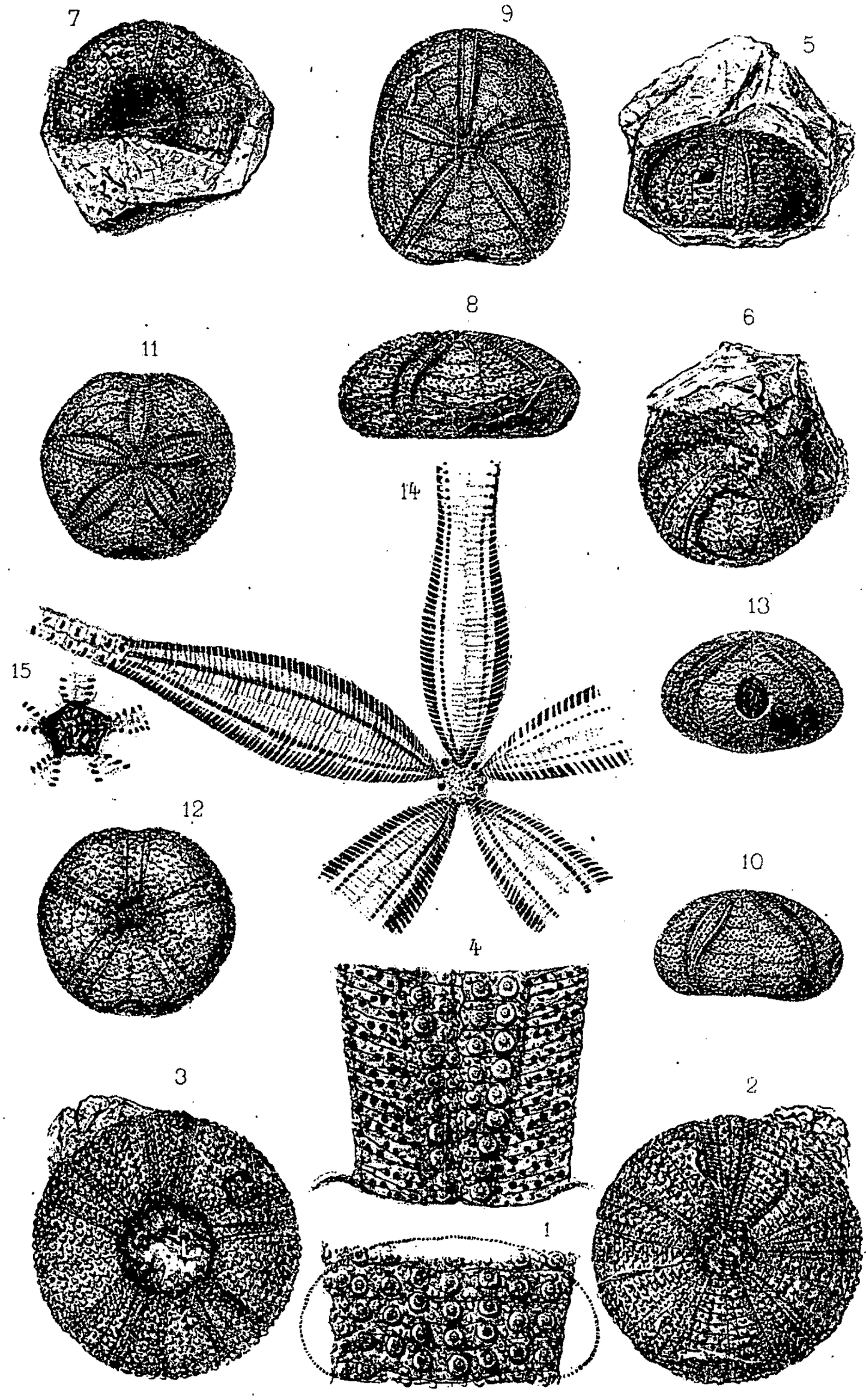
Table analytique. 1081
— des matières. 1100

IMPRIMERIE CHAIX, RUE BERGÈRE, 20, PARIS. — 25288-12-93.



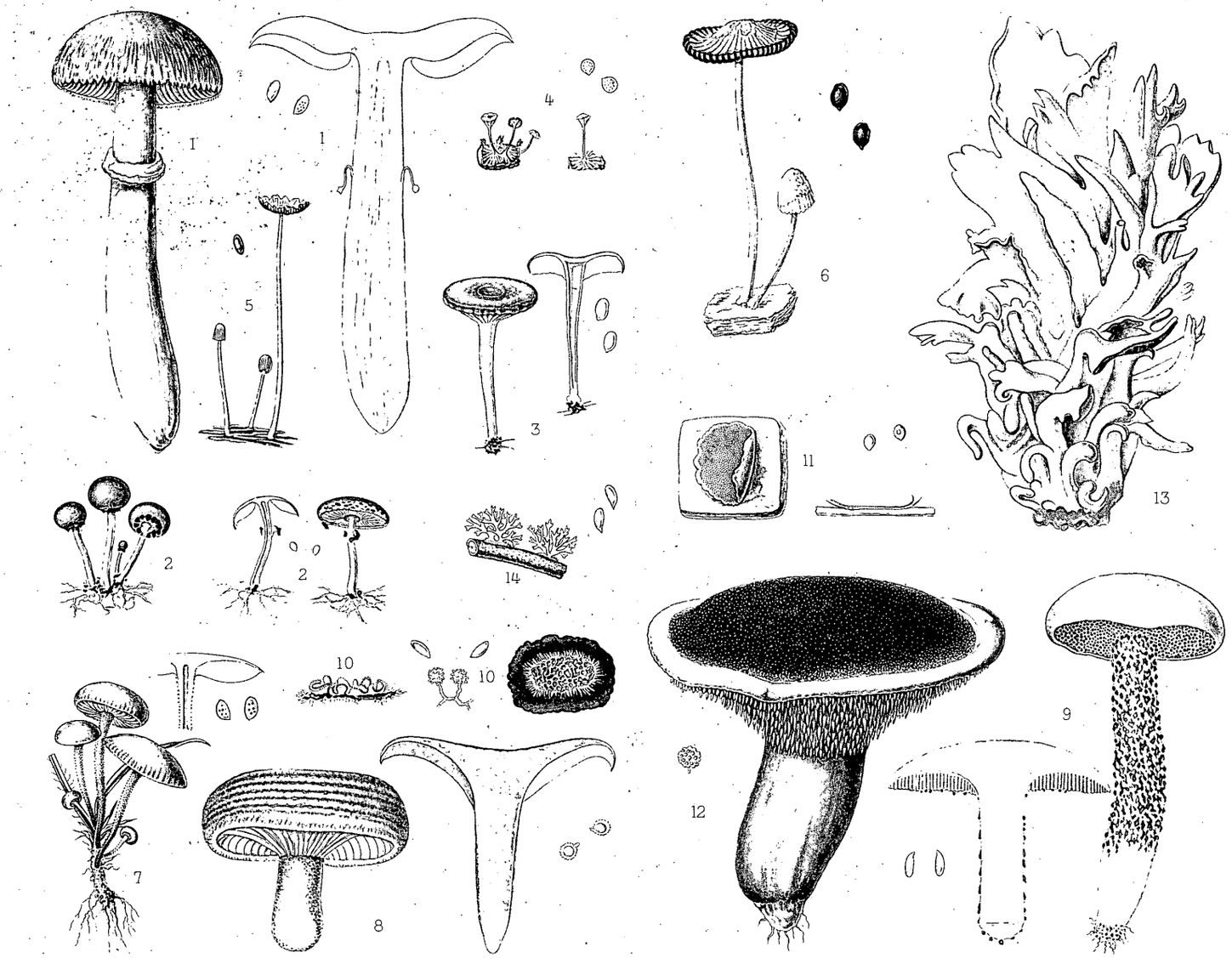
Humbert lith. *Imp^ies Lemercier, Paris.*

G. COTTEAU ___ ECHINIDES CRÉTACÉS DU LIBAN



Humbert lith. *Imp^ies Lemercier, Paris.*

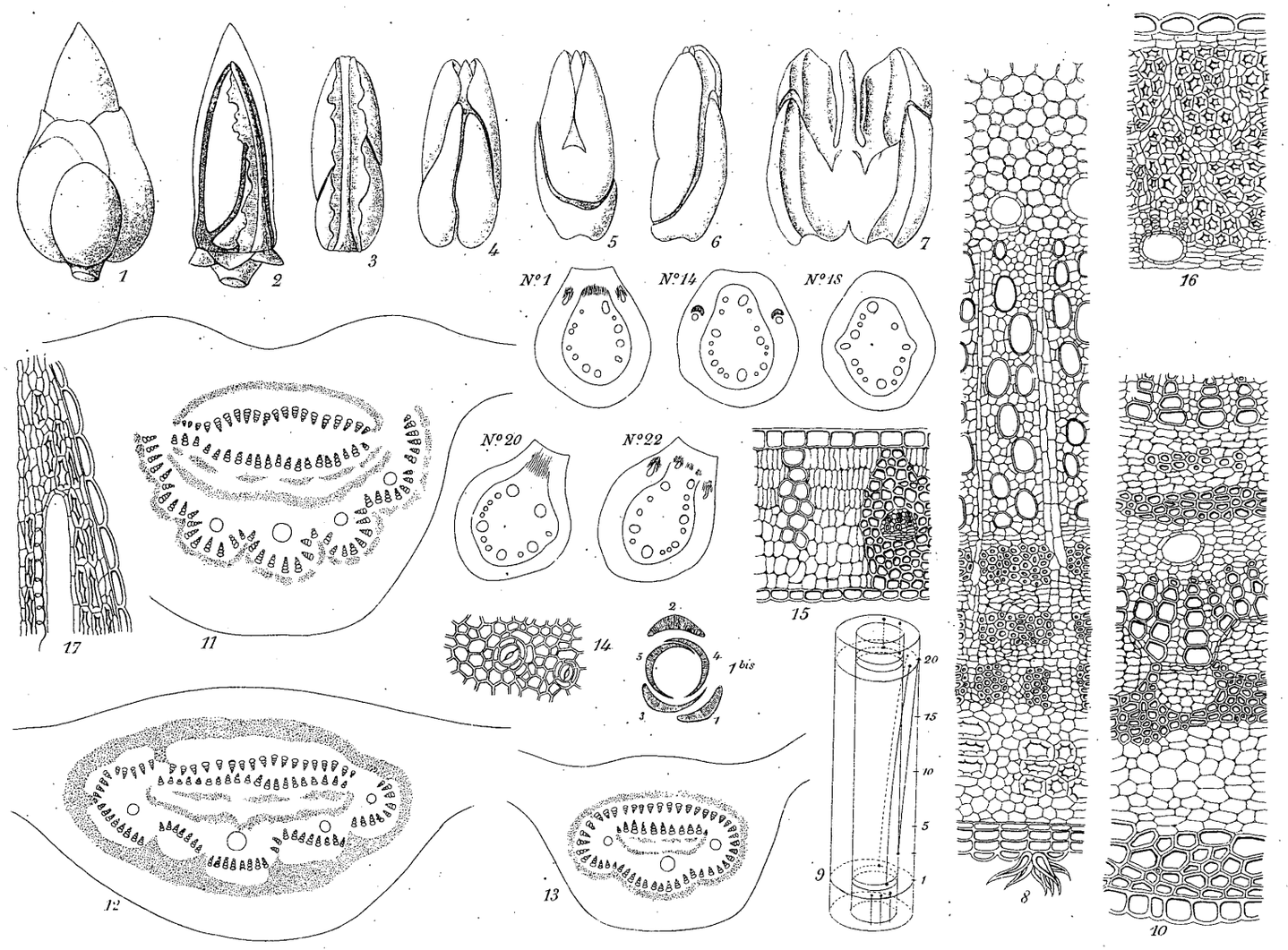
G. COTTEAU — ECHINIDES CRÉTACÉS DU LIBAN



L. Quélet del. J. Migneaux sc.

L. QUÉLET. — QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE LA FRANCE

Imp. Tanéur, Paris



Heim. del. *Imp. Ed. Bry, Paris.* *Millot lith.*

F. HEIM.—BALANOCARPUS ACUMINATUS HEIM.



O'REILLY_ RELATIONS ANTIPODALES DES ILES HAWAÏ AVEC L'AFRIQUE DU SUD.

CARTE BATHYMÉTRIQUE

Dressée par Émile Belloc

d'après ses sondages effectués en 1892.

Altitude moyenne du plan d'étiage = 2.165 mètres
Longueur maximum = 944 mètres
Largeur —"— = 742 —"
Superficie à l'étiage moyen = 0[kq]398.920[mq]
Longitude Ouest de Paris : 1°53'35"
Latitude Nord : 42°43'22"
Cube = 19.898.750 [m.c.]

Nord

Montagne de la Soula

CRÊTES D'AROUGÉ ET DES GOURGS BLANCS

Montagne de la Soula

R. de Caillaouas

Déversoir

Montagne de Courtaou

Gourgs Blancs

R. des Gourgs Blancs

Montagne de Courtaou

Échelle.
0 50 100 150 200 250 Mètres

E. Morieu, Sc. *Paris, Lith. Dufrénoy.*

ÉMILE BELLOC _ LAC DE CAÏLLAOUAS (Hautes-Pyrénées)